SEXTA EDICIÓN

Transferencia de calor y masa

FUNDAMENTOS Y APLICACIONES

YUNUS A. ÇENGEL | AFSHIN J. GHAJAR

Mc Graw Hill

Transferencia de calor y masa

FUNDAMENTOS Y APLICACIONES

SEXTA EDICIÓN

YUNUS A. ÇENGEL
Universidad de Nevada, Reno

AFSHIN J. GHAJAR
Universidad del Estado de Oklahoma, Stillwater

Revisión técnica

DR. ENRIQUE MUÑOZ DÍAZ
Tecnológico de Monterrey –Campus Ciudad de México

DR. JORGE PALAFOX RAMOS
Escuela Superior de Ingeniería Química e Industrias Extractivas –Instituto Politécnico Nacional

DR. ARMANDO ROJAS MORÍN
Facultad de Ingeniería –Universidad Nacional Autónoma de México

ING. ALEJANDRO ROJAS TAPIA
Facultad de Ingeniería –Universidad Nacional Autónoma de México

DR. HÉCTOR JAVIER ZAMBRANO MEZA
Tecnológico de Monterrey –Campus Ciudad de México

Mc Graw Hill

MÉXICO • BOGOTÁ • BUENOS AIRES • GUATEMALA • LONDRES
MADRID • MILÁN • NUEVA DELHI • NUEVA YORK • SAN JUAN
SANTIAGO • SAO PAULO • SIDNEY • SINGAPUR • TORONTO

Director general de Latinoamérica: Martín Chueco
Director editorial: Hans Serrano
Gerente de portafolio de Universidades: Gabriela López Ballesteros
Desarrolladora de contenido Sr.: Marcela Rocha Martínez
Gerente de preprensa: José Palacios Hernández
Supervisión de preprensa: Juan Silverio Amandi Zárate
Plataformas digitales: Héctor Ávila y Juan Ojeda

Traducción: Carlos Roberto Cordero Pedraza y Víctor Francisco Robledo Rella

Esta publicación no puede ser reproducida ni en todo ni en parte, ni registrada en/o trasmitida por un sistema de recuperación de información, en ninguna forma ni por ningún medio, sea mecánico, fotocopiado, electrónico, ni magnético, electroóptico o cualquier otro tipo, sin el permiso previo y por escrito de la editorial.

Transferencia
de calor y masa

FUNDAMENTOS Y APLICACIONES

Sexta edición

DERECHOS RESERVADOS © 2020, 2011, 2007, 2004 respecto a la cuarta edición en español por
McGraw-Hill Interamericana Editores, S.A. de C.V.
Edificio Punta Santa Fe, Prolongación Paseo de la Reforma 1015, Torre A, Piso 16,
Col. Desarrollo Santa Fe, Del. Álvaro Obregón, CP 01376, Ciudad de México.

Miembro de la Cámara Naciona de la Industria Editorial Mexicana, Reg. Núm. 736.

ISBN 13: 978-1-4562-8004-8

ISBN 13 (de la edición anterior): 978-607-15-0540-8

Traducido de *Heat and Mass Transfer: Fundamentals and Applications,* 6a edición, de Yunus A. Çengel y Afshin J. Ghajar © 2020. Publicado por McGraw-Hill Global Education Holdings, LLC. Todos los derechos reservados. ISBN 978-0-07-339819-8 / 0-07-339819-5.

Translated from *Heat and Mass Transfer: Fundamentals and Applications,* 6th edition, by Yunus A. Çengel and Afshin J. Ghajar © 2020. Published by McGraw-Hill Global Education Holdings, LLC. All rights reserved. ISBN 978-0-07-339819-8 / 0-07-339819-5

Algunas citas sobre ética

Sin ética, todo sucede como si fuéramos cinco mil millones de pasajeros en una gran locomotora y nadie la condujera. Y va más rápido cada vez, sin que sepamos a dónde.

—Jacques Cousteau

Que puedas hacerlo y que tengas el derecho de hacerlo no implica que es correcto hacerlo.

—Laura Schlessinger

Un hombre sin ética es una bestia salvaje perdida en este mundo.

—Manly Hall

La preocupación del hombre y de su destino debe ser siempre el principal interés de todo esfuerzo técnico. Nunca olvide esto cuando haga sus diagramas y ecuaciones.

—Albert Einstein

Educar la mente de un hombre y no su moral es educar una amenaza para la sociedad.

—Theodore Roosevelt

La política que gira en torno al beneficio es un salvajismo.

—Said Nursi

La verdadera prueba de la civilización no es el consenso ni el tamaño de las ciudades o el nivel de producción agrícola, sino el tipo de hombre que surge del país.

—Ralph W. Emerson

La medida del carácter de un hombre está en lo que haría si supiera que nunca sería descubierto.

—Thomas B. Macaulay

Acerca de los autores

Yunus A. Çengel es profesor emérito de ingeniería mecánica por la University of Nevada, Reno. Se graduó en ingeniería mecánica en la Istanbul Technical University y obtuvo los grados de maestría y doctorado en ingeniería mecánica en la North Carolina State University. Sus áreas de interés son energías renovables, eficiencia energética, políticas energéticas, mejoras a la transferencia de calor y educación en la ingeniería. Trabajó como director en el Industrial Assessment Center (IAC) de la University of Nevada, Reno, de 1996 al 2000. Ha liderado visitas de grupos de estudiantes de ingeniería en numerosas plantas de manufactura en el norte de los estados de Nevada y California para la realización de evaluaciones industriales y ha preparado reportes sobre la conservación de energía, minimización de desperdicio y mejoras a la productividad para sus alumnos. También ha trabajado como consejero de varias organizaciones y corporativos gubernamentales.

El Dr. Çengel es también autor o coautor de estos libros ampliamente utilizados: *Termodinámica* (9ª edición, 2019), *Mecánica de fluidos. Fundamentos y aplicaciones* (4ª edición, 2018), *Fundamentals of Thermal-Fluid Sciences* (5ª edición, 2017) y *Differential Equations for Engineers and Scientists* (1ª edición, 2013), todos ellos publicados por McGraw-Hill. Algunos de estos libros han sido traducidos al chino, japonés, coreano, tailandés, español, portugués, turco, italiano, griego, francés y vasco.

El Dr. Çengel ha sido ganador de varios premios a la excelencia en enseñanza y recibió el premio al autor distinguido ASEE Meriam/Wiley por su excelencia como autor en 1992 y, de nuevo, en 2000. El Dr. Çengel es ingeniero profesional registrado en el estado de Nevada y es miembro de la American Society of Mechanical Engineers (ASME) y de la American Society for Engineering Education (ASEE).

Afshin J. Ghajar es profesor de las cátedras Regents y John Brammer de la School of Mechanical and Aerospace Engineering en la Oklahoma State University, Stillwater, Oklahoma, y profesor honorario en la Xi'an Jiaotong University, en China. Se graduó en licenciatura, maestría y doctorado en ingeniería mecánica en la Oklahoma State University. Su experiencia es en transferencia de calor/mecánica de fluidos experimental y en el desarrollo de correlaciones prácticas en ingeniería. El Dr. Ghajar ha realizado contribuciones significativas al campo de las ciencias térmicas a través de trabajos experimentales, empíricos y numéricos sobre transferencia de calor y estratificación en sistemas de almacenamiento de calor sensible, transferencia de calor hacia fluidos no newtonianos, transferencia de calor en la región de transición y transferencia de calor sin ebullición en el flujo de dos fases. Su trabajo de investigación actual es acerca de estudios sobre la transferencia de calor en el flujo de dos fases/caída de presión en tuberías con diferentes orientaciones, transferencia de calor/caída de presión en mini/micro tubos y en transferencia de calor por convección/caída de presión en la región de transición (tubos convencionales y mejorados). El Dr. Ghajar ha sido investigador becario de verano en Wright Patterson AFB (Dayton, Ohio) y en Dow Chemical Company (Freeport, Texas). El Dr. Ghajar en conjunto con sus colaboradores han publicado más de 200 trabajos de investigación revisados. Ha impartido numerosas conferencias magistrales y pláticas invitadas.

El Dr. Ghajar ha recibido varios premios de excelencia en enseñanza, investigación, consultoría y servicio por parte del College of Engineering at Oklahoma State University. Ha recibido numeros premios y reconocimientos, entre los más recientes se encuentran: la medalla del 75o Aniversario de la Heat Transfer Division ASME, "en reconocimiento de su servicio a la comunidad de transferencia de calor y sus contribuciones a este campo", otorgada en 2013. Recibió el ASME ICNMM 2016 Outstanding Leadership Award, el cual reconoce a una persona cuyo servicio ha sido ejemplar en el ICNMM (International Conference on Nanochannels, Microchannels and Minichannels). Asimismo, recibió el premio Donald Q. Kern en 2017, "en reconocimiento a su liderazgo excepcional en el campo de los intercambiadores de calor y flujo bifásicos, la publicación de libros y archivos, y el servicio a los profesionales en las áreas académica e industrial. El Dr. Ghajar es un Fellow de la American Society of Mechanical Engineers (ASME), editor de la serie Heat Transfer de la CRC Press/Taylor & Francis y editor en jefe de *Heat Transfer Engineering,* una publicación internacional dirigida a ingenieros y especialistas prácticos en la transferencia de calor editada por Taylor and Francis.

CONTENIDO

CAPÍTULO 1
INTRODUCCIÓN Y CONCEPTOS BÁSICOS 1

CAPÍTULO 2
ECUACIÓN DE CONDUCCIÓN DE CALOR 73

CAPÍTULO 3
CONDUCCIÓN DE CALOR EN ESTADO ESTACIONARIO 149

CAPÍTULO 4
CONDUCCIÓN TRANSITORIA DE CALOR 247

CAPÍTULO 5
MÉTODOS NUMÉRICOS EN CONDUCCIÓN DE CALOR 313

CAPÍTULO 6
FUNDAMENTOS DE LA CONVECCIÓN 387

CAPÍTULO 7
CONVECCIÓN FORZADA EXTERNA 435

CAPÍTULO 8
CONVECCIÓN FORZADA INTERNA 487

CAPÍTULO 9
CONVECCIÓN NATURAL 551

CAPÍTULO 10
EBULLICIÓN Y CONDENSACIÓN 617

CAPÍTULO 11
INTERCAMBIADORES DE CALOR 673

CAPÍTULO 12
FUNDAMENTOS DE LA RADIACIÓN TÉRMICA 743

CAPÍTULO 13
TRANSFERENCIA DE CALOR POR RADIACIÓN 797

CAPÍTULO 14
TRANSFERENCIA DE MASA 867

CAPÍTULOS EN EL CENTRO DE RECURSOS EN LÍNEA

www.mhhe.com/latam/cengel_tcm6e

CAPÍTULO 15
ENFRIAMIENTO DE EQUIPO ELECTRÓNICO

CAPÍTULO 16
CALEFACCIÓN Y ENFRIAMIENTO DE EDIFICIOS

CAPÍTULO 17
REFRIGERACIÓN Y CONGELAMIENTO DE ALIMENTOS

APÉNDICE 1
TABLAS DE PROPIEDADES Y GRÁFICAS (UNIDADES DEL SI) 943
APÉNDICE 2
TABLAS DE PROPIEDADES Y GRÁFICAS (UNIDADES INGLESAS) 971

TABLA DE CONTENIDO

Prefacio xvii

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN Y CONCEPTOS BÁSICOS 1

1-1 Termodinámica y transferencia de calor 2
Áreas de aplicación de la transferencia de calor 3
Antecedentes históricos 4

1-2 Transferencia de calor en la ingeniería 4
Modelado en ingeniería 5

1-3 Calor y otras formas de energía 6
Calores específicos de gases, líquidos y sólidos 7
Transferencia de energía 8

1-4 Primera ley de la termodinámica 10
Balance de energía para sistemas cerrados *(masa fija)* 11
Balance de energía para sistemas de flujo estacionario 12
Balance de energía en la superficie 13

1-5 Mecanismos de transferencia de calor 16

1-6 Conducción 17
Conductividad térmica 18
Difusividad térmica 22

1-7 Convección 25

1-8 Radiación 27

1-9 Mecanismos simultáneos de transferencia de calor 29

1-10 Aerogel: un destacado material superaislante 34

1-11 Prevención mediante el diseño 36

1-12 Códigos y normas de ingeniería 39

1-13 Técnica de resolución de problemas 41
Paso 1: Enunciado del problema 41
Paso 2: Esquema 42
Paso 3: Supuestos y aproximaciones 42
Paso 4: Leyes físicas 42
Paso 5: Propiedades 42
Paso 6: Cálculos 42
Paso 7: Razonamiento, verificación y discusión 42

1-14 Paquetes de software para ingeniería 43
Solucionadores de ecuaciones 44

1-15 Exactitud, precisión y cifras significativas 45
Tema de interés especial: Comodidad térmica 47
Resumen 53
Bibliografía y lecturas recomendadas 54
Problemas 55

CAPÍTULO 2

ECUACIÓN DE CONDUCCIÓN DE CALOR 73

2-1 Introducción 74
Transferencia de calor estacionaria en comparación con la transferencia de calor transitoria 75
Transferencia de calor multidimensional 76
Generación de calor 77

2-2 Ecuación unidimensional de la conducción de calor 79
Ecuación de conducción de calor en una pared plana grande 79
Ecuación de la conducción de calor en un cilindro largo 81
Ecuación de conducción de calor en una esfera 82
Ecuación unidimensional combinada de la conducción de calor 83

2-3 Ecuación general para la conducción de calor 85
Coordenadas rectangulares 85
Coordenadas cilíndricas 86
Coordenadas esféricas 87

2-4 Condiciones iniciales y de frontera 88
1 Condición de frontera por temperatura específica 89
2 Condición de frontera por flujo de calor específico 90
Caso especial: frontera aislada 90
Otro caso especial: simetría térmica 91
3 Condición de frontera por convección 92
4 Condición de frontera por radiación 93
5 Condiciones de frontera en la interfase 94
6 Condiciones de frontera generalizadas 94

2-5 Solución de problemas unidimensionales de conducción de calor en régimen estacionario 97

2-6 Generación de calor en un sólido 109

2-7 Conductividad térmica variable, $k(T)$ 117

Tema de interés especial: Un breve repaso a las ecuaciones diferenciales 120
Clasificación de las ecuaciones diferenciales 122
Soluciones de ecuaciones diferenciales 123
Solución general a las ecuaciones diferenciales seleccionadas 124
Resumen 125
Bibliografía y lecturas recomendadas 127
Problemas 127

CAPÍTULO 3

CONDUCCIÓN DE CALOR EN ESTADO ESTACIONARIO 149

3-1 Conducción de calor en estado estacionario en paredes planas 150
Concepto de resistencia térmica 151
Red de resistencias térmicas 152
Paredes planas de capas múltiples 155

3-2 Resistencia térmica por contacto 160

3-3 Redes generalizadas de resistencia térmica 164

3-4 Conducción de calor en cilindros y esferas 167
Cilindros y esferas con capas múltiples 169

3-5 Radio crítico de aislamiento 173

3-6 Transferencia de calor desde superficies con aletas 176
Ecuación de aleta 177
1 Aleta infinitamente larga ($T_{\text{punta aleta}} = T_\infty$) 179
2 Pérdida de calor insignificante desde la punta de la aleta (punta de aleta adiabática, $\dot{Q}_{\text{punta aleta}} = 0$) 180
3 Temperatura especificada ($T_{\text{punta, aleta}} = T_L$) 180
4 Convección desde la punta de la aleta 181
Eficiencia de aletas 182
Efectividad de la aleta 185
Longitud adecuada de una aleta 187

3-7 Ecuación de transferencia de biocalor 193

3-8 Transferencia de calor en configuraciones comunes 199
Tema de interés especial: Transferencia de calor a través de paredes y techos 204
Resumen 214
Bibliografía y lecturas recomendadas 215
Problemas 215

CAPÍTULO 4

CONDUCCIÓN TRANSITORIA DE CALOR 247

4-1 Análisis de sistemas concentrados 248
Criterios para el análisis de sistemas concentrados 249
Observaciones sobre la transferencia de calor en sistemas concentrados 251

4-2 Conducción transitoria de calor en paredes planas de gran tamaño, cilindros largos y esferas con efectos espaciales 254
Problema de conducción transitoria unidimensional no dimensionalizada 255
Solución exacta de un problema de conducción transitoria unidimensional 257
Soluciones analíticas aproximadas 260

4-3 Conducción transitoria de calor en sólidos semiinfinitos 267
Contacto de dos sólidos semiinfinitos 271

4-4 Conducción transitoria de calor en sistemas multidimensionales 276
Tema de interés especial: Refrigeración y congelamiento de alimentos 281
Control de microorganismos en alimentos 281
Refrigeración y congelamiento de alimentos 283
Productos cárnicos 284
Productos avícolas 287
Resumen 292
Bibliografía y lecturas recomendadas 293
Problemas 293

CAPÍTULO 5

MÉTODOS NUMÉRICOS EN CONDUCCIÓN DE CALOR 313

5-1 ¿Por qué métodos numéricos? 314
1 Limitaciones 315
2 Mejor modelado 315
3 Flexibilidad 315
4 Complicaciones 316
5 Naturaleza humana 316

5-2 Formulación de diferencias finitas de ecuaciones diferenciales 317

5-3 Conducción de calor estacionaria unidimensional 319
Condiciones de frontera 321
Tratando los nodos aislados en la frontera como nodos interiores: el concepto de imagen espejo 324

5-4 Conducción de calor estacionaria bidimensional 330
Nodos en la frontera 331
Fronteras irregulares 335

5-5 Conducción transitoria de calor 338
Conducción de calor transitoria en una pared plana 340
Criterio de estabilidad para el método explícito: limitación en Δt 342
Conducción de calor transitoria bidimensional 351

Tema de interés especial: Control del error numérico 356
Error de discretización 356
Error de redondeo 357
Control del error en métodos numéricos 358
Resumen 359
Bibliografía y lecturas recomendadas 360
Problemas 360

CAPÍTULO 6

FUNDAMENTOS DE LA CONVECCIÓN 387

6-1 Mecanismo físico de la convección 388
Número de Nusselt 390

6-2 Clasificación de los flujos de fluidos 392
Región viscosa de flujo en comparación con la no viscosa 392
Flujo interno en comparación con el externo 392
Flujo compresible en comparación con el incompresible 393
Flujo laminar en comparación con flujo turbulento 393
Flujo natural (o no forzado) en comparación con flujo forzado 393
Flujo estacionario en comparación con flujo no estacionario 394
Flujo unidimensional, bidimensional y tridimensional 394

6-3 Capa límite de velocidad 395
Esfuerzo cortante superficial 396

6-4 Capa límite térmica 397
Número de Prandtl 398

6-5 Flujo laminar y turbulento 398
Número de Reynolds 399

6-6 Transferencia de calor y de cantidad de movimiento en el flujo turbulento 400

6-7 Deducción de las ecuaciones diferenciales de convección 403
Ecuación de continuidad 403
Ecuaciones de la cantidad de movimiento 404
Ecuación de la conservación de la energía 406

6-8 Soluciones de las ecuaciones de convección para una placa plana 410
Ecuación de energía 412

6-9 Ecuaciones adimensionales de convección y similitud 414

6-10 Formas funcionales de los coeficientes de fricción y convección 416

6-11 Analogías entre la cantidad de movimiento y la transferencia de calor 417

Tema de interés especial: Transferencia de calor a microescala 420
Resumen 423
Bibliografía y lecturas recomendadas 424
Problemas 424

CAPÍTULO 7

CONVECCIÓN FORZADA EXTERNA 435

7-1 Arrastre y transferencia de calor en flujo externo 436
Arrastre por fricción y presión 436
Transferencia de calor 438

7-2 Flujo paralelo sobre placas planas 439
Coeficiente de fricción 440
Coeficiente de transferencia de calor 441
Placa plana con longitud inicial sin calentamiento 443
Flujo de calor uniforme 444
Soluciones generales para placas y fluidos en movimiento simultáneo 444

7-3 Flujo a través de cilindros y esferas 450
Efecto de la rugosidad de la superficie 452
Coeficiente de transferencia de calor 454

7-4 Flujo a través de bancos de tubos 459
Caída de presión 462
Resumen 465
Bibliografía y lecturas recomendadas 467
Problemas 467

CAPÍTULO 8

CONVECCIÓN FORZADA INTERNA 487

8-1 Introducción 488

8-2 Velocidad y temperatura promedio 489
Flujo laminar y turbulento en tubos 490

8-3 Región de entrada 491
Longitudes de entrada 493

8-4 Análisis térmico general 494

Flujo de calor superficial constante ($\dot{q}_s$ = constante) 495
Temperatura superficial constante (T_s = constante) 496

8-5 Flujo laminar en tubos 499
Caída de presión 501
Perfil de temperatura y número de Nusselt 503
Flujo de calor superficial constante 503
Temperatura superficial constante 504
Flujo laminar en tubos no circulares 505
Desarrollo de un flujo laminar en la región de entrada 506

8-6 Flujo turbulento en tubos 510
Transferencia de calor en un flujo transicional completamente desarrollado 511
Superficies ásperas 512
Desarrollo de flujo turbulento en la región de entrada 514
Flujo turbulento en tubos no circulares 514
Flujo a través del tubo anular 514
Mejora de la transferencia de calor 515

Tema de interés especial: Flujo transicional en tubos 522
Caída de presión en la región de transición 523
Transferencia de calor en la región de transición 527
Analogías entre el impulso y la transferencia de calor en la región de transición 532
Caída de presión en la región de transición en minitubos y microtubos 532
Referencias 533
Resumen 534
Referencias y lecturas recomendadas 535
Problemas 536

CAPÍTULO 9

CONVECCIÓN NATURAL 551

9-1 Mecanismo físico de la convección natural 552

9-2 Ecuación de movimiento y número de Grashof 555
Número de Grashof 557

9-3 Convección natural sobre superficies 558
Placas verticales (T_s = constante) 559
Placas verticales ($\dot{q}_s$ = constante) 559
Cilindros verticales 559
Placas inclinadas 561
Placas horizontales 561
Cilindros horizontales y esferas 562

9-4 Convección natural de superficies con aletas y PCB 565
Enfriamiento por convección natural de superficies aletadas (T_s = constante) 566
Enfriamiento por convección natural de PCB verticales ($\dot{q}_s$ = constante) 567
Flujo másico a través del espacio entre placas 567

9-5 Convección natural dentro de espacios cerrados 569
Conductividad térmica efectiva 570
Recintos rectangulares horizontales 571
Recintos rectangulares inclinados 571
Recintos rectangulares verticales 572
Cilindros concéntricos 573
Esferas concéntricas 573
Convección natural y radiación combinadas 573

9-6 Convección natural y forzada combinadas 579

Tema de interés especial: Transferencia de calor a través de ventanas 585
Factor *U* de borde de vidrio de una ventana 588
Factor *U* de un marco 589
Coeficientes de transferencia de calor en superficies interior y exterior 589
Factor *U* global de ventanas 590
Resumen 595
Bibliografía y lecturas recomendadas 596
Problemas 597

CAPÍTULO 10

EBULLICIÓN Y CONDENSACIÓN 617

10-1 Transferencia de calor por ebullición 618

10-2 Ebullición en masa 620
Regímenes de ebullición y la curva de ebullición 620
Ebullición por convección natural (hasta el punto *A* de la curva de ebullición) 620
Ebullición nucleada (entre los puntos *A* y *C*) 621
Ebullición en transición (entre los puntos *C* y *D*) 622
Ebullición en película (más allá del punto *D*) 622
Correlaciones de transferencia de calor en la ebullición en masa 623
Ebullición nucleada 623
Flujo máximo de calor (o crítico) 624
Flujo mínimo de calor 626
Ebullición en película 626
Mejoramiento de la transferencia de calor en la ebullición en masa 627

10-3 Ebullición en flujo 632

10-4 Transferencia de calor por condensación 633

10-5 Condensación en película 634
Regímenes de flujo 636
Correlaciones de transferencia de calor para la condensación en película 636
Efecto de la velocidad del vapor 641
Gases no condensables en los condensadores 642

10-6 Condensación en película dentro de los tubos horizontales 646

10-7 Condensación por gotas 648

Tema de interés especial: Transferencia de calor en flujos bifásicos sin ebullición 650
Aplicación de la analogía de Reynolds en un flujo bifásico sin ebullición 654
Referencias 656
Resumen 656
Referencias y lecturas recomendadas 658
Problemas 658

CAPÍTULO 11

INTERCAMBIADORES DE CALOR 673

11-1 Tipos de intercambiadores de calor 674

11-2 Coeficiente global de transferencia de calor 677
Factor de incrustación 680

11-3 Análisis de intercambiadores de calor 684

11-4 Método de diferencia de temperatura media logarítmica 686
Intercambiadores de calor de contraflujo 688
Intercambiadores de calor de pasos múltiples y de flujo cruzado: uso del factor de corrección 688

11-5 Método de efectividad NTU 695

11-6 Selección de intercambiadores de calor 709
Tasa de transferencia de calor 710
Costo 710
Potencia de bombeo 710
Tamaño y peso 711
Tipo 711
Materiales 711
Otras consideraciones 711

Tema de interés especial: El sistema cardiovascular humano como un intercambiador de calor a contraflujo 713
Referencias 719
Resumen 719
Referencias y lecturas recomendadas 720
Problemas 721

CAPÍTULO 12

FUNDAMENTOS DE LA RADIACIÓN TÉRMICA 743

12-1 Introducción 744

12-2 Radiación térmica 745

12-3 Radiación de cuerpo negro 747

12-4 Intensidad de radiación 754
Ángulo sólido 754
Intensidad de la radiación emitida 755
Radiación incidente 757
Radiosidad 757
Cantidades espectrales 757

12-5 Propiedades radiactivas 760
Emisividad 760
Absorción, reflectividad y transmisividad 764
Ley de Kirchhoff 767
Efecto invernadero 770

12-6 Radiación atmosférica y solar 770

Tema de interés especial: Ganancia de calor solar a través de las ventanas 775
Resumen 782
Bibliografía y lecturas recomendadas 783
Problemas 784

CAPÍTULO 13

TRANSFERENCIA DE CALOR POR RADIACIÓN 797

13-1 Factor visión 798

13-2 Relaciones entre los factores de visión 802
1 Relación de reciprocidad 805
2 Regla de la sumatoria 805
3 Regla de la superposición 807
4 Regla de la simetría 808
Factores de visión entre superficies infinitamente largas: el método de las cuerdas cruzadas 810

13-3 Transferencia de calor por radiación: superficies negras 812

13-4 Transferencia de calor por radiación: superficies difusas y grises 814
Radiosidad 814
Transferencia de calor por radiación neta hacia o desde una superficie 815

Transferencia de calor por radiación neta entre dos superficies 816
Métodos de solución de problemas sobre radiación 817
Transferencia de calor por radiación en recintos de dos superficies 818
Transferencia de calor por radiación en recintos con tres superficies 820

13-5 Blindajes de radiación y el efecto de la radiación 826
Efecto de la radiación en las mediciones de temperatura 828

13-6 Intercambio de radiación con gases emisores y absorbentes 832
Propiedades de radiación de un medio participante 833
Emisividad y absorción de gases, y mezclas 834
Tema de interés especial: Transferencia de calor del cuerpo humano 840
Resumen 845
Referencias y lecturas recomendadas 846
Problemas 847

CAPÍTULO 14

TRANSFERENCIA DE MASA 867

14-1 Introducción 868

14-2 Analogías entre transferencia de calor y masa 869
Temperatura 870
Conducción 870
Generación de calor 870
Convección 871

14-3 Difusión de la masa 871
1 Con base en la masa 871
2 Con base en el número de moles 872
Caso especial: mezclas de gases ideales 873
Ley de difusión de Fick: medio estacionario consistente en dos especies 873

14-4 Condiciones de frontera 877

14-5 Difusión de masa estacionaria a través de una pared 882

14-6 Transmisión de vapor de agua en edificios 885

14-7 Difusión de masa transitoria 891

14-8 Difusión en un medio en movimiento 893
Caso especial: mezclas de gases a presión y temperatura constantes 898
Difusión de vapor a través de un gas estacionario: flujo de Stefan 898
Contradifusión equimolar 900

14-9 Convección de masa 905
Analogía entre los coeficientes de fricción, de transferencia de calor y de transferencia de masa 909
Caso especial: $Pr \approx Sc \approx 1$ (analogía de Reynolds) 910
Caso general: $Pr \neq Sc \neq 1$ (analogía de Chilton-Colburn) 911
Limitación de la analogía de convección calor-masa 912
Relaciones para la convección de masa 912

14-10 Transferencia simultánea de calor y masa 916
Resumen 921
Bibliografía y lecturas recomendadas 923
Problemas 924

Capítulos en el centro de recursos en línea
www.mhhe.com/latam/cengel_tcm6e

15 ENFRIAMIENTO DE EQUIPO ELECTRÓNICO

16 CALEFACCIÓN Y ENFRIAMIENTO DE EDIFICIOS

17 REFRIGERACIÓN Y CONGELAMIENTO DE ALIMENTOS

APÉNDICE 1

TABLAS DE PROPIEDADES Y GRÁFICAS (UNIDADES DEL SI) 943

TABLA A-1 Masa molar, constante de los gases y calores específicos de gases ideales de algunas sustancias 944

TABLA A-2 Propiedades de los puntos de ebullición y de congelación 945

TABLA A-3 Propiedades de los metales sólidos 946

TABLA A-4 Propiedades de los metales no sólidos 949

TABLA A-5 Propiedades de los materiales de construcción 950

TABLA A-6 Propiedades de los materiales aislantes 952

TABLA A-7 Propiedades de alimentos de uso común 953

TABLA A-8 Propiedades de materiales diversos 955
TABLA A-9 Propiedades del agua saturada 956
TABLA A-10 Propiedades del refrigerante-134a saturado 957
TABLA A-11 Propiedades del amoniaco saturado 958
TABLA A-12 Propiedades del propano saturado 959
TABLA A-13 Propiedades de los líquidos 960
TABLA A-14 Propiedades de metales líquidos 961
TABLA A-15 Propiedades del aire a una presión de 1 atm 962
TABLA A-16 Propiedades de los gases a una presión de 1 atm 963
TABLA A-17 Propiedades de la atmósfera a elevadas altitudes 965
TABLA A-18 Emisividades de las superficies 966
TABLA A-19 Propiedades de radiación solar de varios materiales 968
FIGURA A-20 La gráfica de Moody para el factor de fricción del flujo totalmente desarrollado en tuberías circulares 969

APÉNDICE 2

TABLAS DE PROPIEDADES Y GRÁFICAS (UNIDADES INGLESAS) 971

TABLA A-1I Masa molar, constante de los gases y calores específicos de gases ideales de algunas sustancias 972
TABLA A-2I Propiedades de los puntos de ebullición y de congelación 973
TABLA A-3I Propiedades de los metales sólidos 974
TABLA A-4I Propiedades de los metales no sólidos 976
TABLA A-5I Propiedades de los materiales de construcción 977
TABLA A-6I Propiedades de los materiales aislantes 979
TABLA A-7I Propiedades de los alimentos de uso común 980
TABLA A-8I Propiedades de materiales diversos 982
TABLA A-9I Propiedades del agua saturada 983
TABLA A-10I Propiedades del refrigerante-134a saturado 984
TABLA A-11I Propiedades del amoniaco saturado 985
TABLA A-12I Propiedades del propano saturado 986
TABLA A-13I Propiedades de los líquidos 987
TABLA A-14I Propiedades de los metales líquidos 988
TABLA A-15I Propiedades del aire a una presión de 1 atm 989
TABLA A-16I Propiedades de los gases a una presión de 1 atm 990
TABLA A-17I Propiedades de la atmósfera a elevadas altitudes 992

Índice analítico 993

Nomenclatura 1009

PREFACIO

ANTECEDENTES

La transferencia de calor y masa es una ciencia básica que trata de la tasa de transferencia de la energía térmica. Es un tema excitante y fascinante con un ilimitado número de aplicaciones prácticas que van desde los sistemas biológicos hasta los aparatos electrodomésticos, edificios residenciales y comerciales, procesos industriales, dispositivos electrónicos y procesamiento de alimentos. En este punto, el estudiante debe contar con sólidos antecedentes en cálculo y física. Es recomendable que hayan terminado sus primeros cursos sobre termodinámica, mecánica de fluidos y ecuaciones diferenciales antes de abordar un curso de transferencia de calor. De cualquier manera, los conceptos relevantes de dichos temas se presentan y revisan a medida que surgen en el contexto de los temas que se abordan.

OBJETIVOS

Se pretende que este texto sea utilizado por estudiantes de licenciatura en ingeniería en su segundo o tercer año, y como un libro de referencia para ingenieros en su vida profesional. Los objetivos que se buscan alcanzar son:

- Presentar los *principios básicos* y las *ecuaciones* de transferencia de calor.
- Mostrar numerosos y diversos *ejemplos reales sobre ingeniería* con el fin de ayudar a los estudiantes a que desarrollen el grado de intuición necesaria para aplicar correctamente los principios de la transferencia de calor a la ingeniería.
- Desarrollar una *comprensión intuitiva* de la transferencia de calor enfatizando la física y los argumentos físicos.

Es nuestro deseo que este libro, a través de su cuidadosa explicación de los conceptos y del uso de muchas figuras y ejemplos prácticos, ayude a los estudiantes a desarrollar las habilidades que necesitan para llenar el vacío entre la adquisición del conocimiento y la aplicación confiable de este.

En la práctica de la ingeniería, la comprensión de los mecanismos de la transferencia de calor se ha convertido en un aspecto de gran importancia debido a que la transferencia de calor tiene un papel muy importante en el diseño de vehículos, las plantas de energía eléctrica, los refrigeradores, los dispositivos electrónicos, los edificios y los puentes, entre otras cosas. Incluso un chef necesita una comprensión intuitiva de la transferencia de calor con el fin de cocinar los alimentos "en su punto", ajustando la tasa de transferencia de calor. Es probable que no seamos conscientes de esto, pero, de hecho, utilizamos los principios de la transferencia de calor cuando buscamos un lugar con más confort térmico; nos protegemos del frío usando abrigos durante el invierno y minimizamos la ganancia de calor por radiación al permanecer en lugares bajo la sombra durante el verano; aceleramos el enfriamiento de la comida caliente soplándole y nos mantenemos calientes en climas fríos acurrucándonos para minimizar nuestra superficie expuesta. Es decir, lo hagamos de manera deliberada o no, ya empleamos la transferencia de calor.

FILOSOFÍA Y OBJETIVO

Este texto es un intento de contar con un libro para un curso sobre transferencia de calor orientado a los aspectos prácticos de la profesión para estudiantes de ingeniería. La obra aborda los temas estándares sobre la transferencia de calor haciendo énfasis en la física y en las aplicaciones del tema en el mundo real. Este enfoque está más en consonancia con la intuición de los estudiantes y hace que el aprendizaje de esta materia sea placentera.

La filosofía que contribuyó en gran medida a la enorme popularidad de las ediciones anteriores de este libro ha permanecido inalterada en esta edición. Nuestro objetivo ha sido ofrecer un texto de ingeniería que:

- Se comunique directamente con los ingenieros del mañana de una manera *sencilla, pero a la vez precisa.*
- Lleve a los estudiantes a una comprensión clara y una percepción firme de los *principios básicos* de la transferencia de calor.
- Incentive el *pensamiento creativo* y el desarrollo de una *comprensión a fondo y un sentimiento intuitivo* de la transferencia de calor.
- Sea *leído* por los estudiantes con *interés* y *entusiasmo*, más que solo sea utilizado como una guía para resolver problemas.

Se ha realizado un esfuerzo especial para atraer la curiosidad natural de los estudiantes y ayudarles a explorar las diferentes facetas del excitante tema que constituye la transferencia de calor. La entusiasta respuesta que hemos recibido de los usuarios de las ediciones anteriores —desde los colegios pequeños hasta las grandes universidades de todo el mundo— indica que nuestros objetivos han sido cumplidos con creces. Es parte de nuestra filosofía la convicción de que la mejor forma de aprender es practicando, por tanto, se ha hecho un esfuerzo especial a lo largo de todo el libro para reforzar el material que se presentó anteriormente (en cada capítulo, así como también en material de capítulos anteriores). Gran parte de los problemas de ejemplo, así como los problemas al final de cada capítulo demandan una amplia comprensión de los temas explicados e invitan a los estudiantes a revisar y revisitar los conceptos e intuiciones que adquirieron previamente.

El ingeniero de ayer invirtió una gran parte de su tiempo sustituyendo valores en fórmulas y obteniendo resultados numéricos. Sin embargo, en la actualidad, la manipulación de fórmulas y la ejecución de complicadas operaciones matemáticas se van delegando a las computadoras. El ingeniero del mañana deberá contar con una comprensión y una percepción firme de los *principios básicos*, de tal manera que sea capaz de comprender incluso los problemas más complejos, formularlos e interpretar los resultados. En este libro se hace un esfuerzo consciente para enfatizar dichos conceptos básicos mientras que, a la vez, el estudiante percibe cómo las herramientas computacionales se utilizan en la práctica de la ingeniería.

NOVEDADES DE LA SEXTA EDICIÓN

Uno de los cambios principales en la sexta edición de este libro es la inclusión de una nueva sección en el capítulo 1 sobre códigos y normas de ingeniería (*engineering codes and standards*, C&S). El conocimiento de la transferencia de calor y masa, junto con la adherencia a los códigos y estándares relevantes, permite que los ingenieros analicen, diseñen y construyan componentes y sistemas que funcionen dentro de las condiciones de diseño. A lo largo de todo el texto, cuando fue necesario, se presentan problemas de ejemplo y de final de capítulo relacionados con los códigos y estándares de ingeniería con el fin de ofrecer este concepto a los ingenieros del mañana. El segundo cambio importante se realizó en el capítulo 4, en que la representación gráfica de las soluciones sobre la conducción transitoria unidimensional (gráficas de Heisler) se ha eliminado, y el énfasis se ha puesto en la solución con una aproximación más precisa o con expresiones analíticas exactas. Otras modificaciones importantes han sido la adición de cinco secciones o subsecciones nuevas: *Aerogel: un destacado material superaislante*, *Solucionadores de ecuaciones* y *Exactitud, precisión y cifras significativas* del capítulo 1; *Soluciones generales para placas y fluidos en movimiento simultáneo* del capítulo 7; y *Analogías entre el impulso y la transferencia de calor en la región de transición* del capítulo 8.

Hemos incorporado también 20 problemas de ejemplo resueltos en el libro, modificado más de 450 de los problemas al final de capítulo existentes y agregado

más de 150 problemas al final de capítulo nuevos. Un número considerable de los problemas nuevos son acerca del concepto de códigos y normas de ingeniería. Todas las características populares de las ediciones anteriores se han conservado, a la vez que se han añadido las nuevas. Se han llevado a cabo actualizaciones y cambios a lo largo de todo el texto con el fin de ofrecer una mayor claridad y facilidad de lectura.

PROBLEMAS SOBRE CÓDIGOS Y NORMAS DE INGENIERÍA

Un estudio reciente llevado a cabo por el ASME Vision 2030 Project* revela que casi 50% de los ingenieros en las primeras etapas de su vida profesional están poco familiarizados con los códigos y normas en ingeniería. A medida que las compañías y los fabricantes expanden sus operaciones globalmente, se ha presentado un gran interés en homologar códigos y estándares en todas las jurisdicciones y disciplinas. La necesidad de que los ingenieros tengan un conocimiento acerca de los códigos y normas ha crecido de manera significativa y poseer dicho conocimiento permite a los ingenieros innovar y fabricar productos más competitivos. En el tema de la transferencia de calor y masa, existen varios códigos y estándares ingenieriles que son relevantes. Dichos códigos y normas han sido elaborados y publicados por asociaciones profesionales, como el ASME y el ASHRAE, y por organizaciones de estandarización, como el ASTM International, la ANSI y el ISO. El concepto de "códigos y normas de ingeniería (C&S)" es presentado por primera vez en el capítulo 1 y es complementario del concepto "Prevención a través del diseño (*Prevention through Design*, PtD)" que fue presentado en la quinta edición de este libro con el fin de enfatizar la seguridad en los diseños. Los problemas de ejemplo y los problemas de final de capítulo en cada capítulo no solo ofrecen perspectivas acerca de aplicaciones interesantes del mundo real, sino que también presentan los conceptos de códigos y normas de ingeniería a los ingenieros del mañana de tal forma que puedan influir en el cambio hacia una cultura que ponga un mayor énfasis en los códigos y estándares. El conocimiento de la transferencia de calor y masa, junto con la adherencia a los códigos y normas relevantes, permite a los ingenieros analizar, diseñar y construir componentes y sistemas que funcionen dentro de sus condiciones de diseño.

CAMBIOS EN EL CONTENIDO Y REORGANIZACIÓN

Además de los cambios ya mencionados, se han realizado a lo largo del texto varias actualizaciones y modificaciones con el fin de proporcionar una mayor claridad y facilidad de lectura. En esta edición se han agregado 20 problemas de ejemplo y más de 600 nuevos y modificados problemas de final de capítulo. Los cambios más notables se resumen aquí para aquellas personas que están familiarizados con la edición anterior.

- En el capítulo 1 se han agregado cuatro secciones o subsecciones nuevas: *Aerogel: un destacado material superaislante* por la Dr. Ann M. Anderson del Union College, *Códigos y normas de ingeniería* por el Dr. Clement C. Tang de la University of North Dakota, *Solucionador de ecuaciones* y *Exactitud, precisión y cifras significativas*. Asimismo, el tema de interés especial acerca del *confort térmico* ha sido expandido.
- El capítulo 3 amplió la sección *Ecuación de transferencia de biocalor* (*Bioheat*).

* El proyecto Vision 2030 (V2030) de la ASME, se inició en 2008, con el análisis de las perspectivas de 1 400 gerentes en ingeniería de la industria, 1 100 ingenieros mecánicos recién graduados y líderes educativos en ingeniería mecánica de 80 universidades, quienes ofrecieron evaluación y recomendaciones sobre cómo se debía educar a los ingenieros mecánicos para hacer frente a las demandas actuales y futuras de esta profesión en constante transformación.

- En el capítulo 4, la representación gráfica de las soluciones de conducción transitorias unidimensionales (gráficas de Heisler) se han eliminado y el énfasis se ha puesto en la solución con expresiones analíticas más precisas, aproximadas o exactas. Con base en la realimentación que hemos recibido de los profesores, solamente algunos estudiantes utilizan representaciones gráficas de las soluciones de conducción transitoria unidimensional (gráficas de Heisler); la mayoría prefiere resolver las expresiones analíticas aproximadas o exactas. Además, se han actualizado todos los problemas de ejemplo que utilizan la solución gráfica.
- El capítulo 7 tiene una nueva subsección acerca de *Soluciones generales para placas y fluidos en movimiento simultáneo*. Además, se han agregado nuevas ecuaciones del número de Nusselt promedio para placas planas con longitud inicial no calentada para flujos laminar y turbulento. También hemos actualizado la tabla 7-1 agregándole varias correlaciones para geometrías no circulares.
- En el capítulo 8 se ha agregado una nueva subsección acerca de *Analogías entre el impulso y la transferencia de calor en la región de transición*. Asimismo, hemos actualizado o expandido las correlaciones de la transferencia de calor por convección forzada interna en los flujos laminar, transicional y turbulento.
- El capítulo 10 presenta una mayor cobertura del "Tema de interés especial" acerca de *Transferencia de calor en flujos bifásicos sin ebullición*.
- En el capítulo 11 se ha expandido la cobertura del "Tema de interés especial" acerca de *El sistema cardiovascular humano como un intercambiador de calor a contraflujo*.
- En el capítulo 13, la sección acerca de los factores de vista ha sido actualizada. También hemos actualizado y agregado algunas relaciones de los factores de vista.

HERRAMIENTAS DE APRENDIZAJE

ÉNFASIS EN LA FÍSICA

Una característica distintiva de este libro es su énfasis en los aspectos físicos de la materia de estudio, además de las representaciones y manipulaciones matemáticas. Los autores creen que el énfasis en la educación a nivel licenciatura debe continuar *desarrollando un sentido de los mecanismos físicos subyacentes y una maestría para resolver problemas prácticos* a los que muy probablemente un ingeniero se enfrente en el mundo real. Desarrollar una comprensión intuitiva debe también hacer del curso una experiencia más motivadora y que valga la pena para los estudiantes.

USO EFECTIVO DE LA ASOCIACIÓN

Una mente observadora no debe tener ninguna dificultad en comprender las ciencias de la ingeniería. Después de todo, los principios de las ciencias de la ingeniería están basados en *nuestras experiencias cotidianas y observaciones experimentales*; por tanto, en este libro se utiliza un método físico e intuitivo. Con frecuencia, se pueden *establecer paralelos* entre el tema de estudio y las experiencias cotidianas de los estudiantes de tal manera que ellos puedan relacionar el tema de estudio con lo que ya conocen. El proceso de cocinar, por ejemplo, sirve como un excelente vehículo para demostrar los principios fundamentales de la transferencia de calor.

AUTODIDACTA

El material contenido en este libro se presenta a un nivel que el estudiante promedio puede seguir sin ningún problema; habla *con* los estudiantes y no *por encima* de los estudiantes, de hecho, es *autodidacta*. El orden en el que se cubren los temas es de lo *sencillo* a lo *general*, es decir, comienza con el caso más sencillo y agrega complejidad de manera gradual. De esta forma, los principios básicos se aplican repetidamente a los diferentes sistemas y los estudiantes tienen un dominio en cuanto a

cómo aplicar los principios en lugar de únicamente simplificar una fórmula general. Observando que los principios de la ciencia se basan en observaciones experimentales, todas las deducciones en este libro se fundan en argumentos físicos y, por tanto, son fáciles de seguir y comprender.

USO EXTENSIVO DEL ARTE

Las figuras son herramientas importantes para el aprendizaje, que ayudan a los estudiantes a "obtener la imagen", por lo que este libro hace un uso efectivo de los gráficos. Contiene más figuras e ilustraciones que cualquier otro libro de esta categoría. Esta sexta edición de *Transferencia de calor y masa: fundamentos y aplicaciones*, tiene como característica un programa de arte mejorado que ofrece más realismo y comprensión pedagógica. Además, un gran número de figuras se han actualizado a forma tridimensional y, por tanto, son más vívidas. Las figuras atraen la atención y estimulan la curiosidad y el interés. La mayoría de las figuras contenidas en este texto tiene la finalidad de ser un medio para enfatizar algunos conceptos clave que de otra forma pasarían desapercibidos; algunas sirven como resúmenes.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE Y RESÚMENES

Cada capítulo comienza con un *Panorama general* del material que se va a incluir y con los *Objetivos de aprendizaje* específicos de cada capítulo. Se incluye un *Resumen* al final de cada capítulo, el cual proporciona un repaso rápido de los conceptos básicos y de las relaciones importantes, y señala la relevancia del material.

NUMEROSOS EJEMPLOS RESUELTOS CON UN PROCEDIMIENTO DE SOLUCIÓN SISTEMÁTICO

Cada capítulo contiene varios *ejemplos* resueltos que clarifican el material e ilustran el uso de los principios básicos en un contexto que ayuda al desarrollo de la intuición del estudiante. Se utiliza un método *intuitivo* y *sistemático* en la solución de todos los problemas de ejemplo. La metodología de solución comienza con una declaración del problema en la que se identifican todos los objetivos. Las suposiciones y las aproximaciones se establecen conjuntamente con sus justificaciones. Cualquier propiedad que sea necesaria para resolver el problema se lista de forma separada. Los valores numéricos se usan junto con sus unidades con el fin de enfatizar que los números sin unidades no tienen significado alguno y que la manipulación de unidades es tan importante como la manipulación de los valores numéricos con una calculadora. El significado del resultado de cada ejemplo se analiza después de su solución. Este enfoque metódico también se aplica y proporciona en las soluciones a los problemas del final de capítulo (que solo está disponible para los profesores que adopten la obra. Consulte con su representante de McGraw-Hill local).

UNA ENORME CANTIDAD DE PROBLEMAS REALISTAS AL FINAL DE CADA CAPÍTULO

Los problemas al final de cada capítulo están agrupados bajo diferentes títulos con el fin de facilitar la selección de problemas tanto del profesor como de los alumnos. Dentro de cada grupo de problemas están:

- ***Preguntas de concepto***, indicadas con la letra "C", para revisar el nivel de comprensión de los conceptos básicos por parte de los estudiantes.
- ***Problemas de prevención a través del diseño* (*Prevention through Design Problems*)**, identificados con el icono PtD. Estos problemas presentan los conceptos sobre "Prevención a través del diseño" a los ingenieros del mañana, con los cuales pueden influir en un cambio en la cultura que ponga más énfasis en los diseños seguros.

- ***Problemas sobre códigos y normas en ingeniería* (*Engineering Codes and Standards Problems*)**, identificados con el icono C&S. Estos problemas presentan los conceptos sobre "códigos y normas de ingeniería" a los estudiantes de ingeniería. El conocimiento de la transferencia de calor y masa junto con la adherencia a los códigos y estándares relevantes en la ingeniería, permiten a los ingenieros del mañana analizar, diseñar y construir componentes y sistemas que trabajen dentro de las condiciones de diseño.
- ***Problemas orientados a la computadora***, identificados con el icono . Estos problemas son exhaustivos por naturaleza y están diseñados para resolverse con la ayuda de una computadora utilizando el software apropiado.
- ***Problemas de repaso*** son problemas más exhaustivos por naturaleza y no están relacionados con ninguna sección específica de un capítulo —en algunos casos requieren el repaso de material estudiado en capítulos anteriores—. Estos problemas se encuentran agrupados dentro del encabezado "Problemas de repaso".
- ***Problemas relacionados con el Examen sobre Fundamentos de ingeniería (FI)*** están diseñados con el fin de ayudar a los estudiantes a prepararse para el examen sobre *fundamentos de ingeniería*, con el fin de que se preparen para obtener su licencia de ingenieros profesionales. Estos son *problemas de opción múltiple* y están especialmente diseñados para verificar la comprensión del lector de los fundamentos y ayudarlos a evitar trampas comunes. Estos problemas están agrupados dentro del encabezado "Problemas de examen sobre Fundamentos de ingeniería (FI)".
- ***Problemas de diseño y ensayo*** están diseñados para incentivar a los estudiantes a que emitan juicios sobre ingeniería, para liderar la búsqueda independiente de temas de su interés y comunicar sus descubrimientos de una manera profesional. Estos problemas están agrupados dentro del encabezado "Problemas de diseño y ensayo".
- ***Problemas identificados con una "E"*** son en unidades inglesas y los usuarios del sistema SI pueden ignorarlos.

Algunos problemas relacionados con la economía y la seguridad se han incorporado con el fin de mejorar la conciencia sobre el costo y la seguridad entre los estudiantes de ingeniería. Las respuestas a los problemas seleccionados están listadas inmediatamente después del problema para facilidad de los estudiantes.

USO DE NOTACIÓN COMÚN

El uso de diferentes notaciones para las mismas cantidades en los cursos de ingeniería ha sido por mucho tiempo una fuente de descontento y confusión. Por ejemplo, para un estudiante que esté tomando un curso sobre transferencia de calor y otro curso sobre mecánica de fluidos, tiene que utilizar el símbolo Q para transferencia de calor en un curso y el mismo símbolo para tasa de flujo volumétrico en el otro. En este libro hemos realizado todo el esfuerzo para minimizar este conflicto adoptando la notación que convencionalmente se usa en termodinámica $\dot{V}$ para tasa de flujo volumétrico, por tanto, se reserva el uso del símbolo Q para transferencia de calor. Este mismo tipo de esfuerzo se ha hecho en todos los demás textos de ingeniería del autor Yunus Çengel. Creemos que tanto estudiantes como profesores apreciarán dicho esfuerzo con el fin de promover un tipo de notación que sea común.

SELECCIÓN DE UNIDADES DEL SI SOLAMENTE O DE LOS SISTEMAS SI/SISTEMA INGLÉS

En reconocimiento al hecho de que las unidades inglesas aún se utilizan ampliamente en algunas industrias, tanto las unidades del sistema SI como las del Sistema Inglés se utilizan en este texto, con un énfasis en el Sistema Internacional. El material de este texto puede estudiarse utilizando la combinación de unidades del SI/Sistema Inglés o solamente unidades del Sistema Internacional, de acuerdo con lo que

prefiera el profesor. Las tablas y gráficas de propiedades de los apéndices se presentan en ambos sistemas de unidades, excepto las que involucran cantidades adimensionales. Los problemas, tablas y gráficas que están en unidades inglesas se designan mediante la letra "**I**" después del número con el fin de que se puedan identificar fácilmente y pueden ignorarse por los usuarios del Sistema Internacional (SI).

TEMAS DE INTERÉS ESPECIAL

La mayoría de los capítulos contienen una aplicación en el mundo real y una sección especial al final de cada capítulo llamada "Tema de interés especial" donde se comentan aplicaciones interesantes de la transferencia de calor. Entre los ejemplos se incluyen *Confort térmico* en el capítulo 1, *Transferencia de calor a través de paredes y techos* en el capítulo 3, *Transferencia de calor a microescala* en el capítulo 6, *Flujo transicional en tubos* en el capítulo 8, *Transferencia de calor a través de ventanas* en el capítulo 9, *Transferencia de calor en flujos bifásicos sin ebullición* en el capítulo 10, *El sistema cardiovascular humano como un intercambiador de calor a contraflujo* en el capítulo 11 y *Transferencia de calor del cuerpo humano* en el capítulo 13. Los temas seleccionados para estas secciones proporcionan extensiones intrigantes sobre la transferencia de calor, sin embargo, pueden ignorarse sin que esto signifique una pérdida de continuidad.

TÉRMINOS IMPORTANTES SOBRE TRANSFERENCIA DE CALOR

A lo largo de todos los capítulos, cuando se presenta y se define un término o concepto clave importante, este aparece en negritas.

FACTORES DE CONVERSIÓN

Los factores de conversión y las constantes físicas que se utilizan con mucha frecuencia se listan al final del libro para su fácil consulta.

NOMENCLATURA

También se listan los símbolos, subíndices y superíndices más importantes al final del capítulo para su fácil consulta.

SUPLEMENTOS

Los suplementos siguientes se encuentran disponibles a los usuarios de este libro.

PÁGINA EN INTERNET DEL LIBRO

Visite la página en internet del libro, en donde encontrará varios recursos didácticos para el profesor (que solo están disponibles para los profesores que adopten la obra. Para mayor información consulte con su representante de McGraw-Hill autorizado).

Para los estudiantes hay disponibles enlaces a internet muy útiles, además de material adicional.

TRES CAPÍTULOS EN LÍNEA SOBRE APLICACIONES

Los capítulos sobre aplicaciones *Enfriamiento de equipo electrónico* (capítulo 15), *Calefacción y enfriamiento de edificios* (capítulo 16) y *Refrigeración y congelamiento de alimentos* (capítulo 17) se encuentran disponibles vía el sitio en internet del libro.

Consulte la página de la obra:
www.mhhe.com/latam/cengel_tcm6e

connect

Es una plataforma de enseñanza-aprendizaje adaptativo que permite estudiar en el libro y asignar y realizar tareas (en idioma español) con el propósito de que el estudiante ponga a prueba su conocimiento y evalúe su aprendizaje. Se fundamenta en las ciencias del aprendizaje, reconocidas por mejorar los resultados de los estudiantes.

Esta edición incluye un código de acceso a Connect© con el libro impreso con una vigencia de 1 año y redimible solo una vez, el cual puede encontrar en la tercera de forros de esta obra.

Si desea solo la versión digital de Connect®, se vende por separado, para mayor información consulte a su representante de McGraw-Hill Education local.

RECONOCIMIENTOS

Queremos agradecer con un gran aprecio la contribución de las nuevas secciones, de los problemas y de los numerosos y muy valiosos comentarios, sugerencias y críticas constructivas por parte de las personas siguientes que han contribuido, evaluado y revisado esta obra:

John P. Abraham
University of St. Thomas

Ann M. Anderson
Union College

C. Thomas Avedisian
Cornell University

Antonette Cummings
University of Wisconsin-Platteville

Ranjan Ganguly
Jadavpur University, India

Kamel Hooman
University of Queensland, Australia

Mehmet Kanoglu
University of Gaziantep, Turkey

Sunwoo Kim
University of Alaska

Josua P. Meyer
University of Pretoria, South Africa

Ehsan Moallem
Oklahoma State University

David A. Rubenstein
Stony Brook University

Clement C. Tang
University of North Dakota

Roman Voronov
New Jersey Institute of Technology

Wei Yin
Stony Brook University

Sus contribuciones y sugerencias han ayudado en gran manera a la mejora de la calidad de este libro.

Deseamos expresar un especial agradecimiento al Dr. Clement C. Tang de la University of North Dakota por su valiosa ayuda en el desarrollo de novedosos problemas de ejemplo y problemas al final de capítulo en la nueva sección sobre códigos y normas de ingeniería de esta edición.

También queremos agradecer a todos los que fueron reconocidos desde la primera hasta la quinta edición de este libro, y que son muy numerosos como para mencionarlos aquí. Los autores están muy agradecidos con el Dr. Mehmet Kanoglu de la University of Gaziantep por sus invaluables contribuciones en la edición y actualización del manual de soluciones de esta edición del libro. Quisiéramos agradecer también a nuestros estudiantes y profesores de todo el mundo, quienes proporcionaron una realimentación enorme desde la perspectiva de los estudiantes y los usuarios de este libro.

Por último, quisiéramos expresar nuestro agradecimiento a nuestras esposas, Zehra Çengel y Homa Ghajar por su paciencia, comprensión y soporte interminables a lo largo de la preparación de esta sexta edición del libro.

AGRADECIMIENTO DE LA EDICIÓN EN ESPAÑOL

Esta obra ha tenido una gran acogida a lo largo de sus varias ediciones entre los profesores y académicos de la materia de habla hispana, quienes nos comparten sus inquietudes y señalan algún gazapo o imprecisión que involuntariamente se nos pueda haber ido en sus página. Y, aunque esta lista no es exhaustiva, queremos manifestar nuestro más sincero agradecimiento por su predilección y sus comentarios.

Acevedo Álvarez, Carlos Alberto. *ITM Institución Universitaria*
Aguirre Gómez, Fredy Alexander. *Universidad Libre, Colombia*
Ardila, Juan Gonzalo. *ITM Institución Universitaria*
Bedoya, Iván. Universidad de Antioquia
Benitez Santos, Susana. *Universidad La Salle, Campus Condesa*
Bula, Antonio. *Universidad del Norte, Barranquilla*
Burbano Jaramillo, Juan Carlos. *Universidad Tecnológica de Pereira*
Bustamante Chaverra, Carlos Ándres. *Universidad Pontificia Bolivariana*
Cabriales Gómez, Roberto Carlos. *FIME, Universidad Autónoma de Nuevo Léon*
Cerezo Acevedo, Estela. *Universidad del Caribe*
Cobos Zaleta, Diana. *FIME, Universidad Autónoma de Nuevo Léon*
Cobos, Rodolfo. *Universidad Panamericana*
Córdoba Morales, Jorge Hernán. *Universidad EIA*
Coronado, Marcelo. *Universidad Tecnológica de Panamá*
Estrada, Silvia. *Tecnológico de Monterrey, Campus Puebla*
Falla Arias, Alberto. *Universidad Francisco de Paula Santander*
Félix Beltrán, Olga. *Benemérita Universidad Autónoma de Puebla*
Ferreto Brenes, Sergio. *Universidad de Costa Rica*
Flores Escamilla, Gerardo A. *Facultad de Ingenierías Químicas, Universidad Autónoma de Nuevo Léon*
Florez Escobar, Whady Felipe. *Universidad Pontificia Bolivariana*
Fonseca, Néstor Julio. *Universidad Tecnológica de Pereira*
Fula Rojas, Alejandro. *Universidad Nacional de Colombia - Sede Medellín*
García Buitrago, María Vilma. *ITM Institución Universitaria*
Gil, Jorge Omar. *Universidad de Antioquia*
Giraldo Peralta, Nicolás. *Universidad Antonio Nariño*
Gómez, Elías. *Universidad de Antioquia*
González Silva, Germán. *Universidad Industrial de Santander*
Guerra Mazo, Miryam. *ITM Institución Universitaria*
Guerrero Rodríguez, Luis Alfonso. *Universidad Panamericana Campus Bonaterra*
Gutiérrez López, Orlando. *Universidad Francisco de Paula Santander*
Gutiérrez Luna, Christopher. *Universidad Autónoma del Estado de México*
León Cárdenas, Javier. *Universidad La Salle, Campus Condesa*
Loaiza Vera, Tatiana. *Universidad Tecnológica de Pereira*
López Vega, Miguel Ángel. *Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Culhuacán, Instituto Politécnico Nacional*
López Zapata, Carlos Eduardo. *Universidad de Antioquia*
Martínez Cienfuegos, Juan Galileo. *Universidad Autónoma del Estado de México*
Martínez Pérez, Adrián Felipe. *ITM Institución Universitaria*
Muñoz Díaz, Enrique. *Tecnológico de Monterrey, Campus Ciudad de México*
Nieto Londoño, César. *Universidad Pontificia Bolivariana*
Ortiz Fosado, Manuel. *Insituto Tecnológico de Toluca*
Palacio, Orlando. *Politécnicos Colombiano Jaime Isaza Cadavid*
Palafox, Jorge. *Escuela Superior de Ingeniería Química e Industrias de la Extracción, Instituto Politécnico Nacional*
Pardo Benito, José Mauricio. *Facultad de Ingeniería, Universidad Panamericana*
Parra Córdova, Alejadro. *Tecnológico de Monterrey, Campus Guadalajara*
Pérez, Juan Fernando. *Universidad de Antioquia*
Portillo Castillo, Ignacio. *Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Chihuahua*
Quijano Hurtado, Ricardo. *Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín*
Ramírez León, Hermes. *Universidad del Norte, Barranquilla*
Rangel, Hermes Augusto. *Universidad Nacional de Colombia*
Ríos Rojas, John Fredy. *Universidad Antonio Nariño*
Robledo Rella, Víctor Francisco. *Tecnológico de Monterrey, Campus Ciudad de México*
Romero García, Gonzalo de la Cruz. *Universidad Francisco de Paula Santander*
Romero Molina, Víctor Manuel. *Universidad el Caribe, Cancún*
Ruíz Domínguez, Dalia. *Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Culhuacán, Instituto Politécnico Nacional*
Salas Corrales, Roberto. *CETYS, Universidad*
Sánchez Posada, Mario Alejandro. *Universidad EIA*
Santos Cuba, Nivaldo. *CETYS, Universidad*
Tamez, Jesús. *Universidad del Estado de México*
Tibaquirá, Juan Esteban. *Universidad Tecnológica de Pereira*
Vázquez Cervantes, Jorge. *Facultad de Estudios Superiores - Aragón*
Velasco Hernández, César Saúl. *Facultad de Estudios Superiores - Zaragoza*
Velásquez Arredondo, Héctor Iván. *Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín*
Velásquez García, Laura. *Universidad de Antioquia*
Villegas Moncada, Sebastián. *Universidad de Medellín*
Zambrano Meza, Héctor. *Tecnológico de Monterrey, Campus Ciudad de México*
Zapata Benabithe, Zulamita. *Universidad Pontificia Bolivariana*
Yepes Martínez, Julián. *Universidad del Norte, Barranquilla*

Mc Graw Hill connect®

Connect® de McGraw-Hill es una plataforma de enseñanza-aprendizaje adaptativos que permite estudiar en el libro y asignar y realizar tareas (en idioma español) con el propósito de que el estudiante ponga a prueba su conocimiento y evalúe su aprendizaje. Se fundamenta en las ciencias del aprendizaje, reconocidas para mejorar los resultados de los estudiantes.

Se pueden utilizar los materiales proporcionados en la plataforma e incluso agregar contenido propio para diseñar un curso completo que ayude a los estudiantes a lograr mejores resultados.

TAREAS Y APRENDIZAJE ADAPTATIVO

- Las tareas asignadas en Connect® ayudan a los estudiantes a comprender lo que han aprendido por medio de la práctica, de manera que puedan entender mejor los conceptos y pensar críticamente.

EBOOK

El eBook integrado a Connect® facilita a los estudiantes el acceso al material de lectura, que pueden consultar en su computadora, teléfonos inteligentes y tabletas. Pueden estudiar sobre la marcha y no necesitan conexión a Internet para usar el libro electrónico como referencia, con funcionalidad completa.

¡Conéctate y logra resultados!

PROFESORES

Con Connect®, los profesores obtienen:

- Gestión simple de tareas, dedicando más tiempo a la enseñanza.
- Actividades que se pueden autocalificar.
- Función de filtrado y reporte que permite asignar contenidos que están correlacionados con resultados de aprendizaje, temas, nivel de dificultad y más; así como ejercitarse en actividades individuales, preguntas o categorías. Los informes pueden presentarse por estudiante o para toda la clase.
- Funcionalidades adicionales para que el instructor complemente su curso.

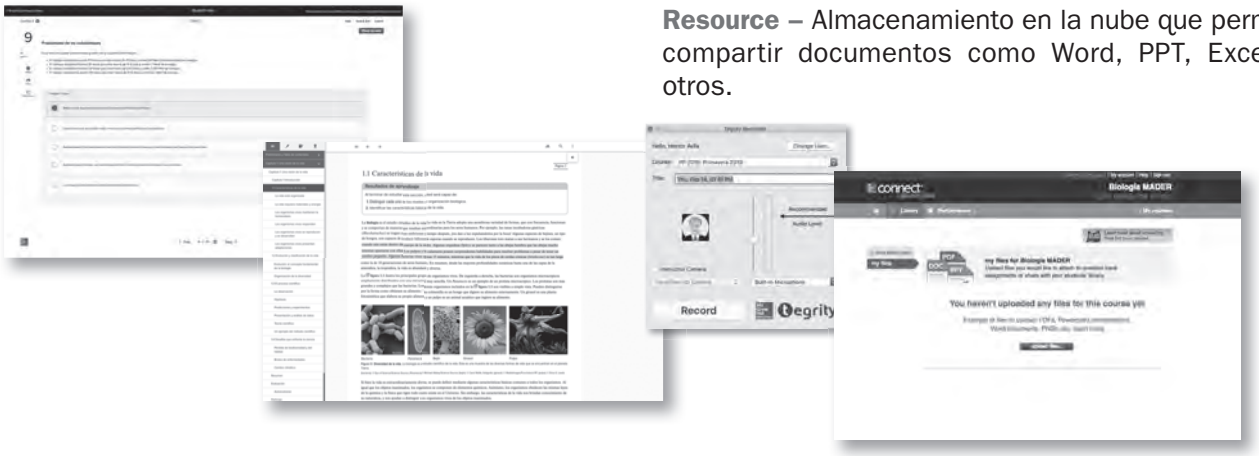
  Question bank – Banco de preguntas en idioma español para repaso y evaluación de conocimientos.

  Tegrity – Aplicación que sirve para grabar audio y video. Con APP para móviles (tablets y teléfonos inteligentes) que permite descargar las lecciones de manera offline.

  Blog – Recurso para promover conversaciones.

  Writing – Herramienta que permite redactar ensayos breves.

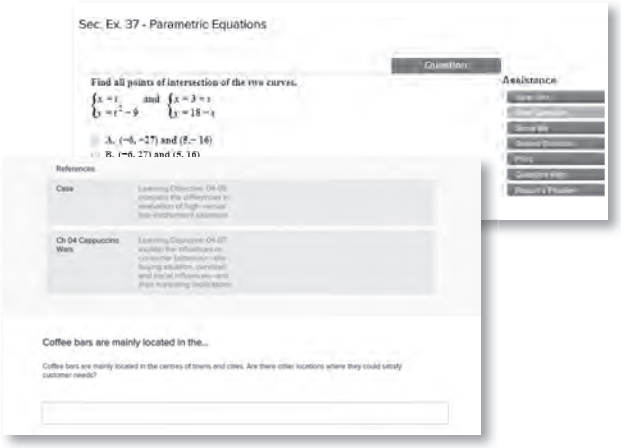
  Resource – Almacenamiento en la nube que permite compartir documentos como Word, PPT, Excel u otros.



ESTUDIANTES

Con McGraw-Hill Connect®, los estudiantes obtienen:

- Contenido asignado.
- Fácil acceso en línea a evaluaciones y pruebas.
- Realimentación inmediata y soporte técnico en inglés las 24 horas del día.
- Funcionalidad de autoestudio.
- Connect® permite la ejercitación del estudiante por cuenta propia.
- Question Bank. Banco de preguntas en idioma español que abarca todos los temas tratados en el libro y con los que el estudiante pone a prueba su aprendizaje y detecta los temas que requieren más estudio.



CAPÍTULO

1

INTRODUCCIÓN Y CONCEPTOS BÁSICOS

La ciencia de la termodinámica trata de la *cantidad* de calor que se transfiere cuando un sistema pasa por un proceso de un estado de equilibrio a otro y no hace referencia a *cuánto* durará el proceso. Pero en ingeniería a menudo estamos interesados en la *razón* de la transferencia de calor, lo que constituye el tema de la ciencia de la *transferencia de calor*.

Se inicia este capítulo con un repaso de los conceptos fundamentales de la termodinámica, los cuales forman el marco general para entender la transferencia de calor. En primer lugar, se presenta la relación entre el calor y otras formas de energía y se refuerza el balance de energía. A continuación se presentan los tres mecanismos básicos de la transferencia de calor: conducción, convección y radiación, y se analiza la conductividad térmica. La *conducción* es la transferencia de energía de las partículas más energéticas de una sustancia hacia las adyacentes, menos energéticas, como resultado de las interacciones entre ellas. La *convección* es el modo de transferencia de calor entre una superficie sólida y el líquido o gas adyacente que están en movimiento, e incluye los efectos combinados de la conducción y del movimiento del fluido. La *radiación* es la energía emitida por la materia en forma de ondas electromagnéticas (o fotones), como resultado de los cambios en las configuraciones electrónicas de los átomos o moléculas. Se cierra este capítulo con un análisis acerca de la transferencia simultánea de calor.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al terminar de estudiar este capítulo, usted deberá ser capaz de:

- Entender cómo se relacionan la termodinámica y la transferencia de calor.
- Distinguir la energía térmica de las otras formas de energía, así como la transferencia de calor de las otras formas de transferencia de energía.
- Realizar balances de energía general y de energía superficial.
- Comprender los mecanismos básicos de transferencia de calor, que son la conducción, convección y radiación, así como la ley de Fourier de la transferencia de calor por conducción, la ley de Newton del enfriamiento y la ley de Stefan-Boltzmann de la radiación.
- Identificar los mecanismos de transferencia de calor que ocurren de manera simultánea en la práctica.
- Tener en cuenta las consecuencias de la pérdida de calor.
- Resolver los diversos problemas de transferencia de calor que se pueden encontrar en la práctica.

1-1 ▪ TERMODINÁMICA Y TRANSFERENCIA DE CALOR

Con base en la experiencia, se sabe que una bebida enlatada fría que se deja en una habitación, se calienta, y una bebida enlatada caliente que se deja en un refrigerador se enfría. Esto ocurre por la transferencia de *energía* del medio caliente hacia el frío. La transferencia de energía siempre se produce del medio que tiene la temperatura más alta hacia el de temperatura más baja, y esa transferencia se detiene cuando ambos alcanzan el equilibrio térmico.

Como recordará, la energía existe en varias formas. En el presente texto se está interesado sobre todo en el **calor**, que es la *forma de energía que se puede transferir de un sistema a otro como resultado de la diferencia en la temperatura*. La ciencia que trata de la determinación de las razones de esa transferencia es la **transferencia de calor**.

Es posible que se pregunte por qué es necesario realizar un estudio detallado acerca de la transferencia de calor. Después de todo, se puede determinar la cantidad de transferencia de calor para cualquier sistema que pase por cualquier proceso con la sola aplicación del análisis termodinámico. La razón es que la termodinámica se interesa en la *cantidad* de transferencia de calor a medida que un sistema pasa por un proceso, de un estado de equilibrio a otro, y no indica *cuánto tiempo* requerirá el proceso. Un análisis termodinámico nos dice cuánto calor debe transferirse para que se realice un cambio de estado específico que satisfaga el principio de conservación de la energía.

FIGURA 1-1

Normalmente estamos interesados en cuánto tiempo tarda en enfriarse el café caliente que está en un termo hasta cierta temperatura, lo que no se puede determinar solo con un análisis termodinámico.

En la práctica existe más interés en la razón de la transferencia de calor (transferencia de calor por unidad de tiempo) que en la cantidad de este. Por ejemplo, es posible determinar la cantidad de calor transferida de una botella térmica conforme el café caliente que está en su interior se enfría de 90 a 80 °C con solo un análisis termodinámico. Pero a un usuario típico o al diseñador de una botella térmica le interesa principalmente *cuánto tiempo* pasará antes de que el café caliente de su interior se enfríe hasta 80 °C, y un análisis termodinámico no puede responder esta pregunta. La determinación de las razones de transferencia del calor hacia un sistema y desde este y, por tanto, los tiempos de enfriamiento o de calentamiento, así como de la variación de la temperatura, son el tema de la transferencia de calor (figura 1-1).

La termodinámica trata de los estados de equilibrio y de los cambios de un estado de equilibrio hacia otro. Por otro lado, la transferencia de calor se encarga de los sistemas en los que no hay equilibrio térmico, por lo que existe un fenómeno de *no equilibrio*. Por tanto, el estudio de la transferencia de calor no puede basarse solo en los principios de la termodinámica. Sin embargo, las leyes de la termodinámica ponen la estructura para la ciencia de la transferencia de calor. En la *primera ley* se requiere que la razón de la transferencia de energía hacia un sistema sea igual a la razón de incremento de la energía de ese sistema. En la *segunda ley* se requiere que el calor se transfiera en la dirección de la temperatura decreciente (figura 1-2). Esto es similar a un automóvil estacionado sobre un camino inclinado que debe moverse hacia abajo de la pendiente, en la dirección que decrezca la elevación, cuando se suelte el freno. También es análogo a la corriente eléctrica que fluye en la dirección de la menor tensión o al fluido que se mueve en la dirección en la que disminuye la presión total.

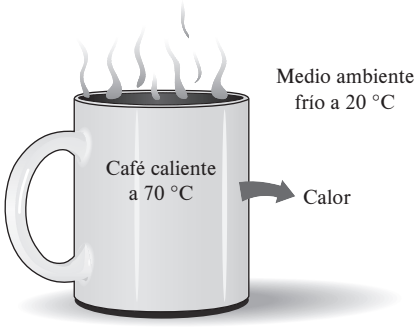


FIGURA 1-2

El calor fluye en la dirección de la temperatura decreciente.

El requisito básico para la transferencia de calor es que haya una *diferencia de temperatura*. No puede haber una transferencia neta de calor entre dos medios que están a la misma temperatura. La diferencia de temperatura es la *fuerza impulsora* para la transferencia de calor; del mismo modo, la *diferencia de tensión* es la fuerza impulsora para el flujo de corriente eléctrica, y la *diferencia de presión* es la fuerza impulsora para el flujo de fluidos. La razón de la transferencia de calor en cierta dirección depende de la magnitud del *gradiente de temperatura* (la diferencia de temperatura

por unidad de longitud o la razón de cambio de la temperatura) en esa dirección. Cuanto mayor sea el gradiente de temperatura, mayor será la razón de la transferencia de calor.

Áreas de aplicación de la transferencia de calor

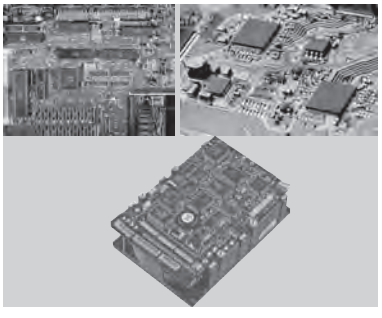
La transferencia de calor se encuentra comúnmente en los sistemas de ingeniería y otros aspectos de la vida, y no es necesario ir muy lejos para ver algunas de sus áreas de aplicación. De hecho, no es necesario ir a ninguna parte. El cuerpo humano emite calor en forma constante hacia sus alrededores y la comodidad humana está íntimamente ligada con la razón de este rechazo de calor. Tratamos de controlar esta razón de transferencia de calor al ajustar nuestra ropa a las condiciones ambientales.

Muchos aparatos domésticos comunes están diseñados, en su conjunto o en parte, mediante los principios de la transferencia de calor. Algunos ejemplos son las aplicaciones eléctricas o del uso del gas, el sistema de calefacción y acondicionamiento de aire, el refrigerador y el congelador, el calentador de agua, la plancha e incluso la computadora, el televisor y el reproductor de discos. Por supuesto, los hogares eficientes respecto al uso de la energía se diseñan de manera que puedan minimizar la pérdida de calor en invierno, y la ganancia de calor en verano. La transferencia de calor desempeña un papel importante en el diseño de muchos otros aparatos, como los radiadores de automóvil, los colectores solares, diversos componentes de las plantas generadoras de energía eléctrica (figura 1-3). El grosor óptimo de las paredes y las azoteas de las casas, para su aislamiento, en tuberías de agua caliente o en calentadores de agua, también se determina por el principio del análisis de transferencia de calor; tomando en cuenta consideraciones económicas.

El cuerpo humano
©Andrew Olney/age fotostock

Sistemas de acondicionamiento del aire
© McGraw-Hill Education/Jill Braaten, fotógrafo

Sistemas de calentamiento
© Comstock Images Getty Images



Equipo electrónico
©Eric Tormey/Alamy
©Raimundas Shutterstock
©Brand X Pictures/Jupiter Images

Planta generadora de energía
© Malcom Fife/age fotostock

Sistemas de refrigeración
© McGraw-Hill Education Jill Braaten, fotógrafo

FIGURA 1-3

Algunas áreas de aplicación de la transferencia de calor.

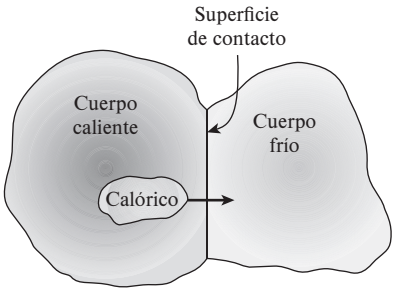


FIGURA 1-4

A principios del siglo XIX se concebía el calor como un fluido invisible llamado *calórico*, que fluía de los cuerpos más calientes a los más fríos.

FIGURA 1-5

James Prescott Joule (1818-1889) fue un físico británico nacido en Salford, Lancashire, Inglaterra. Es más conocido por su trabajo en la conversión de la energía mecánica y eléctrica en calor y la primera ley de la termodinámica. La unidad de energía "joule" (J) fue nombrada en su honor. La ley de Joule del calefactor eléctrico afirma que la razón de producción de calor en un alambre conductor es proporcional al producto de la resistencia del cable y el cuadrado de la intensidad de la corriente eléctrica. Mediante sus experimentos, Joule demostró la equivalencia mecánica del calor —la conversión de la energía mecánica en una cantidad equivalente de energía térmica— lo que estableció la base para el principio de la conservación de energía. Joule, junto con William Thomson (después nombrado Lord Kelvin), descubrió la caída de la temperatura de una sustancia durante su libre expansión, un fenómeno conocido como el efecto Joule-Thomson, que proporciona la base para la operación de los sistemas modernos de refrigeración y aire acondicionado por compresión de vapor.

© Universal History Archive/Universal Ima Group/REX/Shutterstock

Antecedentes históricos

El calor siempre se ha percibido como algo que produce una sensación de calidez y se podría pensar que su naturaleza es una de las primeras cosas comprendidas por la humanidad. Pero fue solo a mediados del siglo XIX cuando hubo una verdadera comprensión física de la naturaleza del calor, gracias al desarrollo, en esa época, de la **teoría cinética**, en la cual se considera a las moléculas como esferas diminutas que están en movimiento y, por tanto, poseen energía cinética. Entonces, el calor se define como la energía asociada con el movimiento aleatorio de los átomos y moléculas. Aun cuando en el siglo XVIII y principios del XIX se sugirió que el calor es la manifestación del movimiento a nivel molecular (llamada *fuerza viva*), la visión prevaleciente en ese sentido hasta mediados del siglo XIX se basaba en la **teoría del calórico**, propuesta por el químico francés Antoine Lavoisier (1743-1794), en 1789; dicha teoría afirma que el calor es una sustancia semejante a un fluido, llamada **calórico**, que no tiene masa, es incoloro, inodoro e insípido, y puede fluir de un cuerpo a otro (figura 1-4). Cuando se agregaba calórico a un cuerpo, su temperatura aumentaba, y cuando se quitaba, la temperatura de ese cuerpo disminuía. Cuando un cuerpo no podía contener más calórico, de manera similar a cuando en un vaso de agua no se puede disolver más sal o azúcar, se decía que el cuerpo estaba saturado con calórico. Esta interpretación dio lugar a los términos *líquido saturado* o *vapor saturado* que aún se usan actualmente.

La teoría del calórico fue atacada muy pronto después de su presentación. Esta teoría sostenía que el calor era una sustancia que no se podía crear ni destruir. Sin embargo, se sabía que se puede generar calor de manera indefinida frotándose las manos o frotando entre sí dos trozos de madera. En 1798, el estadounidense Benjamin Thompson (Conde Rumford) (1753-1814) demostró, en sus estudios, que el calor se puede generar en forma continua mediante la fricción. La validez de la teoría del calórico también fue desafiada por otros. Pero fueron los cuidadosos experimentos del inglés James P. Joule (figura 1-5), publicados en 1843, los que finalmente convencieron a los escépticos de que, después de todo, el calor no era una sustancia y descalificaron la teoría del calórico. Aunque esta teoría fue totalmente abandonada a mediados del siglo XIX, contribuyó en gran parte al desarrollo de la termodinámica y de la transferencia de calor.

1-2 ▪ TRANSFERENCIA DE CALOR EN LA INGENIERÍA

El equipamiento para transferencia de calor, como los cambiadores de calor, las calderas, los radiadores, los calentadores, los hornos, los refrigeradores y los colectores solares, se diseñan tomando en cuenta el análisis de la transferencia de calor. Los problemas de la transferencia de calor que se encuentran en la práctica se pueden considerar en dos grupos: 1) de *capacidad nominal* y 2) de *dimensionamiento*. Los problemas de capacidad nominal tratan de la determinación de la razón de transferencia de calor para un sistema existente a una diferencia de temperatura específica. Los problemas de dimensionamiento tratan de la determinación del tamaño de un sistema con el fin de transferir calor a una razón determinada para una diferencia de temperatura específica.

Un dispositivo o proceso de ingeniería puede estudiarse de forma *experimental* (pruebas y toma de mediciones) o *analítica* (análisis o realización de cálculos). El procedimiento experimental tiene la ventaja de que trata con el sistema físico real, y la cantidad deseada se determina por medición, dentro de los límites del error experimental. Sin embargo, este procedimiento resulta caro, tardado y, con frecuencia, impráctico. Además, es posible que el sistema analizado ni siquiera exista. Por ejemplo, los sistemas completos de calefacción y de plomería de un edificio suelen

dimensionarse a partir de las especificaciones dadas *antes* de que el edificio se construya. El procedimiento analítico (que incluye el procedimiento numérico) tiene la ventaja de que es rápido y barato, pero los resultados obtenidos están sujetos a la exactitud de los supuestos, las aproximaciones y las idealizaciones incluidas en el análisis. En los estudios de ingeniería es frecuente que se logre un ajuste intermedio al reducir los posibles diseños a unos cuantos, por medio del análisis, para después verificar los resultados experimentalmente.

Modelado en ingeniería

Las descripciones de la mayor parte de los problemas científicos involucran ecuaciones que relacionan entre sí los cambios de algunas variables clave. Por lo general, entre menor es el incremento elegido en las variables cambiantes, más general y exacta es la descripción. En el caso límite de cambios infinitesimales o diferenciales en las variables, se obtienen ecuaciones diferenciales que proporcionan formulaciones matemáticas precisas para las leyes y principios físicos, y representan las razones de cambio como derivadas. Por tanto, se usan las ecuaciones diferenciales para investigar una amplia variedad de problemas en las ciencias y la ingeniería (figura 1-6). Sin embargo, muchos problemas que se encuentran en la práctica se pueden resolver sin recurrir a las ecuaciones diferenciales y a las complicaciones asociadas con ellas.

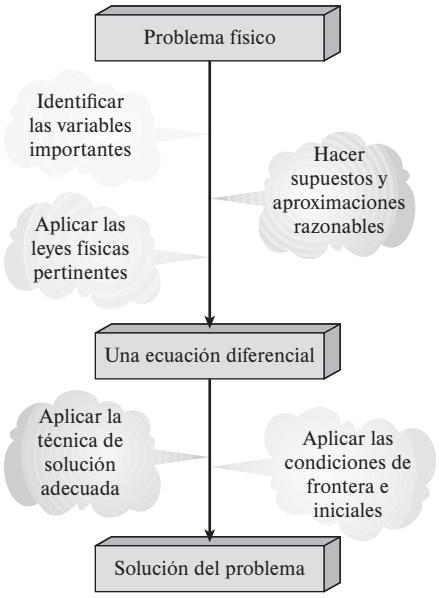


FIGURA 1-6

Modelado matemático de los problemas físicos.

El estudio de los fenómenos físicos implica dos pasos importantes. En el primero se identifican todas las variables que afectan los fenómenos, se hacen supuestos y aproximaciones razonables y se estudia la interdependencia de las variables. Se sustentan en las leyes y principios físicos pertinentes y el problema se formula en forma matemática. La propia ecuación es muy ilustrativa, porque muestra el grado de dependencia de algunas variables respecto a las otras, y la importancia relativa de diversos términos. En el segundo paso el problema se resuelve usando un procedimiento apropiado y se interpretan los resultados.

Muchos procesos que parecen ocurrir de manera aleatoria y sin orden, en realidad están gobernados por algunas leyes físicas visibles o no tan visibles. Ya sea que se noten o no, las leyes están allí, y rigen de manera coherente y predecible lo que parecen ser eventos ordinarios. La mayor parte de tales leyes están bien definidas y son bien comprendidas por los científicos. Esto hace posible predecir el curso de un suceso antes de que ocurra en realidad, o bien, estudiar matemáticamente diversos aspectos de un evento sin ejecutar experimentos caros y tardados. Aquí es donde reside el poder del análisis. Se pueden obtener resultados muy exactos para problemas prácticos con un esfuerzo relativamente pequeño, utilizando un modelo matemático adecuado y realista. La preparación de los modelos de ese tipo requiere un conocimiento adecuado de los fenómenos naturales que intervienen y de las leyes pertinentes, así como de un juicio sólido. Un modelo no realista conducirá irremediablemente a resultados inexactos y, por tanto, inaceptables.

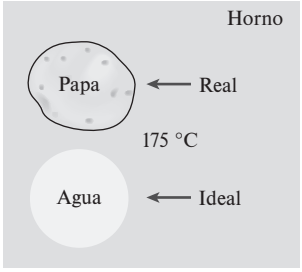


FIGURA 1-7

El modelado es una herramienta poderosa en la ingeniería, que proporciona un gran discernimiento y sencillez a costa de algo de exactitud.

Un analista que trabaje en un problema de ingeniería con frecuencia se encuentra en posición de elegir entre un modelo muy exacto, pero complejo, y uno sencillo, pero no tan exacto. La selección correcta depende de cada situación particular. Tal elección suele ser el modelo más sencillo que da lugar a resultados adecuados. Por ejemplo, el proceso de hornear papas o de asar un trozo redondo de carne en un horno se puede estudiar analíticamente de una manera sencilla al considerar la papa o el trozo de carne como una esfera sólida que tenga las propiedades del agua (figura 1-7). El modelo es bastante sencillo, pero los resultados obtenidos son suficientemente exactos para la mayoría de los propósitos prácticos. Otro ejemplo sencillo es cuando analizamos las pérdidas de calor de un edificio, con el fin de seleccionar el tamaño correcto de un calentador, se determinan las pérdidas de calor en las peores condiciones que se puedan esperar y se selecciona un horno que suministrará calor suficiente para compensar esas pérdidas. Con frecuencia se

tiende a elegir un horno más grande en anticipación a alguna futura ampliación o solo para considerar el factor de seguridad. En este caso, resulta adecuado un análisis muy sencillo.

Al seleccionar el equipo de transferencia de calor es importante considerar las condiciones reales de operación. Por ejemplo, al comprar un cambiador de calor que manejará agua dura, se debe considerar que, con el paso del tiempo, se formarán algunos depósitos de calcio sobre las superficies de transferencia, causando incrustación y, por consiguiente, una declinación gradual en el rendimiento. Se debe seleccionar uno tomando en cuenta la operación en estas condiciones adversas, en vez de las condiciones iniciales.

La preparación de modelos muy exactos pero complejos no suele ser tan difícil, pero no sirven de mucho a un analista si son muy difíciles y requieren demasiado tiempo para resolverse. Cuando menos, el modelo debe reflejar las características esenciales del problema físico que representa. Existen muchos problemas significativos del mundo real que se pueden analizar con un modelo sencillo, pero siempre se debe tener presente que los resultados obtenidos a partir de un análisis son tan exactos como los supuestos establecidos en la simplificación del problema, por lo que la solución obtenida no debe aplicarse a situaciones para las que no se cumplen los supuestos originales.

Una solución que no es bastante consistente con la naturaleza observada del problema indica que el modelo matemático que se ha usado es demasiado burdo. En ese caso, hay que preparar un modelo más realista mediante la eliminación de uno o más de los supuestos cuestionables. Esto resultará en un problema más complejo que es más difícil de resolver. Entonces, cualquier solución para un problema debe interpretarse dentro del contexto de su formulación.

1-3 ▪ CALOR Y OTRAS FORMAS DE ENERGÍA

La energía puede existir en numerosas formas, como térmica, mecánica, cinética, potencial, eléctrica, magnética, química y nuclear, y su suma constituye la **energía total** E (o e con base en una unidad de masa) de un sistema. Las formas de energía relacionadas con la estructura molecular de un sistema y con el grado de actividad molecular se conocen como la *energía microscópica*. La suma de todas las formas microscópicas de energía se llama **energía interna** de un sistema y se denota por U (o u con base en una unidad de masa).

La unidad internacional de energía es el *joule* (J) o el *kilojoule* (1 kJ = 1 000 J). En el sistema inglés, la unidad de energía es la *unidad térmica británica* (Btu), que se define como la energía necesaria para elevar en 1 °F la temperatura de 1 lbm de agua a 60 °F. Las magnitudes del kJ y de la Btu son casi idénticas (1 Btu = 1.055056 kJ). Otra unidad bien conocida de energía es la *caloría* (1 cal = 4.1868 J), que se define como la energía necesaria para elevar en 1 °C la temperatura de 1 gramo de agua a 14.5 °C.

Se puede considerar la energía interna como la suma de las energías cinética y potencial de las moléculas. La porción de la energía interna de un sistema asociada con la energía cinética de las moléculas se conoce como **energía sensible** o **calor sensible**. La velocidad promedio y el grado de actividad de las moléculas son proporcionales a la temperatura. Por tanto, a temperaturas más elevadas, las moléculas poseen una energía cinética más alta y, como resultado, el sistema tiene una energía interna más alta.

La energía interna también se asocia con las fuerzas intermoleculares entre las moléculas de un sistema. Estas son las fuerzas que unen las moléculas entre sí y, como sería de esperar, son más fuertes en los sólidos y más débiles en los gases. Si se agrega energía suficiente a las moléculas de un sólido o de un líquido, vencerán estas fuerzas moleculares y, simplemente, se separarán para convertir al sistema en

un gas. Este es un proceso de *cambio de fase* y, debido a esta energía agregada, un sistema en fase gaseosa se encuentra en un nivel más alto de energía interna que si estuviera en fase sólida o líquida. La energía interna asociada con la fase de un sistema se llama **energía latente** o **calor latente**.

Los cambios mencionados pueden ocurrir sin un cambio en la composición química de un sistema. La mayoría de los problemas de transferencia de calor se encuentran en esta categoría y no es necesario prestar atención a las fuerzas que ligan los átomos dentro de una molécula. La energía interna asociada con los enlaces atómicos en una molécula se llama **energía química** (o **de enlace**), mientras que la energía interna asociada con los enlaces en el interior del núcleo del propio átomo se llama **energía nuclear**. Las energías química o nuclear se absorben o liberan durante las reacciones químicas o nucleares, respectivamente.

En el análisis de los sistemas que involucran el flujo de fluidos, con frecuencia se encuentra la combinación de las propiedades u y Pv. En busca de sencillez y por conveniencia, a esta combinación se le define como **entalpía** h. Es decir, $h = u + Pv$, donde el término Pv representa la *energía de flujo* del fluido (también llamada *trabajo de flujo*), que es la energía necesaria para empujar un fluido y mantener el flujo. En el análisis de la energía de los fluidos que fluyen, es conveniente tratar la energía de flujo como parte de la energía del fluido y representar la energía microscópica de un flujo de un fluido por la energía h (figura 1-8).

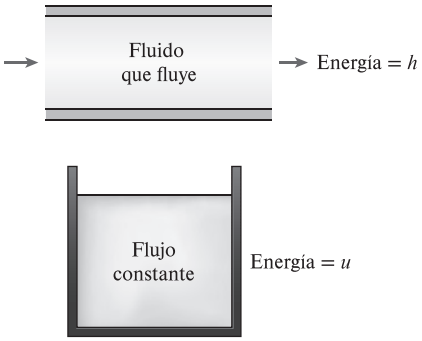


FIGURA 1-8

La *energía interna u* representa la energía microscópica de un fluido que no está fluyendo, mientras que la *entalpía h* representa la energía microscópica de un fluido que fluye.

Calores específicos de gases, líquidos y sólidos

Un **gas ideal** se define como un gas que obedece la relación

$$Pv = RT \quad \text{o} \quad P = \rho RT \tag{1-1}$$

donde P es la presión absoluta, v es el volumen específico, T es la temperatura termodinámica (o absoluta), ρ es la densidad y R es la constante de gas. Se ha observado experimentalmente que la relación dada del gas ideal proporciona una aproximación muy cercana al comportamiento P-v-T de los gases reales, a bajas densidades. A presiones bajas y temperaturas elevadas, la densidad de un gas disminuye y este se comporta como un gas ideal. En el rango de interés práctico, muchos gases comunes, como el aire, el nitrógeno, el oxígeno, el hidrógeno, el helio, el argón, el neón y el dióxido de carbono, e incluso gases más pesados como el criptón, pueden tratarse como gases ideales, con error despreciable (con frecuencia, menor de 1%). Sin embargo, los gases densos, como el vapor de agua en las plantas termoeléctricas y el vapor del refrigerante en los refrigeradores, no siempre deben tratarse como gases ideales, ya que suelen existir en un estado cercano a la saturación.

El **calor específico** se define como la *energía requerida para elevar en 1° la temperatura de una unidad de masa de una sustancia* (figura 1-9). En general, esta energía depende de la manera en que se ejecuta el proceso. Suele haber interés en dos tipos de calores específicos: el calor específico a volumen constante, c_v, y el calor específico a presión constante, c_p. El **calor espífico a volumen constante**, c_v, se puede ver como la energía requerida para elevar en 1° la temperatura de una unidad de masa de una sustancia mientras el volumen se mantiene constante. La energía requerida para hacer lo mismo cuando la presión se mantiene constante es el **calor específico a presión constante**, c_p. El calor específico a presión constante, c_p, es mayor que c_v porque, a presión constante, se permite que el sistema se expanda y la energía para este trabajo de expansión también debe suministrarse al sistema. Para los gases ideales, estos calores específicos están recionados entre sí por $c_p = c_v + R$.

Una unidad común para los calores específicos es el kJ/kg·°C o kJ/kg·K. Estas dos unidades son *idénticas*, puesto que $\Delta T(°C) = \Delta T(K)$, y un cambio de 1 °C en la temperatura es equivalene a un cambio de1 K. Además,

$$1 \text{ kJ/kg}\cdot°\text{C} \equiv 1 \text{ J/g}\cdot°\text{C} \equiv 1 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K} \equiv 1 \text{ J/g}\cdot\text{K}$$

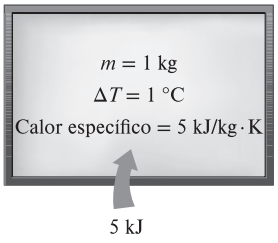


FIGURA 1-9

El calor específico es la energía requerida para elevar la temperatura de una unidad de masa de una sustancia en 1°, de una manera específica.

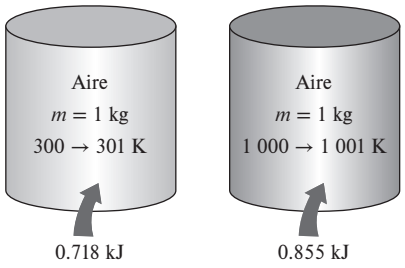


FIGURA 1-10

El calor específico de una sustancia cambia con la temperatura.

En general, los calores específicos de una sustancia dependen de dos propiedades independientes, como la temperatura y la presión. Sin embargo, para un *gas ideal* dependen solamente de la *temperatura* (figura 1-10). A bajas presiones todos los gases reales se aproximan al comportamiento del gas ideal y, por tanto, sus calores específicos dependen solo de la temperatura.

Los cambios diferenciales en la energía interna u y la entalpía h de un gas ideal se pueden expresar en términos de los calores específicos como:

$$du = c_v dT \quad \text{y} \quad dh = c_p dT \tag{1-2}$$

Los cambios finitos en la energía interna y la entalpía de un gas ideal durante un proceso se pueden expresar aproximadamente usando valores de los calores específicos a la temperatura promedio, como

$$\Delta u = c_{v,\,\text{prom}}\,\Delta T \quad \text{y} \quad \Delta h = c_{p,\,\text{prom}}\,\Delta T \quad \text{(J/g)} \tag{1-3}$$

o bien,

$$\Delta U = mc_{v,\,\text{prom}}\,\Delta T \quad \text{y} \quad \Delta H = mc_{p,\,\text{prom}}\,\Delta T \quad \text{(J)} \tag{1-4}$$

donde m es la masa del sistema.

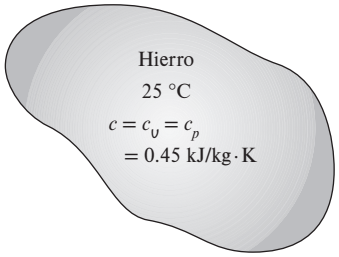


FIGURA 1-11

Los valores de c_v y c_p de las sustancias incompresibles son idénticos y se indican por c.

Una sustancia cuyo volumen específico (o densidad) no cambia con la temperatura o la presión se conoce como **sustancia incompresible**. Los volúmenes específicos de los sólidos y los líquidos permanecen constantes durante un proceso, y se pueden aproximar como sustancias incompresibles sin sacrificar mucha exactitud.

Los calores específicos a volumen constante y a presión constante son idénticos para las sustancias incompresibles (figura 1-11). Para los sólidos y los líquidos se pueden descartar los subíndices en c_v y c_p y ambos calores específicos se pueden representar por un solo símbolo, c. Es decir, $c_p \cong c_v \cong c$. Este resultado también se pudo deducir a partir de las definiciones físicas de calores específicos a volumen constante y a presión constante. En el Apéndice se dan los calores específicos de varios gases, líquidos y sólidos comunes.

Los calores específicos de las sustancias incompresibles dependen de la temperatura, y el cambio en la energía interna de sólidos y líquidos se puede expresar como:

$$\Delta U = mc_{\text{prom}}\,\Delta T \quad \text{(J)} \tag{1-5}$$

donde c_{prom} es el calor específico promedio evaluado a la temperatura promedio. Obsérvese que el cambio en la energía interna de los sistemas que permanecen en una sola fase (líquido, sólido o gas) durante el proceso se puede determinar con facilidad usando los calores específicos promedio.

Transferencia de energía

La energía se puede transferir hacia, o desde, una masa dada, mediante dos mecanismos: *transferencia de calor* Q y *de trabajo* W. Una interacción de energía es transferencia de calor si su fuerza impulsora es una diferencia de temperatura. De lo contrario, es trabajo. Tanto un pistón que se eleva, como una flecha rotatoria y un alambre eléctrico que crucen las fronteras del sistema, están asociados con interacciones de trabajo. El trabajo realizado *por unidad de tiempo* se llama **potencia** y se indica por $\dot{W}$. La unidad de potencia es el W o el hp (1 hp = 746 W). Los motores de automóvil y las turbinas hidráulicas, de vapor y de gas, producen trabajo; los compresores, bombas y mezcladoras consumen trabajo. La energía de un sistema disminuye conforme realiza trabajo y aumenta si se realiza trabajo sobre él.

En la vida cotidiana, con frecuencia se hace referencia a las formas latente y sensible de la energía interna como **calor**, y se habla del contenido de calor de los

cuerpos (figura 1-12). Sin embargo, en la termodinámica esas formas de energía suelen denominarse **energía térmica**, a fin de evitar cualquier confusión con la *transferencia de calor*.

El término *calor* y las frases asociadas, como *flujo de calor*, *adición de calor*, *rechazo de calor*, *absorción de calor*, *ganancia de calor*, *pérdida de calor*, *generación de calor*, *calentamiento eléctrico*, *calor latente*, *calor del cuerpo* y *fuente de calor*, son comunes en la actualidad, y el intento de reemplazar *calor* en estas frases por *energía térmica* solo tuvo un éxito limitado. Estas frases están arraigadas en nuestro vocabulario, y las usan tanto las personas comunes como los científicos sin que haya confusiones. Por ejemplo, se sabe que la frase *calor del cuerpo* quiere dar a entender el *contenido de energía térmica* de un cuerpo. Del mismo modo, se entiende que por *flujo de calor* se quiere decir la *transferencia de energía térmica*, no el flujo de una sustancia semejante a un fluido llamada *calor*, aun cuando esta última interpretación incorrecta, basada en la teoría del calórico, es el origen de esta frase. Asimismo, la transferencia de calor hacia un sistema se llama comúnmente *adición de calor,* y la transferencia de calor hacia afuera de un sistema, *rechazo de calor*.

En este texto se llamará a la energía térmica *calor* y a la transferencia de energía térmica *transferencia de calor*. La cantidad de calor transferido durante el proceso se denota por Q. La cantidad de calor transferido por unidad de tiempo se llama **razón de transferencia de calor** y se indica como $\dot{Q}$. El punto encima del símbolo representa la derivada respecto al tiempo, o "por unidad de tiempo". La razón de transferencia de calor, $\dot{Q}$, tiene la unidad J/s, que es equivalente a W.

Cuando se dispone de la *razón* de transferencia de calor, $\dot{Q}$, entonces se puede determinar la cantidad total de transferencia de calor Q durante un intervalo de tiempo Δt a partir de

$$Q = \int_0^{\Delta t} \dot{Q}\, dt \quad \text{(J)} \tag{1-6}$$

siempre que se conozca la variación de $\dot{Q}$ con el tiempo. Para el caso especial de $\dot{Q} =$ constante, la ecuación 1-6 se reduce a

$$Q = \dot{Q}\,\Delta t \quad \text{(J)} \tag{1-7}$$

La razón de transferencia de calor por unidad de área perpendicular a la dirección de esa transferencia se llama **flujo de calor**, y el flujo de calor promedio se expresa como (figura 1-13):

$$\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{A} \quad (\text{W/m}^2) \tag{1-8}$$

donde A es el área de transferencia de calor. La unidad de flujo de calor en unidades inglesas es Btu/h · pie^2. El flujo de calor puede variar con el tiempo, así como con la posición sobre una superficie.

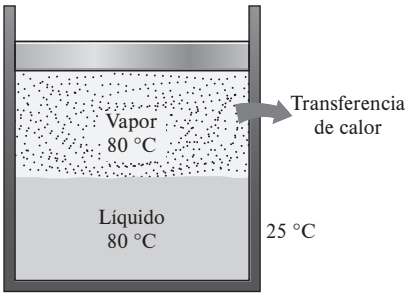


FIGURA 1-12

Las formas sensible y latente de energía interna se pueden transferir como resultado de una diferencia de temperatura, y se hace referencia a ellas como *calor* o *energía térmica*.

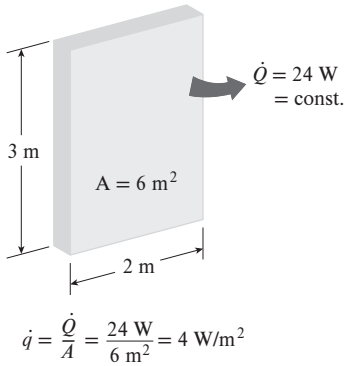


FIGURA 1-13

El flujo de calor es la transferencia de calor *por unidad de tiempo* y *por unidad de área*, y es igual a $\dot{q} = \dot{Q}/A$ cuando $\dot{Q}$ es uniforme sobre el área A.

EJEMPLO 1-1 **Calentamiento de una esfera de cobre**

Una esfera de cobre de 10 cm de diámetro se debe calentar de 100 °C a una temperatura promedio de 150 °C, en 30 minutos (figura 1-14). Si se toman la densidad y el calor específico promedios del cobre en este rango de temperatura como $\rho = 8\,950$ kg/m^3 y $c_p = 0.395$ kJ/kg · °C, respectivamente, determine *a*) la cantidad total de transferencia de calor a la esfera de cobre, *b*) la razón promedio de transferencia de calor a la bola y *c*) el flujo de calor promedio.

SOLUCIÓN La esfera de cobre se va a calentar de 100 a 150 °C. Se debe determinar la transferencia total de calor, la razón promedio de transferencia del calor y el flujo de calor promedio.

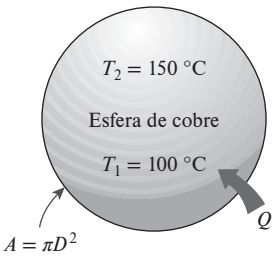


FIGURA 1-14

Esquema para el ejemplo 1-1.

Supuestos Se pueden usar las propiedades constantes para el cobre a la temperatura promedio.
Propiedades La densidad y el calor específico promedios del cobre se dan como ρ = 8 950 kg/m^3 y c_p = 0.395 kJ/kg·°C.
Análisis *a*) La cantidad de calor transferida a la esfera de cobre es simplemente el cambio en su energía interna y se determina a partir de:

Transferencia de energía al sistema = Aumento de energía del sitema

$$Q = \Delta U = mc_{\text{prom}}(T_2 - T_1)$$

donde

$$m = \rho V = \frac{\pi}{6}\rho D^3 = \frac{\pi}{6}(8\ 950\ \text{kg/m}^3)(0.1\ \text{m})^3 = 4.686\ \text{kg}$$

Sustituyendo,

$$Q = (4.686\ \text{kg})(0.395\ \text{kJ/kg}\cdot^\circ\text{C})(150 - 100)\ ^\circ\text{C} = \mathbf{92.6\ kJ}$$

Es necesario transferir 92.6 kJ de calor a la esfera de cobre para calentarla de 100 a 150 °C.

b) La razón de transferencia del calor durante un proceso cambia normalmente con el tiempo. Sin embargo, se puede determinar la razón *promedio* de transferencia del calor al dividir la cantidad total de esta transferencia entre el intervalo de tiempo. Por tanto,

$$\dot{Q}_{\text{prom}} = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{92.6\ \text{kJ}}{1800\ \text{s}} = 0.0514\ \text{kJ/s} = \mathbf{51.4\ W}$$

c) El flujo de calor se define como la transferencia de calor por unidad de tiempo por unidad de área, es decir, la razón de transferencia del calor por unidad de área. Por consiguiente, en este caso, el flujo promedio de calor es:

$$\dot{q}_{\text{prom}} = \frac{\dot{Q}_{\text{prom}}}{A} = \frac{\dot{Q}_{\text{prom}}}{\pi D^2} = \frac{51.4\ \text{W}}{\pi(0.1\ \text{m})^2} = \mathbf{1\ 636\ W/m^2}$$

Discusión El flujo de calor puede variar de acuerdo con la ubicación sobre una superficie. El valor calculado aquí es el flujo de calor *promedio* sobre toda la superficie de la esfera.

1-4 ▪ PRIMERA LEY DE LA TERMODINÁMICA

La **primera ley de la termodinámica**, también conocida como **principio de conservación de la energía**, establece que *durante un proceso, la energía no se puede crear ni destruir; solo puede cambiar de forma*. Toda pequeña cantidad de energía debe tomarse en cuenta en el curso de un proceso. El principio de conservación de la energía (o balance de energía) para *cualquier sistema* que experimenta *cualquier proceso* se puede expresar como sigue: *El cambio neto (aumento o disminución) en la energía total de un sistema durante un proceso es igual a la diferencia entre la energía total que entra y la energía total que sale en el curso de ese proceso*. Es decir,

$$\begin{pmatrix}\text{Energía}\\ \text{total que entra}\\ \text{en el sistema}\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\text{Energía}\\ \text{total que sale}\\ \text{del sistema}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Cambio en}\\ \text{la energía total}\\ \text{del sistema}\end{pmatrix} \qquad \textbf{(1-9)}$$

Si se observa que la energía puede transferirse hacia un sistema, o hacia afuera de este, por medio de *calor*, *trabajo* y *flujo de masa*, y que la energía total de un sis-

tema simple compresible consta de las energías interna, cinética y potencial, el **balance de energía** para cualquier sistema que experimenta cualquier proceso se puede expresar como:

$$\underbrace{E_{\text{ent}} - E_{\text{sal}}}_{\substack{\text{Transferencia neta de energía}\\ \text{por calor, trabajo y masa}}} = \underbrace{\Delta E_{\text{sistema}}}_{\substack{\text{Cambio en las energías interna,}\\ \text{cinética, potencial, etc.}}} \quad \text{(J)} \tag{1-10}$$

o bien, en la **forma de razones**, como

$$\underbrace{\dot{E}_{\text{ent}} - \dot{E}_{\text{sal}}}_{\substack{\text{Razón de la transferencia neta}\\ \text{de energía por calor, trabajo y masa}}} = \underbrace{dE_{\text{sistema}}/dt}_{\substack{\text{Razón de cambio en las energías}\\ \text{interna, cinética, potencial, etc.}}} \quad (W) \tag{1-11}$$

La energía es una propiedad y el valor de una propiedad no cambia a menos que cambie el estado del sistema. El cambio en la energía de un sistema es cero ($\Delta E_{\text{sistema}} = 0$) si el estado de ese sistema no se altera durante el proceso; es decir, si el proceso es constante. En este caso, el balance de energía se reduce a (figura 1-15):

Forma de razón estacionaria

$$\underbrace{\dot{E}_{\text{ent}}}_{\substack{\text{Razón de la transferencia}\\ \text{neta de energía entrante}\\ \text{por calor, trabajo y masa}}} = \underbrace{\dot{E}_{\text{sal}}}_{\substack{\text{Razón de la transferencia}\\ \text{neta de energía saliente}\\ \text{por calor, trabajo y masa}}} \tag{1-12}$$

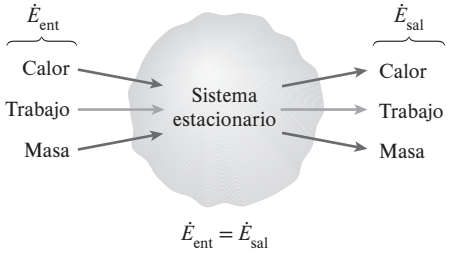


FIGURA 1-15

En operación estacionaria, la razón de transferencia de energía hacia un sistema es igual a la razón de transferencia de energía hacia fuera de ese sistema.

En ausencia de efectos significativos eléctricos, magnéticos, de movimiento, gravitatorios y de tensión superficial (es decir, para sistemas simples compresibles estacionarios), el cambio en la *energía total* de un sistema durante un proceso es simplemente el cambio en su *energía interna*; es decir, $\Delta E_{\text{sistema}} = \Delta U_{\text{sistema}}$.

En la transferencia de calor son importantes las formas de energía que se pueden transferir como resultado de una diferencia de temperatura; es decir, el calor o energía térmica. En esos casos resulta conveniente escribir un **balance de calor** y tratar la conversión de las energías nuclear, química, mecánica y eléctrica hacia energía térmica como *generación de calor*. En ese caso, el *balance de energía* se puede expresar como:

$$\underbrace{Q_{\text{ent}} - Q_{\text{sal}}}_{\substack{\text{Transferencia}\\ \text{neta de calor}}} + \underbrace{E_{\text{gen}}}_{\substack{\text{Generación}\\ \text{de calor}}} = \underbrace{\Delta E_{\text{térmica, sistema}}}_{\substack{\text{Cambio en la energía}\\ \text{térmica del sistema}}} \quad \text{(J)} \tag{1-13}$$

Balance de energía para sistemas cerrados *(masa fija)*

Un sistema cerrado consta de una *masa fija*. La energía total E para la mayoría de los sistemas que se encuentran en la práctica consiste en la energía interna U. En especial, este es el caso para los sistemas estacionarios, ya que no involucran cambios en la velocidad o elevación durante el proceso. En ese caso, la relación del balance de energía se reduce a:

Sistema cerrado estacionario

$$E_{\text{ent}} - E_{\text{sal}} = \Delta U = mc_v\Delta T \quad \text{(J)} \tag{1-14}$$

donde se expresa el cambio en la energía interna en términos de la masa m, el calor específico a volumen constante c_v, y el cambio en la temperatura, ΔT, del sistema. Cuando el sistema solo implica transferencia de calor y no hay ninguna interacción de trabajo que cruce su frontera, la relación del balance de energía se reduce aún más hasta (figura 1-16):

Sistema cerrado estacionario, sin trabajo

$$Q = mc_v\Delta T \quad \text{(J)} \tag{1-15}$$

donde Q es la cantidad neta de la transferencia de calor que entra o sale del sistema. La anterior es la forma de la relación del balance de energía que se usará con más frecuencia al tratar con una masa fija.

FIGURA 1-16

Sin cualquiera de las interacciones de trabajo, el cambio en el contenido de energía interna de un sistema cerrado es igual a la transferencia neta de calor.

Balance de energía para sistemas de flujo estacionario

Un gran número de dispositivos de ingeniería, como los calentadores de agua y los radiadores de automóvil, involucran flujo de masa, hacia adentro y hacia afuera de un sistema, y se consideran como *volúmenes de control*. La mayoría de los volúmenes de control se analizan en condiciones estacionarias de operación. El término *estacionario* significa *sin cambio al paso del tiempo* en una ubicación específica. Lo opuesto a estacionario es *no estacionario* o *transitorio*. Asimismo, el término *uniforme* implica *sin cambio con la posición* en toda una superficie o región en un tiempo específico. Estos significados son coherentes con su uso cotidiano (módulo estacionario, distribución uniforme, etc.). El contenido total de energía de un volumen de control durante un proceso de flujo estacionario permanece constante (E_{VC} = constante). Es decir, el cambio en la energía total del volumen de control durante un proceso de este tipo es cero ($\Delta E_{VC} = 0$). Por tanto, la cantidad de energía que entra en un volumen de control en todas las formas (calor, trabajo, transferencia de masa) para un proceso de flujo estacionario debe ser igual a la cantidad de energía que sale de él.

La cantidad de masa que fluye a través de una sección transversal de un dispositivo de flujo, por unidad de tiempo, se llama **razón de flujo de masa** y se denota por $\dot{m}$. Un fluido puede fluir hacia dentro o hacia fuera de un volumen de control a través de tubos o ductos. La razón de flujo de masa de un fluido que fluye en un tubo o ducto es proporcional al área de la sección transversal A_c del tubo o ducto, la densidad ρ y la velocidad V del fluido. La razón de flujo de masa a través de un área diferencial dA_c se puede expresar como $\Delta\dot{m} = \rho V_n dA_c$, donde V_n es la componente de la velocidad perpendicular a dA_c. La razón de flujo de masa a través de toda el área de la sección transversal se obtiene por integración sobre A_c.

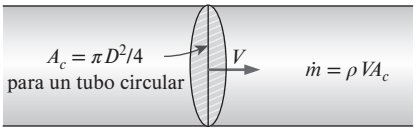


FIGURA 1-17

El caudal másico de un fluido en una sección transversal es igual al producto de la densidad del fluido, la velocidad promedio del fluido y el área de la sección transversal.

Con frecuencia, el flujo de un fluido a través de un tubo o ducto se puede aproximar como *unidimensional*. Es decir, se puede suponer que las propiedades varían solo en una dirección (la del flujo). Como resultado, se supone que todas las propiedades son uniformes en la sección transversal perpendicular a la dirección del flujo y también se supone que las propiedades tienen *valores promedio en masa* sobre toda la sección transversal. Con la aproximación de flujo unidimensional, la razón de flujo de masa de un fluido que fluye en un tubo o ducto se puede expresar como (figura 1-17):

$$\dot{m} = \rho V A_c \qquad \text{(kg/s)} \tag{1-16}$$

donde ρ es la densidad del fluido, V la velocidad promedio del fluido en la dirección del flujo, y A_c es el área de la sección transversal del tubo o ducto.

El volumen de un fluido que fluye a través de un tubo o ducto por unidad de tiempo se llama **razón de flujo volumétrico** $\dot{V}$ y se expresa como:

$$\dot{V} = VA_c = \frac{\dot{m}}{\rho} \quad (\text{m}^3/\text{s}) \tag{1-17}$$

Observe que la razón de flujo de masa de un fluido por un tubo o ducto permanece estable; sin embargo, este no es el caso para la razón de flujo volumétrico, a menos que la densidad del fluido permanezca constante.

Para un sistema de flujo estacionario con una entrada y salida, la razón de flujo de masa hacia adentro del volumen de control debe ser igual a la razón del flujo de masa hacia afuera de él; es decir, $\dot{m}_{ent} = \dot{m}_{sal} = \dot{m}$. Cuando los cambios en las energías cinética y potencial son despreciables, que es el caso más común, y no se tiene interacción de trabajo, el balance de energía para tal sistema de flujo estacionario se reduce a (figura 1-18):

$$\dot{Q} = \dot{m}\Delta h = \dot{m}c_p\Delta T \quad \text{(kJ/s)} \tag{1-18}$$

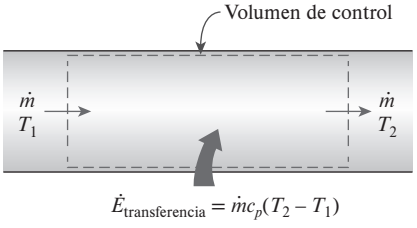


FIGURA 1-18

En condiciones estacionarias, la razón neta de transferencia de energía hacia un fluido en un volumen de control es igual a la razón de incremento en la energía de la corriente de fluido que fluye a través del volumen de control.

donde $\dot{Q}$ es la razón de la transferencia neta de calor hacia adentro o afuera del volumen de control. Esta es la forma de relación de balance de energía que se usará con mayor frecuencia para los sistemas de flujo estacionario.

Balance de energía en la superficie

Como se mencionó al inicio del capítulo, el calor se transfiere mediante los mecanismos de conducción, convección y radiación y, con frecuencia, el calor cambia a medida que se transfiere de un medio a otro. Por ejemplo, el calor conducido hasta la superficie exterior de la pared de una casa en invierno es transferido por convección, por el aire frío del exterior, conforme es irradiado hacia los alrededores fríos. En esos casos puede ser necesario seguir el rastro de las interacciones energéticas en la superficie y esto se hace aplicando el principio de conservación de la energía a la superficie.

Una superficie no contiene volumen ni masa, tampoco energía. De este modo, una superficie se puede concebir como un sistema ficticio cuyo contenido de energía permanece constante durante un proceso (justo como un sistema de estado estacionario o de flujo estacionario). El balance de energía para una superficie se puede expresar como:

Balance de energía en la superficie $$\dot{E}_{\text{ent}} = \dot{E}_{\text{sal}} \quad \textbf{(1-19)}$$

Esta relación es válida tanto para condiciones estacionarias como transitorias, y el balance de energía en la superficie no involucra generación de calor dado que una superficie no tiene volumen. Por ejemplo, en la figura 1-19 el balance de energía para la superficie exterior se puede expresar como:

$$\dot{Q}_1 = \dot{Q}_2 + \dot{Q}_3 \quad \textbf{(1-20)}$$

donde $\dot{Q}_1$ es la conducción a través de la pared hasta la superficie, $\dot{Q}_2$ es la convección de calor de la superficie al aire del exterior y $\dot{Q}_3$ es la radiación neta de la superficie hacia los alrededores.

Cuando no se conocen las direcciones de las interacciones, se puede suponer que todas se dirigen hacia la superficie, y el balance de energía en la superficie se puede expresar como $\Sigma \dot{E}_{\text{ent}} = 0$. Note que las interacciones en la dirección opuesta terminarán con valores negativos, lo que balanceará esta ecuación.

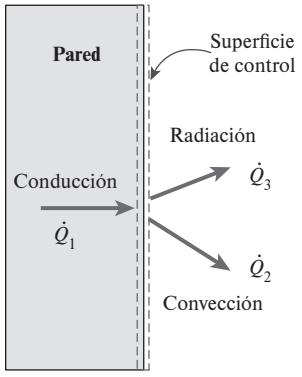


FIGURA 1-19
Interacciones de energía en la superficie exterior de la pared de una casa.

EJEMPLO 1-2 **Enfriamiento de hojas de acero inoxidable**

Una hoja de acero inoxidable AISI 304 sometida a un flujo de calor continuo se transporta a una velocidad constante de 1 cm/s a una cámara de enfriamiento (figura 1-20). La hoja de acero inoxidable, que tiene un espesor de 5 mm y un ancho de 2 m, entra y sale de la cámara a 500 K y 300 K, respectivamente. Determine la razón a la que perderá calor la hoja de acero dentro de la cámara.

SOLUCIÓN Se debe determinar la razón de la pérdida de calor de la hoja de acero inoxidable que ingresa a una cámara.

Supuestos **1** Existen condiciones operativas estacionarias. **2** La hoja de acero inoxidable tiene propiedades constantes. **3** Los cambios en la energía potencial y cinética son despreciables.

Propiedades El calor específico a presión constante de la hoja de acero inoxidable AISI 304 a la temperatura promedio de (500 + 300)/2 = 400 K es 515 J/kg·K. La densidad del acero inoxidable AISI 304 es de 7 900 kg/m^3 (tabla A-3).

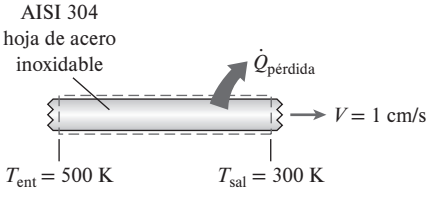


FIGURA 1-20
Esquema para el ejemplo 1-2.

Análisis La masa de la hoja de acero inoxidable que se transporta ingresa y sale de la cámara a una razón de:

$$\begin{aligned}\dot{m} &= \rho V w t \\ &= (7\,900\ \text{kg/m}^3)(0.01\ \text{m/s})(2\ \text{m})(0.005\ \text{m}) \\ &= 0.79\ \text{kg/s}\end{aligned}$$

La razón de pérdida de calor de la hoja de acero inoxidable en la cámara se puede determinar como sigue:

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{pérdida}} &= \dot{m} c_p (T_{\text{ent}} - T_{2.\text{sal}}) \\ &= (0.79\ \text{kg/s})(515\ \text{J/kg}\cdot\text{K})(500 - 300)\text{K} = 81\,370/\text{s} \\ &= \mathbf{81.4\ kW}\end{aligned}$$

Discusión La hoja de acero inoxidable que entra y sale de la cámara se trata como un volumen de control.

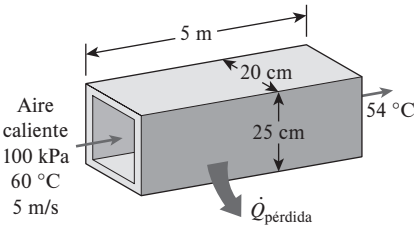


FIGURA 1-21
Esquema para el ejemplo 1-3.

EJEMPLO 1-3 **Pérdida de calor en los ductos de calefacción en un sótano**

Una sección de 5 m de largo de un sistema de calefacción doméstico pasa a través de un espacio no calentado en el sótano (figura 1-21). La sección transversal del ducto rectangular del sistema de calefacción es de 20 cm × 25 cm. El aire caliente entra en el ducto a 100 kPa y 60 °C, a una velocidad promedio de 5 m/s. La temperatura del aire en el ducto cae hasta 54 °C como resultado de la pérdida de calor hacia el espacio frío en el sótano. Determine la razón de la pérdida de calor del aire en el ducto hacia el sótano en condiciones estacionarias. Además, indique el costo de esta pérdida de calor por hora si la casa se calienta por medio de un calefactor de gas natural que tiene una eficiencia de 80%, y el costo del gas natural en esa zona es de $1.60/therm (1 therm = 100 000 Btu = 105 500 kJ).

SOLUCIÓN La temperatura del aire en el ducto de calefacción de una casa cae como resultado de la pérdida de calor hacia el espacio frío en el sótano. Se debe determinar la razón de la pérdida de calor del aire caliente y su costo.

Supuestos **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** El aire se puede tratar como un gas ideal con propiedades constantes a la temperatura ambiente.

Propiedades El calor específico a presión constante del aire a la temperatura promedio de (54 + 60)/2 = 57 °C es de 1.007 kJ/kg·K (tabla A-15).

Análisis Se toma la sección del sótano del sistema de calefacción como nuestro sistema, el cual es de flujo estacionario. La razón de la pérdida de calor del aire en el ducto se puede determinar a partir de:

$$\dot{Q} = \dot{m} c_p \Delta T$$

donde $\dot{m}$ es la razón de flujo de masa y ΔT es la caída en la temperatura. La densidad del aire en las condiciones de entrada es:

$$\rho = \frac{P}{RT} = \frac{100\ \text{kPa}}{(0.287\ \text{kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{K})(60 + 273)\text{K}} = 1.046\ \text{kg/m}^3$$

El área de la sección transversal del ducto es:

$$A_c = (0.20\ \text{m})(0.25\ \text{m}) = 0.05\ \text{m}^2$$

Entonces la razón de flujo de masa del aire que pasa por el ducto y la razón de pérdida de calor se convierten en:

$$\dot{m} = \rho V A_c = (1.046 \text{ kg/m}^3)(5 \text{ m/s})(0.052 \text{ m}^2) = 0.2615 \text{ kg/s}$$

y

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{pérdida}} &= \dot{m} c_p (T_{\text{ent}} - T_{\text{sal}}) \\ &= (0.2615 \text{ kg/s})(1.007 \text{ kJ/kg}\cdot°\text{C})(60 - 54)\ °\text{C} \\ &= \mathbf{1.58 \text{ kJ/s}}\end{aligned}$$

o 5 688 kJ/h. El costo de esta pérdida de calor para el propietario de la casa es:

$$\begin{aligned}\text{Costo de la pérdida de calor} &= \frac{(\text{Razón de la pérdida de calor})(\text{costo unitario de la entrada de energía})}{\text{Eficiencia del calefactor}} \\ &= \frac{(5\,688 \text{ kJ/h})(\$1.60/\text{therm})}{0.80}\left(\frac{1 \text{ therm}}{105\,500 \text{ kJ}}\right) \\ &= \mathbf{\$0.108/h}\end{aligned}$$

Discusión La pérdida de calor por los ductos de calefacción en el sótano le cuesta al propietario de la casa 10.8 centavos de dólar por hora. Si el calentador opera 2 000 horas durante la temporada de calefacción, el costo anual de esta pérdida de calor suma 216 dólares. La mayor parte de este dinero se puede ahorrar aislando los ductos de calefacción en las zonas no calentadas.

EJEMPLO 1-4 Calefacción eléctrica de una casa ubicada a gran altura

Considere una casa que tiene un espacio de 2 000 pies^2 y una altura promedio de 9 pies, se encuentra a 5 000 pies sobre el nivel del mar, donde la presión atmosférica estándar es de 12.2 psia (figura 1-22). En un inicio, la casa está a una temperatura uniforme de 50 °F. Ahora se enciende el calefactor eléctrico y funciona hasta que la temperatura del aire en la casa se eleva a un valor promedio de 70 °F. Determine la cantidad de energía transferida al aire suponiendo que *a*) la casa es hermética al aire y no hay escapes de aire durante el proceso de calentamiento, y *b*) algo de aire se escapa por las rendijas conforme el aire caliente que está en la casa se expande a presión constante. Indique también el costo de este calor para cada caso, si el costo de la electricidad en esa área es de $0.075/kWh.

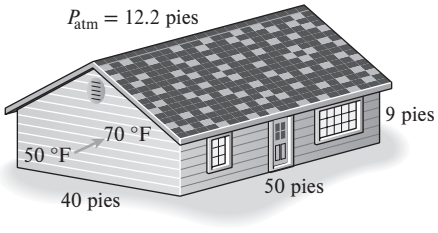


FIGURA 1-22
Esquema para el ejemplo 1-4.

SOLUCIÓN El aire en la casa se calienta por medio de un calentador eléctrico. Se debe determinar la cantidad y el costo de la energía transferida al aire, para los casos de volumen constante y presión constante.

Supuestos **1** El aire se puede tratar como un gas ideal con propiedades constantes. **2** La pérdida de calor desde la casa durante el curso del calentamiento es despreciable. **3** El volumen ocupado por los muebles y otras cosas es despreciable.

Propiedades Los calores específicos del aire a la temperatura promedio de (50 + 70)/2 60 °F son c_p = 0.240 u/lbm·R y $c_v = c_p - R$ = 0.171 Btu/lbm·R (tablas A-1E y A-15E).

Análisis El volumen y la masa del aire en la casa son:

$$V = (\text{Área de piso})(\text{Altura}) = (2\,000 \text{ pie}^2)(9 \text{ pie}) = 18\,000 \text{ pie}^3$$

$$m = \frac{PV}{RT} = \frac{(12.2 \text{ psia})(18\,000 \text{ pie}^3)}{(0.3704 \text{ psia}\cdot\text{pie}^3/\text{lbm}\cdot\text{R})(50 + 460)\text{R}} = 1\,162 \text{ lbm}$$

a) La cantidad de energía transferida al aire a volumen constante es el cambio en su energía interna y se determina a partir de:

$$\begin{aligned} E_{\text{ent}} - E_{\text{sal}} &= \Delta E_{\text{sistema}} \\ E_{\text{ent, volumen constante}} &= \Delta U_{\text{aire}} = mc_{\upsilon}\Delta T \\ &= (1\ 162\ \text{lbm})(0.171\ \text{Btu/lbm}\cdot{}^{\circ}\text{F})(70 - 50)\ {}^{\circ}\text{F} \\ &= \mathbf{3\ 974\ Btu} \end{aligned}$$

A un costo unitario de $0.075/kWh, el costo total de esta energía es:

$$\begin{aligned} \text{Costo de la energía} &= (\text{cantidad de energía})\ (\text{costo unitario de la energía}) \\ &= (3\ 974\ \text{Btu})(\$0.075/\text{kWh})\left(\frac{1\ \text{kWh}}{3\ 412\ \text{Btu}}\right) \\ &= \mathbf{\$0.087} \end{aligned}$$

b) La cantidad de energía transferida al aire a presión constante es el cambio en su entalpía y se determina a partir de:

$$\begin{aligned} E_{\text{ent, presión constante}} &= \Delta H_{\text{aire}} = mc_p\,\Delta T \\ &= (1\ 162\ \text{lbm})(0.240\ \text{Btu/lbm}\cdot{}^{\circ}\text{F})(70 - 50)\ {}^{\circ}\text{F} \\ &= \mathbf{5\ 578\ Btu} \end{aligned}$$

A un costo unitario de $0.075/kWh, el costo total de esta energía es:

$$\begin{aligned} \text{Costo de la energía} &= (\text{cantidad de energía})\ (\text{costo unitario de la energía}) \\ &= (5\ 578\ \text{Btu})(\$0.075/\text{kWh})\ \frac{1\ \text{kWh}}{3\ 412\ \text{Btu}} \\ &= \mathbf{\$0.123} \end{aligned}$$

Discusión En el primer caso, elevar la temperatura del aire en esta casa de 50 a 70 °F cuesta alrededor de 9 centavos de dólar y, en el segundo, 12 centavos. La segunda respuesta es más realista, ya que todas las casas tienen grietas, en especial alrededor de las puertas y ventanas, y, en esencia, la presión dentro de la casa permanece constante durante el curso del proceso de calentamiento. En la práctica, se aplica el segundo enfoque. Sin embargo, esta óptica conservadora predice en exceso la cantidad de energía que se usa, puesto que algo del aire se escapa a través de las grietas antes de calentarse hasta 70 °F.

1-5 ▪ MECANISMOS DE TRANSFERENCIA DE CALOR

En la sección 1-1 se definió el *calor* como la forma de energía que puede transferirse de un sistema a otro, como resultado de la diferencia de temperatura. Un análisis termodinámico trata de la *cantidad* de transferencia de calor conforme un sistema pasa por un proceso, de un estado de equilibrio a otro. La ciencia que trata de la determinación de las *razones* de esas transferencias de energía es la *transferencia de calor*. La transferencia de energía como calor siempre se produce del medio que tiene la temperatura más alta al de temperatura más baja, y la transferencia de calor se detiene cuando los dos medios alcanzan la misma temperatura.

El calor se puede transferir en tres modos diferentes: *conducción*, *convección* y *radiación*. Todos los modos de transferencia de calor requieren una diferencia de temperatura y todos ellos ocurren del medio que posee la temperatura más alta

hacia uno de temperatura más baja. Enseguida se da una breve descripción de cada modo. En capítulos posteriores de este texto se da un estudio más detallado de estos modos.

1-6 ▪ CONDUCCIÓN

La **conducción** es la transferencia de energía de las partículas más energéticas de una sustancia hacia las adyacentes menos energéticas, como resultado de interacciones entre las partículas. La conducción puede ocurrir en los sólidos, líquidos o gases. En los gases y líquidos la conducción se debe a las *colisiones* y a la *difusión* de las moléculas durante su movimiento aleatorio. En los sólidos, se debe a la combinación de las *vibraciones* de las moléculas en una retícula y al transporte de energía por los *electrones libres*. Por ejemplo, llegará el momento en que una bebida enlatada fría en un cuarto cálido se caliente hasta la temperatura ambiente como resultado de la transferencia de calor por conducción, del cuarto hacia la bebida, a través del aluminio.

La *razón* de la conducción de calor a través de un medio depende de la *geometría* del medio, su *espesor* y su *material*, así como de la *diferencia de temperatura* a través de él. Se sabe que al envolver un tanque de agua caliente con fibra de vidrio (un material aislante) se reduce la razón de la pérdida de calor de ese tanque. Entre más grueso sea el aislamiento, menor será la pérdida de calor. También se sabe que un tanque de agua caliente perderá calor a mayor rapidez cuando se baja la temperatura del cuarto en donde se encuentra. Además, entre más grande sea el tanque, mayor será el área superficial y, por consiguiente, la razón de la pérdida de calor.

Considere una conducción de estado estacionario de calor a través de una pared plana grande de espesor $\Delta x = L$ y área A, como se muestra en la figura 1-23. La diferencia de temperatura de uno a otro lado de la pared es $\Delta T = T_2 - T_1$. Los experimentos han demostrado que la razón de la transferencia de calor, $\dot{Q}$, a través de la pared se *duplica* cuando la diferencia de temperatura ΔT de uno a otro lado es el doble, o bien, si se duplica el área A perpendicular a la dirección de la transferencia de calor; pero es *la mitad* cuando se duplica el espesor L de la pared. Se concluye que *la razón de la conducción de calor a través de una capa plana es proporcional a la diferencia de temperatura a través de esta y al área de transferencia de calor, pero es inversamente proporcional al espesor de esa capa*. Esto es:

$$\text{Razón de conducción del calor} \propto \frac{(\text{Área})\ (\text{Diferencia de temperatura})}{\text{Espesor}}$$

o bien

$$\dot{Q}_{\text{cond}} = kA\frac{T_1 - T_2}{\Delta x} = -kA\frac{\Delta T}{\Delta x} \quad \text{(W)} \tag{1-21}$$

donde la constante de proporcionalidad k es la **conductividad térmica** del material, que es una *medida de la capacidad de un material para conducir calor* (figura 1-24). En el caso límite de $\Delta x \to 0$, la ecuación 1-21 se reduce a la forma diferencial:

$$\dot{Q}_{\text{cond}} = -kA\frac{dT}{dx} \quad \text{(W)} \tag{1-22}$$

que se llama **ley de Fourier de la conducción del calor**, en honor a J. Fourier (figura 1-25), quien la expresó por primera vez en su texto sobre transferencia de calor en 1822. Aquí, dT/dx es el **gradiente de temperatura**, que es la pendiente de la curva de temperatura en un diagrama T-x (la razón de cambio de T respecto a x), en la ubicación x. La ecuación 1-22 indica que la razón de conducción del calor en una dirección es proporcional al gradiente de temperatura en esa dirección. El calor es conducido en la dirección de la temperatura decreciente y el gradiente de temperatura

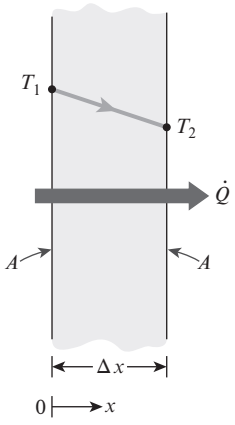
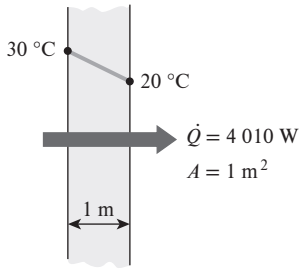
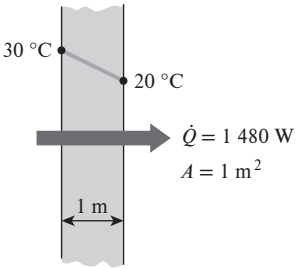


FIGURA 1-23

Conducción de calor a través de una pared plana grande de espesor Δx y área A.



a) Cobre (k = 401 W/m·K)



b) Silicio (k = 148 W/m·K)

FIGURA 1-24

La razón de conducción del calor a través de un sólido es directamente proporcional a su conductividad térmica.

FIGURA 1-25

Jean Baptiste Joseph Fourier

(1768-1830). Matemático y físico nacido en Auxerre, Francia. Mejor conocido por su trabajo sobre la serie infinita de funciones trigonométricas, la cual lleva su nombre, y por su teoría matemática de la conducción de calor. Estableció la ecuación diferencial parcial que describe la difusión térmica y que se resuelve mediante la serie de Fourier. La transformada de Fourier, el número de Fourier y la ley de Fourier de la conducción del calor, fueron nombrados en su honor. También se le atribuye el descubrimiento del efecto invernadero, en 1824.

©Stock Montage/Getty Images

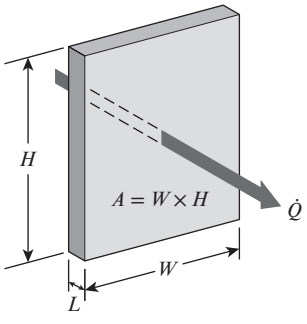


FIGURA 1-26

En el análisis de la conducción del calor, A representa el área normal a la dirección de transferencia de calor.

se vuelve negativo cuando esta última decrece al crecer x. El *signo negativo* en la ecuación 1-22 asegura que la transferencia de calor en la dirección x positiva sea una cantidad positiva.

El área A de transferencia de calor siempre es *normal* a la dirección de la transferencia de calor. Por ejemplo, para la pérdida de calor a través de una pared de 5 m de largo, 3 m de alto y 25 cm de espesor, el área de transferenciad de calor es $A = 15\ \text{m}^2$. Note que el espesor de la pared no tiene efecto sobre A (figura 1-26).

EJEMPLO 1-5 **Costo de la pérdida de calor a través de un techo**

El techo de una casa calentada eléctricamente tiene 6 m de largo, 8 m de ancho y 0.25 m de espesor, y está hecho con una capa plana de concreto cuya conductividad térmica es $k = 0.8\ \text{W/m}\cdot\text{K}$ (figura 1-27). Las temperaturas de las superficies interior y exterior son de 15 y 4 °C, respectivamente, para un periodo de 10 horas. Determine *a*) la razón de la pérdida de calor a través del techo esa noche y *b*) el costo de esa pérdida de calor para el propietario de la casa, si el costo de la electricidad es de $0.08/kWh.

SOLUCIÓN Las superficies interior y exterior del techo plano de concreto de una casa calentada eléctricamente se mantienen a temperaturas especificadas durante una noche. Se debe determinar la pérdida de calor a través del techo esa noche y su costo.

Supuestos **1** Existen condiciones estacionarias de operación durante toda la noche, dado que las temperaturas de las superficies del techo permanecen constantes a los valores especificados. **2** Se pueden usar propiedades constantes para el techo.

Propiedades La conductividad térmica del techo se da como $k = 0.8\ \text{W/m}\cdot\text{K}$.

Análisis *a*) Si se observa que la transferencia de calor a través del techo es por conducción y que el área de este es $A = 6\ \text{m} \times 8\ \text{m} = 48\ \text{m}^2$, la razón estable de la transferencia de calor a través del techo es:

$$\dot{Q} = kA\frac{T_1 - T_2}{L} = (0.8\ \text{W/m}\cdot\text{K})(48\ \text{m}^2)\frac{(15-4)\ ^\circ\text{C}}{0.25\ \text{m}} = \mathbf{1\ 690\ W = 1.69\ kW}$$

b) La cantidad de calor perdida a través del techo durante un periodo de 10 h y su costo son:

$$Q = \dot{Q}\,\Delta t = (1.69\ \text{kW})(10\ \text{h}) = 16.9\ \text{kWh}$$

$$\text{Costo} = (\text{cantidad de energía})\ (\text{costo unitario de la energía})$$
$$= (16.9\ \text{kWh})(\$0.08/\text{kWh}) = \mathbf{\$1.35}$$

Discusión El costo para el propietario de la casa por la pérdida de calor a través del techo esa noche fue de $1.35. La factura total por calefacción será mucho mayor, puesto que en estos cálculos no se consideran las pérdidas de calor a través de las paredes.

Conductividad térmica

Se ha visto que los diferentes materiales almacenan calor en forma diferente y se ha definido la propiedad de calor específico c_p como una medida de la capacidad de un material para almacenar energía térmica. Por ejemplo, $c_p = 4.18\ \text{kJ/kg}\cdot{}^\circ\text{C}$, para el agua, y $c_p = 0.45\ \text{kJ/kg}\cdot{}^\circ\text{C}$, para el hierro, a temperatura ambiente, indica que el agua puede almacenar aproximadamente 10 veces más energía que el hierro por unidad de masa. Del mismo modo, la conductividad térmica k es una medida de la

capacidad de un material para conducir calor. Por ejemplo, $k = 0.607$ W/m · K, para el agua, y $k = 80.2$ W/m · K, para el hierro, a temperatura ambiente, indican que el hierro conduce el calor más de 100 veces más rápido que el agua. Por tanto, se dice que el agua es mala conductora del calor en relación con el hierro, aun cuando el agua es un medio excelente para almacenar energía térmica.

La ecuación 1-21 para la razón de la transferencia de calor por conducción, en condiciones estacionarias, también se puede ver como la ecuación que define la conductividad térmica. Por tanto, la **conductividad térmica** de un material se puede definir como la *razón de transferencia de calor a través de un espesor unitario del material por unidad de área por unidad de diferencia de temperatura*. La conductividad térmica de un material es una medida de la capacidad del material para conducir calor. Un valor elevado para la conductividad térmica indica que el material es un buen conductor del calor y un valor bajo indica que es un mal conductor o que es un *aislante*. En la tabla 1-1 se dan las conductividades térmicas de algunos materiales comunes a la temperatura ambiente. La conductividad térmica del cobre puro a la temperatura ambiente es $k = 401$ W/m · K, lo cual indica que una pared de cobre de 1 m de espesor conducirá el calor a razón de 401 W por m^2 de área por K de diferencia de temperatura a través de ella. Los materiales como el cobre y la plata, que son buenos conductores eléctricos, también lo son del calor y tienen valores elevados de conductividad térmica. Los materiales como el caucho, la madera y la espuma de estireno son malos conductores del calor y tienen valores bajos de conductividad térmica.

Una capa de material de espesor y área conocidos se puede calentar, desde uno de sus lados, por medio de un calentador de resistencia eléctrica de potencia conocida. Si las superficies exteriores del calentador están bien aisladas, todo el calor generado por la resistencia se transferirá a través del material cuya conductividad se va a determinar. Entonces, midiendo las dos temperaturas de las superficies del material cuando se llega al estado estacionario de la transferencia y sustituyéndolas en la ecuación 1-21 junto con otras cantidades conocidas se obtiene la conductividad térmica (figura 1-28).

Las conductividades térmicas de los materiales varían en un amplio intervalo, como se muestra en la figura 1-29. Las conductividades térmicas de los gases varían en un factor de 10^4 respecto a las de los metales puros como el cobre. Los cristales y metales puros tienen las conductividades térmicas más elevadas, y los gases y los materiales aislantes, las más bajas. Aparte de los aisladores típicos enumerados en la figura 1-29, uno de los mejores aisladores sólidos con la conductividad térmica más baja en comparación con los aisladores convencionales (tabla 1-1) es el **aerogel**. Véase la sección 1-10 para más detalles sobre los aerogeles.

La temperatura es una medida de las energías cinéticas de las partículas, como las moléculas o los átomos de una sustancia. En un líquido o gas, la energía cinética de las moléculas se debe a su movimiento aleatorio de traslación, así como a sus movimientos de vibración y rotación. Cuando chocan dos moléculas que poseen energías cinéticas diferentes, parte de la energía cinética de la molécula más energética (la de temperatura más alta) se transfiere a la menos energética (la de temperatura más baja), de manera muy semejante a cuando chocan dos esferas elásticas de la misma masa a diferentes velocidades, parte de la energía cinética de la esfera más rápida se transfiere a la más lenta. Entre más alta es la temperatura, más rápido se mueven las moléculas, mayor es el número de colisiones y mejor es la transferencia de calor.

La *teoría cinética* de los gases predice, y los experimentos lo confirman, que la conductividad térmica de los gases es proporcional a la *raíz cuadrada de la temperatura termodinámica T* e inversamente proporcional a la *raíz cuadrada de la masa molar M*. Por tanto, la conductividad térmica de un gas (*M* fija) crece al aumentar la temperatura, y a una temperatura fija, la conductividad térmica disminuye al aumentar *M*. Por ejemplo, a una temperatura fija de 1 000 K, la conductividad

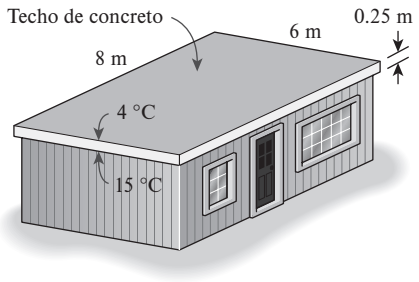


FIGURA 1-27
Esquema para el ejemplo 1-5.

TABLA 1-1

Conductividad térmica de algunos materiales a temperatura ambiente

Material	k, W/m · K*
Diamante	2 300
Plata	429
Cobre	401
Oro	317
Aluminio	237
Hierro	80.2
Mercurio (*l*)	8.54
Vidrio	0.78
Ladrillo	0.72
Agua (*l*)	0.607
Piel humana	0.37
Madera (roble)	0.17
Helio (*g*)	0.152
Caucho suave	0.13
Fibra de vidrio	0.043
Aire (*g*)	0.026
Uretano, espuma rígida	0.026

*Multiplique por 0.5778 para convertir a Btu/h-pie · °F.

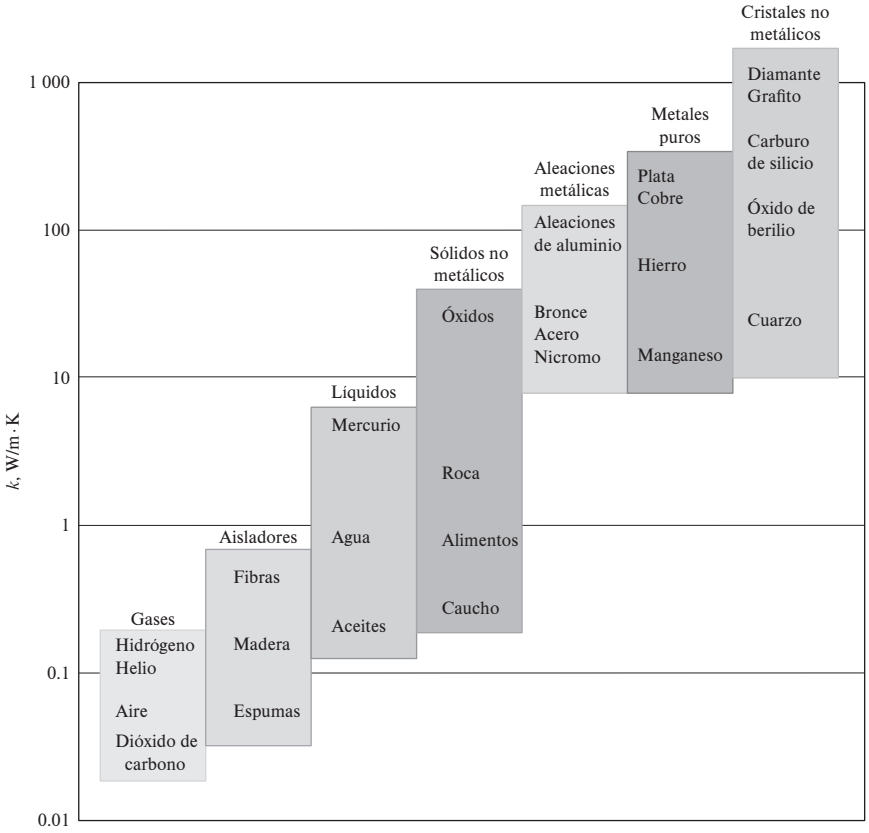


FIGURA 1-29

Rango de la conductividad térmica de diversos materiales a temperatura ambiente.

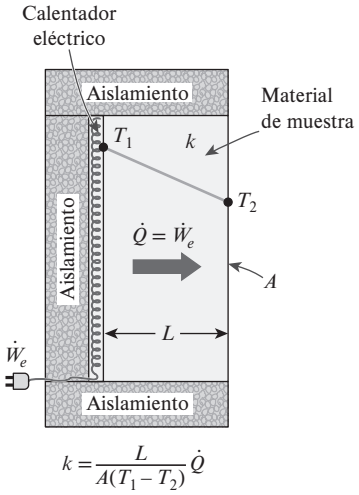


FIGURA 1-28

Dispositivo experimental sencillo para determinar la conductividad térmica de un material.

térmica del helio ($M = 4$) es de 0.343 W/m · K, y la del aire ($M = 29$) es 0.0667 W/m · K, que es mucho más baja que la de helio.

En la tabla A-16 se da una lista de conductividades térmicas de *gases* a la presión de 1 atm. Sin embargo, también se pueden usar a presiones diferentes de 1 atm, ya que la conductividad térmica de los gases es *independiente de la presión* en un amplio rango de presiones que se encuentran en la práctica.

El mecanismo de conducción del calor en un *líquido* se complica por el hecho de que las moléculas están más cercanas entre sí y ejercen un campo de fuerzas intermoleculares más intenso. Las conductividades térmicas de los líquidos suelen encontrarse entre las de los sólidos y las de los gases. Normalmente, la conductividad térmica de una sustancia alcanza su valor máximo en la fase sólida y el mínimo en la fase gaseosa. A diferencia de los gases, las conductividades térmicas de la mayor parte de los líquidos decrecen al incrementarse la temperatura, constituyendo el agua una notable excepción. Como en el caso de los gases, la conductividad de los líquidos disminuye al aumentar la masa molecular. Los metales líquidos como el mercurio y el sodio presentan conductividades térmicas elevadas y resultan muy apropiados para usarse cuando se desea una gran razón de transferencia de calor hacia un líquido, como en las plantas nucleares de generación eléctrica.

En los *sólidos,* la conducción del calor se debe a dos efectos: 1) las *ondas reticulares de vibración* inducidas por los movimientos de vibración de las moléculas, ubicadas en posiciones relativamente fijas de una manera periódica conocida como retícula, y 2) la energía transportada por medio del *flujo libre de electrones* en el sólido (figura 1-30). La conductividad térmica de un sólido se obtiene al sumar la componente reticular y la electrónica. Las conductividades térmicas más o menos elevadas de los metales puros se deben principalmente a la componente electrónica. La componente reticular de la conductividad térmica depende en gran medida de la manera en que las moléculas están dispuestas. Por ejemplo, el diamante, que es un

sólido cristalino muy ordenado, tiene la conductividad térmica conocida más elevada a temperatura ambiente.

A diferencia de los metales, que son buenos conductores de la electricidad y el calor, los *sólidos cristalinos*, como el diamante y los semiconductores como el silicio, son buenos conductores del calor pero malos conductores eléctricos. Como resultado, tales materiales tienen un uso muy amplio en la industria electrónica. A pesar de su precio más elevado, se usan sumideros de calor de diamante en el enfriamiento de componentes electrónicos sensibles debido a su excelente conductividad. Los aceites y selladores de silicio son de uso común en el empaque de componentes electrónicos porque proporcionan tanto un buen contacto térmico como un buen aislamiento eléctrico.

Los metales puros tienen altas conductividades térmicas, y se pensaría que las *aleaciones metálicas* también deben tener altas conductividades. Se esperaría que una aleación de dos metales con conductividades térmicas k_1 y k_2 tenga una conductividad k entre k_1 y k_2, pero este no es el caso. La conductividad térmica de una aleación de dos metales suele ser mucho más baja que la de cualquiera de ellos, como se muestra en la tabla 1-2. Incluso en un metal puro, pequeñas cantidades de moléculas "extrañas" que por sí mismas sean buenas conductoras perturban de manera grave la transferencia de calor en ese metal. Por ejemplo, la conductividad térmica del acero que contenga solo 1% de cromo es 62 W/m·K, mientras que las conductividades térmicas del hierro y el cromo son 83 y 95 W/m·K, respectivamente.

Las conductividades térmicas de los materiales varían con la temperatura (tabla 1-3). La variación de la conductividad térmica sobre ciertos rangos de temperatura es despreciable para algunos materiales, pero significativa para otros, como se muestra en la figura 1-31. Las conductividades térmicas de ciertos sólidos muestran incrementos drásticos a temperaturas cercanas al cero absoluto, cuando estos sólidos se convierten en *superconductores*. Por ejemplo, la conductividad del cobre alcanza un valor máximo de alrededor de 20 000 W/m·K a 20 K, lo que representa alrededor de 50 veces la conductividad a temperatura ambiente. En las tablas A-3 a A-17 se dan las conductividades térmicas y otras propiedades térmicas de diversos materiales.

Como se muestra en la tabla 1-1 y en la figura 1-31, la mayor parte de los líquidos tiene una conductividad térmica relativamente baja en comparación con la conductividad térmica de los sólidos. La conductividad térmica de los fluidos para la transferencia de calor de uso común (como el agua o el aceite) se puede aumentar considerablemente al agregar pequeñas partículas sólidas al fluido. El nombre **nanofluido** se refiere a la suspensión de partículas de tamaño nanométrico (con longitudes típicas de 1 a 100 nm), llamadas nanopartículas, en fluidos convencionales. Por lo general, las nanopartículas utilizadas en los nanofluidos están hechas de metales, óxidos, carburos o nanotubos de carbono. Entre los fluidos básicos más comunes están el agua, el etilenglicol y el aceite. Se ha demostrado que los nanofluidos mejoran la conductividad térmica y el rendimiento de la transferencia de calor por convección en los líquidos de trabajo (base).

Los valores de conductividad térmica que se muestran en las tablas A-3 a A-17 son adecuados cuando las dimensiones físicas del material en cuestión son relativamente grandes. En algunas de las áreas emergentes de la tecnología, como la microelectrónica, las dimensiones físicas suelen ser del orden de los micrómetros o nanómetros. Para estas aplicaciones, las pequeñas dimensiones físicas quizás influirán en el valor de la conductividad térmica en los estados sólido y líquido. En estas situaciones, a medida que disminuyen las dimensiones físicas, la distancia neta promedio recorrida por los portadores de energía disminuye, y esto reduce el valor de la conductividad térmica.

La dependencia de la temperatura de la conductividad térmica causa gran complejidad en el análisis de la conducción. Por lo que es común evaluar la conductividad térmica k a la *temperatura promedio* y tratarla como *constante* en los cálculos.

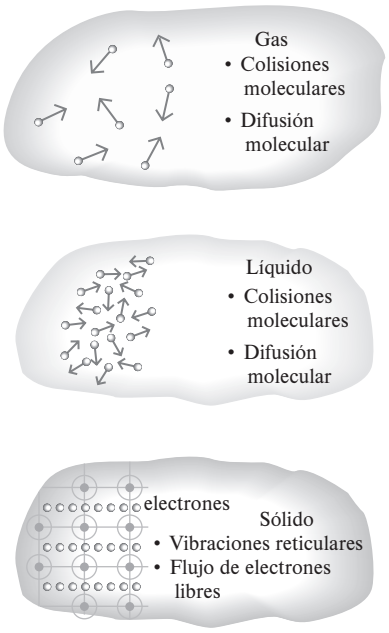


FIGURA 1-30

Mecanismos de conducción de calor en las diferentes fases de una sustancia.

TABLA 1-2

La conductividad térmica de una aleación suele ser mucho más baja que la de cualquiera de los metales que la componen

Metal puro o aleación	k, W/m·K a 300 K
Cobre	401
Níquel	91
Constantano (55% Cu, 45% Ni)	23
Cobre	401
Aluminio	237
Bronce comercial (90% Cu, 10% Al)	52

TABLA 1-3

Las conductividades térmicas de los materiales varían con la temperatura

	k, W/m·K	
T, K	Cobre	Aluminio
100	482	302
200	413	237
300	401	237
400	393	240
600	379	231
800	366	218

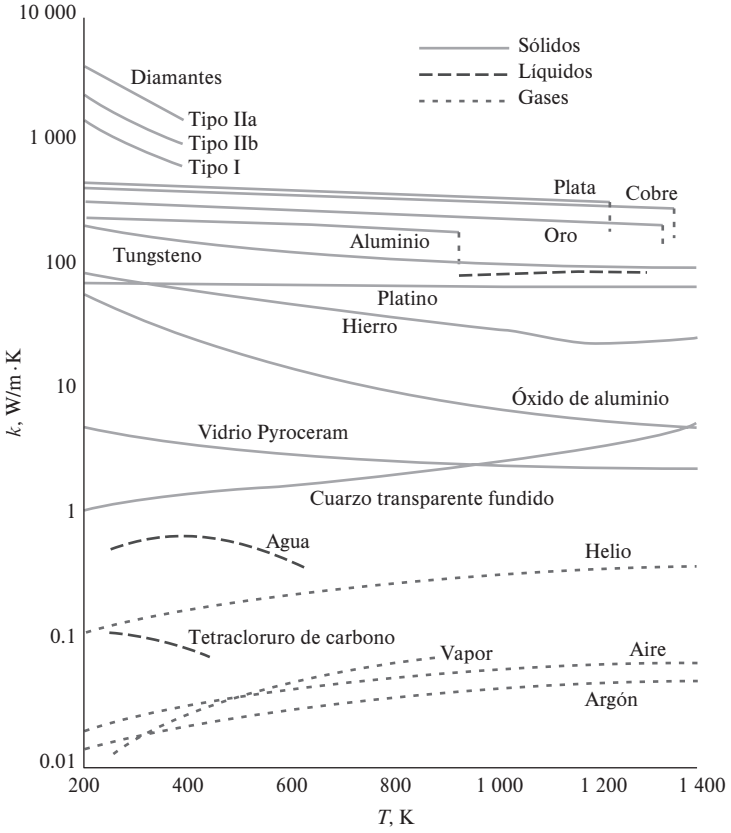


FIGURA 1-31

Variación de la conductividad térmica de diversos sólidos, líquidos y gases con la temperatura.

En el análisis de la transferencia de calor se supone que un material es *isotrópico*; es decir, tiene propiedades uniformes en todas las direcciones. Esto es real para la mayor parte de los materiales, excepto para aquellos con características estructurales diferentes en direcciones diferentes, como los materiales compuestos laminados y la madera. Por ejemplo, la conductividad térmica de la madera en la dirección normal a la fibra es diferente a la que se tiene en sentido paralelo a dicha fibra.

Difusividad térmica

El producto ρc_p, que se encuentra con frecuencia en el análisis de la transferencia de calor, se llama **capacidad calorífica** de un material. Tanto el calor específico c_p como la capacidad calorífica ρc_p representan la capacidad de almacenamiento de calor de un material. Pero c_p la expresa *por unidad de masa*, mientras que ρc_p *por unidad de volumen*, como se puede advertir a partir de sus unidades $J/kg \cdot K$ y $J/m^3 \cdot K$, respectivamente.

Otra propiedad de los materiales que aparece en el análisis de la conducción del calor en régimen transitorio es la **difusividad térmica**, la cual representa cuán rápido se difunde el calor por un material y se define como:

$$\alpha = \frac{\text{Conducción de calor}}{\text{Almacenamiento de calor}} = \frac{k}{\rho c_p} \quad (m^2/s) \qquad \textbf{(1-23)}$$

La conductividad térmica k representa qué tan bien un material conduce el calor y la capacidad calorífica ρc_p representa cuánta energía almacena un material por unidad de volumen. Por tanto, la difusividad térmica de un material se puede ver como la razón entre el *calor conducido* a través del material y el *calor almacenado* por unidad de volumen. Resulta obvio que un material con alta conductividad térmica o

baja capacidad calorífica tiene gran difusividad térmica. Entre mayor sea esta, más rápida será la propagación del calor en el medio. Un valor pequeño de la difusividad térmica significa que, en su mayor parte, el calor es absorbido por el material y una pequeña cantidad de ese calor es conducida a través de él.

En la tabla 1-4 se dan los valores de la difusividad térmica de algunos materiales comunes a 20 °C. La difusividad térmica va de $\alpha = 0.14 \times 10^{-6}$ m^2/s para el agua, hasta 149×10^{-6} m^2/s, para la plata, lo que representa una diferencia de más de mil veces. Note también que las difusividades térmicas de la carne de res y del agua son las mismas. Esto no es sorprendente, ya que la carne, las frutas y los vegetales frescos están constituidos en su mayor parte por agua y, por consiguiente, poseen sus propiedades térmicas.

TABLA 1-4

Difusividades térmicas de algunos materiales a temperatura ambiente

Material	α, m^2/s*
Plata	149×10^{-6}
Oro	127×10^{-6}
Cobre	113×10^{-6}
Aluminio	97.5×10^{-6}
Hierro	22.8×10^{-6}
Mercurio (l)	4.7×10^{-6}
Mármol	1.2×10^{-6}
Hielo	1.2×10^{-6}
Concreto	0.75×10^{-6}
Ladrillo	0.52×10^{-6}
Suelo macizo (seco)	0.52×10^{-6}
Vidrio	0.34×10^{-6}
Lana de vidrio	0.23×10^{-6}
Agua (l)	0.14×10^{-6}
Carne de res	0.14×10^{-6}
Madera (roble)	0.13×10^{-6}

*Multiplique por 10.76 para convertir a pie^2/s.

EJEMPLO 1-6 **Medición de la conductividad térmica de un material**

Una manera común de medir la conductividad térmica de un material es colocar un calentador eléctrico de hoja térmica entre dos muestras idénticas del material, como se ve en la figura 1-32. El espesor del calentador de resistencia, incluyendo su cubierta, la cual está hecha de caucho delgado de silicio, suele ser menor que 0.5 mm. Un fluido circulante, como el agua de un grifo, mantiene los extremos expuestos de las muestras a temperatura constante. Las superficies laterales de las muestras están bien aisladas para garantizar que la transferencia de calor sea unidimensional. Se empotran dos termopares en cada una de las muestras, separadas cierta distancia L, y en un termómetro diferencial lee la caída de temperatura, ΔT, a través de esta distancia a lo largo de cada una. Cuando se alcanzan condiciones estacionarias de operación, la razón total de transferencia de calor se vuelve igual a la potencia eléctrica entregada por el calentador.

En cierto experimento se usan muestras cilíndricas con un diámetro de 5 cm y una longitud de 10 cm. Los dos termopares de las muestras están colocados con una separación de 3 cm. Después de los procesos transitorios iniciales, se observa que el calentador eléctrico consume 0.4 A a 110 V, y en los dos termómetros diferenciales se lee una diferencia de temperatura de 15 °C. Determine la conductividad térmica de la muestra.

SOLUCIÓN Se debe determinar la conductividad térmica de un material mediante el aseguramiento de una conducción unidimensional de calor y la medición de las temperaturas cuando se alcanzan las condiciones estacionarias de operación.

Supuestos **1** Existen condiciones estacionarias de operación, ya que las lecturas de temperatura no cambian con el tiempo. **2** Las pérdidas de calor por las superficies laterales del aparato son despreciables dado que están bien aisladas, por tanto, todo el calor generado por el calentador es conducido a través de las muestras. **3** El aparato posee simetría térmica.

Análisis La potencia eléctrica consumida por el calentador de resistencia y que se convierte en calor es:

$$\dot{W}_e = VI = (110\ \text{V})(0.4\ \text{A}) = 44\ \text{W}$$

La razón del flujo de calor a través de cada muestra es:

$$\dot{Q} = \frac{1}{2}\dot{W}_e = \frac{1}{2} \times (44\ \text{W}) = 22\ \text{W}$$

puesto que, por simetría, solo la mitad del calor generado fluirá a través de cada muestra. La lectura de la misma diferencia de temperatura de uno a otro lado de la misma distancia en cada una de las muestras también confirma que el aparato posee simetría térmica. El área de transferencia de calor es perpen-

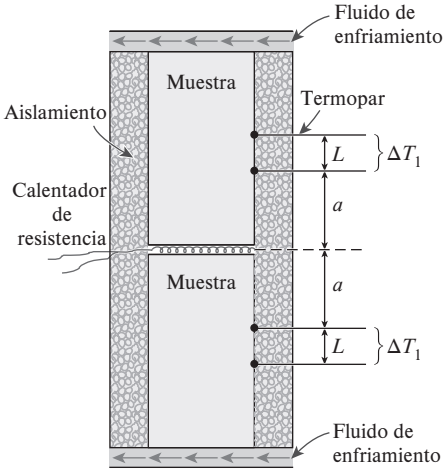


FIGURA 1-32

Aparato para medir la conductividad térmica de un material, usando dos muestras idénticas y un calentador de resistencia delgada (ejemplo 1-6).

dicular a la dirección del flujo de este, que es el área de la sección transversal del cilindro:

$$A = \frac{1}{4}\pi D^2 = \frac{1}{4}\pi(0.05\ \text{m})^2 = 0.001963\ \text{m}^2$$

Dado que la temperatura desciende 15 °C en una distancia de 3 cm en la dirección del flujo del calor, la conductividad térmica de la muestra se determina como:

$$\dot{Q} = kA\frac{\Delta T}{L} \rightarrow k = \frac{\dot{Q}L}{A\Delta T} = \frac{(22\ \text{W})(0.03\ \text{m})}{(0.001963\ \text{m}^2)(15\ ^\circ\text{C})} = \mathbf{22.4\ W/m\cdot K}$$

Discusión Quizás el lector se pregunta si en realidad se deben usar dos muestras en el aparato, dado que las mediciones en la segunda no dan información adicional. Parece que se puede reemplazar una de ellas por un aislamiento. De hecho, no se requiere la segunda muestra; sin embargo, permite verificar las mediciones de temperatura en la primera y proporciona simetría térmica, lo cual reduce el error experimental.

EJEMPLO 1-7 Conversión entre el SI y unidades inglesas

Un ingeniero que trabaja en el análisis de la transferencia de calor de un edificio de ladrillos, en unidades inglesas, necesita la conductividad térmica del ladrillo. Pero el único valor que puede hallar en sus manuales es 0.72 W/m · °C, que está en unidades del SI. El ingeniero no cuenta con un factor directo de conversión entre los dos sistemas de unidades para la conductividad térmica. ¿Puede ayudarlo?

SOLUCIÓN La situación que enfrenta este ingeniero no es única y, con frecuencia, la mayoría de los ingenieros se encuentran en una posición semejante. Se debe tener mucho cuidado durante la conversión de unidades para no caer en algunas trampas comunes y evitar algunas equivocaciones costosas. Aunque la conversión de unidades es un proceso sencillo, requiere el mayor de los cuidados y un razonamiento minucioso.

Los factores de conversión para W y m son directos y se dan en las tablas de conversión como:

$$1\ \text{W} = 3.41214\ \text{Btu/h}$$
$$1\ \text{m} = 3.2808\ \text{pies}$$

Pero la conversión de °C a °F no es tan sencilla, y puede volverse en una fuente de error si no se tiene cuidado. Quizá lo primero que viene a la mente es reemplazar °C por (°F − 32)/1.8, puesto que *T*(°C) = [*T*(°F) − 32]/1.8. Pero esto es erróneo porque el °C en la unidad W/m · °C significa *por cambio en °C en la temperatura*. Dado que un cambio de 1 °C en la temperatura corresponde a 1.8 °F, el factor de conversión apropiado que debe usarse es:

$$1\ ^\circ\text{C} = 1.8\ ^\circ\text{F}$$

Al sustituir, se obtiene:

$$1\ \text{W/m}\cdot^\circ\text{C} = \frac{3.41214\ \text{Btu/h}}{(3.2808\ \text{pies})(1.8\ ^\circ\text{F})} = 0.5778\ \text{Btu/h}\cdot\text{pie}\cdot^\circ\text{F}$$

que es el factor de conversión deseado; por tanto, la conductividad térmica del ladrillo en unidades inglesas es:

$$\begin{aligned} k_{\text{Ladrillo}} &= 0.72 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C} \\ &= 0.72 \times (0.5778 \text{ Btu/h} \cdot \text{pie} \cdot ^\circ\text{F}) \\ &= \mathbf{0.42 \text{ Btu/h} \cdot \text{pie} \cdot ^\circ\text{F}} \end{aligned}$$

Análisis El valor de la conductividad térmica de un material en unidades inglesas es más o menos la mitad de su valor en unidades SI (figura 1-33). Observe también que se redondea el resultado a dos cifras significativas (como en el valor original), ya que expresar el resultado con más cifras significativas (por ejemplo 0.4160, en vez de 0.42) implicaría falsamente un valor más exacto que el original.

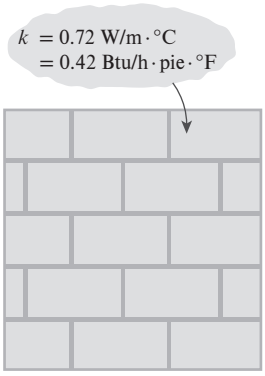


FIGURA 1-33

El valor de la conductividad térmica en unidades inglesas se obtiene al multiplicar el valor en unidades SI por 0.5778.

1-7 ▪ CONVECCIÓN

La **convección** es el modo de transferencia de energía entre una superficie sólida y el líquido o gas adyacente que está en movimiento y comprende los efectos combinados de la *conducción* y el *movimiento de fluidos*. Entre más rápido se mueva un fluido, mayor será la transferencia de calor por convección. Sin ningún movimiento masivo de fluido, la transferencia de calor entre una superficie sólida y el fluido adyacente es por conducción pura. El movimiento masivo del fluido mejora la transferencia de calor entre la superficie sólida y el fluido, pero también complica la determinación de las razones de transferencia de calor.

Considere el enfriamiento de un bloque caliente al soplar aire frío sobre su superficie superior (figura 1-34). El calor se transfiere primero a la capa de aire adyacente al bloque, por conducción. Enseguida, esta energía es trasladada alejándola de la superficie, por convección; es decir, por los efectos combinados de la conducción dentro del aire, que se debe al movimiento aleatorio de moléculas de este, y del movimiento masivo o macroscópico de ese aire que remueve el aire calentado cercano a la superficie y lo reemplaza por otro más frío.

La convección se llama **convección forzada** si el fluido es forzado a fluir sobre la superficie mediante medios externos como un ventilador, una bomba o el viento. En contraste, la convección se llama **convección natural** (o **libre**) si el movimiento del fluido es causado por las fuerzas de empuje que son inducidas por las diferencias de densidad debidas a la variación de la temperatura en el fluido (figura 1-35). Por ejemplo, sin un ventilador, la transferencia de calor del bloque caliente de la figura 1-34 será por convección natural, dado que, en este caso, cualquier movimiento en el aire se deberá a la elevación del aire más caliente (y, por tanto, más ligero) cercano a la superficie y al descenso del más frío (y más pesado) para llenar su lugar. La transferencia de calor entre el bloque y el aire circundante será por conducción si la diferencia de temperatura entre el aire y el bloque no es suficientemente grande como para vencer la resistencia de ese aire al movimiento y, por consiguiente, para iniciar corrientes naturales de convección.

Los procesos de transferencia de calor que implican *cambio de fase* de un fluido también se consideran como convección a causa del movimiento de ese fluido inducido durante el proceso, como la elevación de las burbujas de vapor durante la ebullición o el descenso de las gotitas de líquido durante la condensación.

A pesar de la complejidad de la convección, se observa que la rapidez de la *transferencia de calor por convección* es proporcional a la diferencia de temperatura y se expresa en forma conveniente por la **ley de Newton del enfriamiento** como (figura 1-36):

$$\dot{Q}_{\text{conv}} = hA_s(T_s - T_\infty) \quad \text{(W)} \qquad \textbf{(1-24)}$$

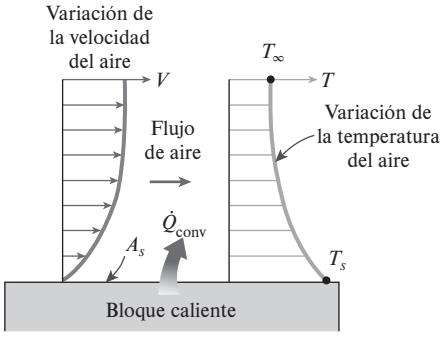


FIGURA 1-34

Transferencia de calor desde una superficie caliente hacia el aire por convección.

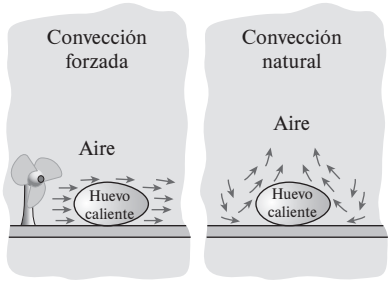


FIGURA 1-35

Enfriamiento de un huevo cocido por convección forzada y convección natural.

FIGURA 1-36

Sir Isaac Newton (1642-1727) matemático, físico y astrónomo inglés, nacido en Lincolnshire, Inglaterra. Es considerado uno de los científicos y matemáticos más sobresalientes en la historia. Entre sus contribuciones al campo de las matemáticas están el desarrollo del teorema binomial, el cálculo diferencial y el cálculo integral. Decía haber concebido la teoría de la gravedad al observar una manzana cayendo de un árbol, en 1665. Debido a las tres leyes fundamentales que llevan su nombre y que están descritas en *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, Newton es conocido como el padre de la mecánica clásica. Demostró que cada una de las tres leyes del movimiento de los planetas y estrellas formuladas por Kepler se podían derivar de una sola ley de la gravedad. También se le atribuye el descubrimiento de la naturaleza compuesta de la luz blanca y su separación en diferentes colores al pasar por un prisma, así como la ley del enfriamiento que rige la razón de la transferencia de calor de una superficie caliente a un fluido más frío que la rodea.

© *Pixal/age fotostock*

donde h es el *coeficiente de transferencia de calor por convección*, en $W/m^2 \cdot K$ o $Btu/h \cdot pie^2 \cdot °F$, A_s es el área superficial a través de la cual tiene lugar la transferencia de calor por convección, T_s es la temperatura de la superficie y T_∞ es la temperatura del fluido suficientemente alejado de esta superficie. Note que en la superficie la temperatura del fluido es igual a la del sólido.

El coeficiente de transferencia de calor por convección h no es una propiedad del fluido, es un parámetro que se determina en forma experimental y cuyo valor depende de todas las variables que influyen sobre la convección, como la configuración geométrica de la superficie, la naturaleza del movimiento del fluido, sus propiedades y su velocidad masiva. En la tabla 1-5 se dan los valores típicos de h.

Algunas personas no consideran la convección como un mecanismo fundamental de transferencia del calor porque es conducción de calor en presencia de un movimiento de fluido. Pero aun así se requiere dar un nombre a este fenómeno combinado, a menos que se desee seguir refiriéndose a él como "conducción con movimiento de fluido". Resulta práctico reconocer a la convección como un mecanismo separado de transferencia de calor, a pesar de los argumentos válidos en contra.

EJEMPLO 1-8 **Medición del coeficiente de transferencia de calor por convección**

Un alambre eléctrico de 2 m de largo y 0.3 cm de diámetro se extiende a través de un cuarto a 15 °C, como se muestra en la figura 1-37. Se genera calor en el alambre como resultado de un calentamiento por resistencia y se mide la temperatura de la superficie de ese alambre como 152 °C en operación estacionaria. Asimismo, se miden la caída de tensión y la corriente eléctrica que pasa por el alambre, resultando ser 60 V y 1.5 A, respectivamente. Si se descarta cualquier transferencia de calor por radiación, determine el coeficiente de transferencia de calor por convección entre la superficie exterior del alambre y el aire que se encuentra en el cuarto.

SOLUCIÓN Se debe determinar el coeficiente de transferencia de calor por convección de un alambre calentado eléctricamente hacia el aire, midiendo las temperaturas cuando se alcanzan las condiciones estacionarias de operación y la potencia eléctrica consumida.

Supuestos **1** Existen condiciones estacionarias de operación, ya que las lecturas de la temperatura no cambian con el tiempo. **2** La transferencia de calor por radiación es despreciable.

Análisis Cuando se alcanzan las condiciones estacionarias de operación, la razón de la pérdida de calor del alambre será igual a la rapidez de generación de calor que resulta del calentamiento por resistencia. Esto es:

$$\dot{Q} = \dot{E}_{\text{generado}} = VI = (60\ \text{V})(1.5\ \text{A}) = 90\ \text{W}$$

El área superficial del alambre es:

$$A_s = \pi DL = \pi(0.003\ \text{m})(2\ \text{m}) = 0.01885\ \text{m}^2$$

La ley de Newton del enfriamiento para la transferencia de calor por convección se expresa como:

$$\dot{Q}_{\text{conv}} = hA_s(T_s - T_\infty)$$

Si se descarta cualquier transferencia de calor por radiación, y se supone que toda la pérdida de calor del alambre ocurre por convección, el coeficiente de transferencia de calor por convección se determina como:

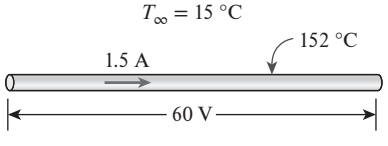


FIGURA 1-37

Esquema para el ejemplo 1-8.

$$h = \frac{\dot{Q}_{\text{conv}}}{A_s(T_s - T_\infty)} = \frac{90 \text{ W}}{(0.01885 \text{ m}^2)(152 - 15) \text{ °C}} = \mathbf{34.9 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}}$$

Discusión El sencillo planteamiento que se acaba de describir puede usarse para determinar coeficientes promedio de transferencia de calor desde diversas superficies en el aire. Además, se puede eliminar la transferencia de calor por radiación manteniendo las superficies alrededor a la temperatura del alambre.

TABLA 1-5

Valores típicos del coeficiente de transferencia de calor por convección

Tipo de convección	h, W/m$^2 \cdot$ K*
Convección libre de gases	2-25
Convección libre de líquidos	10-1 000
Convección forzada de gases	25-250
Convección forzada de líquidos	50-20 000
Ebullición y condensación	2 500-100 000

*Multiplique por 0.176 para convertir Btu/h · pie2 · °F.

1-8 ▪ RADIACIÓN

La **radiación** es la energía emitida por la materia en forma de *ondas electromagnéticas* (o *fotones*) como resultado de los cambios en las configuraciones electrónicas de los átomos o moléculas. A diferencia de la conducción y la convección, la transferencia de calor por radiación no requiere un *medio interventor*. De hecho, la transferencia de calor por radiación es la más rápida (a la velocidad de la luz) y no sufre atenuación en el vacío; esa es la manera en la que la energía del Sol llega a la Tierra.

En los estudios de transferencia de calor es de interés la *radiación térmica*, que es la forma de radiación emitida por los cuerpos debido a su temperatura. Es diferente de las otras formas de radiación, como los rayos X, los rayos gamma, las microondas, las ondas de radio y de televisión, que no están relacionadas con la temperatura. Todos los cuerpos a una temperatura por encima del cero absoluto emiten radiación térmica.

La radiación es un *fenómeno volumétrico* y todos los sólidos, líquidos y gases emiten, absorben o transmiten radiación en diversos grados. Sin embargo, la radiación suele considerarse como un *fenómeno superficial* para los sólidos que son opacos a la radiación térmica, como los metales, la madera y las rocas, ya que las radiaciones emitidas por las regiones interiores de un material de ese tipo nunca pueden llegar a la superficie, y la radiación incidente sobre esos cuerpos suele absorberse en unas cuantas micras desde la superficie.

La razón máxima de la radiación que se puede emitir desde una superficie a una temperatura termodinámica T_s (en K o R) es expresada por la **ley de Stefan-Boltzmann** como:

$$\dot{Q}_{\text{emitida, máx}} = \sigma A_s T_s^4 \quad \text{(W)} \tag{1-25}$$

donde $\sigma = 5.670 \times 10^{-8}$ W/m$^2 \cdot$K^4, o bien, 0.1714×10^{-8} Btu/h $\cdot$ pie$^2 \cdot$R^4 es la *constante de Stefan-Boltzmann*. La superficie idealizada que emite radiación a esta razón máxima se llama **cuerpo negro**, y la radiación emitida por este es la **radiación del cuerpo negro** (figura 1-38). La radiación emitida por todas las superficies reales es menor que la emitida por un cuerpo negro a la misma temperatura, y se expresa como:

$$\dot{Q}_{\text{emitida}} = \varepsilon \sigma A_s T_s^4 \quad \text{(W)} \tag{1-26}$$

donde ε es la **emisividad** de la superficie. La propiedad de la emisividad cuyo valor está en el intervalo $0 \le \varepsilon \le 1$, es una medida de cuán próxima está una superficie de ser un cuerpo negro, para el cual $\varepsilon = 1$. En la tabla 1-6 se dan las emisividades de algunas superficies.

Otra propiedad importante de la radiación de una superficie es su **absortividad** α, que es la fracción de la energía de radiación incidente sobre una superficie que es absorbida por esta. Al igual que la emisividad, su valor está en el intervalo $0 \le \alpha \le 1$.

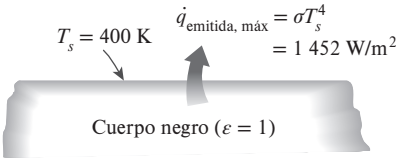


FIGURA 1-38

La radiación del cuerpo negro representa la *cantidad máxima de radiación que puede ser emitida desde una superficie a una temperatura específica.*

TABLA 1-6

Emisividades de algunos materiales a 300 K

Material	Emisividad
Hoja de aluminio	0.07
Aluminio anodizado	0.82
Cobre pulido	0.03
Oro pulido	0.03
Plata pulida	0.02
Acero inoxidable pulido	0.17
Pintura negra	0.98
Pintura blanca	0.90
Papel blanco	0.92-0.97
Pavimento de asfalto	0.85-0.93
Ladrillo rojo	0.93-0.96
Piel humana	0.95
Madera	0.82-0.92
Suelo	0.93-0.96
Agua	0.96
Vegetación	0.92-0.96

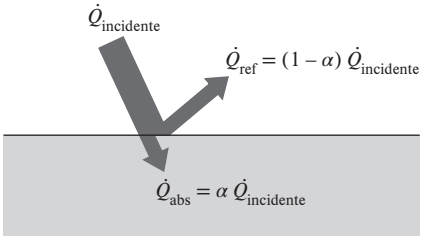


FIGURA 1-39

Absorción de la radiación incidente sobre una superficie opaca de absortividad α.

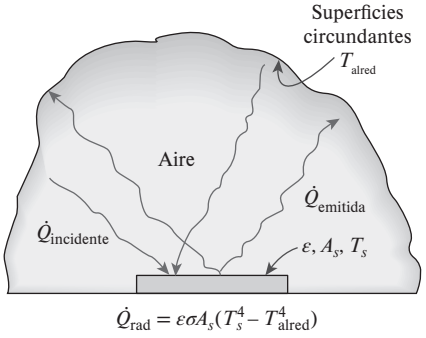


FIGURA 1-40

Transferencia de calor por radiación entre una superficie y las superficies que la circundan.

Un cuerpo negro absorbe toda la radiación incidente sobre él; es decir, un cuerpo negro es un absorbente perfecto ($\alpha = 1$) del mismo modo que es un emisor perfecto.

En general, tanto ε como α de una superficie dependen de la temperatura y de la longitud de onda de la radiación. La **ley de Kirchhoff** de la radiación establece que la emisividad y la absortividad de una superficie a una temperatura y longitud de onda dadas son iguales. En muchas aplicaciones prácticas, las temperaturas de la superficie y de la fuente de radiación incidente son del mismo orden de magnitud, y la absortividad promedio de una superficie se considera igual a su emisividad promedio. La razón a la cual una superficie absorbe la radiación se determina a partir de (figura 1-39):

$$\dot{Q}_{\text{absorbida}} = \alpha\,\dot{Q}_{\text{incidente}} \quad \text{(W)} \tag{1-27}$$

donde $\dot{Q}_{\text{incidente}}$ es la razón a la cual la radiación incide sobre la superficie y α es la absortividad de la superficie. Para las superficies opacas (no transparentes), la parte de la radiación incidente no absorbida por la superficie se refleja de regreso.

La diferencia entre las razones de la radiación emitida por la superficie y la radiación absorbida es la transferencia *neta* de calor por radiación. Si la razón de absorción de la radiación es mayor que la de emisión, se dice que la superficie *gana* energía por radiación. De lo contrario, la superficie *pierde* energía por radiación. En general, la determinación de la razón neta de la transferencia de calor por radiación entre dos superficies es un asunto complicado, ya que depende de las propiedades de las superficies, de su orientación entre sí y de la interacción del medio que existe entre ellas con la radiación.

Cuando una superficie de emisividad ε y área superficial A_s, a una *temperatura termodinámica* T_s, está *completamente encerrada* por una superficie mucho más grande (o negra), a una temperatura termodinámica T_{alred}, y separada por un gas (como el aire) que no interfiere con la radiación, la razón neta de la transferencia de calor por radiación entre estas dos superficies está dada por (figura 1-40):

$$\dot{Q}_{\text{alred}} = \varepsilon\sigma A_s(T_s^4 - T_{\text{combinado}}^4) \quad \text{(W)} \tag{1-28}$$

En este caso especial, la emisividad y el área superficial de la superficie de alrededor no tienen efecto sobre la transferencia neta de calor por radiación.

La transferencia de calor por radiación hacia una superficie, o desde esta, rodeada por un gas como el aire, ocurre *paralela* a la conducción (o convección, si se tiene un movimiento masivo del gas) entre esa superficie y el gas. Por tanto, la transferencia total de calor se determina mediante la *suma* de las contribuciones de los dos mecanismos de transferencia. Por simplicidad y conveniencia esto se realiza a menudo mediante la definición de un **coeficiente combinado de transferencia de calor**, $h_{\text{combinado}}$, que incluye los efectos tanto de la convección como de la radiación. Entonces, la razón total de transferencia de calor hacia una superficie, o desde esta, por convección y radiación se expresa como:

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{\text{total}} &= \dot{Q}_{\text{conv}} + \dot{Q}_{\text{rad}} = h_{\text{conv}} A_s(T_s - T_{\text{surr}}) + \varepsilon\sigma A_s(T_s^4 - T_{\text{surr}}^4) \\ \dot{Q}_{\text{total}} &= h_{\text{combinado}} A_s(T_s - T_{\text{surr}}) \quad \text{(W)} \\ h_{\text{combinado}} &= h_{\text{conv}} + h_{\text{rad}} = h_{\text{conv}} + \varepsilon\sigma(T_s + T_{\text{alred}})(T_s^2 + T_{\text{alred}}^2) \end{aligned} \tag{1-29}$$

Observe que el coeficiente combinado de transferencia de calor es, en esencia, un coeficiente de transferencia de calor por convección modificado para incluir los efectos de la radiación.

La radiación suele ser significativa en relación con la conducción o la convección natural, pero despreciable en relación con la convección forzada. Por consiguiente, en las aplicaciones de convección forzada suele descartarse la radiación, en especial cuando las superficies que intervienen tienen emisividades bajas y temperaturas de bajas a moderadas.

EJEMPLO 1-9 **Efecto de la radiación sobre la comodidad térmica**

Una experiencia común es la de sentir en nuestras casas escalofríos en invierno y bochornos en verano, incluso cuando el ajuste del termostato se mantenga igual. Esto se debe al llamado efecto de radiación, resultante del intercambio de calor por radiación entre nuestros cuerpos y las superficies circundantes de las paredes y el techo.

Considere una persona que está parada en un cuarto con una temperatura de 22 °C en todo momento. Se observa que las superficies interiores de las paredes, pisos y el techo de la casa se encuentran a una temperatura promedio de 10 °C, en invierno, y de 25 °C, en verano. Determine la razón de transferencia de calor por radiación entre esta persona y las superficies de alrededor, si el área superficial expuesta y la temperatura promedio de la superficie exterior de esta son de 1.4 m^2 y 30 °C, respectivamente (figura 1-41).

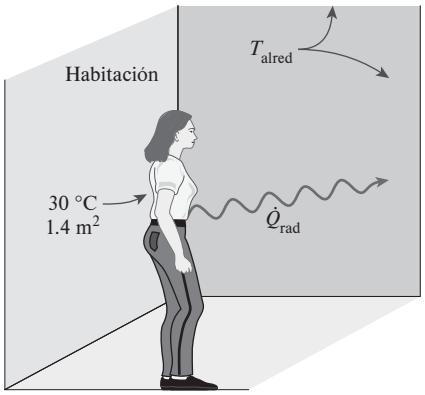


FIGURA 1-41
Esquema para el ejemplo 1-9.

SOLUCIÓN Se deben determinar las razones de transferencia de calor por radiación entre una persona y las superficies circundantes que están a temperaturas específicas en verano y en invierno.

Supuestos **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** No se considera la transferencia de calor por convección. **3** La persona está completamente rodeada por las superficies interiores del cuarto. **4** Las superficies de alrededor están a una temperatura uniforme.

Propiedades La emisividad de una persona es $\varepsilon = 0.95$ (tabla 1-6).

Análisis Las razones netas de transferencia de calor por radiación del cuerpo hacia las paredes, techo y piso, en invierno y en verano, son:

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{rad, invierno}} &= \varepsilon\sigma A_s\,(T_s^4 - T^4{}_{\text{alred, invierno}}) \\ &= (0.95)(5.67\times10^{-8}\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}^4)(1.4\ \text{m}^2) \\ &\quad\times\left[(30+273)^4-(10+273)^4\right]\text{K}^4 \\ &= \mathbf{152\ W}\end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{rad, verano}} &= \varepsilon\sigma A_s\,(T_s^4 - T^4{}_{\text{alred, verano}}) \\ &= (0.95)(5.67\times10^{-8}\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}^4)(1.4\ \text{m}^2) \\ &\quad\times\left[(30+273)^4-(25+273)^4\right]\text{K}^4 \\ &= \mathbf{40.9\ W}\end{aligned}$$

Discusión En los cálculos de la radiación deben usarse *temperaturas termodinámicas* (*es decir, absolutas*). Asimismo, la razón de la pérdida de calor de la persona, por radiación, es aproximadamente cuatro veces más grande en invierno de lo que es en verano, lo cual explica los "escalofríos" que se perciben en invierno, incluso si el ajuste del termostato se mantiene igual.

1-9 ▪ MECANISMOS SIMULTÁNEOS DE TRANSFERENCIA DE CALOR

Se mencionó que existen tres mecanismos de transferencia de calor, pero no pueden existir simultáneamente los tres en un medio. Por ejemplo, la transferencia de calor solo ocurre por conducción en los *sólidos opacos*, pero por conducción y radiación en los *sólidos semitransparentes*. Esto es, un sólido puede implicar conducción y radiación pero no convección. Sin embargo, un sólido puede presentar transferencia de calor por convección o radiación sobre sus superficies expuestas a un

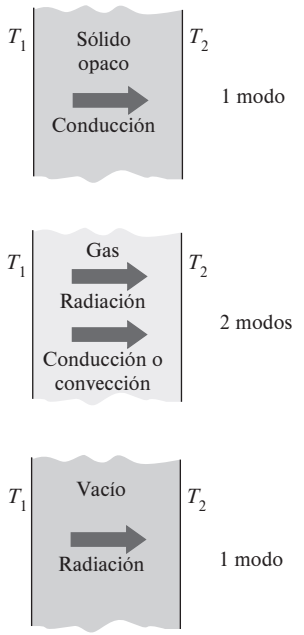


FIGURA 1-42

Aun cuando se tienen tres mecanismos de transferencia de calor, un medio solo puede comprender dos de ellos en forma simultánea.

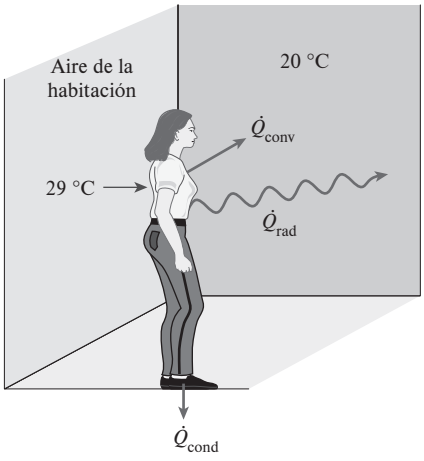


FIGURA 1-43

Transferencia de calor desde la persona descrita en el ejemplo 1-10.

fluido o a otras superficies. Por ejemplo, las superficies exteriores de un trozo frío de roca se calentarán en un medio ambiente más caliente, como resultado de la ganancia de calor por convección (del aire) y la radiación (del Sol o de las superficies de alrededor más calientes). Pero las partes interiores de la roca se calentarán a medida que el calor se transfiera hacia la región interior de esta por conducción.

La transferencia de calor es por conducción y, posiblemente, por radiación en un *fluido estático* (sin movimiento masivo del fluido) y por convección y radiación en un *fluido que fluye*. Sin radiación, la transferencia de calor a través de un fluido es por conducción o convección, dependiendo del movimiento masivo de ese fluido. La convección se puede ver como conducción y movimiento del fluido combinados, y la conducción en un fluido se puede concebir como un caso especial de convección en ausencia de algún movimiento del fluido (figura 1-42).

Así, cuando se trata con la transferencia de calor a través de un *fluido*, se tiene *conducción* o *convección*, pero no las dos. Asimismo, los gases son prácticamente transparentes a la radiación, excepto por algunos gases que se sabe absorben radiación con gran fuerza en ciertas longitudes de onda. El ozono, por ejemplo, absorbe fuertemente la radiación ultravioleta. Pero, en la mayoría de los casos, un gas entre dos superficies sólidas no interfiere con la radiación y actúa de manera efectiva como el vacío. Por otro lado, los líquidos suelen ser fuertes absorbentes de radiación.

Por último, la transferencia de calor a través del *vacío* solo se produce por radiación, dado que la conducción o la convección requieren un medio material.

EJEMPLO 1-10 **Pérdida de calor de una persona**

Considere una persona que está de pie en un cuarto con brisa a 20 °C. Determine la razón total de transferencia de calor desde esta persona, si el área superficial expuesta y la temperatura promedio de la superficie exterior de esta son 1.6 m^2 y 29 °C, respectivamente, y el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 6 $W/m^2 \cdot K$ (figura 1-43).

SOLUCIÓN Se va a determinar la razón total de transferencia de calor desde una persona, tanto por convección como por radiación, hacia el aire y superficies de alrededor que se encuentran a las temperaturas especificadas.

Supuestos **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** La persona está rodeada por las superficies interiores de la habitación. **3** Las superficies circundantes están a la misma temperatura que el aire en el cuarto. **4** La conducción del calor hacia el piso, a través de los pies, es despreciable.

Propiedades La emisividad de una persona es $\varepsilon = 0.95$ (tabla 1-6).

Análisis La transferencia de calor entre la persona y el aire del cuarto es por convección (y no por conducción), ya que se puede concebir que el aire que se encuentra cerca de la piel o de la ropa se calienta y sube como resultado de la transferencia de calor del cuerpo, iniciándose corrientes naturales de convección. Parece que, en este caso, el valor determinado en forma experimental para la razón de la transferencia de calor por convección es 6 W por unidad de área superficial (m^2) por unidad de diferencia de temperatura (en K o °C) entre la persona y el aire alejado de esta. Por consiguiente, la razón de la transferencia de calor de la persona al aire del cuarto es:

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{conv} &= hA_s\,(T_s - T_\infty)\\ &= (6\ \text{W/m}^2\cdot\text{K})(1.6\ \text{m}^2)(29-20)\ ^\circ\text{C}\\ &= 86.4\ \text{W}\end{aligned}$$

La persona también pierde calor por radiación hacia las superficies de las paredes de alrededor. En este caso, considere la temperatura de las superficies de las paredes, el techo y el piso como iguales a la del aire, pero reco-

nozca que este no es necesariamente el caso. Estas superficies pueden estar a una temperatura superior o inferior a la promedio del aire de la habitación, dependiendo de las condiciones en el exterior y de la estructura de las paredes. Si se considera que el aire no interviene con la radiación y que la persona está completamente encerrada por las superficies de alrededor, la razón neta de la transferencia de calor por radiación de la persona hacia las paredes, techo y piso circundantes es:

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{rad}} &= \varepsilon\sigma A_s (T_s^4 - T_{\text{alred}}^4) \\ &= (0.95)(5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}^4)(1.6\,\text{m}^2) \\ &\quad \times [(29+273)^4 - (20+273)^4]\,\text{K}^4 \\ &= 81.7\ \text{W}\end{aligned}$$

Deben usarse temperaturas *termodinámicas* en los cálculos de la radiación. Además, se usó el valor de la emisividad para la piel y la ropa a temperatura ambiente, ya que no se espera que la emisividad cambie significativamente a una temperatura un poco más elevada.

Entonces, la razón de la transferencia total de calor del cuerpo se determina al sumar estas dos cantidades:

$$\dot{Q}_{\text{total}} = \dot{Q}_{\text{conv}} + \dot{Q}_{\text{rad}} = (86.4 + 81.7)\ \text{W} \cong \mathbf{168\ W}$$

Discusión La transferencia de calor sería mucho más elevada si la persona no estuviera vestida, ya que la temperatura de la superficie expuesta sería más alta. Por consiguiente, una importante función de la ropa es servir como una barrera contra la transferencia de calor.

En estos cálculos no se considera la transferencia de calor por conducción a través de los pies hacia el piso, dado que suele ser muy pequeña. Aquí no se considera la transferencia de calor de la piel por transpiración, que es el modo dominante de transferencia en los medios calientes.

Por otro lado, las unidades $\text{W/m}^2\cdot{}^\circ\text{C}$ y $\text{W/m}^2\cdot\text{K}$ para el coeficiente de transferencia de calor son equivalentes y pueden intercambiarse.

EJEMPLO 1-11 Transferencia de calor entre dos placas isotérmicas

Considere la transferencia de calor en estado estacionario entre dos placas paralelas que se encuentran a las temperaturas constantes de $T_1 = 300$ K y $T_2 = 200$ K, y están separadas una distancia $L = 1$ cm, como se muestra en la figura 1-44. Si se supone que las superficies son negras (emisividad $\varepsilon = 1$), determine la razón de transferencia de calor entre las placas por unidad de área superficial, suponiendo que el espacio entre ellas está *a*) lleno con aire atmosférico, *b*) vacío, *c*) lleno con aislamiento de uretano y *d*) lleno con un superaislamiento que tiene una conductividad térmica aparente de 0.00002 $\text{W/m}\cdot\text{K}$.

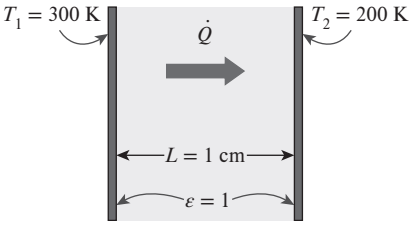


FIGURA 1-44
Esquema para el ejemplo 1-11.

SOLUCIÓN Se debe determinar la razón de transferencia de calor entre dos placas grandes paralelas, a las temperaturas especificadas, para cuatro casos diferentes.

Supuestos **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** No se tienen corrientes de convección natural en el aire entre las placas. **3** Las superficies son negras, por tanto, $\varepsilon = 1$.

Propiedades La conductividad térmica a la temperatura promedio de 250 K es $k = 0.0219\ \text{W/m}\cdot\text{K}$ para el aire (tabla A-15), $0.026\ \text{W/m}\cdot\text{K}$ para el aislamiento de uretano (tabla A-6) y $0.00002\ \text{W/m}\cdot\text{K}$ para el superaislamiento.

Análisis *a*) Las razones de transferencia de calor por conducción y por radiación entre las placas, a través de la capa de aire, son:

$$\dot{Q}_{\text{cond}} = kA\frac{T_1 - T_2}{L} = (0.0219\ \text{W/m}\cdot\text{K})(1\text{m}^2)\frac{(300-200)\text{K}}{0.01\ \text{m}} = 219\ \text{W}$$

y

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{rad}} &= \varepsilon\sigma A\,(T_1^4 - T_2^4)\\ &= (1)(5.67\times 10^{-8}\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}^4)(1\,\text{m}^2)\left[(300\ \text{K})^4 - (200\ \text{K})^4\right] = 369\ \text{W}\end{aligned}$$

Por tanto,

$$\dot{Q}_{\text{total}} = \dot{Q}_{\text{cond}} + \dot{Q}_{\text{rad}} = 219 + 369 = \mathbf{588\ W}$$

La razón de transferencia de calor en realidad será más alta debido a las corrientes de convección natural que es muy probable ocurran en el espacio de aire entre las placas.

b) Cuando se vacía el espacio de aire entre las placas no hay conducción ni convección, y la única transferencia de calor entre las placas será por radiación. Por consiguiente,

$$\dot{Q}_{\text{total}} = \dot{Q}_{\text{rad}} = \mathbf{369\ W}$$

c) Un material sólido opaco colocado entre las dos placas bloquea la transferencia de calor por radiación directa entre ellas. Asimismo, la conductividad térmica de un material aislante toma en cuenta la transferencia de calor por radiación que puede ocurrir a través de los huecos vacíos en ese material. La razón de transferencia de calor a través del aislamiento de uretano es:

$$\dot{Q}_{\text{total}} = \dot{Q}_{\text{cond}} = kA\frac{T_1 - T_2}{L} = (0.026\ \text{W/m}\cdot\text{K})(1\,\text{m}^2)\frac{(300-200)\text{K}}{0.01\ \text{m}} = \mathbf{260\ W}$$

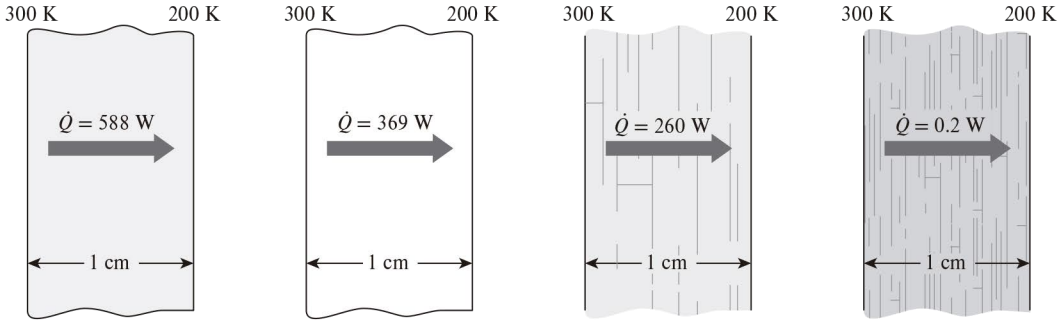
Note que la transferencia de calor a través del material de uretano es menor que la ocurrida a través del aire, determinada en (*a*), aunque la conductividad térmica del aislamiento es más elevada que la del aire. Esto se debe a que el aislamiento bloquea la radiación mientras que el aire la transmite.

d) Las capas del superaislamiento impiden cualquier transferencia de calor por radiación directa entre las placas. Sin embargo, sí ocurre la transferencia de calor por radiación entre las láminas de superaislamiento y la conductividad térmica aparente de este toma en cuenta este efecto; por tanto,

$$\dot{Q}_{\text{total}} = kA\frac{T_1 - T_2}{L} = (0.00002\ \text{W/m}\cdot\text{K})(1\,\text{m}^2)\frac{(300-200)\text{K}}{0.01\ \text{m}} = \mathbf{0.2\ W}$$

la cual es $\frac{1}{1845}$ de la correspondiente al vacío. Los resultados de este ejemplo se resumen en la figura 1-45 para ponerlos en perspectiva.

Discusión Este ejemplo demuestra la efectividad de los superaislamientos, lo que explica por qué se eligen en aplicaciones críticas, a pesar de su costo elevado.



a) Espacio de aire *b*) Vacío *c*) Aislamiento *d*) Superaislamiento

FIGURA 1-45
Diferentes maneras de reducir la transferencia de calor entre dos placas isotérmicas y su efectividad.

EJEMPLO 1-12 **Transferencia de calor en hornos convencionales y de microondas**

El cocimiento rápido y eficiente de los hornos de microondas los hace uno de los electrodomésticos esenciales en las cocinas modernas (figura 1-46). Analice los mecanismos de transferencia de calor asociados con la cocción de un pollo en un horno de microondas y uno convencional, y explique por qué es más eficiente la cocción en el primero.

SOLUCIÓN Los alimentos se cuecen en un horno de microondas al absorber la energía de radiación electromagnética generada por el tubo de microondas, llamado el magnetrón. La radiación emitida por el magnetrón no es térmica, ya que su emisión no se debe a la temperatura de este, sino a la conversión de energía eléctrica en radiación electromagnética a una longitud de onda específica. La longitud de onda de la radiación de microondas es tal que es *reflejada* por las superficies metálicas; *transmitida* por las cacerolas para cocinar hechas de vidrio, cerámica o plástico y *absorbida* y convertida en energía interna por las moléculas de los alimentos (en especial el agua, el azúcar y la grasa).

En un horno de microondas, la *radiación* que choca contra el pollo es absorbida por su piel y sus partes externas. Como resultado, la temperatura del pollo se eleva en la piel y cerca de ella. Enseguida, el calor es *conducido* hacia el interior del pollo desde sus partes exteriores. Por supuesto, algo del calor absorbido por la superficie exterior del pollo se pierde por *convección* hacia el aire que está dentro del horno.

En un horno convencional, primero se calienta el aire que está en el horno hasta la temperatura deseada por medio de un elemento de calentamiento, eléctrico o de gas. Este precalentamiento puede tardar varios minutos. Entonces el calor se transfiere del aire a la piel del pollo por *convección natural*, en la mayor parte de los hornos, o *por convección forzada*, en los más modernos que utilizan un ventilador. El movimiento del aire en los hornos de convección incrementa el coeficiente de transferencia de calor por convección y, por tanto, disminuye el tiempo de cocción. Después, el calor es *conducido* hacia el interior del pollo desde sus partes exteriores, como en los hornos de microondas.

Los hornos de microondas reemplazan el lento proceso de transferencia de calor por convección de los hornos convencionales por la transferencia instantánea de calor por radiación. Como resultado, en los hornos de microondas se transfiere la energía hacia los alimentos a plena capacidad en el momento en que se encienden, y cuecen más rápido y al mismo tiempo consumen menos energía.

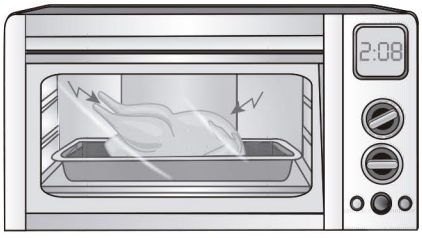


FIGURA 1-46
Un pollo mientras se cuece en un horno de microondas (ejemplo 1-12).

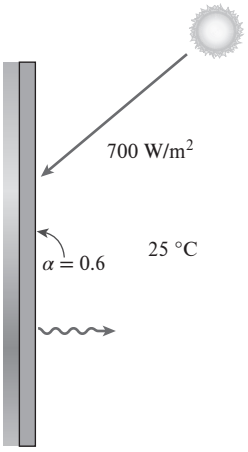


FIGURA 1-47
Esquema para el ejemplo 1-13.

EJEMPLO 1-13 **Calentamiento de una placa por energía solar**

Una placa metálica delgada está aislada en la parte posterior y expuesta a la radiación solar en la superficie frontal (figura 1-47). La superficie expuesta tiene una absortividad de 0.6, para la radiación solar. Si la radiación solar incide sobre la placa a una rapidez de 700 W/m^2 y la temperatura del aire circundante es de 25 °C, determine la temperatura de la superficie de la placa cuando la pérdida de calor por convección y radiación es igual a la energía absorbida por la propia placa. Suponga que el coeficiente combinado de transferencia de calor por convección y radiación es de 50 W/m$^2\cdot$K.

SOLUCIÓN El lado posterior de la placa metálica delgada está aislado y el lado frontal está expuesto a la radiación solar. Se debe determinar la temperatura de la superficie de la placa cuando esta se estabiliza.

Supuestos **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** La transferencia de calor a través del lado aislado de la placa es despreciable. **3** El coeficiente de transferencia de calor permanece constante.

Propiedades La absortividad solar de la placa está dada como $\alpha = 0.6$.

Análisis La absortividad solar de la placa es 0.6, y 60% de la radiación solar incidente sobre la placa es absorbida de manera continua. Como resultado, la temperatura de la placa se elevará y aumentará la diferencia de temperatura entre la placa y sus alrededores. Esta diferencia creciente causará que se incremente la razón de la pérdida de calor de la placa hacia los alrededores. En algún momento, dicha razón será igual a la de la energía solar absorbida, y la temperatura de la placa ya no cambiará. La temperatura de la placa cuando se establece la operación estacionaria se determina a partir de:

$$\dot{E}_{\text{ganada}} = \dot{E}_{\text{perdida}} \quad \text{o} \quad \alpha A_s\, \dot{q}_{\text{incidente, solar}} = h_{\text{combinado}} A_s (T_s - T_\infty)$$

Al despejar T_s y sustituir, se determina la temperatura de la superficie de la placa como:

$$T_s = T_\infty + \alpha \frac{\dot{q}_{\text{incidente, solar}}}{h_{\text{combinado}}} = 25\ ^\circ\text{C} + \frac{0.6 \times (700\ \text{W/m}^2)}{50\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}} = \mathbf{33.4\ ^\circ C}$$

Discusión Las pérdidas de calor impedirán que la temperatura de la placa se eleve más de 33.4 °C. Además, el coeficiente combinado de transferencia de calor considera los efectos tanto de la convección como de la radiación y, por consiguiente, su uso es muy conveniente en los cálculos de transferencia de calor cuando se conoce su valor con razonable exactitud.

FIGURA 1-48
Un aerogel de sílice aísla una flor del calor de un mechero de Bunsen.
Fuente: JPL/NASA

1-10 ▪ AEROGEL: UN DESTACADO MATERIAL SUPERAISLANTE*

Los aerogeles, que con frecuencia se llaman "humo congelado", son ligeros y tienen una apariencia azul etérea. Un aerogel en la mano se siente como un pedazo de aire, pero es un sólido. Lo que los hace tan interesantes es su estructura nanoporosa única. Esta estructura se forma a través del proceso sol-gel, mediante el cual un sol (una solución que contiene partículas) experimenta una reacción de polimerización para formar un gel húmedo nanoporoso. La clave para hacer un aerogel es secar con cuidado el gel húmedo, lo que puede ser difícil porque las fuerzas capilares debidas a la tensión superficial causarán que la estructura nanoporosa colapse a

* Esta sección es una aportación de la profesora Ann M. Anderson, del Departamento de Ingeniería Mecánica, Union College, Schenectady, NY.

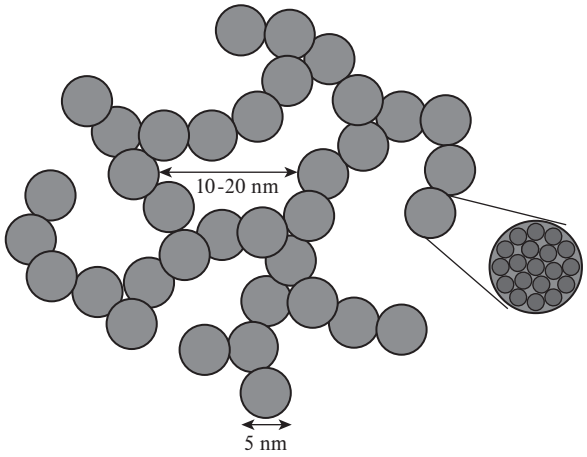


FIGURA 1-49
Representación esquemática de una nanoestructura de aerogel.
©Ann M. Anderson

medida que se seca. La extracción supercrítica se usa comúnmente para hacer aerogeles. Si el gel húmedo se calienta y se presuriza hasta un estado por encima del punto crítico del disolvente que se encuentra en el gel húmedo, es posible eliminar la tensión superficial y el gel húmedo se puede secar para formar un aerogel. Los aerogeles pueden fabricarse de muchos materiales precursores diferentes. El tipo más común es el de sílice. En la figura 1-48 se presenta una famosa imagen de aerogel del sitio Stardust de la NASA, la cual demuestra las propiedades aislantes del aerogel de sílice.

Cuando un aerogel se fabrica mediante el método sol-gel, forma una estructura nanoporosa compuesta por grupos de esferas de sílice que miden entre 5 y 10 nm, y se conectan para formar largas estructuras de conexión de tipo cadena con poros que tienen un tamaño entre 5 y 100 nm, como se muestra en la figura 1-49. Debido a esta estructura, los aerogeles de sílice son muy porosos (90 a 99% de aire) y tienen baja densidad (0.05 a 0.4 g/cm^3), además poseen grandes superficies (500 a 1 400 m^2/g). También son altamente translúcidos y tienen una conductividad térmica baja (0.01 a 0.3 W/m · K, que es menor que la conductividad térmica de la mayoría de los aisladores mostrados en la figura 1-29).

En general, el calor se transfiere por conducción, convección y radiación. La convección a través de un aerogel se ve obstaculizada por los tamaños pequeños de los poros y porque, a temperaturas bajas, la radiación no es significativa. El método principal para la transferencia de calor a través de un aerogel es por conducción tanto en la fase sólida como en la gaseosa. La conducción en fase sólida se relaciona con la conductividad térmica del sólido y la cantidad de este. Dado que los aerogeles son tan porosos, hay muy poco material sólido, y el que existe presenta una trayectoria sinuosa con muchos callejones sin salida (formados por el proceso original de sol-gel). Debido a lo anterior, la conductividad térmica de un aerogel es muy baja.

Los aerogeles están disponibles comercialmente en forma de mantas impregnadas, como gránulos, o como piezas monolíticas. Se utilizan en una variedad de aplicaciones, por ejemplo en colectores de polvo de cometas, como material de limpieza de derrames de petróleo y en sensores químicos. Su aplicación más común es como aislamiento, por ejemplo, se utilizan en productos de iluminación natural (ventanas aislantes), ropa de alto rendimiento y aislamiento de tuberías.

Un aerogel monolítico bajo un ligero vacío puede tener una conductividad térmica tan baja como 0.01 W/m · K. Debido a que también son translúcidos, se pueden usar en aplicaciones de iluminación natural y ventanas. Por ejemplo, considere una ventana de vidrio de un solo panel de 6 mm de espesor (k = 1.0 W/m · K) de 25 × 16 cm con una temperatura interior de 30 °C y una temperatura exterior de 10 °C. La pérdida de calor a través de la ventana se puede calcular como:

$$\dot{Q} = kA\frac{\Delta T}{\Delta x} = \left(1.0\frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}\right)(0.25\,\text{m} \times 0.16\,\text{m})\frac{(30-10)\,^\circ\text{C}}{0.006\ \text{m}} = 133.3\,\text{W}$$

Si pudiéramos hacer que el cristal de la ventana fuera de un aerogel monolítico bajo un ligero vacío, la pérdida de calor sería:

$$\dot{Q} = kA\frac{\Delta T}{\Delta x} = \left(0.01\frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}\right)(0.25\,\text{m} \times 0.16\,\text{m})\frac{(30-10)\,^\circ\text{C}}{0.006\ \text{m}} = 1.3\,\text{W}$$

¡El aerogel reduciría la pérdida de calor en un factor de 100!

Entonces, ¿por qué no tenemos más ventanas de aerogel? Hay dos factores limitantes principales para el uso más generalizado de los aerogeles: costo y fragilidad. La extracción supercrítica implica equipos costosos, lo que aumenta el costo de los aerogeles. La estructura nanoporosa única del aerogel que le otorga las propiedades aislantes notables también es muy frágil. Gran parte de la investigación actual en la comunidad de aerogeles se centra en desarrollar métodos que reduzcan su costo y los hagan más resistentes.

1-11 ▪ PREVENCIÓN MEDIANTE EL DISEÑO*

El énfasis en la seguridad es muy común en los campos de la ingeniería. No es sorprendente que el primero de los cánones fundamentales de la ética para los ingenieros sea "considerar la seguridad, la salud y el bienestar de las personas" al cumplir con sus obligaciones profesionales (*Código de ética para ingenieros*, 2007). En 2007, el National Institute for Occupational Safety and Health (NIOSH) lanzó la iniciativa nacional de Prevención mediante el Diseño (PtD) en Estados Unidos, con la intención de prevenir o reducir las lesiones, enfermedades y muertes relacionadas con el trabajo mediante la inclusión de consideraciones preventivas en todas las circunstancias que afectan a las personas en sus lugares de trabajo (*Prevention Through Design: Plan for the National Initiative*, 2010). La PtD implica aplicar los medios para reducir los riesgos y prevenir los peligros en el diseño de equipos, herramientas, procesos e instalaciones de trabajo. A lo largo de este texto se presentan problemas de ejemplo y problemas al final del capítulo sobre PtD, no solo para realizar análisis sobre aplicaciones interesantes del mundo real, sino también para presentar los conceptos de PtD a las mentes de los ingenieros del futuro para que puedan influir en un cambio en cultura hacia un mayor énfasis en los diseños seguros.

La iniciativa nacional de PtD es objeto de mucho análisis en el contexto de la prevención de riesgos en los entornos de trabajo. Sin embargo, los conceptos de PtD también pueden aplicarse racionalmente para prevenir fallas y daños a dispositivos, productos y sistemas. Con frecuencia, las fallas y los daños tienen impactos negativos en el medio ambiente, la rentabilidad y la sociedad en general. En el contexto de la transferencia de calor y masa, es posible presentar los conceptos de PtD junto con los mecanismos físicos involucrados y sus aplicaciones prácticas. Temas como la prevención de quemaduras térmicas, el riesgo de incendio y la falla térmica en los sistemas son asuntos que pueden relacionar los conceptos de PtD con la ciencia básica de la transferencia de calor y masa. El proceso de solución de problemas de transferencia de calor y masa, junto con la aplicación de conceptos de PtD, implica la incorporación de los criterios prescritos para esta iniciativa, ya sea la prevención de lesiones por quemaduras, riesgo de incendio o falla del sistema, en

*Sección aportada por el profesor Clement C. Tang, Departamento de Ingeniería Mecánica, University of North Dakota, Grand Forks, ND.

las soluciones (figura 1-50). A fin de llegar con éxito a una solución que satisfaga los criterios prescritos de PtD, es necesario comprender cómo los mecanismos físicos de transferencia de masa y calor se interrelacionan con los conceptos de PtD.

La quemadura térmica ocurre cuando los tejidos de la piel están expuestos a temperaturas más altas que su temperatura fisiológica. Cuando esto sucede, la proteína y las estructuras celulares de los tejidos de la piel se alteran a medida que las temperaturas más altas ocasionan choques térmicos y alteran las células de la piel. El grado de lesión como resultado de la quemadura térmica está influenciado por la temperatura a la que está expuesta la piel y la duración de la exposición. La reacción de la piel a la quemadura térmica depende de la razón de transferencia de calor del medio caliente a la piel. Cuando se expone a temperaturas aproximadas a 43 °C o superiores, la piel humana puede comenzar a sentir malestar y dolor; el daño ocurre si la exposición es suficientemente larga. La exposición a una temperatura de 48 °C puede causar que la piel humana sufra una quemadura de primer grado, y las temperaturas superiores a 70 °C llegan a ocasionar daños instantáneos en la piel humana (ASTM Standard C1055-03, 2009).

La lesión por quemadura térmica puede ser resultado de los tres modos de transferencia de calor: conducción, convección y radiación. La quemadura térmica por transferencia de calor por conducción se produce cuando la piel está en contacto con una superficie sólida caliente. Las propiedades térmicas, la rugosidad y la temperatura de la superficie sólida caliente, junto con la duración del contacto y la naturaleza de la piel, influyen en el grado de esta lesión por quemadura térmica. El escaldado de la piel por un fluido caliente es una quemadura térmica causada por la transferencia de calor por convección a la piel. Se puede producir escaldadura en el tejido de la piel al derramar sobre ella un líquido caliente, o bien por una inmersión accidental en el líquido caliente. Las lesiones por quemaduras térmicas debidas a la transferencia de calor por convección del gas caliente no solo son externas, sino que también pueden ser internas y afectar el tracto respiratorio superior e incluso los pulmones. La quemadura térmica por radiación puede ser causada por láser u otras fuentes, como una explosión nuclear. Aunque la piel humana puede reflejar gran parte de la energía incidente de la radiación, la exposición a rayos láser de alta energía puede causar quemaduras térmicas en la piel. La gravedad de la quemadura térmica del láser depende del rango de longitud de onda que permite que el rayo láser penetre en el tejido de la piel y de la duración de la exposición.

En la prevención del riesgo de incendio, la comprensión del punto de inflamación es importante. El punto de inflamación es la temperatura más baja a la que un líquido puede vaporizarse y formar una mezcla con el aire para convertirse en inflamable. Cuando un líquido alcanza su punto de inflamación, una fuente de ignición (por ejemplo, una llama abierta, una chispa, electricidad estática o un objeto caliente) hará que el líquido se encienda. Los diseños para la prevención del riesgo de incendio deben estar en su sitio al almacenar, manipular o transportar un líquido por encima de su punto de inflamación para que no esté expuesto a una fuente de ignición. Cuanto más bajo sea el punto de inflamación de un líquido, más susceptible será a un riesgo de incendio. El punto de inflamación también se usa para caracterizar líquidos en categorías de riesgo de incendio, como líquidos combustibles e inflamables. La Asociación Nacional de Protección contra Incendios (NFPA, por sus siglas en inglés) ha clasificado un líquido con un punto de inflamación de 37.8 °C (100 °F) o más como líquido combustible. Un líquido con un punto de inflamación inferior a 37.8 °C se clasifica como líquido inflamable. Otro concepto importante para la prevención de riesgos de incendio es la temperatura de autoignición (AIT), que es la temperatura mínima a la que una sustancia se encenderá de forma espontánea sin una fuente de ignición. Una sustancia se enciende de manera automática cuando se calienta por encima de una temperatura a la cual la razón de liberación de calor de la reacción de oxidación exotérmica es significativamente mayor que la razón del calor perdido hacia el entorno. Los factores que influyen en la

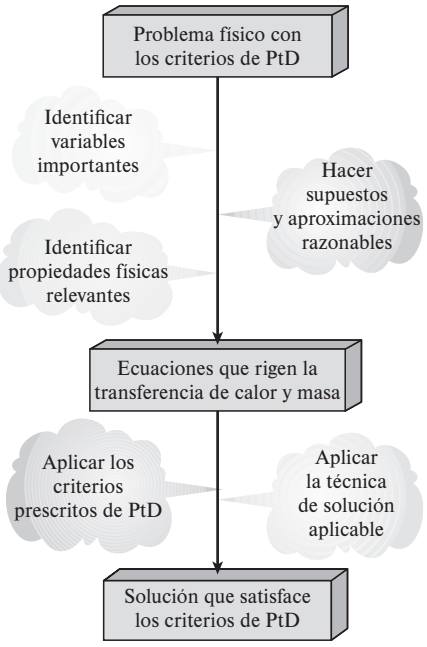


FIGURA 1-50

Proceso de resolución de problemas con la aplicación de conceptos de PtD.

temperatura de autoignición incluyen la presión atmosférica, humedad y concentración de oxígeno.

La ciencia de la transferencia de calor y masa se puede combinar con los conceptos de PtD para mitigar los riesgos de falla térmica en los sistemas. El esfuerzo térmico puede comprometer la integridad de las piezas y componentes de un sistema. Una temperatura extrema puede alterar las propiedades físicas de un material, lo que puede ocasionar que un componente pierda su funcionalidad. La temperatura fría en la mañana del 28 de enero de 1986 afectó la elasticidad de la junta tórica en un cohete sólido del transbordador espacial *Challenger*. La pérdida de la elasticidad de la junta tórica y la capacidad de sellado permitieron que el gas de combustión caliente se filtrara a través de un sólido propulsor de cohetes, lo que provocó el trágico desastre.

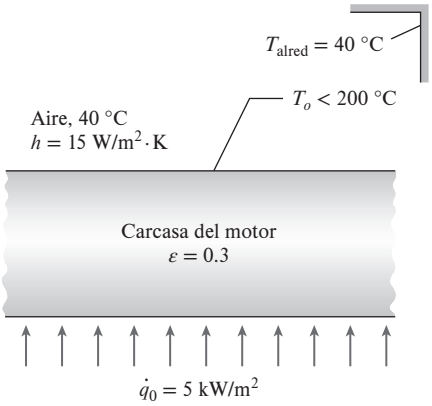


FIGURA 1-51
Esquema para el ejemplo 1-14.

PtD ***EJEMPLO 1-14*** **Prevención del riesgo de incendio por fugas de aceite en la superficie caliente de un motor**

Las fugas de aceite y los derrames sobre las superficies calientes de un motor pueden crear riesgos de incendio. Algunos aceites de motor tienen una temperatura de autoignición superior a 250 °C. Cuando las fugas de aceite entran en contacto con una superficie caliente del motor que tiene una temperatura más alta que su temperatura de autoignición, el aceite puede encenderse espontáneamente. Considere la superficie externa de un motor situado en un lugar donde existe la posibilidad de estar en contacto con una fuga de aceite. La superficie del motor tiene una emisividad de 0.3, y cuando está en funcionamiento, su superficie interior está sujeta a 5 kW/m^2 de flujo de calor (figura 1-51). El motor se encuentra en un entorno donde el aire ambiental y la temperatura de alrededor son de 40 °C, mientras que el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 15 W/m$^2 \cdot$K. Para evitar el riesgo de incendio, la temperatura de la superficie del motor debe mantenerse por debajo de 200 °C. Determine si el aceite en la superficie del motor tiene riesgo de autoignición. Si existe un riesgo de autoignición, indique una medida de prevención que pueda implementarse.

SOLUCIÓN En este ejemplo, los conceptos de PtD se aplican con la comprensión básica de los mecanismos de transferencia de calor simultáneos mediante convección y radiación. La superficie interna de un motor está sujeta a un flujo de calor de 5 kW/m^2. Se debe determinar si la temperatura de la superficie del motor está por debajo de 200 °C para evitar la ignición espontánea en caso de una fuga de aceite sobre la superficie del motor.

Supuestos **1** Existen condiciones operativas estables. **2** Las superficies circundantes están a la misma temperatura que el aire ambiental. **3** La conducción de calor a través de la carcasa del motor es unidimensional. **4** La superficie interna del motor está sujeta a un flujo de calor uniforme.

Propiedades La emisividad de la superficie del motor está dada como $\varepsilon = 0.3$.

Análisis Cuando el motor se encuentra en funcionamiento, su superficie interna está sujeta a un flujo de calor uniforme, que es igual a la suma de los flujos de calor transferidos por convección y radiación en la superficie exterior. Por tanto,

$$\dot{q}_0 = h(T_o - T_\infty) + \varepsilon\sigma(T_o^4 - T_{\text{alred}}^4)$$

$$5\,000\ \text{W/m}^2 = (15\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K})[T_o - (40 + 273)]\text{K} + (0.3)(5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4)[T_o^4 - (40 + 273)^4]\text{K}^4$$

Si se utiliza un software apropiado y se resuelve implícitamente la temperatura de la superficie exterior del motor (T_o), el resultado es T_o = 552 K = 279 °C.

Discusión La solución revela que la temperatura de la superficie externa del motor es superior a 200 °C, lo que representa un riesgo de autoignición en caso de una fuga de aceite sobre la superficie externa del motor. Para mitigar el riesgo de incendio, la superficie externa del motor debe estar aislada. En la práctica, la temperatura de la superficie del motor no es uniforme; en cambio, las altas temperaturas locales de la superficie dan como resultado puntos calientes en dicha superficie. Por lo general, las carcasas de motor tienen formas irregulares, lo que dificulta la predicción de puntos calientes en sus superficies. Sin embargo, mediante termómetros infrarrojos manuales, los operadores pueden identificar rápido las áreas propensas a tener puntos calientes y tomar las medidas de prevención adecuadas.

1-12 ▪ CÓDIGOS Y NORMAS DE INGENIERÍA*

Los códigos y normas de ingeniería son omnipresentes. Al considerar cualquier dispositivo que se utiliza de manera cotidiana, la ruta, del diseño al prototipo y, finalmente, hasta la producción del producto final, está guiada por normas y regulada por códigos. Un producto que ha sido fabricado para cumplir con ciertas normas le informa al usuario sobre su calidad y que ha cumplido con ciertos niveles de control establecidos. En esencia, las normas de ingeniería comunican al usuario que se espera que el producto funcione de manera segura y cumpla con los objetivos de calidad. A nivel industrial, los códigos y normas o estándares de ingeniería proporcionan eficiencia en los procesos (desde el diseño hasta la fabricación), mantienen la seguridad y la uniformidad de los productos que permiten el intercambio y mejoran su comercialización. Los códigos y estándares de ingeniería son evolutivos: se revisan de manera continua para reflejar los avances técnicos, así como las nuevas tecnologías y los nuevos diseños, procedimientos y materiales.

El desarrollo de códigos y estándares de ingeniería está arraigado en el código de ética de los ingenieros para "considerar la seguridad, la salud y el bienestar de las personas" en sus profesiones (*Código de ética para ingenieros*, 2007). La fundación de la Sociedad Americana de Ingenieros Mecánicos (ASME, por sus siglas en inglés), en 1880 realizó un foro para que ingenieros, diseñadores y gerentes de talleres mecánicos discutieran y colaboraran para resolver problemas provocados por la era industrial. Después de cuatro años se emitió el primer estándar de ASME, "Código para la realización de ensayos de calderas a vapor". Este fue el primer código para pruebas de rendimiento (PTC, *Performance Test Code*) de ASME. En la actualidad, hay cerca de 50 PTC de ASME, que abarcan componentes, sistemas e instalaciones. Los fabricantes utilizan los códigos de prueba de rendimiento para garantizar la confiabilidad de sus productos, y los usuarios pueden usar los PTC para protegerse de los productos que funcionan mal.

Algunos de los primeros códigos y estándares de ingeniería eran muy necesarios debido a fallas de ingeniería que causaron la pérdida de vidas y propiedades. En 1905, una caldera explotó en una fábrica de zapatos en Brockton, Massachusetts. Al año siguiente, un incidente similar ocurrió en otra fábrica de zapatos en Lynn, Massachusetts. Después de una década, ASME emitió la primera edición del Código de Calderas y Recipientes a Presión (BPVC, *Boiler and Pressure Vessel Code*) en 1914, la cual fue publicada en 1915. Hoy en día, el ASME BPVC ha sido adoptado por Estados Unidos y Canadá, y se utiliza en más de 100 países de todo el mundo (Código ASME para calderas y recipientes a presión, 2015).

*Sección aportada por el profesor Clement C. Tang, Departamento de Ingeniería Mecánica, University of North Dakota, Grand Forks, ND.

Un estudio reciente realizado por el proyecto ASME Vision 2030 revela que casi 50% de los ingenieros a inicios de su carrera profesional no están familiarizados con los códigos y estándares de ingeniería (Proyecto ASME Vision 2030, n. d.). A medida que las empresas y los fabricantes expanden sus operaciones a nivel mundial, existe mayor necesidad de armonizar los códigos y las normas en todas las jurisdicciones y disciplinas. La necesidad de que los ingenieros conozcan los códigos y las normas está creciendo, y este conocimiento les permite innovar y fabricar productos competitivos.

En el tema de la transferencia de calor y masa, hay varios códigos y estándares de ingeniería que son relevantes y han sido emitidos y publicados por asociaciones profesionales, como ASME y ASHRAE, y organizaciones de estándares, como ASTM International, ANSI e ISO. Por ejemplo, el Código ASME para calderas y recipientes a presión de 2015, Sección IV (ASME BPVC.IV-2015), proporcionó los materiales permitidos para las juntas tóricas y sus límites de temperatura para los accesorios de tubería de agua en calderas (Código ASME para calderas y recipientes a presión, 2015). Otro ejemplo es la especificación emitida por ASTM International para el aislamiento de polietileno utilizado en cables eléctricos (ASTM D1351-14, 2014), que es importante, ya que el sobrecalentamiento puede deteriorar rápidamente el aislamiento. Las temperaturas extremas y los ciclos térmicos pueden hacer que los materiales se deterioren, afectando la funcionalidad de los componentes. El conocimiento de la transferencia de calor y masa, junto con la adherencia a los códigos y normas relevantes, permite a los ingenieros analizar, diseñar y construir componentes y sistemas que funcionen dentro de las condiciones de diseño. A lo largo de este texto se presentarán problemas de ejemplo y problemas al final de los capítulos relacionados con códigos y estándares para presentar este concepto a los ingenieros del futuro.

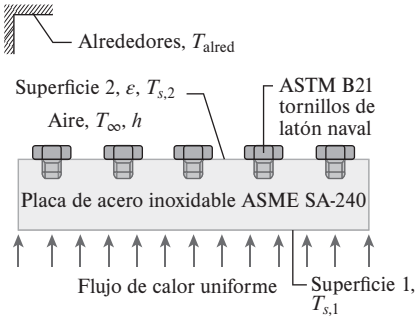


FIGURA 1-52
Esquema para el ejemplo 1-15.

C&S ***EJEMPLO 1-15*** **Cumplimiento de los códigos ASME para un componente que experimenta mecanismos de transferencia de calor simultáneos**

Un componente consiste en una serie de pernos de latón naval ASTM B21 atornillados en la superficie superior de una placa de acero inoxidable ASME SA-240 (k = 15 W/m·K) con un grosor de 10 cm (figura 1-52). Un lado de la placa de acero inoxidable se somete a un flujo de calor uniforme de 2.2 kW/m^2, mientras que el otro lado experimenta convección y radiación térmica con aire ambiental a 30 °C y alrededores a 40 °C. La superficie de la placa tiene una emisividad de 0.3, y el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 5 W/m^2·K. La temperatura máxima de uso para los pernos B21 permitida por el Código ASME para tuberías de proceso (ASME B31.3-2014) es de 149 °C. Además, el Código ASME para calderas y recipientes a presión (ASME BPVC.IV-2015, HF-300) limita la temperatura máxima de uso para la placa SA-240 a 260 °C. Se pide a un ingeniero que se asegure de que tanto los pernos B21 como la placa SA-240 cumplan con los códigos ASME. ¿Cuál sería la conclusión del ingeniero?

SOLUCIÓN En este ejemplo, los códigos de ingeniería desarrollados por ASME se incorporan en un problema que involucra mecanismos de transferencia de calor simultáneos. Para garantizar el cumplimiento del código ASME para calderas y recipientes a presión, y el código ASME para tuberías de proceso, es necesario determinar primero la temperatura de la superficie de la placa en el lado que está sujeto a convección y radiación térmica. Por inspección, se puede concluir que la temperatura mínima de la placa se produce en la superficie 2, mientras que la temperatura máxima se produce en la superficie 1.

Supuestos **1** La transferencia de calor es constante. **2** Conducción de calor unidimensional a través de la placa metálica. **3** Flujo de calor uniforme en la superficie inferior. **4** Temperatura superficial uniforme en la superficie de la placa superior. **5** La temperatura de los pernos es igual a la temperatura de la superficie superior de la placa.

Propiedades La emisividad de la superficie del motor se da como $\varepsilon = 0.3$.

Análisis El flujo de calor uniforme sometido en la superficie de la placa inferior es igual al flujo de calor transferido por convección y radiación en la superficie superior.

$$\dot{q}_o = \dot{q}_{\text{cond}} = \dot{q}_{\text{conv}} + \dot{q}_{\text{rad}} = 2\ 200\ \text{W/m}^2$$

Para la transferencia de calor por convección y radiación, se tiene:

$$\dot{q}_{\text{conv}} + \dot{q}_{\text{rad}} = h(T_{s,2} - T_\infty) + \varepsilon\,\sigma\,(T_{s,2}^4 - T_{\text{alred}}^4) = 2\ 200\ \text{W/m}^2$$

Si se supone que la temperatura de los pernos es igual a la de la superficie superior de la placa, con $T_\infty = 303$ K y $T_{\text{alred}} = 313$ K, se determina:

$$T_{\text{perno}} = T_{s,2} = \mathbf{522\ K = 249\ °C} > 149\ °\text{C}$$

Para garantizar que toda la placa esté por debajo de 260 °C, se debe determinar la temperatura en la superficie de la placa sometida al flujo de calor uniforme. A partir de la ley de conducción del calor de Fourier se tiene:

$$\dot{q}_o = k\frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{L} = 2\ 200\ \text{W/m}^2 \quad \rightarrow \quad T_{s,1} = \dot{q}_o\frac{L}{k} + T_{s,2}$$

Así

$$T_{s,1} = \dot{q}_o\frac{L}{k} + T_{s,2} = (2\ 200\ \text{W/m}^2)\ \frac{0.1\ \text{m}}{15\ \text{W/m}\cdot\text{K}} + 249\ °\text{C}$$
$$= \mathbf{264\ °C} > 260\ °\text{C}$$

Discusión La temperatura de los pernos B21 excede la de uso máxima permitida en 100 °C. Aunque la superficie 2 está por debajo de la temperatura permitida para la placa SA-240, la superficie 1 supera la temperatura de uso máxima permitida en 4 °C. Por tanto, en las condiciones dadas, ni los pernos ASTM B21 ni la placa ASME SA-240 son adecuados para este componente.

1-13 ▪ TÉCNICA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

El primer paso en el aprendizaje de cualquier ciencia es conocer los fundamentos. El paso siguiente es dominar los fundamentos al poner a prueba este conocimiento. Lo anterior se logra al resolver problemas significativos del mundo real. La resolución de esos problemas, en especial los complicados, requiere una rutina sistemática. Mediante un procedimiento paso a paso, un ingeniero puede cambiar la resolución de un problema complicado por la resolución de una serie de problemas sencillos (figura 1-53). Mientras soluciona un problema, se recomienda que utilice los pasos siguientes con todo el apego que le sea posible; esto le ayudará a evitar algunas de las trampas comunes asociadas con la resolución de problemas.

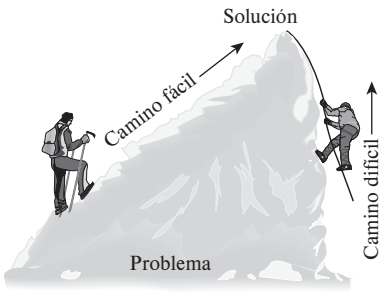


FIGURA 1-53
Un método paso a paso puede simplificar en gran medida la resolución de problemas.

Paso 1: Enunciado del problema

Exprese el problema con sus propias palabras, así como la información clave que se le proporciona y las cantidades que debe encontrar. Esto equivale a asegurarse de que comprende el problema y los objetivos antes de que intente resolverlo.

Dado: Temperatura del aire en Denver

Debe encontrarse: Densidad del aire

Información faltante: Presión atmosférica

Supuesto 1: Tome $P = 1$ atm (Inadecuada. Se ignora el efecto de la altitud. Causará un error mayor de 15%).

Supuesto 2: Tome $P = 0.83$ atm (Adecuada. Solo se ignoran pequeños efectos, como el clima).

FIGURA 1-54

Los supuestos adoptados al resolver un problema de ingeniería deben ser razonables y justificables.

Paso 2: Esquema

Trace un esquema realista del sistema físico que interviene y haga una lista de la información pertinente sobre la figura. El esquema no tiene que ser muy elaborado, solo debe asemejarse al sistema real y mostrar las características clave. Indique toda interacción de energía y de masa con los alrededores. Hacer una lista de la información dada sobre el esquema ayuda a ver el problema en su conjunto.

Paso 3: Supuestos y aproximaciones

Enuncie cualesquiera supuestos y aproximaciones apropiadas que se hagan con el fin de simplificar el problema y dar una solución. Justifique los supuestos cuestionables. Suponga valores razonables para las cantidades faltantes necesarias. Por ejemplo, a falta de datos específicos acerca de la presión atmosférica, se puede tomar como 1 atm. Sin embargo, se debe resaltar en el análisis que la presión atmosférica decrece al aumentar la elevación. Por ejemplo, cae hasta 0.83 atm en Denver (elevación de 1 610 m) (figura 1-54).

Paso 4: Leyes físicas

Aplique todas las leyes y principios físicos básicos relevantes (como la conservación de la energía) y redúzcalos hasta su forma más sencilla aplicando los supuestos establecidos. Sin embargo, en primer lugar debe identificarse con claridad la región a la cual se aplica la ley física.

Paso 5: Propiedades

Determine las propiedades desconocidas necesarias para resolver el problema, con base en relaciones o tablas de propiedades. Haga una lista de las propiedades por separado e indique su fuente, si es aplicable.

Paso 6: Cálculos

Sustituya las cantidades conocidas en las relaciones simplificadas y realice los cálculos con el fin de determinar las incógnitas. Ponga atención particular en las unidades y las cancelaciones de estas, y recuerde que una cantidad dimensional sin una unidad no tiene significado. Además, no dé una impresión falsa de precisión copiando todos los dígitos de la pantalla de la calculadora; redondee los resultados hasta un número apropiado de cifras significativas (véase la sección 1-15).

Paso 7: Razonamiento, verificación y discusión

Revise para asegurar que los resultados obtenidos sean razonables e intuitivos, y verifique la validez de los supuestos cuestionables. Repita los cálculos que condujeron a valores no razonables. Por ejemplo, aislar un calentador de agua en el que se usa gas natural con valor de $80 dólares al año no puede dar como resultado un ahorro de $200 dólares anuales (figura 1-55).

Por otro lado, señale el significado de los resultados y analice sus implicaciones. Exprese las conclusiones a las que se puede llegar a partir de los resultados y cualquier recomendación que se pueda hacer con base en esto. Enfatice las limitaciones conforme a las cuales los resultados son aplicables y tome precauciones contra las malas interpretaciones y el uso de los resultados en situaciones donde los supuestos subyacentes no son válidos. Por ejemplo, si determinó que al envolver un calentador de agua con una camisa de aislamiento de $20 dólares reducirá el gasto de energía en $30 dólares al año, indique que el aislamiento se pagará por sí mismo con el costo de la energía que se ahorre en menos de un año. Sin embargo, también

FIGURA 1-55

Se debe comprobar que los resultados obtenidos a partir de un análisis de ingeniería sean razonables.

señale que en el análisis no se consideran las remuneraciones de la mano de obra y que la recomendación será cierta solo si instala el aislamiento usted mismo.

Tenga en mente que notifica las soluciones a sus profesores y que cualquier análisis de ingeniería presentado a otras personas es una forma de comunicación. La nitidez, organización, integridad y apariencia visual tienen la mayor importancia para obtener la efectividad máxima (figura 1-56). Además, la nitidez también sirve como una gran herramienta de comprobación, ya que es muy fácil detectar errores e inconsistencias en un trabajo claro. La falta de cuidado y el ahorro de pasos para reducir el tiempo de trabajo a menudo cuesta más tiempo y ansiedad innecesaria.

El procedimiento descrito se utiliza en los problemas resueltos como ejemplo, sin expresar en forma explícita cada paso. Para ciertos problemas, algunos de los pasos pueden no ser aplicables o ser innecesarios. Sin embargo, no se puede ignorar la importancia de un procedimiento lógico y ordenado para resolver los problemas. La mayor parte de las dificultades que se encuentran al resolver un problema no se deben a falta de conocimiento, sino de organización. Se recomienda seguir estos pasos en la resolución de problemas hasta desarrollar el método que funcione mejor.

FIGURA 1-56

La limpieza y la organización son muy valoradas por los empleadores.

1-14 ▪ PAQUETES DE SOFTWARE PARA INGENIERÍA

Quizá se pregunte por qué estamos a punto de abordar un profundo estudio de los fundamentos de la transferencia de calor. Después de todo, casi todos los problemas que se encuentren en la práctica pueden resolverse utilizando uno de los sofisticados paquetes de software disponibles en el mercado actual. Estos paquetes no solo dan los resultados numéricos deseados, también los proporcionan en forma de gráficas a todo color para realizar presentaciones impresionantes. Hoy es inconcebible practicar la ingeniería sin utilizar alguno de estos paquetes. El enorme poder de la informática del que se dispone con solo el toque de un botón es al mismo tiempo una bendición y una maldición. Es cierto que permite a los ingenieros resolver los problemas con facilidad y rapidez, pero también abre la puerta para los abusos y la falsa información. En manos de personas con preparación deficiente, estos paquetes de software son tan peligrosos como las armas poderosas y sofisticadas en manos de soldados mal entrenados.

Pensar que una persona, solo por usar los paquetes de software para ingeniería sin el adiestramiento apropiado en los fundamentos, puede practicar esta disciplina, es como creer que una persona capaz de usar una llave de tuercas es entonces competente para trabajar como mecánico. Si los estudiantes de ingeniería no necesitaran todos los cursos fundamentales porque prácticamente todo se puede hacer con rapidez y facilidad mediante las computadoras, entonces los empleadores ya no necesitarían contratar ingenieros con elevados salarios, pues cualquier persona que sepa cómo usar un programa de procesamiento de textos también podría aprender cómo usar el software de ingeniería. Sin embargo, según las estadísticas, la demanda de ingenieros está creciendo, a pesar de la disponibilidad de estos poderosos paquetes.

El poder de las computadoras y los paquetes disponibles de software para ingeniería son simplemente herramientas que tienen significado solo en las manos de los maestros. Tener el mejor programa de procesamiento de textos no hace que una persona sea un buen escritor, pero es evidente que la labor de un buen escritor será mucho más fácil y este será más productivo (figura 1-57). Las calculadoras manuales no eliminaron la necesidad de enseñar a los niños cómo sumar o restar, y los complicados paquetes médicos de software no sustituyeron el adiestramiento en las escuelas de medicina. Tampoco los paquetes de software de ingeniería reemplazan la educación tradicional de la disciplina. Simplemente causarán un desplazamiento en el énfasis con el que se imparten los cursos de matemáticas aplicadas a la física.

FIGURA 1-57

Un excelente programa de procesamiento de textos no hace a una persona un buen escritor, simplemente hace que un buen escritor sea mejor y más eficiente.

©Caia Images/Glow Images

Es decir, se dedicará más tiempo en el salón de clases a discutir los aspectos físicos de los problemas con mayor detalle y menos tiempo a la mecánica de los procedimientos de resolución.

Todas estas herramientas maravillosas y poderosas disponibles en la actualidad ponen una carga adicional sobre los ingenieros de hoy. Aún deben tener una comprensión completa de los fundamentos, desarrollar una "sensación" de los fenómenos físicos, ser capaces de poner los datos en la perspectiva apropiada y establecer juicios sólidos de ingeniería, como sus antecesores. Sin embargo, deben hacerlo mejor y más rápido, con modelos más realistas, debido a las poderosas herramientas disponibles en la actualidad. Los ingenieros del pasado se apoyaban en cálculos manuales, reglas de cálculo y, más tarde, en calculadoras manuales y computadoras. Ahora, se apoyan en los paquetes de software. El fácil acceso a esta tecnología y la posibilidad de que una falsa comprensión o una mala interpretación causen grandes daños, hace que ahora sea más importante que nunca tener un adiestramiento sólido en los fundamentos de la ingeniería. En este texto se hace un esfuerzo adicional para enfatizar el desarrollo de una comprensión intuitiva y física de los fenómenos naturales, en vez de hacerlo sobre los detalles matemáticos de los procedimientos de resolución.

Solucionadores de ecuaciones

Quizás usted esté familiarizado con las capacidades de resolución de ecuaciones de hojas de cálculo como Microsoft Excel. A pesar de su simplicidad, Excel se usa para resolver sistemas de ecuaciones tanto en ingeniería como en finanzas. Permite realizar estudios paramétricos, graficar los resultados y hacer preguntas del tipo "qué pasa si". También es capaz de resolver ecuaciones simultáneas si se configura correctamente. Asimismo, existen numerosos solucionadores de ecuaciones que se utilizan en la práctica de la ingeniería, como el Engineering Equation Solver (EES, *Solucionador de ecuaciones de ingeniería*), un programa para resolver numéricamente sistemas de ecuaciones algebraicas o diferenciales, lineales o no lineales. Cuenta con una gran biblioteca de funciones de propiedades termofísicas, así como funciones matemáticas, y permite suministrar datos adicionales de propiedades.

A diferencia de algunos paquetes de software, los solucionadores de ecuaciones no resuelven problemas de ingeniería; solo solucionan las ecuaciones suministradas por el usuario. Por tanto, este debe entender el problema y formularlo mediante la aplicación de algunas leyes y relaciones físicas pertinentes. Los solucionadores de ecuaciones ahorran al usuario tiempo y esfuerzo considerables al resolver las ecuaciones matemáticas resultantes. Esto hace posible solucionar problemas de ingeniería que no son adecuados para los cálculos manuales, así como conducir estudios paramétricos con rapidez y de manera conveniente.

EJEMPLO 1-16 **Resolución de un sistema de ecuaciones en forma numérica**

La diferencia de dos números es 4 y la suma de sus cuadrados es igual a su suma más 20. Determine estos dos números.

SOLUCIÓN Se dan relaciones para la diferencia y la suma de los cuadrados de dos números. Se pide determinarlos.

Análisis Primero se resuelve el problema mediante EES. Se inicia el programa haciendo doble clic sobre su icono, se abre un nuevo archivo y se captura lo siguiente sobre la pantalla en blanco que aparece:

$$x - y = 4$$
$$x^2 + y^2 = x + y + 20$$

Esta es una expresión matemática exacta del enunciado del problema, que denota con x y y los números desconocidos. La solución para este sistema de dos ecuaciones no lineales con dos incógnitas se obtiene haciendo clic sobre el icono de "calculadora" en la barra de tareas. Esto da (figura 1-58):

$$x = 5 \quad \text{y} \quad y = 1$$

Ahora se resolverá el mismo problema con Excel. Se inicia Excel. File/Options/Add-Ins/Solver Add-In/OK, donde el subrayado significa hacer clic en esa opción y la barra inclinada separa cada opción secuencial. Se elige una celda para x y una para y, y se ingresan las estimaciones iniciales (se seleccionan las celdas C25 y D25 y se estima 0.5 y 0.5). Es necesario escribir de nuevo las dos ecuaciones para que no haya variables en el lado derecho (RHS): $x - y = 4$ y $x^2 + y^2 - x - y = 20$. Se elige una celda para el lado derecho de cada ecuación y se ingresa la fórmula allí (se eligen las celdas D20 y D21; vea las ecuaciones en la figura 1-59*a*). Data/Solver. Se establece la celda para el lado derecho de la primera ecuación (D20) como el "Objetivo" con un valor de 4, se establecen las celdas para x y y (C25:D25) como las que están sujetas a restricciones, y se indica la restricción de manera que la celda para el lado derecho de la segunda ecuación (D21) debe ser igual a 20. Solve/OK. La solución itera hasta los valores finales correctos de $x = 5$ y $y = 1$, respectivamente (figura 1-59*b*). *Nota*: Para una mejor convergencia, se puede cambiar la precisión, el número de iteraciones permitidas, etc., en Data/Solver/Options.

Discusión Note que todo lo que se hizo fue formular el problema como se haría en papel; EES o Excel se ocuparon de todos los detalles matemáticos de la solución. También considere que las ecuaciones pueden ser lineales o no lineales, y es posible ingresarlas en cualquier orden con incógnitas en cada lado. Los solucionadores de ecuaciones amigables, como EES, permiten concentrarse en la física del problema sin preocuparse por las complejidades matemáticas asociadas con la solución del sistema de ecuaciones resultante.

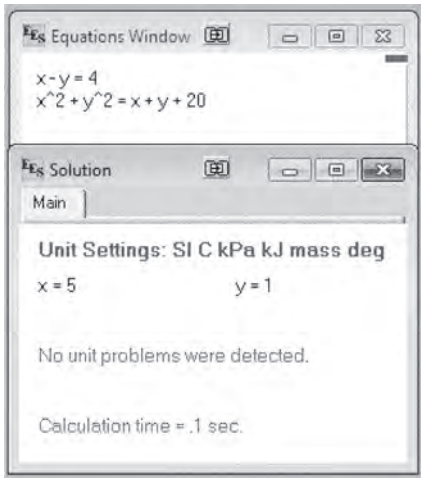
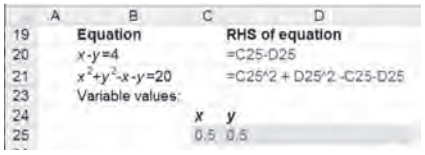


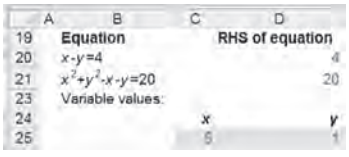
FIGURA 1-58

Imágenes de la pantalla EES para el ejemplo 1-16.



	A	B	C	D
19		Equation		RHS of equation
20		$x-y=4$		=C25-D25
21		$x^2+y^2-x-y=20$		=C25^2 + D25^2 -C25-D25
23		Variable values:		
24			x	y
25			0.5	0.5

a)



	A	B	C	D
19		Equation		RHS of equation
20		$x-y=4$		4
21		$x^2+y^2-x-y=20$		20
23		Variable values:		
24			x	y
25			5	1

b)

FIGURA 1-59

Imágenes de pantalla de Excel para el ejemplo 1-16. *a*) Ecuaciones, con las estimaciones iniciales resaltadas. *b*) Resultados finales después de usar Solver de Excel, con los valores convergentes resaltados.

Fuente: Microsoft Excel

1-15 ▪ EXACTITUD, PRECISIÓN Y CIFRAS SIGNIFICATIVAS

En los cálculos de ingeniería, la información dada no se conoce hasta más de un cierto número de cifras significativas, por lo general tres dígitos. Como consecuencia, los resultados que se obtengan posiblemente no puedan determinarse hasta más cifras significativas. Reportar los resultados con más cifras significativas da a entender que existe una mayor exactitud, lo cual debe evitarse.

Sin importar el sistema de unidades empleado, los ingenieros deben conocer tres principios que rigen el uso correcto de los números: exactitud, precisión y cifras significativas. Para las mediciones de ingeniería, se definen de la manera siguiente:

- El **error de exactitud** (*inexactitud*) es el valor de una lectura menos el valor verdadero. La exactitud de un conjunto de mediciones se refiere a la proximidad de la lectura promedio al valor real. Por lo general, la exactitud se asocia con errores repetibles y fijos.
- El **error de precisión** es el valor de una lectura menos el promedio de las lecturas. La precisión de un conjunto de mediciones se refiere al ajuste de la resolución y la repetibilidad del instrumento. La precisión suele asociarse con errores aleatorios irrepetibles.
- Las **cifras significativas** son dígitos relevantes y significativos.

Una medición o cálculo puede ser muy preciso sin ser muy exacto, y viceversa. Por ejemplo, suponga que el valor verdadero de una temperatura es 25.00 °C. Dos termopares A y B toman cinco lecturas de temperatura cada uno:

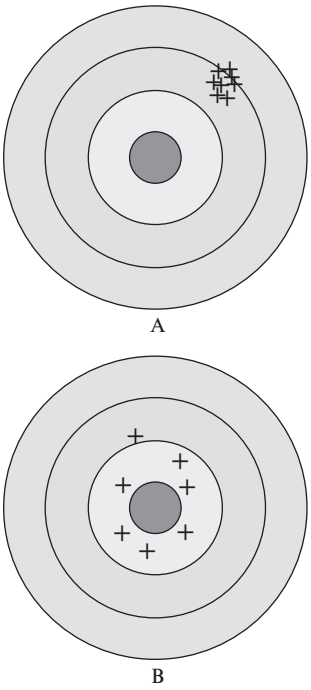


FIGURA 1-60

Ilustración de exactitud comparada con precisión. El tirador A es más preciso, pero menos exacto, mientras que el tirador B es más exacto, pero menos preciso.

Termopar A: 25.50, 25.69, 25.52, 25.58 y 25.61 °C. Promedio de todas las lecturas = 25.58 °C.
Termopar B: 26.3, 24.5, 23.9, 26.8 y 23.6 °C. Promedio de todas las lecturas = 25.02 °C.

Resulta claro que el termopar A es más preciso, dado que ninguna de las lecturas difiere en más de 0.11 °C del promedio. Sin embargo, el promedio es de 25.58 °C, 0.58 °C más que la temperatura real; esto indica un **error de sesgo** significativo, también llamado **error constante** o **error sistemático**. Por otro lado, el termopar B no es muy preciso, dado que sus lecturas oscilan bruscamente respecto al promedio; pero su promedio general está mucho más cerca del valor verdadero; por tanto, el termopar B es más exacto que el termopar A, al menos para este conjunto de lecturas, aunque sea menos preciso. La diferencia entre exactitud y precisión puede ilustrarse por analogía con el disparo de flechas a un blanco, como el que se muestra en la figura 1-60. El tirador A es muy preciso, pero no muy exacto, mientras que el tirador B tiene mayor exactitud general, pero menor precisión.

Muchos ingenieros no prestan la debida atención al número de cifras significativas en sus cálculos. El numeral menos significativo en un número implica la precisión de la medición o el cálculo. Por ejemplo, un resultado escrito como 1.23 (tres dígitos significativos) *implica* que el resultado es preciso dentro de un dígito en el segundo lugar decimal; es decir, el número está en algún lugar entre 1.22 y 1.24. Expresar este número con más dígitos sería engañoso. El número de cifras significativas se evalúa más fácilmente cuando el número se escribe en notación exponencial; el número de dígitos significativos puede entonces simplemente contarse, incluidos los ceros. De manera alternativa, el dígito menos significativo se puede subrayar para indicar la intención del autor. En la tabla 1-7 se muestran algunos ejemplos.

Al realizar cálculos o manipulaciones de varios parámetros, el resultado final suele ser tan preciso como el parámetro menos preciso del problema. Por ejemplo, A y B se multiplican para obtener C. Si $A = 2.3601$ (cinco dígitos significativos) y $B = 0.34$ (dos dígitos significativos), entonces $C = 0.80$ (solo dos dígitos son significativos en el resultado final). La mayoría de los estudiantes tienen la tentación de escribir $C = 0.802434$, con seis dígitos significativos, dado que eso es lo que se muestra en una calculadora después de multiplicar estos dos números.

Analice este sencillo ejemplo con cuidado. El valor exacto de B es 0.33501, que el instrumento lee como 0.34. También suponga que A es exactamente 2.3601, medido por un instrumento más exacto y preciso. En este caso, $C = A \times B = 0.79066$ a cinco dígitos significativos. La primera respuesta, $C = 0.80$, está desactivada por un dígito en el segundo decimal. Del mismo modo, si B es 0.34499 y es leído por el instrumento como 0.34, el producto de A y B sería 0.81421 a cinco dígitos significativos. La respuesta original de 0.80 está nuevamente desactivada por un dígito en el segundo decimal. El punto principal aquí es que 0.80 (a dos dígitos significativos) es lo mejor que se puede esperar de esta multiplicación, dado que, para empezar, uno de los valores tenía solo dos dígitos significativos. Otra forma de ver esto es decir que más allá de los dos primeros dígitos de la respuesta, el resto no tiene significado o no son significativos. Por ejemplo, si se informa lo que muestra la calculadora, 2.3601 por 0.34 es igual a 0.802434, los últimos cuatro dígitos *son insignificantes*. El resultado final puede estar entre 0.79 y 0.81; cualquier dígito más allá de los dos dígitos significativos no solo no tiene sentido, sino que es *engañoso*, ya que le indica al lector más precisión de la que realmente existe.

Como un ejemplo adicional, considere un recipiente de 3.75 L lleno con gasolina cuya densidad es 0.845 kg/L y trate de determinar su masa. Quizá lo primero que consideró fue multiplicar el volumen por la densidad para obtener 3.16875 kg para la masa, lo cual implica con falsedad que la masa determinada tiene precisión hasta seis cifras significativas. Sin embargo, en realidad la masa no puede precisarse

TABLA 1-7

Cifras significativas

Número	Notación exponencial	Número de cifras significativas
12.3	1.23×10^{1}	3
123 000	1.23×10^{5}	3
0.00123	1.23×10^{-3}	3
40 300	4.03×10^{4}	3
40 300	4.0300×10^{4}	5
0.005600	5.600×10^{-3}	4
0.0056	5.6×10^{-3}	2
0.006	$6. \times 10^{-3}$	1

hasta más de tres cifras significativas, dado que tanto el volumen como la densidad se dan con tres cifras significativas. El resultado se debe redondear al mismo número de cifras significativas y dar la masa como de 3.17 kg en vez de lo que aparece en la pantalla de la calculadora (figura 1-61). El resultado 3.16875 kg sería correcto solo si el volumen y la densidad se dieran como 3.75000 L y 0.845 000 kg/L, respectivamente. El valor 3.75 L implica que se tiene bastante confianza en que el volumen es exacto dentro de ± 0.01 L y no puede ser 3.74 o 3.76 L. Sin embargo, el volumen puede ser 3.746, 3.750, 3.753, etc., puesto que todos se redondean a 3.75 L.

También se debe tener en cuenta que a veces se introducen pequeños errores intencionalmente para no buscar datos más exactos. Por ejemplo, al tratar con agua líquida, solo se usa el valor de 1 000 kg/m^3 para la densidad, que es la del agua pura a 0 °C. Si se usa este valor a 75 °C resultará un error de 2.5%, dado que la densidad a esta temperatura es de 975 kg/m^3. Los minerales y las impurezas que están en el agua introducirán un error adicional. Al ser este el caso, no debe tener reservas en redondear los resultados finales hasta un número razonable de cifras significativas. Además, dudar de unas cuantas unidades en porcentaje en los resultados de los análisis de ingeniería suele ser la norma, no la excepción.

Al escribir los resultados intermedios en un cálculo es aconsejable tomar en cuenta las cifras "adicionales" mas no anotarlas redondeando para evitar errores de redondeo; sin embargo, el resultado final debe escribirse considerando el número de cifras significativas. También se debe considerar que cierto número de cifras significativas de precisión en el resultado no siempre implica el mismo número de cifras de *exactitud* general. Por ejemplo, el error de sesgo en una de las lecturas puede reducir de manera importante la exactitud general del resultado y hasta restarle sentido a la última cifra significativa y reducir el número de cifras confiables a solo una. Los valores determinados experimentalmente están sujetos a errores de medición, y tales errores se reflejan en los resultados obtenidos. Por ejemplo, si la densidad de una sustancia tiene una incertidumbre de 2%, entonces la masa determinada mediante este valor de densidad también tendrá una incertidumbre de 2%.

Por último, cuando se desconoce el número de cifras significativas, la norma aceptada en ingeniería es de tres cifras significativas. Por tanto, si la longitud de una tubería se da como 40 m, se asumirá que es de 40.0 m para justificar las tres cifras significativas en los resultados finales.

Dado: Volumen: $V = 3.75$ L
Densidad: $\rho = 0.845$ kg/L
(3 dígitos significativos)

Además, $3.75 \times 0.845 = 3.16875$

Buscar: Masa: $m = \rho V = 3.16875$ kg

Redondeo a 3 dígitos significativos:
$m = 3.17$ kg

FIGURA 1-61

Un resultado con más cifras significativas que las de los datos dados implica falsamente mayor exactitud.

TEMA DE INTERÉS ESPECIAL*

Comodidad térmica

A diferencia de los animales como un zorro o un oso, que nacen con abrigos de piel integrados, los seres humanos venimos a este mundo con poca protección contra las condiciones ambientales severas (figura 1-62). Se afirma que la búsqueda de la comodidad térmica se remonta hasta los principios de la historia humana. Se cree que los primeros humanos vivieron en cuevas que les proporcionaban refugio y protección contra las condiciones térmicas extremas. Es probable que el primer sistema de calentamiento usado fuera el *fuego abierto*, seguido por el fuego en moradas mediante *chimeneas* para dar salida a los gases de la combustión. El concepto de *calefacción central* se remonta a la época de los romanos, quienes calentaban sus casas utilizando técnicas de construcción de doble piso para hacer pasar los humos del fuego por la abertura entre las dos capas de piso. Los romanos también fueron los primeros en usar *ventanas transparentes* hechas de mica o de vidrio para mantener fuera a la lluvia y el viento pero dejar entrar la luz. La madera y el carbón mineral

* Esta sección se puede omitir sin pérdida de continuidad.

FIGURA 1-62

La mayoría de los animales viene a este mundo con abrigo integrado, pero los humanos venimos con una piel delicada que nos proporciona poco aislamiento térmico.

©Dawn Wilson Photography/Getty Images

fueron las fuentes primarias de energía para calefacción, y se usaron el aceite y las velas para alumbrar. Las ruinas de casas con el frente hacia el sur indican que en tiempos muy remotos se reconoció el valor del *calentamiento solar*.

El término **acondicionamiento del aire** suele usarse en sentido restringido para implicar el enfriamiento pero, en su sentido amplio, significa *acondicionar* el aire hasta tener el nivel deseado de calentamiento, enfriamiento, humidificación, deshumidificación, limpieza y desodorización. La finalidad del sistema de acondicionamiento del aire de un edificio es proporcionar *comodidad térmica completa* para sus ocupantes. Por consiguiente, es necesario entender los aspectos térmicos del *cuerpo humano* para diseñar un sistema eficaz de acondicionamiento del aire.

Los bloques de construcción de los organismos vivientes son las *células*, las cuales se asemejan a fábricas en miniatura que realizan diversas funciones necesarias para la supervivencia. El cuerpo humano contiene cerca de 100 mil billones de células con un diámetro promedio de 0.01 mm. En una célula típica ocurren miles de reacciones químicas cada segundo, durante las cuales algunas moléculas se dividen (vías catabólicas). Se libera energía en forma de calor, y parte de la energía se almacena en formas utilizables y se forman algunas nuevas moléculas (vías anabólicas) utilizando la energía almacenada. El elevado nivel de actividad química de las células ayuda a mantener la temperatura del cuerpo humano en 37.0 °C (98.6 °F), al mismo tiempo que realizan las funciones corporales necesarias para dar sustento a la vida. La combinación de todos estos procesos se llama **metabolismo**. En términos sencillos, el metabolismo se refiere al consumo de los alimentos, como los carbohidratos, grasas y proteínas. Los especialistas en nutrición suelen expresar el contenido de energía metabolizable de los alimentos en términos de la caloría. Una caloría es equivalente a 1 Cal = 1 kcal = 4.1868 kJ. El exceso de calorías consumidas se almacena en el cuerpo para su uso potencial en un momento posterior. Curiosamente, estas calorías almacenadas en exceso alteran las propiedades térmicas y, por tanto, la comodidad térmica del cuerpo humano.

La tasa del metabolismo en el estado de reposo se llama *índice metabólico basal*, el cual es la velocidad de metabolismo requerida para conservar un organismo realizando las funciones corporales necesarias, como la respiración y la circulación sanguínea, en un nivel cero de actividad externa. El índice metabólico también se puede interpretar como la rapidez de consumo de energía por parte de un organismo. Para un *hombre promedio* (de 30 años de edad, 70 kg, 1.73 m de estatura, 1.8 m^2 de área superficial), el índice metabólico basal es de 84 W; es decir, el organismo convierte la energía química de los alimentos (o de la grasa del cuerpo, si la persona no hubiera comido) en calor a razón de 84 J/s, el cual se disipa después hacia los alrededores. El índice metabólico crece con el *nivel de actividad* y puede superar 10 veces el índice metabólico basal cuando alguien realiza un ejercicio extremo. Es decir, dos personas haciendo ejercicio pesado en un cuarto pueden liberar más energía hacia este que un calentador de resistencia de 1 kW (figura 1-63). Un hombre promedio genera calor a razón de 108 W mientras está sentado leyendo, escribiendo, mecanografiando o escuchando una clase en un aula. El índice metabólico máximo de un hombre promedio es de 1 250 W, a la edad de 20 años, y de 730 a los 70. Las razones promedio para las mujeres son inferiores en alrededor de 30%. Los índices metabólicos de los atletas entrenados pueden sobrepasar los 2 000 W.

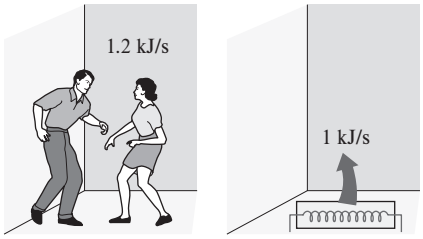


FIGURA 1-63

Dos personas bailando rápido emiten más calor hacia un cuarto que un calentador de resistencia de 1 kW.

En la tabla 1-8 se dan los índices metabólicos durante diversas actividades por unidad de área superficial del cuerpo. El **área superficial** de un cuerpo desnudo fue expresada por D. DuBois, en 1916, como:

$$A_s = 0.202\, m^{0.425}\, h^{0.725} \quad (\text{m}^2) \qquad \textbf{(1-30)}$$

donde m es la masa del cuerpo en kg y h es la altura en m. La *ropa* incrementa el área superficial expuesta hasta en 50%, y puede proporcionar resistencia adicional a la disipación del calor. Los índices metabólicos dados en la tabla son suficientemente exactos para la mayoría de los propósitos, pero se tiene una incertidumbre consi-

derable en los niveles de elevada actividad y estos valores dependen de la composición tisular del cuerpo (por ejemplo, grasa contra músculo). Se pueden determinar valores más exactos midiendo la rapidez del *consumo de oxígeno* en la respiración, que va desde alrededor de 0.25 L/min, para un hombre promedio en reposo, hasta más de 2 L/min durante el trabajo extremadamente pesado. Se puede suponer que toda la energía liberada durante el metabolismo se libera como *calor* (en las formas sensible o latente), puesto que el trabajo mecánico externo realizado por los músculos es muy pequeño. Además, el trabajo que se realiza durante la mayor parte de las actividades, como caminar o hacer ejercicio en una bicicleta fija, llega el momento en que se convierte en calor por medio de la fricción.

La comodidad del cuerpo humano depende primordialmente de tres factores ambientales: temperatura, humedad relativa y movimiento del aire. La temperatura del medio ambiente es el índice sencillo más importante de la comodidad. Se ha realizado una investigación extensa sobre humanos con el fin de determinar la "**zona de comodidad térmica**" e identificar las condiciones en las que el cuerpo se siente cómodo en un medio. Se ha observado que la mayor parte de la gente vestida de manera normal, en reposo o realizando trabajo ligero, se siente cómoda en el rango de la *temperatura operativa* (muy aproximadamente, la temperatura promedio del aire y las superficies de alrededor) de 23 hasta 27 °C, o bien, 73 a 80 °F (figura 1-64). Para la gente desnuda, este rango es de 29 a 31 °C. Curiosamente, la temperatura operativa es más alta que la promedio de muchas áreas altamente pobladas del mundo, que tienden a tener una temperatura promedio anual en el rango de 15 a 20 °C o 59 a 68 °F (tabla 1-9). La humedad relativa también tiene un efecto considerable sobre la comodidad, ya que es una medida de la capacidad del aire para absorber humedad y, por tanto, afecta la cantidad de calor que un cuerpo puede disipar por evaporación. La humedad relativa elevada retarda el rechazo de calor por evaporación, en especial a altas temperaturas, y la baja humedad relativa lo acelera. El nivel deseable de *humedad relativa* se encuentra 30 a 70%, con el nivel más deseable en 50%. La mayoría de las personas no sienten calor ni frío en estas condiciones y el cuerpo no necesita activar alguno de los mecanismos de defensa con el fin de mantener su temperatura normal (figura 1-65).

Otro factor que tiene un efecto importante sobre la comodidad térmica es el **movimiento excesivo del aire** o **corriente de aire**, que causa un enfriamiento local no deseado del cuerpo humano. La corriente de aire es identificada por muchos como uno de los factores más molestos en los lugares de trabajo, los automóviles y los aviones. La incomodidad por la corriente de aire es común entre personas que usan ropa normal en interiores y realizan trabajo ligero sedentario, y menos común entre aquellas con elevados niveles de actividad. La velocidad del aire debe mantenerse por debajo de 9 m/min (30 pies/min), en el invierno, y de 15 m/min (50 pies/min), en el verano, para minimizar la incomodidad por la corriente, en especial cuando el aire es frío. Un bajo nivel de movimiento del aire es deseable ya que remueve el bochorno, el aire húmedo que se acumula alrededor del cuerpo, y lo reemplaza con aire fresco; por tanto, el movimiento del aire debe ser lo suficientemente fuerte para eliminar el calor y la humedad del cuerpo, pero tan suave como para no advertirse. El movimiento del aire a alta velocidad también causa incomodidad en el exterior. Por ejemplo, un medio ambiente a 10 °C (50 °F) con vientos de 48 km/h se siente tan frío como uno a –7 °C (20 °F) con vientos de 3 km/h, debido al efecto de enfriamiento del movimiento del aire (el factor de congelación).

Un sistema cómodo debe proporcionar *condiciones uniformes* en todo el espacio habitable para evitar la incomodidad causada por irregularidades como *las corrientes de aire, la radiación térmica asimétrica, los pisos calientes o fríos y la estratificación vertical de la temperatura*. La **radiación térmica asimétrica** es causada por las *superficies frías* de las ventanas grandes, las paredes no aisladas o los productos fríos, así como por las *superficies calientes* como los paneles radiantes para calefacción, de gas o eléctricos, colocados en las paredes o el techo, las paredes o techos de mampostería calentados por el Sol y la maquinaria caliente. La radiación asimétrica

TABLA 1-8

Índices metabólicos durante diversas actividades

Actividad	Índice metabólico* W/m^2
Reposo:	
Dormir	40
Reclinarse	45
Sentado, quieto	60
De pie, relajado	70
Caminar (a nivel):	
2 mph (0.89 m/s)	115
3 mph (1.34 m/s)	150
4 mph (1.79 m/s)	220
Actividades de oficina:	
Leer, sentado	55
Escribir	60
Teclear	65
Archivar, sentado	70
Archivar, de pie	80
Caminar	100
Levantar objetos/empacar	120
Conducir/volar:	
Automóvil	60-115
Avión, rutinario	70
Vehículo pesado	185
Actividades ocupacionales diversas:	
Cocinar	95-115
Limpiar la casa	115-140
Trabajo en máquinas:	
Ligero	115-140
Pesado	235
Manejar bultos de 50 kg	235
Trabajo de clavar y palear	235-280
Actividades diversas de placer:	
Bailar, socialmente	140-255
Calistenia/ejercicio	175-235
Tenis, en forma individual	210-270
Básquetbol	290-440
Lucha, competitiva	410-505

*Multiplique por 1.8 m^2 para obtener los índices metabólicos para un hombre promedio. Multiplique por 0.3171 para convertir a Btu/h · pie^2.

Tomado de *American Society of Heating, Refrigeration, and Air-Conditioning Engineers*, Manual de conceptos básicos, 2017, Capítulo 9, Tabla 4.

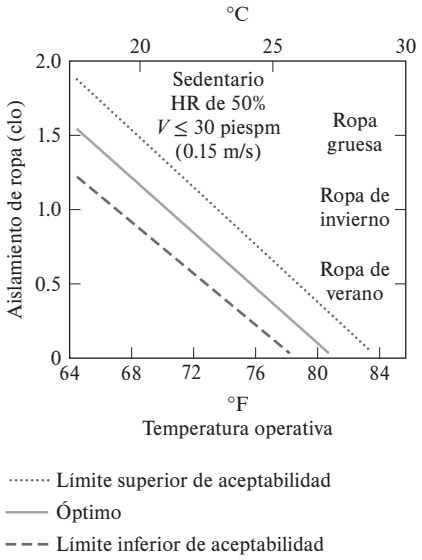


FIGURA 1-64

Efecto de la ropa sobre la temperatura ambiente que se siente cómoda (1 clo = 0.155 $m^2 \cdot °C/W = 0.880$ $pie^2 \cdot °F \cdot h/Btu$)

Tomada de ASHRAE Standard 55-1981

FIGURA 1-65

Un medio térmicamente cómodo.

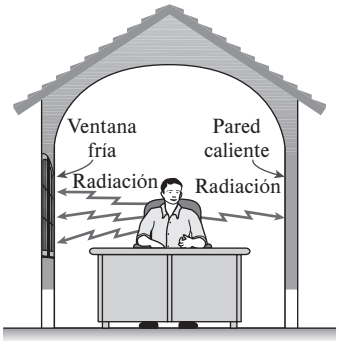


FIGURA 1-66

Las superficies frías causan pérdida excesiva de calor del cuerpo por radiación e incomodidad en el lado afectado del cuerpo.

causa incomodidad por la exposición de lados diferentes del cuerpo a superficies con temperaturas diferentes, y a distintas pérdidas o ganancias de calor por radiación. Una persona cuyo lado izquierdo está expuesto a una ventana fría, por ejemplo, sentirá como si estuviera perdiendo calor de ese lado (figura 1-66). Para lograr la comodidad térmica, la asimetría en la temperatura radiante no debe sobrepasar 5 °C en la dirección vertical y 10 °C en la horizontal. Se puede minimizar el efecto desagradable de la asimetría en la radiación mediante la instalación de paneles de calefacción de tamaño apropiado, usando ventanas de hoja doble y colocando aislamiento en las paredes y el techo.

El contacto directo con **superficies de piso frías** o **calientes** también causa incomodidad en los pies. La temperatura del piso depende de la manera en que esté *construido* (si está directamente sobre el suelo o sobre la parte superior de un cuarto calentado, si está hecho de madera o de concreto, si se usó aislamiento, etc.) así como de la *cubierta usada para el piso*, como almohadillas, tapetes, alfombras y linóleo. Se sabe que una temperatura del piso de 23 a 25 °C es cómoda para la mayor parte de la gente. La asimetría térmica del piso pierde su significado para las personas con calzado. Una manera eficaz y económica de elevar la temperatura del piso es usar paneles radiantes de calefacción en lugar de aumentar el ajuste del termostato. Otra condición no uniforme que causa incomodidad es la **estratificación de la temperatura** en un cuarto, que expone la cabeza y los pies a temperaturas diferentes. Para lograr la comodidad térmica, la diferencia de temperatura entre los niveles de la cabeza y los pies no debe exceder de 5 °C. Este efecto se puede minimizar usando ventiladores de desestratificación.

Ningún ambiente térmico satisfará a todos. Sin importar lo que se haga, ciertas personas expresarán alguna incomodidad. La zona de comodidad térmica está basada en una tasa de 90% de aceptación. Es decir, se estima que un medio es cómodo si solo 10% de las personas no están satisfechas con él. El metabolismo disminuye algo con la *edad*, pero no tiene efecto sobre la zona de comodidad. La investigación indica que no existe diferencia apreciable entre los medios preferidos por las personas viejas y jóvenes. Los experimentos también demuestran que los *hombres* y las *mujeres* prefieren ambientes semejantes. El índice de metabolismo de la mujer es algo inferior, pero esto se compensa por la temperatura de la piel y la pérdida por evaporación ligeramente inferiores. Asimismo, no existe una variación significativa en la zona de comodidad de una parte del mundo a otra y de invierno a verano, aunque pueden existir grandes diferencias de temperatura ambiental en diferentes partes del mundo e incluso dentro de la misma región durante diferentes estaciones (tabla 1-9). Se pueden usar las mismas condiciones térmicas de comodidad *en todo el mundo* en cualquier temporada. Del mismo modo, las personas no pueden *aclimatarse* para preferir condiciones diferentes de comodidad, ya que estas preferencias se basan en factores difíciles de controlar, como el índice metabólico basal.

En un **medio ambiente frío**, la razón de pérdida de calor del cuerpo puede exceder la razón de generación de calor metabólico. El calor específico promedio del cuerpo humano es de 3.49 kJ/kg·°C, y cada disminución de 1 °C en la temperatura del cuerpo corresponde a un déficit de 244 kJ en el contenido corporal de calor para un hombre promedio de 70 kg. Una disminución de 0.5 °C en la temperatura media del cuerpo causa una incomodidad notoria pero aceptable. Una reducción de 2.6 °C causa una incomodidad extrema. Una persona que esté durmiendo se despertará cuando su temperatura media corporal caiga en 1.3 °C (lo cual normalmente representa un descenso de 0.5 °C en el interior del cuerpo, y de 3 °C en el área de la piel). La caída de la temperatura en el interior del cuerpo por debajo de 35 °C puede dañar su mecanismo de regulación de la temperatura, mientras que una caída por debajo de 28 °C pone en riesgo la vida y una disminución a 23 °C será mortal (tabla 1-9). Las personas sedentarias informaron sentirse *cómodas a una temperatura media de la piel* de 33.3 °C, *incómodamente frías* a 31 °C, *frías hasta tiritar* a 30 °C y *extremadamente frías* a 29 °C. Las personas que realizan trabajos pesados

informaron sentirse cómodas a temperaturas mucho más bajas, lo cual muestra que el nivel de actividad afecta el desempeño y la comodidad humanos. Es probable que las extremidades del cuerpo resulten afectadas con mayor facilidad por las condiciones atmosféricas frías, y su temperatura es una mejor indicación de la comodidad y el desempeño. Las extremidades pueden experimentar cambios más drásticos en la temperatura en comparación con la temperatura de su centro o la de la piel más cerca del centro. La piel de una mano a 20 °C está incómodamente fría, a 15 °C está en extremo fría y a 5 °C está dolorosamente fría. Se puede realizar trabajo útil por medio de las manos, sin dificultad, mientras la temperatura de la piel de los dedos permanezca por encima de 16 °C (American Society of Heating, Refrigeration, and Air-Conditioning Engineers, 2017, capítulo 9).

La primera línea de defensa del cuerpo contra la pérdida excesiva de calor en un medio ambiente frío es *reducir la temperatura de la piel* y, al mismo tiempo, la razón de pérdida de calor; esto lo logra al estrechar las venas y disminuir el flujo sanguíneo. La medida disminuye la temperatura de los tejidos subyacentes a la piel, pero mantiene la temperatura corporal interior. La siguiente acción preventiva es incrementar la razón de *generación de calor metabólico* en el cuerpo al *tiritar* (escalofríos), a menos que la persona lo haga voluntariamente incrementando su nivel de actividad o poniéndose ropa adicional. Los escalofríos empiezan de a poco en pequeños grupos de músculos, y pueden duplicar la producción de calor metabólico del cuerpo en sus etapas iniciales. En el caso extremo de que la persona experimente escalofríos en todo el cuerpo, la rapidez de producción de calor puede alcanzar hasta seis veces los niveles correspondientes al reposo (figura 1-67). Si los escalofríos no son suficientes, la temperatura profunda del cuerpo empieza a *bajar*. Las partes más alejadas de su centro, como las manos y los pies, se encuentran en el máximo peligro de sufrir daños en los tejidos.

En los **medios calientes**, la razón de pérdida de calor del cuerpo puede hacerse más lenta que la de generación de calor metabólico. En este caso, el cuerpo activa los mecanismos opuestos. En primer lugar, aumenta el *flujo de sangre* y el transporte de calor hacia la piel, causando que su temperatura y la de los tejidos subyacentes se eleve y se aproxime a la del interior del cuerpo. En condiciones de calor extremo, el *ritmo cardiaco* puede llegar hasta 150 latidos por minuto para mantener un suministro adecuado de sangre al cerebro y a la piel. A ritmos cardiacos más altos, la *eficiencia volumétrica* del corazón cae; debido al tiempo tan corto entre los latidos no puede llenarse por completo con sangre y disminuye el suministro sanguíneo hacia la piel y, lo que es más importante, al cerebro. Esto hace que la persona se desmaye como resultado del *agotamiento por calor*. La deshidratación hace que el problema sea peor. Algo semejante sucede cuando una persona que trabaja muy duro durante un tiempo largo se detiene súbitamente. En este caso, la sangre que ha inundado la piel tiene dificultad para regresar al corazón porque los músculos relajados ya no fuerzan a esa sangre de regreso al corazón y, por consiguiente, se tiene menos flujo disponible para bombearlo al cerebro; por tanto, un periodo de "enfriamiento" después del ejercicio es tan importante como uno de "calentamiento".

La siguiente línea de defensa es liberar agua de las glándulas sudoríparas y recurrir al *enfriamiento por evaporación*, si es que la persona no se quita algo de ropa y reduce el nivel de actividad (figura 1-68). El cuerpo puede mantener indefinidamente la temperatura de su centro a 37 °C en este modo de enfriamiento por evaporación, incluso en medios a temperaturas más elevadas (tan altas como 200 °C durante las pruebas militares de resistencia), si la persona toma gran cantidad de líquidos para reaprovisionar sus reservas de agua y el aire ambiental está lo suficientemente seco como para permitir que el sudor se evapore en lugar de rodar sobre la piel. Si esta medida resulta insuficiente, el cuerpo tendrá que empezar a absorber calor metabólico y la temperatura profunda del cuerpo se elevará. Una persona puede tolerar una elevación en la temperatura de 1.4 °C, sin incomodidad importante, pero puede *colapsar* cuando la elevación alcanza los 2.8 °C. Las personas se sienten lentas y su eficiencia cae de manera considerable cuando la temperatura del

TABLA 1-9

Comparación de temperaturas biológicamente relevantes y ambientales

	Temperatura
Ubicación o actividad	**°C**
Temperatura récord mundial, Death Valley, California, EU	57
Muerte (debido a las proteínas desnaturalizantes)	44
Temperatura normal del cuerpo	37
Temperatura media anual en Singapur	28
Temperatura media anual en Corumba, Brasil	25
Muerte (por hipotermia)	23
Temperatura interior nominal	22
Temperatura media anual en Los Ángeles, California, EU	19
Temperatura media anual en Shanghai, China	16
Temperatura media anual en Nueva York, Nueva York, EU	13
Temperatura media anual en Anchorage, Alaska, EU	2
Registro de baja temperatura mundial en la estación Vostok, Antártida	−89

FIGURA 1-67

La rapidez de generación de calor metabólico en reposo puede aumentar hasta seis veces durante los escalofríos que hacen que todo el cuerpo de la persona tirite en condiciones climáticas frías.

FIGURA 1-68

En medios calientes, un cuerpo puede disipar una gran cantidad de calor metabólico al transpirar, dado que el sudor absorbe el calor del cuerpo y se evapora.

centro del cuerpo se eleva por encima de 39 °C. Una temperatura del centro del cuerpo por encima de 41 °C puede dañar las proteínas hipotalámicas, lo que da por resultado el cese de la sudoración, producción mayor de calor por escalofríos y un *golpe de calor* con daños irreversibles que constituyen una amenaza para la vida. Por encima de 43 °C puede ocurrir la muerte (tabla 1-9).

Una temperatura superficial de 46 °C causa dolor en la piel. Por tanto, el contacto directo con un bloque metálico a esta temperatura o superior es doloroso. Sin embargo, una persona puede permanecer en un cuarto a 100 °C hasta por 30 min sin daños o dolor en la piel, debido a la resistencia por convección en la epidermis y al enfriamiento por evaporación. Incluso es posible poner nuestras manos dentro de un horno a 200 °C, durante un corto tiempo, siempre que no haya contacto con la superficie caliente. Esto también se debe a que la conductividad térmica del aire a la piel es mucho más baja que la del metal a la piel.

Los procesos que se han descrito en los párrafos anteriores pertenecen a una categoría de fisiología denominada *termorregulación*. El cuerpo tiene mecanismos para actuar como un termostato, cuando la temperatura corporal central se desvía del valor de reposo normal. Con un aumento de la temperatura, los vasos sanguíneos de la piel se dilatan y se produce sudor, mientras que una disminución de la temperatura induce la constricción y los escalofríos de los vasos sanguíneos de la piel. También es importante señalar que no todos los seres vivos utilizan estos mismos mecanismos para regular la temperatura de sus cuerpos. Un perro, que tiene un endotermo similar a los humanos, pierde calor al jadear porque la evaporación del sudor sería mínima, ya que las partículas de líquido serían atrapadas por el pelaje. Los ectotermos deben obtener calor del ambiente; por ejemplo, un lagarto se calienta al pararse sobre una roca calentada por el sol. También es importante tener en cuenta que los metabolismos de los endotermos no dependen del medio ambiente de alrededor, mientras que el metabolismo ectotérmico es altamente dependiente del medio ambiente. La termorregulación en el cuerpo humano se logra manteniendo un estrecho equilibrio entre la ganancia de calor y la pérdida del mismo. La ecuación de transferencia de biocalor que se introduce en el capítulo 3 se utiliza para calcular la transferencia de calor entre un cuerpo humano y sus partes.

La termorregulación se puede ajustar tanto por cambios de comportamiento como por cambios fisiológicos. Se han discutido muchos cambios de comportamiento, como la reubicación hacia un ambiente más deseable dentro de la estructura o la utilización de más ropa. Los cambios fisiológicos incluyen cambios en el diámetro de los vasos sanguíneos y la producción de sudor. Sin embargo, en condiciones normales, pocos de estos cambios son necesarios debido a la eficiente organización de las arterias y las venas; las cuales están dispuestas como un intercambiador de calor a contracorriente (para obtener más información, consulte el capítulo 11, Tema de interés especial, "El sistema cardiovascular humano como un intercambiador de calor a contracorriente"). La función principal de este sistema en el cuerpo humano es minimizar la pérdida de calor hacia el ambiente externo. En casi todos los sistemas, una arteria, que libera sangre "caliente" desde el núcleo del cuerpo, está ubicada directamente adyacente a una vena, que devuelve la sangre "fría" al núcleo del cuerpo. Recuerde que las extremidades pueden tener una temperatura muy diferente a la del centro, y esto se manifestaría directo en la sangre que regresa de la extremidad. Sin embargo, dado que la vena corre adyacente a una arteria, hay una conducción continua de calor en toda la longitud del vaso sanguíneo desde la arteria hasta la vena. Esto actúa para evitar que la sangre fría entre en el núcleo del cuerpo y reduzca la temperatura central.

Otro factor que afecta la comodidad térmica, la salud y la productividad es la **ventilación**. Se puede proporcionar aire fresco del exterior a un edificio en forma natural o *por la fuerza* mediante un sistema mecánico de ventilación. En el primer caso, que es la norma en los edificios residenciales, la ventilación necesaria se suministra por *infiltración a través de las grietas y fugas* en el espacio habitado y abriendo

las ventanas y puertas. La ventilación adicional necesaria en los cuartos de baño y las cocinas se suministra con *respiraderos con compuertas* o con *ventiladores de extracción* debido a la alta humedad o gran cantidad de humo que se genera en estas habitaciones. Sin embargo, con este tipo de ventilación no controlada, el suministro de aire fresco será demasiado elevado, con desperdicio de energía, o demasiado bajo, causando una mala calidad del aire en el interior. Pero la práctica actual probablemente no sea buscar un cambio para los edificios residenciales, ya que no existe una protesta pública por el desperdicio de energía o la calidad del aire y, por tanto, es difícil justificar el costo y la complejidad de los sistemas de ventilación mecánica.

Los sistemas de ventilación mecánica son parte de cualquier sistema de calefacción y acondicionamiento del aire en *edificios comerciales*; suministran la cantidad necesaria de aire fresco del exterior y lo distribuyen de manera uniforme en todo el edificio. Esto no es sorprendente, ya que muchas habitaciones en los grandes edificios comerciales no cuentan con ventanas y dependen de la ventilación mecánica. Incluso los espacios con ventanas se encuentran en la misma situación, ya que están herméticamente selladas y no se pueden abrir en la mayor parte de los edificios. No es una buena idea exagerar el tamaño del sistema de ventilación solo para estar en el "lado seguro", ya que extraer aire del interior, calentado o enfriado, gasta energía. Por otra parte, también debe evitarse la reducción de las razones de ventilación por debajo del mínimo requerido, con el fin de conservar energía, de modo que la calidad del aire en el interior se pueda mantener en los niveles requeridos. En la tabla 1-10 se da una lista de los requisitos mínimos de aire fresco para ventilación. Los valores están basados en el control del CO_2 y otros contaminantes con un margen adecuado de seguridad, lo cual requiere que a cada persona se le suministren por lo menos 7.5 L/s (15 pies^3/min) de aire fresco.

Otra función del sistema de ventilación mecánica es **limpiar** el aire, filtrándolo a medida que entra en el edificio. Existen varios tipos de filtros para este fin, dependiendo de los requisitos de limpieza y de la caída admisible de presión.

TABLA 1-10

Requerimientos mínimos de aire fresco en los edificios

	Requerimiento (por persona)	
Aplicación	L/s	pies^{3}mín
Salones de clases, bibliotecas, supermercados	8	15
Comedores, salas de conferencias, oficinas	10	20
Salas de hospital	13	25
Cuartos de hotel	15 (por cuarto)	30 (por cuarto)
Salas de fumar	30	60
Tiendas de autoservicio	1.0-1.5 (por m^2)	0.2-0.3 (por pie^2)
Edificios residenciales	0.35 de cambio de aire por hora, pero no menos de 7.5 L/s (o 15 pies^3/min) por persona	

Tomado de ASHRAE Standard 62-1989

RESUMEN

En este capítulo se estudiaron los conceptos básicos de la transferencia de calor. La *termodinámica* trata de la cantidad de transferencia de calor a medida que un sistema pasa de un estado de equilibrio a otro, en tanto que la *transferencia de calor* trata de la razón de esa transferencia, que es el principal interés en el diseño y evaluación del equipo de transferencia de calor. La suma de todas las formas de energía de un sistema se llama *energía total*, e incluye las energías interna, cinética y potencial. La *energía interna* representa la energía molecular de un sistema y consta de las formas sensible, latente, química y nuclear. Las formas sensible y latente se pueden transferir de un medio a otro como resultado de una diferencia de temperatura, y se mencionan como *energía calorífica* o *térmica*. Por consiguiente, la transferencia de calor es el intercambio de las formas sensible y latente de la energía interna entre dos medios, como resultado de una diferencia de temperatura. La cantidad de calor transferido por unidad de tiempo se llama *razón de transferencia del calor* y se denota por $\dot{Q}$. La razón de transferencia del calor por unidad de área se llama *flujo de calor*, $\dot{q}$.

Un sistema de masa fija recibe el nombre de *sistema cerrado,* y un sistema que implica transferencia de masa a través de sus fronteras es un *sistema abierto* o *volumen de control*. La *primera ley de la termodinámica* o el *balance de energía* para cualquier sistema que pasa por cualquier proceso se puede expresar como:

$$E_{\text{ent}} - E_{\text{sal}} = \Delta E_{\text{sistema}}$$

Cuando un sistema cerrado estacionario implica solo transferencia de calor y no interacciones de trabajo a través de su frontera, la relación de balance de energía se reduce a:

$$Q = mc_{\upsilon}\Delta T$$

donde Q es la cantidad de transferencia neta de calor hacia el sistema o desde este. Cuando el calor se transfiere con una rapidez constante de $\dot{Q}$, la cantidad de transferencia de calor durante un intervalo de tiempo Δt se puede determinar a partir de $Q = \dot{Q}\Delta t$.

En condiciones estacionarias y sin interacciones de trabajo, la relación de conservación de la energía para un volumen de control con una admisión y una salida, y con cambios mínimos en las energías cinética y potencial, se puede expresar como:

$$\dot{Q} = \dot{m}c_p\Delta T$$

donde $\dot{m} = \rho V A_c$ es la razón de flujo de masa y $\dot{Q}$ es la razón de transferencia neta de calor hacia afuera o adentro del volumen de control.

El calor se puede transferir en tres modos diferentes: conducción, convección y radiación. La *conducción* es la transferencia de calor de las partículas más energéticas de una sustancia hacia las menos energéticas adyacentes, como resultado de la interacción entre ellas, y se expresa mediante la *ley de Fourier de la conducción del calor* como:

$$\dot{Q}_{\text{convección}} = -kA\frac{dT}{dx}$$

donde k es la *conductividad térmica* del material en $\text{W/m}\cdot\text{K}$ o $\text{Btu/h}\cdot\text{pie}\cdot\text{R}$, A es el *área* normal a la dirección de la transferencia de calor y dT/dx el *gradiente de temperatura*. La magnitud de la rapidez de conducción del calor a través de una capa plana de espesor L está dada por:

$$\dot{Q}_{\text{cond}} = kA\frac{\Delta T}{L}$$

donde ΔT es la diferencia de temperatura de uno a otro lado de la capa.

La *convección* es el modo de transferencia de calor entre una superficie sólida y el líquido o gas adyacente que se encuentra en movimiento y comprende los efectos combinados de la conducción y del fluido en movimiento. La razón de la transferencia de calor por convección se expresa por la ley de *Newton del enfriamiento* como:

$$\dot{Q}_{\text{convección}} = hA_s(T_s - T_\infty)$$

donde h es el *coeficiente de transferencia de calor* por convección, en $\text{W/m}^2\cdot\text{K}$ o $\text{Btu/h}\cdot\text{pie}^2\cdot\text{R}$, A_s es el *área superficial* a través de la cual ocurre esa transferencia, T_s es la temperatura de la superficie y T_∞ es la *temperatura del fluido* suficientemente lejos de dicha superficie.

La *radiación* es la energía emitida por la materia en forma de ondas electromagnéticas (o fotones), como resultado de los cambios en las configuraciones electrónicas de los átomos o moléculas. La razón máxima de la radiación que se puede emitir desde una superficie a una temperatura termodinámica T_s está dada por la *ley de Stefan-Boltzmann* como $\dot{Q}_{\text{emitido,máx}} = \sigma A_s T_s^4$, donde $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}^4$ o $0.1714 \times 10^{-8}\ \text{Btu/h}\cdot\text{pie}^2\cdot\text{R}^4$ es la *constante de Stefan-Boltzmann*.

Cuando una superficie de emisividad ε y área superficial A_s, a una temperatura termodinámica T_s, está completamente encerrada por una superficie mucho más grande (o negra), a una temperatura termodinámica T_{alred}, separada por un gas (como el aire) que no interfiere con la radiación, la razón neta de la transferencia de calor por radiación entre estas dos superficies está dada por:

$$\dot{Q}_{\text{rad}} = \varepsilon\sigma A_s(T_s^4 - T_{\text{alred}}^4)$$

En este caso, la emisividad ε y el área superficial de la superficie circundante no tienen efecto sobre la transferencia neta de calor por radiación.

La razón a la cual una superficie absorbe radiación se determina a partir de $\dot{Q}_{\text{absorbido}} = \alpha\dot{Q}_{\text{incidente}}$, donde $\dot{Q}_{\text{incidente}}$ es la razón a la cual la radiación incide sobre la superficie y α es la absortividad de la superficie.

BIBLIOGRAFÍA Y LECTURAS RECOMENDADAS

1. American Society of Heating, Refrigeration, and Air-Conditioning Engineers. La versión más reciente dice: *ASHRAE Handbook-Fundamentals*. Atlanta, GA: ASHRAE, 2017.

2. *ASME Boiler & Pressure Vessel Code*, sección IV, "Rules for Construction of Heating Boilers". Nueva York: ASME, 2015.

3. ASME Vision 2030 Project, "Creating the Future of Mechanical Engineering Education", sin fecha. Disponible en http://community.asme.org/board_education/w/wiki/7883.asme-vision-2030-project.aspx.

4. ASTM D1351-14, "Standard Specification for Thermoplastic Polyethylene Insulation for Electrical Wire and Cable", West Conshohocken, PA, 2014, disponible en www.astm.org.

5. ASTM Standard C1055-03, "Standard Guide for Heated System Surface Conditions that Produce Contact Burn Injuries". ASTM International, West Conshohocken, PA: ASTM International, 2009.

6. Y. A. Çengel, J. M. Cimbala y R. H. Turner. *Fundamentals of Thermal-Fluid Sciences*. 5a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 2017.

7. Y. A. Çengel, M. A. Boles y M. Kanoglu. *Thermodynamics—An Engineering Approach*. 9a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 2019.

8. *Code of Ethics for Engineers*, National Society of Professional Engineers (NSPE) número de publicación 1102, 2007, disponible en http://www.nspe.org/Ethics/CodeofEthics/index.html.

9. K. R. Rao (ed.). *Continuing & Changing Priorities of ASME Boiler & Pressure Vessel Codes and Standards*. Nueva York: ASME Press, 2014.

10. *Prevention through Design: Plan for the National Initiative*, National Institute for Occupational Safety and Health (NIOSH) número de publicación 2011-121, 2010, disponible en http://www.cdc.gov/niosh/docs/2011-121/.

11. R. J. Ribando. *Heat Transfer Tools*. Nueva York: McGraw-Hill, 2002.

PROBLEMAS*

Termodinámica y transferencia de calor

1-1C ¿En qué difiere la transferencia de calor de la termodinámica?

1-2C ¿Cuál es la fuerza impulsora para *a*) la transferencia de calor, *b*) el flujo de corriente eléctrica y *c*) el flujo de fluidos?

1-3C ¿En qué se distinguen los problemas de capacidad nominal de los de dimensionamiento?

1-4C ¿Cuál es la diferencia entre el enfoque analítico y el experimental de la transferencia de calor? Discuta las ventajas y desventajas de cada uno.

1-5C ¿Cuál es la importancia del modelado en la ingeniería? ¿Cómo se preparan los modelos matemáticos para los procesos de ingeniería?

1-6C Cuando se hace un modelo de un proceso de ingeniería, ¿cómo se hace la selección correcta entre un modelo simple pero burdo y uno complejo pero exacto? ¿El modelo complejo es una mejor selección porque es más exacto?

1-7C Un día caluroso de verano, un estudiante enciende su ventilador cuando sale de su cuarto en la mañana. Cuando regrese en la tarde, ¿su cuarto estará más caluroso o más frío que los cuartos vecinos?, ¿por qué? Suponga que todas las puertas y ventanas se mantienen cerradas.

1-8C Considere dos cuartos idénticos, uno con un refrigerador y otro sin él. Si se cierran todas las puertas y ventanas, ¿el cuarto que contiene refrigerador estará más frío o más caliente que el otro?, ¿por qué?

1-9C A menudo se recomienda dejar encendido todo el tiempo el sistema de calefacción en las casas en vez de apagarlo cuando no hay nadie en casa, porque se necesita más energía para calentar la casa a su temperatura normal. ¿Qué piensa al respecto?

1-10C Alguien afirma que girar el termostato del aire acondicionado central de una casa caliente al nivel más bajo enfriará la casa mucho más rápido. ¿Hay algo de verdad en esta afirmación?

1-11C Considere un calentador de agua eléctrico de 8 L perfectamente aislado (sin pérdida de calor) a 60 °C. Al observar que un tanque de agua caliente es suficiente para satisfacer las necesidades de agua caliente de una familia durante un día entero, alguien sugiere usar un temporizador para calentar el agua una vez al día a la temperatura establecida y luego apagarlo para ahorrar energía y dinero. ¿Cree que la familia debería tomar este consejo e invertir en un temporizador? Suponga que hay una tarifa eléctrica única para todas las horas del día.

1-12C Se calienta un gas ideal de 50 a 80°C *a*) a volumen constante, y *b*) a presión constante. ¿En cuál de los dos casos la energía requerida será mayor?, ¿por qué?

1-13C ¿Qué es el flujo de calor?, ¿cómo se relaciona con la razón de transferencia de calor?

1-14C ¿Cuáles son los mecanismos de transferencia de energía para un sistema cerrado? ¿Cómo se distingue la transferencia de calor de las otras formas de transferencia de energía?

1-15I Un chip lógico usado en una computadora disipa 3 W de potencia en un medio a 120 °F, y tiene un área superficial de transferencia de calor de 0.08 pulg^2. Si se supone que la transferencia de calor desde la superficie es uniforme, determine *a*) la cantidad de calor que este chip disipa durante un día de trabajo de 8 horas, en kWh, y *b*) el flujo de calor sobre la superficie del chip, en W/pulg^2.

1-16 Considere una lámpara incandescente de 150 W. El filamento de la lámpara tiene 5 cm de largo y un diámetro de 0.5 mm. El diámetro del bulbo de vidrio de la lámpara es de 8 cm. Determine el flujo de calor, en W/m^2 *a*) sobre la superficie del filamento, *b*) sobre la superficie del bulbo de vidrio, y *c*) calcule cuánto costará por año mantener esa lámpara encendida durante 8 horas al día, todos los días, si el costo unitario de la electricidad es de $0.08/kWh.

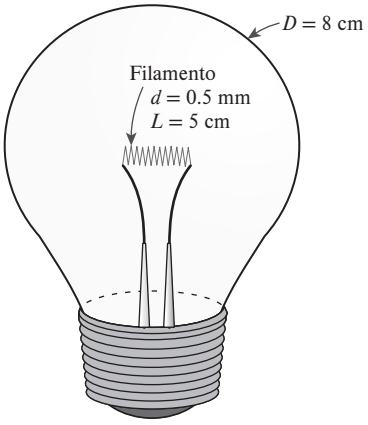


FIGURA P1-16

1-17 Una bola de aluminio de 15 cm de diámetro debe calentarse de 80 °C a una temperatura promedio de 200 °C. Si se considera que la densidad media y el calor específico del aluminio en este rango de temperatura son $\rho = 2\ 700$ kg/m^3 y $c_p = 0.90$ kJ/kg·K, respectivamente, determine la cantidad de energía que se debe transferir a la bola de aluminio. *Respuesta:* 515 kJ

1-18I Un calentador de agua de 60 galones se llena inicialmente con agua a 50 °F. Determine cuánta energía (en Btu) se debe transferir para elevar su temperatura a 120 °F. Evalúe las propiedades del agua a una temperatura promedio de 85 °F.

1-19 La infiltración de aire frío en una casa caliente durante el invierno a través de las rendijas alrededor de las puertas, ven-

* Los problemas señalados con una "C" son preguntas conceptuales en las que se alienta a los estudiantes a responderlas todas. Los problemas designados con una "I" están en unidades del sistema inglés, y los usuarios del SI pueden ignorarlos. Los problemas con el icono son de naturaleza integral y están destinados a resolverse con el software adecuado. Los problemas con el icono son problemas de prevención a través del diseño (*Prevention through Design*). Los problemas con el icono son de códigos y estándares (*Codes and Standards*).

tanas y otras aberturas es una fuente importante de pérdida de energía, ya que ese aire frío que entra necesita ser calentado hasta la temperatura del cuarto. La infiltración se expresa a menudo en términos de los cambios de aire por hora (ACH, del inglés *air changes per hour*). Un ACH de 2 indica que todo el aire de la casa se reemplaza dos veces cada hora por el aire frío del exterior.

Considere una casa calentada eléctricamente que tiene una superficie de piso de 200 m^2 y una altura promedio de 3 m a una elevación de 1 000 m, en donde la presión atmosférica estándar es 89.6 kPa. La casa se mantiene a una temperatura de 22 °C y se estima que las pérdidas por infiltración equivalen a 0.7 ACH. Suponiendo que la presión y la temperatura en la casa permanecen constantes, determine la cantidad de energía que pierde, debido a la infiltración, para un día durante el cual la temperatura promedio en el exterior es de 5 °C. Asimismo, calcule el costo de esta pérdida, si el costo unitario de la electricidad en esa zona es de \$0.082/kWh. *Respuestas:* 53.8 kWh/día, \$4.41/día

1-20 PtD El etanol líquido es un fluido inflamable y puede liberar vapores que forman mezclas explosivas a temperaturas superiores a su punto de inflamación a 16.6 °C. En una planta química, el etanol líquido (c_p = 2.44 kJ/kg·K, ρ = 789 kg/m^3) se transporta en una tubería con un diámetro interior de 5 cm. La tubería está ubicada en un área caliente con una válvula de encendido, donde se agregan aproximadamente 20 kW de calor al etanol. Su tarea como ingeniero es diseñar un sistema de bombeo para transportar el etanol de manera segura y prevenir el riesgo de incendio. Si la temperatura de entrada del etanol es 10 °C, determine el caudal volumétrico necesario para mantener la temperatura del etanol en la tubería por debajo de su punto de inflamación.

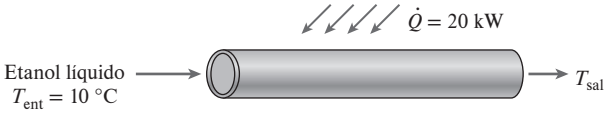


FIGURA P1-20

1-21 PtD En muchas plantas manufactureras, las personas suelen trabajar alrededor de superficies de alta temperatura. Las superficies calientes expuestas que pueden causar quemaduras térmicas en la piel humana se consideran peligrosas en el lugar de trabajo. Las superficies metálicas por encima de 70 °C pueden dañar instantáneamente la piel. Considere una tira de acero al carbono AISI 1010 (ρ = 7 832 kg/m^3) de 2 mm de grosor y 3 cm de ancho que se transporta a una cámara para enfriarse a una velocidad constante de 1 m/s. La tira de acero entra en la cámara de enfriamiento a 597 °C. Determine la razón a la que es necesario eliminar el calor para que la tira de acero salga de la cámara a 47 °C. ¿Cómo puede afectar la velocidad de transporte a la tasa de eliminación de calor requerida?

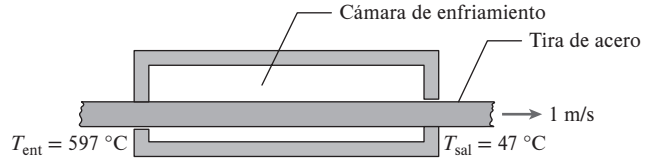


FIGURA P1-21

1-22 Se va a calentar 1.2 kg de agua con una temperatura inicial de 15 a 95 °C en una tetera equipada en su interior con un calefactor eléctrico de 1 200 W. La tetera pesa 0.5 kg y tiene un calor específico promedio de 0.7 kJ/kg·K. Si se supone que el calor específico del agua es de 4.18 kJ/kg·K y se desprecia cualquier pérdida de calor de la tetera, calcule cuánto tardará el agua en calentarse.

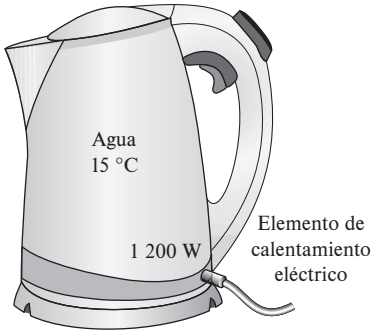


FIGURA P1-22

1-23 C&S Un calentador de agua usa 100 kW para calentar 60 galones de agua líquida desde una temperatura inicial de 20 °C. La densidad media y el calor específico del agua son 970 kg/m^3 y 4.18 kJ/kg·K, respectivamente. De acuerdo con las restricciones de servicio del Código ASME para calderas y recipientes a presión (ASME BPVC.IV-2015, HG-101), los calentadores de agua no deben funcionar a temperaturas superiores a 120 °C en la salida del calentador o cerca de esta. Determine la duración del calentamiento de tal manera que la temperatura final del agua que salga del calentador cumpla con el Código ASME para calderas y recipientes a presión.

1-24 C&S Una caldera con una masa de 10 kg utiliza 50 kW para calentar 20 galones de agua líquida inicialmente a 15 °C. Los calores específicos promedio para el material de la caldera y el agua son 0.48 kJ/kg·K y 4.18 kJ/kg·K, respectivamente. La densidad media del agua es de 850 kg/m^3. Según las restricciones de servicio del Código ASME para calderas y recipientes a presión (ASME BPVC.IV-2015, HG-101), las calderas no deben funcionar a temperaturas superiores a 120 °C en o cerca de la salida de la caldera. Determine si la temperatura final del agua que saldría de la caldera después de 30 minutos de calentamiento a 50 kW cumpliría con el Código ASME para calderas y recipientes a presión.

1-25 Se calienta agua en un tubo aislado de diámetro constante por medio de un calentador eléctrico con resistencia de 7 kW. Si el agua entra en el calentador continuamente a 15 °C y sale a 70 °C, determine la razón de flujo del agua.

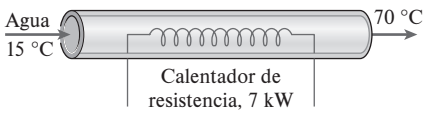


FIGURA P1-25

1-26 Un cuarto se calienta por medio de un calefactor de resistencia instalado en la base de la pared. Cuando las pérdidas de calor del cuarto en un día de invierno equivalen a 7 000 kJ/h, se observa que la temperatura del aire permanece constante aun cuando el calefactor opera de manera continua. Indique la potencia nominal del calefactor, en kW.

1-27 Se calentará un cuarto de $5 \times 6 \times 8$ m por medio de un calefactor eléctrico de resistencia colocado en un ducto corto en el propio cuarto. Primero está a 15 °C y la presión atmosférica local es de 98 kPa. El cuarto pierde calor de forma sostenida hacia el exterior a un ritmo de 200 kJ/min. Un ventilador de 300 W hace circular el aire de manera constante a través del ducto y del calefactor con un gasto promedio de masa de 50 kg/min. Se puede suponer que el ducto es adiabático y no hay fugas ni filtraciones de aire desde o hacia el cuarto. Si transcurren 18 minutos para que el aire del cuarto alcance una temperatura promedio de 25 °C, encuentre *a*) la potencia nominal del calefactor eléctrico y *b*) el aumento en la temperatura que experimenta el aire cada vez que pasa a través del calefactor.

1-28 Una secadora de cabello es un ducto en el cual se colocan unas cuantas capas de resistores eléctricos. Un ventilador pequeño jala el aire llevándolo hacia adentro y forzándolo a que fluya sobre los resistores, en donde se calienta. Entra aire en una secadora de cabello de 1 200 W, a 100 kPa y 22 °C, y sale a 47 °C. El área de la sección transversal de la secadora a la salida es de 60 cm^2. Si se desprecia la potencia consumida por el ventilador y las pérdidas de calor a través de las paredes de la secadora, determine *a*) la razón de flujo volumétrico del aire a la entrada y *b*) la velocidad del aire a la salida.

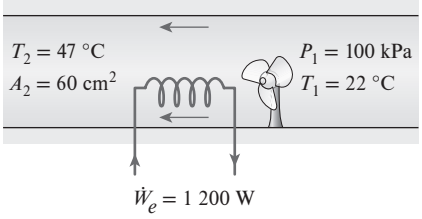


FIGURA P1-28

1-29I Entra aire en el ducto de un sistema de acondicionamiento a 15 psia y 50 °F, con un gasto volumétrico de 450 pies^3/min. El diámetro del ducto es de 10 pulgadas y el calor se transfiere al aire de los alrededores a una razón de 2 Btu/s. Determine *a*) la velocidad del aire en la admisión del ducto y *b*) la temperatura de ese aire a la salida. *Respuestas: a*) 825 pies/min, *b*) 64 °F

1-30 C&S Se calienta agua líquida con un calor específico de 4.18 kJ/kg·K en un tubo circular mediante un calentador eléctrico a 10 kW. El agua entra en el tubo a 10 °C con una razón de flujo de masa de 10 g/s. La superficie interna del tubo está cubierta con un revestimiento de cloruro de polivinilideno (PVDC). Según el código ASME para tuberías de proceso (ASME B31.3-2014, A323), la temperatura máxima recomendada para el revestimiento de PVDC es de 79 °C. Determine si el agua que sale del tubo cumpliría con el Código ASME para tuberías de proceso. ¿Cuál es la razón de flujo de masa mínima del agua necesaria para evitar que la temperatura de salida exceda la temperatura máxima recomendada para el revestimiento de PVDC?

Mecanismos de transferencia de calor

1-31C Defina conductividad térmica y su papel en la transferencia de calor.

1-32C ¿Cuál es un mejor conductor de calor: la plata o el diamante?

1-33C ¿De qué forma varía la conductividad térmica de líquidos y gases al alterar su temperatura?

1-34C ¿Por qué el orden de magnitud para la conductividad térmica en superaislamiento es menor que el orden de magnitud del aislamiento ordinario?

1-35C ¿Por qué se caracteriza la conducción de calor de los aislantes en términos de su conductividad térmica aparente y no de su conductividad térmica ordinaria?

1-36C ¿Cuáles son los mecanismos para transferencia de calor?, ¿en qué forma se distinguen entre sí?

1-37C Escriba las expresiones de las leyes físicas que gobiernan cada tipo de transferencia de calor, así como las variables que utiliza cada relación.

1-38C ¿Cuál es la diferencia entre conducción y convección?

1-39C ¿La energía que llega a la Tierra desde el Sol, es por conducción o por convección?

1-40C ¿En qué forma difiere la convección forzada de la convección natural?

1-41C ¿Qué mecanismo físico para la conducción de calor existen en un sólido, un líquido y un gas, respectivamente?

1-42C Considere la transferencia de calor entre una pared sin ventanas en un día de invierno y deduzca los parámetros que afectan la tasa de conducción de calor a través de la pared.

1-43C Considere la pérdida de calor en dos paredes de una casa en una noche de invierno. Las dos paredes son idénticas, a excepción de que una tiene una ventana de vidrio (colocada herméticamente). ¿Cuál pared perderá más calor? Explique su procedimiento.

1-44C Considere dos casas, idénticas en forma, pero una de ellas fue construida con ladrillos y otra con madera. Si las paredes de ladrillo tienen el doble de grosor, ¿cuál casa tendrá mayor eficiencia energética?

1-45C Considere dos paredes en una casa. Ambas son idénticas, excepto que una está hecha con tablas de madera de 10 cm de grosor y la otra con ladrillos de 25 cm. ¿Cuál pared perderá más calor en el invierno?

1-46C Defina "emisividad" y "factor de absorción". ¿Cuál es la ley de radiación de Kirchhoff?

1-47C ¿Qué es un cuerpo negro y en qué forma se distingue de otros cuerpos?

1-48 Una hoja de madera con grosor de 0.05 m está expuesta a un flujo de calor equivalente a 40 W/m^2. La parte derecha e

izquierda se encuentran a temperaturas constantes de 40 y 20 °C, respectivamente. ¿Cuál es la conductividad térmica de la hoja de madera?

1-49 El interior y exterior de una pared de ladrillo de dimensiones 4 m × 7 m, 30 cm de grosor y conductividad térmica de 0.69 W/m · K se mantienen a 20 y 5 °C, respectivamente. Determine la tasa de transferencia de calor en la pared en W.

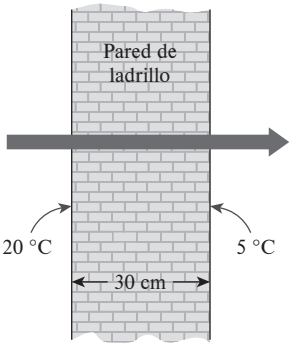


FIGURA P1-49

1-50I El interior y exterior de una ventana de doble vitral, con dimensiones de 4 pies × 4 pies, se mantienen a 60 y 48 °F, respectivamente. Si el espacio de 0.25 in está lleno de aire en reposo, determine la tasa de transferencia de calor en la ventana. *Respuesta:* 131 Btu/h

1-51 El interior y exterior de una ventana de vidrio, con 2 m × 2 m y grosor de 0.5 cm, están en invierno a 10 y 3 °C, respectivamente. Si la conductividad térmica del vidrio es de 0.78 W/m · K, determine la pérdida de calor que sufrirá el vidrio en un lapso de 5 h. ¿Qué respuesta sería la correcta si el vidrio tuviera 1 cm de grosor? *Respuestas:* 78.6 MJ, 39.3 MJ

1-52 Analice de nuevo el problema 1-51. Con un software adecuado, grafique la cantidad de calor perdida por el vidrio en función del grosor de la ventana, en un rango de 0.1 a 1.0 cm. Discuta sus resultados.

1-53 Una sartén de aluminio, cuya conductividad térmica es de 237 W/m · K, tiene una base plana con diámetro de 15 cm y grosor de 0.4 cm. Hay una transferencia constante de calor al agua hirviendo que contiene la sartén, a razón de 800 W. Si el interior de la base se encuentra a 105 °C, deduzca la temperatura en el exterior de la base de la sartén.

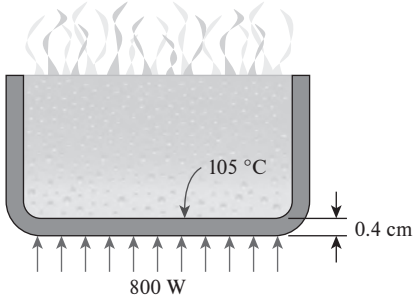


FIGURA P1-53

1-54I En una casa con calefacción eléctrica, la pared que da al norte tiene 20 pies de largo, 10 pies de alto y 1 pie de grosor. Está hecha con ladrillos cuya conductividad es $k = 0.42$ Btu/h · pie · °F. Una noche de invierno, las temperaturas del interior y exterior de la pared se registran aproximadamente en 62 y 25 °F, respectivamente, por un lapso de 8 h. Determine *a*) la tasa de pérdida de calor en la pared durante la noche y *b*) el precio de esta pérdida para el dueño, si su electricidad se factura en $0.07/kWh.

1-55 Durante un experimento se utilizan muestras cilíndricas con diámetro de 4 cm y largo de 7 cm (figura 1-32). Ambos termopares en cada muestra están separados por 3 cm. Después de los transitorios iniciales, el calentador eléctrico usa 0.6 A a 110 V. Los dos termómetros diferenciales indican una diferencia de temperatura de 10 °C. Determine la conductividad térmica de la muestra. *Respuesta:* 78.8 W/m · K

1-56 Un método para medir la conductividad térmica de un material es colocar un calentador termoeléctrico entre dos muestras rectangulares idénticas del material y aislar fuertemente todos los bordes, como se observa en la figura P1-56. Luego los termopares se adhieren al interior y exterior para medir las temperaturas. En un experimento, se usan dos muestras con 0.5 cm de grueso y dimensiones de 10 cm × 10 cm. Cuando se logra estabilizar el experimento, el calentador usa 25 W en energía eléctrica y la temperatura cae a 82 °C en el interior y 74 °C en el exterior de las muestras. Determine la conductividad térmica del material a su temperatura promedio.

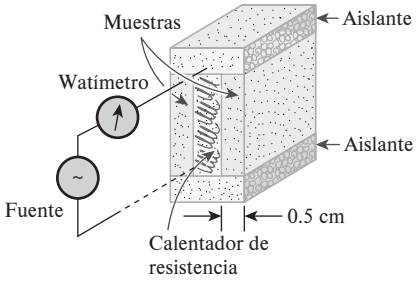


FIGURA P1-56

1-57 PtD Una barra de silicón puede deformarse si sufre diferencias de temperatura en su grosor. Por ello es necesario tomar medidas para impedir que el gradiente de temperatura en el grosor de la barra sea demasiado grande. Como ingeniero en una empresa de semiconductores, su tarea es determinar el flujo de calor máximo permisible en la superficie inferior de la barra, mientras mantiene la temperatura de la superficie superior a 27 °C. Para evitar que la barra se deforme, la diferencia de temperatura en su espesor de 500 μm no puede exceder 1 °C.

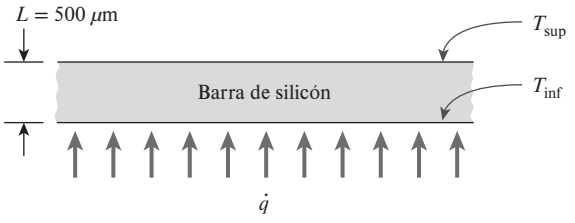


FIGURA P1-57

1-58 Una pared de concreto con área de 20 m^2 y grosor de 0.30 m separan un cuarto con aire acondicionado del exterior. La temperatura de la superficie interior de la pared (T_1) se mantiene en 25 °C. *a*) Determine la pérdida de calor $\dot{Q}$(W) en la pared para valores de conductividad térmica de 0.75, 1 y 1.25 W/m · K, con temperaturas externas de $T_2 = -15, -10, -5$, 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30 y 38 °C (un total de 11 puntos para cada valor de conductividad térmica). Tabule los resultados de los tres casos en una sola tabla. Proporcione también una gráfica generada en computadora [pérdida de calor, $\dot{Q}$(W) contra la temperatura externa de la pared, T_2 (°C)] para mostrar sus resultados. Los resultados de los tres casos deben estar en la misma gráfica. *b*) Discuta sus resultados para los tres casos.

1-59 Un contendor esférico y hueco de hierro con diámetro exterior de 20 cm y grosor de 0.2 cm está lleno de agua a 0 °C. Si la superficie externa del contenedor es de 5 °C, determine la tasa aproximada de ganancia de calor en kW del agua helada y la tasa con la cual se derrite el hielo dentro del contenedor. El calor específico del agua es de 333.7 kJ/kg. Suponga que el contenedor es un muro sin imperfecciones y utilice el área externa.

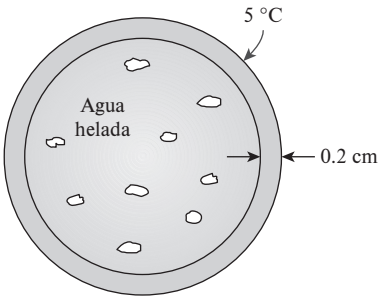


FIGURA P1-59

1-60 Analice de nuevo el problema 1-59. Mediante un software adecuado, grafique la tasa a la que el hielo se derrite en función del grosor del contenedor en un rango de 0.1 cm a 1.0 cm. Discuta sus resultados.

1-61 C&S Un cable calentador está enterrado bajo una losa de concreto, de modo que derrite la nieve sobre un área de 5 m × 5 m. El cable está controlado eléctricamente con calentamiento de joule. El concreto tiene una conductividad térmica de 1.4 W/m · K y el grueso de la losa es de 50 mm. Cuando el concreto está cubierto de nieve, el calor generado por el cable puede derretirla a una tasa de 0.1 kg/s. De acuerdo con el Código de Electricidad Estadounidense (NFPA 70), la densidad de potencia (flujo de calor) para utensilios subterráneos para derretir nieve no puede ser mayor de 1 300 W/m^2. En estas circunstancias, ¿opera el cable calentador conforme a las normas del código NFPA 70? Además de esto, para minimizar la tensión térmica dentro de la losa, debería haber una diferencia de temperaturas que no supere los 21 °C entre la superficie de concreto que toca el cable (T_1) y la superficie de la losa expuesta al exterior (T_2) (2015 Guía de aplicaciones ASHRAE -HVAC, Cap. 51). ¿Permiten las condiciones dadas que $T_1 - T_2 \leq 21$ °C?

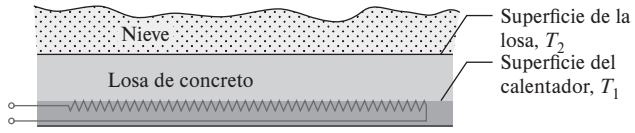


FIGURA P1-61

1-62I Un ingeniero que trabaja con unidades del sistema inglés en el análisis de la transferencia de calor de una casa necesita el coeficiente de transferencia de calor por convección en el exterior de la casa. Pero el único valor que tiene registrado es de 14 W/m^2 · K, que está en unidades del SI. El ingeniero no tiene ningún factor de conversión directa entre los dos sistemas para el valor que requiere. Usando los factores de conversión entre W y Btu/h, m y pie, así como °C y °F, escriba el valor dado para el coeficiente de transferencia de calor por convección en Btu/h · pie^2 · °F. *Respuesta:* 2.47 Btu/h · pie^2 · °F

1-63 Encima de una laguna sopla aire a 20 °C, con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 20 W/m^2 · K. La superficie de la laguna está a 40 °C. Deduzca el flujo de calor entre la superficie de la laguna y el aire sobre ella.

1-64 C&S Un grupo de tornillos de acero carbonizado ASME SA-193 están fijos en la parte superior de una placa metálica. La parte inferior de la placa se somete a un flujo de calor constante de 5 kW/m^2. La parte superior está expuesta a temperatura ambiente de 30 °C con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 10 W/m^2 · K. El Código ASME para calentadores y recipientes a presión (ASME BPVC. IV-2015, HF-300) determina que la temperatura máxima permitida es de 260 °C para los tornillos SA-193. Indique si este tipo de tornillos cumple con los requerimientos del Código ASME. Si la temperatura de los tornillos es mayor a la permitida por el Código ASME, proponga una solución para reducirla.

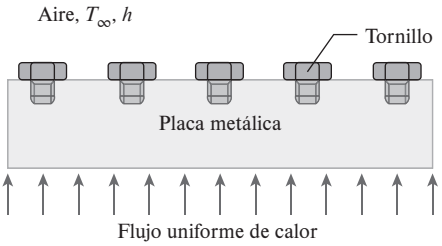


FIGURA P1-64

1-65 En una central eléctrica, las tuberías que transportan vapor sobrecalentado son muy comunes. El vapor sobrecalentado fluye a una tasa de 0.3 kg/s en una tubería con 5 cm de diámetro y 10 m de longitud. La tubería se encuentra en una central eléctrica con temperatura ambiente de 20 °C y la temperatura en la superficie de la tubería es de 100 °C. Si la pérdida de temperatura desde el momento en que el vapor entra a la tubería, hasta que sale es de 30 °C y el calor específico del vapor es de 2 190 J/kg · K, determine el coeficiente de transferencia de calor como resultado de la convección entre la superficie de la tubería y el aire que la rodea.

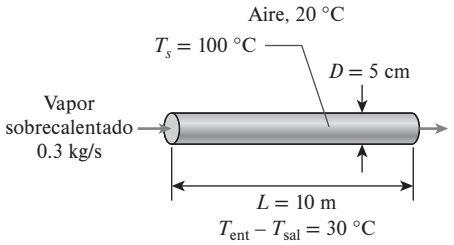


FIGURA P1-65

1-66 C&S Un calentador administra agua caliente a un lavaplatos de uso comercial a través de una tubería, cuya superficie se encuentra a 50 °C y su diámetro es de 20 mm. El agua caliente sale del calentador a 95 °C. La distancia entre el calentador y el lavaplatos es de 20 m. La tubería está expuesta a convección de calor, con un coeficiente de transferencia de calor de 100 $W/m^2 \cdot K$, a una temperatura ambiente de 20 °C. El agua caliente fluye constantemente en la tubería a 60 g/s y su calor específico es de 4.20 $kJ/kg \cdot K$. La Fundación Estadounidense de Higiene determina, como estándar para lavaplatos comerciales (ANSI/NSF 3), que el agua enjuague a una temperatura mínima de 82 °C. En estas condiciones, ¿entra el lavaplatos dentro de las condiciones requeridas por el estándar (ANSI/NSF 3)? De no ser así, proponga distintas formas para aumentar la temperatura del agua.

1-67 C&S Un líquido caliente fluye dentro de una tubería de hierro con un diámetro interno de 22 mm y externo de 27 mm. La tubería está expuesta en el exterior a un flujo uniforme de 1 200 W/m^2, a lo largo de 1 m de longitud. Por dentro, la tubería está cubierta por una delgada capa de fluoruro de polivinilideno (PVDF). El líquido caliente fluye dentro de la tubería a 120 °C, con un coeficiente de transferencia de calor por convección equivalente a 50 $W/m^2 \cdot K$. El Código ASME para proceso de tuberías (ASME B31.3-2014, A323) recomienda una temperatura máxima de 135 °C para cubiertas de PVDF. ¿Cumple esta superficie de PVDF con la recomendación del código?

1-68 Una corriente eléctrica de 5 A pasa por un resistor y tiene un voltaje de 6 V a lo largo del resistor. El resistor tiene forma cilíndrica, con un diámetro de 2.5 cm y longitud de 15 cm. El resistor tiene temperatura uniforme de 90 °C y el cuarto donde se encuentra está a 20 °C. Si se supone que la transferencia de calor por radiación es insignificante, determine el coeficiente de transferencia de calor por convección.

1-69 C&S Una corriente eléctrica de 1 A pasa por un cable y tiene un voltaje de 30 V. El cable está cubierto por un aislante de polietileno, en la superficie del cual sucede convección de calor. La temperatura ambiente es de 20 °C, con un coeficiente de transferencia por convección de 5 $W/m^2 \cdot K$ y el área de la superficie sujeta a esta convección es de 0.1 m^2. El estándar ASTM D1351 especifica que los aislantes termoplásticos de polietileno son adecuados para su uso en cables con temperaturas máximas de 75 °C. En estas condiciones, ¿cumplirá el aislante del cable mencionado con el estándar ASTM D1351? Si no es así, proponga una posible solución para cumplir con el estándar.

1-70 PtD Un contenedor esférico de acero modelo AISI 316 se usa para sujetar químicos potentes mientras sufren una reacción exotérmica que administra un flujo de calor constante de 60 kW/m^2 a la superficie interna del contenedor. El contenedor tiene un diámetro interno de 1 m y un grosor de pared de 5 cm. Para prevenir quemaduras en aquellos que trabajen alrededor del contenedor, se requiere mantener la superficie externa del contenedor debajo de los 50 °C. Si la temperatura ambiente es de 23 °C, determine el coeficiente de transferencia de calor por convección necesario para mantener la superficie externa del contenedor por debajo de los 50 °C. ¿Es posible conseguir el coeficiente de transferencia de calor por convección necesario con la convección libre del aire? Si no, proponga otras opciones para prevenir quemaduras causadas por el exterior del contenedor.

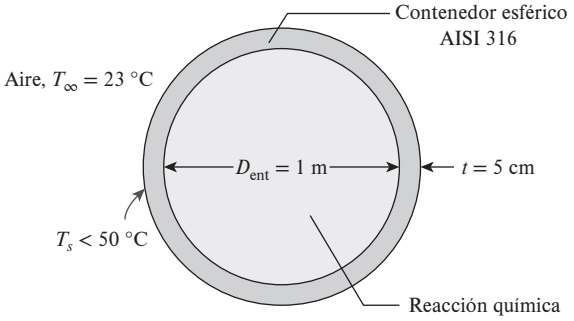


FIGURA P1-70

1-71 Un transistor de 0.4 cm de altura y 0.6 cm de diámetro se coloca en una placa de circuitos. El transistor se enfría cuando sopla una brisa sobre él, con un coeficiente de transferencia de calor promedio de 30 $W/m^2 \cdot K$. Si la temperatura del aire es de 55 °C y la del transistor no sobrepasa los 70 °C, determine la cantidad de potencia que este transistor puede disipar de forma segura. Ignore cualquier transferencia de calor desde la base del transistor.

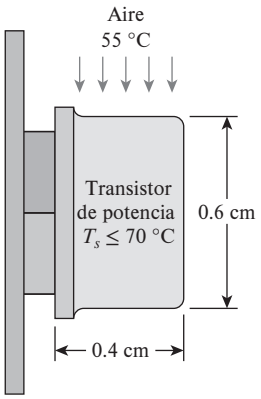


FIGURA P1-71

1-72I Una sección de un tubo de vapor con longitud de 200 pies, cuyo diámetro es de 4 pulgadas, pasa por un espacio abierto a 50 °F. La temperatura promedio del exterior del tubo es de 280 °F y el coeficiente promedio de transferencia de calor en esta superficie es de 6 $Btu/h \cdot pie^2 \cdot °F$. Determine *a*) la tasa

de pérdida de calor del tubo y *b*) el costo anual de esta pérdida si el vapor es generado en un horno de gas natural con eficiencia de 86% y el precio del gas natural es de $1.10/term (donde 1 term = 100 000 Btu). *Respuestas: a*) 289 027 Btu/h, *b*) $32 384/año

1-73 La temperatura necesaria para hervir nitrógeno a presión atmosférica a nivel del mar (1 atm) es de –196 °C. Por tanto, el nitrógeno se utiliza en experimentos con bajas temperaturas, ya que la temperatura del nitrógeno líquido en un tanque se mantiene constante a –196 °C hasta que todo el nitrógeno se ha evaporado. Cualquier transferencia de calor al tanque resulta en la evaporización de una cantidad de nitrógeno líquido, que tiene un calor de vaporización de 198 kJ/kg y una densidad de 810 kg/m^3 a 1 atm.

Considere un tanque esférico de 4 m de diámetro lleno con nitrógeno líquido a 1 atm y –196 °C. El tanque es expuesto a aire a 20 °C, con un coeficiente de transferencia de calor de 25 W/m$^2\cdot$K. La temperatura del contenedor es casi idéntica a la del nitrógeno, debido a lo delgado que es el contenedor. Ignorando cualquier intercambio de calor por radiación, determine la tasa de evaporación del nitrógeno líquido en el tanque, como resultado de la transferencia de calor con el aire ambiente.

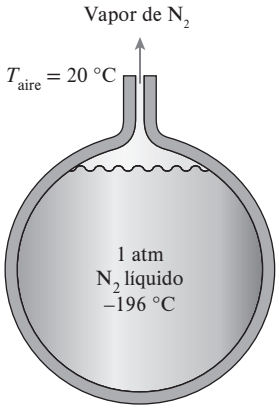


FIGURA P1-73

1-74 Se realizó una serie de experimentos al soplar aire a 40 °C sobre un cilindro largo de 25 mm de diámetro, con un calentador eléctrico incrustado. El propósito de estos experimentos era determinar la potencia por unidad de longitud *(Ẇ/L)* necesaria para mantener la superficie del cilindro a 300 °C para distintas velocidades de aire *(V)*. Los resultados se muestran en la tabla siguiente:

V (m/s)	1	2	4	8	12
$\dot{W}/L$ (W/m)	450	658	983	1 507	1 963

a) Considerando que hay una temperatura uniforme en el cilindro, una radiación insignificante entre el cilindro y sus alrededores, así como condiciones de estado constante, determine el coeficiente de transferencia de calor por convección *(h)* para cada velocidad *(V)*. Grafique los resultados en términos de h (W/m$^2\cdot$K) contra V (m/s). Proporcione una gráfica generada en computadora para mostrar sus resultados y tabule los datos usados para la gráfica.

b) Considere que el coeficiente de transferencia de calor por convección y la velocidad se pueden expresar como $h = CV^n$. Determine los valores para las constantes C y n de sus resultados al graficar h contra V en coordenadas log-log y seleccionando un valor de C que asegure una coincidencia para $V = 1$ m/s, y luego variando n para obtener el mejor ajuste.

1-75 Un cable de 1.4 m de longitud y 0.2 cm de diámetro se extiende a lo largo de un cuarto a 20 °C. El calor se genera en el cable como resultado de calentamiento por resistencia y la superficie del cable se mide a temperatura de 240 °C en su operación normal. Además, la diferencia de voltaje y la corriente eléctrica a lo largo del cable son en 110 V y 3 A, respectivamente. Sin considerar cualquier transferencia de calor por radiación, determine el coeficiente de transferencia de calor por convección para la transferencia de calor entre la superficie exterior del cable y el aire en el cuarto. *Respuesta:* 170.5 W/m$^2\cdot$K

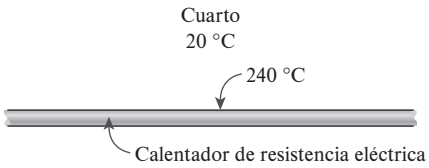


FIGURA P1-75

1-76 Analice de nuevo el problema 1-75. Usando el software apropiado, grafique el coeficiente de transferencia de calor por convección en función de la temperatura de la superficie del alambre en el rango de 100 a 300 °C. Discuta los resultados.

1-77I Con los factores de conversión entre W y Btu/h, m y pie, así como K y R, exprese la constante de Stefan-Boltzmann $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}$ W/m$^2\cdot$K^4 en la unidad inglesa Btu/h$\cdot$pie$^2\cdot$R^4.

1-78 La superficie exterior de una nave espacial fuera de órbita tiene una emisividad de 0.8 y una absortividad solar de 0.3. Si la radiación solar incide en la nave a una tasa de 950 W/m^2, determine la temperatura de la superficie de la nave cuando la radiación emitida sea igual a la energía solar absorbida.

1-79 Considere a una persona cuya superficie expuesta es de 1.7 m^2, con emisividad de 0.5 y temperatura de la superficie de 32 °C. Determine la tasa de pérdida de calor de esa persona por radiación en una habitación grande con paredes a una temperatura de *a*) 300 K y *b*) 280 K. *Respuestas: a*) 26.7 W, *b*) 121 W

1-80 Considere una caja electrónica sellada de 20 cm de altura, cuyas dimensiones de base miden 40 × 40 cm, colocada en una cámara de vacío. La emisividad de la superficie exterior de la caja es de 0.95. Si los componentes electrónicos de la caja disipan un total de 100 W de potencia y la temperatura de la superficie exterior de la caja no debe exceder los 55 °C, determine la temperatura a la que deben mantenerse las superficies que rodean la caja, si esta se enfría sola, gracias a la radiación. Suponga que la transferencia de calor desde la superficie inferior de la caja hacia el soporte es insignificante.

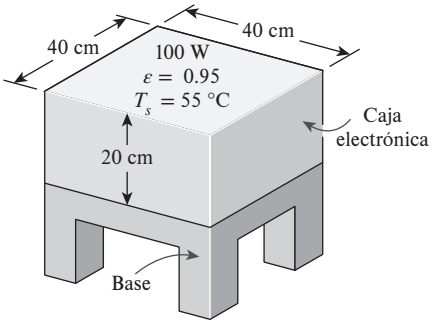


FIGURA P1-80

1-81 Dos superficies, una altamente pulida y la otra fuertemente oxidada, emiten la misma cantidad de energía por unidad de área. La superficie pulida tiene una emisividad de 0.1 a 1 070 °C, mientras que la emisividad de la superficie oxidada es de 0.78. Determine la temperatura de la superficie oxidada.

1-82 Una sonda interplanetaria esférica con diámetro de 2 m se envía al sistema solar. La superficie de la sonda está hecha de un material con emisividad de 0.9 y una absortividad de 0.1. Las señales de los sensores que monitorean la temperatura de la superficie de la sonda indican un valor promedio de −40 °C para una temperatura del espacio de 0 K. Si los componentes electrónicos dentro de la sonda generan calor a una tasa de 100 W/m^3, determine la tasa de radiación incidente en la superficie de la sonda.

1-83 Un paquete electrónico de forma esférica, con un diámetro exterior de 100 mm, se coloca en un amplio cuarto de laboratorio. La emisividad de la superficie del paquete puede asumir tres valores diferentes (0.2, 0.25 y 0.3). Las paredes de la habitación se mantienen a una temperatura constante de 77 K. Los componentes electrónicos de este paquete solo pueden funcionar en el rango de temperatura de la superficie de 40 °C ≤ T_s ≤ 85 °C. Determine el rango de disipación de potencia ($\dot{W}$) para el paquete electrónico en este rango de temperatura para los tres valores de emisividad de la superficie (ε). Grafique los resultados en términos de $\dot{W}$(W) contra T_s (°C) para los tres valores diferentes de emisividad en un rango de temperatura de superficie de 40 a 85 °C con incrementos de 5 °C (un total de 10 datos para cada valor de ε). Genere la gráfica en computadora y tabule los datos utilizados para el gráfico. Discuta los resultados obtenidos.

Mecanismos simultáneos de transferencia de calor

1-84C ¿Es posible que los tres medios de transferencia de calor ocurran simultáneamente (por separado) dentro de un proceso?

1-85C ¿Es posible que un proceso involucre *a*) conducción y convección, *b*) conducción y radiación o *c*) convección y radiación, simultáneamente? Mencione ejemplos para los casos en los que respondió que sí.

1-86C La temperatura interna de un humano saludable permanece constantemente a 37 °C, incluso cuando la temperatura y la humedad del ambiente cambian con el tiempo. Discuta los mecanismos de transferencia de calor entre el cuerpo humano y el medio ambiente, tanto en verano como en invierno, y explique cómo una persona podría mantenerse más fresca en verano y más cálida en invierno.

1-87C Es común que para mantenerse fresco en verano se encienda un ventilador. Explique de qué forma un ventilador puede ser útil para sentir menos calor. Explique también por qué algunas personas usan ventiladores en invierno.

1-88 Considere una pared de granito con 20 cm de espesor y una conductividad térmica de 2.79 W/m·K. La temperatura de la superficie izquierda se mantiene constante a 50 °C, mientras que la derecha está expuesta a un flujo libre de aire a 22 °C, con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 15 $W/m^2 \cdot K$. Ignorando la transferencia de calor por radiación, encuentre la temperatura de la superficie derecha y el flujo de calor a través de la pared.

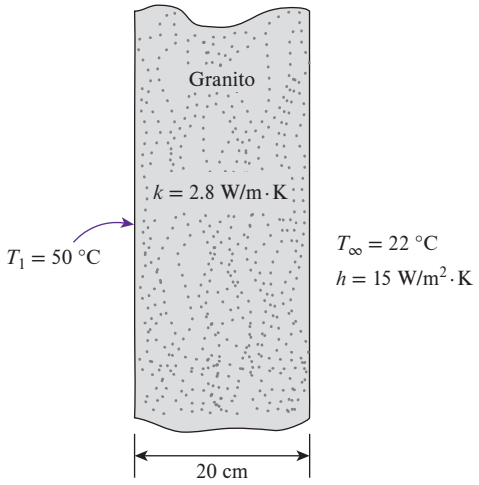


FIGURA P1-88

1-89 Una placa maciza, con un grosor de 15 cm y una conductividad térmica de 80 W/m·K, se enfría en la superficie superior por un flujo de aire. La temperatura del aire es de 10 °C, mientras que las temperaturas en las superficies superior e inferior de la placa son 50 y 60 °C, respectivamente. Determine el coeficiente de transferencia de calor por convección del aire en la superficie superior y discuta si el valor es razonable o no, para la convección forzada de aire.

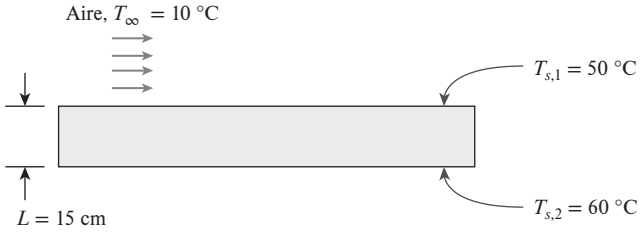


FIGURA P1-89

1-90 Aire a 20 °C de temperatura, con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 25 $W/m^2 \cdot K$, sopla sobre una placa caliente de acero horizontal (k = 43 W/m·K). El

área superficial de la placa es de 0.38 m^2 y su grosor es de 2 cm. La superficie superior se mantiene a una temperatura constante de $T_s = 250$ °C y la placa pierde 300 W por radiación en la superficie. Calcule la temperatura de la placa inferior (T_i).

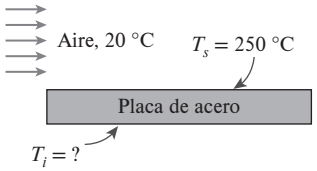


FIGURA P1-90

1-91 Un paquete electrónico con una superficie de 1 m^2 se encuentra fuera de una estación espacial en órbita, expuesto al espacio exterior. Los elementos electrónicos en este paquete disipan toda su potencia de 1 kW al espacio exterior a través de su superficie expuesta, la cual tiene una emisividad de 1.0 y una absortividad de 0.25. Deduzca la temperatura constante de la superficie expuesta del paquete electrónico si *a*) la superficie está expuesta a un flujo solar de 750 W/m^2 y *b*) la superficie no está expuesta al Sol.

1-92 Considere un estado de transferencia de calor constante entre dos placas grandes paralelas a temperaturas constantes de $T_1 = 290$ K y $T_2 = 150$ K, separadas por 2 cm. Suponiendo que las superficies sean negras (emisividad $\varepsilon = 1$), determine la tasa de transferencia de calor entre las placas por unidad de área de superficie, asumiendo que el espacio entre las placas está *a*) lleno de aire atmosférico, *b*) al alto vacío, *c*) lleno de aislante hecho con fibra de vidrio y *d*) relleno con un superaislante que tiene una conductividad térmica aparente de 0.00015 W/m · K.

1-93 Al procesar un material semiconductor es común someterlo a un tratamiento térmico. Una capa de silicona de 200 mm de diámetro con un espesor de 725 μm es tratada térmicamente con calor infrarrojo en una cámara de vacío. Las paredes de la cámara tienen una temperatura uniforme de 310 K. El calentador infrarrojo proporciona un flujo de radiación incidente de 200 kW/m^2 en la superficie superior de la oblea. La emisividad y la capacidad de absorción de la superficie de la oblea son de 0.70. Usando un pirómetro, la temperatura de la superficie inferior es de 1 000 K. Suponiendo que no hay un intercambio de radiación entre la superficie inferior de la oblea y el suelo de la cámara de vacío, determine la temperatura de la superficie superior de la oblea. (*Nota*: un *pirómetro* es un dispositivo que intercepta y mide la radiación térmica sin contacto con el objeto que mide. Se puede usar para determinar la temperatura en la superficie de un objeto).

1-94 Considere a una persona de pie en una habitación a 23 °C. Determine su tasa total de transferencia de calor si el área de la superficie expuesta y la temperatura de su piel son 1.7 m^2 y 32 °C, respectivamente. Su coeficiente de transferencia de calor por convección es de 5 $W/m^2 \cdot K$. Use 0.9 para el valor de la emisividad de la piel y la ropa, y suponga que la temperatura de las superficies internas de la habitación es la misma que la temperatura del aire.

1-95I Una esfera de 2 pulgadas de diámetro, cuya superficie se mantiene a una temperatura de 170 °F, está suspendida en medio de una habitación a 70 °F. Si el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 15 Btu/h · pie^2 · °F y la emisividad de la superficie es 0.8, determine la tasa total de transferencia de calor que emite la esfera.

1-96 Se coloca una plancha de 1 000 W en una tabla de planchar, con su base expuesta al aire a temperatura de 20 °C. El coeficiente de transferencia de calor por convección entre la superficie de la base y el aire ambiente es de 35 $W/m^2 \cdot K$. Si la base tiene una emisividad de 0.6 y un área de superficie de 0.02 m^2, determine la temperatura de la base del hierro. *Respuesta:* 674 °C

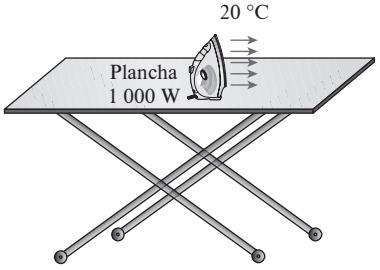


FIGURA P1-96

1-97 C&S La superficie superior de una placa está fija con tornillos de latón ASTM B21. La superficie inferior está totalmente aislada. La superficie superior de la placa está expuesta a convección a una temperatura ambiente de 50 °C y un coeficiente de transferencia de calor por convección de 5 $W/m^2 \cdot K$. Además de esto, entre la superficie superior y la temperatura del ambiente se produce un intercambio de radiación térmica. La placa se encuentra a 300 °C. La emisividad de la superficie de la placa y los tornillos es de 0.3. El Código ASME para procesos de tuberías (ASME B31.3-2014) limita la

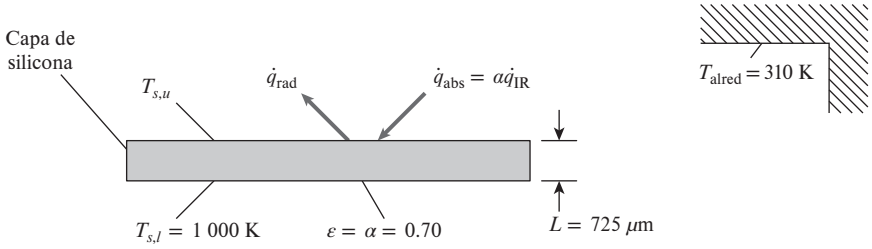


FIGURA P1-93

temperatura máxima de los tornillos B21 a 149 °C para poder utilizarse. Determine si los pernos ASTM B21 en la placa cumplen con el código ASME.

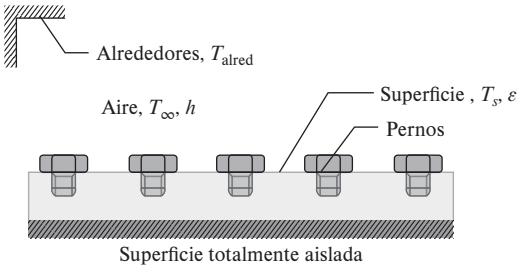


FIGURA P1-97

1-98 Se utiliza un tanque esférico de 3 m de diámetro interno y 1 cm de espesor hecho de acero inoxidable para almacenar agua helada a 0 °C. El tanque está en el exterior a 25 °C. Suponga que todo el tanque de acero está a 0 °C y, por tanto, su resistencia térmica es despreciable. Determine *a*) la tasa de transferencia de calor al agua helada en el tanque y *b*) la cantidad de hielo a 0 °C que se funde en un periodo de 24 horas. El calor de fusión del agua a presión atmosférica es $h_{fa} = 333.7$ kJ/kg. La emisividad de la superficie exterior del tanque es de 0.75, y el coeficiente de transferencia de calor por convección en la superficie externa es de 30 W/m$^2\cdot$K. Suponga que la temperatura promedio de la superficie circundante para el intercambio de radiación es de 15 °C. *Respuestas: a*) 23.1 kW, *b*) 5 980 kg

1-99 En la industria de procesamiento de metales, el tratamiento térmico se realiza utilizando hornos de extracción por lotes calentados eléctricamente. Considere un horno situado en una habitación con una temperatura del aire de 30 °C y un coeficiente de transferencia de calor por convección promedio de 12 W/m$^2\cdot$K. El frente del horno está hecho de una placa de acero con un espesor de 20 mm y conductividad térmica de 25 W/m$\cdot$K. La superficie frontal del horno exterior tiene una emisividad de 0.23, y la superficie interior se somete a un flujo de calor de 8 kW/m^2. Determine la temperatura de la superficie exterior del frente del horno.

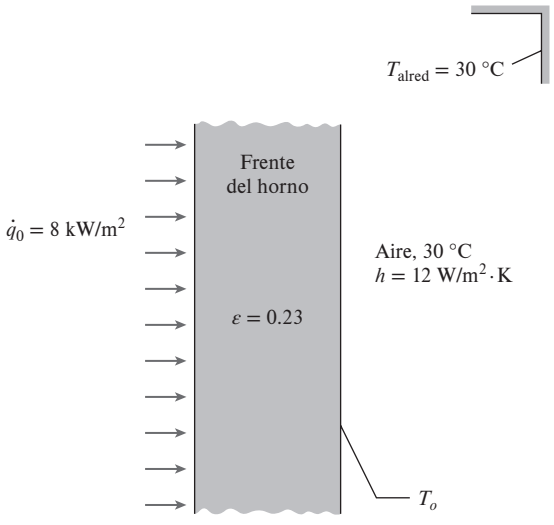


FIGURA P1-99

1-100 Incide radiación solar sobre la superficie de una placa solar absorbente de 5 m^2 a una tasa de 800 W/m^2; 93% de la radiación solar es absorbida por la placa absorbente, mientras que 7% restante se refleja. La placa solar absorbente tiene una temperatura superficial de 40 °C, una emisividad de 0.9 y experimenta un intercambio de radiación con una temperatura cercana a –5 °C. Además, se produce una transferencia de calor por convección entre la superficie de la placa absorbente y el aire ambiente a 20 °C con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 7 W/m$^2\cdot$K. Determine la eficiencia del absorbedor solar, la cual se define como el cociente entre el calor utilizable recolectado por el absorbedor y la radiación solar incidente sobre el absorbedor.

1-101 Se utiliza un colector solar de placa plana para calentar agua mediante el flujo de agua a través de tubos conectados en la parte posterior de la placa delgada del absorbedor solar. La placa absorbente tiene una superficie de 2 m^2 con una emisividad y absortividad de 0.9. La temperatura de la superficie del absorbedor es de 35 °C, y la radiación solar incide en el absorbedor a 500 W/m^2 con una temperatura ambiente de 0 °C. El coeficiente de transferencia de calor por convección en la superficie del absorbedor es de 5 W/m$^2\cdot$K, y la temperatura ambiente de 25 °C. El calor neto absorbido por el colector solar calienta el agua desde una temperatura de entrada (T_{ent}) hasta una de salida (T_{sal}). Si el flujo de agua es de 5 g/s con un calor específico de 4.2 kJ/kg$\cdot$K, determine el aumento en la temperatura del agua.

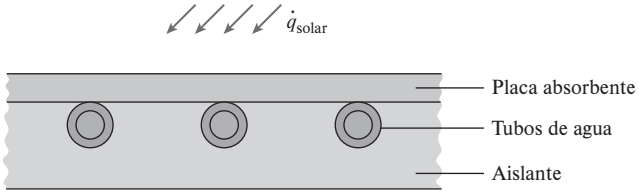


FIGURA P1-101

1-102 PtD El tratamiento térmico de metales se realiza utilizando hornos de extracción por lotes calentados eléctricamente. Considere un horno situado en una habitación con una temperatura del aire de 30 °C y un coeficiente de transferencia de calor de convección promedio de 15 W/m$^2\cdot$K. La superficie frontal del horno exterior tiene una emisividad de 0.7, y la superficie interior se somete a un flujo de calor de 5 kW/m^2. Para garantizar la seguridad y evitar quemaduras térmicas en las personas que trabajan alrededor del horno, la superficie frontal exterior del horno debe mantenerse por debajo de 50 °C. Según la información proporcionada, ¿requiere aislamiento la superficie frontal del horno para evitar quemaduras térmicas?

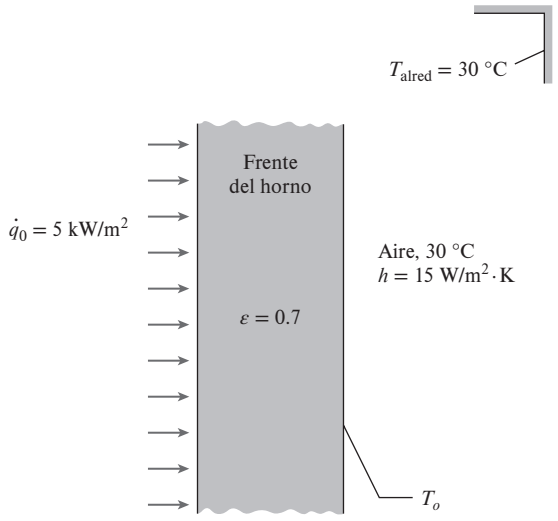


FIGURA P1-102

1-103I Considere un colector solar de placa plana colocado horizontalmente en el techo plano de una casa. El colector tiene 5 pies de ancho y 15 pies de largo, y la temperatura promedio de la superficie expuesta del colector es de 100 °F. La emisividad de la superficie expuesta es 0.9. Determine la tasa de pérdida de calor por convección y radiación durante un día calmado cuando la temperatura del aire ambiente es de 70 °F y la temperatura efectiva del cielo para el intercambio de radiación es de 50 °F. El coeficiente de transferencia de calor por convección en la superficie expuesta es 2.5 Btu/h·pie²·°F.

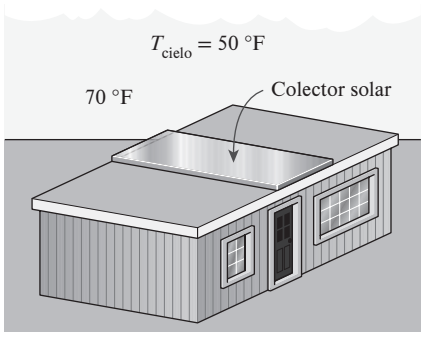


FIGURA P1-103I

1-104 Una hoja de acero inoxidable AISI 304 pasa por un proceso de recocido dentro de un horno calentado eléctricamente. El aire ambiente dentro del horno está a 600 °C, mientras que las superficies circundantes del horno tienen una temperatura uniforme de 750 °C. Si la emisividad de la lámina de acero inoxidable es 0.40 y el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio es 10 W/m²·K, determine la temperatura de la hoja de acero inoxidable.

1-105 El techo de una casa consiste en una losa de concreto de 15 cm de espesor (k = 2 W/m·K) de 15 m de ancho y 20 m de largo. La emisividad de la superficie exterior del techo es 0.9 y el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 15 W/m²·K. La superficie interna del techo se mantiene a 15 °C. En una noche despejada de invierno se informa que el aire ambiente está a 10 °C, mientras que la temperatura de cielo nocturno para la transferencia de calor por radiación es de 255 K. Considerando transferencia de calor tanto por radiación como por convección, determine la temperatura de la superficie exterior y la tasa de transferencia de calor a través del techo.

Si la casa se calienta con un horno que quema gas natural con una eficiencia de 85% y el costo unitario del gas natural es \$0.60/term (1 term = 105 500 kJ de contenido de energía), determine el dinero perdido a través del techo esa noche durante un periodo de 14 horas.

1-106 C&S Una placa no metálica (k = 0.05 W/m·K) y una placa de acero inoxidable ASME SA-240 (k = 15 W/m·K) están atornilladas entre sí mediante pernos de latón naval ASTM B21. Ambas tienen un grosor de 38 mm y los pernos de bronce se atornillan a través de las dos placas. La superficie inferior de la placa de acero (superficie 1) se somete a un flujo de calor uniforme de 200 W/m². La superficie superior de la placa no metálica (superficie 2) se expone a convección a una temperatura del aire de 20 °C y un coeficiente de transferencia de calor por convección de 5 W/m²·K. Además, se produce intercambio de radiación térmica entre ambas superficies a una temperatura de 30 °C. La emisividad de la superficie de la placa y los tornillos es de 0.3. El Código ASME para calderas y recipientes a presión (ASME BPVC.IV-2015, HF-300) limita la temperatura máxima de uso a 260 °C para la placa de acero SA-240. Asimismo, el Código ASME para tuberías de proceso (ASME B31.3-2014) limita la temperatura máxima de los pernos B21 a 149 °C. Determine si se cumplen ambos códigos ASME en estas condiciones.

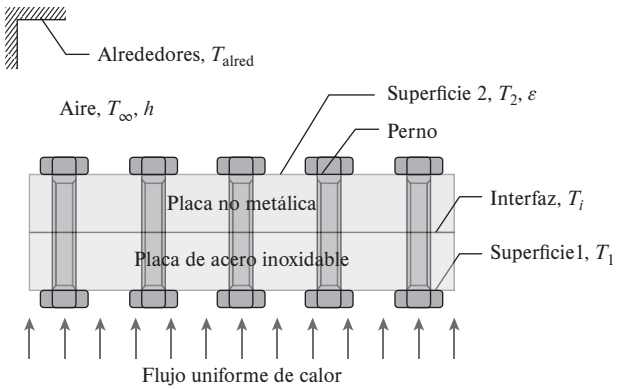


FIGURA P1-106

1-107 En verano, las superficies interior y exterior de una pared de 25 cm de espesor están a 27 y 44 °C, respectivamente. La superficie exterior intercambia calor por radiación con las superficies cercanas a 40 °C y por convección con el aire ambiente también a 40 °C, con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 8 W/m²·K. La radiación solar incide en la superficie a una tasa de 150 W/m². Si tanto la emisividad como la absortividad solar de la superficie exterior son 0.8, determine la conductividad térmica efectiva de la pared.

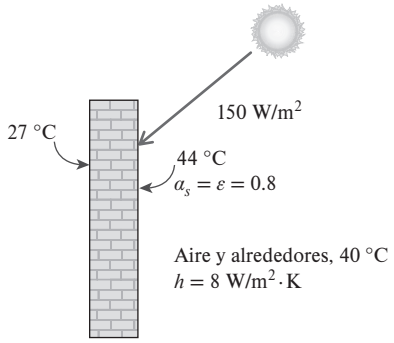


FIGURA P1-107

Resolución de problemas de ingeniería

1-108C ¿Cuál es el valor de los paquetes de software de ingeniería en *a*) educación en ingeniería y *b*) práctica de ingeniería?

1-109 Determine una raíz real positiva de esta ecuación utilizando el software apropiado:

$$3.5x^3 - 10x^{0.5} - 3x = -4$$

1-110 Resuelva este sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas usando el software apropiado:

$$x^3 - y^2 = 10.5$$
$$3xy + y = 4.6$$

1-111 Resuelva este sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas usando el software apropiado:

$$2x - y + z = 5$$
$$3x^2 + 2y = z + 2$$
$$xy + 2z = 8$$

1-112 Resuelva este sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas usando el software apropiado:

$$x^2y - z = 1.5$$
$$x - 3y^{0.5} + xz = -2$$
$$x + y - z = 4.2$$

Tema especial: Comodidad térmica

1-113C ¿Qué es el metabolismo?, ¿cuál es el rango de la tasa metabólica para un hombre promedio?, ¿por qué nos interesa la tasa metabólica de los ocupantes de un edificio cuando tratamos con la calefacción y el aire acondicionado?

1-114C ¿Por qué la tasa metabólica de las mujeres, en general, es más baja que la de los hombres? ¿Cuál es el efecto de la ropa en la temperatura ambiental que se siente cómoda?

1-115C ¿Qué es la radiación térmica asimétrica?, ¿cómo causa molestias térmicas en los ocupantes de una habitación?

1-116C ¿Cómo causan incomodidad para los ocupantes de una habitación las superficies del piso *a*) secas y *b*) frías?

1-117C ¿Qué es la estratificación?, ¿es más probable que ocurra en lugares con techos bajos o altos?, ¿cómo causa malestar térmico a los ocupantes de una habitación?, ¿cómo se puede prevenir la estratificación?

1-118C ¿Por qué es necesario ventilar los edificios? ¿Cuál es el efecto de la ventilación en el consumo de energía para calefacción en invierno y para refrigeración en verano? ¿Es una buena idea mantener los ventiladores del baño encendidos todo el tiempo? Explique.

1-119 Considere una casa en Atlanta, Georgia, que se mantiene a 22 °C y tiene un total de 20 m² de área de ventanas tipo doble puerta con marcos de madera y espaciadores metálicos, y tienen un factor U de 2.5 W/m²·K (consulte el problema 1-120 para la definición de factor U). La temperatura promedio en invierno de Atlanta es de 11.3 °C. Determine la tasa promedio de la pérdida de calor a través de las ventanas en invierno.

1-120 La tasa de pérdida de calor a través de una superficie de área unitaria de una ventana por unidad de diferencia de temperatura entre el interior y el exterior se denomina factor U. El valor del factor U varía aproximadamente de 1.25 W/m²·K (o 0.22 Btu/h·pie²·°F) para ventanas de paneles cuádruples, revestidas con valores pequeños de e, llenas de argón, a 6.25 W/m²·K (o 1.1 Btu/h·pie²·°F) para una ventana de un solo panel con marcos de aluminio. Determine el rango de la tasa de pérdida de calor a través de una ventana de 1.2 m × 1.8 m de una casa que se mantiene a 20 °C cuando la temperatura del aire exterior es de −8 °C.

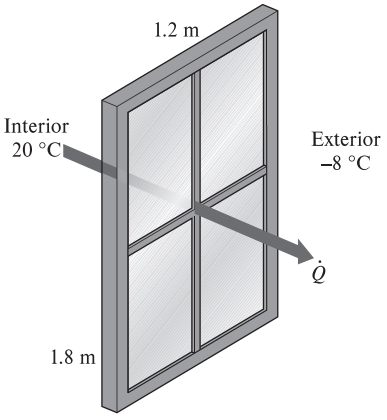


FIGURA P1-120

Problemas de repaso

1-121 Una habitación de 4 m × 5 m × 6 m debe calentarse con una tonelada (1 000 kg) de agua líquida contenida en un tanque colocado en la habitación. La habitación pierde calor hacia el exterior a una tasa promedio de 10 000 kJ/h. La habitación está inicialmente a 20 °C y 100 kPa, y se mantiene a una temperatura promedio de 20 °C en todo momento. Si el agua caliente debe cumplir con los requisitos de calefacción de esta habitación durante un periodo de 24 horas, determine la temperatura mínima del agua cuando ingrese por primera vez a la habitación. Considere que los calores específicos del aire y el agua a temperatura ambiente son constantes. *Respuesta:* 77.4 °C

1-122 Se van a calentar válvulas del motor (c_p = 440 J/kg·K y ρ = 7 840 kg/m³) de 40 a 800 °C en 5 minutos en la sección de tratamiento térmico de una instalación de fabricación de

válvulas. Las válvulas tienen un vástago cilíndrico con un diámetro de 8 mm y una longitud de 10 cm. Se puede suponer que la cabeza de la válvula y el vástago tienen la misma área superficial, con una masa total de 0.0788 kg. Para una sola válvula, determine *a*) la cantidad de calor transferido, *b*) la tasa promedio de transferencia de calor, *c*) el flujo de calor promedio, y *d*) el número de válvulas que pueden tratarse con calor por día si la sección de calentamiento puede albergar 25 válvulas y se usa 10 horas al día.

1-123 Un elemento resistente cilíndrico en un tablero de circuito disipa 0.8 W de potencia. La resistencia es de 2 cm de largo y tiene un diámetro de 0.4 cm. Suponiendo que el calor se transfiere de manera uniforme desde todas las superficies, determine *a*) la cantidad de calor que disipa esta resistencia durante un periodo de 24 horas, *b*) el flujo de calor, y *c*) la fracción de calor disipada por las superficies superior e inferior.

1-124 El calor generado en los circuitos en la superficie de un chip de silicio ($k = 130$ W/m·K) se lleva al sustrato de cerámica al cual está unido. El chip es de 6 mm × 6 mm de tamaño y 0.5 mm de espesor y disipa 3 W de potencia. Ignorando cualquier transferencia de calor a través de las superficies laterales de 0.5 mm de alto, determine la diferencia de temperatura entre la parte delantera y trasera de las superficies del chip en funcionamiento estable.

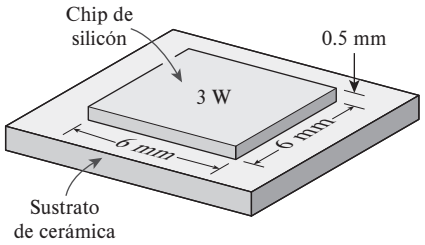


FIGURA P1-124

1-125 Un tablero de circuito de 0.3 cm de espesor, 12 cm de altura y 18 cm de largo alberga 80 chips lógicos espaciados uno al lado del otro, y cada uno disipa 0.06 W. El tablero se impregna con rellenos de cobre con conductividad térmica efectiva de 16 W/m·K. Todo el calor generado en los chips se conduce a través del tablero del circuito desde la parte posterior y se disipa al aire del ambiente. Determine la diferencia de temperatura entre los dos lados del tablero del circuito. *Respuesta:* 0.042 °C

1-126 Un calentador de resistencia eléctrica de 40 cm de longitud y 800 W, con un diámetro de 0.5 cm y una temperatura superficial de 120 °C se sumerge en 75 kg de agua inicialmente a 20 °C. Determine cuánto tardará el calentador para elevar la temperatura del agua a 80 °C. Además, determine los coeficientes de transferencia de calor por convección al principio y al final del proceso de calentamiento.

1-127 Es bien sabido que el viento hace sentir mucho más frío el aire como resultado del *efecto de enfriamiento del viento* (*Wind-chill Effect*), el cual se debe al aumento del coeficiente de transferencia de calor por convección al aumentar la velocidad del aire. El efecto de enfriamiento del viento se expresa generalmente en términos de la temperatura de enfriamiento del viento (WCT, por *Wind-Chill Temperature*), que corresponde a la temperatura aparente que siente la piel expuesta. Para una temperatura del aire exterior de 0 °C, por ejemplo, la WCT es −5 °C con un viento de 20 km/h y −9 °C con un viento de 60 km/h. Es decir, una persona expuesta a aire a 0 °C con viento de 20 km/h se sentirá como si estuviera expuesta a aire tranquilo a −5 °C (o movimiento de aire a menos de 5 km/h).

Para fines de transferencia de calor, un hombre de pie puede ser modelado como un cilindro vertical de 30 cm de diámetro y 170 cm de largo con ambas superficies superior e inferior aisladas y con una superficie lateral a una temperatura media de 34 °C. Para un coeficiente de transferencia de calor por convección de 15 W/m^2·K, determine la tasa de pérdida de calor por convección de este hombre en aire en calma a 20 °C. ¿Cuál sería su respuesta si el coeficiente de transferencia de calor por convección se incrementa a 30 W/m^2·K como resultado del viento? ¿Cuál sería la temperatura de enfriamiento del viento (WCT) en este caso? *Respuestas:* 336 W, 672 W, 6 °C

1-128 Un bloque de motor con un área superficial de 0.95 m^2 genera una potencia de salida de 50 kW con una eficiencia neta del motor de 35%. El bloque de motor funciona dentro de un compartimento a 157 °C, y el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio es de 50 W/m^2·K. Si la convección es el único mecanismo de transferencia de calor, determine la temperatura de la superficie del bloque del motor. *Respuesta:* 841 °C

1-129 Considere un cable eléctrico sumergido en agua líquida en condiciones atmosféricas. El cable tiene un diámetro de 1 mm y una longitud de 15 cm. Se incrementa la corriente en el cable hasta que el agua alcanza una temperatura de 100 °C. Para esta situación (agua hirviendo), use un valor promedio de los valores superiores e inferiores de los coeficientes de transferencia de calor por convección dados en la tabla 1-5. La temperatura de la superficie del cable se mantiene a 115 °C. ¿Cuánta potencia eléctrica se requiere en este caso?

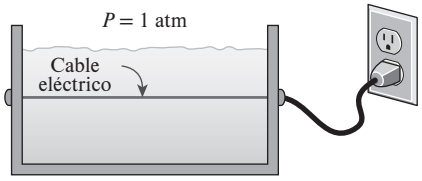


FIGURA P1-129

1-130 Una barra de combustible cilíndrica de 2 cm de diámetro está encerrada en un tubo concéntrico y es enfriada por agua. El combustible genera calor de manera uniforme a una tasa de 150 MW/m^3. El coeficiente de transferencia de calor por convección de la barra de combustible es 5 000 W/m^2·K, y la temperatura promedio del agua de refrigeración, suficientemente alejada de la barra de combustible, es de 70 °C. Determine la temperatura superficial de la barra de combustible y discuta si el valor del coeficiente de transferencia de calor por convección es razonable.

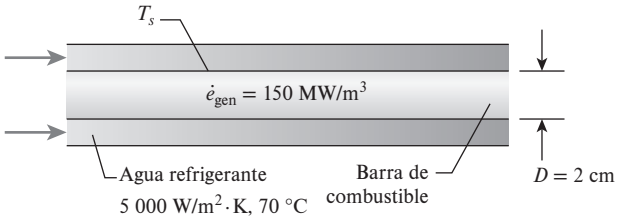


FIGURA P1-130

1-131 PtD El *flujo de calor crítico* (CHF, *Critical Heat Flux*) es un límite térmico en el cual se produce una crisis de ebullición en la que un aumento abrupto de temperatura provoca el sobrecalentamiento en la superficie de una barra de combustible hasta dañarla. Una barra del combustible cilíndrica de 2 cm de diámetro se encierra en un tubo concéntrico y es enfriada por agua. El combustible genera calor uniforme a una tasa de 150 MW/m^3. La temperatura promedio del agua de refrigeración, suficientemente alejada de la barra de combustible, es de 80 °C. La presión de operación del agua de refrigeración es tal que la temperatura superficial de la barra debe mantenerse por debajo de 300 °C para evitar que el agua alcance el flujo de calor crítico. Determinar el coeficiente de transferencia de calor por convección necesario para evitar que ocurra el flujo de calor crítico.

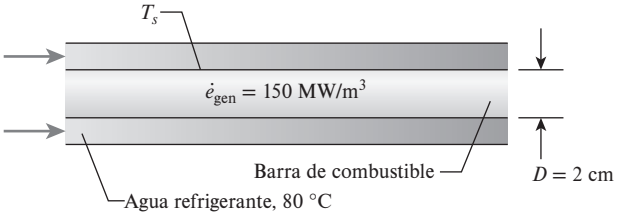


FIGURA P1-131

1-132 Considere a una persona parada en una habitación que se mantiene a 20 °C en todo momento. Se observa que las superficies interiores de las paredes, pisos y techo de la casa están a una temperatura media de 12 °C en invierno y a 23 °C en verano. Determine las tasas de transferencia de calor por radiación entre esta persona y las superficies de sus alrededores tanto en verano como en invierno, si el área superficial expuesta, la emisividad y la temperatura promedio de la superficie exterior de la persona son 1.6 m^2, 0.95 y 32 °C, respectivamente.

1-133 Las superficies superiores y laterales de un horno cúbico de 3 m × 3 m × 3 m se aproximan mucho a superficies negras a una temperatura de 1 200 K. La superficie de la base tiene una emisividad de $\varepsilon = 0.7$ y se mantiene a 800 K. Determine la tasa neta de transferencia de calor por radiación a la superficie de la base desde las superficies de la parte superior y laterales. *Respuesta:* 594 kW

1-134 Un soldador de hierro tiene una punta cilíndrica de 2.5 mm de diámetro y 20 mm de longitud. Con el tiempo y el uso, la punta se ha oxidado y tiene una emisividad de 0.80. Suponiendo que el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio sobre la punta es de 25 W/m^2·K y la temperatura del aire de alrededor de 20 °C, determine la potencia requerida para mantener la punta a 400 °C.

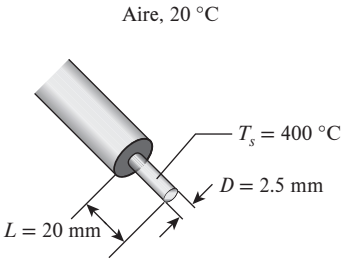


FIGURA P1-134

1-135 Una placa metálica delgada está aislada en la parte posterior y se expone a radiación solar en su superficie frontal. La superficie expuesta de la placa tiene una capacidad de absorción de 0.7 para la radiación solar. Si incide radiación solar en la placa a una tasa de 550 W/m^2 y la temperatura del aire es de 10 °C, determine la temperatura de la superficie de la placa cuando la pérdida de calor por convección es igual a la energía solar absorbida por la placa. Considere que el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 25 W/m^2·K e ignore pérdidas de calor por radiación.

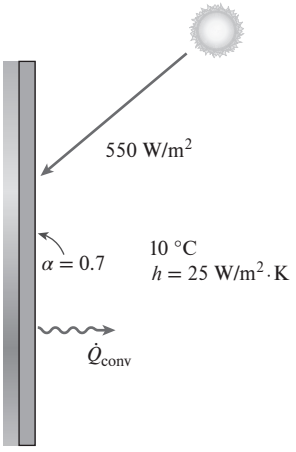


FIGURA P1-135

1-136 Considere un colector solar de placa plana colocado en el techo de una casa. Las temperaturas en las superficies internas y externas de la cubierta de vidrio son de 28 y 25 °C, respectivamente. La cubierta de vidrio tiene una superficie de 2.5 m^2, 0.6 cm de grosor, y una conductividad térmica de 0.7 W/m·K. El calor se pierde por convección y radiación desde la superficie exterior de la cubierta con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 10 W/m^2·K a una temperatura ambiente de 15 °C. Determine la fracción de calor por radiación perdido por la cubierta de vidrio.

1-137 Un calentador eléctrico con una superficie total de 0.25 m^2 y emisividad de 0.75 está en una habitación donde el

aire tiene una temperatura de 20 °C y las paredes están a 10 °C. Cuando el calentador consume 500 W de energía eléctrica, su superficie tiene una temperatura constante de 120 °C. Determine la temperatura de la superficie del calentador cuando consume 700 W. Resuelva el problema *a*) suponiendo radiación insignificante y *b*) considerando la radiación. Con base en sus resultados, comente sobre la suposición hecha en la parte (a).

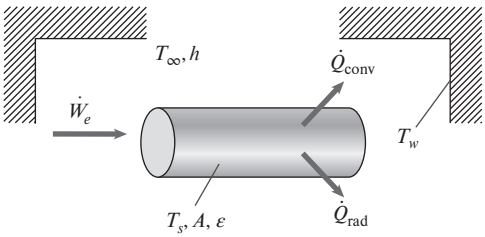


FIGURA P1-137

1-138 Una pista de patinaje sobre hielo está ubicada en un edificio donde el aire está a $T_{aire} = 20$ °C y las paredes están a $T_p = 25$ °C. El coeficiente de transferencia de calor por convección entre el hielo y el aire de alrededor es $h = 10$ W/m$^2\cdot$K. La emisividad del hielo es $\varepsilon = 0.95$. El calor latente de fusión del hielo es $h_{fh} = 333.7$ kJ/kg, y su densidad es de 920 kg/m^3. *a*) Calcule la carga de refrigeración del sistema necesaria para mantener el hielo a $T_s = 0$ °C para una pista de hielo de 12 m × 40 m. *b*) ¿Cuánto tiempo tomaría derretir $\delta = 3$ mm de hielo de la superficie de la pista si no se suministra refrigeración y se considera aislada la superficie en la parte posterior?

Problemas del examen de Fundamentos de ingeniería (FI)

1-139 ¿Qué expresión se usa para determinar el flujo de calor por conducción?

a) $-kA\dfrac{dT}{dx}$ *b*) $-k$ grad T *c*) $h(T_2 - T_1)$
d) $\varepsilon\sigma T^4$ *e*) Ninguno de ellos

1-140 ¿Qué expresión se usa para determinar el flujo de calor por convección?

a) $-kA\dfrac{dT}{dx}$ *b*) $-k$ grad T *c*) $h(T_2 - T_1)$
d) $\varepsilon\sigma T^4$ *e*) Ninguno de ellos

1-141 ¿Qué expresión se usa para determinar el flujo de calor emitido por radiación térmica de una superficie?

a) $-kA\dfrac{dT}{dx}$ *b*) $-k$ grad T *c*) $h(T_2 - T_1)$
d) $\varepsilon\sigma T^4$ *e*) Ninguno de ellos

1-142 Un calentador de resistencia eléctrica de 1 kW en una habitación se enciende y se mantiene encendido durante 50 min. La cantidad de energía transferida a la habitación por el calentador es:

a) 1 kJ *b*) 50 kJ *c*) 3 000 kJ
d) 3 600 kJ *e*) 6 000 kJ

1-143 Un calentador de resistencia eléctrica de 2 kW sumergido en 30 kg de agua se enciende y se mantiene durante 10 min. Durante el proceso, el agua pierde 500 kJ de calor. El aumento de temperatura del agua es:

a) 5.6 °C *b*) 9.6 °C *c*) 13.6 °C
d) 23.3 °C *e*) 42.5 °C

1-144 Se enfrían huevos con una masa de 0.15 kg por huevo y calor específico de 3.32 kJ/kg·°C de 32 °C a 10 °C a una tasa de 300 huevos por minuto. La tasa de eliminación de calor de los huevos es:

a) 11 kW *b*) 80 kW *c*) 25 kW
d) 657 kW *e*) 55 kW

1-145 Una bebida fría embotellada ($m = 2.5$ kg, $c_p = 4\,200$ J/kg·K) a 5 °C se deja en una mesa dentro de una habitación. La temperatura promedio de la bebida sube a 15 °C en 30 min; por tanto, la tasa promedio de transferencia de calor a la bebida es:

a) 23 W *b*) 29 W *c*) 58 W
d) 88 W *e*) 122 W

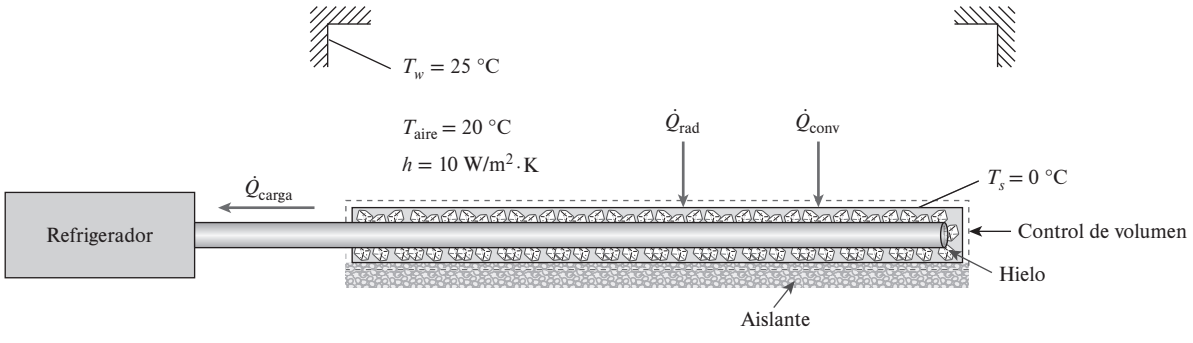


FIGURA P1-138

1-146 El agua ingresa a una tubería a 20 °C a una tasa de 0.25 kg/s y se calienta a 60 °C. La tasa de transferencia de calor al agua es:

a) 10 kW *b*) 20.9 kW *c*) 41.8 kW
d) 62.7 kW *e*) 167.2 kW

1-147 El aire ingresa a una tubería de 12 m de largo y 7 cm de diámetro a 50 °C a una tasa de 0.06 kg/s. El aire se enfría a una tasa promedio de 400 W por metro cuadrado de superficie de la tubería; la temperatura del aire a la salida de la tubería es:

a) 4.3 °C *b*) 17.5 °C *c*) 32.5 °C
d) 43.4 °C *e*) 45.8 °C

1-148 El calor se pierde constantemente a través del vidrio de una ventana de 0.5 cm de grosor y 2 × 3 m de área, cuya conductividad térmica es de 0.7 W/m·K. Las temperaturas de la superficie interna y externa del vidrio son de 12 y 9 °C, respectivamente. La tasa de pérdida de calor por conducción a través del vidrio es:

a) 420 W *b*) 5 040 W *c*) 17 600 W
d) 1 256 W *e*) 2 520 W

1-149 Se tiene conducción de calor estacionaria a través de una pared compuesta de 0.3 m de espesor, 9 m × 3 m de área, a una tasa de 1.2 kW. Si las temperaturas de la superficie interior y exterior de la pared es de 15 y 7 °C, respectivamente, entonces la conductividad térmica efectiva de la pared es:

a) 0.61 W/m·K *b*) 0.83 W/m·K *c*) 1.7 W/m·K
d) 2.2 W/m·K *e*) 5.1 W/m·K

1-150 Se pierde calor a través de una pared de ladrillo (k = 0.72 W/m·K) que tiene 4 m de largo, 3 m de ancho y 25 cm de espesor a una tasa de 500 W. Si la superficie interna de la pared está a 22 °C, entonces la temperatura en el plano medio de la pared es de:

a) 0 °C *b*) 7.5 °C *c*) 11.0 °C
d) 14.8 °C *e*) 22 °C

1-151 Una placa de circuito de 10 cm de largo y 20 cm de ancho aloja en su superficie 100 chips estrechamente espaciados, cada uno de los cuales genera calor a una tasa de 0.08 W y lo transfiere por convección y radiación al medio circundante a 40 °C. La transferencia de calor desde la superficie posterior del tablero es insignificante. Si el coeficiente combinado de transferencia de calor por convección y radiación en la superficie de la placa es de 22 W/m^2·K, entonces la temperatura promedio de la superficie de los chips es:

a) 72.4 °C *b*) 66.5 °C *c*) 40.4 °C
d) 58.2 °C *e*) 49.1 °C

1-152 Se utiliza un cable de 40 cm de largo y 0.4 cm de diámetro como resistencia eléctrica sumergido en agua para determinar el coeficiente de transferencia de calor por convección en el agua durante ebullición a 1 atm de presión. La temperatura de la superficie del cable es de 114 °C cuando un watímetro indica que el consumo de energía eléctrica es de 7.6 kW. El coeficiente de transferencia de calor es:

a) 108 kW/m^2·K *d*) 0.76 kW/m^2·K
b) 13.3 kW/m^2·K *e*) 256 kW/m^2·K
c) 68.1 kW/m^2·K

1-153 Mientras conduce por una carretera en la noche, el flujo de aire sobre un automóvil establece un coeficiente de transferencia de calor global de 25 W/m^2·K. La cabina de pasajeros de este automóvil expone 8 m^2 de superficie al aire ambiente en movimiento. En un día en que la temperatura del ambiente es de 33 °C, ¿cuánta refrigeración debe suministrar el sistema de aire acondicionado para mantener una temperatura de 20 °C en la cabina de pasajeros?

a) 0.65 MW *b*) 1.4 MW *c*) 2.6 MW
d) 3.5 MW *e*) 0.94 MW

1-154 Una habitación se calienta mediante un calentador de resistencia eléctrica de 1.2 kW, cuyos cables tienen un diámetro de 4 mm y una longitud total de 3.4 m. El aire en la habitación está a 23 °C y las superficies interiores a 17 °C. El coeficiente de transferencia de calor por convección en la superficie de los cables es de 8 W/m^2·K. Si las tasas de transferencia de calor por convección y por radiación de los cables a la habitación son iguales, entonces la temperatura superficial del cable es:

a) 3 534 °C *b*) 1 778 °C *c*) 1 772 °C
d) 98 °C *e*) 25 °C

1-155 Más de 90% de la energía disipada por una bombilla incandescente es en forma de calor, no de luz. ¿Cuál es la temperatura de un filamento de tungsteno cerrado al vacío con un área superficial expuesta de 2.03 cm^2 en una bombilla incandescente de 100 W? La emisividad del tungsteno a las altas temperaturas previstas es de alrededor de 0.35. Tenga en cuenta que la bombilla consume 100 W de energía eléctrica y la disipa por radiación.

a) 1 870 K *b*) 2 230 K *c*) 2 640 K
d) 3 120 K *e*) 2 980 K

1-156 En una noche tranquila y despejada, el cielo puede considerarse como un cuerpo negro con una temperatura equivalente de 250 K. ¿Cuál es la temperatura del aire cuando un campo de fresas se enfría a 0 °C y se congela, considerando que el coeficiente de transferencia de calor entre las plantas y el aire es de 6 W/m^2·K debido a una brisa ligera y que las plantas tienen una emisividad de 0.9?

a) 14 °C *b*) 7 °C *c*) 3 °C
d) 0 °C *e*) −3 °C

1-157 Se suspende en el aire una bola negra de 30 cm de diámetro a 120 °C. La bola pierde calor por convección al aire de alrededor a 25 °C con un coeficiente de transferencia de calor de 12 W/m^2·K y por radiación a las superficies cercanas a 15 °C; por tanto, la tasa total de transferencia de calor de la bola negra es:

a) 322 W *b*) 595 W *c*) 234 W
d) 472 W *e*) 2 100 W

1-158 Una superficie negra de 3 m^2 a 140 °C pierde calor por convección al aire circundante a 35 °C con un coeficiente de transferencia de calor de 16 W/m^2·K y por radiación a las superficies cercanas a 15 °C. Por tanto, la tasa total de pérdida de calor de la superficie es:

a) 5 105 W *c*) 3 779 W *e*) 5 040 W
b) 2 940 W *d*) 8 819 W

1-159 La cabeza de una persona puede aproximarse a una esfera de 25 cm de diámetro a 35 °C con una emisividad de 0.95. El calor se pierde por convección de la cabeza al aire de alrededor a 25 °C con un coeficiente de transferencia de calor de 11 $W/m^2 \cdot K$, y por radiación a las superficies de alrededor a 10 °C. Sin considerar el cuello, determine la tasa total de pérdida de calor de la cabeza.

a) 22 W *b*) 27 W *c*) 49 W
d) 172 W *e*) 249 W

1-160 Una persona de pie en una habitación pierde calor por convección al aire en la habitación y por radiación a las superficies circundantes. Tanto el aire en la habitación como las superficies circundantes están a 20 °C. La superficie expuesta de la persona es de 1.5 m^2 y tiene una temperatura promedio de 32 °C y una emisividad de 0.90. Si las tasas de transferencia de calor de la persona por convección y por radiación son iguales, el coeficiente de transferencia de calor combinado es:

a) 0.008 $W/m^2 \cdot K$ *b*) 3.0 $W/m^2 \cdot K$
c) 5.5 $W/m^2 \cdot K$ *d*) 8.3 $W/m^2 \cdot K$
e) 10.9 $W/m^2 \cdot K$

Problemas de diseño y ensayo

1-161 Escriba un ensayo sobre cómo funcionan los hornos de microondas y explique por qué cocinan mucho más rápido que los hornos convencionales. Discuta si los hornos eléctricos o de microondas convencionales consumen más electricidad para realizar la misma tarea.

1-162 Usando la información de los recibos de los servicios públicos para el mes más frío del año pasado, calcule la tasa promedio de pérdida de calor de su casa para ese mes. En su análisis, considere la contribución de las fuentes de calor internas, como personas, luces y electrodomésticos. Identifique las fuentes principales de pérdida de calor de su casa y proponga formas de mejorar la eficiencia energética de su casa.

1-163 Realice este experimento para determinar el coeficiente de transferencia de calor combinado entre una bombilla incandescente de 60 W con el aire y las superficies cercanas. Necesitará un termómetro y pegamento para metal, un trozo de cuerda y una regla para calcular el área superficial de la bombilla. Primero, mida la temperatura del aire en la habitación y luego pegue la punta del termopar del termómetro al vidrio de la bombilla. Encienda la luz y espere hasta que la temperatura se estabilice. La lectura del termómetro indicará la temperatura de la superficie de la bombilla. Suponiendo que 10% de la potencia nominal de la bombilla se convierte en luz y se transmite por el vidrio, calcule el coeficiente de transferencia de calor a partir de la ley de enfriamiento de Newton.

1-164 Es bien sabido que a la misma temperatura del aire exterior, una persona se enfría a una tasa mayor en condiciones de viento que en condiciones de calma debido a los coeficientes de transferencia de calor por convección mayores asociados con el viento. La frase *enfriamiento con viento* (*wind chill*) se usa para relacionar la tasa de pérdida de calor de las personas en condiciones de viento con una temperatura del aire equivalente en condiciones de calma (considerada esta como viento o velocidad al caminar de 3 mph o 5 km/h). La hipotética *temperatura con enfriamiento del viento* (WCT, por *Wind Chill-Temperature*), llamada también *índice de temperatura con viento* (WCTI), es la temperatura del aire equivalente a la temperatura del aire necesaria para producir el mismo efecto de enfriamiento en condiciones de calma. Un informe de 2003 del Servicio Meteorológico Nacional de EU sobre la temperatura con viento proporciona el WCTI en unidades métricas como:

$$\text{WCTI (°C)} = 13.12 + 0.6215T - 11.37\,V^{0.16} + 0.3965\,TV^{0.16}$$

donde T es la temperatura del aire en °C y V es la velocidad del viento en km/h a 10 m de altura. Muestre que esta relación se puede expresar en unidades inglesas como:

$$\text{WCTI (°F)} = 35.74 + 0.6215T - 35.75\,V^{0.16} + 0.4275\,TV^{0.16}$$

donde T es la temperatura del aire en °F y V es la velocidad del viento en mph a 33 pies de altura. Además, construya una tabla para el WCTI para temperaturas del aire en el intervalo de 10 a −60 °C y velocidades de viento de 10 a 80 km/h. Comente sobre la magnitud del efecto de enfriamiento por viento y el peligro de congelación.

Elemento de diseño: "Icono de C&S © McGraw-Hill Education; Icono de PtD © McGraw-Hill Education; arte de la computadora © McGraw-Hill Education"

CAPÍTULO

2

ECUACIÓN DE CONDUCCIÓN DE CALOR

La transferencia de calor tiene *dirección*, así como *magnitud*. La razón de la transferencia de calor por conducción en una dirección en particular es proporcional al *gradiente de temperatura,* el cual es la razón de cambio de la temperatura respecto a la distancia, en esa dirección. En general, la conducción de calor en un medio es tridimensional y depende del tiempo, y la temperatura en un medio determinado varía con la posición y con el tiempo; es decir, $T = T(x, y, z, t)$. Se dice que la conducción de calor en un medio es *estacionaria* (*estable*) cuando la temperatura no varía con el tiempo, y es *no estacionaria* o *transitoria* cuando sí varía. La conducción de calor en un medio es *unidimensional* cuando esta es significativa en una dimensión solamente, y es despreciable en las otras dos dimensiones primarias, *bidimensional* cuando la conducción en la tercera dimensión es despreciable y *tridimensional* cuando la conducción en todas las dimensiones es significativa.

Este capítulo comienza con una descripción de la conducción de calor estacionaria, no estacionaria y multidimensional. Luego se hace una deducción de la ecuación diferencial que rige la conducción de calor en una pared plana de gran tamaño, en un cilindro largo y en una esfera, y después se generalizan los resultados a casos tridimensionales en coordenadas rectangulares, cilíndricas y esféricas. Después de realizar un estudio de las condiciones de frontera, se plantean problemas de conducción de calor y sus soluciones. Por último, se estudian problemas sobre conducción de calor con conductividad térmica variable.

Este capítulo trata sobre los aspectos teóricos y matemáticos de la conducción de calor, y puede estudiarse por separado sin que se pierda continuidad. En los dos capítulos siguientes se estudian los aspectos más prácticos.

Al terminar de estudiar este capítulo, usted deberá ser capaz de:

- Entender la multidimensionalidad y la dependencia de la transferencia de calor respecto al tiempo, así como las condiciones en las cuales se puede resolver un problema de transferencia de calor como caso unidimensional.
- Deducir la ecuación diferencial de la conducción de calor en varios sistemas de coordenadas y simplificarla para la conducción de calor unidimensional estacionaria.
- Identificar las condiciones térmicas en las superficies y expresarlas matemáticamente como condiciones iniciales y de frontera.
- Resolver problemas sobre conducción de calor unidimensional y obtener las distribuciones de temperatura dentro de un medio, así como el flujo de calor.
- Analizar la conducción unidimensional de calor en sólidos que involucre generación de calor.
- Evaluar la conducción de calor en sólidos cuya conductividad térmica dependa de la temperatura.

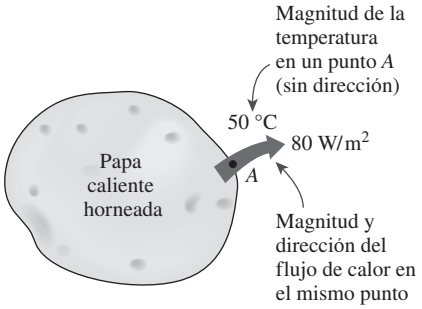


FIGURA 2-1

La transferencia de calor tiene dirección, magnitud y, por tanto, es una cantidad *vectorial*.

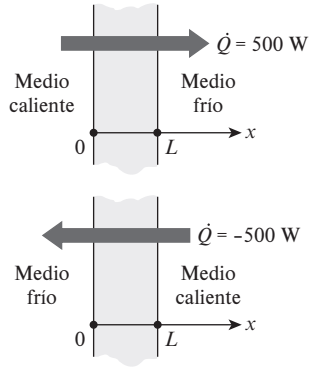


FIGURA 2-2

Indicación de la dirección para la transferencia de calor (positiva en la dirección positiva; negativa en la dirección negativa).

2-1 ▪ INTRODUCCIÓN

En el capítulo 1 se definió la conducción de calor como la transferencia de energía térmica desde las partículas más energizadas de un determinado medio hacia las menos energizadas adyacentes. Se estableció que la conducción puede llevarse a cabo en líquidos y gases, así como en sólidos siempre y cuando no haya grandes movimientos.

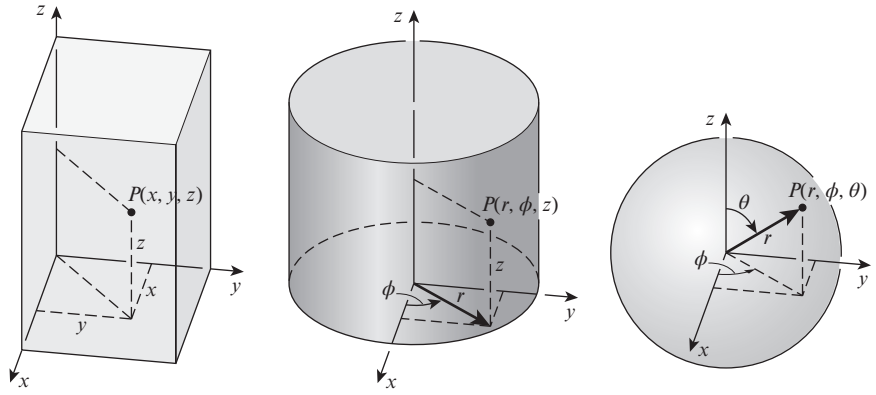
A pesar de que la transferencia de calor y la temperatura estén estrechamente relacionadas, son de diferente naturaleza. A diferencia de la temperatura, la transferencia de calor tiene tanto dirección como magnitud, por tanto, es una cantidad *vectorial* (figura 2-1). Por lo anterior, es necesario especificar tanto la dirección como la magnitud para describir la transferencia de calor en un determinado punto. Por ejemplo, decir que la temperatura en la superficie interior de una pared es de 18 °C, describe la temperatura en ese lugar. Sin embargo, decir que el flujo de calor en esa superficie es de 50 W/m^2 hace que surja la pregunta "¿en qué dirección?" Se puede contestar esta pregunta diciendo que la conducción de calor es hacia el interior (lo cual indica una ganancia en calor) o hacia el exterior (indica una pérdida de calor).

Para evitar dichas interrogantes, podemos trabajar con un sistema de coordenadas e indicar la dirección por medio de un signo más o menos. La convención más aceptada es que la transferencia de calor en la dirección positiva de un eje coordenado sea positiva, mientras que en la dirección contraria, negativa. Una cantidad positiva indica una transferencia de calor en la dirección positiva, mientras que una cantidad negativa indica una transferencia de calor en la dirección negativa (figura 2-2).

La fuerza impulsora de cualquier forma de transferencia de calor es la *diferencia de temperatura*, a medida que esta sea mayor, la razón de la transferencia de calor será mayor. Algunos problemas sobre transferencia de calor en ingeniería requieren la determinación de la *distribución de temperatura* (variación de temperatura) a través del medio para calcular algunas cantidades de interés, como la razón local de transferencia de calor, la expansión térmica y el esfuerzo térmico, en ciertos lugares críticos y en tiempos específicos. La especificación de la temperatura requiere en primer lugar la determinación de la ubicación de un punto. Esto puede llevarse a cabo seleccionando un sistema de coordenadas adecuado, como los sistemas *rectangular*, *cilíndrico* o *esférico*, dependiendo de la geometría de la que se trate, así como un punto conveniente de referencia (el origen).

La *ubicación* de un determinado punto se especifica como (x, y, z) en el sistema de coordenadas rectangulares; (r, ϕ, z) en el sistema de coordenadas cilíndricas, y (r, ϕ, θ) en el sistema de coordenadas esféricas, donde las distancias x, y, z y r, y los ángulos ϕ y θ se muestran en la figura 2-3. Entonces, la temperatura en un punto (x, y, z) en el tiempo t, en un sistema de coordenadas rectangulares se expresa como $T(x, y, z, t)$. El sistema de coordenadas más apropiado para una determinada geometría es el que mejor describa las superficies de dicha geometría. Por ejemplo, un paralelepípedo se describe mejor con el uso de coordenadas rectangulares, puesto que cada superficie puede describirse mediante un valor constante de las coordenadas x, y o z. Un cilindro puede describirse mejor por medio de coordenadas cilíndricas puesto que su superficie lateral puede describirse por medio de un valor constante del radio. De manera similar, toda la superficie exterior de un cuerpo esférico puede describirse más apropiadamente con un valor constante de radio en coordenadas esféricas. Para el caso de un cuerpo con forma arbitraria, por lo general se usan coordenadas rectangulares, ya que es más fácil tratar con distancias que con ángulos.

La notación que se acaba de presentar también se utiliza para identificar las variables involucradas en un problema de transferencia de calor. Por ejemplo, la



a) Coordenadas rectangulares *b*) Coordenadas cilíndricas *c*) Coordenadas esféricas

FIGURA 2-3

Diferentes distancias y ángulos involucrados cuando se describe la ubicación de un punto en diferentes sistemas de coordenadas.

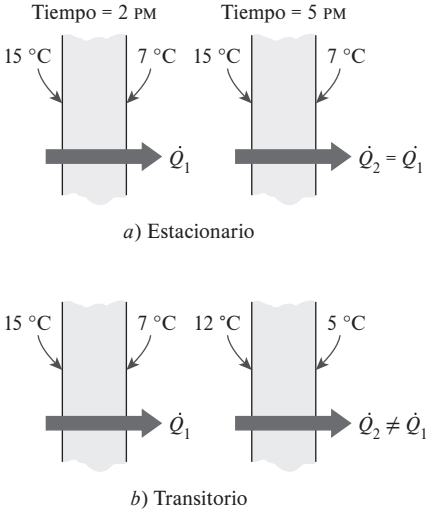
notación $T(x, y, z, t)$ implica que la temperatura varía en función de las variables espaciales x, y y z, así como también en función del tiempo.

La notación $T(x)$, por otro lado, indica que la temperatura varía solo en la dirección x y que no existe variación alguna en las otras dos coordenadas espaciales ni en el tiempo.

Transferencia de calor estacionaria en comparación con la transferencia de calor transitoria

Los problemas sobre transferencia de calor a menudo se clasifican en **estacionarios** (también llamados *estados estables*) o **transitorios** (o inestables). El término *estable* implica que no sufren *ningún cambio* en el tiempo en ningún punto dentro del medio, mientras que *transitorio* indica *variación respecto al tiempo o dependiente del tiempo.* Por tanto, la temperatura o flujo de calor permanece constante con el tiempo durante el proceso de transferencia de calor estable a través del medio en cualquier punto, aunque ambas cantidades pueden variar de un punto a otro (figura 2-4). Por ejemplo, la transferencia de calor a través de las paredes de una casa es estable cuando las condiciones dentro de la misma y en los exteriores permanecen constantes por varias horas. Sin embargo, aun en este caso, las temperaturas en ambas superficies serán distintas a menos que las temperaturas dentro y fuera de la casa sean las mismas. Por otra parte, el enfriamiento de una manzana dentro de un refrigerador es un proceso de transferencia de calor transitorio, puesto que la temperatura en cualquier punto fijo dentro de la manzana cambiará con el tiempo durante el proceso de enfriamiento. Durante la transferencia de calor transitoria, la temperatura normalmente varía con el tiempo, así como con la posición. En el caso especial de la variación respecto al tiempo, pero no a la posición, la temperatura del medio varía *uniformemente* según el tiempo. A dichos sistemas de transferencia de calor se les conoce con el nombre de **sistemas de parámetros concentrados** o de resistencia interna despreciable. Por ejemplo, un objeto metálico pequeño como una unión de un **termopar** o un alambre delgado de cobre, puede analizarse como un sistema concentrado durante un proceso de calentamiento o enfriamiento.

La mayoría de los problemas sobre transferencia de calor que podemos encontrar en la práctica son de naturaleza *transitoria*, sin embargo, por lo general se analizan como si estuvieran en condiciones *estables (estacionarias)* ya que los procesos estables o estacionarios son más fáciles de analizar, y a la vez proporcionan las respuestas a nuestras preguntas. Por ejemplo, la transferencia de calor a través de las paredes y el techo de una casa típica nunca es estable (estacionario) porque las condiciones en el exterior como la temperatura, la velocidad y la dirección del viento, la ubicación del Sol, etc., cambian constantemente. Las condiciones que rei-



a) Estacionario

b) Transitorio

FIGURA 2-4

Conducción de calor estacionaria y transitoria en una pared plana.

nan en una casa típica tampoco son estables; por tanto, resulta casi imposible llevar a cabo un análisis de transferencia de calor preciso en una casa. Pero entonces, ¿es necesario un análisis profundo de la transferencia de calor?

Si el propósito del análisis de transferencia de calor de una casa es determinar el tamaño apropiado de un calentador, es necesario conocer la razón *máxima* de pérdida de calor de esa casa, la cual se determina considerando la pérdida de calor del inmueble en las *peores* condiciones durante un periodo largo, es decir, durante su operación *estable* en las peores condiciones. Se puede llegar a la respuesta realizando un análisis de transferencia de calor en condiciones estables. Si el calentador es lo suficientemente grande para mantener la casa caliente en las peores condiciones supuestas, es idóneo para cualquier situación. El procedimiento descrito es una práctica común en la ingeniería.

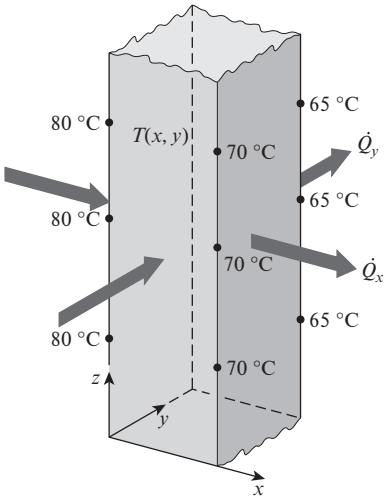


FIGURA 2-5

Transferencia de calor bidimensional en una barra rectangular de gran longitud.

Transferencia de calor multidimensional

Los problemas de transferencia de calor también se clasifican como *unidimensionales*, *bidimensionales* o *tridimensionales* en función de las magnitudes relativas de las razones de transferencia de calor en diferentes direcciones y del nivel de exactitud deseado. En el caso más general, la transferencia de calor es **tridimensional**. Esto es, la temperatura varía a lo largo de las tres direcciones principales dentro del medio durante el proceso de transferencia de calor. La distribución de la temperatura a través del medio en un tiempo específico, así como la razón de transferencia de calor en cualquier punto en este caso general puede describirse por medio de un conjunto de tres coordenadas, por ejemplo, x, y, y z en el sistema de coordenadas rectangulares (o cartesianas); r, ϕ, z en el sistema de coordenadas cilíndricas; y r, ϕ, θ en el sistema de coordenadas esféricas (o polares). La distribución de la temperatura en este caso se expresa como $T(x, y, z, t)$, $T(r, \phi, z, t)$ y $T(r, \phi, \theta, t)$ en los sistemas de coordenadas respectivos.

En algunos casos, la temperatura en un determinado medio varía en dos direcciones principales fundamentalmente, y la variación de la temperatura en la tercera dirección (y por tanto, la transferencia de calor en esa dirección) es despreciable. Se dice que un problema de transferencia de calor en este caso es **bidimensional**. Por ejemplo, la distribución de temperatura estable en una barra larga con sección rectangular se puede expresar como $T(x, y)$ si la variación de la temperatura en la dirección z (a lo largo de la barra) es despreciable y no cambia respecto al tiempo (figura 2-5).

Se dice que un problema de transferencia de calor es **unidimensional** si la temperatura en el medio varía en una sola dirección y, por tanto, el calor se transfiere en esa misma dirección; al mismo tiempo, la variación de la temperatura y, como consecuencia, la transferencia de calor en otras direcciones es despreciable o igual a cero. Por ejemplo, la transferencia de calor a través del vidrio de una ventana puede considerarse unidimensional, puesto que la transferencia de calor a través del vidrio se presenta primordialmente en una sola dirección (perpendicular a la superficie del vidrio) y la transferencia de calor en otras direcciones (de uno de los bordes laterales hacia el otro y del borde superior al inferior) es despreciable (figura 2-6). De manera similar, la transferencia de calor a través de una tubería de agua caliente puede considerarse un proceso unidimensional porque se presenta primordialmente en dirección radial desde el agua caliente hacia el ambiente, y la transferencia de calor a lo largo de la tubería y a lo largo de la circunferencia de una sección transversal (direcciones z y ϕ) típicamente son despreciables. La transferencia de calor hacia un huevo que se deje caer en agua hirviendo es prácticamente unidimensional debido a la simetría. En este caso, el calor se transfiere al huevo en dirección radial, es decir, a lo largo de líneas rectas que pasan a través del punto medio del huevo.

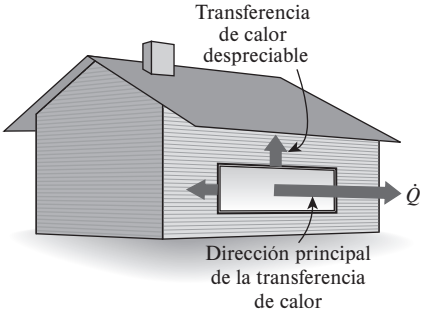


FIGURA 2-6

La transferencia de calor a través de la ventana de una casa puede considerarse unidimensional.

En el capítulo 1 se mencionó que la razón de la transferencia de calor a través de un medio en una dirección específica (por ejemplo, en la dirección x) es propor-

cional a la diferencia de temperaturas entre el medio y el área perpendicular a la dirección de la transferencia de calor e inversamente proporcional a la distancia en esa dirección. Esta idea fue expresada en forma diferencial en la **ley de conducción de calor de Fourier** para la conducción de calor en una dimensión como:

$$\dot{Q}_{\text{cond}} = -kA\frac{dT}{dx} \quad \text{(W)} \tag{2-1}$$

donde k es la *conductividad térmica* del material, la cual es una medida de la capacidad de un material para conducir calor y dT/dx es el *gradiente de temperatura*, que es la pendiente de la curva de temperatura en un diagrama T-x (figura 2-7). La conductividad térmica de un material, en general, varía con la temperatura. Sin embargo, se pueden obtener resultados con la suficiente precisión utilizando un valor constante de conductividad térmica a la temperatura *promedio*.

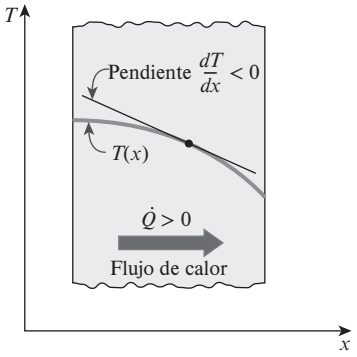


FIGURA 2-7

El gradiente de temperatura dT/dx es la pendiente de la curva de temperatura en un diagrama T-x.

El calor se transfiere en la misma dirección en la que decrece la temperatura, y el gradiente de temperatura es negativo cuando el calor se transfiere en la dirección x positiva. *El signo negativo* en la ecuación 2-1 garantiza que la transferencia de calor en la dirección x positiva sea una cantidad positiva.

Con el fin de obtener una relación general para la ley de Fourier de la conducción de calor, considere un medio donde la distribución de la temperatura es tridimensional. La figura 2-8 muestra una superficie isotérmica en ese medio. El vector de flujo de calor en un punto P sobre esta superficie debe ser perpendicular a la superficie y debe apuntar en la dirección de la temperatura decreciente. Si n es la normal de la superficie isotérmica en el punto P, la razón de conducción de calor en ese punto se puede expresar por la ley de Fourier como:

$$\dot{Q}_n = -kA\frac{\partial T}{\partial n} \quad \text{(W)} \tag{2-2}$$

En coordenadas rectangulares, el vector de conducción de calor puede expresarse en términos de sus componentes como:

$$\vec{\dot{Q}}_n = \dot{Q}_x\vec{i} + \dot{Q}_y\vec{j} + \dot{Q}_z\vec{k} \tag{2-3}$$

donde $\vec{i}, \vec{j}$, y $\vec{k}$ son vectores unitarios, y $\dot{Q}_x$, $\dot{Q}_y$ y $\dot{Q}_z$ son las magnitudes de las razones de transferencia de calor en las direcciones x, y y z, las cuales pueden determinarse a partir de la ley de Fourier como:

$$\dot{Q}_x = -kA_x\frac{\partial T}{\partial x}, \quad \dot{Q}_y = -kA_y\frac{\partial T}{\partial y} \quad \text{y} \quad \dot{Q}_z = -kA_z\frac{\partial T}{\partial z} \tag{2-4}$$

Aquí, A_x, A_y y A_z son las áreas de conducción de calor perpendiculares a las direcciones x, y y z, respectivamente (figura 2-8).

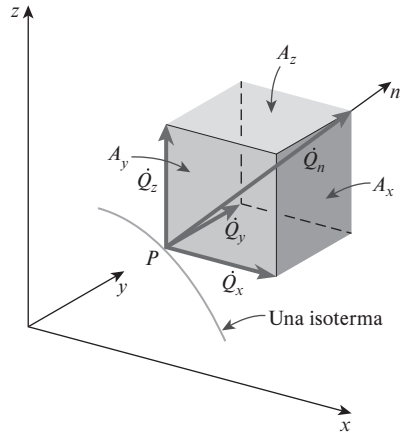


FIGURA 2-8

El vector transferencia de calor siempre es perpendicular (normal) a una superficie isotérmica y puede descomponerse en sus componentes como cualquier otro vector.

La mayoría de los materiales utilizados en ingeniería son de naturaleza *isotrópicos,* y tienen las mismas propiedades en todas direcciones. En dichos materiales, no necesitamos preocuparnos acerca de la variación de las propiedades en función de la dirección. Sin embargo, en los materiales *anisotrópicos* como los fibrosos o los materiales compuestos, las propiedades varían en función de la dirección. Por ejemplo, algunas de las propiedades de la madera a lo largo de la fibra son diferentes a las que están en dirección perpendicular a esta. En estos casos, es necesario expresar la conductividad térmica como una cantidad tensorial para considerar la variación de este parámetro con la dirección. El tratamiento de estos temas avanzados se encuentra fuera del alcance de este libro, por lo que supondremos que la conductividad térmica de un material es independiente a la dirección.

Generación de calor

Un medio a través del cual se transfiere calor puede involucrar la conversión de energía mecánica, eléctrica, nuclear o química en calor (o energía térmica). En el

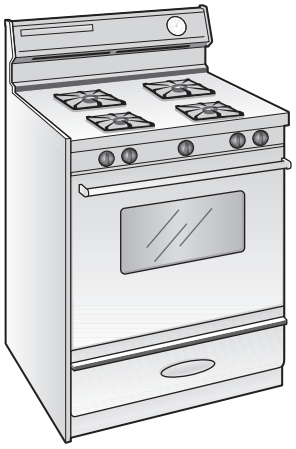


FIGURA 2-9

Se genera calor en los en las bobinas de calentamiento de una estufa eléctrica como resultado de la conversión de energía eléctrica en calor.

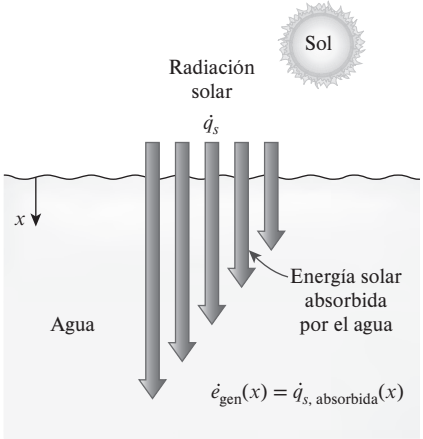


FIGURA 2-10

La absorción de radiación solar por el agua puede tratarse como un proceso de generación de calor.

análisis de conducción de calor, dichos procesos de conversión se caracterizan por la **generación de calor (**o **de energía térmica)**.

Por ejemplo, la temperatura de una resistencia de alambre se eleva rápidamente cuando circula corriente eléctrica a través del alambre como resultado de la conversión de la energía eléctrica en calor a una razón de I^2R, donde I es la corriente y R es la resistencia eléctrica del alambre (figura 2-9). La remoción segura y eficiente de este calor de los lugares donde se genera (circuitos electrónicos) es el tema principal del *enfriamiento de la electrónica*, la cual es una de las áreas de aplicación modernas de la transferencia de calor.

De manera similar, se produce una gran cantidad de calor en los elementos combustibles de los reactores nucleares, como resultado de la fisión nuclear que sirve como *fuente de calor* en las plantas de energía nuclear. La desintegración natural de elementos radiactivos en desechos nucleares u otros materiales radiactivos también genera calor. El calor provocado por el Sol como resultado de la fusión del hidrógeno y el helio hace que el Sol sea un enorme reactor nuclear que suministra calor a la Tierra.

Otra fuente de calor en un medio son las reacciones químicas exotérmicas que puedan ocurrir en el medio. En este caso, la reacción química sirve como *fuente de calor* para el medio. Sin embargo, en las reacciones endotérmicas, el calor es absorbido en lugar de ser liberado durante la reacción y, por tanto, la reacción química funciona como un *disipador de calor*. La generación de calor se convierte en una cantidad negativa en este caso.

A menudo es conveniente modelar la absorción de radiación, como la energía solar o los rayos gamma como generadores de calor cuando dichos rayos penetran en lo profundo del cuerpo mientras están siendo absorbidos gradualmente. Por ejemplo, la absorción de energía solar en grandes cuerpos de agua puede tratarse como generador de calor a través del agua a una razón igual a la de la absorción, la cual varía con la profundidad (figura 2-10). Sin embargo, la absorción de energía solar por un cuerpo opaco se presenta dentro de algunas micras de la superficie y la energía solar que penetra en el medio en este caso puede tratarse como un flujo de calor específico sobre esa superficie.

La generación de calor es un *fenómeno volumétrico*, es decir, ocurre en todo el medio. Por tanto, la razón de generación de calor en un medio suele especificarse por *unidad de volumen* y se representa por medio de $\dot{e}_{gen}$, *la* cual se da en unidades W/m^3 o $Btu/h \cdot pie^3$.

La razón de generación de calor en un medio puede variar en función del tiempo, así como también con la posición dentro del medio. Cuando se conoce la variación de la generación de calor respecto a la posición, se puede determinar la *razón total* de generación de calor en un medio de volumen V a partir de la ecuación:

$$\dot{E}_{gen} = \int_V \dot{e}_{gen}\, dV \quad \text{(W)} \qquad \textbf{(2-5)}$$

En el caso especial de generación de calor *uniforme*, como en el caso de calentamiento de resistencia eléctrica a través de un material homogéneo, la relación de la ecuación 2-5 se reduce a $\dot{E}_{gen} = \dot{e}_{gen} V$, donde $\dot{e}_{gen}$ es la razón constante de generación de calor por unidad de volumen.

EJEMPLO 2-1 **Generación de calor en una secadora de cabello**

La resistencia de alambre de una secadora de cabello de 1 200 W tiene una longitud de 80 cm y un diámetro D = 0.3 cm (figura 2-11). Determine la razón de generación de calor en el alambre por unidad de volumen en W/cm^3 y el

flujo de calor en la superficie exterior del alambre como resultado de esta generación de calor.

SOLUCIÓN Se da la potencia consumida por la resistencia de alambre de una secadora de cabello. Se necesita determinar la generación y el flujo de calor.

Supuesto El calor se genera de manera uniforme en la resistencia de alambre.

Análisis Una secadora de cabello de 1 200 W convierte energía eléctrica en calor en el alambre a una tasa de 1 200 W, por tanto, la razón de generación de calor en una resistencia de alambre es igual al consumo de potencia de un calentador de resistencia. Entonces, la razón de generación de calor en el alambre por unidad de volumen se determina dividiendo la razón total de generación de calor entre el volumen del alambre:

$$\dot{e}_{\text{gen}} = \frac{\dot{E}_{\text{gen}}}{V_{\text{alambre}}} = \frac{\dot{E}_{\text{gen}}}{(\pi D^2/4)L} = \frac{1\ 200\ \text{W}}{[\pi(0.3\ \text{cm})^2/4](80\ \text{cm})} = \mathbf{212\ W/cm^3}$$

De manera similar, el flujo de calor sobre la superficie exterior del alambre, que se presenta como resultado de esta generación de calor, se determina dividiendo la razón total de generación de calor entre el área superficial del alambre:

$$\dot{Q}_s = \frac{\dot{E}_{\text{gen}}}{A_{\text{alambre}}} = \frac{\dot{E}_{\text{gen}}}{\pi DL} = \frac{1\ 200\ \text{W}}{\pi(0.3\ \text{cm})(80\ \text{cm})} = \mathbf{15.9\ W/cm^2}$$

Discusión La generación de calor se expresa por unidad de volumen en W/cm^3 o Btu/h·pie^3, mientras que el flujo de calor se expresa por unidad de superficie en W/cm^2 o Btu/h·pie^2.

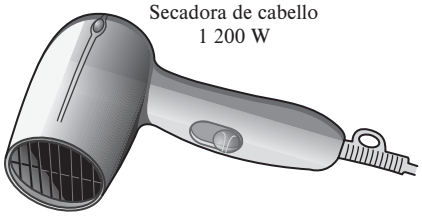


FIGURA 2-11
Esquema para el ejemplo 2-1.

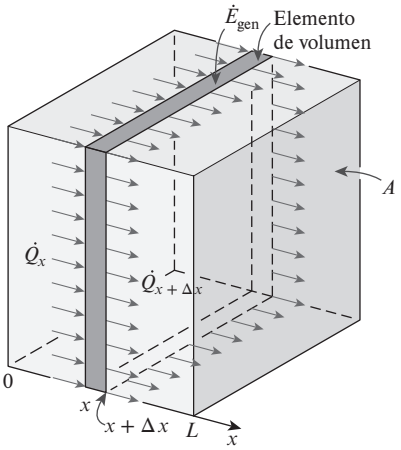
2-2 ▪ ECUACIÓN UNIDIMENSIONAL DE LA CONDUCCIÓN DE CALOR

Considere la conducción de calor a través de una pared plana de gran tamaño, como la pared de una casa, el vidrio de una ventana con un solo lado, la placa metálica en el fondo de una prensa de hierro, una tubería de vapor de agua de hierro fundido, un elemento cilíndrico de combustible nuclear, una resistencia eléctrica de alambre, la pared de un recipiente esférico o una bola esférica de metal en proceso de templado o enfriamiento. La conducción de calor en estas y muchas otras configuraciones geométricas puede aproximarse como si fuera *unidimensional* puesto que la conducción de calor es dominante en una dirección y despreciable en todas las demás. A continuación deducimos la ecuación de conducción de calor en coordenadas rectangulares, cilíndricas y esféricas.

Ecuación de conducción de calor en una pared plana grande

Considere un elemento delgado de espesor Δx en una pared plana grande, como se muestra en la figura 2-12. La densidad de la pared es ρ, el calor específico es c y el área de la pared perpendicular a la dirección de la transferencia de calor es A. Un *balance de energía* en este elemento delgado, durante un intervalo de tiempo Δt se puede expresar como:

$$\begin{pmatrix}\text{Razón de}\\ \text{conducción}\\ \text{de calor en } x\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\text{Razón de}\\ \text{conducción de}\\ \text{calor en } x+\Delta x\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{Razón de}\\ \text{generación}\\ \text{de calor dentro}\\ \text{del elemento}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Razón de}\\ \text{cambio del}\\ \text{contenido de energía}\\ \text{del elemento}\end{pmatrix}$$



$A_x = A_{x+\Delta x} = A$

FIGURA 2-12
Conducción unidimensional de calor a través de un elemento volumétrico en una pared plana grande.

o

$$\dot{Q}_x - \dot{Q}_{x+\Delta x} + \dot{E}_{\text{gen, elemento}} = \frac{\Delta E_{\text{elemento}}}{\Delta t} \tag{2-6}$$

Sin embargo, el cambio en el contenido de energía del elemento y la razón de generación de calor dentro del mismo puede expresarse como:

$$\Delta E_{\text{elemento}} = E_{t+\Delta t} - E_t = mc(T_{t+\Delta t} - T_t) = \rho cA\,\Delta x(T_{t+\Delta t} - T_t) \tag{2-7}$$

$$\dot{E}_{\text{gen, elemento}} = \dot{e}_{\text{gen}} V_{\text{elemento}} = \dot{e}_{\text{gen}} A\Delta x \tag{2-8}$$

Al sustituir esta expresión en la ecuación 2-6 obtenemos:

$$\dot{Q}_x - \dot{Q}_{x+\Delta x} + \dot{e}_{\text{gen}} A\Delta x = \rho cA\,\Delta x \frac{T_{t+\Delta t} - T_t}{\Delta t} \tag{2-9}$$

Si se divide entre $A\Delta x$ obtenemos:

$$-\frac{1}{A}\frac{\dot{Q}_{x+\Delta x} - \dot{Q}_x}{\Delta x} + \dot{e}_{\text{gen}} = \rho c\,\frac{T_{t+\Delta t} - T_t}{\Delta t} \tag{2-10}$$

Calculando el límite cuando $\Delta x \to 0$ y $\Delta t \to 0$ obtenemos:

$$\frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial x}\left(kA\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \dot{e}_{\text{gen}} = \rho c\,\frac{\partial T}{\partial t} \tag{2-11}$$

ya que, a partir de la definición de derivada y la ley de Fourier de conducción de calor:

$$\lim_{\Delta x \to 0}\frac{\dot{Q}_{x+\Delta x} - \dot{Q}_x}{\Delta x} = \frac{\partial \dot{Q}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left(-kA\frac{\partial T}{\partial x}\right) \tag{2-12}$$

Observando que el área A es constante para la pared plana, la ecuación de conducción de calor transitoria unidimensional en una pared plana se convierte en:

Conductividad variable

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \dot{e}_{\text{gen}} = \rho c\,\frac{\partial T}{\partial t} \tag{2-13}$$

La conductividad térmica k de un material, en general, depende de la temperatura T (y, por tanto, de x), por ende, no puede sacarse de la derivada. Sin embargo, la *conductividad térmica* en la mayoría de las aplicaciones prácticas puede considerarse como si permaneciera *constante* en algún valor promedio. La ecuación 2-13 en dicho caso se reduce a:

Conductividad constante

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{k} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \tag{2-14}$$

donde la propiedad $\alpha = k/\rho c$ es la **difusividad térmica** del material y representa qué tan rápido se propaga el calor a través de un material. Se reduce a las formas siguientes en condiciones específicas (figura 2-13):

(1) *Estado estable:* $(\partial/\partial t = 0)$

$$\frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{k} = 0 \tag{2-15}$$

(2) *Transitorio, no hay generación de calor:* $(\dot{e}_{\text{gen}} = 0)$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \tag{2-16}$$

(3) *Estado estable, no hay generación de calor:* $(\partial/\partial t = 0$ y $\dot{e}_{\text{gen}} = 0)$

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = 0 \tag{2-17}$$

Observe que hemos reemplazado las derivadas parciales por derivadas ordinarias en el caso de conducción de calor estable unidimensional, puesto que las derivadas

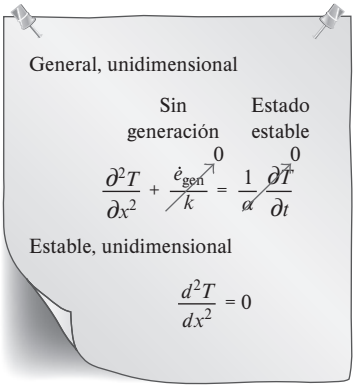


FIGURA 2-13

Simplificación de la ecuación unidimensional de conducción de calor en una pared plana, para el caso de una conductividad constante, para conducción estacionaria sin generación de calor.

parciales y ordinarias de una función son idénticas cuando la función depende de una sola variable [en este caso, $T = T(x)$]. Para consultar la solución general de las ecuaciones 2-15 y 2-17, refiérase a la sección Tema de interés especial ("Breve repaso de las ecuaciones diferenciales") al final de este capítulo.

Ecuación de la conducción de calor en un cilindro largo

Ahora considere un elemento delgado con forma de carcasa cilíndrica de espesor Δr de un cilindro largo, como el que se muestra en la figura 2-14. Suponga que la densidad del cilindro es ρ, su calor específico es c y su longitud es L. El área del cilindro perpendicular a la dirección de la transferencia de calor en cualquier punto es $A = 2\pi rL$, donde r es el valor del radio en ese punto. Observe que el área de transferencia de energía A depende de r en este caso, y varía en función de la ubicación. Se puede expresar un *balance de energía* en este elemento de carcasa cilíndrica delgada durante un intervalo de tiempo pequeño Δt como:

$$\begin{pmatrix}\text{Razón de}\\ \text{conducción}\\ \text{de calor en } r\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\text{Razón de}\\ \text{conducción de calor}\\ \text{en } r+\Delta r\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{Razón de}\\ \text{generación de}\\ \text{calor dentro}\\ \text{del elemento}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Razón de cambio}\\ \text{del contenido}\\ \text{de energía}\\ \text{del elemento}\end{pmatrix}$$

o

$$\dot{Q}_r - \dot{Q}_{r+\Delta r} + \dot{E}_{\text{gen, elemento}} = \frac{\Delta E_{\text{elemento}}}{\Delta t} \tag{2-18}$$

El cambio en el contenido de energía del elemento y la razón de generación de calor dentro del mismo puede expresarse como:

$$\Delta E_{\text{elemento}} = E_{t+\Delta t} - E_t = mc(T_{t+\Delta t} - T_t) = \rho cA\,\Delta r(T_{t+\Delta t} - T_t) \tag{2-19}$$

$$\dot{E}_{\text{gen, elemento}} = \dot{e}_{\text{gen}} V_{\text{elemento}} = \dot{e}_{\text{gen}} A\Delta r \tag{2-20}$$

Sustituyendo en la ecuación 2-18 obtenemos:

$$\dot{Q}_r - \dot{Q}_{r+\Delta r} + \dot{e}_{\text{gen}} A\Delta r = \rho cA\,\Delta r\,\frac{T_{t+\Delta t} - T_t}{\Delta t} \tag{2-21}$$

donde $A = 2\pi rL$. Usted puede sentirse tentado a expresar el área *en medio* del elemento usando el radio *promedio* como $A = 2\pi(r + \Delta r/2)L$. Sin embargo, no se gana nada haciéndolo así puesto que después en este análisis se calculará el límite a medida que $\Delta r \to 0$ y, por tanto, el término $\Delta r/2$ se eliminará. Al dividir la ecuación 2-21 entre $A\Delta r$ se obtiene:

$$-\frac{1}{A}\frac{\dot{Q}_{r+\Delta r} - \dot{Q}_r}{\Delta r} + \dot{e}_{\text{gen}} = \rho c\,\frac{T_{t+\Delta t} - T_t}{\Delta t} \tag{2-22}$$

Calculando el límite a medida que $\Delta r \to 0$ y $\Delta t \to 0$ se obtiene:

$$\frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial r}\left(kA\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \dot{e}_{\text{gen}} = \rho c\,\frac{\partial T}{\partial t} \tag{2-23}$$

puesto que, a partir de la definición de derivada y de la ley de Fourier de conducción de calor:

$$\lim_{\Delta r \to 0}\frac{\dot{Q}_{r+\Delta r} - \dot{Q}_r}{\Delta r} = \frac{\partial \dot{Q}}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r}\left(-kA\frac{\partial T}{\partial r}\right) \tag{2-24}$$

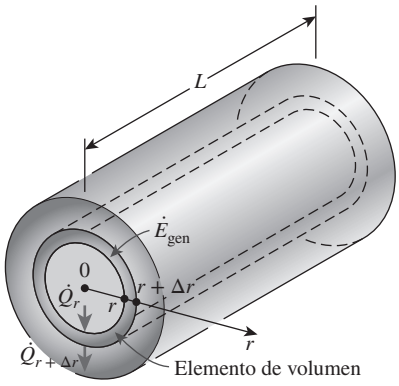


FIGURA 2-14

Conducción unidimensional del calor a través de un elemento de volumen de un cilindro largo.

Si el área de transferencia de calor en este caso es $A = 2\pi rL$, la ecuación de conducción de calor transitoria unidimensional en un cilindro se convierte en:

$$\text{Conductividad variable} \qquad \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rk\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \dot{e}_{\text{gen}} = \rho c\frac{\partial T}{\partial t} \tag{2-25}$$

Para el caso de conductividad térmica constante, la ecuación anterior se reduce a:

$$\text{Conductividad constante} \qquad \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{k} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \tag{2-26}$$

donde la propiedad $\alpha = k/\rho c$ es la difusividad térmica del material. La ecuación 2-26 se reduce a las formas siguientes en las condiciones que se especifican (figura 2-15):

(1) *Estado estable:* $(\partial/\partial t = 0)$
$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) + \frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{k} = 0 \tag{2-27}$$

(2) *Transitorio, sin generación de calor:* $(\dot{e}_{\text{gen}} = 0)$
$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \tag{2-28}$$

(3) *Estado estable, sin generación de calor:* $(\partial/\partial t = 0$ y $\dot{e}_{\text{gen}} = 0)$
$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) = 0 \tag{2-29}$$

Observe que de nuevo se reemplazaron las derivadas parciales por ordinarias en el caso de conducción de calor estacionaria en una dimensión, puesto que ambas derivadas de una función son idénticas cuando dicha función depende de una sola variable [$T = T(r)$ en este caso]. Para consultar la solución general de las ecuaciones 2-27 y 2-29 refiérase a la sección Tema de interés especial ("Breve repaso sobre las ecuaciones diferenciales") al final de este capítulo.

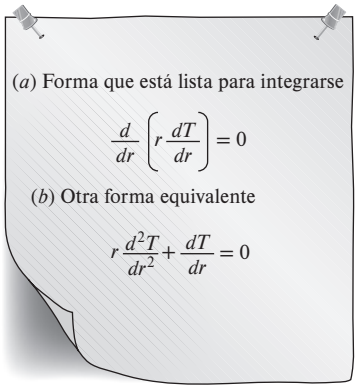


FIGURA 2-15

Dos formas equivalentes de la ecuación diferencial para conducción unidimensional y estacionaria de calor en un cilindro, sin generación de calor.

Ecuación de conducción de calor en una esfera

Considere ahora una esfera de densidad ρ, calor específico c y radio exterior R. El área de la esfera perpendicular a la dirección de la transferencia de calor en cualquier punto es $A = 4\pi r^2$, donde r es el valor del radio en ese punto. Observe que el área de transferencia de calor A depende de r también y, por tanto, varía con la ubicación. Considerando un elemento delgado de la carcasa esférica de espesor Δr y repitiendo el método que se describió antes para el cilindro usando $A = 4\pi r^2$ en lugar de $A = 2\pi rL$, se puede determinar que la ecuación de conducción de calor unidimensional y transitoria de la esfera es (figura 2-16):

$$\text{Conductividad variable} \qquad \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2k\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \dot{e}_{\text{gen}} = \rho c\frac{\partial T}{\partial t} \tag{2-30}$$

la cual, en el caso de conductividad térmica constante, se reduce a

$$\text{Conductividad constante} \qquad \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{k} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \tag{2-31}$$

donde la propiedad $\alpha = k/\rho c$ es la difusividad térmica del material. Esta ecuación se reduce a las formas siguientes en condiciones específicas:

(1) *Estado estable:* $(\partial/\partial t = 0)$
$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dT}{dr}\right) + \frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{k} = 0 \tag{2-32}$$

(2) *Transitorio, sin generación de calor:* $(\dot{e}_{\text{gen}} = 0)$
$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial T}{\partial r}\right) = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \tag{2-33}$$

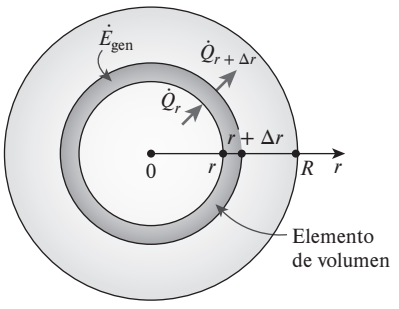


FIGURA 2-16

Conducción unidimensional de calor a través de un elemento de volumen en una esfera.

(3) *Estado estable, sin generación de calor:* ($\partial/\partial t = 0$ y $\dot{e}_{\text{gen}} = 0$)

$$\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dT}{dr}\right) = 0 \quad \text{o} \quad r\frac{d^2T}{dr^2} + 2\frac{dT}{dr} = 0 \qquad \textbf{(2-34)}$$

donde se reemplazan las derivadas parciales por ordinarias en el caso de conducción unidimensional y estable de calor. Para consultar la solución general de las ecuaciones 2-32 y 2-34, refiérase a la sección Tema de interés especial ("Breve repaso sobre las ecuaciones diferenciales"), al final de este capítulo.

Ecuación unidimensional combinada de la conducción de calor

Un análisis de las ecuaciones de conducción de calor transitoria unidimensional para la pared plana, el cilindro y la esfera, revela que las tres ecuaciones pueden expresarse en forma compacta como:

$$\frac{1}{r^n}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^n k\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \dot{e}_{\text{gen}} = \rho c\frac{\partial T}{\partial t} \qquad \textbf{(2-35)}$$

donde $n = 0$ para una pared plana, $n = 1$ para un cilindro, y $n = 2$ para una esfera. En el caso de una pared plana, se acostumbra reemplazar la variable r por x. Esta ecuación puede simplificarse en los casos de generación de calor en estado estable o el de no generación de calor, como se describió anteriormente.

EJEMPLO 2-2 **Conducción de calor a través del fondo de una cacerola**

Se coloca una cacerola de acero sobre una estufa eléctrica para cocinar espagueti (figura 2-17). El fondo tiene $L = 0.4$ cm de espesor y un diámetro $D = 18$ cm. La unidad eléctrica de calentamiento en la parte superior de la estufa consume 800 W de potencia durante el cocimiento y 80% del calor generado en el elemento de calentamiento se transfiere uniformemente hacia la cacerola. Suponiendo una conductividad térmica constante, obtenga la ecuación diferencial que describe la variación de la temperatura en el fondo de la cacerola durante la operación estacionaria.

SOLUCIÓN Se tiene una cacerola de acero colocada sobre la parte superior de una estufa eléctrica. Se obtendrá la ecuación diferencial que proporcione la variación de la temperatura en la parte inferior de la cacerola.

Análisis El fondo de la cacerola tiene un área de superficie grande en relación con su espesor, por lo que puede considerarse como una pared plana grande. Se aplica de manera uniforme un flujo de calor a la superficie inferior de la cacerola. Las condiciones de la superficie interior también son uniformes; por tanto, se espera que la transferencia de calor sea en la dirección desde la superficie inferior hacia la parte superior y, en este caso, la transferencia de calor puede considerarse unidimensional. Si la dirección perpendicular a la superficie del fondo de la cacerola es el eje x, tendremos que $T = T(x)$ durante la operación estable, ya que la temperatura en este caso dependerá de x solamente.

La conductividad térmica se considera constante y no se genera calor en el medio (dentro de la parte inferior de la cacerola). Por tanto, la ecuación diferencial que rige la variación de la temperatura en este caso es la ecuación 2-17:

$$\frac{d^2T}{dx^2} = 0$$

la cual representa a la ecuación unidimensional de conducción de calor en estado estable en coordenadas rectangulares en condiciones de conductividad térmica constante y sin generación de calor.

Discusión Observe que las condiciones en la superficie del medio no tienen efecto sobre la ecuación diferencial.

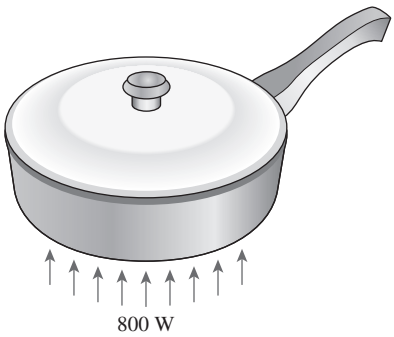


FIGURA 2-17
Esquema para el ejemplo 2-2.

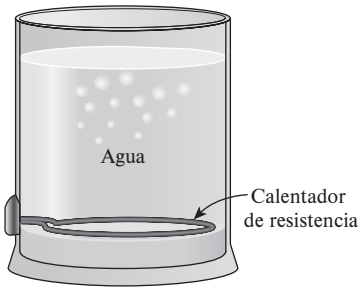


FIGURA 2-18
Esquema para el ejemplo 2-3.

EJEMPLO 2-3 **Conducción de calor en un calentador de resistencia**

Se usa un calentador de resistencia de alambre de 2 kW con conductividad térmica $k = 15$ W/m·K, diámetro $D = 0.4$ cm y longitud $L = 50$ cm para calentar agua sumergiéndolo en agua (figura 2-18). Si la variación de la conductividad térmica del alambre con la temperatura es despreciable, obtenga la ecuación diferencial que describe la variación de la temperatura en el alambre en condiciones de operación estable.

SOLUCIÓN Se considera el alambre eléctrico de un calentador de agua. Debe obtenerse la ecuación diferencial para la variación de la temperatura en el alambre.

Análisis La resistencia de alambre se puede considerar como si fuera un cilindro muy largo, puesto que su longitud es mayor a 100 veces su diámetro. Además, el calor se genera de manera uniforme en el alambre y las condiciones en la superficie exterior también son uniformes. Es lógico esperar que la temperatura del alambre varíe en la dirección radial, y la transferencia de calor sea unidimensional. Por ende, $T = T(r)$ durante condiciones estables, ya que la temperatura en este caso solo depende de r.

La razón de generación de calor por unidad de volumen en el alambre puede determinarse a partir de,

$$\dot{e}_{\text{gen}} = \frac{\dot{E}_{\text{gen}}}{V_{\text{alambre}}} = \frac{\dot{E}_{\text{gen}}}{(\pi D^2/4)L} = \frac{2\,000\ \text{W}}{[\pi(0.004\ \text{m})^2/4](0.5\ \text{m})} = 0.318 \times 10^9\ \text{W/m}^3$$

Observando que la conductividad térmica está dada como una constante, la ecuación diferencial que rige la variación de la temperatura del alambre está dada por la ecuación 2-27:

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) + \frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{k} = 0$$

la cual representa la ecuación de conducción de calor unidimensional en estado estable en coordenadas cilíndricas para el caso de conductividad térmica constante.

Discusión Observe de nuevo que las condiciones en la superficie del alambre no tienen ningún efecto en la ecuación diferencial.

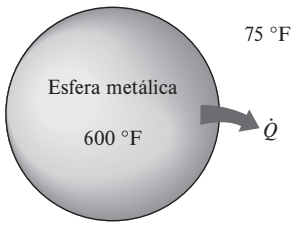


FIGURA 2-19
Esquema para el ejemplo 2-4.

EJEMPLO 2-4 **Enfriamiento de una esfera metálica caliente en el aire**

Se calienta una esfera metálica de radio R en un horno a una temperatura de 600 °F y, después, se saca del horno y se deja enfriando a una temperatura ambiente de $T_\infty = 75$ °F por convección y radiación (figura 2-19). La conductividad térmica del material con el que está fabricada la esfera varía linealmente con la temperatura. Suponiendo que la esfera se enfría de manera uniforme en toda su superficie exterior, obtenga la ecuación diferencial que describe la variación de la temperatura de la esfera durante el proceso de enfriamiento.

SOLUCIÓN Se desea que una esfera metálica caliente se enfríe a temperatura ambiente. Se obtendrá la ecuación diferencial que describa la variación de temperatura dentro de la esfera.

Análisis La esfera se encuentra en un inicio a una temperatura uniforme y se enfría uniformemente en toda su superficie externa. Asimismo, la temperatura en cualquier punto de la esfera cambia con el tiempo durante el proceso de enfriamiento. Por tanto, se trata de un problema de conducción de calor

transitorio unidimensional, puesto que la temperatura dentro de la esfera varía en función de la distancia radial r y del tiempo t; es decir, $T = T(r, t)$.

La conductividad térmica es variable y no se genera calor en la esfera. Por tanto, la ecuación diferencial que rige la variación de la temperatura se puede obtener de la ecuación 2-30, haciendo que la generación de calor sea igual a cero; por tanto, se obtiene:

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 k\frac{\partial T}{\partial r}\right) = \rho c\frac{\partial T}{\partial t}$$

la cual es la ecuación de conducción de calor transitorio unidimensional en coordenadas esféricas en condiciones de conductividad térmica variable y sin generación de calor.

Discusión Las condiciones de la superficie exterior de la esfera no tienen efecto en la ecuación diferencial.

2-3 ▪ ECUACIÓN GENERAL PARA LA CONDUCCIÓN DE CALOR

En la sección 2-2 se estimó una conducción de calor unidimensional, y se supuso que la conducción de calor en las demás direcciones podría considerarse despreciable. En la mayoría de los problemas de transferencia de calor que se presentan en la práctica se pueden calcular como si fueran unidimensionales y, la mayoría de los problemas que se tratan en este libro, este es el caso. Sin embargo, no siempre es así, a veces es necesario considerar la transferencia de calor en otras direcciones también. En dichas situaciones se dice que la conducción de calor es *multidimensional*, aquí se desarrolla la ecuación diferencial que rige estos casos en sistemas de coordenadas rectangulares, cilíndricas y esféricas.

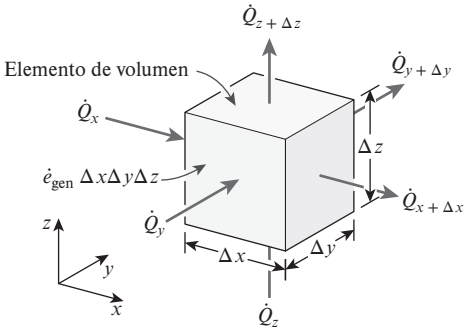


FIGURA 2-20
Conducción de calor en tres dimensiones para un elemento de volumen rectangular.

Coordenadas rectangulares

Considere un pequeño elemento rectangular de longitud Δx, ancho Δy y altura Δz, como se muestra en la figura 2-20. Suponga que la densidad del cuerpo es ρ y el calor específico c. Un *balance de energía* de este elemento durante un pequeño intervalo de tiempo Δt puede expresarse como:

$$\begin{pmatrix}\text{Razón de}\\ \text{conducción de calor}\\ \text{en } x, y \text{ y } z\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\text{Razón de}\\ \text{conducción}\\ \text{de calor en}\\ x+\Delta x, +\Delta y \text{ y } z+\Delta z\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{Razón de}\\ \text{generación}\\ \text{de calor dentro}\\ \text{del elemento}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Razón de cambio}\\ \text{del contenido}\\ \text{de energía}\\ \text{del elemento}\end{pmatrix}$$

o

$$\dot{Q}_x + \dot{Q}_y + \dot{Q}_z - \dot{Q}_{x+\Delta x} - \dot{Q}_{y+\Delta y} - \dot{Q}_{z+\Delta z} + \dot{E}_{\text{gen, elemento}} = \frac{\Delta E_{\text{elemento}}}{\Delta t} \qquad \textbf{(2-36)}$$

Si el volumen del elemento es $V_{\text{elemento}} = \Delta x\Delta y\Delta z$, el cambio en el contenido de energía de éste y la razón de generación de calor dentro del elemento pueden expresarse como:

$$\Delta E_{\text{elemento}} = E_{t+\Delta t} - E_t = mc(T_{t+\Delta t} - T_t) = \rho c\,\Delta x\Delta y\Delta z(T_{t+\Delta t} - T_t)$$
$$\dot{E}_{\text{gen, elemento}} = \dot{e}_{\text{gen}} V_{\text{elemento}} = \dot{e}_{\text{gen}}\Delta x\Delta y\Delta z$$

Sustituyendo este valor en la ecuación 2-36 se obtiene:

$$\dot{Q}_x + \dot{Q}_y + \dot{Q}_z - \dot{Q}_{x+\Delta x} - \dot{Q}_{y+\Delta y} - \dot{Q}_{z+\Delta z} + \dot{e}_{\text{gen}}\Delta x\Delta y\Delta z = \rho c\,\Delta x\Delta y\Delta z\frac{T_{t+\Delta t} - T_t}{\Delta t}$$

Dividiendo entre $\Delta x \Delta y \Delta z$ se obtiene:

$$-\frac{1}{\Delta y \Delta z}\frac{\dot{Q}_{x+\Delta x}-\dot{Q}_x}{\Delta x}-\frac{1}{\Delta x \Delta z}\frac{\dot{Q}_{y+\Delta y}-\dot{Q}_y}{\Delta y}-\frac{1}{\Delta x \Delta y}\frac{\dot{Q}_{z+\Delta z}-\dot{Q}_z}{\Delta z}+\dot{e}_{\text{gen}}=\rho c\frac{T_{t+\Delta t}-T_t}{\Delta t} \quad \textbf{(2-37)}$$

Con las áreas de transferencia de calor del elemento para la conducción de calor en las direcciones x, y y z son $A_x = \Delta y \Delta z$, $A_y = \Delta x \Delta z$ y $A_z = \Delta x \Delta y$, respectivamente, y calculando el límite a medida que Δx, Δy, Δz y $\Delta t \to 0$, se obtiene:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right)+\dot{e}_{\text{gen}}=\rho c\frac{\partial T}{\partial t} \quad \textbf{(2-38)}$$

puesto que a partir de la definición de derivada y de la ecuación de Fourier de conducción de calor:

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{1}{\Delta y \Delta z}\frac{\dot{Q}_{x+\Delta x}-\dot{Q}_x}{\Delta x}=\frac{1}{\Delta y \Delta z}\frac{\partial Q_x}{\partial x}=\frac{1}{\Delta y \Delta z}\frac{\partial}{\partial x}\left(-k\Delta y \Delta z\frac{\partial T}{\partial x}\right)=-\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)$$

$$\lim_{\Delta y\to 0}\frac{1}{\Delta x \Delta z}\frac{\dot{Q}_{y+\Delta y}-\dot{Q}_y}{\Delta y}=\frac{1}{\Delta x \Delta z}\frac{\partial Q_y}{\partial y}=\frac{1}{\Delta x \Delta z}\frac{\partial}{\partial y}\left(-k\Delta x \Delta z\frac{\partial T}{\partial y}\right)=-\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)$$

$$\lim_{\Delta z\to 0}\frac{1}{\Delta x \Delta y}\frac{\dot{Q}_{z+\Delta z}-\dot{Q}_z}{\Delta z}=\frac{1}{\Delta x \Delta y}\frac{\partial Q_z}{\partial z}=\frac{1}{\Delta x \Delta y}\frac{\partial}{\partial z}\left(-k\Delta x \Delta y\frac{\partial T}{\partial z}\right)=-\frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right)$$

La ecuación 2-38 representa la ecuación general de conducción de calor en coordenadas rectangulares. En el caso de conductividad térmica constante, esta se reduce a:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}+\frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{k}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \quad \textbf{(2-39)}$$

donde la propiedad $a = k/\rho c$ es la *difusividad térmica* del material. La ecuación 2-39 se conoce con el nombre de **ecuación de Fourier-Biot** y se reduce a estas formas en condiciones específicas:

(1) *Estado estable:* (llamada **ecuación de Poisson)**
$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}+\frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{k}=0 \quad \textbf{(2-40)}$$

(2) *Transitorio, sin generación de calor:* (llamada **ecuación de difusión)**
$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \quad \textbf{(2-41)}$$

(3) *Estado estable, sin generación de calor:* (llamada **ecuación de Laplace)**
$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}=0 \quad \textbf{(2-42)}$$

Observe que en el caso especial de transferencia de calor en una dimensión en la dirección x, las derivadas respecto a y y z se eliminan y las ecuaciones anteriores se reducen a las que se desarrollaron en la sección anterior para una pared plana (figura 2-21).

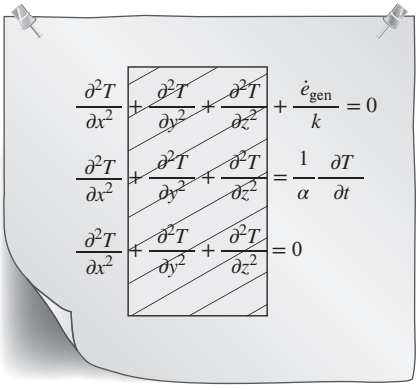


FIGURA 2-21

Las ecuaciones de conducción de calor tridimensionales se reducen a unidimensionales cuando la temperatura varía en una dimensión solamente.

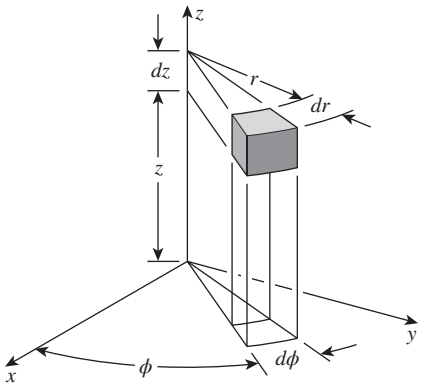


FIGURA 2-22

Un elemento diferencial de volumen en coordenadas cilíndricas.

Coordenadas cilíndricas

La ecuación general de conducción de calor en coordenadas cilíndricas puede obtenerse a partir de un balance de energía en un elemento de volumen en coordenadas cilíndricas, como se muestra en la figura 2-22, siguiendo los pasos que se acaban de describir. También pueden obtenerse directamente de la ecuación 2-38 por medio

de la transformación de coordenadas usando las relaciones siguientes entre las coordenadas de un punto en sistemas coordenados rectangulares y cilíndricos:

$$x = r\cos\phi, \quad y = r\,\text{sen}\,\phi, \quad \text{y} \quad z = z$$

Después de un gran número de manipulaciones se obtiene:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \phi}\left(k\frac{\partial T}{\partial \phi}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right) + \dot{e}_{\text{gen}} = \rho c\frac{\partial T}{\partial t} \qquad \textbf{(2-43)}$$

donde los componentes de flujo de calor en las direcciones radial, circular y axial son, respectivamente:

$$\dot{q}_r = -k\frac{\partial T}{\partial r}, \quad \dot{q}_\phi = -\frac{k}{r}\frac{\partial T}{\partial \phi}, \quad \dot{q}_z = -k\frac{\partial T}{\partial z}$$

Coordenadas esféricas

Las ecuaciones generales de conducción de calor en coordenadas esféricas pueden obtenerse a partir de un balance de energía en un elemento de volumen en coordenadas esféricas (figura 2-23), siguiendo los pasos que se acaban de describir. También se puede obtener directamente de la ecuación 2-38 mediante la transformación de coordenadas utilizando las relaciones siguientes entre las coordenadas de un punto en sistemas coordenados rectangulares y esféricos:

$$x = r\cos\phi\,\text{sen}\,\theta, \quad y = r\,\text{sen}\,\phi\,\text{sen}\,\theta \quad \text{y} \quad z = r\cos\theta$$

Después de realizar cálculos matemáticos se obtiene:

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr^2\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\text{sen}^2\theta}\frac{\partial}{\partial \phi}\left(k\frac{\partial T}{\partial \phi}\right) + \frac{1}{r^2\text{sen}\,\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(k\,\text{sen}\,\theta\frac{\partial T}{\partial \theta}\right) + \dot{e}_{\text{gen}} = \rho c\frac{\partial T}{\partial t} \qquad \textbf{(2-44)}$$

donde los componentes de flujo de calor en las direcciones radial, polar y azimutal son, respectivamente:

$$\dot{q}_r = -k\frac{\partial T}{\partial r}, \quad \dot{q}_\theta = -\frac{k}{r}\frac{\partial T}{\partial \theta}, \quad \dot{q}_\phi = -\frac{k}{r\,\text{sen}\,\theta}\frac{\partial T}{\partial \phi}$$

Para obtener las soluciones analíticas a estas ecuaciones diferenciales, se requiere un conocimiento de las técnicas de solución de las ecuaciones diferenciales parciales, lo cual está fuera del alcance de este libro introductorio. Aquí solo se consideran los casos de estado estable unidimensionales, puesto que resultan en ecuaciones diferenciales ordinarias.

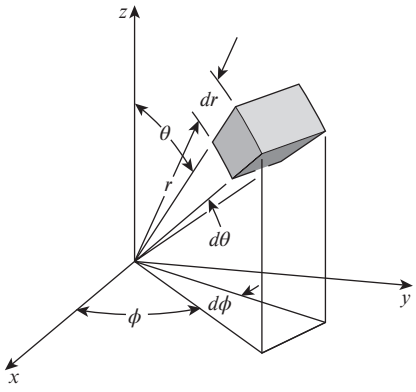


FIGURA 2-23
Elemento diferencial de volumen en coordenadas esféricas.

EJEMPLO 2-5 **Conducción de calor en un cilindro pequeño**

Un cilindro metálico pequeño de radio R y altura h se calienta en un horno a una temperatura de 600 °F y después se retira del horno y se deja enfriando a temperatura ambiente a $T_\infty = 65$ °F por convección y radiación. Si el cilindro se enfría uniformemente en todas sus superficies externas y la variación de la conductividad térmica del material con la temperatura es mínima, obtenga la ecuación diferencial que describa la variación de temperatura en el cilindro durante el proceso de enfriamiento.

SOLUCIÓN Un cilindro pequeño se enfría a temperatura ambiente. Se obtendrá la ecuación diferencial para la variación de la temperatura.

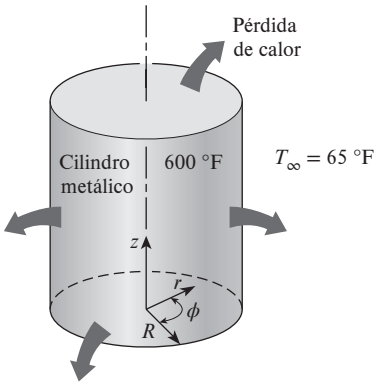


FIGURA 2-24
Esquema para el ejemplo 2-5.

Análisis El cilindro que se muestra en la figura 2-24 se encuentra primero a una temperatura uniforme y se enfría uniformemente en la dirección z de arriba hacia abajo, así como en la superficie lateral en la dirección radial r. Asimismo, la temperatura en cualquier punto del cilindro cambia con el tiempo durante el enfriamiento; se trata de un problema de conducción de calor transitorio en dos dimensiones, puesto que la temperatura dentro del cilindro cambia con las distancias radial y axial r y z y con el tiempo t; es decir, $T = T(r, z, t)$.

La conductividad térmica está dada por una constante y no se genera calor en el cilindro. La ecuación diferencial que rige la variación de temperatura en el cilindro se obtiene, en este caso, de la ecuación 2-43 haciendo que la generación de calor y las derivadas respecto a ϕ sean iguales a cero. Así se obtiene:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right)=\rho c\frac{\partial T}{\partial t}$$

En el caso de conductividad térmica constante, esta se reduce a:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

la cual es la ecuación deseada.

Discusión Las condiciones iniciales y de frontera no tienen efecto alguno en la ecuación diferencial.

2-4 ▪ CONDICIONES INICIALES Y DE FRONTERA

Las ecuaciones de conducción de calor que se acaban de describir se desarrollaron utilizando un balance de energía en una ecuación diferencial dentro del medio, y estas permanecieron sin ningún cambio sin importar las *condiciones térmicas* de las *superficies* del medio. Esto es, las ecuaciones diferenciales no proporcionan ninguna información relacionada con las condiciones en las superficies como la temperatura de la superficie o un flujo de calor específico. Sin embargo, se sabe que el flujo de calor y la distribución de temperatura de un medio dependen de las condiciones en las superficies, y la descripción de un problema de transferencia de calor en un determinado medio no está completo sin una descripción total de las condiciones térmicas en las fronteras de las superficies del medio. *Las expresiones matemáticas* de las condiciones térmicas en las fronteras reciben el nombre de **condiciones de frontera**.

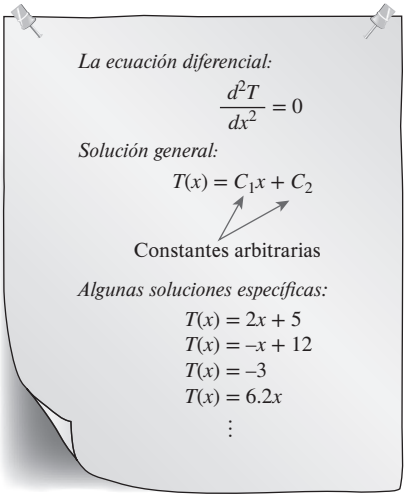


FIGURA 2-25
La solución general de una ecuación diferencial típica involucra constantes arbitrarias y, por tanto, un número infinito de soluciones.

Desde el punto de vista matemático, resolver una ecuación diferencial es, esencialmente, un proceso de *quitar derivadas* o uno de *integración*, por tanto, la solución típicamente involucra constantes arbitrarias (figura 2-25). De lo anterior se deduce que, para obtener una solución única a un problema, es necesario especificar más que la ecuación diferencial que rige al problema. Se requiere especificar algunas condiciones (por ejemplo, el valor de la función o sus derivadas para algunos valores de la variable independiente), de tal forma que forzar que la solución satisfaga dichas condiciones en puntos específicos proporcione valores únicos de las constantes arbitrarias y, por ende, una *solución única*. Sin embargo, como en una ecuación diferencial no hay cabida para información o condiciones adicionales, necesitamos proporcionarla de manera separada en la forma de condiciones iniciales o de frontera.

Considere la variación de temperatura a lo largo de una pared de una casa fabricada de ladrillos durante el invierno. La temperatura en cualquier punto de la pared depende, entre otras cosas, de las condiciones en las dos superficies de la pared, como

la temperatura del aire de la casa, la velocidad, dirección de los vientos y la energía solar incidente en la superficie exterior. Es decir, la distribución de la temperatura en un medio depende de las condiciones en las fronteras del medio, así como del mecanismo de transferencia de calor dentro del mismo. Para describir un problema de transferencia de calor, se deben proporcionar *dos condiciones de frontera* por *cada dirección* del sistema de coordenadas a lo largo del cual la transferencia de calor sea significativa (figura 2-26). Es necesario especificar *dos condiciones de frontera* en problemas en una dimensión, *cuatro condiciones de frontera* en problemas en dos dimensiones y *seis condiciones de frontera* en problemas de tres dimensiones. En el caso de la pared de una casa, por ejemplo, se especifican las condiciones en dos lugares (las superficies interiores y exteriores) de la pared, ya que la transferencia de calor, en este caso, es en una dimensión. Sin embargo, en el caso de un paralelepípedo, se especifican seis condiciones de frontera (una para cada cara) cuando la transferencia de calor en las tres dimensiones sea significativa.

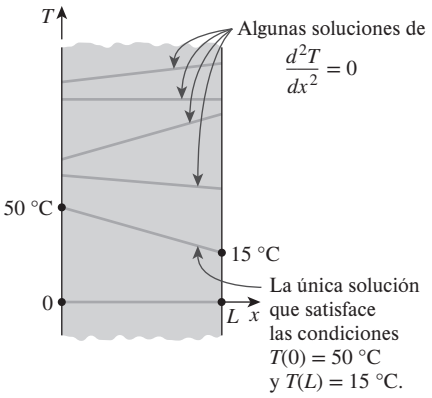


FIGURA 2-26

Para describir un problema de transferencia de calor deben proporcionarse dos condiciones de frontera para cada dirección a lo largo de la cual la transferencia de calor es significativa.

El argumento físico que se acaba de presentar es consistente con la naturaleza matemática del problema, ya que la ecuación de conducción de calor es de segundo orden (es decir, involucra segundas derivadas respecto a las variables espaciales) en todas las direcciones en las que la conducción de calor es significativa, y la solución general de una ecuación diferencial lineal de segundo orden comprende dos constantes arbitrarias en cada dirección. Esto es, el número de condiciones de frontera que necesitan especificarse en una determinada dirección es igual al orden de la ecuación diferencial en esa dirección.

Considere de nuevo la pared de ladrillo que se acaba de comentar. La temperatura en cualquier punto de la pared en un momento determinado también depende de la condición de la pared al comienzo del proceso de conducción de calor. Dicha condición, la cual por lo general se especifica en el tiempo $t = 0$, se llama **condición inicial**, es una expresión matemática de la distribución de la temperatura en el medio al inicio. Solo se necesita una condición inicial en un problema de conducción de calor, sin importar la dimensión, puesto que la ecuación de conducción es de primer orden respecto al tiempo (dicha ecuación involucra la primera derivada de la temperatura respecto al tiempo).

En coordenadas rectangulares, la condición inicial puede especificarse en la forma general como:

$$T(x, y, z, 0) = f(x, y, z) \qquad \textbf{(2-45)}$$

donde la función $f(x, y, z)$ representa la distribución de la temperatura a través del medio en el tiempo $t = 0$. Cuando el medio está primero a una temperatura uniforme T_i, la condición inicial de la ecuación 2-45 puede expresarse como $T(x, y, z, 0) = T_i$. En condiciones *estables*, la ecuación de conducción de calor no involucra ninguna derivada respecto al tiempo, por tanto, no es necesario especificar una condición inicial.

La ecuación de conducción de calor es de primer orden respecto al tiempo, y la condición inicial no involucra ninguna derivada (está limitada a una temperatura específica). Sin embargo, la ecuación de conducción de calor es de segundo orden en coordenadas espaciales, por tanto, una condición de frontera puede comprender primeras derivadas en la frontera, así como valores específicos de temperatura. Las condiciones de frontera más utilizadas son las de *temperatura específica, de flujo de calor específico, de convección y las de radiación.*

1 Condición de frontera por temperatura específica

La *temperatura* de una superficie expuesta puede medirse de manera directa y fácil. Una de las formas más fáciles de especificar las condiciones térmicas de una superficie es especificar la temperatura. Para el caso de la transferencia de calor en una

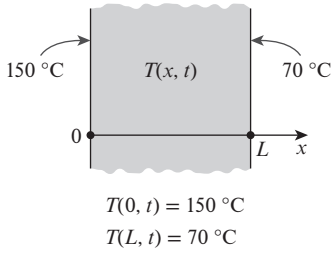


FIGURA 2-27

Condiciones de frontera de temperatura específica en ambas superficies de una pared plana.

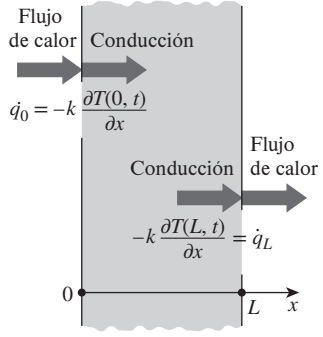


FIGURA 2-28

Condiciones de frontera de flujo de calor específicas en ambas superficies de una pared plana.

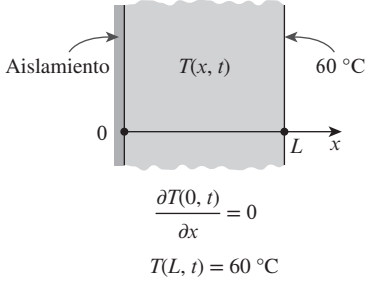


FIGURA 2-29

Pared plana con aislamiento y condiciones de frontera para temperatura específica.

dimensión a través de una pared plana de espesor L, por ejemplo, las condiciones de frontera por temperatura específica pueden expresarse como (figura 2-27):

$$T(0,t) = T_1$$
$$T(L,t) = T_2 \qquad \textbf{(2-46)}$$

donde T_1 y T_2 son las temperaturas específicas en las superficies en $x = 0$ y $x = L$, respectivamente. Las temperaturas específicas pueden ser constantes, lo cual es el caso de la conducción de calor estacionario, o pueden variar con el tiempo.

2 Condición de frontera por flujo de calor específico

Cuando existe suficiente información acerca de las interacciones energéticas en una superficie, puede ser factible determinar la razón de transferencia de calor y, por tanto, *el flujo de calor* $\dot{q}$ (razón de transferencia de calor por unidad de superficie, W/m^2) en dicha superficie, y esta información puede utilizarse como una de las condiciones de frontera. El flujo de calor en cualquier punto del medio en la dirección x positiva, incluyendo en las fronteras, puede expresarse por medio de la *ley de Fourier* de la conducción de calor como:

$$\dot{q} = -k\frac{\partial T}{\partial x} = \left(\begin{array}{c} \text{Flujo de calor en la} \\ \text{dirección } x \text{ positiva} \end{array} \right) \quad (W/m^2) \qquad \textbf{(2-47)}$$

La condición de frontera se obtiene haciendo que el flujo de calor específico sea igual a $-k(\partial T/\partial x)$ en dicha frontera. El signo del flujo de calor específico está determinado a través de la simple inspección: *positivo* si el flujo de calor es en el sentido positivo del eje coordenado, y *negativo* si es en sentido contrario. Es muy importante calcular el *signo correcto* del flujo de calor específico, ya que en caso de calcularlo de manera errónea, se invertirá el sentido de la transferencia de calor y la ganancia de calor se interpretará como pérdida de calor (figura 2-28).

Para una placa de espesor L, sometida a un flujo de calor de 50 W/m^2 en medio de dos lados, por ejemplo, las condiciones de frontera del flujo de calor especificadas pueden expresarse como

$$-k\frac{\partial T(0, t)}{\partial x} = 50 \qquad \text{y} \qquad -k\frac{\partial T(L, t)}{\partial x} = -50 \qquad \textbf{(2-48)}$$

El flujo de calor en la superficie en $x = L$ es en el sentido *negativo de x*, por tanto, es de –50 W/m^2. El sentido de las flechas del flujo de calor en $x = L$ de la figura 2-28 se tendrían que invertir.

Caso especial: frontera aislada

En la práctica, algunas superficies están aisladas para minimizar la pérdida (o ganancia) de calor a través de ellas. El aislamiento reduce la transferencia de calor; sin embargo, no lo elimina totalmente a menos que su espesor sea infinito. La transferencia de calor a través de una superficie bien aislada puede considerase como cero, puesto que el aislamiento adecuado reduce la transferencia de calor a través de una superficie a niveles prácticamente despreciables. Una superficie bien aislada puede modelarse como una superficie con un flujo de calor específico igual a cero. La condición de frontera de una superficie perfectamente aislada (en $x = 0$, por ejemplo) puede expresarse como (figura 2-29):

$$k\frac{\partial T(0, t)}{\partial x} = 0 \quad \text{o} \quad \frac{\partial T(0, t)}{\partial x} = 0 \qquad \textbf{(2-49)}$$

Es decir, *en una superficie aislada, la primera derivada de la temperatura respecto a la variable espacio (el gradiente de temperatura) en la dirección perpendicular a la superficie aislada es cero.* Lo anterior también significa que la función temperatura debe ser perpendicular a la superficie aislada, ya que la pendiente de la temperatura en la superficie debe ser igual a cero.

Otro caso especial: simetría térmica

Algunos problemas sobre transferencia de calor tienen *simetría térmica* como resultado de la simetría en condiciones térmicas impuestas. Por ejemplo, las dos superficies de una placa caliente de gran tamaño de espesor L suspendida verticalmente en el aire están sujetas a las mismas condiciones térmicas, por tanto, la distribución de temperatura en una de las mitades de la placa es la misma que la de la otra mitad. Es decir, el problema de transferencia de calor de esta placa posee simetría térmica en relación con el plano central en $x = L/2$. Asimismo, la dirección del flujo de calor en cualquier punto de la placa es hacia la superficie cercana al punto, y no existe ningún flujo de calor a través del plano central. Por tanto, dicho plano puede considerarse una superficie aislada, y la condición térmica en este plano de simetría puede expresarse como (figura 2-30):

$$\frac{\partial T(L/2, t)}{\partial x} = 0 \qquad \textbf{(2-50)}$$

la cual es parecida a la condición de frontera *aislada o de flujo de calor cero*. Este resultado también puede obtenerse a partir de un diagrama de distribución de temperatura con un máximo y pendiente igual a cero en el plano central.

En los cuerpos cilíndricos (o esféricos) que tienen simetría térmica en relación con la línea central (o punto medio), la condición de frontera de simetría térmica requiere que la primera derivada de la temperatura respecto a r (la variable radial) sea igual a cero en la línea central (o punto medio).

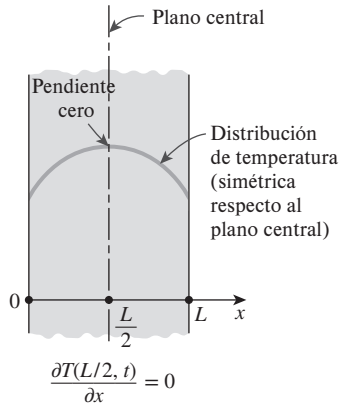


FIGURA 2-30
Condición de frontera con simetría térmica en el plano central de una pared plana.

EJEMPLO 2-6 **Condición de frontera del flujo de calor**

Una cacerola de aluminio se utiliza para cocinar estofado de carne en la parte superior de una estufa eléctrica. El fondo de la cacerola tiene $L = 0.3$ cm de espesor y un diámetro $D = 20$ cm. La unidad eléctrica de calentamiento en la parte superior consume 800 W de potencia durante la cocción y 90% del calor generado en el elemento calefactor se transfiere a la cacerola. Durante condiciones de operación estable, la temperatura de la superficie interna de la cacerola se mide y es igual a 110 °C. Exprese las condiciones de frontera del fondo de la cacerola durante el proceso de cocción.

SOLUCIÓN Considere una cacerola de aluminio sobre una estufa eléctrica. Se van a obtener las condiciones de frontera en el fondo de la cacerola.

Análisis La transferencia de calor a través del fondo de la cacerola es desde la superficie inferior hacia arriba, y puede aproximarse como si fuera en una dimensión. Consideremos la dirección perpendicular a las superficies del fondo de la cacerola como si fuera el eje x con el origen en la superficie exterior, como se muestra en la figura 2-31. Las superficies interior y exterior de la sección del fondo de la cacerola pueden representarse por $x = 0$ y $x = L$, respectivamente. Durante la operación en estado estable, la temperatura dependerá de x solamente, y $T = T(x)$.

La condición de frontera en la superficie exterior del fondo de la cacerola en $x = 0$ puede aproximarse al flujo de calor específico, ya que está establecido que 90% de los 800 W (es decir, 720 W) se transfieren a la cacerola en dicha superficie; por tanto,

$$-k\frac{dT(0)}{dx} = \dot{q}_0$$

donde

$$\dot{q}_0 = \frac{\text{Razón de transferencia de calor}}{\text{Superficie del fondo}} = \frac{0.720 \text{ kW}}{\pi(0.1 \text{ m})^2} = 22.9 \text{ kW/m}^2$$

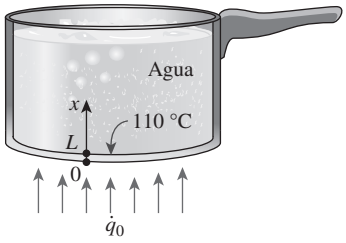


FIGURA 2-31
Esquema para el ejemplo 2-6.

La temperatura de la superficie interior del fondo de la cacerola es de 110 °C. La condición de frontera sobre esta superficie puede expresarse como:

$$T(L) = 110\ ^\circ\text{C}$$

donde $L = 0.003$ m.

Discusión Observe que la determinación de las condiciones de frontera puede requerir algún tipo de razonamiento y aproximaciones.

3 Condición de frontera por convección

La convección es quizá la condición de frontera que más se encuentra en la práctica, ya que la mayor parte de las superficies de transferencia de calor están expuestas a un ambiente con una temperatura específica. La condición de frontera por convección se basa en un *balance de energía superficial* que se puede expresar como:

$$\begin{pmatrix}\text{Conducción de calor en}\\ \text{una superficie en una}\\ \text{determinada dirección}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Convección de calor}\\ \text{en una superficie en}\\ \text{la misma dirección}\end{pmatrix}$$

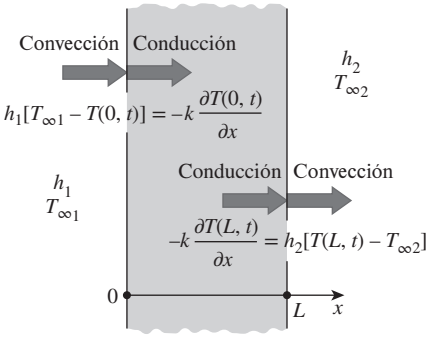


FIGURA 2-32

Condiciones de frontera de convección en las dos superficies de una pared plana.

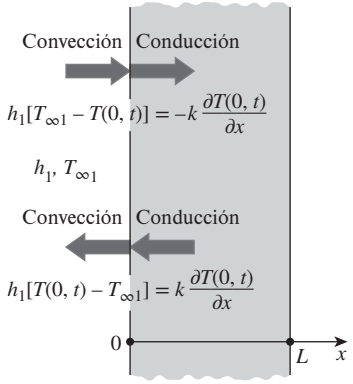


FIGURA 2-33

La dirección que se supuso para la transferencia de calor en una frontera no tiene efecto en la expresión de la condición de frontera.

Para la transferencia de calor en una dimensión en la dirección x de una placa de espesor L, las condiciones de frontera por convección en ambas superficies pueden expresarse como:

$$-k\frac{\partial T(0, t)}{\partial x} = h_1[T_{\infty 1} - T(0, t)] \qquad \textbf{(2-51a)}$$

y

$$-k\frac{\partial T(L, t)}{\partial x} = h_2[T(L, t) - T_{\infty 2}] \qquad \textbf{(2-51b)}$$

donde h_1 y h_2 son los coeficientes de transferencia de calor por convección, y $T_{\infty 1}$ y $T_{\infty 2}$ son las temperaturas del medio que rodea a los dos lados de la placa, como se muestra en la figura 2-32.

Al escribir las ecuaciones 2-51 para condiciones de frontera por convección, se seleccionó la dirección de la transferencia de calor como la dirección x positiva en ambas superficies. Sin embargo, dichas expresiones se aplican de la misma manera cuando la transferencia de calor es en la dirección opuesta en una o *ambas* superficies, puesto que la inversión del sentido de la transferencia de calor en una superficie simplemente invierte los signos de los términos de conducción y convección en dicha superficie. Lo anterior es equivalente a multiplicar una ecuación por –1, lo cual no tiene ningún efecto en la igualdad (figura 2-33). Poder seleccionar cualquier sentido como el de la transferencia de calor representa un alivio, ya que a menudo no se conoce desde el inicio la temperatura de superficie, y por tanto la dirección de la transferencia de calor en una superficie. Este argumento también es válido para otras condiciones de frontera, por ejemplo, la radiación y las condiciones de frontera combinadas, las cuales se estudiarán más adelante.

Observe que una superficie tiene un espesor igual a cero y, por tanto, no tiene masa, de modo que no puede almacenar energía. El calor neto total que entra en la superficie de un lado debe abandonar la superficie del otro lado. La condición de frontera por convección establece que el calor continúa fluyendo desde un cuerpo a su alrededor a la misma razón, y solo cambia de vehículo en la superficie de uno de conducción a otro de convección (o al revés en el caso de la otra dirección). Lo anterior es análogo a una situación en la que personas viajan en camiones en tierra

y son transferidos a barcos en la costa. Si a los pasajeros no se les permite pasearse por la playa, entonces la razón a la que las personas bajan de los camiones debe ser igual a la que abordan los barcos. A esto se le conoce como principio de "conservación de la gente".

Observe que las temperaturas de la superficies $T(0, t)$ y $T(L, t)$ no se conocen (si se conocieran, se usarían como las condiciones de frontera a una temperatura específica y no nos preocuparía por la convección). Sin embargo, la temperatura de una superficie puede determinarse una vez que la solución $T(x, t)$ se haya obtenido sustituyendo en la solución el valor de x en dicha superficie.

EJEMPLO 2-7 **Condiciones de frontera de la convección y el aislamiento**

Fluye vapor a través de la tubería que se muestra en la figura 2-34, a una temperatura promedio de $T_\infty = 200\ ^\circ C$. Los radios interno y externo de la tubería son $r_1 = 8$ cm y $r_2 = 8.5$ cm, respectivamente, y la superficie exterior de la tubería está altamente aislada. Si el coeficiente de transferencia de calor por convección en la superficie interior de la tubería es $h = 65\ W/m^2 \cdot K$, exprese las condiciones de frontera de las superficies interior y exterior de la tubería durante los periodos transitorios.

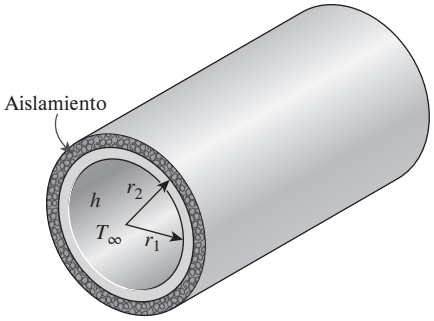


FIGURA 2-34
Esquema para el ejemplo 2-7.

SOLUCIÓN Se considera el flujo de vapor a través de una tubería aislada. El objetivo es obtener las condiciones de frontera en las superficies externa e interna de la tubería.

Análisis Durante los periodos transitorios iniciales, la transferencia de calor a través de material de la tubería es, fundamentalmente, en la dirección radial y, por tanto, puede aproximarse como si fuera en una dimensión. Por tanto, la temperatura dentro del material de la tubería cambia en función de la distancia radial r y el tiempo t; es decir, $T = T(r, t)$.

La transferencia de calor entre el vapor y la tubería en la superficie interna es por convección. Entonces, haciendo que la dirección de la transferencia de calor sea en la dirección positiva de r, la condición de frontera en dicha superficie puede expresarse como:

$$-k\frac{\partial T(r_1, t)}{\partial r} = h[T_\infty - T(r_1)]$$

La tubería está bien aislada por fuera y, por tanto, se considera despreciable la pérdida de calor a través de la superficie exterior de la tubería. Entonces, la condición de frontera en la superficie exterior puede expresarse como:

$$\frac{\partial T(r_2, t)}{\partial r} = 0$$

Discusión El gradiente de temperatura debe ser igual a cero en la superficie exterior de la tubería en todo momento.

4 Condición de frontera por radiación

En casos como los que involucran aplicaciones criogénicas o espaciales, una superficie de transferencia de calor se encuentra rodeada de un medio al vacío, por tanto, no existe ninguna transferencia de calor por convección entre una superficie y el medio que la rodea. En dichos casos, la *radiación* se convierte en el único mecanismo de transferencia de calor entre la superficie en consideración y los alrededores. Usando el balance de energía, la condición de frontera por radiación en una superficie puede expresarse como:

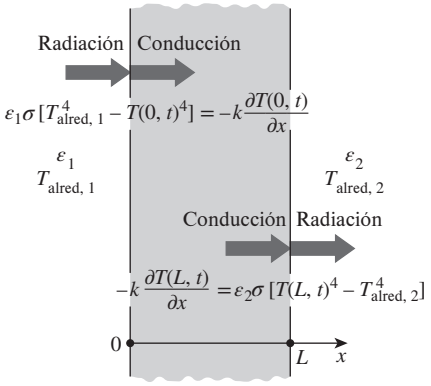


FIGURA 2-35

Condiciones de frontera de convección en las dos superficies de una pared plana.

$$\begin{pmatrix}\text{Conducción de calor en}\\ \text{la superficie en una}\\ \text{dirección específica}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Intercambio de radiación}\\ \text{en la superficie en esa}\\ \text{misma dirección}\end{pmatrix}$$

En la transferencia de calor en una dimensión en la dirección x de una placa de espesor L, las condiciones de frontera por radiación en ambas superficies pueden expresarse como (figura 2-35):

$$-k\frac{\partial T(0, t)}{\partial x} = \varepsilon_1\sigma[T^4_{\text{alred, 1}} - T(0, t)^4] \qquad \textbf{(2-52a)}$$

y

$$-k\frac{\partial T(L, t)}{\partial x} = \varepsilon_2\sigma[T(L, t)^4 - T^4_{\text{alred, 2}}] \qquad \textbf{(2-52b)}$$

donde ε_1 y ε_2 son las emisividades de las superficies de frontera, $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}$ $\text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4$ es la constante Stefan-Boltzmann, y $T_{alred,1}$ y $T_{alred,2}$ son las temperaturas promedio de las superficies que rodean los dos lados de la placa, respectivamente. Observe que las temperaturas en los cálculos de radiación deben expresarse en K o R (y no en °C o °F).

La condición de frontera de radiación involucra la cuarta potencia de la temperatura, y es una condición *no lineal*. Como consecuencia, la aplicación de esta condición da como resultado potencias de los coeficientes desconocidos, lo cual dificulta su determinación. Resulta tentador ignorar el intercambio de radiación en una superficie durante un análisis de transferencia de calor con el fin de evitar las complicaciones asociadas con la no linealidad. Lo anterior es particularmente el caso cuando la transferencia de calor en la superficie domina sobre la convección, y la función que tiene la radiación no es tan importante.

5 Condiciones de frontera en la interfase

Algunos cuerpos están formados por capas de diferentes materiales, y la resolución de un problema de transferencia de calor en dicho medio requiere la solución del problema de transferencia de calor en cada una de las capas. A su vez, esto necesita que se especifiquen las condiciones de frontera en cada *interfase*.

Las condiciones de frontera en una interfase se basan en los requerimientos siguientes 1) dos cuerpos en contacto deben tener la *misma temperatura* en el área de contacto, y 2) una interfase (la cual es una superficie) no puede almacenar energía, y *el flujo de calor* en ambos lados de la interfase *debe ser el mismo*. Las condiciones de frontera en la interfase de dos cuerpos A y B en contacto perfecto en $x = x_0$ puede expresarse como (figura 2-36):

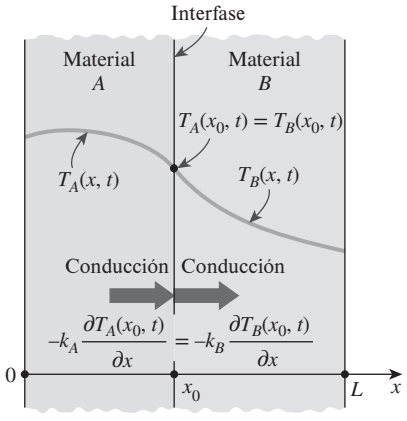


FIGURA 2-36

Condiciones de frontera en la interfase entre dos cuerpos en contacto perfecto.

$$T_A(x_0, t) = T_B(x_0, t) \qquad \textbf{(2-53)}$$

y

$$-k_A\frac{\partial T_A(x_0, t)}{\partial x} = -k_B\frac{\partial T_B(x_0, t)}{\partial x} \qquad \textbf{(2-54)}$$

donde k_A y K_B son las conductividades térmicas de las capas A y B, respectivamente. El caso de contacto imperfecto trae como consecuencia una resistencia de contacto térmico, el cual se estudia en el capítulo 3.

6 Condiciones de frontera generalizadas

Hasta el momento, se han considerado superficies sujetas a un *solo modo* de transferencia de calor, como el flujo de calor específico, la convección o la radiación. Sin

embargo, en general, una superficie puede involucrar convección, radiación *y* flujo de calor específico al mismo tiempo. La condición de frontera en dichos casos se obtiene a partir de un balance de energía en las superficies y se expresa como:

$$\begin{pmatrix}\text{Transferencia de}\\ \text{calor a la superficie}\\ \text{en todos los modos}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Transferencia de calor}\\ \text{desde la superficie}\\ \text{en todos los modos}\end{pmatrix} \qquad \textbf{(2-55)}$$

Lo anterior se ilustra en los ejemplos 2-8 y 2-9.

EJEMPLO 2-8 **Condición combinada de convección y radiación**

Se calienta una esfera metálica de radio r_0 en un horno a una temperatura de 300 °C (600 °F), después se saca del horno y se deja enfriar a una temperatura ambiente T_∞ = 25.55 °C (78 °F), como se muestra en la figura 2-37. La conductividad térmica del material de la esfera es k = 8.3 Btu/h·pie·R, y el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio de la superficie exterior es h = 4.5 Btu/h·pie^2·R. La emisividad de la superficie exterior de la esfera es ε = 0.6, y la temperatura promedio de las superficies de alrededor es T_{alred} = 525 R. Suponiendo que toda la superficie exterior de la esfera se enfría uniformemente, exprese las condiciones de frontera e iniciales del proceso de enfriamiento.

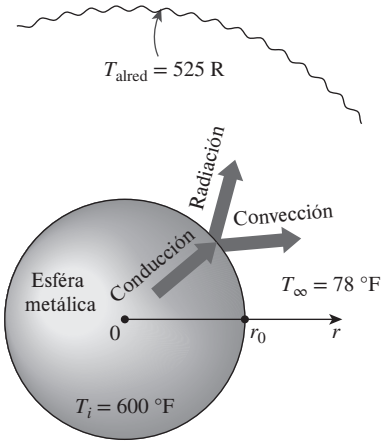


FIGURA 2-37
Esquema para el ejemplo 2-8.

SOLUCIÓN Se trata del enfriamiento de una esfera metálica caliente. Se obtendrán las condiciones iniciales y de frontera.

Análisis La esfera se encuentra primero a una temperatura uniforme y se enfría uniformemente en toda su superficie exterior; se trata de un problema de transferencia de calor transitorio en una dimensión, ya que la temperatura dentro de la esfera varía en función de la distancia radial *r* y el tiempo *t*; es decir, $T=T(r, t)$. Considerando el momento en el que la esfera se saca del horno como t = 0, la condición inicial puede expresarse como:

$$T(r, 0) = T_i = 600\ ^\circ\text{F}$$

El problema tiene simetría respecto al punto medio (r = 0), pues las isotermas en este caso son esferas concéntricas, y no hay calor cruzando el punto medio de la esfera. Por ende, la condición de frontera en el punto medio puede expresarse como:

$$\frac{\partial T(0, t)}{\partial r} = 0$$

El calor conducido hacia la superficie exterior de la esfera se pierde por convección y radiación. Considerando positiva la dirección de transferencia de calor en la dirección *r*, la condición de frontera de la superficie exterior puede expresarse como:

$$-k\frac{\partial T(r_0, t)}{\partial r} = h[T(r_0) - T_\infty] + \varepsilon\sigma[T(r_0)^4 - T_{\text{alred}}^4]$$

Discusión Todas las cantidades expresadas en las relaciones anteriores se conocen, excepto las temperaturas y sus derivadas en r = 0 y r_0. Asimismo, la parte de radiación de la condición de frontera a menudo se ignora, modificando el coeficiente de transferencia de calor por convección para tomar en cuenta la contribución de la radiación. El coeficiente de convección h en dicho caso es el coeficiente de transferencia de calor combinado.

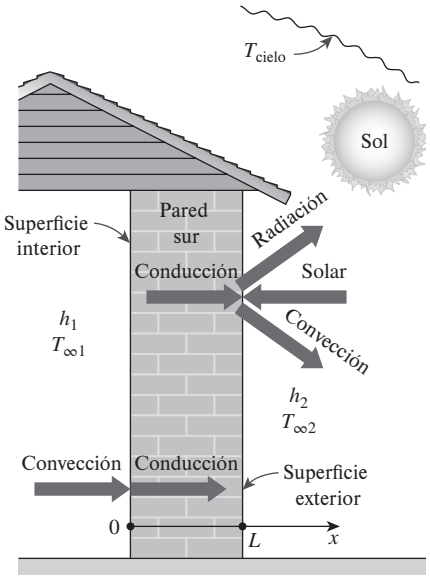


FIGURA 2-38

Esquema para el ejemplo 2-8.

EJEMPLO 2-9 **Convección, radiación y flujo de calor combinados**

Considere la pared sur de una casa que tiene un espesor de $L = 0.2$ m. La superficie exterior de la pared está expuesta a la radiación solar y tiene un coeficiente de absorción solar $\alpha = 0.5$. El interior de la casa se mantiene a $T_{\infty 1} = 20$ °C, mientras que la temperatura del aire ambiental en el exterior permanece en $T_{\infty 2} = 5$ °C. El cielo, la tierra y las superficies de las estructuras de los alrededores en esta ubicación pueden modelarse como una superficie a una temperatura efectiva de $T_{cielo} = 255$ K para el intercambio de calor en la superficie exterior. El intercambio de calor entre la superficie interior de la pared y las superficies de las paredes, piso y techo se puede considerar despreciable. Los coeficientes de transferencia de calor por convección en las superficies interior y exterior de la pared son $h_1 = 6$ W/m$^2 \cdot$K y $h_2 = 25$ W/m$^2 \cdot$K, respectivamente. La conductividad térmica del material de la pared es $k = 0.7$ W/m$\cdot$K, y la emisividad de la superficie exterior es $\varepsilon_2 = 0.9$. Si la transferencia de calor a través de la pared es estable y unidimensional, exprese las condiciones de frontera de las superficies interior y exterior de la pared.

SOLUCIÓN Se considera la pared de una casa sujeta a la radiación solar. Se obtendrán las condiciones de frontera de las superficies interior y exterior de la pared.

Análisis Se considera la dirección perpendicular a las superficies de la pared como el eje x con el origen en la superficie interior de la pared, como se muestra en la figura 2-38. La transferencia de calor a través de la pared es estable y unidimensional, la temperatura depende solo de x y no del tiempo. Es decir, $T = T(x)$.

La condición de frontera de la superficie interior de la pared en $x = 0$ es una típica condición de convección, pues no involucra ningún tipo de radiación o flujo de calor específico. Considerando la dirección positiva de x como la dirección de transferencia de calor, la condición de frontera en la superficie interior puede expresarse como:

$$-k\frac{dT(0)}{dx} = h_1[T_{\infty 1} - T(0)]$$

La condición de frontera en la superficie exterior en $x = L$ es muy general, ya que involucra conducción, convección, radiación y flujo de calor específico. Considerando la dirección x positiva como la dirección de la transferencia de calor, la condición de frontera en la superficie exterior puede expresarse como:

$$-k\frac{dT(L)}{dx} = h_2[T(L) - T_{\infty 2}] + \varepsilon_2\sigma[T(L)^4 - T_{\text{cielo}}^4] - \alpha\dot{q}_{\text{solar}}$$

donde q_{solar} es el flujo de calor solar incidente.

Discusión Se supone que la dirección opuesta de la transferencia de calor daría el mismo resultado multiplicado por –1, lo cual es equivalente a la relación anterior, todas las cantidades en dichas relaciones se conocen excepto las temperaturas y sus derivadas en las dos fronteras.

Observe que un problema de transferencia de calor puede involucrar diferentes tipos de condiciones de frontera en diferentes superficies. Por ejemplo, una placa puede estar sujeta a un *flujo de calor* en una superficie, mientras pierde o gana calor por *convección* en la otra superficie. Asimismo, las dos condiciones de frontera en una dirección pueden *especificarse en la misma frontera*, mientras en la otra frontera no se impone condición alguna. Por ejemplo, especificar la temperatura y el flujo de calor en $x = 0$ de la placa de espesor L dará como consecuencia una solución única para la distribución de temperatura estable en una dimensión de la placa, incluyendo el valor de la temperatura en la superficie $x = L$. Aunque no es necesario, no

hay ningún problema si se especifican más de dos condiciones de frontera en una dirección específica siempre y cuando no se caiga en ninguna contradicción. En este caso, las condiciones extra pueden utilizarse para verificar los resultados.

2-5 ▪ SOLUCIÓN DE PROBLEMAS UNIDIMENSIONALES DE CONDUCCIÓN DE CALOR EN RÉGIMEN ESTACIONARIO

Hasta el momento, hemos deducido las ecuaciones diferenciales de conducción de calor en varios sistemas de coordenadas y analizado las posibles condiciones de frontera. Un problema de conducción de calor puede formularse especificando la ecuación diferencial aplicable y un conjunto de condiciones de frontera apropiado.

En esta sección se resuelve una amplia variedad de problemas sobre conducción de calor en geometrías rectangulares, cilíndricas y esféricas. Nuestra atención se limitará a problemas que resulten en el planteamiento de *ecuaciones diferenciales ordinarias*, como problemas de conducción de calor *estacionarios en una dimensión*. Asimismo, supondremos una *conductividad térmica constante,* sin embargo, consideraremos conductividad variable posteriormente en este capítulo. Si usted se siente intimidado en el tema de ecuaciones diferenciales o no ha tomado un curso de ecuaciones diferenciales todavía, no se angustie. La operación de *integración simple* es todo lo que necesita para resolver los problemas de conducción de calor en una dimensión.

El procedimiento de solución para resolver problemas de conducción de calor puede resumirse en lo siguiente 1) *formular* el problema obteniendo la ecuación diferencial aplicable en su forma más simple y especificando las condiciones de frontera, 2) obtener la *solución general* de la ecuación diferencial, y 3) aplicar las *condiciones de frontera* y determinar las constantes arbitrarias en la solución general (figura 2-39). Lo anterior queda demostrado con los ejemplos siguientes.

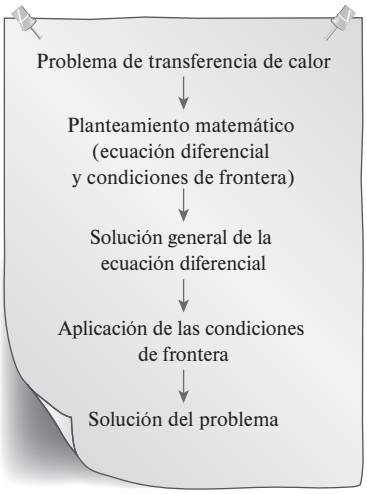


FIGURA 2-39

Pasos básicos involucrados en la solución de problemas de transferencia de calor.

EJEMPLO 2-10 **Conducción de calor en una pared plana**

Considere una pared plana de gran tamaño de espesor $L = 0.2$ m, con una conductividad térmica $k = 1.2$ W/m·K y una superficie A = 15 m^2. Los dos lados de la pared se mantienen a una temperatura constante de $T_1 = 120$ °C y $T_2 = 50$ °C, respectivamente, como se muestra en la figura 2-40. Determine *a*) la variación de temperatura dentro de la pared y el valor de la temperatura en $x = 0.1$ m, y *b*) la razón de conducción de calor a través de la pared en condiciones estables.

SOLUCIÓN Se plantea una pared plana con temperaturas específicas en sus superficies. Se deben calcular la variación de temperatura y la razón de transferencia de calor.

Suposiciones **1** La conducción de calor es estable. **2** La conducción de calor es en una dimensión, pues la pared es grande en relación con su espesor, y las condiciones térmicas en ambos lados de la pared son uniformes. **3** La conductividad térmica es constante. **4** No se genera calor.

Propiedades La conductividad térmica está dada por $k = 1.2$ W/m·K.

Análisis *a)* Si la dirección perpendicular a la superficie de la pared es la dirección *x*, la ecuación diferencial que este problema plantea puede expresarse como:

$$\frac{d^2T}{dx^2} = 0$$

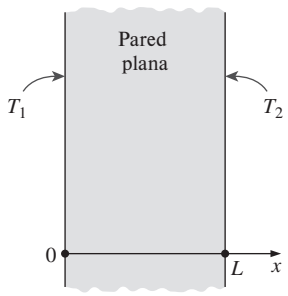


FIGURA 2-40

Esquema para el problema 2-10.

con las condiciones de frontera,

$$T(0) = T_1 = 120\ °C$$
$$T(L) = T_2 = 50\ °C$$

La ecuación diferencial es lineal y de segundo orden, y una rápida inspección de esta revela que tiene un solo término que comprende derivadas y no tiene ninguno que involucre la función desconocida *T* como factor. Por tanto, puede resolverse por integración directa. Si una integración reduce el orden de una derivada en uno, la solución general de la ecuación diferencial anterior puede obtenerse por medio de dos integraciones sucesivas simples, cada una añade una constante de integración.

Integrando la ecuación diferencial una vez respecto a *x, se* obtiene:

$$\frac{dT}{dx} = C_1$$

donde C_1 es una constante arbitraria. Observe que el orden de la derivada se redujo un grado como resultado de la integración. Como una forma de verificar, si se calcula la derivada de esta ecuación, se obtendrá la ecuación diferencial original. Esta ecuación todavía no es la solución porque involucra una derivada.

Integrando una vez más se obtendrá:

$$T(x) = C_1 x + C_2$$

que es la solución general a la ecuación diferencial (figura 2-41). La solución general en este caso recuerda a la fórmula general de una línea recta cuya pendiente es C_1 y su valor en $x = 0$ es C_2. Esto no debe sorprender, pues la segunda derivada representa el cambio de la pendiente de una función y una segunda derivada igual a cero indica que la pendiente de la función permanece constante. Por tanto, *cualquier línea recta* es una solución de esta ecuación diferencial.

La solución general contiene dos constantes desconocidas, C_1 y C_2, se necesitan dos ecuaciones para determinarlas de forma única y obtener la solución específica. Dichas ecuaciones se obtienen forzando a que la solución general satisfaga las condiciones de frontera específicas. La aplicación de cada condición genera una ecuación, es necesario especificar dos condiciones para determinar las constantes C_1 y C_2.

Cuando se aplica una condición de frontera a una ecuación*, todas las variables dependientes e independientes y cualquier derivada se reemplazan por los valores especificados.* Así que las únicas incógnitas en las ecuaciones resultantes son las constantes arbitrarias.

La primera condición de frontera puede interpretarse como en *la solución general, reemplace todas las x por cero y las T(x) por* T_1; esto es (figura 2-42):

$$T(0) = C_1 \times 0 + C_2 \quad \rightarrow \quad C_2 = T_1$$

La segunda condición de frontera puede interpretarse como *en la solución general, sustituya todas las x por L y T(x) por* T_2. Esto es,

$$T(L) = C_1 L + C_2 \quad \rightarrow \quad T_2 = C_1 L + T_1 \quad \rightarrow \quad C_1 = \frac{T_2 - T_1}{L}$$

Sustituyendo las expresiones de C_1 y C_2 en la solución general se obtiene:

$$T(x) = \frac{T_2 - T_1}{L} x + T_1 \qquad \textbf{(2-56)}$$

que es la solución deseada, pues satisface no solo a la ecuación diferencial, sino también a las dos condiciones de frontera especificadas, es decir, diferenciando la ecuación 2-56 respecto a *x* dos veces obtendremos d^2T/dx^2, la cual

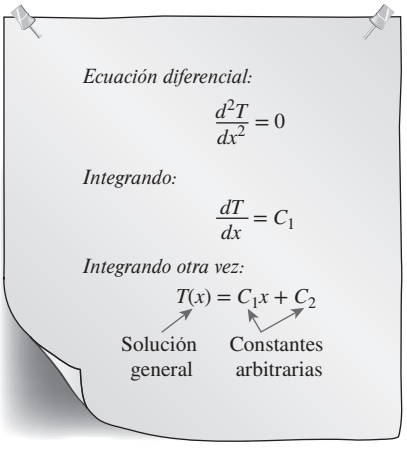


FIGURA 2-41

Obtención de la solución general de una simple ecuación diferencial de segundo orden por integración.

es la ecuación diferencial dada, y sustituyendo $x = 0$ y $x = L$ en la ecuación 2-56 nos da $T(0) = T_1$ y $T(L) = T_2$, respectivamente, las cuales son las condiciones especificadas en las fronteras.

Sustituyendo la información proporcionada, el valor de la temperatura en $x = 0.1$ m se determina de la siguiente forma:

$$T(0.1\text{ m}) = \frac{(50 - 120)\ ^\circ\text{C}}{0.2\text{ m}}(0.1\text{ m}) + 120\ ^\circ\text{C} = \mathbf{85\ ^\circ C}$$

b) La razón de la conducción de calor en cualquier punto de la pared se puede determinar a partir de la ley de Fourier de la forma siguiente:

$$\dot{Q}_{\text{pared}} = -kA\frac{dT}{dx} = -kAC_1 = -kA\frac{T_2 - T_1}{L} = kA\frac{T_1 - T_2}{L} \qquad \textbf{(2-57)}$$

El valor numérico de la razón de conducción de calor a través de la pared se determina sustituyendo los valores dados:

$$\dot{Q} = kA\frac{T_1 - T_2}{L} = (1.2\text{ W/m}\cdot\text{K})(15\text{m}^2)\frac{(120 - 50)\ ^\circ\text{C}}{0.2\text{ m}} = \mathbf{6\ 300\ W}$$

Discusión En condiciones estables, la razón de conducción de calor a través de una pared plana es constante.

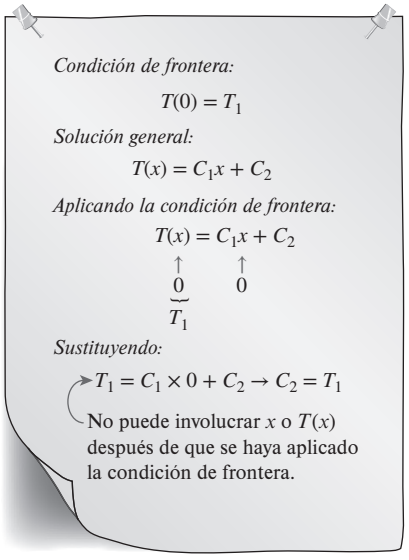


FIGURA 2-42

Cuando se aplica una condición de frontera a la solución general en un determinado punto, todas las variables dependientes e independientes deben reemplazarse por sus valores específicos en dicho punto.

EJEMPLO 2-11 **Una pared con varios conjuntos de condiciones de frontera**

Considere conducción de calor estable en una pared plana y grande de espesor L y conductividad térmica constante k sin generación de calor. Obtenga expresiones para la variación de temperatura dentro de la pared tomando en cuenta los pares de condiciones de frontera siguientes (figura 2-43):

$$(a)\ -k\frac{dT(0)}{dx} = \dot{q}_0 = 40\text{ W/cm}^2 \quad \text{y} \quad T(0) = T_0 = 15\ ^\circ\text{C}$$

$$(b)\ -k\frac{dT(0)}{dx} = \dot{q}_0 = 40\text{ W/cm}^2 \quad \text{y} \quad -k\frac{dT(L)}{dx} = \dot{q}_L = -25\text{ W/cm}^2$$

$$(c)\ -k\frac{dT(0)}{dx} = \dot{q}_0 = 40\text{ W/cm}^2 \quad \text{y} \quad -k\frac{dT(L)}{dx} = \dot{q}_L = \dot{q}_0 = 40\text{ W/cm}^2$$

SOLUCIÓN Se considera estable la conducción de calor en una pared plana y grande. Se determinará la variación de temperatura para diferentes grupos de condiciones de frontera.

Análisis Se trata de un problema de conducción de calor estable en una dimensión con conducción térmica constante y sin generación de calor en el medio. La ecuación de conducción de calor en este caso puede expresarse como (ecuación 2-17),

$$\frac{d^2T}{dx^2} = 0$$

cuya solución general se determinó en el ejemplo anterior por integración directa como:

$$T(x) = C_1x + C_2$$

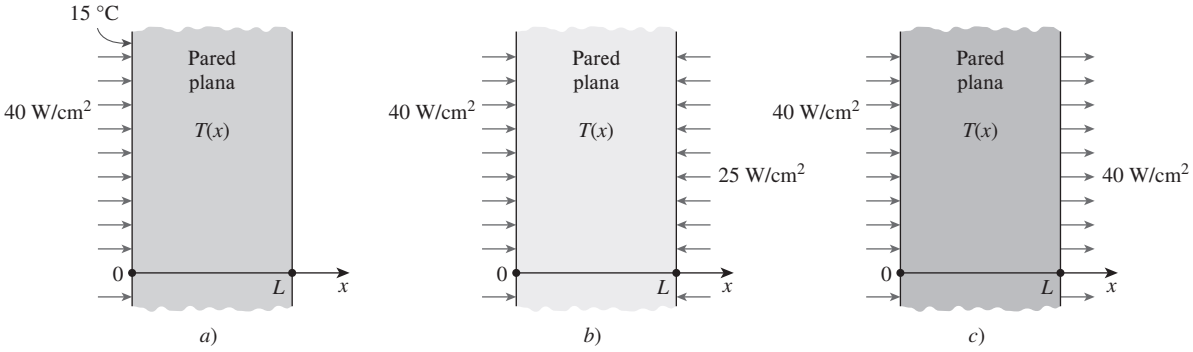


FIGURA 2-43
Esquema para el ejemplo 2-11.

donde C_1 y C_2 son dos constantes de integración arbitrarias. Las soluciones particulares correspondientes a cada par de condiciones de frontera se determinan de la manera siguiente:

a) Ambas condiciones de frontera se especifican en la misma frontera en $x = 0$, y no se especifica ninguna condición de frontera en la otra frontera en $x = L$. Observando que:

$$\frac{dT}{dx} = C_1$$

la aplicación de las condiciones de frontera dan:

$$-k\frac{dT(0)}{dx} = \dot{q}_0 \quad \rightarrow \quad -kC_1 = \dot{q}_0 \quad \rightarrow \quad C_1 = -\frac{\dot{q}_0}{k}$$

y

$$T(0) = T_0 \quad \rightarrow \quad T_0 = C_1 \times 0 + C_2 \quad \rightarrow \quad C_2 = T_0$$

Sustituyendo, se determina que la solución específica en este caso es:

$$T(x) = -\frac{\dot{q}_0}{k}x + T_0$$

Las dos condiciones de frontera pueden especificarse en la misma frontera y no es necesario especificarlas en lugares diferentes. De hecho, el teorema fundamental de las ecuaciones diferenciales ordinarias lineales garantiza que existe una solución única cuando ambas condiciones se especifican en el mismo punto. Sin embargo, dicha garantía no existe cuando las dos condiciones se especifican en fronteras diferentes, como se podrá observar más adelante.

b) Se especifican flujos de calor diferentes en las dos fronteras. La aplicación de las condiciones de frontera nos da,

$$-k\frac{dT(0)}{dx} = \dot{q}_0 \quad \rightarrow \quad -kC_1 = \dot{q}_0 \quad \rightarrow \quad C_1 = -\frac{\dot{q}_0}{k}$$

y

$$-k\frac{dT(L)}{dx} = \dot{q}_L \quad \rightarrow \quad -kC_1 = \dot{q}_L \quad \rightarrow \quad C_1 = -\frac{\dot{q}_L}{k}$$

Puesto que $\dot{q}_o \neq \dot{q}_L$ y la constante C_1 no puede ser igual a dos cosas simultáneamente, ***no hay solución en este caso***. Esto no es de sorprender, pues este caso corresponde a suministrar calor a la pared plana desde ambos lados y esperar que la temperatura de la pared permanezca estable (que no cambie con el tiempo). Lo anterior es imposible.

c) Se especifican los mismos valores de flujo de calor en las dos fronteras. La aplicación de las condiciones de frontera da:

$$-k\frac{dT(0)}{dx} = \dot{q}_0 \quad \rightarrow \quad -kC_1 = \dot{q}_0 \quad \rightarrow \quad C_1 = -\frac{\dot{q}_0}{k}$$

y

$$-k\frac{dT(L)}{dx} = \dot{q}_L \quad \rightarrow \quad -kC_1 = \dot{q}_L \quad \rightarrow \quad C_1 = -\frac{\dot{q}_L}{k}$$

Por tanto, ambas condiciones dan como consecuencia el mismo valor de la constante C_1; sin embargo, ningún valor de C_2. Sustituyendo, la solución específica en este caso está determinada por:

$$T(x) = -\frac{\dot{q}_0}{k}x + C_2$$

la cuales no es una solución única, ya que C_2 es arbitraria.

Discusión La última solución representa una familia de líneas rectas cuya pendiente es $-\dot{q}_0/k$. Físicamente, este problema es equivalente a hacer que la razón a la cual el calor suministrado a la pared en $x = 0$, sea igual a la razón con la que se rechaza desde el otro lado de la pared en $x = L$. Esta es una consecuencia de que la conducción de calor a través de la pared sea estacionaria y, por tanto, la segunda condición de frontera no proporcione nueva información. Así que no sorprende que la solución no sea única. Los tres casos analizados se resumen en la figura 2-44.

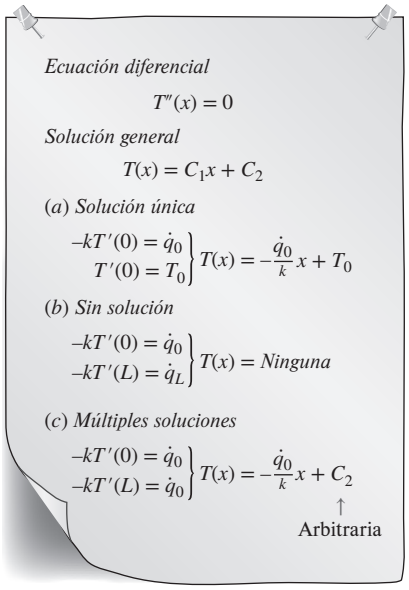


FIGURA 2-44

Un problema con valor en la frontera puede tener una solución única, un número infinito de soluciones o ninguna solución.

EJEMPLO 2-12 Conducción de calor en la placa de la base de una plancha

Considere la placa de la base de una plancha doméstica de 1 200 W que tiene un espesor de $L = 0.5$ cm, un área de la base $A = 300$ cm^2 y una conductividad térmica $k = 15$ W/m·K. La superficie interior de la base está sujeta a un flujo de calor uniforme generado por los calentadores de resistencia dentro de la plancha, y la superficie exterior pierde calor al medio ambiente a $T_\infty = 20$ °C por convección, como se muestra en la figura 2-45. Considerando que el coeficiente de transferencia de calor por convección es $h = 80$ W/m^2·K y despreciando la pérdida de calor por radiación, obtenga una expresión para la variación de temperatura en la placa de la base y calcule las temperaturas en las superficies interior y exterior.

SOLUCIÓN Se trata de la placa de la base de una plancha. Se obtendrán la variación de la temperatura en la placa y las temperaturas de las superficies.

Suposiciones **1** La transferencia de calor es estable, pues no hay ningún cambio en el tiempo. **2** La transferencia de calor es unidimensional, ya que la superficie de la base de la plancha es grande en relación con su espesor y las condiciones térmicas en ambos lados es uniforme. **3** La conductividad térmica es constante. **4** No se genera calor en el medio. **5** La transferencia de calor por radiación es despreciable. **6** La parte superior de la plancha está bien aislada, de tal forma que todo el calor generado en los alambres de la resistencia se transfiere a la placa de la base de la plancha a través de su superficie interior.

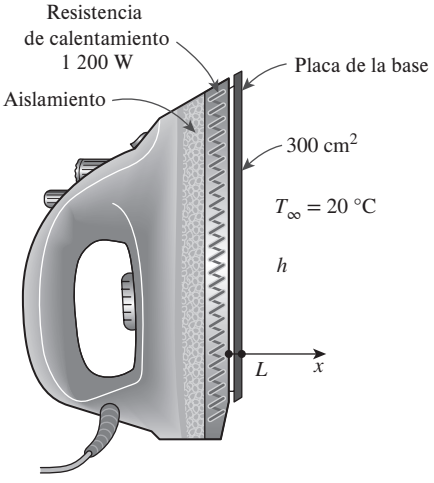


FIGURA 2-45

Esquema para el ejemplo 2-12.

Propiedades La conductividad térmica está dada por $k = 15$ W/m · K.

Análisis La superficie interior de la placa de la base está sujeta a un flujo de calor uniforme a una razón de:

$$\dot{q}_0 = \frac{\dot{Q}_0}{A_{\text{base}}} = \frac{1\,200\,\text{W}}{0.03\ \text{m}^2} = 40\,000\ \text{W/m}^2$$

La superficie exterior de la placa está sujeta a la condición de convección. Considerando la dirección perpendicular a la superficie de la pared como la dirección en x con su origen en la superficie interior, la ecuación diferencial que plantea este problema se puede expresar como (figura 2-46):

$$\frac{d^2T}{dx^2} = 0$$

con las condiciones de frontera:

$$-k\frac{dT(0)}{dx} = \dot{q}_0 = 40\,000\ \text{W/m}^2$$

$$-k\frac{dT(L)}{dx} = h[T(L) - T_\infty]$$

La solución general de la ecuación diferencial se obtiene por medio de dos integraciones sucesivas como:

$$\frac{dT}{dx} = C_1$$

y

$$T(x) = C_1x + C_2 \qquad \textbf{(a)}$$

donde C_1 y C_2 son constantes arbitrarias. Aplicando la primera condición de frontera:

$$-k\frac{dT(0)}{dx} = \dot{q}_0 \quad \rightarrow \quad -kC_1 = \dot{q}_0 \ \rightarrow\ C_1 = -\frac{\dot{q}_0}{k}$$

Observando que $dT/dx = C_1$ y $T(L) = C_1L + C_2$, la aplicación de la segunda condición de frontera da:

$$-k\frac{dT(L)}{dx} = h[T(L) - T_\infty] \quad \rightarrow \quad -kC_1 = h[(C_1L + C_2) - T_\infty]$$

Sustituyendo $C_1 = -\dot{q}_0/k$ y despejando C_2, se obtiene:

$$C_2 = T_\infty + \frac{\dot{q}_0}{h} + \frac{\dot{q}_0}{k}L$$

Ahora se sustituyen C_1 y C_2 en la solución general (*a*) obteniendo:

$$T(x) = T_\infty + \dot{q}_0\left(\frac{L - x}{k} + \frac{1}{h}\right) \qquad \textbf{(b)}$$

la cual es la solución de la variación de la temperatura en la placa. Las temperaturas en las superficies interior y exterior de la placa se determinan sustituyendo $x = 0$ y $x = L$, respectivamente, en la relación (*b*):

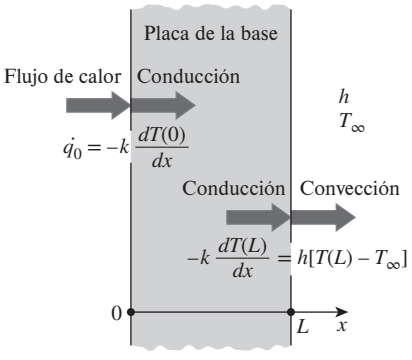


FIGURA 2-46

Condiciones de frontera en la placa de la base de la plancha que se estudia en el ejemplo 2-12.

$$T(0) = T_\infty + \dot{q}_0\left(\frac{L}{k} + \frac{1}{h}\right)$$

$$= 20\ ^\circ\text{C} + (40\,000\ \text{W/m}^2)\left(\frac{0.005\ \text{m}}{15\ \text{W/m}\cdot\text{K}} + \frac{1}{80\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}}\right) = \mathbf{533\ ^\circ C}$$

y

$$T(L) = T_\infty + \dot{q}_0\left(0 + \frac{1}{h}\right) = 20\ ^\circ\text{C} + \frac{40{,}000\ \text{W/m}^2}{80\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}} = \mathbf{520\ ^\circ C}$$

Discusión Observe que la temperatura de la superficie interior de la placa de la base es de 13 °C más elevada que la de la temperatura de la superficie exterior cuando se alcanzan las condiciones de operación estables. También observe que este análisis de transferencia de calor permite calcular las temperaturas de las superficies que inclusive no podemos alcanzar. Estos ejemplos demuestran que tanto el flujo de calor como las condiciones de frontera por convección se aplican en problemas de transferencia de calor.

PtD ***EJEMPLO 2-13*** **Prevención de riesgo contra incendio por fuga de petróleo en la superficie de un motor caliente**

La superficie exterior de un motor se encuentra en un lugar donde puede ocurrir una fuga de petróleo. Algunos tipos de combustible tienen temperaturas de autoencendido de 250 °C aproximadamente. Cuando el petróleo se pone en contacto con la superficie de un motor caliente que está a una temperatura mayor que su temperatura de ignición, el petróleo se enciende de modo espontáneo. Considerando que la carcasa de motor es una pared plana, la superficie interior ($x = 0$) está sujeta a un flujo de calor de 6 kW/m^2, como se muestra en la figura 2-47. La carcasa del motor ($k = 13.5$ W/m$^2\cdot$K) tiene un espesor de 1 cm y la superficie exterior ($x = L$) está expuesta a un ambiente donde el aire está a 35 °C con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 20 W/m$^2\cdot$K. Para evitar el riesgo de incendio en caso de que el petróleo que se fugó se ponga en contacto con la superficie caliente del motor, la temperatura de la superficie del motor debe mantenerse por debajo de 200 °C. Determine la variación de temperatura en la carcasa del motor y la temperatura en las superficies interior y exterior. ¿Está la temperatura de la superficie exterior del motor por debajo de la temperatura de autoignición?

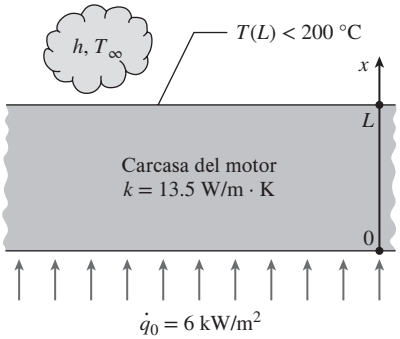


FIGURA 2-47
Esquema para el ejemplo 2-13.

SOLUCIÓN En este ejemplo, los conceptos de prevención mediante el diseño (PtD) se aplican en conjunto con la solución de un problema de conducción de calor estable en una dimensión. La superficie exterior del motor está expuesta a un ambiente donde el aire se encuentra a 35 °C con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 20 W/m$^2\cdot$K. La superficie interior del motor está sujeta a un flujo de calor de 6 kW/m^2. Se determinará la variación de temperatura en la carcasa del motor y la temperatura de las superficies interior y exterior del motor. Para evitar riesgo por la presencia de fuego si el petróleo derramado se pone en contacto con la superficie caliente del motor, la temperatura de la superficie exterior de este debe mantenerse por debajo de los 200 °C.

Suposiciones **1** La conducción de calor es estable y en una dimensión. **2** La conductividad térmica es constante. **3** No se genera calor en la carcasa del motor (pared plana). **4** La superficie interior en $x = 0$ está sujeta a un flujo de calor uniforme mientras la superficie exterior $x = L$ está sujeta a convección.

Propiedades La conductividad térmica de la carcasa del motor está dada por $k = 13.5$ W/m · K.

Análisis Considerando la dirección perpendicular a la superficie de la pared como la dirección x con $x = 0$ en la superficie interior, la formulación matemática puede expresarse como:

$$\frac{d^2T}{dx^2} = 0$$

con condiciones de frontera,

$$-k\frac{dT(0)}{dx} = \dot{q}_0$$
$$-k\frac{dT(L)}{dx} = h[T(L) - T_\infty]$$

Integrando la ecuación diferencial dos veces respecto a x se obtiene:

$$\frac{dT}{dx} = C_1$$
$$T(x) = C_1 x + C_2$$

donde C_1 y C_2 son constantes arbitrarias. Aplicando la primera condición de frontera se obtiene:

$$-k\frac{dT(0)}{dx} = \dot{q}_0 \quad \rightarrow \quad -kC_1 = \dot{q}_0 \quad \rightarrow \quad C_1 = -\frac{\dot{q}_0}{k}$$

La aplicación de la segunda condición de frontera da:

$$-k\frac{dT(L)}{dx} = h[T(L) - T_\infty] \quad \rightarrow \quad -kC_1 = h(C_1 L + C_2 - T_\infty)$$

Sustituyendo $C_1 = -\dot{q}_0/k$ y despejando C_2, se obtiene:

$$C_2 = -C_1\left(\frac{k}{h} + L\right) + T_\infty = \frac{\dot{q}_0}{k}\left(\frac{k}{h} + L\right) + T_\infty$$

Ahora, sustituyendo C_1 y C_2 en la solución general, la variación de temperatura es:

$$T(x) = \frac{\dot{q}_0}{k}\left(\frac{k}{h} + L - x\right) + T_\infty$$

La temperatura en $x = 0$ (la superficie interior) es:

$$T(0) = \frac{\dot{q}_0}{k}\left(\frac{k}{h} + L\right) + T_\infty = \frac{6\,000 \text{W/m}^2}{13.5 \text{ W/m} \cdot \text{K}}\left(\frac{13.5 \text{ W/m} \cdot \text{K}}{20 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}} + 0.010 \text{ m}\right) + 35 \text{ °C}$$

$$= \mathbf{339\ °C}$$

La temperatura en $x = L = 0.01$ m (la superficie exterior) es:

$$T(L) = \frac{\dot{q}_0}{h} + T_\infty = \frac{6\,000 \text{ W/m}^2}{20 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}} + 35 \text{ °C} = \mathbf{335\ °C}$$

Discusión La temperatura de la superficie exterior del motor es 135 °C mayor que la temperatura segura de 200 °C. La superficie exterior del motor deberá protegerse con un aislamiento protector para evitar un riesgo de incendio cuando haya una fuga de petróleo.

EJEMPLO 2-14 **Conducción de calor en una pared calentada por el Sol**

Considere una pared plana y grande con un espesor de $L = 0.06$ m y conductividad térmica $k = 1.2$ W/m·K en el espacio. La pared está cubierta con azulejos de porcelana blancos que tienen una emisividad $\varepsilon = 0.85$ y una absorción solar $\alpha = 0.26$, como se muestra en la figura 2-48. La superficie interior de la pared se mantiene a $T_1 = 300$ K en todo momento, mientras la superficie exterior está expuesta a la radiación solar incidente a una intensidad $\dot{q}_{solar} = 800$ W/m^2. La superficie exterior también está perdiendo calor por radiación hacia el espacio profundo a 0 °K. Determine la temperatura de la superficie exterior de la pared y la razón de transferencia de calor a través de la pared cuando se alcancen las condiciones de operación estables. ¿Cuál sería su respuesta si no hubiera ninguna radiación incidente sobre la superficie?

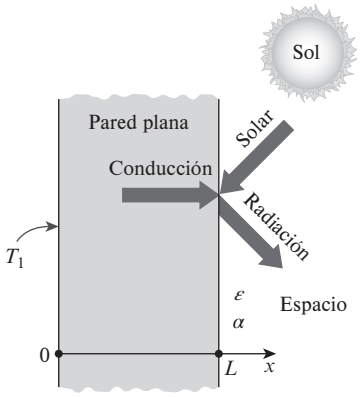


FIGURA 2-48
Esquema para el ejemplo 2-14.

SOLUCIÓN Una pared plana en el espacio está sujeta a una temperatura específica en uno de sus lados y a radiación solar en el otro. Se calcularán la temperatura en la superficie exterior y la razón de transferencia de calor.

Suposiciones **1** La transferencia de calor es estable, pues no existe ningún cambio respecto al tiempo. **2** La transferencia de calor es en una dimensión, ya que la pared es grande en relación con su espesor y las condiciones térmicas en ambos lados de la pared son uniformes. **3** La conductividad térmica es constante. **4** No hay generación de calor.

Propiedades La conductividad térmica está dada por $k = 1.2$ W/m·K.

Análisis Considerando la dirección perpendicular a la superficie de la pared como la dirección x con su origen en la superficie interior, la ecuación diferencial para este problema puede expresarse como:

$$\frac{d^2T}{dx^2} = 0$$

con las condiciones de frontera:

$$T(0) = T_1 = 300 \text{ K}$$
$$-k\frac{dT(L)}{dx} = \varepsilon\sigma[T(L)^4 - T_{\text{espacio}}^4] - \alpha\dot{q}_{\text{solar}}$$

donde $T_{espacio} = 0$. La solución general a la ecuación diferencial se obtiene mediante dos integraciones sucesivas:

$$T(x) = C_1x + C_2 \qquad \textbf{(a)}$$

donde C_1 y C_2 son constantes arbitrarias. Aplicando la primera condición de frontera se obtiene:

$$T(0) = C_1 \times 0 + C_2 \;\rightarrow\; C_2 = T_1$$

Observando que $dT/dx = C_1$ y $T(L) = C_1L + C_2 = C_1L + T_1$, la aplicación de la segunda condición de frontera da:

$$-k\frac{dT(L)}{dx} = \varepsilon\sigma T(L)^4 - \alpha\dot{q}_{\text{solar}} \quad\rightarrow\quad -kC_1 = \varepsilon\sigma(C_1L + T_1)^4 - \alpha\dot{q}_{\text{solar}}$$

A pesar de que C_1 es la única incógnita en esta ecuación, es imposible obtener una expresión explícita debido a que la ecuación es no lineal, por tanto, no se puede obtener una expresión en forma cerrada de la distribución de la temperatura. Esto debe explicar por qué hacemos un gran esfuerzo para evitar no linealidades en el análisis, como las que están asociadas con la radiación.

Soportemos este argumento un poco y denotemos la temperatura de la superficie exterior como $T(L) = T_L$ en lugar de $T(L) = C_1L + T_1$. La aplicación de la segunda condición de frontera en este caso da:

(1) *Reordene la ecuación por resolver*

$$T_L = 310.4 - 0.240975\left(\frac{T_L}{100}\right)^4$$

La ecuación se encuentra en su forma apropiada, ya que el primer miembro consiste en el término T_L solamente.

(2) *Suponga el valor de T_L, digamos 300 K y sustituya en el segundo miembro de la ecuación. Esto da:*

$$T_L = 290.2 \text{ K}$$

(3) *Ahora sustituya este valor de T_L en el segundo miembro de la ecuación y se obtiene:*

$$T_L = 293.1 \text{ K}$$

(4) *Repita el paso* (3) *hasta que llegue a la convergencia con la precisión deseada. Las iteraciones subsecuentes darán:*

$$T_L = 292.6 \text{ K}$$
$$T_L = 292.7 \text{ K}$$
$$T_L = 292.7 \text{ K}$$

La solución es $T_L = 292.7$K. El resultado es independiente del valor inicial propuesto.

FIGURA 2-49

Un método simple para resolver una ecuación no lineal consiste en ordenar los términos de la ecuación de tal manera que la incógnita aparezca sola en el miembro izquierdo de la ecuación, mientras todo lo demás esté en el lado derecho y en iterar después de haber efectuado una aproximación inicial hasta llegar a la convergencia.

$$-k\frac{dT(L)}{dx} = \varepsilon\sigma T(L)^4 - \alpha\dot{q}_{\text{solar}} \rightarrow -kC_1 = \varepsilon\sigma T_L^4 - \alpha\dot{q}_{\text{solar}}$$

Despejando C_1 se obtiene:

$$C_1 = \frac{\alpha\dot{q}_{\text{solar}} - \varepsilon\sigma T_L^4}{k} \quad \textbf{(b)}$$

Ahora, sustituyendo C_1 y C_2 en la solución general (*a*), se obtiene:

$$T(x) = \frac{\alpha\dot{q}_{\text{solar}} - \varepsilon\sigma T_L^4}{k}x + T_1 \quad \textbf{(c)}$$

que es la solución de la variación de la temperatura en la pared en términos de la temperatura de la superficie exterior desconocida T_L. En $x = L$, da:

$$T_L = \frac{\alpha\dot{q}_{\text{solar}} - \varepsilon\sigma T_L^4}{k}L + T_1 \quad \textbf{(d)}$$

que es una relación implícita de la temperatura de la superficie exterior T_L. Sustituyendo los valores dados se obtiene:

$$T_L = \frac{0.26 \times (800 \text{ W/m}^2) - 0.85 \times (5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4)T_L^4}{1.2 \text{ W/m} \cdot \text{K}}(0.06\text{m}) + 300 \text{ K}$$

la cual se simplifica en:

$$T_L = 310.4 - 0.240975\left(\frac{T_L}{100}\right)^4$$

Esta ecuación puede resolverse por medio de uno de los solucionadores de ecuaciones no lineales (o por medio del antiguo método de prueba y error) dando un resultado (figura 2-49):

$$T_L = \mathbf{292.7 \text{ K}}$$

Conociendo la temperatura de la superficie externa y sabiendo que esta debe permanecer constante en condiciones estables, la distribución de temperatura de la pared puede determinarse sustituyendo este valor de T_L en la ecuación *(c)*:

$$T(x) = \frac{0.26 \times (800 \text{ W/m}^2) - 0.85 \times (5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4)(292.7 \text{ K})^4}{1.2 \text{ W/m} \cdot \text{K}}x + 300 \text{ K}$$

que simplificada queda:

$$T(x) = (-121.5 \text{ K/m})x + 300 \text{ mK}$$

La temperatura de la superficie exterior es menor que la de la superficie interior. Por tanto, la transferencia de calor a través de la pared es hacia afuera, a pesar de la absorción de la radiación solar por parte de la superficie exterior. Conociendo la temperatura de las superficies interior y exterior de la pared, se puede determinar la razón estable de conducción de calor a través de la pared, por medio de:

$$\dot{q} = k\frac{T_1 - T_L}{L} = (1.2 \text{ W/m} \cdot \text{K})\frac{(300 - 292.7) \text{ K}}{0.06 \text{ m}} = \mathbf{146 \text{ W/m}^2}$$

Discusión En caso de no existir radiación solar, la temperatura de la superficie exterior, determinada a partir de la ecuación (*d*), haciendo que $\dot{q}_{\text{solar}} = 0$, es $T_L = \mathbf{284.3 \text{ K}}$. Es interesante observar que la energía solar inci-

dente sobre la superficie provoca que la temperatura de la superficie se incremente a 8 K aproximadamente, solo cuando la temperatura de la superficie interior de la pared se mantiene en 300 K.

EJEMPLO 2-15 **Pérdida de calor a través de una tubería de vapor**

Considere una tubería de vapor de longitud $L = 20$ m, radio interior $r_1 = 6$ cm, radio exterior $r_2 = 8$ cm y conductividad térmica $k = 20$ W/m·K, como se muestra en la figura 2-50. Las superficies interior y exterior de la tubería se mantienen a temperaturas promedio de $T_1 = 150$ °C y $T_2 = 60$ °C, respectivamente. Obtenga una relación general de la distribución de temperaturas dentro de la tubería en condiciones estables y determine la razón de pérdida de calor del vapor que circula a través de la tubería.

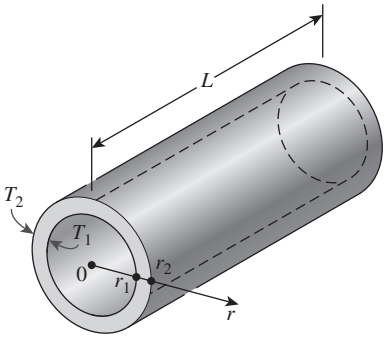


FIGURA 2-50
Esquema para el ejemplo 2-14.

SOLUCIÓN Una tubería de vapor está sujeta a temperaturas específicas en sus superficies. Se calcularán la variación de temperatura y la razón de transferencia de calor.

Suposiciones **1** La transferencia de calor es estable puesto que no existen cambios con respecto al tiempo. **2** La transferencia de calor es unidimensional, ya que hay simetría térmica respecto a la línea central, y no se presenta ninguna variación en la dirección axial, por tanto, $T = T(r)$. **3** La conductividad térmica es constante. **4** No hay generación de calor.

Propiedades La conductividad térmica está dada por $k = 20$ W/m·K.

Análisis El planteamiento matemático de este problema puede expresarse como:

$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) = 0$$

con condiciones de frontera:

$$T(r_1) = T_1 = 150\ ^\circ\text{C}$$
$$T(r_2) = T_2 = 60\ ^\circ\text{C}$$

Integrando la ecuación diferencial una vez respecto a r se obtiene:

$$r\frac{dT}{dr} = C_1$$

donde C_1 es una constante arbitraria. Ahora se dividen ambos lados de esta ecuación entre r para presentarla en una forma que pueda integrarse fácilmente:

$$\frac{dT}{dr} = \frac{C_1}{r}$$

Integrando de nuevo respecto a r se obtiene (figura 2-51):

$$T(r) = C_1 \ln r + C_2 \qquad \textbf{(a)}$$

Ahora aplicamos condiciones de frontera reemplazando todas las r y $T(r)$ en la ecuación (*a*) con los valores específicos en las fronteras. Así se obtiene:

$$T(r_1) = T_1 \quad \rightarrow \quad C_1 \ln r_1 + C_2 = T_1$$
$$T(r_2) = T_2 \quad \rightarrow \quad C_1 \ln r_2 + C_2 = T_2$$

Ecuación diferencial

$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) = 0$$

Integrando

$$r\frac{dT}{dr} = C_1$$

Dividiendo entre r ($r \neq 0$):

$$\frac{dT}{dr} = \frac{C_1}{r}$$

Integrando de nuevo

$$T(r) = C_1 \ln r + C_2$$

la cual es la solución general.

FIGURA 2-51
Pasos básicos para la solución de la ecuación de conducción de calor unidimensional estable en coordenadas cilíndricas.

las cuales son dos ecuaciones con dos incógnitas, C_1 y C_2. Al resolver este sistema de ecuaciones simultáneas se obtiene:

$$C_1 = \frac{T_2 - T_1}{\ln(r_2/r_1)} \quad \text{y} \quad C_2 = T_1 - \frac{T_2 - T_1}{\ln(r_2/r_1)} \ln r_1$$

Al sustituirlas en la ecuación (*a*) y agrupando, se calcula la variación de la temperatura dentro de la tubería:

$$T(r) = \frac{\ln(r/r_1)}{\ln(r_2/r_1)}(T_2 - T_1) + T_1 \qquad \textbf{(2-58)}$$

La razón de pérdida de calor del vapor es simplemente la razón total de conducción de calor a través de la tubería, y se calcula por medio de la ley de Fourier como:

$$\dot{Q}_{\text{cilindro}} = -kA\frac{dT}{dr} = -k(2\pi rL)\frac{C_1}{r} = -2\pi kL\,C_1 = 2\pi kL\frac{T_1 - T_2}{\ln(r_2/r_1)} \qquad \textbf{(2-59)}$$

El valor numérico de la razón de conducción de calor a través de la tubería se calcula sustituyendo los valores dados:

$$\dot{Q} = 2\pi(20\ \text{W/m}\cdot\text{K})(20\ \text{m})\frac{(150 - 60)\,^\circ\text{C}}{\ln(0.08/0.06)} = \mathbf{786\ kW}$$

Discusión La razón total de transferencia de calor a través de la tubería es constante; sin embargo, el flujo de calor $\dot{q} = \dot{Q}/(2\pi rL)$ no lo es, pues este disminuye en la dirección de la transferencia de calor al aumentar el radio de la tubería.

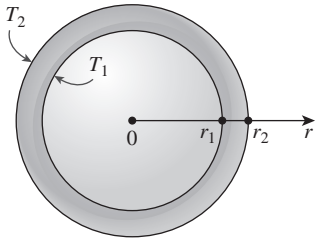


FIGURA 2-52
Esquema para el ejemplo 2-16.

EJEMPLO 2-16 **Conducción de calor a través de una carcasa esférica**

Considere un contenedor esférico de radio interior $r_1 = 8$ cm, radio exterior $r_2 = 10$ cm y conductividad térmica $k = 45$ W/m·K, como el que se muestra en la figura 2-52. Las superficies interior y exterior del contenedor se mantienen a las temperaturas constantes $T_1 = 200$ °C y $T_2 = 80$ °C, respectivamente, como resultado de varias reacciones químicas que se presentan dentro de la carcasa. Obtenga una ecuación general de la distribución de la temperatura dentro de la carcasa en condiciones estables y determine la razón de pérdida de calor del contenedor.

SOLUCIÓN Un contenedor esférico está sujeto a temperaturas específicas en sus superficies. Se van a calcular la variación de temperatura y la razón de transferencia de calor.

Suposiciones **1** La transferencia de calor es constante, pues no hay variación respecto al tiempo. **2** La transferencia de calor es unidimensional, ya que existe simetría térmica en relación con el punto medio, por tanto, $T = T(r)$. **3** La conductividad térmica es constante. **4** No se genera calor.

Propiedades La conductividad térmica está dada por $k = 45$ W/m·K

Análisis La ecuación matemática de este problema puede expresarse como:

$$\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dT}{dr}\right) = 0$$

con condiciones de frontera:

$$T(r_1) = T_1 = 200\ ^\circ\text{C}$$
$$T(r_2) = T_2 = 80\ ^\circ\text{C}$$

Integrando la ecuación diferencial una vez respecto a r se obtiene:

$$r^2\frac{dT}{dr} = C_1$$

donde C_1 es una constante arbitraria. Ahora se dividen ambos lados de esta ecuación entre r^2 para ponerla en una forma fácilmente integrable:

$$\frac{dT}{dr} = \frac{C_1}{r^2}$$

De nuevo, integrando con respecto a r se obtiene:

$$T(r) = -\frac{C_1}{r} + C_2 \qquad \textbf{(a)}$$

Aplique ambas condiciones de frontera reemplazando todas las r y $T(r)$ en la relación anterior por los valores específicos en las fronteras. Así se obtiene:

$$T(r_1) = T_1 \quad \rightarrow \quad -\frac{C_1}{r_1} + C_2 = T_1$$

$$T(r_2) = T_2 \quad \rightarrow \quad -\frac{C_1}{r_2} + C_2 = T_2$$

las cuales son dos ecuaciones con dos incógnitas, C_1 y C_2. Resolviendo este sistema de ecuaciones se obtiene:

$$C_1 = -\frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}(T_1 - T_2) \quad \text{y} \quad C_2 = \frac{r_2 T_2 - r_1 T_1}{r_2 - r_1}$$

Sustituyendo en la ecuación (*a*), se calcula la variación de temperatura dentro de la carcasa esférica como:

$$T(r) = \frac{r_1 r_2}{r(r_2 - r_1)}(T_1 - T_2) + \frac{r_2 T_2 - r_1 T_1}{r_2 - r_1} \qquad \textbf{(2-60)}$$

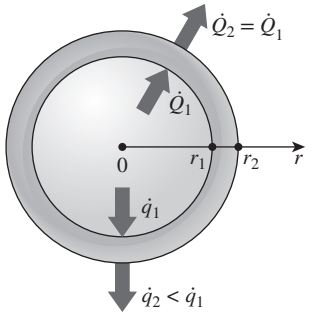
La razón de pérdida de calor del contenedor se puede expresar como la tasa de conducción de calor total a través de la pared del contenedor, y se determina mediante la ley de Fourier:

$$\dot{Q}_{\text{esfera}} = -kA\frac{dT}{dr} = -k(4\pi r^2)\frac{C_1}{r^2} = -4\pi k C_1 = 4\pi k r_1 r_2 \frac{T_1 - T_2}{r_2 - r_1} \qquad \textbf{(2-61)}$$

El valor numérico de la razón de conducción de calor a través de la pared se determina sustituyendo los valores dados en la ecuación anterior:

$$\dot{Q} = 4\pi(45\ \text{W/m}\cdot\text{K})(0.08\ \text{m})(0.10\ \text{m})\frac{(200 - 80)\ ^\circ\text{C}}{(0.10 - 0.08)\ \text{m}} = \mathbf{27.1\ kW}$$

Discusión Observe que la razón total de transferencia de calor a través de una carcasa esférica es constante; sin embargo, el flujo de calor $\dot{q} = \dot{Q}/4\pi r^2$ no, ya que este disminuye en la dirección de la transferencia de calor a medida que aumenta el radio de la esfera, como se muestra en la figura 2-53.



$$\dot{q}_1 = \frac{\dot{Q}_1}{A_1} = \frac{27.1\ \text{kW}}{4\pi(0.08\ \text{m})^2} = 337\ \text{kW/m}^2$$

$$\dot{q}_2 = \frac{\dot{Q}_2}{A_2} = \frac{27.1\ \text{kW}}{4\pi(0.10\ \text{m})^2} = 216\ \text{kW/m}^2$$

FIGURA 2-53

Durante la conducción de calor unidimensional estable en un contenedor esférico (o cilíndrico), la razón de transferencia de calor total permanece constante; sin embargo, el flujo de calor disminuye al aumentar el radio.

2-6 ▪ GENERACIÓN DE CALOR EN UN SÓLIDO

Una gran cantidad de aplicaciones prácticas de la transferencia de calor involucra la conversión de alguna forma de energía en energía *térmica* en el medio. Se dice que dicho medio involucra *generación interna de calor*, lo cual se manifiesta en sí mismo

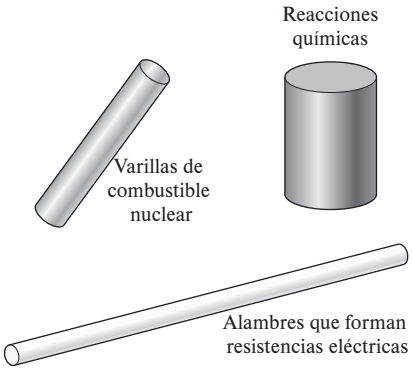


FIGURA 2-54

La generación de calor en sólidos es una práctica muy común.

como un incremento de temperatura a través del medio. Algunos ejemplos de generación de calor son el *calentamiento por resistencia en alambres, reacciones químicas* exotérmicas en un sólido y *reacciones nucleares* en varillas de combustible nuclear, donde las energías eléctricas, química y nuclear se convierten en calor, respectivamente (figura 2-54). La absorción de radiación a través del volumen de un medio semitransparente, tal como el agua, también puede considerarse generación de calor dentro del medio, como se explicó antes.

La generación de calor a menudo se expresa por *unidad de volumen* del medio, y se expresa por el símbolo $\dot{e}_{\text{gen}}$, cuya unidad es W/m^3. Por ejemplo, la generación de calor en un alambre eléctrico de radio exterior r_0 y longitud L, puede expresarse como:

$$\dot{e}_{\text{gen}} = \frac{\dot{E}_{\text{gen, eléctrico}}}{V_{\text{alambre}}} = \frac{I^2 R_e}{\pi r_o^2 L} \qquad (\text{W/m}^3) \tag{2-62}$$

donde I es la corriente eléctrica y R_e la resistencia eléctrica del alambre.

La temperatura de un medio se *incrementa* durante la generación de calor como resultado de la absorción del calor generado por el medio durante el periodo transitorio de inicialización. A medida que la temperatura del medio se incrementa, la transferencia de calor del medio a sus alrededores también lo hace. Este proceso continúa hasta que se alcanzan las condiciones de operación estables y la razón de generación de calor sea igual a la razón de transferencia de calor hacia los alrededores. Una vez que se ha llegado a las condiciones de operación estable, la temperatura del medio en cualquier punto permanece constante.

La *temperatura máxima* $T_{máx}$ en un sólido que involucra generación de calor uniforme se presenta en el punto *más alejado* de la superficie exterior cuando esta última se mantiene a una temperatura constante T_s. Por ejemplo, la máxima temperatura se presenta en el *plano medio* en una pared plana, en la *línea central* en un cilindro largo y en el punto medio en el caso de una esfera. La distribución de temperatura dentro de un sólido en estos casos es *simétrica* respecto al centro de simetría.

Los parámetros de mayor interés en un medio con generación de calor son la temperatura de la superficie T_s y la temperatura máxima $T_{máx}$, las cuales se presentan en el medio en condiciones *estables*. A continuación se desarrollan expresiones de estas dos cantidades en geometrías comunes para el caso de generación de calor *uniforme* ($\dot{e}_{\text{gen}} = \text{constante}$) en el medio.

Considere un medio sólido de superficie A_s, volumen V y conductividad térmica constante k, donde el calor es generado a una tasa constante $\dot{e}_{\text{gen}}$ por unidad de volumen. Se transfiere calor desde el sólido hacia el medio ambiente a una temperatura T_∞ con un coeficiente de transferencia de calor constante h. Todas las superficies del sólido se conservan a una temperatura T_s. En condiciones *estables*, el balance de energía del sólido puede expresarse como (figura 2-55),

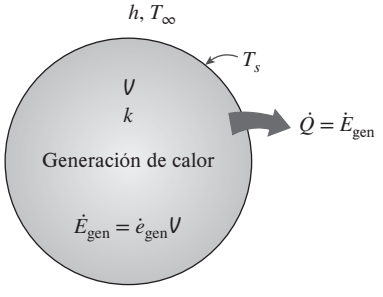


FIGURA 2-55

En condiciones estables, todo el calor que genera un sólido debe eliminarlo a través de su superficie exterior.

$$\begin{pmatrix}\text{Razón de}\\ \textit{transferencia de calor}\\ \text{desde el sólido}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Razón de}\\ \textit{generación de energía}\\ \text{dentro del sólido}\end{pmatrix} \tag{2-63}$$

o

$$\dot{Q} = \dot{e}_{\text{gen}} V \qquad (\text{W}) \tag{2-64}$$

Sin considerar radiación (o incorporándola en el coeficiente de transferencia de calor h), la razón de transferencia de calor también puede expresarse a partir de la ley de enfriamiento de Newton como:

$$\dot{Q} = hA_s (T_s - T_\infty) \qquad (\text{W}) \tag{2-65}$$

Combinando las ecuaciones 2-64 y 2-65 y despejando la temperatura de superficie T_s, se obtiene:

$$T_s = T_\infty + \frac{\dot{e}_{\text{gen}} V}{hA_s} \tag{2-66}$$

Para una *pared plana* de espesor $2L$ ($A_s = 2A_{\text{pared}}$ y $V = 2LA_{\text{pared}}$) en la que ambos lados se mantienen a la misma temperatura T_s, un *cilindro* sólido largo de radio r_o($A_s = 2\pi r_o L$ y $V = \pi r_o^2 L$), y una *esfera* sólida de radio r_o ($A_s = 4\pi r_o^2$ y $V = \frac{4}{3}\pi r_o^3$), la ecuación 2-66 se simplifica quedando como:

$$T_{s,\text{ pared plana}} = T_\infty + \frac{\dot{e}_{\text{gen}} L}{h} \tag{2-67}$$

$$T_{s,\text{ cilindro}} = T_\infty + \frac{\dot{e}_{\text{gen}} r_o}{2h} \tag{2-68}$$

$$T_{s,\text{ esfera}} = T_\infty + \frac{\dot{e}_{\text{gen}} r_o}{3h} \tag{2-69}$$

El incremento en la temperatura de la superficie T_s se debe a la generación de calor en el sólido.

Reconsidere la transferencia de calor desde un cilindro sólido largo con generación de calor. En condiciones *estables*, todo el calor generado dentro del medio es conducido a través de la superficie exterior del cilindro. Ahora considere un cilindro interior imaginario de radio r dentro del cilindro (figura 2-56). El *calor generado* dentro de este cilindro interior debe ser igual al *calor conducido* a través de la superficie exterior. Es decir, considerando la ley de Fourier de la conducción de calor se tiene:

$$-kA_r \frac{dT}{dr} = \dot{e}_{\text{gen}} V_r \tag{2-70}$$

donde $A_r = 2\pi rL$ y $V_r = \pi r^2 L$ en cualquier punto r. Sustituyendo estas expresiones en la ecuación 2-70 y separando variables se obtiene:

$$-k(2\pi rL)\frac{dT}{dr} = \dot{e}_{\text{gen}}(\pi r^2 L) \quad \rightarrow \quad dT = -\frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{2k} r\,dr$$

Integrando desde $r = 0$, donde $T(0) = T_0$ hasta $r = r_0$, donde $T(r_0) = T_s$ se obtiene:

$$\Delta T_{\text{máx, cilindro}} = T_0 - T_s = \frac{\dot{e}_{\text{gen}} r_o^2}{4k} \tag{2-71}$$

donde T_o es la temperatura en la línea central del cilindro, la cual es la *máxima temperatura*, y $\Delta T_{máx}$ es la diferencia entre la temperatura de la línea central y la temperatura de la superficie del cilindro, la cual representa el i*ncremento máximo de temperatura* del cilindro arriba de la temperatura de la superficie. Una vez obtenido el parámetro $\Delta T_{máx}$, la temperatura de la línea central puede determinarse fácilmente a partir de (figura 2-57):

$$T_{\text{centro}} = T_0 = T_s + \Delta T_{\text{máx}} \tag{2-72}$$

El método que se acaba de describir puede utilizarse también para determinar el *aumento máximo de temperatura* de una pared plana de espesor $2L$ en la que ambos

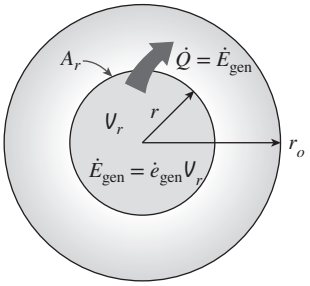


FIGURA 2-56

El calor que se conduce a través de una carcasa cilíndrica de radio r es igual al calor generado dentro de la misma.

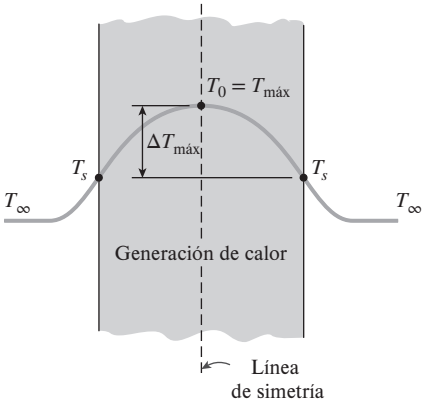


FIGURA 2-57

La temperatura máxima en un sólido simétrico con generación de calor uniforme se presenta en su centro.

lados de la misma se mantienen a la misma temperatura T_s y una esfera sólida de radio r_0, obteniéndose estos resultados:

$$\Delta T_{\text{máx, pared plana}} = \frac{\dot{e}_{\text{gen}} L^2}{2k} \tag{2-73}$$

$$\Delta T_{\text{máx, esfera}} = \frac{\dot{e}_{\text{gen}} r_o^2}{6k} \tag{2-74}$$

De nuevo, la máxima temperatura en el centro se puede determinar a partir de la ecuación 2-72 añadiendo el máximo incremento de temperatura a la temperatura de la superficie del sólido.

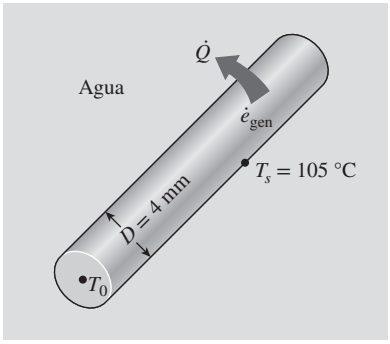


FIGURA 2-58
Esquema para el ejemplo 2-17.

EJEMPLO 2-17 **Temperatura en la línea central de un calentador de resistencia**

El alambre de resistencia de un calentador de 2 kW cuya conductividad térmica es $k = 15$ W/m·K tiene un diámetro $D = 4$ mm y una longitud $L = 0.5$ m, se utiliza para calentar agua (figura 2-58). Si la temperatura de la superficie exterior del alambre es $T_s = 105$ °C, determine la temperatura en el centro del alambre.

SOLUCIÓN Se va a calcular la temperatura en el centro de un calentador de resistencias sumergido en agua.

Suposiciones **1** La transferencia de calor es estable, ya que no hay ninguna variación respecto al tiempo. **2** La transferencia de calor es en una dimensión, puesto que existe simetría térmica en relación con la línea central, y no hay ningún cambio en la dirección axial. **3** La conductividad térmica es constante. **4** La generación de calor en el calentador es uniforme.

Propiedades La conductividad térmica está dada por $k = 15$ W/m·K.

Análisis El calentador de resistencias de 2 kW convierte la energía eléctrica en calor a una razón de 2 kW. La generación de calor por unidad de volumen en el alambre es:

$$\dot{e}_{\text{gen}} = \frac{\dot{E}_{\text{gen}}}{V_{\text{alambre}}} = \frac{\dot{E}_{\text{gen}}}{\pi r_o^2 L} = \frac{2\,000\,\text{W}}{\pi(0.002\ \text{m})^2(0.5\ \text{m})} = 0.318 \times 10^9\ \text{W/m}^3$$

Entonces, la temperatura central del alambre está determinada por la ecuación 2-71 como:

$$T_0 = T_s + \frac{\dot{e}_{\text{gen}} r_o^2}{4k} = 105\ ^\circ\text{C} + \frac{(0.318 \times 10^9\ \text{W/m}^3)(0.002\ \text{m})^2}{4 \times (15\ \text{W/m}\cdot{}^\circ\text{C})} = \mathbf{126\ ^\circ C}$$

Discusión La diferencia de temperaturas entre el centro y la superficie del alambre es de 21 °C. También observe que las unidades de conductividad térmica W/m·°C y W/m·K son equivalentes.

Se han desarrollado estas relaciones utilizando un método de *balance de energías.* Sin embargo, pudimos haber obtenido las mismas relaciones estableciendo las *ecuaciones diferenciales* apropiadas y resolviéndolas, como se muestra en los ejemplos 2-18 y 2-19.

EJEMPLO 2-18 **Variación de la temperatura en un calentador de resistencia**

Un alambre homogéneo y largo de radio $r_0 = 0.2$ pulgadas y conductividad térmica $k = 7.8$ Btu/h·pie·°F es usado para calentar agua a presión atmosfé-

rica haciendo pasar una corriente eléctrica por dicho alambre, como se muestra en la figura 2-59. Se genera calor en el alambre de manera uniforme como resultado de calentamiento a una razón de $\dot{e}_{gen} = 2\,400$ Btu/h · pulg^3. Si la temperatura de la superficie exterior del alambre se mide y se obtiene un valor de $T_s = 226$ °F, obtenga una relación para calcular la distribución de temperatura y determine la temperatura en la línea central del alambre cuando se llegue a las condiciones de operación estables.

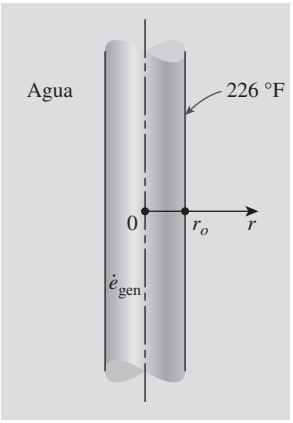


FIGURA 2-59
Esquema para el ejemplo 2-18.

SOLUCIÓN Este problema de transferencia de calor es similar al del ejemplo 2-17, excepto que se necesita obtener una relación para calcular la variación de temperatura dentro del alambre cuando cambia *r*. Las ecuaciones diferenciales son muy adecuadas para este propósito.

Suposiciones **1** La transferencia de calor es estable, pues no hay ninguna variación respecto al tiempo. **2** La transferencia de calor es unidimensional, ya que no hay simetría térmica en relación con la línea central y ningún cambio en la dirección axial. **3** La conductividad térmica es constante. **4** La generación de calor en el alambre es uniforme.

Propiedades La conductividad térmica está dada por $k = 7.8$ Btu/h · pie · °F.

Análisis La ecuación diferencial que rige la variación de temperatura en el alambre es la 2-27:

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) + \frac{\dot{e}_{gen}}{k} = 0$$

Esta es una ecuación diferencial ordinaria lineal de segundo orden, su solución general contiene dos constantes arbitrarias. La determinación de dichas constantes requiere la especificación de dos condiciones de frontera, las cuales pueden obtenerse a partir de:

$$T(r_o) = T_s = 226\ °\text{F}$$

y

$$\frac{dT(0)}{dr} = 0$$

La primera condición de frontera establece que la temperatura de la superficie exterior del alambre es de 226 °F. La segunda condición de frontera es la condición de simetría en la línea central, y establece que la temperatura máxima en el alambre se presenta en la línea central, por tanto, la pendiente de la temperatura en $r = 0$ debe ser cero (figura 2-60). Con esto último, el planteamiento matemático del problema queda completo.

Aunque no es obvio a primera vista, la ecuación diferencial está en una forma que puede resolverse por integración directa. Multiplicando ambos miembros de la ecuación por *r* y ordenando términos se obtiene:

$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) = -\frac{\dot{e}_{gen}}{k}r$$

Integrando respecto a *r* se obtiene:

$$r\frac{dT}{dr} = -\frac{\dot{e}_{gen}}{k}\frac{r^2}{2} + C_1 \qquad \textbf{(a)}$$

ya que la generación de calor es constante y la integral de la derivada de una función es la misma función; esto es, la integración y la derivación son operaciones inversas. Es apropiado en este punto aplicar la segunda condi-

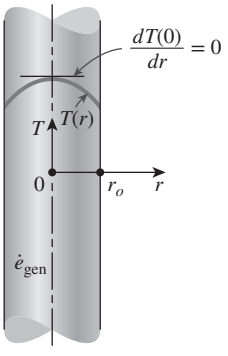


FIGURA 2-60
Condición de simetría térmica en la línea central de un alambre en el que el calor se genera uniformemente.

ción de frontera, pues está relacionada con la primera derivada de la temperatura, reemplazando con cero todas las *r* y *dT/dr* en la ecuación (a). Esto da:

$$0 \times \frac{dT(0)}{dr} = -\frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{2k} \times 0 + C_1 \;\rightarrow\; C_1 = 0$$

Por tanto, C_1 se elimina como solución válida. Ahora se divide la ecuación **(*a*)** entre *r* para convertirla a una forma que pueda ser fácilmente integrable:

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{2k} r$$

Integrando una vez más respecto a *r* se obtiene:

$$T(r) = -\frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{4k} r^2 + C_2 \qquad \textbf{(}b\textbf{)}$$

Ahora se aplica la primera condición de frontera reemplazando todas las *r* por r_0 y todas las ocurrencias de *T* por T_s. Así, se obtiene:

$$T_s = -\frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{4k} r_o^2 + C_2 \quad \rightarrow \quad C_2 = T_s + \frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{4k} r_o^2$$

Sustituyendo esta relación de C_2 en la ecuación *(b)* y reordenado se obtiene:

$$T(r) = T_s + \frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{4k}(r_o^2 - r^2) \qquad \textbf{(}c\textbf{)}$$

la cual es la solución deseada para la distribución de temperatura en el alambre como una función de *r*. La temperatura en la línea central (*r* = 0) se obtiene reemplazando *r* en la ecuación (c) por cero y sustituyendo las cantidades conocidas:

$$T(0) = T_s + \frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{4k} r_o^2 = 226\ ^\circ\text{F} + \frac{2\ 400\ \text{Btu/h} \cdot \text{pulg}^3}{4 \times (7.8\ \text{Btu/h} \cdot \text{pie} \cdot ^\circ\text{F})} \left(\frac{12\ \text{pulg}}{1\ \text{pie}}\right)(0.2\ \text{pie})^2 = \mathbf{263\ ^\circ F}$$

Discusión La temperatura de la línea central está 37 °F arriba de la temperatura de la superficie exterior del alambre. Observe que la expresión anterior para calcular la temperatura de la línea central es idéntica a la ecuación 2-71, la cual se obtuvo utilizando un balance de energía en un volumen de control.

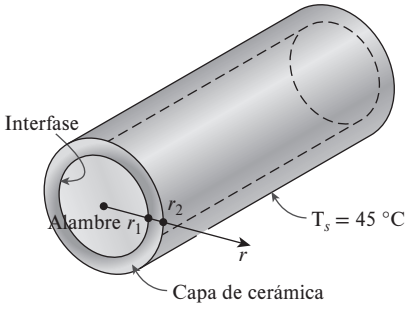


FIGURA 2-61
Esquema para el ejemplo 2-19.

EJEMPLO 2-19 **Conducción de calor en un medio de dos capas**

Considere un alambre largo de radio r_1 = 0.2 cm y conductividad térmica k_{alambre} = 15 W/m · K en el que se genera calor uniformemente como resultado de un calentamiento a una razón constante de $\dot{e}_{\text{gen}}$ = 50 W/cm^3 (figura 2-61). El alambre está incrustado en una capa de cerámica de 0.5 cm de espesor cuya conductividad térmica es $k_{\text{cerámica}}$ = 1.2 W/m · K. Si la temperatura de la superficie exterior de la capa de cerámica es T_s = 45 °C, determine las temperaturas en el centro del alambre y en la interfase entre el alambre y la capa de cerámica en condiciones estables.

SOLUCIÓN Se desea obtener las temperaturas en la superficie y en la interfase de un alambre cubierto con una capa de cerámica.

Suposiciones **1** La transferencia de calor es estable porque no hay una variación de esta con respecto al tiempo. **2** La transferencia de calor es unidi-

mensional puesto que este problema de transferencia de calor en dos capas tiene simetría respecto a la línea central y no involucra ningún cambio en la dirección axial y, por tanto, $T = T(r)$. **3** Las conductividades térmicas son constantes. **4** La generación de calor en el alambre es uniforme.

Propiedades Se proporcionan los datos: $k_{\text{alambre}} = 15$ W/m·K y $k_{\text{cerámica}} = 1.2$ W/m·K.

Análisis Dejando que T_1 denote la temperatura en la interfase desconocida, se puede plantear el problema de transferencia de calor en el alambre como:

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT_{\text{alambre}}}{dr}\right) + \frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{k} =$$

donde

$$T_{\text{alambre}}(r_1) = T_1$$
$$\frac{dT_{\text{alambre}}(0)}{dr} = 0$$

Este problema fue resuelto en el ejemplo 2-18, y se llegó a la solución siguiente:

$$T_{\text{alambre}}(r) = T_1 + \frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{4k_{\text{alambre}}}(r_1^2 - r^2) \qquad \textbf{(a)}$$

Observando que la capa de cerámica no involucra generación de calor y se especifica su temperatura en la superficie exterior, el problema de conducción de calor en dicha capa puede expresarse como:

$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT_{\text{cerámica}}}{dr}\right) = 0$$

donde,

$$T_{\text{cerámica}}(r_1) = T_1$$
$$T_{\text{cerámica}}(r_2) = T_s = 45\ ^\circ\text{C}$$

Este problema se resolvió en el ejemplo 2-16, y se encontró que su solución era:

$$T_{\text{cerámica}}(r) = \frac{\ln(r/r_1)}{\ln(r_2/r_1)}(T_s - T_1) + T_1 \qquad \textbf{(b)}$$

Ya se utilizó la primera condición en la interfase haciendo que las temperaturas del alambre y de la capa de cerámica sean iguales a T_1 en la interfase $r = r_1$. La temperatura T_1 de la interfase se determinó a partir de la segunda condición de la interfase, que el flujo de calor en el alambre y la capa de cerámica en $r = r_1$ deben ser iguales:

$$-k_{\text{alambre}}\frac{dT_{\text{alambre}}(r_1)}{dr} = -k_{\text{cerámica}}\frac{dT_{\text{cerámica}}(r_1)}{dr} \rightarrow \frac{\dot{e}_{\text{gen}}r_1}{2} = -k_{\text{cerámica}}\frac{T_s - T_1}{\ln(r_2/r_1)}\left(\frac{1}{r_1}\right)$$

Despejando T_1 y sustituyendo los valores dados, se calcula la temperatura de la interfase como:

$$T_1 = \frac{\dot{e}_{\text{gen}}r_1^2}{2k_{\text{cerámica}}}\ln\frac{r_2}{r_1} + T_s$$

$$= \frac{(50\times 10^6\ \text{W/m}^3)(0.002\ \text{m})^2}{2(1.2\ \text{W/m}\cdot\text{K})}\ln\frac{0.007\ \text{m}}{0.002\ \text{m}} + 45\ ^\circ\text{C} = \mathbf{149.4\ ^\circ C}$$

Conociendo la temperatura en la interfase, se puede obtener la temperatura en la línea central ($r = 0$) sustituyendo las cantidades conocidas en la ecuación (*a*),

$$T_{\text{alambre}}(0) = T_I + \frac{\dot{e}_{\text{gen}} r_1^2}{4k_{\text{alambre}}} = 149.4\ ^\circ\text{C} + \frac{(50 \times 10^6\ \text{W/m}^3)(0.002\ \text{m})^2}{4 \times (15\ \text{W/m}\cdot\text{K})} = \mathbf{152.7\ ^\circ C}$$

Por tanto, la temperatura de la línea central es ligeramente mayor que la temperatura de la interfase.

Discusión Este ejemplo demuestra la forma como pueden resolverse los problemas de conducción de calor en una dimensión y en estado estable en un medio compuesto. También pudimos haberlo resuelto determinando el flujo de calor en la interfase dividiendo el total de calor generado en el alambre entre la superficie del alambre y, después, usar este valor como la condición de frontera del flujo de calor especificada para el alambre y la capa de cerámica. De esta forma, los dos problemas se pueden separar y resolver de manera independiente.

EJEMPLO 2-20 **Conducción de calor en una pared plana con generación de calor**

Una pared plana y grande con un espesor de 2 *L* genera calor de manera uniforme (figura 2-62). Determine la expresión para la variación de temperatura dentro de la pared, si (*a*) $T_1 > T_2$ y (*b*) $T_1 = T_2$.

SOLUCIÓN Una pared plana de gran tamaño genera calor uniforme. Se determinarán las expresiones para calcular la variación de la temperatura dentro de la pared para $T_1 > T_2$ y $T_1 = T_2$

Suposiciones **1** La conducción de calor es estable. **2** La conducción de calor es unidimensional. **3** La conductividad térmica es constante. **4** La generación de calor es uniforme.

Análisis Comenzamos con la ecuación de conducción de calor general en coordenadas rectangulares,

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right) + \dot{e}_{\text{gen}} = \rho c\frac{\partial T}{\partial t}$$

Para el caso de conducción de calor en una dimensión y conductividad térmica constante, la ecuación general de conducción de calor se puede expresar de forma simplificada como:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{k} = 0$$

Integrando dos veces obtenemos la solución general de esta ecuación diferencial de segundo orden como:

$$T(x) = -\frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{2k}x^2 + C_1x + C_2$$

a) En el caso de condiciones de frontera asimétricas en las que $T_1 > T_2$, la aplicación de las condiciones de frontera da:

$$x = -L: \quad T(-L) = T_1 = -\frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{2k}L^2 - C_1L + C_2$$

$$x = L: \quad T(L) = T_2 = -\frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{2k}L^2 + C_1L + C_2$$

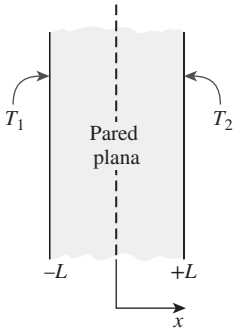


FIGURA 2-62
Esquema para el ejemplo 2-20.

Observe que en este problema el sistema de coordenadas se coloca en medio de la pared plana ($x = 0$), y un punto x ubicado hacia la derecha de la línea central se considera positivo y hacia la izquierda negativo. En el análisis de problemas de paredes planas con generación de calor, esta notación por lo regular es adoptada para capturar de mejor forma el efecto que tiene la generación de calor en el perfil de temperatura. Despejando las constantes C_1 y C_2 se obtiene:

$$C_1 = \frac{T_2 - T_1}{2L} \quad \text{y} \quad C_2 = \frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{2k}L^2 + \frac{T_1 + T_2}{2}$$

Sustituyendo las expresiones C_1 y C_2 en la solución general, la variación de temperatura dentro de la pared se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$T(x) = \frac{\dot{e}_{\text{gen}}L^2}{2k}\left(1 - \frac{x^2}{L^2}\right) + \frac{T_2 - T_1}{2}\left(\frac{x}{L}\right) + \frac{T_1 + T_2}{2} \qquad \textbf{(a)}$$

b) En el caso de condiciones de frontera simétricas, sustituyendo $T_2 = T_1$ en la ecuación (a) se obtiene:

$$T(x) = \frac{\dot{e}_{\text{gen}}L^2}{2k}\left(1 - \frac{x^2}{L^2}\right) + T_1 \qquad \textbf{(b)}$$

Discusión La ecuación (*a*) muestra que la variación de temperatura dentro de la pared en el caso de condiciones de frontera asimétricas con $T_1 > T_2$ no es simétrica, y la máxima temperatura se presenta hacia la izquierda de la línea central. Observe que la ecuación *(a)* se reduce a la solución de temperatura del ejemplo 2-10 (ecuación 2-56) para la conducción de calor en una pared plana sin generación de calor, haciendo que $\dot{e}_{\text{gen}} = 0$ y realizando la transformación de coordenadas apropiada. En el caso de condiciones de frontera simétrica ($T_1 = T_2$), la ecuación (*b*) muestra que la variación de la temperatura dentro de la pared es simétrica y la máxima temperatura se presenta en la línea central. Esto es comparable con los resultados que se obtuvieron en el ejemplo 2-17 en cuanto a la variación de la temperatura en un calentador cilíndrico.

2-7 ▪ CONDUCTIVIDAD TÉRMICA VARIABLE, *k*(*T*)

En el capítulo 1 se vio que la conductividad térmica de un material varía con la temperatura (figura 2-63). Sin embargo, dicha variación es muy pequeña para muchos materiales en el rango de interés en la práctica y, por tanto, puede despreciarse. En dichos casos se puede utilizar el valor promedio para la conductividad térmica y tratarse como una constante, como lo hemos estado haciendo hasta ahora. Esto también representa una práctica muy común para otras propiedades dependientes de la temperatura, por ejemplo, la densidad y el calor específico.

Sin embargo, cuando la variación de la conductividad térmica con la temperatura en un intervalo de temperatura específico es muy grande, puede ser necesario tomar en cuenta esta variación para minimizar el error. En general, debe considerarse que la variación de la conductividad térmica con la temperatura complica el análisis. Sin embargo, en el caso de problemas unidimensionales simples, se pueden obtener relaciones de transferencia de calor de una manera muy directa.

Cuando se conoce la variación de la conductividad térmica con la temperatura $k(T)$, el valor promedio de la conductividad térmica en el rango de temperatura entre T_1 y T_2 puede determinarse a partir de la ecuación:

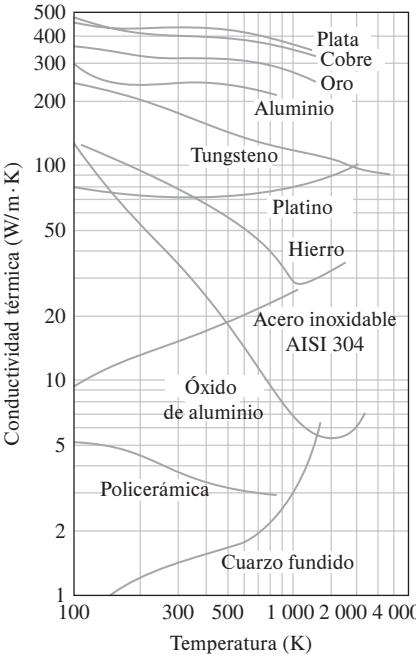


FIGURA 2-63

Variación de la conductividad térmica de algunos sólidos con la temperatura.

$$k_{\text{prom}} = \frac{\int_{T_1}^{T_2} k(T)dT}{T_2 - T_1} \tag{2-75}$$

Esta relación se basa en el requerimiento de que la razón de transferencia de calor a través de un medio con conductividad térmica promedio constante k_{prom} es igual a la razón de transferencia de calor mediante el mismo medio con conductividad variable $k(T)$. En el caso de conductividad térmica constante $k(T) = k$, la ecuación 2-75 se reduce a $k_{\text{prom}} = k$, como se esperaba.

Entonces, la razón de la transferencia de calor estable a través de la pared plana, capa cilíndrica o capa esférica para el caso de conductividad térmica variable, puede determinarse reemplazando la conductividad térmica constante k en las ecuaciones 2-57, 2-59 y 2-61 por la expresión (o valor) k_{prom} en la ecuación 2-75:

$$\dot{Q}_{\text{pared plana}} = k_{\text{prom}} A \frac{T_1 - T_2}{L} = \frac{A}{L}\int_{T_2}^{T_1} k(T)dT \tag{2-76}$$

$$\dot{Q}_{\text{cilindro}} = 2\pi k_{\text{prom}} L \frac{T_1 - T_2}{\ln(r_2/r_1)} = \frac{2\pi L}{\ln(r_2/r_1)}\int_{T_2}^{T_1} k(T)dT \tag{2-77}$$

$$\dot{Q}_{\text{esfera}} = 4\pi k_{\text{prom}} r_1 r_2 \frac{T_1 - T_2}{r_2 - r_1} = \frac{4\pi r_1 r_2}{r_2 - r_1}\int_{T_2}^{T_1} k(T)\,dT \tag{2-78}$$

La variación de la conductividad térmica de un material con temperatura en el rango de temperatura de interés puede a menudo aproximarse como una función lineal, y se expresa como:

$$k(T) = k_0(1 + \beta T) \tag{2-79}$$

donde β se llama **coeficiente de temperatura de conductividad térmica**. El valor *promedio* de la conductividad térmica en el rango de temperatura T_1 a T_2 en este caso puede determinarse a partir de:

$$k_{\text{prom}} = \frac{\int_{T_1}^{T_2} k_0(1 + \beta T)dT}{T_2 - T_1} = k_0\left(1 + \beta\frac{T_2 + T_1}{2}\right) = k(T_{\text{prom}}) \tag{2-80}$$

Observe que la *conductividad térmica promedio* en este caso es igual al valor de conductividad térmica a *la temperatura promedio.*

Se mencionó que en una pared plana la temperatura varía linealmente durante la conducción de calor unidimensional estable cuando la conductividad térmica es constante. Sin embargo, esto no es el caso cuando la conductividad térmica cambia en función de la temperatura, aun si es en forma lineal, como se muestra en la figura 2-64.

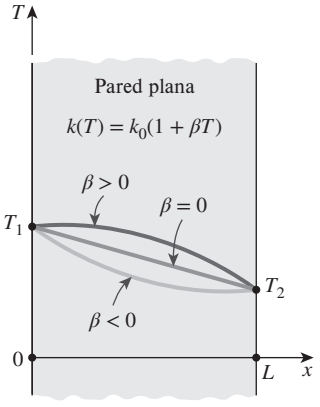


FIGURA 2-64

Variación de la temperatura en una pared plana durante conducción de calor unidimensional estable para los casos de conductividad térmica constante y variable.

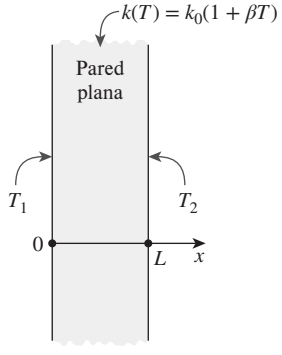


FIGURA 2-65

Esquema para el ejemplo 2-21.

EJEMPLO 2-21 **Variación de la temperatura de la pared con *k*(*T*)**

Considere una pared plana de espesor L cuya conductividad térmica varía linealmente en un rango de temperatura específico como $k(T) = k_0(1 + \beta T)$, donde k_0 y β son constantes. La superficie de la pared en $x = 0$ se mantiene a una temperatura constante T_1 mientras que la superficie en $x = L$ se mantiene a una temperatura T_2, como se muestra en la figura 2-65. Suponiendo transferencia de calor unidimensional estable, obtenga una relación para *a*) la razón

de transferencia de calor a través de la pared y *b*) la distribución de temperatura $T(x)$ en la pared.

SOLUCIÓN Una placa con conductividad variable está sujeta a una temperatura específica en ambos lados. Se va a determinar la variación de temperatura y la razón de la transferencia de calor.

Suposiciones **1** La transferencia de calor es estable y unidimensional. **2** La conductividad térmica varía en forma lineal. **3** No hay generación de calor.

Propiedades La conductividad térmica está dada por $k(T) = k_0(1 + \beta T)$.

Análisis *a)* La razón de transferencia de calor a través de la pared puede determinarse a partir de:

$$\dot{Q} = k_{\text{prom}} A \frac{T_1 - T_2}{L}$$

donde A es el área de conducción de calor de la pared y,

$$k_{\text{prom}} = k(T_{\text{prom}}) = k_0\left(1 + \beta \frac{T_2 + T_1}{2}\right)$$

es la conductividad térmica promedio (ecuación 2-80).

b) Para determinar la distribución de temperatura en la pared, se comienza con la ley de conducción de calor de Fourier, la cual se puede expresar como:

$$\dot{Q} = -k(T) A \frac{dT}{dx}$$

donde la razón de transferencia de calor por conducción $\dot{Q}$ y el área A son constantes. Separando variables e integrando desde $x = 0$ donde $T(0) = T_1$ hasta $T(x) = T$, se obtiene:

$$\int_0^x \dot{Q} dx = -A \int_{T_1}^{T} k(T) dT$$

Sustituyendo $k(T) = k_0(1 + \beta T)$ y efectuando las integraciones se obtiene:

$$\dot{Q} x = -A k_0 [(T - T_1) + \beta (T^2 - T_1^2)/2]$$

Sustituyendo la expresión $\dot{Q}$ de la parte (*a*) y reordenando se obtiene:

$$T^2 + \frac{2}{\beta} T + \frac{2k_{\text{prom}}}{\beta k_0} \frac{x}{L} (T_1 - T_2) - T_1^2 - \frac{2}{\beta} T_1 = 0$$

la cual es una ecuación *cuadrática* en la temperatura desconocida T. Usando la formula cuadrática, la distribución de temperatura $T(x)$ en la pared está determinada por:

$$T(x) = -\frac{1}{\beta} \pm \sqrt{\frac{1}{\beta^2} - \frac{2k_{\text{prom}}}{\beta k_0} \frac{x}{L} (T_1 - T_2) + T_1^2 + \frac{2}{\beta} T_1}$$

Discusión El signo apropiado del término raíz cuadrada (+ o –) se determina a partir del requerimiento de que la temperatura en cualquier punto dentro del medio debe permanecer entre T_1 y T_2. Este resultado explica por qué la distribución de temperatura en una pared plana no es una línea recta cuando la conductividad térmica varía con la temperatura.

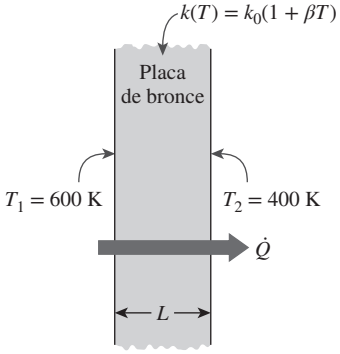


FIGURA 2-66
Esquema para el ejemplo 2-22.

EJEMPLO 2-22 **Conducción de calor a través de una pared con *k*(*T*)**

Considere una placa de bronce de 2 m de altura y 0.7 m de ancho cuyo espesor es 0.1 m. Un lado de la placa se mantiene a una temperatura constante de 600 K mientras que el otro se mantiene a 400 K, como se muestra en la figura 2-66. Se supone que la conductividad térmica de la placa de bronce varía linealmente con ese rango de temperatura de acuerdo con $k(T) = k_0(1 + \beta T)$: donde $k_0 = 38$ W/m·K y $\beta = 9.21 \times 10^{-4}$ K^{-1}. Si se descartan los efectos de los bordes y supone una transferencia unidimensional de calor en estado estacionario, determine la razón de conducción de calor a través de la placa.

SOLUCIÓN Una placa con conductividad variable está sujeta a temperaturas específicas en ambos lados. Se desea determinar la razón de transferencia de calor.

Suposiciones **1** La transferencia de calor está dada como estable y unidimensional**. 2** La conductividad térmica varía linealmente. **3** No hay generación de calor.

Propiedades La conductividad térmica está dada por $k(T) = k_0(1 + \beta T)$.

Análisis La conductividad térmica promedio del medio en este caso es el valor de la temperatura promedio y se determina a partir de:

$$\begin{aligned} k_{\text{prom}} &= k(T_{\text{prom}}) = k_0\left(1 + \beta\frac{T_2 + T_1}{2}\right) \\ &= (38\ \text{W/m}\cdot\text{K})\left[1 + (9.21 \times 10^{-4}\,\text{K}^{-1})\frac{(600 + 400)\,\text{K}}{2}\right] \\ &= 55.5\ \text{W/m}\cdot\text{K} \end{aligned}$$

Entonces, la razón de conducción de calor a través de la placa puede determinarse a partir de la ecuación 2-76 como:

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= k_{\text{prom}} A\frac{T_1 - T_2}{L} \\ &= (55.5\ \text{W/m}\cdot\text{K})(2\ \text{m} \times 0.7\ \text{m})\frac{(600 - 400)\text{K}}{0.1\ \text{m}} = \mathbf{155\ kW} \end{aligned}$$

Discusión Se hubiera obtenido el mismo resultado sustituyendo la relación dada *k*(*T*) en la segunda parte de la ecuación 2-76, y llevando a cabo la integración indicada.

TEMA DE INTERÉS ESPECIAL*

Un breve repaso a las ecuaciones diferenciales

Como se mencionó en el capítulo 1, la descripción de la mayoría de los problemas científicos involucra relaciones que a su vez comprenden cambios en algunas variables clave respecto a sí mismos. Por lo general, a medida que se escoge más pequeño el incremento en las variables cambiantes, la descripción será más general y exacta. En el caso límite de cambios infinitesimales o diferenciales en variables, se obtienen *ecuaciones diferenciales*, las cuales proporcionan fórmulas matemáticas precisas para los principios y leyes físicas representando las razones de cambio como

* Esta sección puede omitirse sin pérdida de continuidad.

derivadas. Las ecuaciones diferenciales se utilizan para investigar una amplia variedad de problemas en las ciencias y la ingeniería, incluyendo la transferencia de calor.

Las ecuaciones diferenciales son útiles cuando las *leyes y principios físicos* relevantes se aplican a un problema considerando cambios infinitesimales en las variables de interés. La obtención de la ecuación diferencial que rige un problema específico requiere conocimiento adecuado de la naturaleza del problema, de las variables involucradas, de la simplificación apropiada de suposiciones y de las leyes y principios físicos involucrados, así como también de un análisis muy cuidadoso.

En general, una ecuación puede involucrar una o más variables. Como su nombre implica, una **variable** es una cantidad que puede tomar varios valores durante un determinado proceso. A una cantidad cuyo valor sea fijo durante un proceso se le llama **constante**. Por lo general, las constantes se denotan por las primeras letras del alfabeto, como, *a, b, c* y *d,* mientras que las variables por las últimas, es decir, *t, x, y* y *z.* Una variable cuyo valor puede cambiarse de forma arbitraria se llama **variable independiente** (o argumento). Una variable cuyo valor depende del valor de otras variables y no puede variar de manera independiente se llama **variable dependiente** (o función).

Una variable dependiente y que depende de otra variable x se denota como $y(x)$. Sin embargo, esta notación es un poco inapropiada y difícil de manejar cuando y se repite varias veces en una expresión. En dichos casos es deseable denotar a $y(x)$ simplemente como y cuando es obvio que y es una función de x. Esta notación abreviada mejora la apariencia y la legibilidad de las ecuaciones. El valor de y en un número fijo a se denota por $y(a)$.

La **derivada** de una función $y(x)$ en un punto es equivalente a la *pendiente* de la línea tangente a la gráfica de la función en ese punto y se define como (figura 2-67):

$$y'(x) = \frac{dy(x)}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{y(x + \Delta x) - y(x)}{\Delta x} \qquad \textbf{(2-81)}$$

Aquí Δx representa un (pequeño) cambio en la variable independiente x y se llama *incremento* de x. El cambio correspondiente de la función y se llama incremento de y, y se expresa como Δy. Así que la derivada de una función puede verse como el cociente del incremento Δy de la función entre el incremento Δx de la variable independiente para un Δx muy pequeño. Observe que Δy y, por tanto, $y'(x)$ son cero si la función y no cambia con x.

La mayoría de los problemas contienen cantidades que cambian con el tiempo t, y sus primeras derivadas respecto al tiempo representan la razón de cambio de dichas cantidades respecto al tiempo. Por ejemplo, si $N(t)$ denota la población de una colonia de bacterias en el tiempo t, entonces la primera derivada $N' = dN/dt$ representa la razón de cambio de la población, que es la cantidad en la que se incrementa o decrementa la población por unidad de tiempo.

La derivada de la primera derivada de una función y se llama la *segunda derivada* de y, y se denota como y'' o d^2y/dx^2. En general, la derivada de la $(n - 1)$-ésima derivada de y se llama la n-ésima derivada de y, se denota como $y^{(n)}$ o $d^n y/dx^n$. Aquí n es un entero positivo y se le llama el *orden* de la derivada. El orden n no debe confundirse con el *grado* de una derivada. Por ejemplo, y''' es la derivada de tercer orden de y; sin embargo, $(y')^3$ es el tercer grado de la primera derivada de y. La primera derivada de una función representa la *pendiente* de *la razón de cambio* de la función con la variable independiente, mientras que la segunda derivada representa *la razón de cambio de la pendiente* de la función con la variable independiente.

Cuando una función y depende de dos o más variables independientes, por ejemplo x y t, es de interés analizar la dependencia de la función en una de las variables solamente. Lo anterior se lleva a cabo calculando la derivada de la función respecto a dicha variable conservando las demás variables como si fueran constantes. A dichas derivadas se les conoce como derivadas parciales. Las primeras **derivadas parciales** de la función $y(x, t)$ respecto a x y t se definen como (figura 2-68):

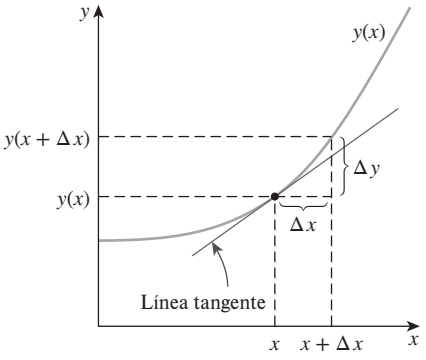


FIGURA 2-67

La derivada de una función en un punto representa la pendiente de la línea tangente de la función en dicho punto.

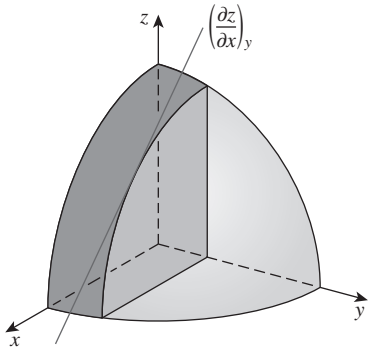


FIGURA 2-68

Representación gráfica de la derivada parcial $\partial z/\partial x$.

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{y(x + \Delta x, t) - y(x, t)}{\Delta x} \tag{2-82}$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{y(x, t + \Delta t) - y(x, t)}{\Delta t} \tag{2-83}$$

Observe que cuando calculamos $\partial y/\partial x$ tratamos a t como a una constante y diferenciamos y con respecto a x. De manera similar, cuando calculamos $\partial y/\partial t$, tratamos a x como a una constante y diferenciamos y con respecto a t.

La **integración** puede verse como la función inversa de la diferenciación y se utiliza para resolver ecuaciones diferenciales, ya que la resolución de una ecuación diferencial es esencialmente un proceso que consiste en la remoción de las derivadas en la ecuación. La diferenciación es el proceso de encontrar $y'(x)$ cuando se proporciona una función $y(x)$, mientras que la integración es el proceso de encontrar la función $y(x)$ cuando se proporciona su derivada $y'(x)$. La integral de esta derivada se expresa como:

$$\int y'(x)dx = \int dy = y(x) + C \tag{2-84}$$

como $y'(x)dx = dy$ y la integral de la diferencial de una función es la misma función (más una constante, desde luego). En la ecuación 2-84, x es la variable de integración y C es una constante arbitraria llamada **constante de integración**.

La derivada *de* $y(x) + C$ es $y'(x)$ al margen de cuál sea el valor de la constante C. Por tanto, dos funciones que difieren por una constante tienen la misma derivada, y siempre se agrega una constante C durante la integración para recuperar a dicha constante que se perdió durante el proceso de diferenciación. La integral de la ecuación 2-84 se llama **integral indefinida** porque el valor de la constante arbitraria C es indefinida. El procedimiento descrito puede extenderse a derivadas de alto orden (figura 2-69). Por ejemplo,

$$\int y''(x)\,dx = y'(x) + C \tag{2-85}$$

Lo anterior puede demostrarse definiendo una nueva variable $u(x) = y'(x)$, diferenciándola para obtener $u'(x) = y''(x)$ y después aplicar la ecuación 2-84. El orden de una derivada disminuye en uno cada vez que es integrada.

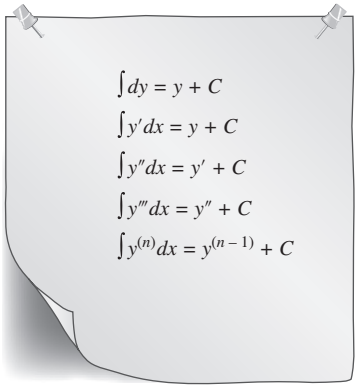


FIGURA 2-69

Algunas integrales indefinidas que involucran derivadas.

Clasificación de las ecuaciones diferenciales

Una ecuación diferencial que comprenda derivadas ordinarias se llama **ecuación diferencial ordinaria**, y una ecuación diferencial que involucre derivadas parciales se llama **ecuación diferencial parcial**. Se deduce que los problemas que involucren una sola variable independiente dan como resultado ecuaciones diferenciales ordinarias, y problemas que involucren dos o más variables independientes dan como resultado ecuaciones diferenciales parciales. Una ecuación diferencial puede comprender varias derivadas de diferentes órdenes de una función desconocida. El orden de la derivada de mayor grado en una ecuación diferencial es el orden de la ecuación. Por ejemplo, el orden de $y''' + (y'')^4 = 7x^5$ es 3, puesto que esta no contiene una cuarta derivada o derivadas de orden superior.

Usted recordará del álgebra que la ecuación $3x - 5 = 0$ es mucho más fácil de resolver que la ecuación $x^4 + 3x - 5 = 0$ debido a que la primera ecuación es lineal mientras, que la segunda es no lineal. Lo anterior también es válido para las ecuaciones diferenciales. Antes de comenzar a resolver una ecuación diferencial se debe

revisar su linealidad. Se dice que una ecuación diferencial es **lineal** si la variable dependiente y todas sus derivadas son de primer grado y sus coeficientes dependen de la variable independiente solamente. En otras palabras, una ecuación diferencial es lineal si puede escribirse en una forma que no involucre 1) ninguna potencia de la variable dependiente o sus derivadas, por ejemplo, y^3 o $(y')^2$, 2) cualquier producto de la variable dependiente o sus derivadas, por ejemplo, yy' o $y\acute{y}'''$, y 3) cualquier otra función no lineal de la variable dependiente, por ejemplo, sen y o e^y. Si cualquiera de estas condiciones se cumple, entonces la ecuación es **no lineal** (figura 2-70).

Sin embargo, una ecuación diferencial lineal puede contener 1) potencias o funciones no lineales de la variable independiente, por ejemplo, x^2 y cos x y, 2) productos de la variable dependiente (o sus derivadas) y funciones de la variable independiente, por ejemplo, x^3y', x^2y y $e^{-2x}y''$. Una ecuación diferencial lineal de orden n puede expresarse en su forma más general como:

$$y^{(n)} + f_1(x)y^{(n-1)} + \cdots + f_{n-1}(x)y' + f_n(x)y = R(x) \qquad \textbf{(2-86)}$$

Una ecuación diferencial que no pueda expresarse en esta forma es no lineal. Se dice que una ecuación diferencial lineal en y es **homogénea**, así como si $R(x) = 0$. De otra forma, es no homogénea. Es decir, cada término de una ecuación homogénea lineal contiene la variable dependiente o una de sus derivadas después de que se le haya quitado a la ecuación cualquier otro factor común. Al término $R(x)$ se le llama *término no homogéneo.*

Las ecuaciones diferenciales también se clasifican por la naturaleza de los coeficientes de la variable dependiente y sus derivadas. Se dice que una ecuación diferencial tiene **coeficientes constantes** si los coeficientes de todos los términos que contienen a la variable dependiente o sus derivadas son constantes. Si, después de quitar cualquier factor común, cualquiera de los términos que contenga a la variable dependiente o sus derivadas, involucra a la variable independiente como coeficiente, se dice que dicha ecuación tiene **coeficientes variables** (figura 2-71). Las ecuaciones diferenciales con coeficientes constantes son, por lo general, más fáciles de resolver que las que tienen coeficientes variables.

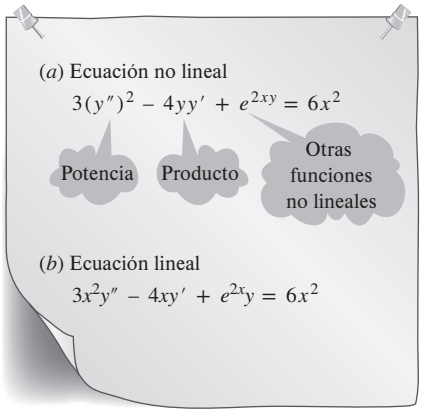


FIGURA 2-70

Ecuación diferencial *a*) no lineal y *b*) lineal. Cuando se revisa la linealidad, solamente se toma en cuenta la variable dependiente.

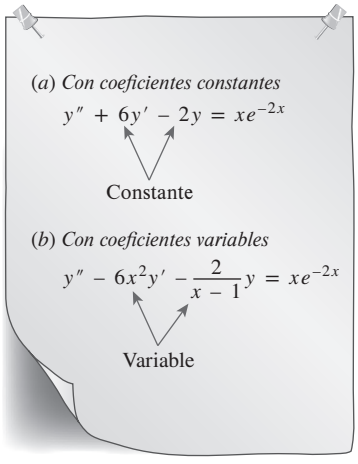


FIGURA 2-71

Ecuación diferencial con *a*) coeficientes constantes y, *b*) coeficientes variables.

Soluciones de ecuaciones diferenciales

Resolver una ecuación diferencial puede ser tan fácil como llevar a cabo una o más integraciones; sin embargo, estas ecuaciones diferenciales son la excepción más que la regla. No existe un solo método de solución general aplicable a todas las ecuaciones diferenciales. Hay varias técnicas de solución, cada una aplicable a los diferentes tipos de ecuaciones diferenciales. A veces la resolución de una ecuación diferencial requiere dos o más técnicas, así como ingenuidad y maestría de los métodos de solución. Algunas ecuaciones diferenciales solo pueden resolverse utilizando algunos trucos muy inteligentes. Otras más no tienen solución analítica.

En álgebra se buscan valores discretos que satisfagan una ecuación algebraica, por ejemplo, $x^2 - 7x - 10 = 0$. Sin embargo, cuando se trabaja con ecuaciones diferenciales se buscan funciones que satisfagan la ecuación en un intervalo específico. Por ejemplo, la ecuación algebraica $x^2 - 7x - 10 = 0$ es satisfecha por dos valores solamente: 2 y 5. Sin embargo, la ecuación diferencial $y'–7y = 0$ es satisfecha por la función e^{7x} para cualquier valor de x (figura 2-72).

Considere la ecuación algebraica $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$. Obviamente, $x = 1$ satisface esta ecuación, por tanto, es una solución; sin embargo, no es la única. Se puede demostrar por sustitución directa que $x = 2$ y $x = 3$ también satisfacen esta ecuación, y también son soluciones; pero no existe otra solución de esta ecuación. Por tanto, se dice que el conjunto 1, 2 y 3 forma la solución completa a esta ecuación algebraica.

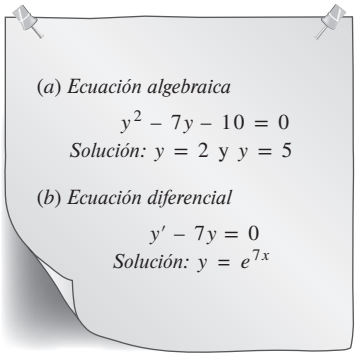


FIGURA 2-72

A diferencia de las ecuaciones algebraicas, las soluciones de las ecuaciones diferenciales son funciones en lugar de valores discretos.

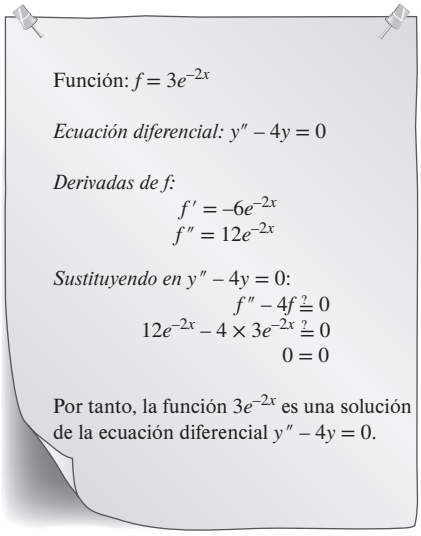


FIGURA 2-73

Verificando que una función dada sea una de las soluciones de una ecuación diferencial.

La misma línea de razonamiento se aplica a las ecuaciones diferenciales. Las ecuaciones diferenciales tienen múltiples soluciones que contienen al menos una constante arbitraria. Cualquier función que satisfaga a la ecuación diferencial en un intervalo se llama *solución* de dicha ecuación diferencial en ese intervalo. Una solución que involucra a una o más constantes arbitrarias representa a una familia de funciones que satisfacen a la ecuación diferencial, y se le llama **solución general**. No es una sorpresa que una ecuación diferencial pueda tener más de una solución general. A una solución general se le conoce como **solución general** o **solución completa** si cada solución de la ecuación puede obtenerse a partir de la misma como caso especial. A una solución que pueda obtenerse a partir de una solución general asignando valores específicos a las constantes arbitrarias se le conoce como **solución específica**.

En álgebra, un número es una solución a una ecuación algebraica si esta satisface a la ecuación. Por ejemplo, 2 es una solución de la ecuación $x^3 - 8 = 0$, ya que sustituyendo 2 por la x da cero. De manera similar, una función es una solución a una ecuación diferencial si dicha función satisface a la ecuación diferencial. En otras palabras, una función solución da lugar a una identidad cuando se sustituye en la ecuación diferencial. Por ejemplo, se puede demostrar por sustitución directa que la función $3e^{-2x}$ es una solución de la ecuación $y'' - 4y = 0$ (figura 2-73).

Solución general a las ecuaciones diferenciales seleccionadas

Esta sección brinda la solución general de las ecuaciones diferenciales que se presentan en los capítulos 2 y 3. En primera instancia se enlista la solución general de las ecuaciones de conducción de calor unidimensional en estado estable con propiedades constantes con o sin generación de calor en tres sistemas de coordenadas (rectangular, cilíndrico y esférico) presentada en el capítulo 2, seguido de la solución general a las ecuaciones de transferencia de biocalor y aleta del capítulo 3.

- Ecuación de conducción de calor en estado estable 1-D con generación de calor constante-coordenadas rectangulares (ecuación 2-15)

$$\frac{d^2y}{dx^2} + S = 0$$

Solución: $y(x) = C_1x + C_2 - \frac{1}{2}Sx^2$

- Ecuación de conducción de calor en estado estable 1-D sin generación de calor-coordenadas rectangulares (ecuación 2-17)

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 0$$

Solución: $y(x) = C_1x + C_2$

- Ecuación de conducción de calor en estado estable 1-D con generación de calor constante-coordenadas cilíndricas (ecuación 2-27)

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dy}{dr}\right) + S = 0$$

Solución: $y(r) = C_1\ln r + C_2 - \frac{1}{4}Sr^2$

- Ecuación de conducción de calor en estado estable 1-D sin generación de calor-coordenadas cilíndricas (ecuación 2-29)

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dy}{dr}\right)=0$$

Solución: $y(r)=C_1\ln r+C_2$

- Ecuación de conducción de calor en estado estable 1-D con generación de calor constante-coordenadas esféricas (ecuación 2-32)

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dy}{dr}\right)+S=0$$

Solución: $y(r)=-\frac{C_1}{r}+C_2-\frac{1}{6}Sr^2$

- Ecuación de conducción de calor en estado estable 1-D sin generación de calor constante-coordenadas esféricas (ecuación 2-34)

$$\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dy}{dr}\right)=0$$

Solución: $y(r)=-\frac{C_1}{r}+C_2$

- Ecuaciones de transferencia de biocalor o aleta en estado estable 1-D para sección transversal uniforme con coeficientes constantes-coordenadas rectangulares (ecuación 3-56 o ecuación 3-88)

$$\frac{d^2y}{dx^2}-\lambda^2y=0$$

Solución: $y(x)=C_1e^{+\lambda x}+C_2e^{-\lambda x}$

- Ecuación modificada de Bessel de orden cero con coeficientes constantes (ecuación de transferencia de biocalor)-coordenadas cilíndricas (ecuación 3-90)

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dy}{dr}\right)-B^2y=0$$

Solución: $y(r)=C_1I_0(Br)+C_2K_0(Br)$

donde I_0 y K_0 están modificados, son funciones de Bessel de orden cero del primero y segundo tipos, respectivamente. Los valores de I_0 y K_0 se proporcionan en la tabla 3-4.

RESUMEN

En este capítulo se estudió la ecuación de conducción de calor y sus soluciones. Se dice que la conducción de calor en un medio es *estable* cuando la temperatura no varía respecto al tiempo, y *no estable o transitoria* cuando sí cambia. La conducción de calor es *unidimensional* cuando la conducción es significativa en una dirección solamente y despreciable en las otras dos dimensiones. Se dice que es *bidimensional* cuando la conducción en la tercera dimensión es despreciable y *tridimensional* cuando la conducción en todas las direcciones es significativa. En el análisis de transferencia de calor, la conversión de energía eléctrica, química o nuclear en energía calórica (o térmica) se caracteriza como *generación de calor.*

La ecuación de conducción de calor puede deducirse efectuando un balance de energía en un elemento diferencial de volumen. Las ecuaciones de conducción de calor unidimensionales en sistemas de coordenadas rectangulares, cilíndricas y esféricas para el caso de conductividades térmicas constantes se pueden expresar como:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{k} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{k} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{\dot{e}_{\text{gen}}}{k} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

donde la propiedad $\alpha = k/\rho c$ es la *difusividad térmica* del material.

La solución de un problema de conducción de calor depende de las condiciones en las superficies, y las expresiones matemáticas de las condiciones térmicas en las fronteras se llaman *condiciones de frontera*. La solución de problemas de conducción de calor transitoria también depende de la condición del medio al comienzo del proceso de conducción de calor. Dicha condición, la cual a menudo se especifica para el tiempo $t = 0$ se llama *condición inicial,* es una expresión matemática de la distribución de la temperatura en el medio en un inicio. Una descripción matemática completa de un problema de conducción de calor requiere la especificación de dos condiciones de frontera para cada dimensión a lo largo de las cuales la conducción de calor es significativa y una condición inicial cuando el problema es transitorio. Las condiciones de frontera más comunes son la *temperatura específica*, el *flujo de calor específico*, la *convección* y la *radiación*. En general, una superficie de frontera puede involucrar flujo de calor específico, convección y radiación al mismo tiempo.

Para una transferencia de calor unidimensional estable a través de una placa de espesor L, se pueden expresar los diferentes tipos de condiciones de frontera en las superficies $x = 0$ y $x = L$ como:

Temperatura específica

$$T(0) = T_1 \qquad \text{y} \qquad T(L) = T_2$$

donde T_1 y T_2 son las temperaturas específicas en las superficies en $x = 0$ y $x = L$.

Flujo de calor específico:

$$-k\frac{dT(0)}{dx} = \dot{q}_0 \qquad \text{y} \qquad -k\frac{dT(L)}{dx} = \dot{q}_L$$

donde $\dot{q}_0$ y $\dot{q}_L$ son los flujos de calor específico en las superficies en $x = 0$ y $x = L$.

Aislamiento o simetría térmica:

$$\frac{dT(0)}{dx} = 0 \qquad \text{y} \qquad \frac{dT(L)}{dx} = 0$$

Convección:

$$-k\frac{dT(0)}{dx} = h_1[T_{\infty 1} - T(0)] \quad \text{y} \quad -k\frac{dT(L)}{dx} = h_2[T(L) - T_{\infty 2}]$$

donde h_1 y h_2 son los coeficientes de transferencia de calor por convección *y* $T_{\infty 1}$ y $T_{\infty 2}$ son las temperaturas del medio circundante en ambos lados de la placa.

Radiación:

$$-k\frac{dT(0)}{dx} = \varepsilon_1\sigma[T^4_{\text{alred, 1}} - T(0)^4] \quad \text{y}$$

$$-k\frac{dT(L)}{dx} = \varepsilon_2\sigma[T(L)^4 - T^4_{\text{alred, 2}}]$$

donde ε_1 y ε_2 son las emisividades de las superficies de frontera, $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}$ W/m$^2 \cdot$ K^4 es la constante de Stefan-Boltzmann y T_{alred1} y T_{alred2} son las temperaturas promedio de las superficies que rodean ambos lados de la placa. En cálculos de radiación, las temperaturas deben estar en K o R.

Interfase de dos cuerpos A y B en contacto total en $x = x_0$:

$$T_A(x_0) = T_B(x_0) \qquad \text{y} \qquad -k_A\frac{dT_A(x_0)}{dx} = -k_B\frac{dT_B(x_0)}{dx}$$

donde k_A y k_B son las conductividades térmicas de las capas A y B.

La generación de calor se expresa a menudo por *unidad de volumen* del medio y se denota por $\dot{e}_{\text{gen}}$, cuya unidad es W/m^3. En condiciones estables, la temperatura de superficie T_s de una pared plana con espesor $2L$, un cilindro con radio exterior r_0 y una esfera de radio r_0 en la que se genera calor a una razón constante de $\dot{e}_{\text{gen}}$ por unidad de volumen en un medio circundante T_{∞}, puede expresarse como:

$$T_{s,\text{ pared plana}} = T_\infty + \frac{\dot{e}_{\text{gen}}L}{h}$$

$$T_{s,\text{ cilindro}} = T_\infty + \frac{\dot{e}_{\text{gen}}r_o}{2h}$$

$$T_{s,\text{ esfera}} = T_\infty + \frac{\dot{e}_{\text{gen}}r_o}{3h}$$

donde h es el coeficiente de transferencia de calor por convección. El incremento máximo de temperatura entre la superficie y la sección central de un medio está dado por:

$$\Delta T_{\text{máx, pared plana}} = \frac{\dot{e}_{\text{gen}}L^2}{2k}$$

$$\Delta T_{\text{máx, cilindro}} = \frac{\dot{e}_{\text{gen}}r_o^2}{4k}$$

$$\Delta T_{\text{máx, esfera}} = \frac{\dot{e}_{\text{gen}}r_o^2}{6k}$$

Cuando se conoce la variación de la conductividad térmica con la temperatura *k(T),* el valor promedio de la conductividad térmica en el rango de temperatura entre T_1 y T_2 puede determinarse a partir de:

$$k_{\text{prom}} = \frac{\int_{T_1}^{T_2} k(T)dT}{T_2 - T_1}$$

Entonces, la razón de transferencia de calor estable a través de la pared plana, la capa cilíndrica o la capa esférica puede expresarse como:

$$\dot{Q}_{\text{pared plana}} = k_{\text{prom}} A \frac{T_1 - T_2}{L} = \frac{A}{L}\int_{T_2}^{T_1} k(T)dT$$

$$\dot{Q}_{\text{cilindro}} = 2\pi k_{\text{prom}} L \frac{T_1 - T_2}{\ln(r_2/r_1)} = \frac{2\pi L}{\ln(r_2/r_1)}\int_{T_2}^{T_1} k(T)dT$$

$$\dot{Q}_{\text{esfera}} = 4\pi k_{\text{prom}} r_1 r_2 \frac{T_1 - T_2}{r_2 - r_1} = \frac{4\pi r_1 r_2}{r_2 - r_1}\int_{T_2}^{T_1} k(T)dT$$

La variación de la conductividad térmica de un material con la temperatura se puede aproximar con frecuencia a una función lineal y expresarse como:

$$k(T) = k_0(1 + \beta T)$$

donde β se llama *coeficiente de temperatura de la conductividad térmica.*

BIBLIOGRAFÍA Y LECTURAS RECOMENDADAS

1. W. E. Boyce y R. C. Diprima. *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*, 4a. ed. Nueva York: John Wiley & Sons, 1986.

2. S. S. Kutateladze. *Fundamentals of Heat Transfer.* Nueva York: Academic Press, 1963.

PROBLEMAS*

Introducción

2-1C ¿En qué difieren la transferencia de calor transitoria y la transferencia de calor estable? ¿Cuál es la diferencia entre la transferencia de calor unidimensional y la bidireccional?

2-2C ¿La transferencia de calor es una cantidad escalar o vectorial?

2-3C ¿El vector de flujo de calor en un punto P de una superficie isotérmica de un medio tiene que ser perpendicular a la superficie en dicho punto? Explique.

2-4C Desde el punto de vista de la transferencia de calor, ¿cuál es la diferencia entre los materiales isotrópicos y los anisotrópicos?

2-5C ¿Cómo se define la generación de calor en un sólido? Proporcione ejemplos.

2-6C A la generación de calor se le conoce también como generación de energía o generación de energía térmica. ¿Qué piensa al respecto?

2-7C Con la finalidad de dimensionar el compresor de un refrigerador nuevo, se desea determinar la razón de transferencia de calor desde el aire de la cocina hacia el espacio refrigerado a través de las paredes, puertas y secciones superior e inferior del refrigerador. En su análisis, ¿trataría esto como un problema de transferencia de calor estable o de calor transitorio? ¿Consideraría la transferencia de calor como unidimensional o multidimensional? Explique.

2-8C Para determinar el tamaño del elemento de calentamiento de un horno nuevo, se desea determinar la razón de pérdida de calor a través de las paredes, puertas y secciones superior e inferior del horno. En su análisis, ¿consideraría esta situación un problema de transferencia de calor estable o transitorio? ¿Estimaría la transferencia de calor como unidimensional o multidimensional? Explique.

2-9C Imagine una papa redonda cocinándose en un horno. ¿Modelaría el proceso de transferencia de calor hacia la papa como uno unidimensional, bidimensional o tridimensional?, ¿la transferencia de calor sería estable o transitoria?, ¿qué sistema de coordenadas utilizaría para resolver este problema y dónde colocaría el origen? Explique.

2-10C Suponga el cocimiento de un huevo en agua hirviendo dentro de una cacerola. ¿Modelaría la transferencia de calor hacia el huevo como unidimensional, bidimensional o tridimensional?, ¿la transferencia de calor sería estable o transitoria?, ¿qué sistema de coordenadas utilizaría para resolver este problema y dónde colocaría el origen? Explique.

2-11C Considere el cocimiento de un *hot dog* en agua hirviendo dentro de una cacerola. ¿Modelaría la transferencia de calor hacia el *hot dog* como unidimensional, bidimensional o tridimensional?, ¿la transferencia de calor sería estable o transitoria?, ¿qué sistema de coordenadas utilizaría para resolver este problema y dónde colocaría el origen? Explique.

2-12C Imagine el cocimiento de carne de res en agua hirviendo dentro de un horno. ¿Consideraría la transferencia de calor como estable o transitoria? ¿Consideraría este problema como unidimensional, bidimensional o tridimensional? Explique.

2-13C Considere la pérdida de calor desde un tanque cilíndrico con agua caliente de 200 L en una casa hacia el medio ambiente. ¿La transferencia de calor es estable o transitoria? ¿Este problema es unidimensional, bidimensional o tridimensional? Explique.

* Los problemas señalados con una "C" son preguntas conceptuales en las que se alienta a los estudiantes a responderlas todas. Los problemas designados con una "I" están en unidades del sistema inglés, y los usuarios del SI pueden ignorarlos. Los problemas con el icono son de naturaleza integral y están destinados a resolverse con el software adecuado. Los problemas con el icono son problemas de prevención a través del diseño (*Prevention through Design*). Los problemas con el icono son de códigos y estándares (*Codes and Standards*).

2-14C Visualice una bebida enlatada fría en una mesa. ¿Modelaría la transferencia de calor hacia la bebida como unidimensional, bidimensional o tridimensional?, ¿la transferencia de calor sería estable o transitoria? ¿Qué sistema de coordenadas utilizaría para resolver este problema y dónde colocaría el origen? Explique.

2-15 Los medidores de flujo de calor utilizan un dispositivo muy sensible llamado termopila para medir la diferencia de temperatura de una película delgada conductora de calor fabricada con kapton ($k = 0.345$ W/m·K). Si la termopila puede detectar diferencias de temperatura de 0.1 °C o más y el espesor de la película es de 2 mm, ¿cuál es el flujo de calor mínimo que este medidor puede detectar? *Respuesta:* 17.3 W/m^2

2-16 Una varilla cilíndrica de acero inoxidable con diámetro D =18 mm y longitud L = 110 mm se aísla en su superficie exterior excepto en sus extremos. La masa de la varilla es de 0.221 kg. La distribución de temperatura estable unidimensional de la varilla es $T(x) = 310\ \text{K} - 20\ \text{K}(x/L)$. Determine el flujo de calor a lo largo de la varilla.

2-17 Considere una placa de acero inoxidable de 3 cm de espesor y de gran tamaño en la que se genera calor uniformemente a una razón de 5×10^6 W/m^3. Suponiendo que la placa está perdiendo calor en ambos lados, determine el flujo de calor en la superficie de la placa durante su operación en estado estable. *Respuesta:* 75 kW/m^2

2-18 En un reactor nuclear se genera calor uniformemente en las varillas cilíndricas de uranio de 5 cm de diámetro a razón de 7×10^7 W/m^3. Si la longitud de las varillas es de 1 m, determine la razón de generación de calor de cada varilla. *Respuesta:* 137 kW

2-19 En un estanque solar, la absorción de energía solar puede modelarse como generación de calor, y dicho proceso puede ser modelado aproximadamente por la ecuación $\dot{e}_{\text{gen}} = \dot{e}_0 \dot{e}^{-bx}$, donde $\dot{e}_0$ es la razón de absorción de calor en la superficie superior por unidad de volumen y b es una constante. Obtenga una relación para obtener la razón total de generación de calor en una capa de agua de superficie A y espesor L en la parte superior del estanque.

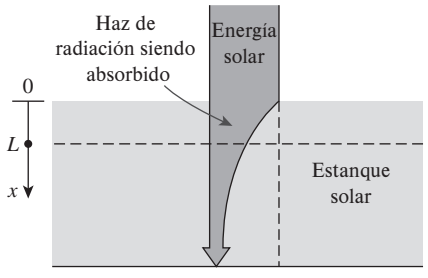


FIGURA P2-19

2-20I La resistencia de alambre de una plancha de 1 000 W tiene una longitud de 15 pulgadas y un diámetro D = 0.08 pulgadas. Determine la razón de generación de calor en el alambre por unidad de volumen en Btu/h·pie^3 y el flujo de calor en la superficie exterior del alambre en Btu/h·pie^2 como resultado de dicha generación de calor.

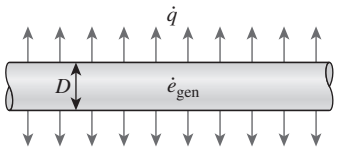


FIGURA P2-20I

Ecuación de conducción de calor

2-21C Escriba la ecuación de conducción de calor transitoria unidimensional de una pared plana con conductividad térmica y generación de calor constantes en su forma más simple e indique lo que representa cada variable.

2-22C Escriba la ecuación de conducción de calor transitoria unidimensional de un cilindro largo con conductividad térmica y generación de calor constantes e indique qué representa cada variable.

2-23 Comenzando con un balance de energía en un elemento de volumen rectangular, deduzca la ecuación de conducción de calor transitoria unidimensional de una pared plana con conductividad térmica constante y sin generación de calor.

2-24 Iniciando con un balance de energía en un elemento de volumen de un contenedor cilíndrico, deduzca la ecuación de conducción de calor estable unidimensional de un cilindro largo con conductividad térmica constante en el que se genera calor a una razón de $\dot{e}_{\text{gen}}$.

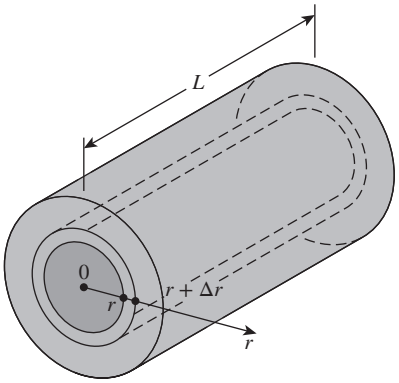


FIGURA P2-24

2-25 Comenzando con un balance de energía en un elemento de volumen de un contenedor esférico, deduzca la ecuación de conducción de calor transitoria unidimensional de una esfera con conductividad térmica constante y sin generación de calor.

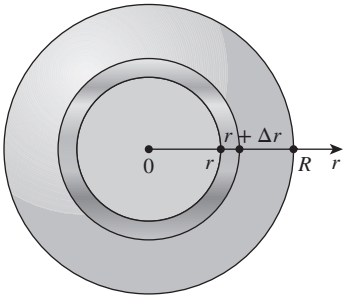


FIGURA P2-25

2-26 Considere un medio en el que la ecuación de conducción de calor esté dada en su forma más simple como:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

a) ¿La transferencia de calor es estable o transitoria?
b) ¿La transferencia de calor es en 1, 2 o 3 dimensiones?
c) ¿Hay generación de calor en el medio?
d) ¿La conductividad térmica en el medio es constante o variable?

2-27 Considere un medio en el que la ecuación de conducción de calor esté dada en su forma más simple, como:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

a) ¿La transferencia de calor es estable o transitoria?
b) ¿La transferencia de calor es en 1, 2 o 3 dimensiones?
c) ¿Hay generación de calor en el medio?
d) ¿La conductividad térmica en el medio es constante o variable?

2-28 Considere un medio en el que la ecuación de conducción de calor esté dada en su forma más simple como:

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(rk\frac{dT}{dr}\right) + \dot{e}_{\text{gen}} = 0$$

a) ¿La transferencia de calor es estable o transitoria?
b) ¿La transferencia de calor es en 1, 2 o 3 dimensiones?
c) ¿Hay generación de calor en el medio?
d) ¿La conductividad térmica en el medio es constante o variable?

2-29 Considere un medio en el que la ecuación de conducción de calor esté dada en su forma más simple como:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right) + \dot{e}_{\text{gen}} = 0$$

a) ¿La transferencia de calor es estable o transitoria?
b) ¿La transferencia de calor es en 1, 2 o 3 dimensiones?
c) ¿Hay generación de calor en el medio?
d) ¿La conductividad térmica en el medio es constante o variable?

2-30 Considere un medio en el que la ecuación de conducción de calor esté dada en su forma más simple como:

$$r\frac{d^2T}{dr^2} + 2\frac{dT}{dr} = 0$$

a) ¿La transferencia de calor es estable o transitoria?
b) ¿La transferencia de calor es en 1, 2 o 3 dimensiones?
c) ¿Hay generación de calor en el medio?
d) ¿La conductividad térmica en el medio es constante o variable?

2-31 Considere un medio en el que la ecuación de conducción de calor esté dada en su forma más simple como:

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial T}{\partial r}\right) = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

a) ¿La transferencia de calor es estable o transitoria?
b) ¿La transferencia de calor es en 1, 2 o 3 dimensiones?
c) ¿Hay generación de calor en el medio?
d) ¿La conductividad térmica en el medio es constante o variable?

2-32 Considere un medio en el que la ecuación de conducción de calor esté en su forma más simple, como:

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\text{sen}^2\theta}\frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

a) ¿La transferencia de calor es estable o transitoria?
b) ¿La transferencia de calor es en 1, 2 o 3 dimensiones?
c) ¿Hay generación de calor en el medio?
d) ¿La conductividad térmica en el medio es constante o variable?

2-33 Comenzando con un balance de energía en un elemento de volumen, deduzca la ecuación de conducción de calor transitoria bidimensional en coordenadas rectangulares para $T(x, y, t)$ en el caso de conductividad térmica constante y sin generación de calor.

2-34 Iniciando con un balance de energía en un elemento de volumen en forma de anillo, deduzca la ecuación de conducción de calor estable bidimensional en coordenadas cilíndricas para $T(r, z)$ en el caso de conductividad térmica constante y sin generación de calor.

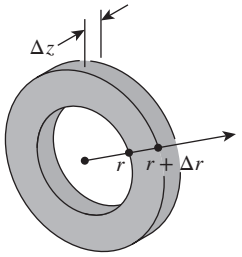


FIGURA P2-34

2-35 Comenzando con un balance de energía en un elemento de volumen de un disco, deduzca la ecuación de conducción de calor transitoria unidimensional para $T(z, t)$ en un cilindro de diámetro D con la superficie de un lado aislada para el caso de conductividad térmica constante con generación de calor.

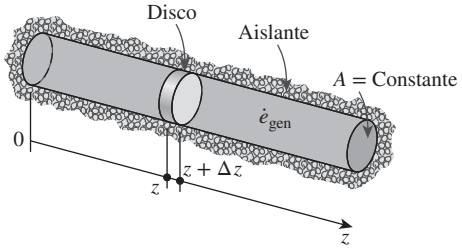


FIGURA P2-35

Condiciones iniciales y de frontera; planteamiento de problemas de conducción de calor

2-36C ¿Qué es una condición de frontera? ¿Cuántas condiciones de frontera se necesitan especificar en un problema de conducción de calor bidimensional?

2-37C ¿Qué es una condición inicial? ¿Cuántas condiciones iniciales se requiere especificar en un problema de conducción de calor bidimensional?

2-38C ¿Qué es una condición de frontera térmica simétrica?, ¿cómo se expresa matemáticamente?

2-39C ¿Cómo es la condición de frontera de una superficie aislada expresada matemáticamente?

2-40C Se afirma que el perfil de temperatura de un medio debe ser perpendicular a una superficie aislada. ¿Es una afirmación válida? Explique.

2-41C ¿Por qué tratamos de evitar las condiciones de frontera de radiación en el análisis de transferencia de calor?

2-42 Considere una cacerola de aluminio que se utiliza para cocinar estofado en una estufa eléctrica. La parte inferior de la cacerola tiene un espesor $L = 0.25$ cm y un diámetro $D = 18$ cm. La unidad de calefacción en la parte superior consume 900 W durante la cocción, y 90% del calor generado en el elemento de calefacción se transfiere a la cacerola. En operación estable, la temperatura de la superficie interior de la cacerola es 108 °C. Suponiendo conductividad térmica dependiente de la temperatura y transferencia de calor unidimensional, exprese la ecuación matemática (la ecuación diferencial y las condiciones de frontera) de este problema de conducción de calor durante operación estable. No lo resuelva.

2-43 Se utiliza una cacerola de acero para hervir agua en una estufa eléctrica. La parte inferior de la cacerola tiene $L = 0.5$ cm de espesor y un diámetro $D = 20$ cm. La unidad de calentamiento de la estufa consume 1 250 W de potencia durante la cocción y 85% del calor generado en el elemento de calefacción se transfiere uniformemente a la cacerola. La transferencia de calor de la sección del fondo hacia el agua es por convección, con un coeficiente de transferencia de calor h. Suponiendo conductividad térmica constante y transferencia de calor unidimensional, exprese la ecuación matemática (la ecuación diferencial y las condiciones de frontera) de este problema de conducción de calor durante operación estable. No lo resuelva.

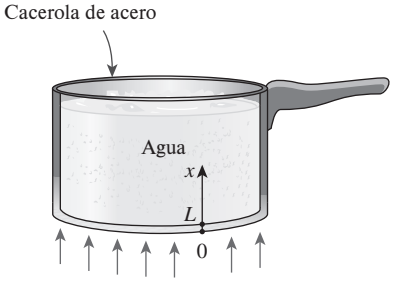


FIGURA P2-43

2-44 La pared que da al este de una casa tiene un espesor L. La superficie exterior de la pared intercambia calor por convección y por radiación. El interior de la casa se mantiene a una temperatura $T_{\infty 1}$, mientras que la temperatura ambiente en el exterior permanece a $T_{\infty 2}$. El cielo, el piso y las superficies de las estructuras circundantes en este sitio pueden modelarse como una superficie a una temperatura efectiva de T_{cielo} para el intercambio de radiación hacia la superficie exterior. El intercambio de radiación entre la superficie interior de la pared y las superficies de las paredes, piso y techo son despreciables. Los coeficientes de transferencia de calor por convección en las superficies interior y exterior son h_1 y h_2, respectivamente. La conductividad térmica del material de la pared es k y la emisividad de la superficie exterior es ε_2. Si la transferencia de calor a través de la pared es estable y unidimensional, exprese la ecuación matemática (ecuación diferencial y las condiciones iniciales y de frontera) de este problema de conducción de calor. No lo resuelva.

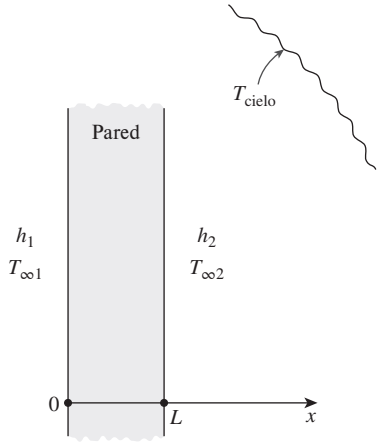


FIGURA P2-44

2-45 Se genera calor en un alambre largo de radio r_0 a una razón constante $\dot{e}_{\text{gen}}$ por unidad de volumen. El alambre está cubierto con una capa de plástico aislante. Exprese la condición de frontera del flujo de calor en la interfase en términos del calor generado.

2-46 Se tiene una tubería larga de radio interior r_1, radio exterior r_2 y conductividad térmica k. La superficie exterior de la tubería está sujeta a convección hacia un medio que está a una temperatura T_∞ con un coeficiente de transferencia de calor de h; sin embargo, la dirección de la transferencia de calor no se conoce. Exprese la condición de frontera de la convección en la superficie exterior de la tubería.

2-47I Un alambre para calentamiento por resistencia de 2 kW cuya conductividad térmica es $k = 10.4$ Btu/h · pie · R tiene un radio de $r_0 = 0.06$ pulgadas y una longitud $L = 15$ pulgadas, y se utiliza para calentar espacios. Suponiendo conductividad térmica constante y transferencia de calor unidimensional, exprese la ecuación matemática (la ecuación diferencial y las condiciones de frontera) de este problema de conducción de calor durante operación estable. No lo resuelva.

2-48 Fluye agua a través de una tubería a una temperatura promedio de $T_\infty = 70$ °C. Los radios interior y exterior de la

tubería son $r_1 = 6$ cm y $r_2 = 6.5$ cm, respectivamente. La superficie exterior de la tubería está envuelta con un calentador eléctrico delgado que consume 300 W por metro de longitud de la tubería. La superficie expuesta del calentador está aislada de tal manera que todo el calor generado en el calentador se transfiere a la tubería. El calor se transfiere desde la superficie interior de la tubería hacia el agua por convección con un coeficiente de transferencia de calor de $h = 85$ W/m$^2 \cdot$K. Suponiendo conductividad térmica constante y transferencia de calor unidimensional, exprese la ecuación matemática (la ecuación diferencial y las condiciones de frontera) de la conducción de calor en la tubería durante operación estable. No la resuelva.

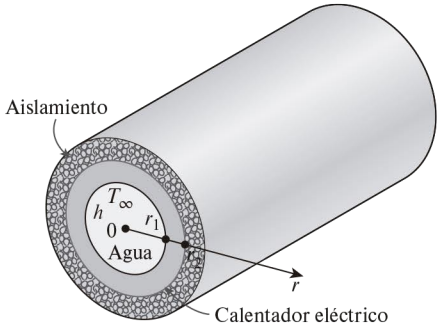


FIGURA P2-48

2-49 Se tiene un contenedor esférico de radio interior r_1, radio exterior r_2 y conductividad térmica k. Exprese la condición de frontera en la superficie interior del contenedor para operación estable unidimensional en los casos siguientes: *a*) temperatura específica de 50 °C, *b*) flujo de calor específico de 30 W/m^2 hacia el centro, *c*) convección hacia un medio a T_∞ con un coeficiente de transferencia de calor de h.

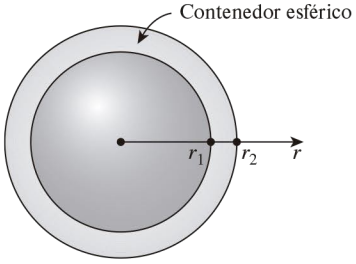


FIGURA P2-49

2-50 Se tiene una carcasa esférica de radio interior r_1, radio exterior r_2, conductividad térmica k y emisividad ε. La superficie exterior de la carcasa está sujeta a radiación hacia las superficies de alrededor a T_{alred}; sin embargo, no se conoce la dirección de la transferencia de calor. Exprese la condición de frontera de radiación en la superficie exterior de la carcasa.

2-51 Un contenedor consta de dos capas esféricas, A y B, que se encuentran en contacto. Si el radio de la interfase es r_0, exprese las condiciones de frontera en la interfase.

2-52 Una pelota metálica esférica de radio r_0 se calienta en un horno a una temperatura T_i y después se saca del horno y se deja caer en una tina grande con agua a T_∞, donde se enfría por convección con un coeficiente de transferencia de calor por convección promedio h. Suponiendo conductividad térmica constante y transferencia de calor unidimensional transitoria, exprese la ecuación matemática (la ecuación diferencial y las condiciones iniciales y de frontera) de este problema de conducción de calor. No la resuelva.

2-53 Una esfera metálica de radio r_0 se calienta en un horno a una temperatura T_i y después se saca del horno y se deja enfriar con aire ambiente a T_∞ por convección y radiación. La emisividad de la superficie exterior del cilindro es ε y la temperatura de las superficies de alrededor es T_{alred}. Se estima que el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio es h. Suponiendo conductividad térmica variable y transferencia de calor unidimensional transitoria, exprese la ecuación matemática (la ecuación diferencial y las condiciones iniciales y de frontera) de este problema de conducción de calor. No la resuelva.

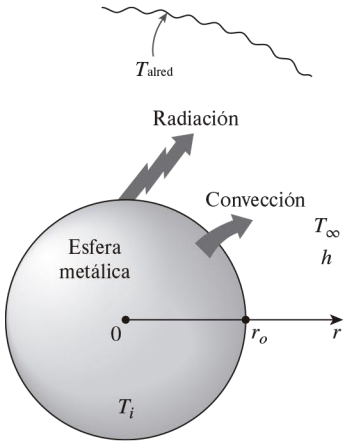


FIGURA P2-53

Solución de problemas de conducción de calor unidimensional estable

2-54C Se establece que la temperatura de una pared plana con conductividad térmica constante y sin generación de calor varía linealmente durante la conducción de calor unidimensional estable. ¿Sería este el caso cuando la pared pierda calor por radiación de sus superficies?

2-55C Se tiene conducción de calor unidimensional a través de una pared plana y grande sin generación de calor, la cual está perfectamente aislada de un lado y sujeta a convección y a radiación del otro. En condiciones estables, la temperatura en una pared plana debe ser uniforme (la misma en cualquier punto). ¿Está de acuerdo con esta estimación? ¿Por qué?

2-56C Se tiene una varilla sólida cilíndrica cuya superficie lateral se conserva a una temperatura constante, mientras que los extremos están perfectamente aislados. La conductividad térmica del material de la varilla es constante y no hay generación de calor. Se estima que la temperatura en la dirección

radial dentro de la varilla no varía durante la conducción de calor estable. ¿Está de acuerdo con esta estimación? ¿Por qué?

2-57C En una varilla sólida cilíndrica los extremos se mantienen a temperaturas constantes pero diferentes, mientras que la superficie lateral está perfectamente aislada. No hay generación de calor. Se considera que la temperatura a lo largo del eje de la varilla varía linealmente durante la conducción de calor estable. ¿Está de acuerdo con esta estimación? ¿Por qué?

2-58 Se tiene una pared plana de gran tamaño cuyo espesor es $L = 0.3$ m, conductividad térmica $k = 2.5$ W/m·K y área $A = 12$ m^2. El lado izquierdo de la pared está en $x = 0$ y se encuentra sujeto a un flujo de calor neto $\dot{q}_0 = 700$ W/m^2, mientras que la temperatura en dicha superficie es $T_1 = 80$ °C. Suponiendo conductividad térmica constante y no generación de calor en la pared, *a*) exprese la ecuación diferencial y las condiciones de frontera para conducción de calor unidimensional estable a través de la pared, *b*) obtenga una relación para la variación de temperatura en la pared resolviendo la ecuación diferencial, y *c*) evalúe la temperatura de la superficie derecha de la pared en $x = L$. *Respuesta:* (c) –4 °C

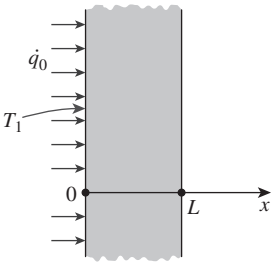


FIGURA P2-58

2-59 La placa de la base de una plancha doméstica de 800 W tiene un espesor $L = 0.6$ cm, un área de la base $A = 160$ cm^2 y conductividad térmica $k = 20$ W/m·K. La superficie interior de la base de la placa está sujeta a un flujo de calor uniforme generado por los calentadores de resistencia dentro de la plancha. Cuando se llegan a condiciones de operación estable, la temperatura de la superficie exterior de la placa es de 85 °C. Sin considerar ninguna pérdida de calor a través de la parte superior de la plancha, *a*) exprese la ecuación diferencial y las condiciones de frontera para conducción de calor unidimensional estable a través de la placa, *b*) obtenga una relación para la variación de temperatura en la placa de la base resolviendo la ecuación diferencial, y *c*) evalúe la temperatura de la superficie interior. *Respuesta:* (c) 100 °C

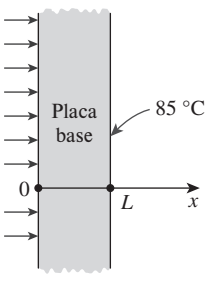


FIGURA P2-59

2-60 C&S Un cable calentador pasa por en medio de una losa de concreto para derretir la nieve. Dicho cable se calienta eléctricamente con el fin de mantener la losa de concreto a un calor uniforme de 1 200 W/m^2. El concreto tiene una conductividad térmica de 1.4 W/m·K. Para minimizar el esfuerzo térmico en el concreto, la diferencia de temperatura entre la superficie (T_1) del calentador y la superficie de la losa (T_2) no debe exceder 21 °C (Manual ASHRAE 2015—Aplicaciones HVAC, Capítulo 51). Calcule el perfil de temperatura de la losa de concreto y determine su espesor (L), de tal forma que $T_1 - T_2 \leq 21$ °C.

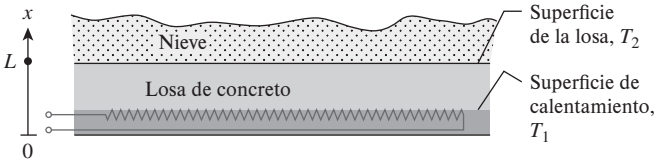


FIGURA P2-60

2-61 Se tiene una pared plana y grande de espesor $L = 0.4$ m, conductividad térmica $k = 2.3$ W/m·K y área de la superficie $A = 30$ m^2. El lado izquierdo de la pared se mantiene a una temperatura constante de $T_1 = 90$ °C, mientras que el lado derecho pierde calor por convección al aire de alrededor a $T_\infty = 25$ °C con un coeficiente de transferencia de calor de $h = 24$ W/m^2·K. Suponiendo conductividad térmica constante y sin generación de calor en la pared, *a*) exprese la ecuación diferencial y las condiciones de frontera para conducción de calor unidimensional y estable a través de la pared, *b*) obtenga una relación para la variación de temperatura en la pared resolviendo la ecuación diferencial, y *c*) evalúe la razón de transferencia de calor a través de la pared. *Respuesta:* (*c*) 9 045 W

2-62 Se tiene una pared plana de concreto de 20 cm de espesor ($k = 0.77$ W/m·K) sujeta a convección por ambos lados con $T_{\infty 1} = 27$ °C y $h_1 = 5$ W/m^2·K en el interior y $T_{\infty 2} = 8$ °C y $h_2 = 12$ W/m^2·K en el exterior. Suponiendo conductividad térmica constante sin generación de calor y radiación mínima, *a*) exprese la ecuación diferencial y las condiciones de frontera para conducción de calor unidimensional estable a través de la pared, *b*) obtenga una relación para la variación de temperatura en la pared resolviendo la ecuación diferencial, y *c*) evalúe las temperaturas en las superficies interior y exterior de la pared.

2-63 PtD En las plantas procesadoras de metal, los empleados a menudo trabajan cerca de superficies metálicas calientes. Las superficies calientes expuestas representan un riesgo que puede causar quemaduras en la piel. Las superficies metálicas a más de 70 °C se consideran como extremadamente calientes. El daño en la piel se puede presentar instantáneamente al contacto con superficies metálicas a dicha temperatura. En una planta que procesa placas metálicas, una placa se transporta a través de una serie de ventiladores para enfriar su superficie a una temperatura de 30 °C. La placa tiene un espesor de 25 mm y una conductividad térmica de 13.5 W/m^2·K. La temperatura de la superficie inferior de la placa es supervisada por un termómetro infrarrojo (IR). Obtenga una expresión para la variación de la temperatura de la placa metálica. El

termómetro IR mide un valor de 60 °C en la superficie inferior de la placa. Determine el valor mínimo del coeficiente de transferencia de calor por convección necesario para mantener la superficie superior por debajo de 47 °C.

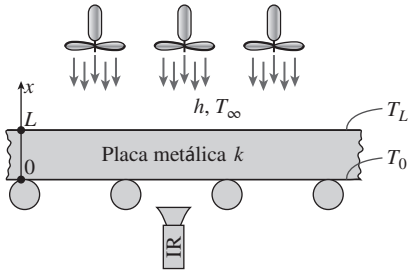


FIGURA P2-63

2-64 C&S La superficie inferior de una placa metálica de 5 cm de espesor y conductividad térmica de 15 W/m · K está sujeta a un flujo de calor uniforme de 2 250 W/m^2. La superficie superior de la placa está expuesta al aire ambiental, a una temperatura de 30 °C y un coeficiente de transferencia de calor por convección de 10 W/m^2 · K. Una serie de tornillos de acero al carbón ASME SA-193 están atornillados en la superficie superior de la placa metálica. El ASME Boiler and Pressure Vessel Code (ASME BPVC.IV-2015, HF-300) limita la temperatura máxima permitida a 260 °C para tornillos SA-193. Diseñe el perfil de temperatura de la placa metálica y determine la ubicación en la placa donde la temperatura empiece a exceder los 260 °C. Si la longitud de la rosca de los tornillos es de 1 cm, ¿cumplen los tornillos SA-193 con el código ASME?

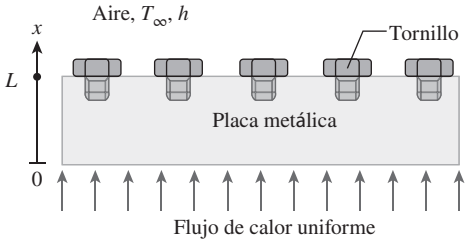


FIGURA P2-64

2-65 Una pared plana de gran tamaño tiene un espesor L = 50 cm y una conductividad térmica k = 25 W/m · K. En la superficie izquierda (x = 0) está sujeta a un flujo de calor uniforme $\dot{q}_0$, mientras que la temperatura de la superficie T_0 es constante. La superficie derecha de la pared experimenta transferencia de calor con convección y radiación, mientras que la temperatura de la superficie es T_L = 225 °C y la temperatura de los alrededores es 25 °C. La emisividad y el coeficiente de transferencia de calor por convección en la superficie derecha son 0.7 y 15 W/m^2 · K, respectivamente. *a*) Demuestre que la variación de temperatura en la pared puede expresarse como $T(x) = (\dot{q}_0/k)(L - x) + T_L$, *b*) calcule el flujo de calor $\dot{q}_0$ en la cara izquierda de la pared, y *c*) determine la temperatura de la superficie izquierda de la pared en x = 0.

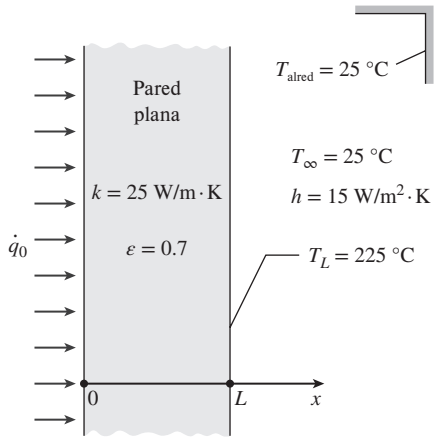


FIGURA P2-65

2-66 Un colector solar de placa plana se utiliza para calentar agua generando un flujo de agua a través de los tubos conectados a la parte posterior de una placa delgada de absorción de calor. La placa de absorción tiene una emisividad y absorción de 0.9. La temperatura de la superficie superior (x = 0) del absorbedor es T_0 = 35 °C, y la radiación solar incide en el absorbedor a 500 W/m^2 con una temperatura circundante de 0 °C. El coeficiente de transferencia de calor por convección en la superficie del absorbedor es 5 W/m^2 · K, mientras que la temperatura ambiente es de 25 °C. Demuestre que la variación de temperatura en la placa absorbedora puede expresarse como $T(x) = -(\dot{q}_0/k)x + T_0$, y determine el flujo de calor neto $\dot{q}_0$ absorbido por el colector solar.

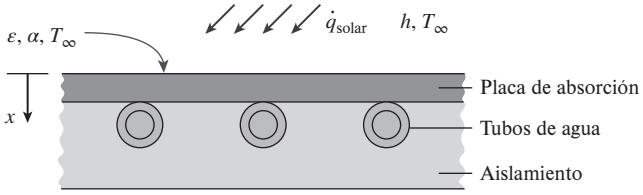


FIGURA P2-66

2-67 Los hornos de calentamiento eléctrico para hornear por lotes se utilizan en la industria de tratamiento térmico. Se tiene un horno hecho con una placa de acero de 20 mm de espesor con una conductividad térmica de 25 W/m · K. El horno se encuentra en un cuarto a una temperatura ambiente de 20 °C y un coeficiente de transferencia de calor por convección promedio de 10 W/m^2 · K. Si la superficie interior del frente del horno está sujeta a un flujo de calor uniforme de 5 kW/m^2 y la superficie exterior tiene una emisividad de 0.30, determine la temperatura de la superficie interior del frente del horno.

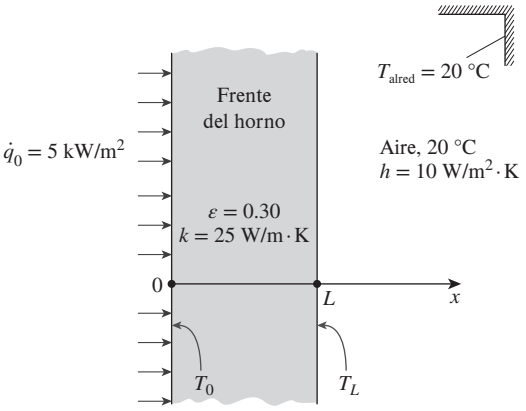


FIGURA P2-67

2-68I Una placa de gran tamaño hecha de acero tiene un espesor de $L = 4$ pulgadas, conductividad térmica $k = 7.2$ Btu/h $\cdot$ pie $\cdot$ °F, una emisividad de $\varepsilon = 0.7$ y se encuentra sobre el suelo. La superficie expuesta de la placa en $x = L$ intercambia calor por convección con el aire del ambiente a $T_\infty = 90$ °F con un coeficiente de transferencia de calor promedio de $h = 12$ Btu/h $\cdot$ pie$^2 \cdot$ °F, así como también por radiación en el espacio libre a una temperatura equivalente de cielo $T_{cielo} = 480$ R. La temperatura de la superficie superior de la placa es de 75 °F. Suponiendo transferencia de calor unidimensional estable, *a*) exprese la ecuación diferencial y las condiciones de frontera de la conducción de calor a través de la placa, *b*) obtenga una relación para la variación de temperatura en la placa resolviendo la ecuación diferencial, y *c*) determine el valor de la temperatura de la superficie inferior de la placa en $x = 0$.

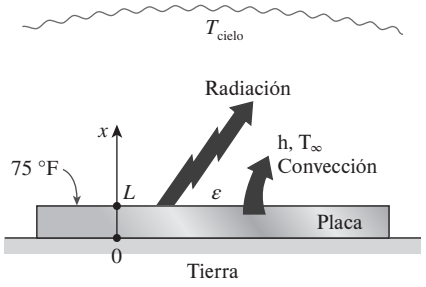


FIGURA P2-68I

2-69 C&S La superficie superior de una placa está expuesta a convección natural a una temperatura ambiente de 50 °C, y la placa tiene un coeficiente de transferencia de calor por convección de 2 W/m$^2 \cdot$K. Se presenta un intercambio de radiación térmica entre la superficie superior de la placa y la temperatura de la superficie circundante de 200 °C. La superficie inferior de la placa está completamente aislada, y la superior está atornillada con tornillos de latón naval ASTM B21. La emisividad de la superficie de la placa y de los tornillos es 0.3. El Código ASME de la Tubería para Procesos (ASME B31.3-2014) limita la máxima temperatura de los tornillos B21 a 149 °C. Determine el perfil de temperatura de la placa. ¿Cumplen los tornillos ASTM B21 de la placa con el código ASME? Si no, proponga una solución para mantener la temperatura de la placa por debajo de la temperatura máxima.

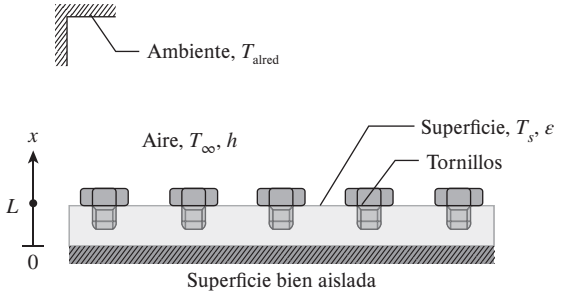


FIGURA P2-69

2-70 Se tiene una tubería en la que circula agua enfriada, la cual tiene una longitud L, radio interior r_1, radio exterior r_2 y conductividad térmica k. A través de la tubería fluye agua a una temperatura T_f y el coeficiente de transferencia de calor en la superficie interior es h. Si la tubería está bien aislada en su superficie exterior, *a*) exprese la ecuación diferencial y las condiciones de frontera para conducción de calor unidimensional estable a través de la tubería, y *b*) obtenga una relación para la variación de temperatura en la tubería resolviendo la ecuación diferencial.

2-71I Se tiene una tubería en la que circula vapor de longitud $L = 30$ pies, radio interior $r_1 = 2$ pulgadas, radio exterior $r_2 = 2.4$ pulgadas y conductividad térmica $k = 7.2$ Btu/h $\cdot$ pie $\cdot$ °F. Por la tubería fluye vapor a una temperatura promedio de 250 °F y el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio de la superficie interior es $h = 12$ Btu/h $\cdot$ pie$^2 \cdot$ °F. Si la temperatura promedio de las superficies exteriores de la tubería es $T_2 = 160$ °F, *a*) exprese la ecuación diferencial y las condiciones de frontera para conducción de calor unidimensional estable a través de la tubería, *b*) obtenga una relación para la variación de temperatura en la tubería resolviendo la ecuación diferencial, y *c*) evalúe la razón de pérdida de calor del vapor a través de la tubería. *Respuesta: c*) 33 600 Btu/h

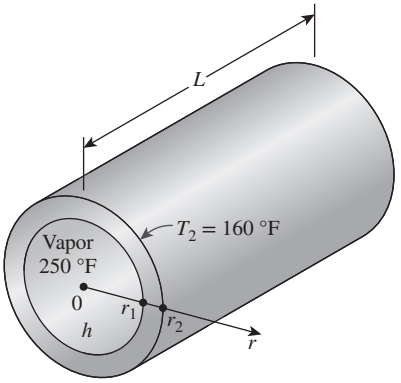


FIGURA P2-71I

2-72 En una planta de manufactura, una tubería transporta vapor sobrecalentado a una razón de flujo de masa de 0.3 kg/s. La tubería tiene una longitud de 10 m y un diámetro interior de 5 cm, y el espesor de la pared es de 6 mm. La tubería tiene una conductividad térmica de 17 W/m · K, y la superficie interior de la tubería está a una temperatura uniforme de 120 °C. La caída de temperatura entre la entrada y salida de la tubería es de 7 °C, y el calor específico a presión constante del vapor es 2 190 J/kg · °C. Si la temperatura del aire en la planta de manufactura es de 25 °C, determine el coeficiente de transferencia de calor como resultado de la convección entre la superficie exterior de la tubería y al aire circundante.

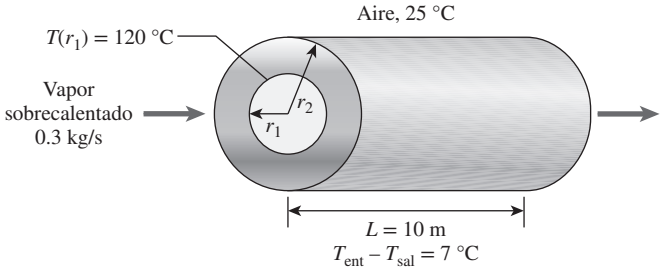


FIGURA P2-72

2-73 En la producción de petróleo y gas natural del fondo del mar, fluidos de hidrocarburos dejan el reservorio a una temperatura de 70 °C y fluyen en los alrededores del fondo del mar a 5 °C. Debido a la diferencia de temperaturas entre el reservorio y el ambiente del fondo del mar, el conocimiento de la transferencia de calor es un aspecto crítico para evitar la formación de hidrato de gas y bloqueos por deposición de cera. Se tiene una línea de tubería bajo el mar que tiene un diámetro interior de 0.5 m y un espesor de pared de 8 mm, y se usa para transportar hidrocarburos líquidos a una temperatura promedio de 70 °C y el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio de la superficie interior de la línea de tubería se estima que es de 250 W/m^2 · K. El ambiente submarino tiene una temperatura de 5 °C, y el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio en la superficie exterior de la línea de tubería se estima en 150 W/m^2 · K. Si la línea de tubería está hecha de un material que tiene una conductividad térmica de 60 W/m · K, utilice la ecuación de conducción de calor para *a*) obtener la variación de temperatura en la pared de la línea de tubería, *b*) determinar la temperatura de la superficie interior de la línea de tubería, *c*) obtener la expresión matemática para la razón de pérdida de calor del hidrocarburo líquido en la línea de tubería, y *d*) determinar el flujo de calor a través de la superficie de la línea de tubería exterior.

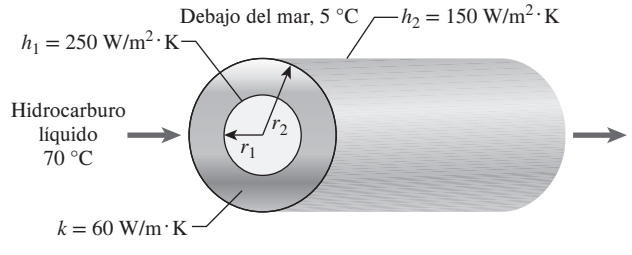


FIGURA P2-73

2-74 PtD El etanol líquido es un fluido inflamable que tiene un punto de inflamabilidad de 16.6 °C. A temperaturas por arriba del punto de inflamabilidad, el etanol puede liberar vapores que forman mezclas explosivas, las cuales pueden explotar con una fuente de ignición. En una planta química se transporta etanol en una tubería (k = 15 W/m · K) con un diámetro interior de 3 cm y un espesor de pared de 3 mm. Dicha tubería pasa a través de áreas donde en ocasiones hay una fuente de ignición y la superficie exterior de la tubería está sujeta a un flujo de calor de 1 kW/m^2. El etanol que fluye por la tubería tiene una temperatura promedio de 10 °C y un coeficiente de transferencia de calor por convección promedio de 50 W/m^2 · K. Su tarea como ingeniero es garantizar que el etanol se transporte de una manera segura y evitar riesgos de incendio. Determine la variación de temperatura en la pared de la tubería y las temperaturas de las superficies interior y exterior de la misma. ¿Caen ambas temperaturas superficiales por debajo del punto de inflamabilidad del etanol líquido?

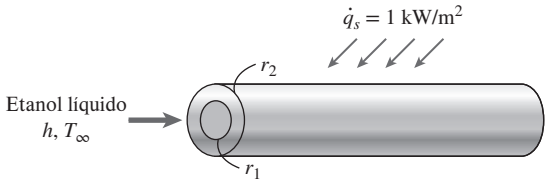


FIGURA P2-74

2-75 C&S Por un tubo fluye agua líquida. El tubo tiene la superficie interior forrada con cloruro de polivinilideno (PVDC). Su diámetro interior es de 24 mm y el espesor de su pared de 5 mm. La conductividad térmica de la pared del tubo es 15 W/m · K. El agua que fluye a través de la tubería tiene una temperatura de 20 °C, y el coeficiente de transferencia de calor por convección de la superficie interior del tubo es de 50 W/m^2 · K. La superficie exterior del tubo está sujeta a un flujo de calor uniforme de 2 300 W/m^2. De acuerdo con el Código ASME de Tuberías para Procesos (ASME B31.3-2014, A323), la temperatura máxima recomendada para el recubrimiento PVDC es de 79 °C. Calcule el perfil de temperatura de la pared del tubo, y utilícelo para determinar si la superficie interior del tubo cumple con el Código ASME de Tuberías para Procesos.

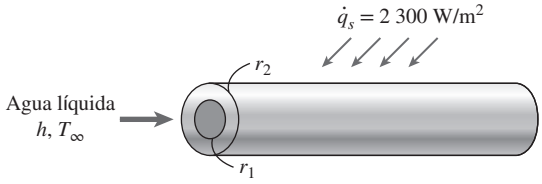


FIGURA P2-75

2-76 C&S Fluye agua líquida por un tubo con una superficie interior forrada de politetrafluoretileno (PTFE). El diámetro interior del tubo es de 24 mm y el espesor de la pared de 5 mm. La conductividad térmica de la pared del tubo es de 15 W/m · K. El agua que fluye a través del tubo tiene una temperatura de 50 °C, y el coeficiente de transferencia de calor por

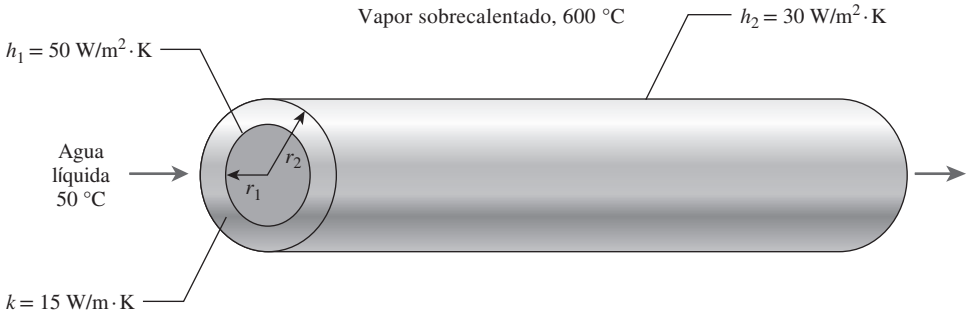


FIGURA P2-76

convección en la superficie interior es de 50 W/m$^2 \cdot$K. La superficie exterior está expuesta a convección con vapor sobrecalentado a 600 °C con un coeficiente de transferencia de calor de 50 W/m$^2 \cdot$K. De acuerdo con el Código ASME de Tuberías para Procesos (ASME B31.3-2014, A323), la temperatura máxima recomendada para el recubrimiento PTFE es de 260 °C. Calcule el perfil de temperatura de la pared del tubo. Utilice dicho perfil para determinar si la superficie interior del tubo cumple con el Código ASME de Tuberías para Procesos.

2-77 La superficie interior de un contenedor esférico con un radio interior $r_1 = 1$ m y radio exterior $r_2 = 1.05$ m está sujeta a un flujo de calor uniforme $\dot{q}_1$, = 7 kW/m^2. La superficie exterior del contenedor está a una temperatura $T_2 = 25$ °C y la conductividad térmica de la pared del contenedor es $k = 1.5$ W/m·K. Demuestre que la variación de temperatura en la pared del contenedor puede expresarse como $T(r) = (\dot{q}_1 r_1^2/k)(1/r - 1/r_2) + T_2$ y determine la temperatura de la superficie interior del contenedor en $r = r_1$.

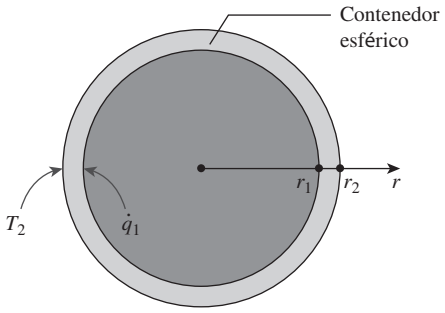


FIGURA P2-77

2-78 Una carcasa esférica de conductividad térmica k tiene un radio interior y uno exterior r_1 y r_2, respectivamente. La superficie interior de la carcasa está sujeta a un flujo de calor uniforme $\dot{q}_1$, mientras que la superficie exterior es expuesta a una transferencia de calor por convección con un coeficiente h y una temperatura ambiente T_∞. Determine la variación de temperatura en la pared de la carcasa y demuestre que la temperatura de su superficie exterior puede expresarse como $T(r_2) = (\dot{q}_1/h)(r_1/r_2)^2 + T_\infty$.

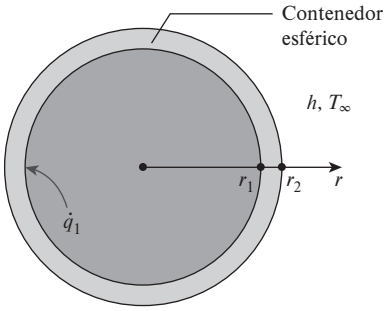


FIGURA P2-78

2-79 Un contenedor esférico de radio interior $r_1 = 2$ m, radio exterior $r_2 = 2.1$ m y conductividad térmica $k = 30$ W/m$\cdot$K está lleno de agua con hielo a 0 °C. El contenedor gana calor por convección del aire circundante a $T_\infty = 25$ °C con un coeficiente de transferencia de calor de $h = 18$ W/m$^2 \cdot$K. Suponiendo que la temperatura de la superficie interior del contenedor es 0 °C, *a*) exprese la ecuación diferencial y las condiciones de frontera para conducción de calor unidimensional estable a través del contenedor, *b*) obtenga una relación para la variación de temperatura en el contenedor resolviendo la ecuación diferencial, y *c)* evalúe la razón de ganancia de calor hacia el agua con hielo.

2-80 PtD Un contenedor esférico de acero inoxidable que tiene una $k = 15$ W/m$\cdot$K se utiliza para almacenar químicos que experimentan reacciones exotérmicas. La reacción genera un flujo de calor uniforme de 60 kW/m^2 hacia la superficie interior del contenedor. El contenedor tiene un radio interior de 50 cm y un espesor de pared de 5 cm, se ubica en los alrededores donde la temperatura ambiente es de 23 °C. La superficie exterior del contenedor está sujeta a transferencia de calor por convección con un coeficiente de 1 000 W/m$^2 \cdot$K. Con el fin de evitar quemaduras en las personas que trabajan cerca del contenedor, es necesario mantener la temperatura de la superficie exterior de este por debajo de 50 °C. Determine la variación de temperatura en la pared del contenedor y las temperaturas de sus superficies interior y exterior. ¿Está la temperatura de la superficie exterior del contenedor lo suficientemente fría para evitar quemaduras?

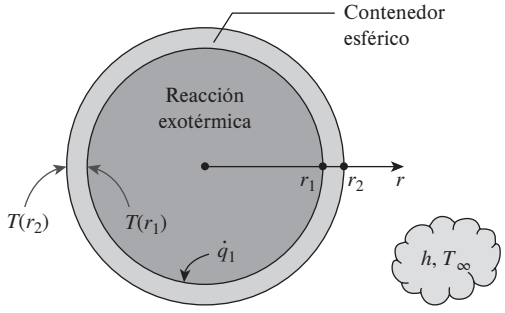


FIGURA P2-80

2-81 En instalaciones donde se procesan alimentos se utiliza un contenedor esférico de radio interior $r_1 = 40$ cm, radio exterior $r_2 = 41$ cm y conductividad térmica $k = 1.5$ W/m · K para almacenar agua caliente y mantenerla a 100 °C en todo momento. Con el fin de lograr lo anterior, la superficie exterior del contenedor se envuelve con un calentador eléctrico de tira de 500 W, y después se aísla. La temperatura de la superficie interior del contenedor es de casi 100 °C en todo momento. Suponiendo que 10% del calor generado en el calentador se pierde a través del aislamiento, *a*) exprese la ecuación diferencial y las condiciones de frontera para la conducción de calor unidimensional estable a través del contenedor, *b*) obtenga una relación para la variación de temperatura en el material del contenedor resolviendo la ecuación diferencial, y *c*) evalúe la temperatura de la superficie exterior del contenedor. Asimismo, determine qué cantidad de agua a 100 °C puede suministrar este tanque de manera constante si el agua fría ingresa a 20 °C.

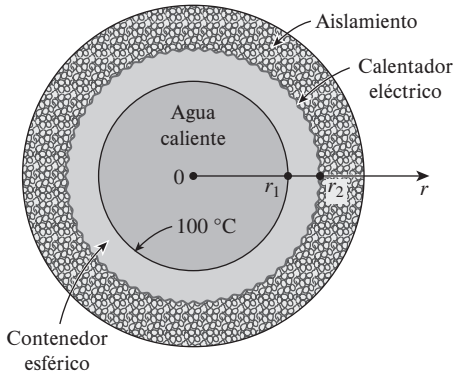


FIGURA P2-81

Generación de calor en un sólido

2-82C Describa qué es generación de calor. Proporcione algunos ejemplos.

2-83C ¿La generación de calor en un sólido viola la primera ley de la termodinámica, la cual establece que la energía no se crea ni se destruye? Explique.

2-84C Considere generación de calor uniforme en un cilindro y en una esfera de igual radio fabricadas del mismo material y en el mismo ambiente. ¿Qué geometría tendrá una mayor temperatura en su centro?, ¿por qué?

2-85C Una plancha se descuida por un momento y la temperatura de su base se eleva como resultado del calentamiento de su resistencia interior. ¿Cuándo la razón de generación de calor dentro de la plancha será igual a la razón de pérdida de calor?

2-86C Se tiene calentamiento uniforme de una placa en un ambiente a temperatura constante. ¿Es posible que parte del calor generado en la mitad izquierda de la placa se elimine a través de la superficie derecha? Explique.

2-87 En una placa de latón grande de 5 cm de espesor ($k = 111$ W/m · K) el calor se genera uniformemente a una razón de 2×10^5 W/m^3. Un lado de la placa está aislado y otro está expuesto a un ambiente con una temperatura de 25 °C con un coeficiente de transferencia de calor de 44 W/m^2 · K. Explique en qué lugar de la placa se presentarán las temperaturas más altas y más bajas, y determine sus valores.

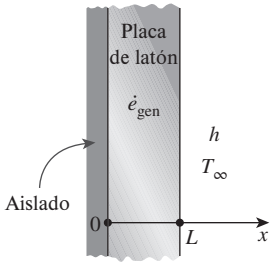


FIGURA P2-87

2-88 Reconsidere el problema 2-87. Con el software apropiado, investigue el efecto que tiene el coeficiente de transferencia de calor en las temperaturas más alta y más baja de la placa. Permita que el coeficiente de transferencia de calor varíe desde 20 W/m^2 · K hasta 100 W/m^2 · K. Grafique las temperaturas mayor y menor como una función del coeficiente de transferencia de calor y comente los resultados.

2-89 Una placa de acero inoxidable de 3 cm de espesor y gran tamaño ($k = 15.1$ W/m · K) genera calor uniformemente a una razón de 5×10^5 W/m^3. Ambos lados de la placa están expuestos a un ambiente a 30 °C con un coeficiente de transferencia de calor de 60 W/m^2 · K. Explique en qué parte de la placa se presentan las temperaturas más altas y más bajas, determine su valor.

2-90 Considere una placa grande de espesor L y conductividad térmica k en la que se genera calor de manera uniforme a una razón de $\dot{e}_{gen}$. Un lado de la placa está aislado, y el otro está expuesto a un ambiente a T_∞ con un coeficiente de transferencia de calor h. *a*) Exprese la ecuación diferencial y las condiciones de frontera para una conducción de calor unidimensional estable a través de la placa, *b*) determine la variación de temperatura en la placa, y *c*) obtenga las relaciones para las temperaturas en ambas superficies y el incremento de la temperatura máxima en la placa en términos de los parámetros proporcionados.

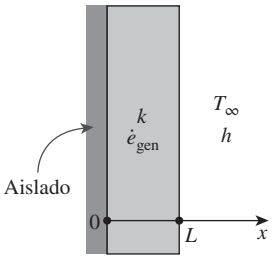


FIGURA P2-90

2-91I Se tiene una pared plana grande de espesor L y conductividad térmica constante k. El lado izquierdo de la pared ($x = 0$) se mantiene a una temperatura constante T_0, mientras que la superficie derecha en $x = L$ está aislada. Se genera calor en la pared a una razón de $\dot{e}_{gen} = ax^2$ Btu/h · pie^3. Suponiendo transferencia de calor unidimensional estable: *a*) exprese la ecuación diferencial y las condiciones de frontera de la conducción de calor a través de la pared. *b*) Resolviendo la ecuación diferencial, obtenga una relación para la variación de la temperatura de la pared $T(x)$ en términos de x, L, k, a y T_0. *c*) ¿Cuál es la temperatura más alta (°C) en la pared plana cuando: $L = 1$ pie, $k = 5$ Btu/h · pie · °F, $a = 1\,200$ Btu/h · pie^5 y $T_0 = 700$ °F?

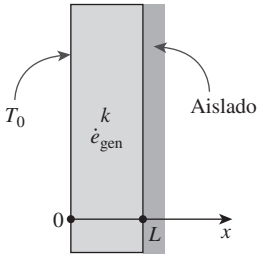


FIGURA P2-91I

2-92 Una pared plana de gran tamaño tiene un espesor de $L = 0.05$ m. La superficie de la pared en $x = 0$ está aislada, mientras que la superficie en $x = L$ se mantiene a una temperatura de 30 °C. La conductividad térmica de la pared es $k = 30$ W/m · K y se genera calor en la pared a una razón $\dot{e}_{gen} = \dot{e}_0 e^{-0.5x/L}$ W/m^3 donde $\dot{e}_{gen} = 8 \times 10^6$ W/m^3. Suponiendo una transferencia de calor unidimensional estable, *a*) exprese la ecuación diferencial y las condiciones de frontera para la conducción de calor a través de la pared, *b*) obtenga una relación para la variación de temperatura en la pared resolviendo la ecuación diferencial, y *c*) determine la temperatura de la superficie aislada de la pared. *Respuesta: c*) 314 °C

2-93 Reconsidere el problema 2-92. Utilizando la relación que se proporcionó para la generación de calor en la pared, grafique la generación de calor como una función de la distancia x en el rango desde $x = 0$ hasta $x = L$ y comente los resultados. Utilice el software apropiado.

2-94 En un reactor nuclear, varillas de uranio cilíndricas de 1 cm de diámetro enfriado con agua externa sirven como combustible. Se genera calor uniformemente en las varillas ($k = 29.5$ W/m · K) a una razón de 4×10^7 W/m^3. Si la temperatura de la superficie exterior de las varillas es de 220 °C, determine la temperatura en su centro.

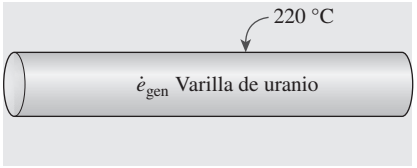


FIGURA P2-94

2-95I Se genera calor uniforme a una razón de 3 kW por pie de longitud en un alambre de resistencia eléctrica de 0.08 pulgadas de diámetro fabricado de acero niquelado ($k = 5.8$ Btu/h · pie · °F). Determine la diferencia de temperatura entre la línea central y la superficie del alambre.

2-96 El alambre de un calentador de resistencia de 2 kW con conductividad térmica $k = 20$ W/m · K, diámetro $D = 4$ mm y longitud $L = 0.9$ m se utiliza para calentar agua. Si la temperatura de la superficie exterior del alambre es $T_s = 110$ °C, determine la temperatura en el centro del alambre.

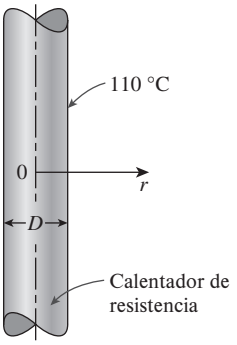


FIGURA P2-96

2-97 Un cilindro sólido y largo tiene un radio $r_0 = 4$ cm y una conductividad térmica $k = 25$ W/m · K. Se genera calor en el cilindro de manera uniforme a una razón $\dot{e}_{gen} = 35$ W/cm^3. La superficie lateral del cilindro se mantiene a una temperatura constante $T_s = 80$ °C. La variación de temperatura en el cilindro está dada por:

$$T(r) = \frac{\dot{e}_{gen} r_o^2}{k}\left[1 - \left(\frac{r}{r_o}\right)^2\right] + T_s$$

Con base en esta relación, determine *a*) si la conducción de calor es estable o transitoria, *b*) si es un proceso unidimensional, bidimensional o tridimensional, y *c*) el valor del flujo de calor en la superficie lateral del cilindro en $r = r_0$.

2-98 Reconsidere el problema 2-97. Utilizando la relación que se obtuvo para la variación de la temperatura en el cilindro, grafique la temperatura como una función del radio r en el rango de $r = 0$ a $r = r_0$, y comente los resultados. Utilice el software apropiado.

2-99 Una varilla cilíndrica de combustible nuclear de 1 cm de diámetro está encapsulada dentro de un tubo concéntrico de 2 cm de diámetro, donde circula agua para enfriamiento a través de la región anular entre la varilla de combustible ($k = 30$ W/m · K) y el tubo concéntrico. Se genera calor uniformemente en la varilla a una razón de 50 MW/m^3. El coeficiente de transferencia de calor por convección de la superficie del tubo concéntrico es 2 000 W/m^2 · K. Si la temperatura de la superficie del tubo concéntrico es de 40 °C, determine la temperatura promedio del agua para enfriamiento. ¿Se puede usar la información proporcionada para determinar la temperatura de la superficie de la varilla combustible? Explique. *Respuesta:* 71.3 °C

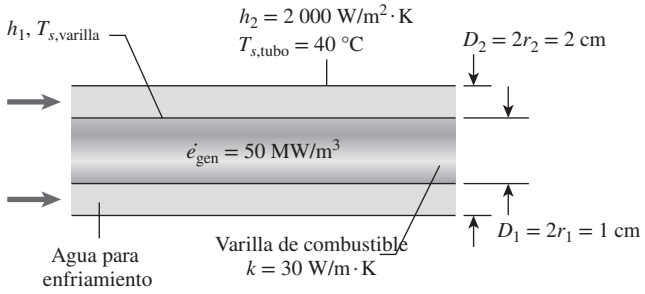


FIGURA P2-99

2-100 Se tiene un alambre sólido de acero inoxidable con una conductividad térmica de 14 W/m · K. El alambre tiene un diámetro de 1 mm y una resistividad de $45 \times 10^{-8}\,\Omega \cdot$ m, y transporta una corriente de 120 A. *a*) Determine la razón de calor generado dentro del alambre (W/m^3), y *b)* calcule el incremento máximo de temperatura.

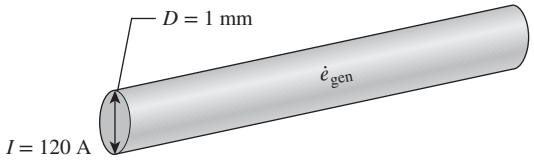


FIGURA P2-100

2-101 Un alambre largo y homogéneo de radio $r_0 = 5$ mm es utilizado para calentar el aire de un cuarto por medio de la corriente eléctrica que circula por dicho alambre. Se genera calor en el alambre de manera uniforme a una razón de 5×10^7 W/m^3 como resultado del calentamiento de la resistencia. Si la temperatura de la superficie exterior del alambre permanece a 180 °C, determine la temperatura en $r = 3.5$ mm después de que se alcancen condiciones de operación estable. Considere el valor de la conductividad térmica del alambre como $k = 8$ W/m · K. *Respuesta:* 200 °C

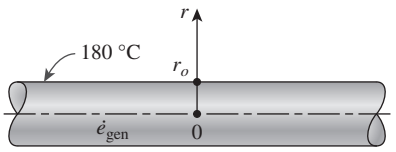


FIGURA P2-101

2-102 Un alambre homogéneo y largo de radio $r_0 = 0.6$ cm y conductividad térmica $k = 15.2$ W/m · K se utiliza para calentar agua a presión atmosférica por medio de la circulación de corriente eléctrica. Se genera calor en el alambre uniformemente como resultado del calentamiento de la resistencia a una razón de 16.4 W/cm^3. El calor generado se transfiere a agua que se encuentra a una temperatura de 100 °C por convección con un coeficiente de transferencia de calor promedio de $h = 3\,200$ W/m^2 · K. Si la transferencia de calor unidimensional es estable, *a*) exprese la ecuación diferencial y las condiciones de frontera para la conducción de calor a través del alambre, *b*) obtenga una relación para la variación de temperatura en el alambre resolviendo la ecuación diferencial, y *c*) determine la temperatura en la línea central del alambre. *Respuesta:* c) 125 °C

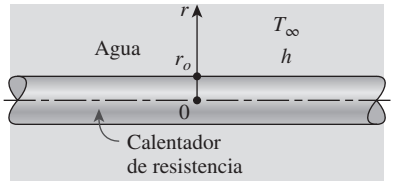


FIGURA P2-102

2-103 Un alambre eléctrico de 2 kW, 6 m de largo y 0.2 cm de diámetro es fabricado con acero inoxidable ($k = 15.1$ W/m · K). Dicho alambre se trabaja en un ambiente a 20 °C con un coeficiente de transferencia de calor de 175 W/m^2 · K en la superficie exterior. Determine la temperatura en la superficie del alambre *a*) utilizando la relación aplicable, y *b*) estableciendo la ecuación diferencial apropiada y resolviéndola. *Respuestas: a*) 323 °C, *b*) 323 °C

2-104 PtD Una varilla cilíndrica de combustible ($k = 30$ W/m · K) de 2 cm de diámetro está encapsulada en un tubo concéntrico y se enfría con agua. La varilla de combustible genera calor uniformemente a una razón de 100 MW/m^3, y la temperatura promedio del agua para enfriamiento es de 75 °C con un coeficiente de transferencia de calor de 2 500 W/m^2 · K. La presión de operación del agua de enfriamiento es tal que la temperatura de la superficie de la varilla de combustible debe mantenerse por debajo de 200 °C para evitar que el agua de enfriamiento alcance el flujo de calor crítico (FCC). Dicho parámetro es un límite térmico en el cual se puede presentar una crisis que provoque sobrecalentamiento en la superficie de la varilla y, por tanto, producir daño. Determine la variación de la temperatura en la varilla de combustible y la tempe-

ratura de la superficie. ¿Se está enfriando adecuadamente la superficie de la varilla de combustible?

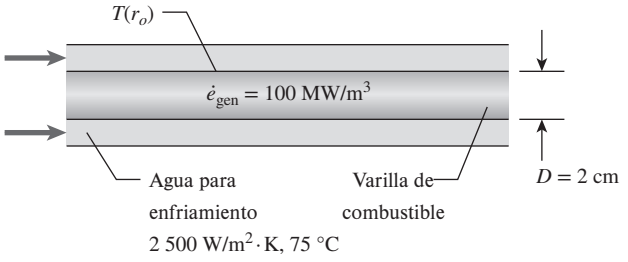


FIGURA P2-104

2-105 C&S Un alambre eléctrico de resistencias tiene un radio $r_1 = 0.2$ cm y una conductividad térmica $k_{alambre} = 15$ W/m·K. Se genera calor uniforme en el alambre como resultado del calentamiento a una razón constante de 1.2 W/cm^3. El alambre está cubierto con un aislante de polietileno cuyo espesor es de 0.5 cm y conductividad térmica $k_{aisl} = 0.4$ W/m·K. La superficie exterior del aislante está sujeta a convección y radiación con los alrededores a 20 °C. El coeficiente de transferencia de calor por convección y radiación combinado es 7 W/m^2·K. Diseñe los perfiles de temperatura para el alambre y el aislamiento de polietileno. Utilice los perfiles de temperatura para determinar la temperatura en la interfase del alambre y el aislamiento y la temperatura en el centro del alambre. El estándar ASTM D1351 especifica que el aislamiento de polietileno termoplástico es apropiado para alambres eléctricos que operen a temperaturas de hasta 75 °C. En estas condiciones, ¿el aislamiento de polietileno del alambre cumple con el estándar ASTM D1351?

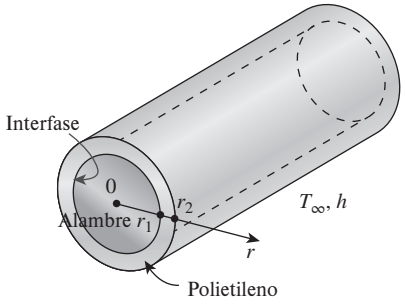


FIGURA P2-105

2-106 El radio de un pedazo de material radiactivo esférico y homogéneo es $r_0 = 0.04$ m, y está generando calor a una razón constante de $\dot{e}_{gen} = 4 \times 10^7$ W/m^3. El calor generado es disipado hacia el ambiente de manera uniforme. La superficie exterior de la esfera se conserva a una temperatura uniforme de 80 °C y la conductividad térmica de la esfera es $k = 15$ W/m·K. Suponiendo transferencia de calor unidimensional estable, *a*) exprese la ecuación diferencial y las condiciones de frontera para la conducción de calor a través de la esfera, *b*) obtenga una relación para la variación de la temperatura en la esfera resolviendo la ecuación diferencial, y *c*) determine la temperatura en el centro de la esfera.

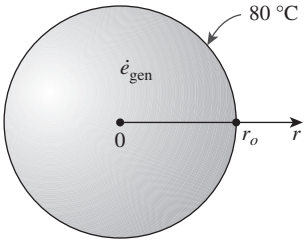


FIGURA P2-106

2-107 Retome el problema 2-106. Con la relación obtenida para la variación de temperatura en la esfera, grafique la temperatura como una función del radio r en el rango desde $r = 0$ hasta $r = r_0$. Asimismo, grafique la temperatura en el centro de la esfera como una función de la conductividad térmica en el rango desde 10 W/m·K hasta 400 W/m·K. Analice los resultados. Utilice el software apropiado.

2-108 Un satélite de comunicaciones esférico tiene un diámetro de 2.5 m y está orbitando la Tierra. La superficie exterior del satélite en el espacio tiene una emisividad de 0.75 y una absorción solar de 0.10, mientras que la radiación solar incide en la nave a una razón de 1 000 W/m^2. Si el satélite está fabricado de un material con conductividad térmica promedio de 5 W/m·K y la temperatura del punto medio es 0 °C, determine la razón de generación de calor y la temperatura en la superficie del satélite.

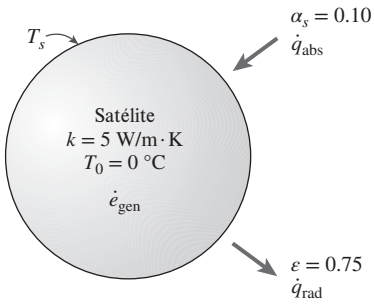


FIGURA P2-108

Conductividad térmica variable

2-109C ¿La conductividad térmica de un medio, en general, es constante o varía con la temperatura?

2-110C Cuando la conductividad térmica de un medio varía linealmente con la temperatura, ¿la conductividad térmica promedio es siempre equivalente al valor de la conductividad a la temperatura promedio?

2-111C La temperatura de una pared plana durante conducción de calor unidimensional estable varía linealmente cuando la conductividad térmica es constante. ¿Continúa siendo así cuando la conductividad térmica varía linealmente con la temperatura?

2-112C Se tiene conducción de calor unidimensional estable en una pared plana en la que la conductividad térmica varía linealmente. El error involucrado en los cálculos de transferencia de calor al suponer conductividad térmica constante a la temperatura promedio es *a*) ninguno, *b*) pequeño o *c*) significativo.

2-113C Se tiene conducción de calor unidimensional estable en una pared plana, en un cilindro largo y en una esfera con conductividad térmica constante y sin generación de calor. ¿La temperatura en cualquiera de estos medios variará linealmente? Explique.

2-114 Una oblea de silicio tiene un espesor de 925 μm y es calentada con un flujo de calor uniforme en su superficie inferior. La oblea tiene una conductividad térmica que varía con la temperatura y puede expresarse como $k(T) = (a + bT + cT^2)$ W/m · K, donde $a = 437$, $b = -1.29$ y $c = 0.00111$. Con el fin de evitar deformaciones, la diferencia de temperatura a lo largo del espesor de la oblea no puede exceder 2 °C. Si la superficie superior de la oblea de silicio está a una temperatura uniforme de 600 K, determine el flujo de calor máximo permitido.

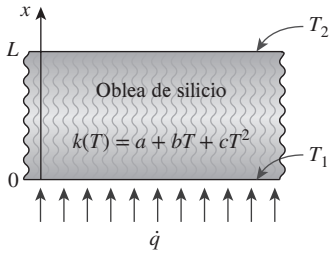


FIGURA P2-114

2-115 Se tiene una placa de 1.5 m de altura y 0.6 m de ancho cuyo espesor es 0.15 m. Un lado de la placa se mantiene a una temperatura constante de 500 K, mientras el otro está a 350 K. La conductividad térmica de la placa varía linealmente en dicho rango de temperatura de acuerdo con esta ecuación $k(T) = k_0(1 + \beta T)$, donde $k_0 = 25$ W/m · K y $\beta = 8.7 \times 10^{-4}$ K^{-1}. Despreciando los efectos en los extremos y suponiendo transferencia de calor unidimensional estable, determine la razón de conducción de calor a través de la placa. *Respuesta:* 30.8 kW

2-116 En su lado izquierdo, una placa de acero está sujeta a un flujo de calor uniforme de 50 kW/m^2 y se mantiene a una temperatura constante de 800 K. En su lado derecho, la temperatura se mantiene a 600 K. La placa de acero tiene una conductividad térmica variable y está dada por $k(T) = k_0(1 + \beta T)$, donde $k_0 = 9.14$ W/m · K, $\beta = 0.0023$ K^{-1} y T está dada en K. Determine el espesor de la placa de acero (en m).

2-117 Una pared plana tiene un espesor L y su conductividad térmica varía en un rango de temperatura especificado con la ecuación $k(T) = k_0(1 + \beta T^2)$, donde k_0 y β son dos constantes específicas. La superficie de la pared en $x = 0$ se mantiene a una temperatura constante T_1, mientras que la superficie ubicada en $x = L$ se mantiene a T_2. Si la transferencia de calor unidimensional es estable, obtenga una relación para la razón de transferencia de calor a través de la pared.

2-118 La conductividad térmica del acero inoxidable se ha caracterizado experimentalmente porque varía con la temperatura como $k(T) = 9.14 + 0.021T$ para $273 < T < 1\,500$ K, donde k está en W/m · K y T en K. Determine la conductividad térmica promedio entre 300 y 1 200 K y exprese $k(T)$ en la forma $k(T) = k_0(1 + \beta T)$, donde k_0 está en W/m · K y β en K^{-1}.

2-119 La pared de una tubería metálica circular tiene un espesor de 10 mm y un diámetro interior de 10 cm. La superficie exterior de la tubería está sujeta a un flujo de calor uniforme de 5 kW/m^2 y está a una temperatura de 500 °C. La tubería de metal tiene una conductividad térmica variable dada por $k(T) = k_0(1 + \beta T)$, donde $k_0 = 7.5$ W/m · K, $\beta = 0.0012$ K^{-1} y T está en K. Determine la temperatura de la superficie interior de la tubería.

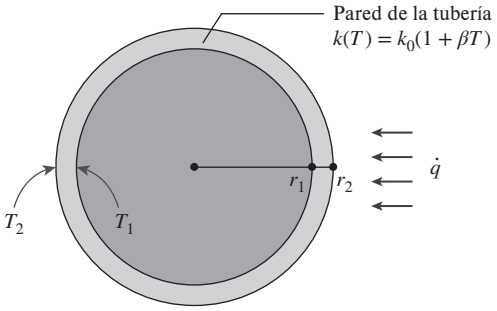


FIGURA P2-119

2-120 PtD Se utiliza una tubería para transportar agua hirviendo en la que su superficie interna está a 100 °C. Dicha tubería está ubicada en un medio cuya temperatura es de 10 °C y el coeficiente de transferencia de calor es 70 W/m^2 · K. El espesor de su pared es de 3 mm y su diámetro interior de 30 mm. La pared de la tubería tiene una conductividad térmica variable dada por $k(T) = k_0(1 + \beta T)$, donde $k_0 = 1.23$ W/m · K, $\beta = 0.002$ K^{-1} y T está en K. Por razones de seguridad y para proteger a los trabajadores contra posibles quemaduras, la temperatura de la superficie exterior debe mantenerse por debajo de los 50 °C. Determine si la temperatura es lo suficientemente baja para evitar quemaduras.

2-121 Se utiliza una tubería para transportar fluido a alta temperatura en la que la superficie interior está a 150 °C. La tubería tiene un espesor de 5 mm y un diámetro interior de 15 cm. La pared de la tubería tiene una conductividad térmica variable dada por $k(T) = k_0(1 + \beta T)$, donde $k_0 = 8.5$ W/m · K, $\beta = 0.001$ K^{-1} y T está en K. La tubería está instalada en un ambiente donde el aire es congelante a una temperatura de 0 °C con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 60 W/m^2 · K en la superficie exterior. La radiación solar incide sobre la superficie exterior a una razón de 100 W/m^2, y tanto la emisividad como la absorción solar de la superficie exterior son de 0.9. Determine la temperatura de la superficie exterior de la tubería.

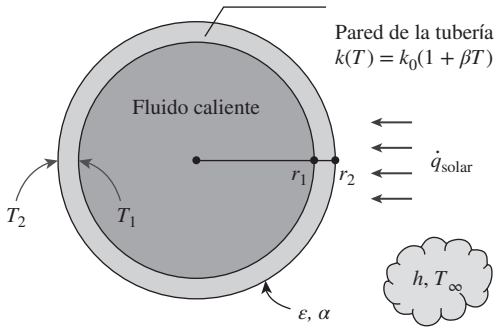


FIGURA P2-121

2-122 Un contenedor esférico con un radio interior de 1 m y espesor de pared de 5 mm tiene su superficie interior sujeta a un flujo de calor uniforme de 7 kW/m^2. La superficie exterior del contenedor se mantiene a 20 °C. La pared está fabricada con un material cuya conductividad térmica está dada por $k(T) = k_0(1 + \beta T)$, donde $k_0 = 1.33$ W/m·K, $\beta = 0.0023$ K^{-1}, y T está en K. Determine la caída de temperatura a lo largo del espesor de la pared del contenedor.

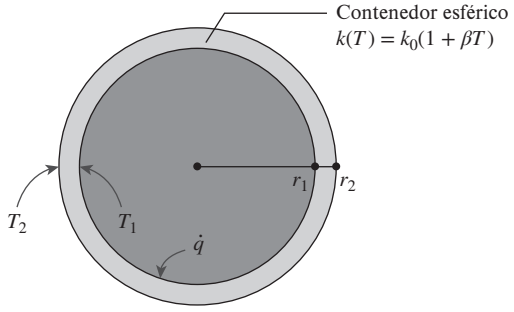


FIGURA P2-122

2-123 Se tiene una carcasa esférica de radio interior r_1 y radio exterior r_2 cuya conductividad térmica varía linealmente en un rango de temperatura específico dado por $k(T) = k_0\ (1 + \beta T)$, donde k_0 y β son dos constantes específicas. La superficie interior de la carcasa se mantiene a una temperatura constante T_1, y la exterior a T_2. Suponiendo transferencia de calor unidimensional estable, obtenga una relación para *a*) la razón de transferencia de calor a través de la carcasa, y *b*) la distribución de temperatura $T(r)$ en la carcasa.

2-124 PtD Un contenedor esférico se llena con químicos que están experimentando una reacción exotérmica. La reacción produce un flujo de calor uniforme en el interior del contenedor. El diámetro interior del contenedor es de 5 m y la temperatura de su superficie interior está a 120 °C. La pared del contenedor tiene una conductividad térmica variable dada por $k(T) = k_0(1 + \beta T)$, donde $k_0 = 1.01$ W/m·K, $\beta = 0.0018$ K^{-1} y T está en K. El contenedor se ubica en un medio con una temperatura ambiente de 15 °C y la superficie exterior del contenedor experimenta transferencia de calor por convección de 80 W/m^2·K. Con la finalidad de evitar que los trabajadores que tengan contacto con el contenedor sufran quemaduras, la temperatura de la superficie exterior se debe mantener por debajo de 50 °C. Determine el espesor mínimo de la pared del contenedor de tal forma que la temperatura de la superficie exterior sea de 50 °C o menor.

2-125 Un tanque esférico se llena con suspensión de hielo y su superficie interior está a 0 °C. El tanque tiene un diámetro interior de 9 m y el espesor de su pared es de 20 mm. La pared del tanque está fabricada con material de una conductividad térmica dada por $k(T) = k_0(1 + \beta T)$, donde $k_0 = 0.33$ W/m·K, $\beta = 0.0025$ K^{-1} y T está en K. La temperatura exterior del tanque es de 35 °C y el coeficiente de transferencia de calor por convección es 70 W/m^2·K. La radiación solar incide sobre la superficie exterior del tanque a una razón de 150 W/m^2, donde la emisividad y la absorción solar de la superficie exterior son de 0.75. Determine la temperatura de la superficie exterior del tanque.

Tema especial: Repaso a las ecuaciones diferenciales

2-126C ¿Por qué a menudo hacemos suposiciones con el fin de simplificar cuando trabajamos con ecuaciones diferenciales?

2-127C ¿Qué es una variable? ¿Cómo distingue una variable dependiente de una independiente en un problema?

2-128C ¿Es posible que una ecuación diferencial involucre a más de una variable independiente?, ¿puede involucrar a más de una variable dependiente? Proporcione ejemplos.

2-129C ¿Cuál es la interpretación geométrica de la derivada? ¿Cuál es la diferencia entre derivadas parciales y ordinarias?

2-130C ¿Cuál es la diferencia entre el grado y el orden de una derivada?

2-131C Se tiene una función $f(x, y)$ y su derivada parcial df/dx. En qué condiciones será esta derivada parcial igual a la derivada ordinaria df/dx?

2-132C Se tiene una función $f(x)$ y su derivada df/dx. ¿Tiene que ser esta derivada una función de x?

2-133C ¿Cómo es la integración en relación con la derivación?

2-134C ¿Cuál es la diferencia entre una ecuación algebraica y una diferencial?

2-135C ¿Cuál es la diferencia entre una ecuación diferencial ordinaria y una ecuación diferencial parcial?

2-136C ¿Cómo se determina el orden de una ecuación diferencial?

2-137C ¿Cómo distingue una ecuación diferencial lineal de una no lineal?

2-138C ¿Cómo reconoce una ecuación diferencial lineal homogénea? Proporcione un ejemplo y explique por qué es lineal y homogénea.

2-139C ¿En qué difieren las ecuaciones diferenciales con coeficientes constantes de las que tienen coeficientes variables? Proporcione un ejemplo de cada tipo.

2-140C ¿Qué tipo de ecuaciones diferenciales pueden resolverse por integración directa?

2-141C Se tiene una ecuación diferencial lineal y homogénea de tercer orden. ¿Cuántas constantes arbitrarias involucrará su solución general?

Problemas de repaso

2-142 Se tiene una pared plana de gran tamaño con un espesor L y una conductividad térmica k. Dicha pared tiene su superficie izquierda ($x = 0$) expuesta a un flujo de calor uniforme $\dot{q}_0$. En la superficie derecha ($x = L$) se presenta transferencia de calor por radiación y convección en un medio a una temperatura ambiente T_{∞}. La emisividad y el coeficiente de transferencia de calor por convección de la superficie derecha son ε y h, respectivamente. Exprese las condiciones de frontera y la ecuación diferencial de este problema de conducción de calor durante operación estable.

2-143 Se tiene una barra rectangular larga de longitud a en la dirección x y de ancho b en la dirección y que está inicialmente a una temperatura uniforme T_i. Las superficies de la barra en $x = 0$ y $y = 0$ están aisladas, mientras se pierde calor desde las otras dos superficies por convección hacia el medio circundante a una temperatura T_{∞} con un coeficiente de transferencia de calor h. Suponiendo conductividad térmica constante y transferencia de calor bidimensional transitoria sin generación de calor, exprese la ecuación matemática (la ecuación diferencial y las condiciones de frontera iniciales) de este problema de conducción de calor. No lo resuelva.

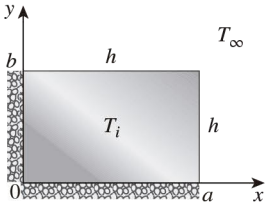


FIGURA P2-143

2-144I Una pared plana de gran tamaño tiene un espesor $L = 0.8$ pies y conductividad térmica $k = 1.2$ Btu/h · pie · °F. La pared está cubierta con un material que tiene una emisividad $\varepsilon = 0.80$ y una absorción solar $\alpha = 0.60$. La superficie interior de la pared se mantiene a $T_1 = 520$ R en todo momento, mientras que la superficie exterior está expuesta a radiación solar incidente a una razón $\dot{q}_{\text{solar}} = 300$ Btu/h · pie^2. La superficie exterior también pierde calor por radiación hacia el espacio profundo a 0 K. Determine la temperatura de la superficie exterior de la pared y la razón de transferencia de calor a través de la pared cuando las condiciones de operación se hayan alcanzado. *Respuestas:* 554 R, 50.9 Btu/h · pie^2

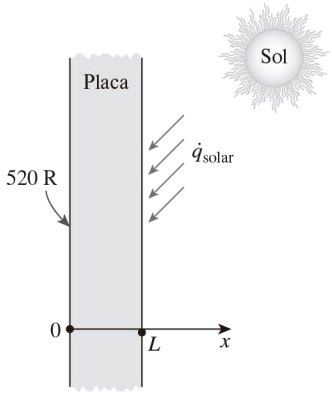


FIGURA P2-144I

2-145 Un contenedor esférico tiene un radio interior r_1 y uno exterior r_2. Su superficie interior ($r = r_1$) está sujeta a un flujo de calor uniforme $\dot{q}_1$. La superficie exterior ($r = r_2$) está expuesta a transferencia de calor por radiación y convección a una temperatura circundante T_{∞}. La emisividad y el coeficiente de transferencia de calor por convección en la superficie exterior son ε y h, respectivamente. Exprese las condiciones de frontera y la ecuación diferencial de este problema de conducción de calor durante operación estable.

2-146 Se tiene un cilindro corto de radio r_0 y altura H en el que se genera calor a una razón constante $\dot{e}_{\text{gen}}$. Se pierde calor desde una superficie cilíndrica en $r = r_0$ por convección hacia el medio circundante a una temperatura T_{∞} con un coeficiente de transferencia de calor h. La superficie inferior del cilindro en $z = 0$ está aislado, mientras que la superficie superior en $z = H$ está sujeta a un flujo de calor uniforme $\dot{q}_H$. Si la conductividad térmica es constante y la transferencia de calor bidimensional estable, exprese la ecuación matemática (la ecuación diferencial y las condiciones de frontera) de este problema de conducción de calor. No la resuelva.

2-147 Un pequeño objeto de metal caliente tiene una masa m, calor específico c y se encuentra a una temperatura T_i. Ahora se deja que el objeto se enfríe en un ambiente que está a una temperatura T_{∞} por convección con un coeficiente de transferencia de calor h. La temperatura del objeto metálico varía uniformemente con el tiempo durante el enfriamiento. Escriba un balance de energía del objeto metálico, deduzca la ecuación diferencial que describe la variación de temperatura de la esfera con el tiempo, $T(t)$. Suponga conductividad térmica constante sin generación de calor en el objeto. No la resuelva.

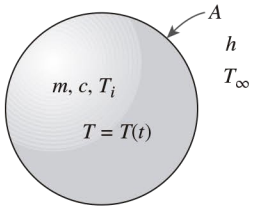


FIGURA P2-147

2-148 Se tiene una pared grande y plana de concreto con un espesor de 20 cm ($k = 0.77$ W/m · K) sujeta a convección en ambos lados con $T_{\infty 1} = 22$ °C y $h_1 = 8$ W/m^2 · K en el interior y $T_{\infty 2} = 8$ °C y $h_2 = 12$ W/m^2 · K en el exterior. Suponiendo conductividad térmica constante sin generación de calor y radiación despreciable, *a*) exprese las ecuaciones diferenciales y las condiciones de frontera para conducción de calor unidimensional estable a través de la pared, *b*) obtenga una relación para la variación de la temperatura en la pared resolviendo la ecuación

diferencial, y *c*) evalúe las temperaturas en las superficies interior y exterior de la pared.

2-149 Una plancha de 1 000 W se deja sobre el burro de planchado con su base expuesta al aire ambiental a 26 °C. La placa de la base de la plancha tiene un espesor $L = 0.5$ cm, el área de la base es $A = 150$ cm^2 y la conductividad térmica es $k = 18$ W/m · K. La superficie interior de la placa de la base está sujeta a un flujo de calor uniforme generado por los calentadores de resistencia dentro de la plancha. La superficie exterior de la placa de la base, cuya emisividad es $\varepsilon = 0.7$, pierde calor por convección hacia el aire ambiental con un coeficiente de transferencia de calor promedio $h = 30$ W/m^2 · K, así como por radiación hacia las superficies circundantes a una temperatura promedio $T_{\text{alrededor}} = 295$ K. Desprecie cualquier pérdida de calor a través de la parte superior de la plancha, *a*) exprese la ecuación diferencial y las condiciones de frontera para conducción de calor unidimensional estable a través de la placa, *b*) obtenga una relación para la temperatura de la superficie exterior de la placa resolviendo la ecuación diferencial, y *c*) evalúe la temperatura de la superficie exterior.

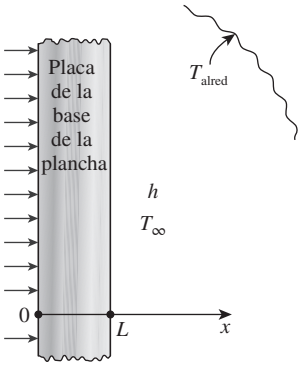


FIGURA P2-149

2-150 C&S Un cable para calentamiento se instala dentro de una losa de concreto para derretir la nieve en un área de 30 m^2. Dicho cable es calentado eléctricamente con calefacción Joule. Cuando la superficie está cubierta con nieve, el calor generado por el cable de calentamiento derrite la nieve a una razón de 0.1 kg/s. De acuerdo con el Código Eléctrico Nacional (NFPA 70), la densidad de potencia del equipo para derretir nieve no debe exceder 1 300 W/m^2. Diseñe el perfil de temperatura de la losa de concreto en términos de la razón de derretimiento de la nieve. Determine si la nieve derretida a 0.1 kg/s cumple con el código NFPA 70.

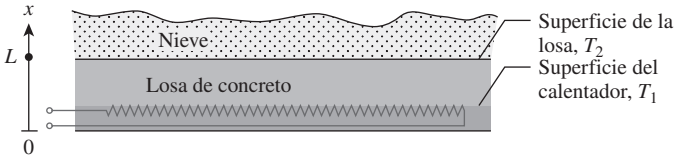


FIGURA P2-150

2-151 C&S Una serie de tornillos de acero al carbón ASME SA-193 están atornillados en la superficie superior de una placa metálica, la cual tiene un espesor de 3 cm y su conductividad térmica es de 15 W/m · K. La superficie inferior está sujeta a un flujo de calor uniforme de 5 kW/m^2. La superficie superior de la placa está expuesta al aire del ambiente que está a una temperatura de 30 °C y tiene un coeficiente de transferencia de calor por convección de 10 W/m^2 · K. El Código ASME para Contenedores de Quemado y Presión (ASME BPVC.IV-2015, HF-300) limita la temperatura máxima permitida a 260 °C para el caso de tornillos SA-193. Diseñe la variación de temperatura en la placa metálica y determine las temperaturas en $x = 0$, 1.5 y 3.0 cm. ¿Los tornillos SA-193 cumplen con el código ASME?

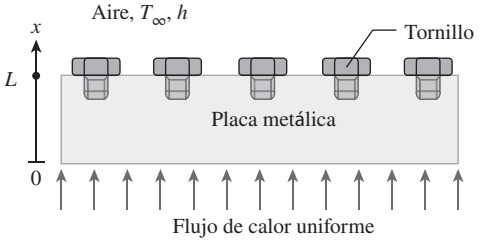


FIGURA P2-151

2-152 Una tubería en la que circula vapor tiene una longitud L, radio interior r_1, radio exterior r_2 y conductividad térmica constante k. Fluye vapor dentro de la tubería a una temperatura promedio T_i con un coeficiente de transferencia de calor por convección h_i. La superficie exterior de la tubería está expuesta a convección hacia el aire circundante a una temperatura T_0 con un coeficiente de transferencia de calor h_0. Suponiendo conducción de calor unidimensional estable a través de la tubería, *a*) exprese la ecuación diferencial y las condiciones de frontera para la conducción de calor a través del material de la tubería, *b*) obtenga una relación para la variación de la temperatura en el material de la tubería resolviendo la ecuación diferencial, y *c*) obtenga una relación para la temperatura de la superficie exterior de la tubería.

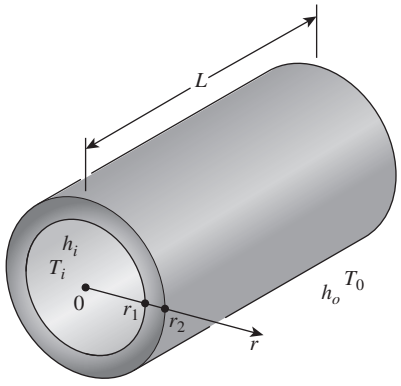


FIGURA P2-152

2-153 Los gases de combustión de una planta de manufactura se descargan a través de una torre de escape de 10 m de altura, diámetro exterior de 1 m, espesor de pared de 10 cm y conductividad térmica de 40 W/m · K. Los gases de combustión se descargan a una razón de 1.2 kg/s, mientras que la caída de temperatura entre la entrada y la salida de la torre de escape es de 30 °C y el calor específico a presión constante de los gases de combustión es de 1 600 J/kg · K. En un día en particular, la superficie exterior de la torre de escape experimenta radiación con el medio circundante a 27 °C y convección con el aire ambiental a 27 °C también, con un coeficiente de transferencia de calor por convección promedio de 8 W/m^2 · K. La radiación solar incide sobre la superficie exterior de la torre de escape a una razón de 150 W/m^2, y tanto la emisividad como la absorción solar de la superficie exterior son 0.9. Suponiendo transferencia de calor unidimensional estable, *a*) obtenga la variación de temperatura en la pared de la torre de escape y *b*) determine la temperatura de la superficie interior de la torre de escape.

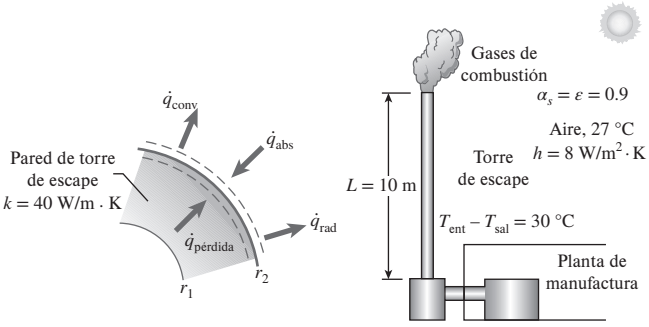


FIGURA P2-153

2-154I Se tiene una tubería de vapor de longitud L = 35 pies, radio interior r_1 = 2 pulgadas, radio exterior r_2 = 24 pulgadas y conductividad térmica k = 8 Btu/h · pie · °F. El vapor fluye a través de la tubería a una temperatura promedio de 250 °F y el coeficiente de convección de transferencia de calor promedio en la superficie interna dado es de h = 15 Btu/h · pie^2 · °F. Si la temperatura promedio de las superficies exteriores de la tubería es T_2 = 160 °F, *a*) exprese la ecuación diferencial y las condiciones de frontera para conducción de calor unidimensional estable a través de la tubería, *b*) obtenga una relación para la variación de la temperatura en la tubería resolviendo la ecuación diferencial, y *c*) evalúe la razón de pérdida de calor del vapor a través de la tubería.

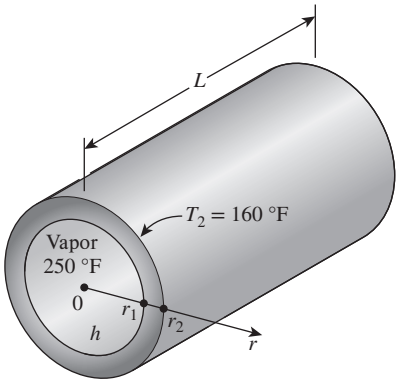


FIGURA P2-154I

2-155 Cuando una sección larga de una línea de aire comprimido pasa a través de la intemperie, la humedad del aire comprimido se congela en un clima frío interrumpiendo e incluso bloqueando por completo el flujo de aire que circula a través de la tubería. Para evitar este problema, la superficie exterior de la tubería se recubre con calentadores eléctricos de cinta, y después se aísla. Se tiene una tubería de aire comprimido de longitud L = 6 m, radio interior r_1 = 3.7 cm, radio exterior r_2 = 4.0 cm y conductividad térmica k = 14 W/m · K equipada con un calentador eléctrico de cinta de 300 W. Fluye aire a través de la tubería a una temperatura promedio de –10 °C, y el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio de la superficie interior es h = 30 W/m^2 · K. Suponiendo que 15% del calor generado en el calentador de cinta se pierde en el aislamiento, *a*) exprese la ecuación diferencial y las condiciones de frontera para conducción de calor unidimensional estable a través de la tubería, *b*) obtenga una relación para la variación de temperatura en el material de la tubería resolviendo la ecuación diferencial y *c*) evalúe las temperaturas de las superficies interior y exterior de la tubería.

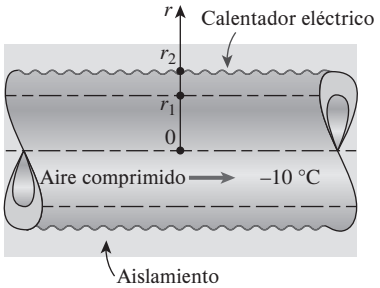


FIGURA P2-155

2-156 Se tiene una tubería de agua de longitud L = 17 m, radio interior r_1 = 15 cm, radio exterior r_2 = 20 cm y conductividad térmica k = 14 W/m · K. Se genera calor en el material de la tubería uniformemente por medio de un calentador de resistencia eléctrica de 25 kW. Las superficies interior y exterior de la tubería están a T_1 = 60 °C y T_2 = 80 °C, respectivamente. Obtenga una relación general para la distribución de la temperatura dentro de la tubería en condiciones estables y determine la temperatura en el plano central de la tubería.

2-157 Un alambre eléctrico largo tiene un radio r_1 = 0.25 cm con una conductividad térmica $k_{alambre}$ = 15 W/m · K. Se genera calor de manera uniforme en el alambre como resultado del calentamiento por resistencia a una razón constante de 0.5 W/cm^3. El alambre está cubierto con aislamiento de polietileno, que tiene un espesor de 0.25 cm y conductividad térmica k_{aisla} = 0.4 W/m · K. La superficie exterior del aislamiento está sujeta a libre convección en el aire a 20 °C y a un coeficiente de transferencia de calor por convección de 2 W/m^2 · K. Formule los perfiles de temperatura para el alambre y para el aislamiento de polietileno. Utilice los perfiles de temperatura para determinar la temperatura en la interfase entre el alambre y el aislamiento, así como la temperatura en el centro del alambre. El estándar ASTM D1351 especifica que el aislamiento de polietileno termoplástico es adecuado para su uso en alambres eléctricos que

operan a temperaturas de hasta 75 °C. En estas condiciones, ¿el aislamiento de polietileno del alambre cumple con el estándar ASTM D1351?

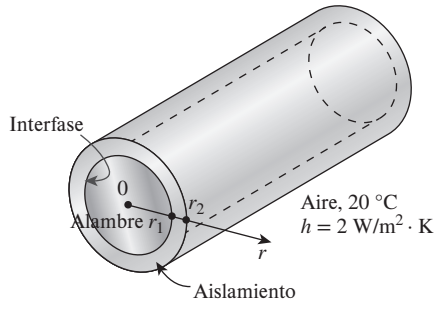


FIGURA P2-157

2-158 En una planta de manufactura se utiliza un proceso de endurecimiento por enfriamiento para tratar rodamientos de bolas de acero ($c = 500$ J/kg·K, $k = 60$ W/m·K, $\rho = 7\,900$ kg/m^3) de 25 mm de diámetro. Después de calentarse a la temperatura prescrita, los rodamientos de bolas de acero se enfrían. Determine la razón de pérdida de calor si la razón de descenso de la temperatura de los rodamientos en un instante dado durante el proceso de enfriamiento es de 50 K/s. *Respuesta:* 1.62 kW

2-159 Un reactor esférico de 5 cm de diámetro opera en condiciones estables con una variación de temperatura que puede expresarse en la forma $T(r) = a - br^2$, donde $a = 850$ °C y $b = 5 \times 10^5$ K/m^2. El reactor está fabricado de un material cuya $c = 200$ J/kg·°C, $k = 40$ W/m·K, $\rho = 9\,000$ kg/m^3. Si la generación de calor del reactor de repente se va a 9 MW/m^3, determine la razón del cambio de temperatura del reactor. ¿La generación de calor del reactor se incrementa o decrementa súbitamente a 9 MW/m^3 desde su condición de operación estable?

2-160 Se tiene una carcasa cilíndrica de longitud L, radio interior r_1 y radio exterior r_2 cuya conductividad térmica varía en un rango de temperatura específico de acuerdo con la ecuación $k(T) = k_0\,(1 + \beta T^2)$, donde k_0 y β son dos constantes específicas. La superficie interior de la carcasa se mantiene a una temperatura constante T_1, mientras que la superficie exterior se mantiene a T_2. Suponga una transferencia de calor unidimensional estable y obtenga una relación para la razón de transferencia de calor a través de la carcasa.

2-161 Se utiliza una tubería para transportar agua hirviendo cuya superficie interior está a 100 °C. Dicha tubería se ubica donde la temperatura ambiente está a 20 °C y el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 50 W/m^2·K. La tubería tiene un espesor de pared de 3 mm y un diámetro interior de 25 mm, y tiene una conductividad térmica variable dada por la ecuación $k(T) = k_0\,(1 + \beta T)$, donde $k_0 = 1.5$ W/m·K, $\beta = 0.003$ K^{-1} y T está en K. Determine la temperatura de la superficie exterior de la tubería.

2-162 Un tanque metálico esférico está lleno de sustancias químicas que experimentan una reacción exotérmica. Dicha reacción proporciona un flujo de calor uniforme en la superficie interior del tanque. El tanque tiene un diámetro interior de 5 m y el espesor de su pared es de 10 mm. La pared del tanque tiene una conductividad térmica variable dada por $k(T) = k_0\,(1 + \beta T)$, donde $k_0 = 9.1$ W/m·K, $\beta = 0.0018$ K^{-1} y T está en K. El área alrededor del tanque está a una temperatura ambiente de 15 °C, la superficie exterior del tanque experimenta transferencia de calor por convección con un coeficiente de 80 W/m^2·K. Determine el flujo de calor en la superficie interior si la temperatura de la superficie interior es de 120 °C.

Problemas de examen sobre Fundamentos de ingeniería (FI)

2-163 La ecuación de conducción de calor en un medio está dada en su forma más simple por:

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(rk\frac{dT}{dr}\right) + \dot{e}_{\text{gen}} = 0$$

Seleccione el enunciado incorrecto.

a) El medio tiene forma cilíndrica
b) La conductividad térmica del medio es constante
c) La transferencia de calor a través del medio es constante
d) Se genera calor dentro del medio
e) La conducción de calor a través del medio es unidimensional

2-164 Se tiene un medio en el que la ecuación de conducción de calor está dada en su forma más simple por:

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial T}{\partial r}\right) = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

a) ¿La transferencia de calor es estable o transitoria?
b) ¿La transferencia de calor es unidimensional, bidimensional o tridimensional?
c) ¿Se genera calor en el medio?
d) ¿La conductividad térmica del medio es constante o variable?
e) ¿El medio es una pared plana, un cilindro o una esfera?
f) ¿La ecuación diferencial de la conducción de calor es lineal o no lineal?

2-165 Se tiene una pared plana de gran tamaño con espesor L, conductividad térmica k y superficie A. La superficie izquierda de la pared está expuesta a un ambiente donde el aire está a una temperatura T_∞ con un coeficiente de transferencia de calor h, mientras que la superficie derecha está aislada. La variación de la temperatura en la pared para conducción de calor unidimensional estable sin generación de calor está dada por:

a) $T(x) = \dfrac{h(L-x)}{k}T_\infty$ *b*) $T(x) = \dfrac{k}{h(x+0.5L)}T_\infty$

c) $T(x) = \left(1 - \dfrac{xh}{k}\right)T_\infty$ *d*) $T(x) = (L-x)\,T_\infty$

e) $T(x) = T_\infty$

2-166 Un flujo de calor solar $\dot{q}_s$ incide sobre una banqueta cuya conductividad térmica es k, absorción solar α_s y coeficiente de transferencia de calor convectiva h. Tomando la dirección x como positiva hacia el cielo y despreciando intercambio de radiación entre las superficies circundantes, la condición de frontera correcta para esta banqueta es:

a) $-k\dfrac{dT}{dx} = \alpha_s \dot{q}_s$ *b*) $-k\dfrac{dT}{dx} = h(T - T_\infty)$

c) $-k\dfrac{dT}{dx} = h(T - T_\infty) - \alpha_s \dot{q}_s$ *d*) $h(T - T_\infty) = \alpha_s \dot{q}_s$

e) Ninguna de las anteriores

2-167 Una pared plana con espesor L está sujeta a convección en ambas de sus superfices, y con una temperatura ambiente $T_{\infty 1}$ y un coeficiente de transferencia de calor h_1 en la superficie interior y valores $T_{\infty 2}$ y h_2 correspondientes en la superficie exterior. Tomando la dirección positiva de x desde la superficie interior hacia la exterior, la expresión correcta para la condición de frontera por convección es:

a) $k\dfrac{dT(0)}{dx} = h_1[T(0) - T_{\infty 1}]$ *b*) $k\dfrac{dT(L)}{dx} = h_2[T(L) - T_{\infty 2}]$

c) $-k\dfrac{dT(0)}{dx} = h_1(T_{\infty 1} - T_{\infty 2})$ *d*) $-k\dfrac{dT(L)}{dx} = h_2(T_{\infty 1} - T_{\infty 2})$

e) Ninguna de las anteriores

2-168 Se tiene conducción de calor unidimensional estable a través de una pared plana, una carcasa cilíndrica y una esférica de espesor uniforme con propiedades termofísicas constantes y sin generación de energía térmica. La geometría en la que la variación de temperatura en la dirección de transferencia de calor será lineal es:

a) pared plana *b*) carcasa cilíndrica
c) carcasa esférica *d*) todas las anteriores
e) ninguna de las anteriores

2-169 La condición de frontera de la ecuación de conducción para una superficie adiabática con la dirección de n perpendicular a la superficie es:

a) $T = 0$ *b*) $dT/dn = 0$
c) $d^2T/dn^2 = 0$ *d*) $d^3T/dn^3 = 0$
e) $-kdT/dn = 1$

2-170 Se determina que la variación de temperatura en una pared plana está dada por $T(x) = 65x + 25$, donde x está dada en metros y T en °C. Si la temperatura en una de las superficies de la pared es de 38 °C, el espesor de la pared es:

a) 2 m *b*) 0.4 m
c) 0.2 0 *d*) 0.1 m
e) 0.05 m

2-171 La variación de la temperatura en una pared plana está dada por $T(x) = 110x - 48x$, donde x está en metros y T en °C. Si el espesor de la pared es de 0.75 m, la diferencia de temperatura entre las superficies interior y exterior de la pared es:

a) 110 °C *b*) 74 °C
c) 55 °C *d*) 36 °C
e) 18 °C

2-172 Las temperaturas de las superficies interior y exterior de una pared plana de espesor de 15 cm son 40 y 28 °C, respectivamente. La expresión para la variación de temperatura unidimensional estable de la pared es:

a) $T(x) = 28x + 40$ *b*) $T(x) = -40x + 28$
c) $T(x) = 40x + 28$ *d*) $T(x) = -80x + 40$
e) $T(x) = 40x + 80$

2-173 La conductividad térmica de un sólido depende de su temperatura de acuerdo con la ecuación $k = aT + b$, donde a y b son constantes. La temperatura de una capa plana del sólido a medida que conduce calor está dada por:

a) $aT + b = x + C_2$ *b*) $aT + b = C_1x^2 + C_2$
c) $aT^2 + bT = C_1x + C_2$ *d*) $aT^2 + bT = C_1x^2 + C_2$
e) Ninguna de las anteriores

2-174 Fluye agua caliente a través de una tubería de PVC (k = 0.092 W/m·K) cuyos diámetros interior y exterior son 2 cm y 2.5 cm, respectivamente. La temperatura de la superficie interior de esta tubería es de 35 °C y la temperatura de la superficie exterior es de 20 °C. La razón de transferencia de calor por unidad de longitud de la tubería es:

a) 22.8 W/cm *b*) 38.9 W/cm
c) 48.7 W/cm *d*) 63.6 W/cm
e) 72.6 W/cm

2-175 Se genera calor en un calentador eléctrico cilíndrico de 0.3 cm de diámetro a una razón de 150 W/m^3. El flujo de calor en la superficie del calentador en operación estable es:

a) 42.7 W/cm^2 *b*) 159 W/cm^2
c) 150 W/cm^2 *d*) 10.6 W/cm^2
e) 11.3 W/cm^2

2-176 Se genera calor uniformemente en una barra sólida de 16 cm de largo y 4 cm de diámetro (k = 2.4 W/m·K). Las temperaturas en el centro y en la superficie de la barra son de 210 y 45 °C, respectivamente. La razón de generación de calor dentro de la barra es:

a) 240 W *b*) 796 W
c) 1 013 W *d*) 79 620 W
e) 3.96×10^6 W

2-177 Se genera calor en un material radiactivo esférico de 8 cm de diámetro cuya conductividad térmica es de 25 W/m·K de manera uniforme a una razón de 15 W/cm^3. Si la temperatura de la superficie del material es de 120°, la temperatura en el centro del material durante operación estable es:

a) 160 °C *b*) 280 °C
c) 212 °C *d*) 360 °C
e) 600 °C

2-178 Se genera calor en un material radiactivo esférico de 3 cm de diámetro de manera uniforme a una razón de 15 W/cm^3. Se disipa calor hacia el medio de alrededor a una temperatura de 25 °C con un coeficiente de transferencia de calor de 120 W/m^2·K. La temperatura de la superficie del material durante operación estable es:

a) 56 °C *b*) 84 °C
c) 494 °C *d*) 650 °C
e) 108 °C

Problemas de diseño y ensayo

2-179 Escriba un ensayo sobre la generación de calor en varillas de combustible nuclear. Obtenga información acerca de los rangos de generación de calor, la variación de generación de calor en función de la posición de las varillas y la absorción de la radiación emitida por el medio de enfriamiento.

2-180 Escriba un programa de cómputo interactivo que calcule la razón de transferencia de calor y el valor de la temperatura en cualquier punto del medio para conducción de calor unidimensional estable en una carcasa cilíndrica grande que funcione para cualquier combinación de temperatura específica, flujo de calor específico y condiciones de frontera por convección. Corra el programa para cinco combinaciones diferentes de condiciones de frontera específicas.

2-181 Escriba un programa de cómputo interactivo que calcule la razón de transferencia de calor y el valor de la temperatura en cualquier punto del medio para conducción de calor unidimensional estable en una carcasa esférica que funcione para cualquier combinación de temperatura específica, flujo de calor específico y condiciones de frontera por convección. Corra el programa para cinco combinaciones diferentes de condiciones de frontera específicas.

Elemento de diseño: "Icono de C&S © McGraw-Hill Education; Icono de PtD © McGraw-Hill Education; arte de la computadora © McGraw-Hill Education"

CAPÍTULO

3

CONDUCCIÓN DE CALOR EN ESTADO ESTACIONARIO

En el análisis de la transferencia de calor, a menudo estamos interesados en la tasa de transferencia de calor a través de un medio en condiciones estables y temperaturas superficiales. Tales problemas pueden resolverse fácilmente sin ecuaciones diferenciales, introduciendo el *concepto de resistencia térmica*, de manera análoga a problemas de circuitos eléctricos. En este caso, la resistencia térmica corresponde a la resistencia eléctrica, la diferencia de temperatura corresponde al voltaje y la razón de cambio de la transferencia de calor que corresponde a la corriente eléctrica.

Este capítulo inicia con la *conducción unidimensional de calor en estado estacionario* en una pared plana, un cilindro y una esfera, y se desarrollan relaciones para la *resistencia térmica* para estas geometrías. También se desarrollan relaciones de resistencia térmica para condiciones de frontera de convección y radiación. Se aplica este concepto a problemas de conducción de calor de paredes planas, cilindros y esferas de *capas múltiples*, y se generalizan hacia sistemas que comprenden transferencia de calor en dos o tres dimensiones. También se discute la *resistencia térmica por contacto* y el *coeficiente total de transferencia de calor*, y se desarrollan relaciones para el radio crítico del aislamiento para un cilindro y para una esfera. Por último, se discute la transferencia de calor en estado estacionario a partir de *superficies con aletas* y algunas formas complejas encontradas en la práctica, a través de *factores de forma de conducción*.

OBJETIVOS

Al terminar de estudiar este capítulo, usted deberá ser capaz de:

- Entender el concepto de resistencia térmica y sus limitaciones, y desarrollar redes de resistencia térmica para problemas prácticos de conducción de calor.
- Resolver problemas de conducción en estado estable que involucran geometrías rectangulares, cilíndricas o esféricas de múltiples capas.
- Desarrollar una comprensión intuitiva de la resistencia térmica por contacto y las circunstancias en las cuales puede ser importante.
- Identificar aplicaciones en las que el material aislante puede aumentar la transferencia de calor.
- Analizar superficies con aletas, y evaluar qué tan eficientemente mejoran la transferencia de calor.
- Resolver problemas prácticos de conducción multidimensional del calor, usando factores de forma.

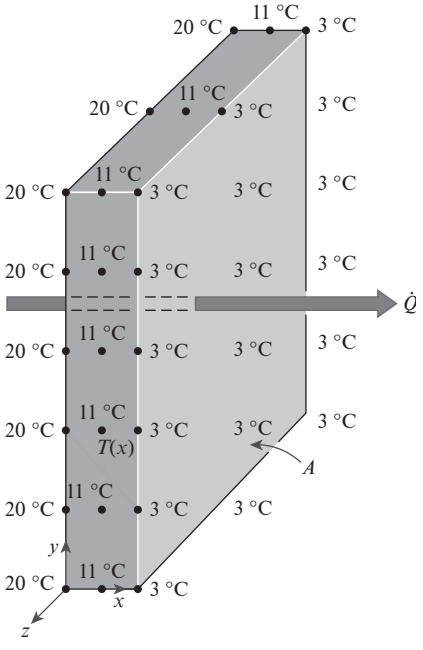


FIGURA 3-1

La transferencia de calor a través de una pared es unidimensional cuando su temperatura varía solo en una dirección.

3-1 ▪ CONDUCCIÓN DE CALOR EN ESTADO ESTACIONARIO EN PAREDES PLANAS

Considere la conducción estacionaria de calor a través de las paredes de una casa durante un día de invierno. El calor se pierde continuamente al aire libre a través de la pared externa. Se siente que la transferencia de calor a través de la pared se da en la *dirección normal a la superficie de la pared* y no se produce una transferencia de calor significativa en la pared en otras direcciones (figura 3-1).

Recuerde que la transferencia de calor en una dirección determinada está dada por el *gradiente de temperatura* en esa dirección. No hay transferencia de calor en una dirección en la que no hay cambio de temperatura. Las mediciones de temperatura en varios lugares en la superficie de la pared interior o exterior confirmarán que la superficie de la pared es prácticamente *isotérmica*; es decir, las temperaturas en la parte superior e inferior de la superficie de la pared, así como en los extremos derecho e izquierdo, son prácticamente iguales. Así que no hay transferencia de calor a través de la pared desde la parte superior a la inferior, o desde la parte izquierda a la derecha, pero hay una diferencia de temperatura considerable entre las superficies interna y externa y, por tanto, hay una transferencia importante de calor en la dirección de la superficie interna a la superficie exterior.

El espesor pequeño de la pared ocasiona que el gradiente de temperatura en esa dirección sea grande. Además, si las temperaturas del aire dentro y fuera de la casa permanecen constantes, entonces se puede modelar la transferencia de calor a través de la pared de una casa como *estacionaria* y *unidimensional.* La temperatura de la pared en este caso depende solo de una dirección (digamos la dirección x) y se puede expresar como $T(x)$.

Considerando que la transferencia de calor es la única interacción de energía involucrada en este caso y que no hay generación de calor, el *balance de energía* para la pared puede expresarse como:

$$\begin{pmatrix}\text{Razón de la}\\ \text{transferencia de}\\ \text{calor hacia la pared}\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\text{Razón de la}\\ \text{transferencia de calor}\\ \text{hacia fuera de la pared}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Razón de}\\ \text{cambio de energía}\\ \text{de la pared}\end{pmatrix}$$

o,

$$\dot{Q}_{\text{ent}} - \dot{Q}_{\text{sal}} = \frac{dE_{\text{pared}}}{dt} \tag{3-1}$$

Pero $dE_{\text{pared}}/dt = 0$ para la operación *estacionaria*, dado que con el tiempo no hay cambios en la temperatura de la pared en cualquier punto. Por tanto, la razón de transferencia de calor hacia la pared debe ser igual a la razón de transferencia de calor fuera de ella. En otras palabras, *la razón de transferencia de calor a través de la pared debe ser constante*, $\dot{Q}_{\text{cond, pared}}$ = constante.

Considere una pared plana de espesor L y una conductividad térmica promedio k.

Las dos superficies de la pared se mantienen a temperaturas constantes de T_1 y T_2. Para una conducción de calor estacionaria unidimensional a través de la pared, tenemos $T(x)$. Entonces, la ley de Fourier de conducción de calor para la pared puede expresarse como

$$\dot{Q}_{\text{cond, pared}} = -kA\frac{dT}{dx} \quad \text{(W)} \tag{3-2}$$

donde la razón de transferencia de calor de conducción $\dot{Q}_{\text{cond, pared}}$ y el área de la pared A son constantes. Así, dT/dx = constante, lo que significa que *la temperatura*

a través de la pared varía linealmente con x. Es decir, la distribución de la temperatura en la pared en condiciones estacionarias es una *línea recta* (figura 3-2).

Al separar las variables en la ecuación anterior e integrando desde $x = 0$, donde $T(0) = T_1$, hasta $x = L$, donde $T(L) = T_2$, se obtiene:

$$\int_{x=0}^{L} \dot{Q}_{\text{cond, pared}}\, dx = -\int_{T=T_1}^{T_2} kA\, dT$$

Integrando y reacomodando los términos queda:

$$\dot{Q}_{\text{cond, pared}} = kA\frac{T_1 - T_2}{L} \quad \text{(W)} \tag{3-3}$$

la cual es idéntica a la ecuación 1-21. Una vez más, *la razón de conducción de calor a través de una pared plana es proporcional a la conductividad térmica promedio, al área de la pared y a la diferencia de temperatura, pero es inversamente proporcional al espesor de la pared.* Además, una vez que se conoce la razón de conducción de calor, la temperatura $T(x)$ en cualquier posición x se puede determinar reemplazando T_2 en la ecuación 3-3 por T y L por x.

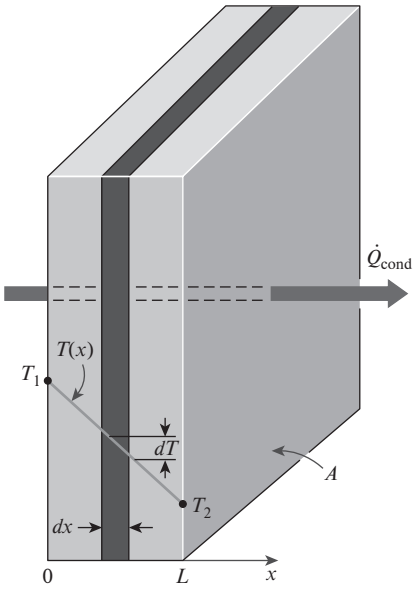


FIGURA 3-2

En condiciones estacionarias, la distribución de temperatura en una pared plana es una línea recta.

Concepto de resistencia térmica

La ecuación 3-3 para la conducción de calor a través de una pared plana se puede reorganizar como:

$$\dot{Q}_{\text{cond, pared}} = \frac{T_1 - T_2}{R_{\text{pared}}} \quad \text{(W)} \tag{3-4}$$

donde

$$R_{\text{pared}} = \frac{L}{kA} \quad \text{(K/W)} \tag{3-5}$$

es la *resistencia térmica* de la pared en contra de la conducción de calor o simplemente la **resistencia de conducción** de la pared. La resistencia térmica de un medio depende de la *geometría* y las *propiedades térmicas* del medio. La resistencia térmica también puede expresarse como $R_{\text{pared}} = \Delta T/\dot{Q}_{\text{cond, pared}}$, la cual es el cociente del potencial de conducción ΔT a la tasa de transferencia correspondiente $\dot{Q}_{\text{cond, pared}}$.

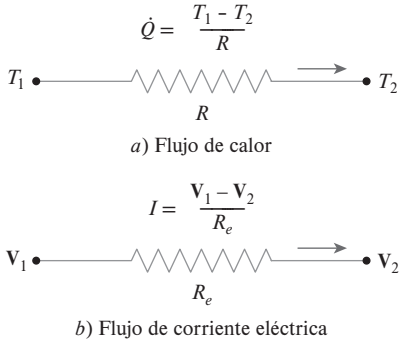
Esta ecuación para la transferencia de calor es análoga a la relación para el *flujo de corriente eléctrica I*, expresado como:

$$I = \frac{\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2}{R_e} \tag{3-6}$$

donde $R_e = L/\sigma_e A$ es la *resistencia eléctrica* y $\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2$ es la *diferencia de potencial* a través de la resistencia (σ_e es la conductividad eléctrica). Así, la *razón de transferencia de calor* a través de una capa corresponde a la *corriente eléctrica*, la *resistencia térmica* corresponde a la *resistencia eléctrica*, y la *diferencia de temperatura* corresponde a la *diferencia de potencial* a través de la capa (figura 3-3).

Considere ahora la transferencia de calor por convección desde una superficie sólida de área A_s y temperatura T_s hacia un fluido cuya temperatura suficientemente lejos de la superficie es T_∞ y con un coeficiente de transferencia de calor por convección h. La ley de enfriamiento de Newton para la razón de transferencia de calor por convección $\dot{Q}_{\text{conv}} = hA_s(T_s - T_\infty)$ se puede reacomodar para obtener:

$$\dot{Q}_{\text{conv}} = \frac{T_s - T_\infty}{R_{\text{conv}}} \quad \text{(W)} \tag{3-7}$$



a) Flujo de calor

b) Flujo de corriente eléctrica

FIGURA 3-3

Analogía entre los conceptos de resistencia eléctrica y resistencia térmica.

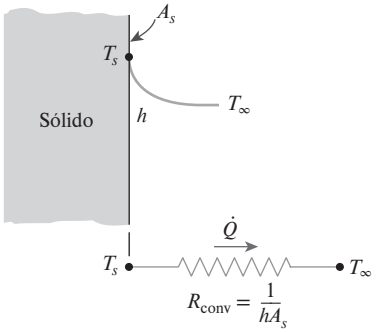


FIGURA 3-4

Esquema para la resistencia de convección en una superficie.

donde

$$R_{conv} = \frac{1}{hA_s} \quad (K/W) \tag{3-8}$$

es la *resistencia térmica* de la superficie contra la convección de calor, o simplemente la **resistencia de convección** de la superficie (figura 3-4). Cuando el coeficiente de transferencia de calor por conducción es muy grande ($h \to \infty$), la resistencia de convección tiende a *cero* y $T_s \approx T_\infty$, de modo que la superficie *no ofrece resistencia a la convección* y, por tanto, no frena el proceso de transferencia de calor. Esta situación se presenta en la práctica en superficies donde se producen la ebullición y la condensación. Considere también que la superficie no tiene que ser plana. La ecuación 3-8 para la resistencia de convección es válida para superficies de cualquier forma, siempre que sea razonable la suposición de que h sea constante y uniforme.

Cuando la pared está rodeada por un gas, los *efectos de radiación*, ignorados hasta el momento, pueden ser importantes y hay que considerarlos. La tasa de transferencia de calor por radiación entre una superficie con emisividad ε y área A_s a temperatura T_s y las superficies circundantes a una cierta temperatura media T_{alred} puede expresarse como:

$$\dot{Q}_{rad} = \varepsilon\sigma A_s(T_s^4 - T_{alred}^4) = h_{rad} A_s(T_s - T_{alred}) = \frac{T_s - T_{alred}}{R_{rad}} \quad (W) \tag{3-9}$$

donde

$$R_{rad} = \frac{1}{h_{rad}A_s} \quad (K/W) \tag{3-10}$$

es la *resistencia térmica* de la superficie en contra de la radiación, o la **resistencia de radiación**, y

$$h_{rad} = \frac{\dot{Q}_{rad}}{A_s(T_s - T_{alred})} = \varepsilon\sigma(T_s^2 + T_{alred}^2)(T_s + T_{alred}) \quad (W/m^2 \cdot K) \tag{3-11}$$

es el **coeficiente de transferencia de calor por radiación**. Tanto T_s como T_{alred} *deben* estar en K al evaluar h_{rad}. La definición del coeficiente de transferencia de calor por radiación permite expresar la radiación convenientemente de manera análoga a la convección en términos de una diferencia de temperatura; sin embargo, h_{rad} depende de la temperatura, mientras que h_{conv}, no.

Una superficie expuesta al aire circundante involucra convección y radiación al mismo tiempo, y la transferencia total de calor en la superficie se determina sumando (o restando, si es en dirección opuesta) los componentes de radiación y convección. Las resistencias de convección y radiación son paralelas entre sí, como se muestra en la figura 3-5, y pueden causar cierta complicación en la red de resistencias térmicas. Cuando $T_{alred} \approx T_\infty$, el efecto de radiación puede tomarse en cuenta reemplazando h en la relación de resistencia de convección (ecuación 3-8) con:

$$h_{combinada} = h_{conv} + h_{rad} \quad (W/m^2 \cdot K) \tag{3-12}$$

donde $h_{combinado}$ es el **coeficiente de transferencia de calor combinado** discutido en el capítulo 1. De esta manera se evitan todas las complicaciones asociadas con la radiación.

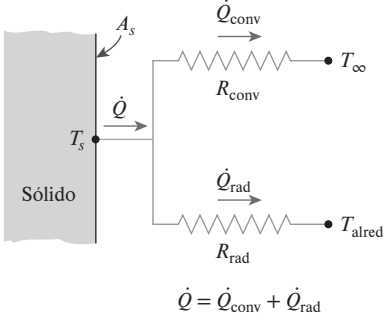


FIGURA 3-5

Esquema para la resistencia de convección y radiación en una superficie.

Red de resistencias térmicas

Ahora considere la transferencia de calor unidimensional constante a través de una pared plana de espesor L, área A y conductividad térmica k que está expuesta a la

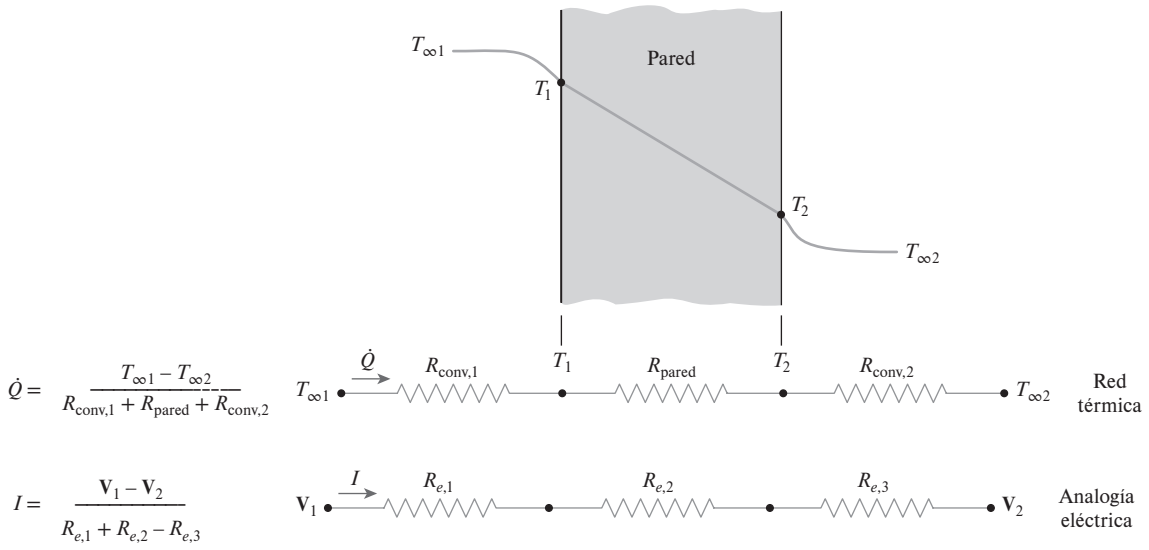


FIGURA 3-6

Red de resistencia térmica para la transferencia de calor a través de una pared plana sometida a convección en ambos lados y su analogía eléctrica.

convección en ambos lados con fluidos a temperaturas $T_{\infty 1}$ y $T_{\infty 2}$ con coeficientes de transferencia de calor h_1 y h_2, respectivamente, como se muestra en la figura 3-6. Suponiendo que $T_{\infty 2} < T_{\infty 1}$, la variación de temperatura será como se muestra en la figura. Considera que la temperatura varía de manera lineal *en* la pared y se aproxima asintóticamente a $T_{\infty 1}$ y $T_{\infty 2}$ en los fluidos a medida que nos alejamos de la pared.

En condiciones estacionarias se tiene:

$$\begin{pmatrix}\text{Razón de}\\ \textit{convección de calor}\\ \text{hacia la pared}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Razón de}\\ \textit{conducción de calor}\\ \text{a través de la pared}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Razón de}\\ \textit{convección de calor}\\ \text{desde la pared}\end{pmatrix}$$

o,

$$\dot{Q} = h_1 A(T_{\infty 1} - T_1) = kA\frac{T_1 - T_2}{L} = h_2 A(T_2 - T_{\infty 2}) \qquad \textbf{(3-13)}$$

que puede reacomodarse como:

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_1}{1/h_1 A} = \frac{T_1 - T_2}{L/kA} = \frac{T_2 - T_{\infty 2}}{1/h_2 A}$$

$$= \frac{T_{\infty 1} - T_1}{R_{\text{conv, 1}}} = \frac{T_1 - T_2}{R_{\text{pared}}} = \frac{T_2 - T_{\infty 2}}{R_{\text{conv, 2}}} \qquad \textbf{(3-14)}$$

Una vez calculada la razón de transferencia de calor, la ecuación 3-14 también se puede usar para determinar las temperaturas intermedias T_1 o T_2. Sumando los numeradores y los denominadores queda (figura 3-7):

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{\text{total}}} \quad \text{(W)} \qquad \textbf{(3-15)}$$

Si

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \cdots = \frac{a_n}{b_n} = c$$

entonces

$$\frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{b_1 + b_2 + \cdots + b_n} = c$$

Por ejemplo,

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{5}{20} = 0.25$$

y

$$\frac{1 + 2 + 5}{4 + 8 + 20} = 0.25$$

FIGURA 3-7

Una identidad matemática útil.

donde

$$R_{\text{total}} = R_{\text{conv, 1}} + R_{\text{pared}} + R_{\text{conv, 2}} = \frac{1}{h_1 A} + \frac{L}{kA} + \frac{1}{h_2 A} \quad \text{(K/W)} \tag{3-16}$$

El área de transferencia de calor A es constante para una pared plana, y la razón de esa transferencia de calor a través de una pared que separa dos medios es igual a la diferencia de temperatura general ($T_{\infty 1} - T_{\infty 2}$) dividida por la resistencia térmica total entre los dos medios. También tenga en cuenta que las resistencias térmicas están en *serie* y que la resistencia térmica equivalente se determina *sumando* las resistencias individuales, al igual que las resistencias eléctricas conectadas en serie. Así, la analogía eléctrica sigue siendo válida. Esto se resume como: *la razón de transferencia de calor estacionario entre dos superficies es igual a la diferencia de temperatura dividida entre la resistencia térmica total entre esas dos superficies*.

Otra observación que se puede hacer a partir de la ecuación 3-15 es que el cociente entre la caída de temperatura y la resistencia térmica en cualquier capa es constante, y por tanto, la disminución de temperatura en cualquier capa es proporcional a la resistencia térmica de esa capa. Cuanto mayor sea la resistencia, más disminuirá; de hecho, la ecuación $\dot{Q} = \Delta T/R$ se puede reorganizar como:

$$\Delta T = \dot{Q} R \quad (^\circ\text{C}) \tag{3-17}$$

lo que indica que *la caída de temperatura* en cualquier capa es igual a *la tasa de transferencia de calor multiplicada por la resistencia térmica* a través de esa capa (figura 3-8). Recuerde que esto también es cierto para la caída de potencial a través de una resistencia eléctrica cuando la corriente eléctrica es constante.

A veces es conveniente expresar la transferencia de calor a través de un medio de manera análoga a la ley de enfriamiento de Newton como:

$$\dot{Q} = UA\ \Delta T \quad \text{(W)} \tag{3-18}$$

donde U es el **coeficiente de transferencia de calor global**, que se mide en $\text{W/m}^2 \cdot \text{K}$. El coeficiente general de transferencia de calor se usa en los cálculos de transferencia de calor asociados con los intercambiadores de calor (capítulo 11). También se utiliza en los cálculos de transferencia de calor a través de ventanas (capítulo 9), comúnmente conocido como factor U. Una comparación de las ecuaciones 3-15 y 3-18 revela que:

$$UA = \frac{1}{R_{\text{total}}} \quad \text{(W/K)} \tag{3-19}$$

Por tanto, para un área unitaria, el coeficiente de transferencia de calor global es igual al inverso de la resistencia térmica total.

No es necesario conocer las temperaturas de las superficies de la pared para evaluar la tasa de transferencia de calor estacionaria a través de ella. Solo se necesitan los coeficientes de transferencia de calor por convección y las temperaturas de los fluidos en ambos lados de la pared. La *temperatura superficial* de la pared se puede determinar como se describió antes usando el concepto de resistencia térmica, pero tomando la superficie en la cual se quiere determinar su temperatura como una de las superficies terminales. Por ejemplo, una vez que se evalúa $\dot{Q}$, la temperatura de la superficie T_1 se puede determinar a partir de:

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_1}{R_{\text{conv, 1}}} = \frac{T_{\infty 1} - T_1}{1/h_1 A} \tag{3-20}$$

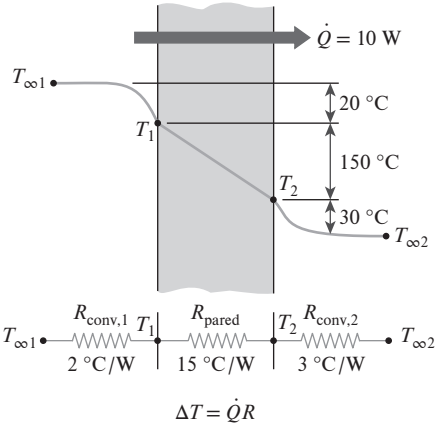


FIGURA 3-8

La disminución de temperatura a través de una capa es proporcional a su resistencia térmica.

Paredes planas de capas múltiples

En la práctica, a menudo se encuentran paredes planas que constan de varias capas de diferentes materiales. El concepto de resistencia térmica también se puede utilizar para determinar la razón de transferencia de calor estacionaria a través de dichas paredes *compuestas*. Esto se hace simplemente tomando en cuenta que la resistencia de conducción de cada pared conectada en serie es L/kA, y utilizando la analogía eléctrica, es decir, al dividir la *diferencia de temperatura* que existe entre dos superficies a las temperaturas conocidas respecto de la *resistencia térmica total* que presentan ambas.

Considere una pared plana que consta de dos capas (como una pared de ladrillos con una capa de aislante). La tasa de transferencia de calor estacionaria a través de esta pared compuesta de dos capas puede expresarse como (figura 3-9):

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{\text{total}}} \tag{3-21}$$

donde R_{total} es la *resistencia térmica total*, expresada como:

$$\begin{aligned} R_{\text{total}} &= R_{\text{conv, 1}} + R_{\text{pared, 1}} + R_{\text{pared 2}} + R_{\text{conv, 2}} \\ &= \frac{1}{h_1 A} + \frac{L_1}{k_1 A} + \frac{L_2}{k_2 A} + \frac{1}{h_2 A} \end{aligned} \tag{3-22}$$

Los subíndices 1 y 2 en las relaciones en R_{pared} indican la primera y segunda capas, respectivamente. También se podría obtener este resultado siguiendo el enfoque ya utilizado para el caso de una sola capa al observar que la tasa de transferencia de calor constante $\dot{Q}$ a través de un medio multicapa es constante y, por tanto, debe ser la misma en cada capa. A partir de la red de resistencia térmica, las resistencias están en *serie* y, por tanto, la *resistencia térmica total* es la suma aritmética de las resistencias térmicas individuales en la trayectoria de la transferencia de calor.

Dicho resultado para el caso de *dos capas* es análogo al de *una sola capa*, excepto que se agrega una *resistencia adicional* para la *capa adicional.* Este resultado se puede extender a paredes planas que constan de *tres o más capas* agregando una *resistencia adicional* para cada *capa adicional*.

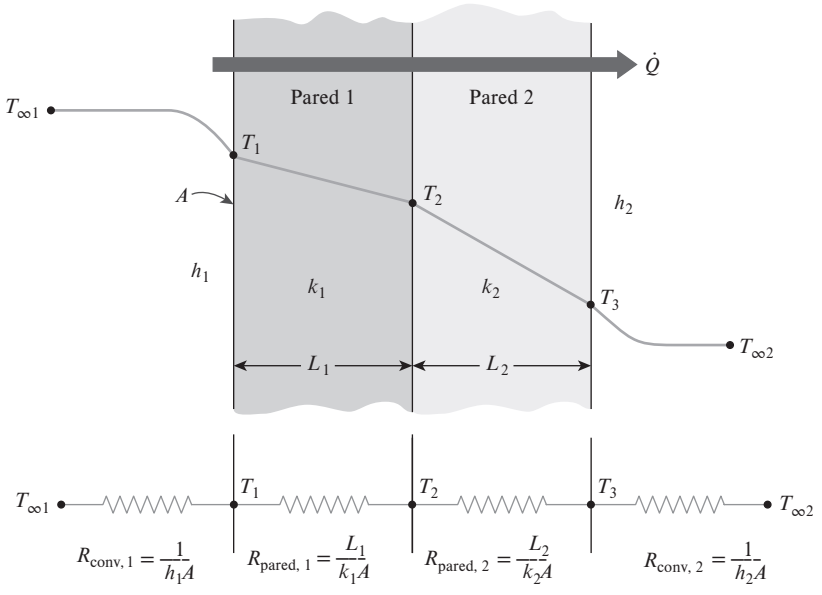
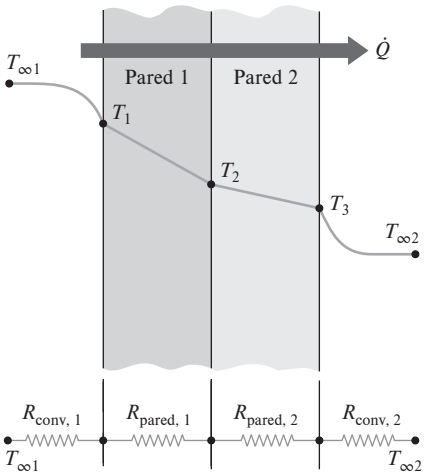


FIGURA 3-9
Red de resistencia térmica para transferencia de calor a través de una pared plana de dos capas sometida a convección en ambos lados.



Para encontrar T_1: $\dot{Q} = \dfrac{T_{\infty 1} - T_1}{R_{\text{conv, 1}}}$

Para encontrar T_2: $\dot{Q} = \dfrac{T_{\infty 1} - T_2}{R_{\text{conv, 1}} + R_{\text{pared, 1}}}$

Para encontrar T_3: $\dot{Q} = \dfrac{T_3 - T_{\infty 2}}{R_{\text{conv, 2}}}$

FIGURA 3-10

Evaluación de las temperaturas en las superficies y en la interfase cuando se dan $T_{\infty 1}$ y $T_{\infty 2}$ y se calcula $\dot{Q}$.

Una vez que se *conoce* $\dot{Q}$, se puede determinar una temperatura superficial desconocida T_j en cualquier superficie o interfase j a partir de:

$$\dot{Q} = \frac{T_i - T_j}{R_{\text{total}, i-j}} \tag{3-23}$$

donde T_i es una temperatura *conocida* en la ubicación i y $R_{\text{total}, i-j}$ es la resistencia térmica total entre las posiciones i y j; por ejemplo, cuando están disponibles las temperaturas del flujo $T_{\infty 1}$ y $T_{\infty 2}$ para el caso de las dos capas que se muestra en la figura 3-9 y se calcula $\dot{Q}$ a partir de la ecuación 3-21, la temperatura de la interfase T_2 entre las dos paredes se puede determinar a partir de (figura 3-10):

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_2}{R_{\text{conv, 1}} + R_{\text{pared, 1}}} = \frac{T_{\infty 1} - T_2}{\dfrac{1}{h_1 A} + \dfrac{L_1}{k_1 A}} \tag{3-24}$$

La caída de temperatura a través de una capa se determina a partir de la ecuación 3-17 multiplicando $\dot{Q}$ por la resistencia térmica de esa capa.

El concepto de resistencia térmica se usa mucho en la práctica porque es fácil de entender y ha demostrado ser una herramienta poderosa en la solución de una amplia variedad de problemas de transferencia de calor, pero su uso se limita a los sistemas a través de los cuales la tasa de transferencia de calor $\dot{Q}$ permanece *constante*; es decir, en sistemas que implican una transferencia de calor *estacionaria sin generación de calor* (como calentamiento por resistencia o reacciones químicas) dentro del medio.

EJEMPLO 3-1 **Pérdida de calor a través de una pared**

Considere una pared de 3 m de alto, 5 m de ancho y 0.3 m de espesor cuya conductividad térmica es $k = 0.9$ W/m·K (figura 3-11). En un determinado día, las temperaturas de las superficies interna y externa de la pared son 16 y 2 °C, respectivamente. Calcule la tasa de pérdida de calor a través de la pared ese día.

SOLUCIÓN Las dos superficies de la pared se mantienen a las temperaturas indicadas. Se debe determinar la tasa de pérdida de calor a través de la pared.

Suposiciones **1** La transferencia de calor a través de la pared es constante, ya que las temperaturas de las superficies permanecen constantes en los valores indicados. **2** La transferencia de calor es unidimensional, ya que el único gradiente de temperatura significativo es en la dirección desde el interior hacia el exterior. **3** La conductividad térmica es constante.

Propiedades La conductividad térmica es $k = 0.9$ W/m·K.

Análisis Observando que la transferencia de calor a través de la pared es por conducción y el área de la pared es $A = 3 \times 5$ m $= 15$ m^2, la tasa estacionaria de transferencia de calor a través de la pared se puede determinar a partir de la ecuación 3-3:

$$\dot{Q} = kA\frac{T_1 - T_2}{L} = (0.9 \text{ W/m} \cdot {}^\circ\text{C})(15 \text{ m}^2)\frac{(16 - 2)\ {}^\circ\text{C}}{0.3 \text{ m}} = \mathbf{630 \text{ W}}$$

También se puede determinar la tasa estacionaria de transferencia de calor a través de la pared empleando el concepto de resistencia térmica:

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T_{\text{pared}}}{R_{\text{pared}}}$$

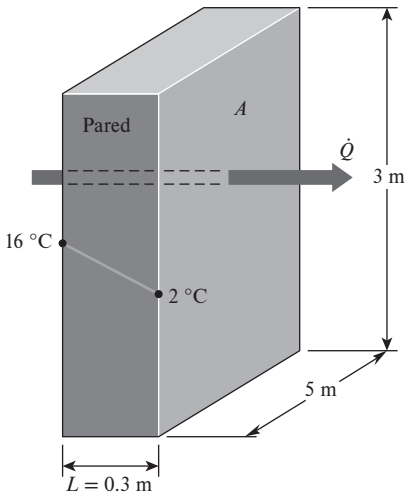


FIGURA 3-11

Esquema del ejemplo 3-1.

donde

$$R_{\text{pared}} = \frac{L}{kA} = \frac{0.3 \text{ m}}{(0.9 \text{ W/m} \cdot \text{°C})(15 \text{m}^2)} = 0.02222 \text{ °C/W}$$

Sustituyendo, se obtiene

$$\dot{Q} = \frac{(16 - 2) \text{ °C}}{0.02222 \text{ °C/W}} = 630 \text{ W}$$

Discusión Ese es el mismo resultado ya obtenido. Considere que la conducción de calor a través de una pared plana con temperaturas dadas en las superficies se puede determinar directa y fácilmente sin utilizar el concepto de resistencia térmica. Sin embargo, este concepto sirve como una herramienta valiosa en problemas de transferencia de calor más complejos, como se verá en los siguientes ejemplos. Además, las unidades W/m·°C y W/m·K para la conductividad térmica son equivalentes y, por tanto, intercambiables; tal es también el caso de °C y K para las diferencias de temperatura.

EJEMPLO 3-2 Pérdida de calor a través de una ventana de un solo panel

Considere una ventana de vidrio de 0.8 m de alto y 1.5 m de ancho con espesor de 8 mm y conductividad térmica k = 0.78 W/m·K. Determine la razón estacionaria de transferencia de calor a través de esta ventana y la temperatura de su superficie interna por un día durante el cual la sala se mantiene a 20 °C, mientras que la temperatura del exterior es de –10 °C. Considere que los coeficientes de transferencia de calor en las superficies interior y exterior de la ventana son h_1 = 10 W/m^2·K y h_2 = 40 W/m^2·K, los cuales incluyen los efectos de la radiación.

SOLUCIÓN Se considera la pérdida de calor a través del vidrio de la ventana; es preciso determinar la tasa de transferencia de calor a través de esta y la temperatura de la superficie interna.

Suposiciones **1** La transferencia de calor a través de la ventana es estacionaria, ya que las temperaturas de las superficies permanecen constantes en los valores indicados. **2** La transferencia de calor a través de la ventana es unidimensional, pues existen gradientes de temperatura significativos en la dirección desde el interior hacia el exterior. **3** La conductividad térmica es constante.

Propiedades La conductividad térmica dada es k = 0.78 W/m·K.

Análisis Este problema comprende conducción a través de la ventana de vidrio y convección en sus superficies, y se puede manejar mejor con el concepto de resistencia térmica y dibujando la red de resistencia térmica, como se muestra en la figura 3-12. El área de la ventana es A = 0.8 × 1.5 m = 1.2 m^2, así que las resistencias individuales se evalúan a partir de sus definiciones:

$$R_i = R_{\text{conv, 1}} = \frac{1}{h_1 A} = \frac{1}{(10 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K})(1.2 \text{ m}^2)} = 0.08333 \text{ °C/W}$$

$$R_{\text{vidrio}} = \frac{L}{kA} = \frac{0.008 \text{ m}}{(0.78 \text{ W/m} \cdot \text{K})(1.2 \text{ m}^2)} = 0.00855 \text{ °C/W}$$

$$R_o = R_{\text{conv, 2}} = \frac{1}{h_2 A} = \frac{1}{(40 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K})(1.2 \text{ m}^2)} = 0.02083 \text{ °C/W}$$

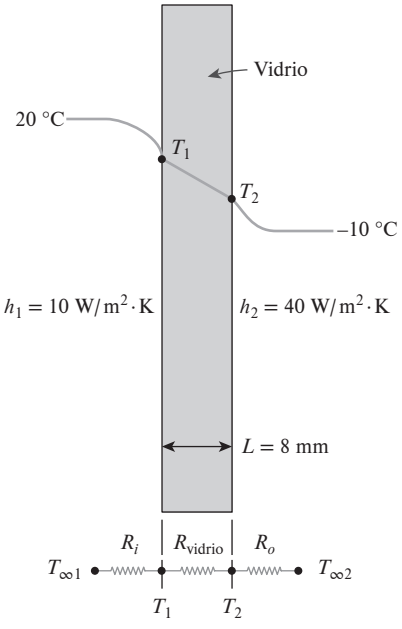


FIGURA 3-12
Esquema del ejemplo 3-2.

Considere que las tres resistencias están en serie, así que la resistencia total es:

$$R_{\text{total}} = R_{\text{conv, 1}} + R_{\text{vidrio}} + R_{\text{conv, 2}} = 0.08333 + 0.00855 + 0.02083$$
$$= 0.1127\ ^\circ\text{C/W}$$

La razón estacionaria de transferencia de calor a través de la ventana queda:

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{\text{total}}} = \frac{[20 - (-10)]\ ^\circ\text{C}}{0.1127\ ^\circ\text{C/W}} = \mathbf{266\ W}$$

Conociendo la tasa de transferencia de calor, la temperatura de la superficie interna del vidrio de la ventana se puede determinar a partir de:

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_1}{R_{\text{conv, 1}}} \rightarrow T_1 = T_{\infty 1} - \dot{Q} R_{\text{conv, 1}}$$
$$= 20\ ^\circ\text{C} - (266\ \text{W})(0.08333\ ^\circ\text{C/W})$$
$$= \mathbf{-2.2\ ^\circ C}$$

Discusión La temperatura de la superficie interna del vidrio de la ventana es de –2.2 °C, aunque la temperatura del aire en la habitación se mantiene a 20 °C. Esas temperaturas de la superficie tan bajas son indeseables porque causan la formación de niebla o incluso escarcha en las superficies internas del vidrio cuando la humedad en la habitación es alta.

EJEMPLO 3-3 Pérdida de calor a través de ventanas de doble panel

Considere una ventana de doble panel de 0.8 m de alto y 1.5 m de ancho que consiste en dos capas de vidrio de 4 mm de espesor (k = 0.78 W/m·K) separadas por un espacio de aire en reposo de 10 mm de ancho (k = 0.026 W/m·K). Determine la tasa estacionaria de transferencia de calor a través de esta ventana de doble panel y la temperatura de su superficie interna por un día durante el cual la habitación se mantiene a 20 °C, mientras que la temperatura del exterior es de –10 °C. Los coeficientes de transferencia de calor por convección en las superficies internas y externas de la ventana son h_1 = 10 W/m^2·K y h_2 = 40 W/m^2·K, que incluye los efectos de la radiación.

SOLUCIÓN Se tiene una ventana de doble panel. Se deben determinar la tasa de transferencia de calor a través de la ventana y la temperatura de la superficie interna.

Análisis Este ejemplo es idéntico al anterior, excepto que el vidrio de ventana de 8 mm de espesor se reemplaza por dos vidrios de 4 mm de espesor que encierran un espacio de aire estancado de 10 mm de ancho; la red de resistencia térmica de este problema implica dos resistencias de conducción adicionales correspondientes a las dos capas adicionales, como se muestra en la figura 3-13. El área de la ventana es de A = 0.8 m × 1.5 m = 1.2 m^2, y las resistencias individuales se evalúan a partir de sus definiciones, es decir:

$$R_i = R_{\text{conv, 1}} = \frac{1}{h_1 A} = \frac{1}{(10\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K})(1.2\ \text{m}^2)} = 0.08333\ ^\circ\text{C/W}$$

$$R_1 = R_3 = R_{\text{vidrio}} = \frac{L_1}{k_1 A} = \frac{0.004\ \text{m}}{(0.78\ \text{W/m}\cdot\text{K})(1.2\ \text{m}^2)} = 0.00427\ ^\circ\text{C/W}$$

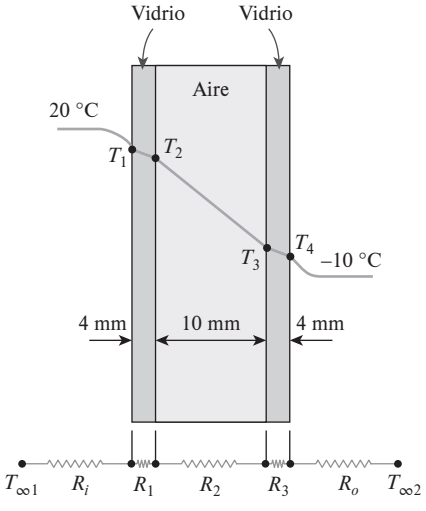


FIGURA 3-13
Esquema del ejemplo 3-3.

$$R_2 = R_{\text{aire}} = \frac{L_2}{k_2 A} = \frac{0.01 \text{ m}}{(0.026 \text{ W/m} \cdot \text{K})(1.2 \text{ m}^2)} = 0.3205 \text{ °C/W}$$

$$R_o = R_{\text{conv, 2}} = \frac{1}{h_2 A} = \frac{1}{(40 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K})(1.2 \text{ m}^2)} = 0.02083 \text{ °C/W}$$

Tome en cuenta que las tres resistencias están en serie, así que la resistencia total es

$$\begin{aligned} R_{\text{total}} &= R_{\text{conv, 1}} + R_{\text{vidrio, 1}} + R_{\text{aire}} + R_{\text{vidrio, 2}} + R_{\text{conv, 2}} \\ &= 0.08333 + 0.00427 + 0.3205 + 0.00427 + 0.02083 \\ &= 0.4332 \text{ °C/W} \end{aligned}$$

Entonces la razón estacionaria de transferencia de calor a través de la ventana queda:

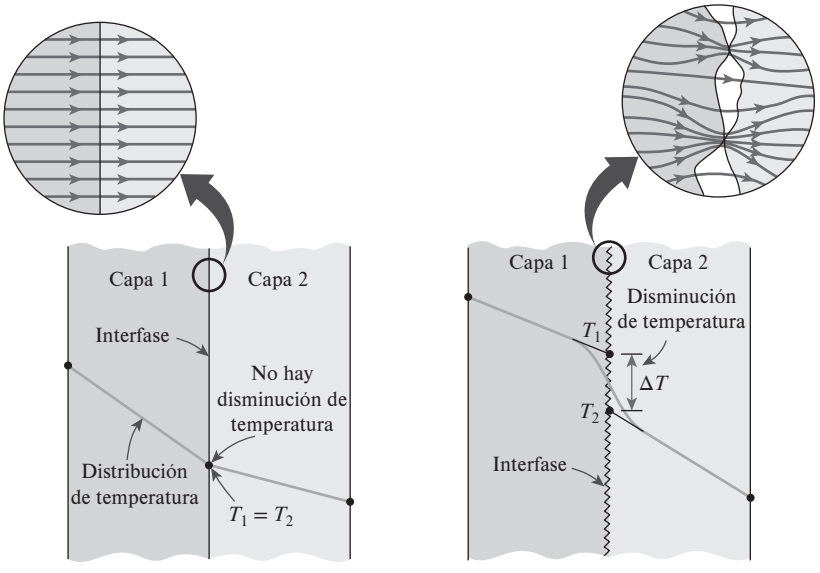
$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{\text{total}}} = \frac{[20 - (-10)] \text{ °C}}{0.4332 \text{ °C/W}} = \mathbf{69.2 \text{ W}}$$

que es aproximadamente una cuarta parte del resultado obtenido en el ejemplo 3-2; esto explica la popularidad de las ventanas de doble y hasta triple panel en climas fríos. La drástica reducción en la tasa de transferencia de calor en este caso se debe a la gran resistencia térmica de la capa de aire entre los vidrios.

La temperatura de la superficie interior de la ventana en este caso es:

$$T_1 = T_{\infty 1} - \dot{Q} R_{\text{conv, 1}} = 20 \text{ °C} - (69.2 \text{ W})(0.08333 \text{ °C/W}) = \mathbf{14.2 \text{ °C}}$$

que es considerablemente más alto que el valor de –2.2 °C obtenido en el ejemplo 3-2; por tanto, una ventana de doble panel rara vez se empañará, y reducirá el aumento de calor en verano y, por tanto, los costos del aire acondicionado.



a) Contacto térmico ideal (perfecto)

b) Contacto térmico real (imperfecto)

FIGURA 3-14

Distribución de temperatura y líneas de flujo de calor a lo largo de dos capas sólidas presionadas una contra la otra para el caso de contacto perfecto e imperfecto.

3-2 ▪ RESISTENCIA TÉRMICA POR CONTACTO

En el análisis de la conducción de calor a través de sólidos de capas múltiples, se supone un "contacto perfecto" en la interfase entre dos capas y, por tanto, no disminución de la temperatura en la interfase. Este sería el caso cuando las superficies son perfectamente lisas y producen un contacto perfecto en cada punto. Sin embargo, en realidad, incluso las superficies planas que parecen lisas a simple vista son ásperas cuando se examinan con un microscopio, como se muestra en la figura 3-14, con numerosos picos y valles; es decir, una superficie es *microscópicamente rugosa*, sin importar qué tan lisa parezca ser.

Cuando dos de estas superficies se presionan una contra la otra, los picos forman un buen contacto material, pero los valles forman vacíos llenos de aire en la mayoría de los casos. Como resultado, una interfase contiene numerosos *espacios de aire* de diferentes tamaños que actúan como *aislantes* debido a la baja conductividad térmica del aire; por tanto, una interfase ofrece cierta resistencia a la transferencia de calor, y esta resistencia para un área de interfase unitaria se denomina **resistencia de contacto térmico**, R_c. El valor de R_c se determina experimentalmente mediante una configuración como la que se muestra en la figura 3-15, y como es de esperarse, hay una considerable dispersión de datos debido a la dificultad de caracterizar correctamente las superficies.

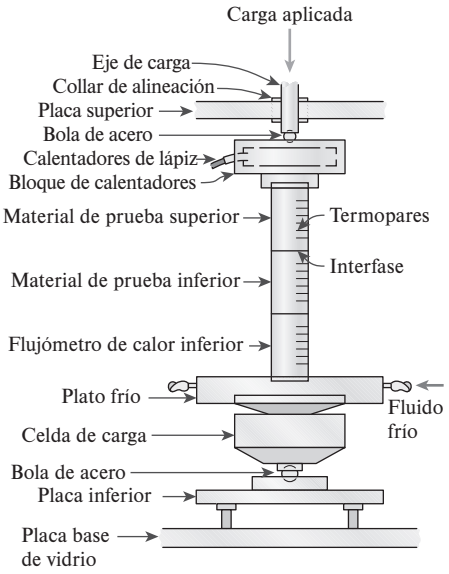


FIGURA 3-15
Un montaje experimental típico para la determinación de la resistencia de contacto térmico. Fuente: Song *et al.,* 1993.

Considere la transferencia de calor mediante dos varillas metálicas de área A de sección transversal que se presionan entre sí. La transferencia de calor a través de la interfase de estas dos barras es la suma de las transferencias de calor a través de los *puntos de contacto sólido* (conducción sólido-sólido) y las *brechas* (conducción o radiación a través de las brechas) en las áreas sin contacto (las cuales son un componente importante para la transferencia de calor) y puede expresarse como:

$$\dot{Q} = \dot{Q}_{\text{contacto}} + \dot{Q}_{\text{brecha}} \tag{3-25}$$

También se puede expresar de manera análoga a la ley de enfriamiento de Newton como:

$$\dot{Q} = h_c A\ \Delta T_{\text{interfase}} \tag{3-26}$$

donde A es el área de interfase aparente (que es la misma que el área de la sección transversal de las varillas) y $\Delta T_{\text{interfase}}$ es la diferencia de temperatura efectiva en la interfase. La cantidad h_c corresponde al coeficiente de transferencia de calor por convección y se denomina **conductancia térmica por contacto**, que se expresa como:

$$h_c = \frac{\dot{Q}/A}{\Delta T_{\text{interfase}}} \quad (\text{W/m}^2 \cdot \text{K}) \tag{3-27}$$

la cual se relaciona con la resistencia térmica por contacto por medio de:

$$R_c = \frac{1}{h_c} = \frac{\Delta T_{\text{interfase}}}{\dot{Q}/A} \quad (\text{m}^2 \cdot \text{K/W}) \tag{3-28}$$

Es decir, la resistencia térmica por contacto es el inverso de la conductancia térmica por contacto; por lo general, la conductancia por contacto térmico se reporta en la literatura, pero el concepto de resistencia de contacto térmico es más apropiado para explicar el efecto de la interfase en la transferencia de calor. R_c representa la resistencia térmica por contacto por *unidad de área*. La resistencia térmica para toda la interfase se obtiene dividiendo R_c entre el área de interfase aparente A.

La resistencia térmica por contacto puede determinarse a partir de la ecuación 3-28 midiendo la disminución de temperatura en la interfase y dividiéndola entre el flujo de calor en condiciones estables. El valor de la resistencia de contacto térmico depende de la *rugosidad de la superficie* y de las *propiedades del material*, así como de la *temperatura* y la *presión* en la interfase y del *tipo de fluido* atrapado en esta. La situación se vuelve más complicada cuando las placas se sujetan con pernos, tornillos o remaches, ya que la presión en la interfase en este caso no es uniforme. La resistencia de contacto térmica en ese caso depende también del espesor de la placa, el radio del perno y el tamaño de la zona de contacto. Se observa que la resistencia térmica por contacto *disminuye* al *disminuir la rugosidad de la superficie* y al *aumentar la presión de la interfase*, como era de esperarse. La mayoría de los valores, determinados experimentalmente, de la resistencia de contacto térmico se encuentran entre 0.000005 y 0.0005 $m^2 \cdot K/W$ (el rango correspondiente de conductancia por contacto térmico es de 2 000 a 200 000 $W/m^2 \cdot K$).

Cuando se analiza la transferencia de calor en un medio que consta de dos o más capas, lo primero es saber si la resistencia al contacto térmico es *significativa* o no. Se puede responder a esta pregunta comparando las magnitudes de las resistencias térmicas de las capas con los valores típicos de resistencia térmica por contacto. Por ejemplo, la resistencia térmica de una capa de 1 cm de espesor de un material aislante para un área de superficie unitaria es:

$$R_{c,\,\text{aislante}} = \frac{L}{k} = \frac{0.01\ \text{m}}{0.04\ \text{W/m} \cdot \text{K}} = 0.25\ \text{m}^2 \cdot \text{K/W}$$

mientras que para una capa de cobre de 1 cm de espesor, es:

$$R_{c,\,\text{cobre}} = \frac{L}{k} = \frac{0.01\ \text{m}}{386\ \text{W/m} \cdot \text{K}} = 0.000026\ \text{m}^2 \cdot \text{K/W}$$

Comparando los valores anteriores con los valores típicos de resistencia térmica por contacto, se concluye que la resistencia térmica por contacto es significativa e incluso puede dominar la transferencia de calor para buenos conductores de calor, como los metales, pero se puede ignorar si hay malos conductores de calor, como los aislantes. Esto no es sorprendente, dado que los materiales aislantes constan principalmente de espacios con aire, al igual que la propia interfase.

La resistencia térmica por contacto se puede minimizar aplicando un líquido térmicamente conductor llamado *grasa térmica*, como el aceite de silicona sobre las superficies antes de que se presionen entre sí; por lo general esto se hace cuando se conectan componentes electrónicos como transistores de potencia a los disipadores de calor. La resistencia por contacto térmico también se puede reducir reemplazando el aire en la interfase con un *gas de mejor conducción*, como el helio o el hidrógeno, véase la tabla 3-1.

Otra forma de minimizar la resistencia por contacto es insertar una *lámina metálica blanda* como estaño, plata, cobre, níquel o aluminio entre las dos superficies. Los estudios experimentales muestran que la resistencia térmica por contacto se puede reducir hasta un factor de 7 mediante una lámina metálica en la interfase; para una máxima efectividad las láminas deben ser muy finas. El efecto de los recubrimientos metálicos en la conductancia térmica por contacto se muestra en la figura 3-16 para varias superficies metálicas.

Existe una considerable incertidumbre en los datos de conductancia por contacto reportados en la literatura, y se debe tener cuidado al usarlos. En la tabla 3-2 se proporcionan algunos resultados experimentales para la conductancia por contacto entre superficies metálicas similares y diferentes para uso en cálculos preliminares de diseño. La *conductancia térmica por contacto* es *más alta* (y la resistencia por contacto es más baja) para *metales blandos* con *superficies lisas* a *alta presión*.

TABLA 3-1

Conductancia térmica por contacto para placas de aluminio con diferentes fluidos en la interfase para una rugosidad de superficie de 10 μm y presión en la interfase de 1 atm.

Fluido en la interfase	Conductancia por contacto, h_c, $W/m^2 \cdot K$
Aire	3 640
Helio	9 520
Hidrógeno	13 900
Aceite de silicona	19 000
Glicerina	37 700

Fuente: E. Fried. "Thermal Conduction Contribution to Heat Transfer at Contacts." *Thermal Conductivity*, Vol. 2, ed. *R.P. Tye. London: Academic Press,* 1969.

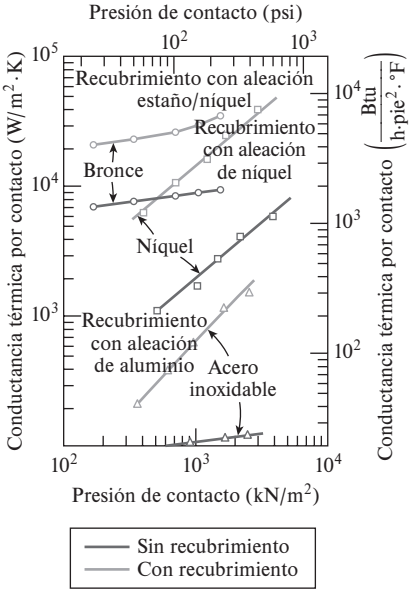


FIGURA 3-16

Efecto de los recubrimientos metálicos sobre la conductancia térmica por contacto.

Fuente: Peterson, 1987.

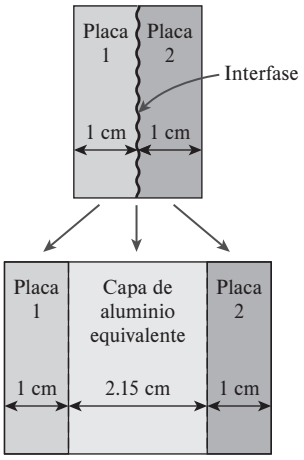


FIGURA 3-17
Esquema del ejemplo 3-4.

EJEMPLO 3-4 **Espesor equivalente para resistencia por contacto**

La conductancia por contacto térmico en la interfase de dos placas de cobre de 1 cm de espesor es de 18 000 $W/m^2 \cdot K$. Determine el espesor de la placa de cobre cuya resistencia térmica sea igual a la resistencia térmica por contacto de la interfase entre las placas (figura 3-17).

SOLUCIÓN Se debe determinar el espesor de la placa de cobre cuya resistencia térmica sea igual a la resistencia térmica por contacto.

Propiedades La conductividad térmica del cobre a temperatura ambiente es $k = 401\ W/m \cdot K$ (tabla A-3).

Análisis Dado que la resistencia térmica por contacto es la inversa de la conductancia térmica por contacto, la resistencia térmica por contacto es:

$$R_c = \frac{1}{h_c} = \frac{1}{18\,000\ W/m^2 \cdot K} = 5.556 \times 10^{-5}\ m^2 \cdot K/W$$

Para un área de superficie unitaria, la resistencia térmica de una placa plana se define como:

$$R = \frac{L}{k}$$

donde L es el espesor de la placa y k la conductividad térmica. Tomamos $R = R_c$, así que el espesor equivalente se determina a partir de la relación anterior:

$$L = kR_c = (401\ W/m \cdot K)(5.556 \times 10^{-5}\ m^2 \cdot K/W) = 0.0223\ m = \mathbf{2.23\ cm}$$

Discusión Observe que la interfase entre las dos placas ofrece tanta resistencia a la transferencia de calor como una placa de cobre de 2.23 cm de espesor. Es interesante que la resistencia térmica por contacto en este caso sea mayor que la suma de las resistencias térmicas de ambas placas.

TABLA 3-2

Conductancia térmica por contacto de algunas superficies metálicas en el aire (adaptado de varias fuentes)

Material	Condición de la superficie	Aspereza, μm	Temperatura, °C	Presión, MPa	h_c,* $W/m^2 \cdot K$
Pares de metal idénticos					
Acero inoxidable 416	Esmerilada	2.54	90–200	0.17–2.5	3 800
Acero inoxidable 304	Esmerilada	1.14	20	4–7	1 900
Aluminio	Esmerilada	2.54	150	1.2–2.5	11 400
Cobre	Esmerilada	1.27	20	1.2–20	143 000
Cobre	Cepillada	3.81	20	1–5	55 500
Cobre (al vacío)	Cepillada	0.25	30	0.17–7	11 400
Pares de metal diferentes					
Acero inoxidable-aluminio		20–30	20	10 20	2 900 3 600
Acero inoxidable-aluminio		1.0–2.0	20	10 20	16 400 20 800
Acero Ct-30 - aluminio	Esmerilada	1.4–2.0	20	10 15–35	50 000 59 000
Acero Ct-30 - aluminio	Cepillada	4.5–7.2	20	10 30	4 800 8 300
Aluminio-cobre	Esmerilada	1.17–1.4	20	5 15	42 000 56 000
Aluminio-cobre	Cepillada	4.4–4.5	20	10 20–35	12 000 12 000

* Divida los valores señalados entre 5.678 para convertir a $Btu/h \cdot pie^2 \cdot °F$.

EJEMPLO 3-5 **Resistencia por contactos de transistores**

Cuatro transistores de idéntica potencia con carcasa de aluminio están unidos en un lado de una placa cuadrada de cobre de 20 cm × 20 cm (k = 386 W/m·K) de 1 cm de espesor mediante tornillos que ejercen una presión promedio de 6 MPa (figura 3-18). El área de la base de cada transistor es de 8 cm^2, y cada uno se coloca en el centro de una sección de 10 cm × 10 cm de la placa. La rugosidad de la interfase se estima en alrededor de 1.5 μm. Todos los transistores están cubiertos por una capa gruesa de plexiglás, el cual es un mal conductor del calor y, por tanto, todo el calor generado en la unión del transistor debe disiparse al ambiente a 20 °C a través de la superficie posterior de la placa de cobre. El coeficiente combinado de transferencia de calor por convección/radiación en la superficie posterior puede tomarse como 25 W/m^2·K. Si la temperatura de la carcasa del transistor no debe exceder los 70 °C, determine la potencia máxima que cada transistor puede disipar de manera segura y el salto en la temperatura en la interfase de la carcasa y la placa.

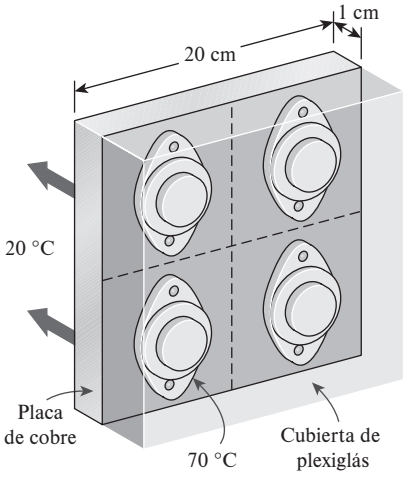


FIGURA 3-18
Esquema del ejemplo 3-5.

SOLUCIÓN Cuatro transistores de idéntica potencia están unidos a una placa de cobre. Para una temperatura máxima de la carcasa de 70 °C, se deben determinar la disipación de potencia máxima y el salto de temperatura en la interfase.

Suposiciones **1** Existen condiciones operativas estables. **2** La transferencia de calor puede aproximarse a una situación unidimensional, aunque en realidad la conducción de calor será bidimensional en algunas partes de la placa, ya que el área de esta es mucho más grande que el área de la base del transistor; sin embargo, la gran conductividad térmica del cobre minimizará este efecto. **3** Todo el calor generado en la unión se disipa a través de la superficie posterior de la placa, ya que los transistores están cubiertos por una gruesa capa de plexiglás. **4** Las conductividades térmicas son constantes.

Propiedades La conductividad térmica del cobre es k = 386 W/m·K. La conductancia por contacto se obtiene de la tabla 3-2, es decir h_c = 42 000 W/m^2·K, que corresponde a una interfase de cobre/aluminio para el caso de rugosidad de 1.17-1.4 μm y 5 MPa de presión, lo cual está lo suficientemente cerca de lo que tenemos.

Análisis El área de contacto entre la carcasa y la placa debe ser de 8 cm^2, y el área de la placa para cada transistor es de 100 cm^2. La red de resistencia térmica de este problema consta de tres resistencias en serie (interfase, placa y convección), que se obtienen mediante:

$$R_{\text{interfase}} = \frac{1}{h_c A_c} = \frac{1}{(42\,000\ \text{W/m}^2\cdot\text{K})(8\times10^{-4}\,\text{m}^2)} = 0.030\ ^\circ\text{C/W}$$

$$R_{\text{placa}} = \frac{L}{kA} = \frac{0.01\ \text{m}}{(386\ \text{W/m}\cdot\text{K})(0.01\ \text{m}^2)} = 0.0026\ ^\circ\text{C/W}$$

$$R_{\text{conv}} = \frac{1}{h_o A} = \frac{1}{(25\ \text{W/m}^2\cdot\text{K})(0.01\ \text{m}^2)} = 4.0\ ^\circ\text{C/W}$$

La resistencia térmica total es entonces:

$$R_{\text{total}} = R_{\text{interfase}} + R_{\text{placa}} + R_{\text{ambiente}} = 0.030 + 0.0026 + 4.0 = 4.0326\ ^\circ\text{C/W}$$

La resistencia térmica de una placa de cobre es muy pequeña y se puede ignorar por completo; así que la razón de transferencia de calor es:

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R_{\text{total}}} = \frac{(70-20)\ ^\circ\text{C}}{4.0326\ ^\circ\text{C/W}} = \mathbf{12.4\ W}$$

Por tanto, el transistor de potencia no debe operarse a niveles de potencia superiores a 12.4 W si la temperatura de la carcasa no debe exceder los 70 °C. El salto de temperatura en la interfase se determina a partir de:

$$\Delta T_{\text{interfase}} = \dot{Q} R_{\text{interfase}} = (12.4 \text{ W})(0.030 \text{ °C/W}) = \mathbf{0.37 \text{ °C}}$$

que no es muy grande. Por tanto, incluso si se elimina completamente la resistencia térmica de contacto en la interfase, se baja la temperatura de operación del transistor en este caso en menos de 0.4 °C.

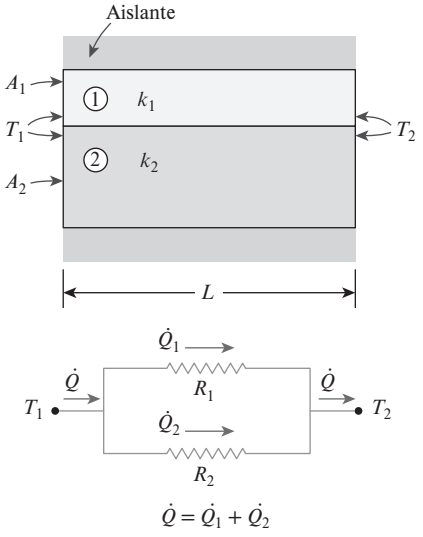


FIGURA 3-19

Red de resistencia térmica para dos capas en paralelo.

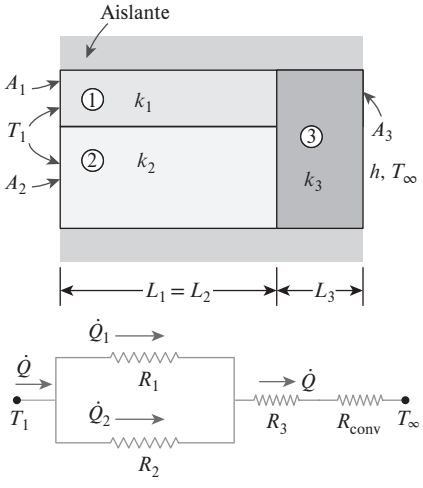


FIGURA 3-20

Red de resistencia térmica para un arreglo combinado en serie y paralelo.

3-3 ▪ REDES GENERALIZADAS DE RESISTENCIA TÉRMICA

El concepto de *resistencia térmica* o su *analogía eléctrica* también se puede usar para resolver problemas de transferencia de calor estacionarios que involucran capas paralelas o disposiciones combinadas serie-paralelo. Si bien estos problemas son a menudo bidimensionales o incluso tridimensionales, se pueden obtener soluciones aproximadas suponiendo una transferencia de calor unidimensional y utilizando la red de resistencia térmica.

La pared compuesta que se muestra en la figura 3-19 consta de dos capas paralelas. La red de resistencia térmica, que tiene dos resistencias paralelas, se puede representar como se muestra en la figura. Considerando que la transferencia de calor total es la suma de las transferencias de calor a través de cada capa, se tiene:

$$\dot{Q} = \dot{Q}_1 + \dot{Q}_2 = \frac{T_1 - T_2}{R_1} + \frac{T_1 - T_2}{R_2} = (T_1 - T_2)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \tag{3-29}$$

Utilizando la analogía eléctrica, se obtiene:

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_2}{R_{\text{total}}} \tag{3-30}$$

donde

$$\frac{1}{R_{\text{total}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \rightarrow \quad R_{\text{total}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \tag{3-31}$$

dado que las resistencias están en paralelo.

Ahora considere la disposición combinada en serie y en paralelo que se muestra en la figura 3-20. La tasa total de transferencia de calor a través de este sistema compuesto se puede expresar de nuevo como:

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_\infty}{R_{\text{total}}} \tag{3-32}$$

donde

$$R_{\text{total}} = R_{12} + R_3 + R_{\text{conv}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 + R_{\text{conv}} \tag{3-33}$$

y

$$R_1 = \frac{L_1}{k_1 A_1} \quad R_2 = \frac{L_2}{k_2 A_2} \quad R_3 = \frac{L_3}{k_3 A_3} \quad R_{\text{conv}} = \frac{1}{hA_3} \tag{3-34}$$

Una vez que se evalúan las resistencias térmicas individuales, la resistencia total y la razón total de transferencia de calor se pueden determinar fácilmente a partir de las relaciones anteriores.

El resultado obtenido es aproximado, ya que las superficies de la tercera capa quizá no son isotérmicas y es probable que ocurra una transferencia de calor entre las dos primeras capas.

Por lo general se utilizan dos suposiciones para resolver problemas complejos de transferencia de calor multidimensional al tratarlos como problemas unidimensionales (por ejemplo, en la dirección x) usando una red de resistencia térmica: 1) cualquier pared plana normal al eje x se considera *isotérmica* (es decir, considera que la temperatura varía solo en la dirección x) y 2) cualquier plano paralelo al eje x es *adiabático* (es decir, considera que la transferencia de calor ocurre solo en la dirección x). Estas dos suposiciones dan como resultado diferentes redes de resistencia, y por tanto diferentes valores para la resistencia térmica total (aunque no cambian mucho) y dan diferentes valores para la transferencia de calor. El resultado real se encuentra entre estos dos valores. En geometrías en las que la transferencia de calor ocurre predominantemente en una dirección, cualquiera de los dos enfoques da resultados satisfactorios.

EJEMPLO 3-6 **Pérdida de calor a través de una pared compuesta**

Un muro de 3 m de alto y 5 m de ancho está hecho con ladrillos horizontales largos de sección transversal de 16 cm × 22 cm (k = 0.72 W/m·K) separados por capas de yeso de 3 cm de espesor (k = 0.22 W/m·K). Además, también hay capas de yeso de 2 cm de espesor en cada lado del ladrillo y una espuma rígida de 3 cm de espesor (k = 0.026 W/m·K) en el lado interno de la pared, como se muestra en la figura 3-21. Las temperaturas interior y exterior son de 20 y –10 °C, respectivamente, y los coeficientes de transferencia de calor por convección en los lados interno y externo son h_1 = 10 W/m^2·K y h_2 = 25 W/m^2·K, respectivamente. Suponiendo una transferencia de calor unidimensional y sin considerar la radiación, determine la tasa de transferencia de calor a través de la pared.

SOLUCIÓN Se da la composición de un muro compuesto y se debe determinar la tasa de transferencia de calor a través de la pared.

Suposiciones **1** La transferencia de calor es constante dado que no hay indicación de cambio con el tiempo. **2** La transferencia de calor puede aproximarse como unidimensional, ya que es predominantemente en la dirección x. **3** Las conductividades térmicas son constantes. **4** La transferencia de calor por radiación es insignificante.

Propiedades Las conductividades térmicas están dadas por k = 0.72 W/m·K para ladrillos, k = 0.22 W/m·K para capas de yeso y k = 0.026 W/m·K para la espuma rígida.

Análisis Hay un patrón en la construcción de este muro que se repite cada 25 cm de distancia en la dirección vertical. No hay variación en la dirección horizontal. Por tanto, se considera una porción de la pared de 1 m de profundidad y 0.25 m de altura, ya que es representativa de toda la pared.

Si cualquier sección transversal de la pared normal a la dirección x es *isotérmica*, la red de resistencia térmica para la sección representativa de la pared

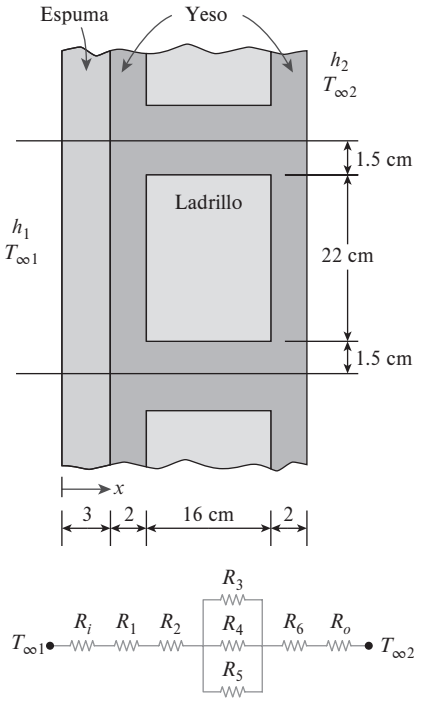


FIGURA 3-21

Esquema para el ejemplo 3-6.

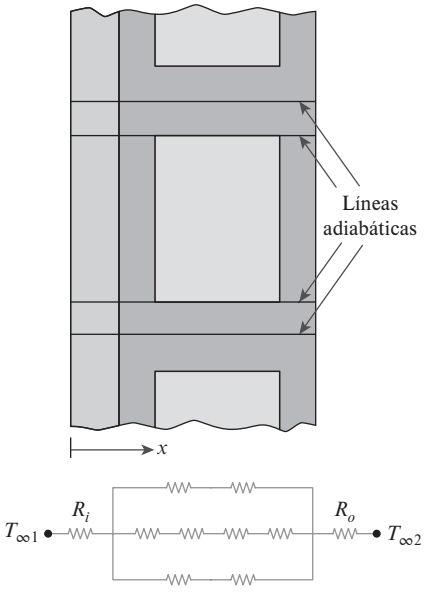


FIGURA 3-22

Red de resistencia térmica alternativa para el ejemplo 3-6 para el caso de superficies adiabáticas paralelas a la dirección primaria de transferencia de calor.

queda como se muestra en la figura 3-21. Las resistencias individuales se evalúan como:

$$R_i = R_{\text{conv, 1}} = \frac{1}{h_1 A} = \frac{1}{(10\ \text{W/m}^2\cdot\text{K})(0.25 \times 1\ \text{m}^2)} = 0.40\ ^\circ\text{C/W}$$

$$R_1 = R_{\text{espuma}} = \frac{L}{kA} = \frac{0.03\ \text{m}}{(0.026\ \text{W/m}\cdot\text{K})(0.25 \times 1\ \text{m}^2)} = 4.62\ ^\circ\text{C/W}$$

$$R_2 = R_6 = R_{\text{yeso, lado}} = \frac{L}{kA} = \frac{0.02\ \text{m}}{(0.22\ \text{W/m}\cdot\text{K})(0.25 \times 1\ \text{m}^2)} = 0.36\ ^\circ\text{C/W}$$

$$R_3 = R_5 = R_{\text{yeso, centro}} = \frac{L}{kA} = \frac{0.16\ \text{m}}{(0.22\ \text{W/m}\cdot\text{K})(0.015 \times 1\ \text{m}^2)} = 48.48\ ^\circ\text{C/W}$$

$$R_4 = R_{\text{ladrillo}} = \frac{L}{kA} = \frac{0.16\ \text{m}}{(0.72\ \text{W/m}\cdot\text{K})(0.22 \times 1\ \text{m}^2)} = 1.01\ ^\circ\text{C/W}$$

$$R_o = R_{\text{conv, 2}} = \frac{1}{h_2 A} = \frac{1}{(25\ \text{W/m}^2\cdot\text{K})(0.25 \times 1\ \text{m}^2)} = 0.16\ ^\circ\text{C/W}$$

Las tres resistencias R_3, R_4 y R_5 son paralelas en medio, y su resistencia equivalente se determina a partir de:

$$\frac{1}{R_{\text{medio}}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{48.48} + \frac{1}{1.01} + \frac{1}{48.48} = 1.03\ \text{W/°C}$$

lo que da:

$$R_{\text{medio}} = 0.97\ ^\circ\text{C/W}$$

Ahora todas las resistencias están en serie y la resistencia total es:

$$\begin{aligned} R_{\text{total}} &= R_i + R_1 + R_2 + R_{\text{medio}} + R_6 + R_o \\ &= 0.40 + 4.62 + 0.36 + 0.97 + 0.36 + 0.16 \\ &= 6.87\ ^\circ\text{C/W} \end{aligned}$$

La tasa de transferencia de calor estacionaria a través de la pared queda como:

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{\text{total}}} = \frac{[20 - (-10)]^\circ\text{C}}{6.87\ ^\circ\text{C/W}} = 4.37\ \text{W} \quad (\text{por } 0.25\ \text{m}^2 \text{ de área superficial})$$

o 4.37/0.25 = 17.5 W por m^2 área. El área total de la pared es A = 3 m × 5 m = 15 m^2. Entonces, la tasa de transferencia de calor a través de toda la pared es:

$$\dot{Q}_{\text{total}} = (1.75\ \text{W/m}^2)(15\ \text{m}^2) = \mathbf{263\ W}$$

Este resultado es aproximado, ya que se supone que la temperatura dentro de la pared varía solo en una dirección y se ignora cualquier cambio de temperatura (y, por tanto, la transferencia de calor) en las otras dos direcciones.

Discusión En la solución anterior se supuso que la temperatura en cualquier sección transversal de la pared normal a la dirección *x* era *isotérmica*. También se podría resolver este problema yendo al otro extremo, si las superficies paralelas a la dirección *x* son *adiabáticas*. La red de resistencia térmica en este caso sería como se muestra en la figura 3-22. Siguiendo este enfoque, se

encuentra que la resistencia térmica total en este caso es R_{total} = 6.97 °C/W, que está muy cerca del valor de 6.85 °C/W ya obtenido; así que en este caso cualquier enfoque da aproximadamente el mismo resultado. Este ejemplo demuestra que cualquiera de los dos enfoques puede usarse en la práctica para obtener resultados satisfactorios.

3-4 ▪ CONDUCCIÓN DE CALOR EN CILINDROS Y ESFERAS

Considere la conducción estacionaria de calor a través de una tubería de agua caliente. El calor se pierde de manera continua hacia el exterior a través de la pared de la tubería, y pensamos que la transferencia de calor a través de esta es en la dirección normal hacia la superficie de la tubería y que no se produce una transferencia de calor significativa en otras direcciones (figura 3-23). La pared de la tubería, cuyo espesor es bastante pequeño, separa dos fluidos a diferentes temperaturas y, por tanto, el gradiente de temperatura en la dirección radial es relativamente grande. Además, si las temperaturas del fluido dentro y fuera de la tubería permanecen constantes, la transferencia de calor a través de la tubería es *estacionaria* y se puede modelar como *estacionaria* y *unidimensional*. La temperatura de la tubería en este caso depende solo de una dirección (la dirección r radial) y puede expresarse como $T = T(r)$. La temperatura es independiente del ángulo azimutal o de la distancia axial. Esta situación se aproxima en la práctica en tubos cilíndricos largos y contenedores esféricos.

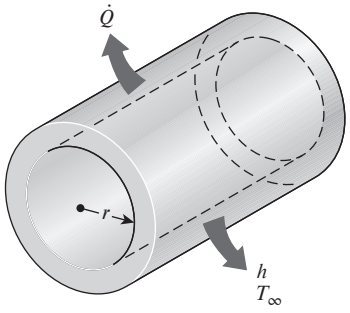


FIGURA 3-23

Se pierde calor de una tubería de agua caliente al aire en dirección radial, así que la transferencia de calor de una tubería larga es unidimensional.

En el funcionamiento *estacionario*, no hay cambio en la temperatura de la tubería con el tiempo en ningún punto; por tanto, la razón de transferencia de calor en la tubería debe ser igual a la que se da fuera de ella. En otras palabras, la transferencia de calor a través de la tubería debe ser constante, es decir $\dot{Q}_{\text{cond, cil}} = \text{constante}$.

Considere una capa cilíndrica larga (como una tubería circular) de radio interior r_1, radio exterior r_2, longitud L y conductividad térmica promedio k (figura 3-24). Las dos superficies de la capa cilíndrica se mantienen a temperaturas constantes T_1 y T_2. No hay generación de calor en la capa, y la conductividad térmica es constante. Para la conducción de calor unidimensional a través de la capa cilíndrica, tenemos $T(r)$, Entonces la ley de Fourier de la conducción de calor para la transferencia de calor a través de la capa cilíndrica se puede expresar como

$$\dot{Q}_{\text{cond, cil}} = -kA\frac{dT}{dr} \quad \text{(W)} \tag{3-35}$$

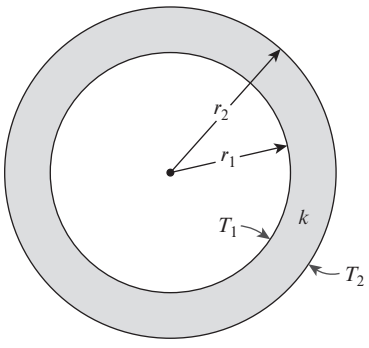


FIGURA 3-24

Tubería cilíndrica larga (o carcasa esférica) con temperaturas superficiales interior y exterior dadas por T_1 y T_2.

donde $A = 2\pi rL$ es el área de transferencia de calor en la posición r. Como A depende de r, *varía* en la dirección de la transferencia de calor. Separando variables en la ecuación 3-35 e integrando desde $r = r_1$, donde $T(r_1) = T_1$, hasta $r = r_2$, donde $T(r_2) = T_2$, resulta:

$$\int_{r=r_1}^{r_2} \frac{\dot{Q}_{\text{cond, cil}}}{A}\, dr = -\int_{T=T_1}^{T_2} k\, dT \tag{3-36}$$

Sustituyendo $A = 2\pi rL$ e integrando se obtiene:

$$\dot{Q}_{\text{cond, cil}} = 2\pi Lk\,\frac{T_1 - T_2}{\ln(r_2/r_1)} \quad \text{(W)} \tag{3-37}$$

dado que $\dot{Q}_{\text{cond, cil}}$ = constante. Esta ecuación se puede reorganizar como:

$$\dot{Q}_{\text{cond, cil}} = \frac{T_1 - T_2}{R_{\text{cil}}} \qquad \text{(W)} \tag{3-38}$$

donde

$$R_{\text{cil}} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi Lk} = \frac{\ln(\text{radio exterior/radio interior})}{2\pi \times \text{longitud} \times \text{conductividad térmica}} \tag{3-39}$$

es la *resistencia térmica* de la capa cilíndrica contra la conducción de calor, o simplemente, la *resistencia de conducción* de la capa cilíndrica. La ecuación 3-37 es idéntica a la 2-59 que se obtuvo utilizando el enfoque "estándar" resolviendo primero la ecuación de conducción de calor en coordenadas cilíndricas, la ecuación 2-29, para obtener la distribución de temperatura, ecuación 2-58, y luego utilizando la ley de Fourier para obtener la tasa de transferencia de calor. El método utilizado para obtener la ecuación 3-37 puede considerarse un enfoque "alternativo"; sin embargo, está restringido a una conducción de calor estacionaria unidimensional sin generación de calor.

Se puede repetir el análisis para una *capa esférica* tomando $A = 4\pi r^2$ y realizando las integrales en la ecuación 3-36. El resultado final se expresa como:

$$\dot{Q}_{\text{cond, esf}} = \frac{T_1 - T_2}{R_{\text{esf}}} \tag{3-40}$$

donde

$$R_{\text{esf}} = \frac{r_2 - r_1}{4\pi r_1 r_2 k} = \frac{\text{radio exterior} - \text{radio interior}}{4\pi\,(\text{radio exterior})(\text{radio interior})(\text{conductividad térmica})} \tag{3-41}$$

es la *resistencia térmica* de la capa esférica contra la conducción de calor, o la *resistencia de conducción* de la capa esférica. La ecuación 3-40 también es idéntica a la ecuación 2-61, la cual se obtuvo resolviendo la ecuación de conducción de calor en coordenadas esféricas.

Ahora considere la transferencia de calor unidimensional estable a través de una capa cilíndrica o esférica expuesta a la convección en ambos lados de fluidos a temperaturas $T_{\infty 1}$ y $T_{\infty 2}$ con coeficientes de transferencia de calor h_1 y h_2, respectivamente, como se muestra en la figura 3-25. La red de resistencia térmica en este caso consiste en una conducción y dos resistencias de convección en serie, al igual que la de la pared plana, así que se puede expresar la razón de transferencia de calor en condiciones estables como:

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{\text{total}}} \tag{3-42}$$

donde

$$R_{\text{total}} = R_{\text{conv, 1}} + R_{\text{cil}} + R_{\text{conv, 2}} = \frac{1}{(2\pi r_1 L)h_1} + \frac{\ln r_2/r_1}{2\pi Lk} + \frac{1}{(2\pi r_2 L)h_2} \tag{3-43}$$

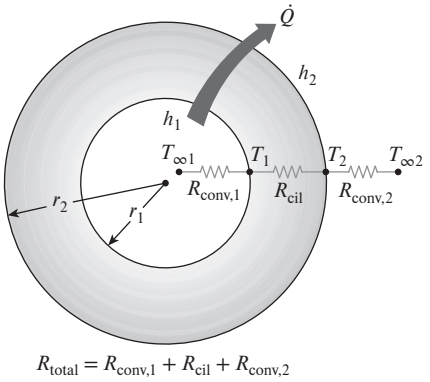


FIGURA 3-25

Red de resistencia térmica para una carcasa cilíndrica (o esférica) sometida a convección a ambos lados de las superficies interior y exterior.

para una capa *cilíndrica*, y

$$R_{\text{total}} = R_{\text{conv, 1}} + R_{\text{esf}} + R_{\text{conv, 2}} = \frac{1}{(4\pi r_1^2)h_1} + \frac{r_2 - r_1}{4\pi r_1 r_2 k} + \frac{1}{(4\pi r_2^2)h_2} \quad \textbf{(3-44)}$$

para una capa *esférica.* Tenga en cuenta que A en la relación de la resistencia de convección $R_{\text{conv}} = 1/hA$ es el *área superficial en la cual ocurre la convección*. Es igual a $A = 2\pi rL$ para una superficie cilíndrica y $A = 4\pi r^2$ para una superficie esférica de radio r. Las resistencias térmicas están en serie, por tanto, la resistencia térmica total se obtiene al sumar las resistencias individuales, al igual que las resistencias eléctricas conectadas en serie.

Cilindros y esferas con capas múltiples

La transferencia de calor estacionaria a través de carcasas cilíndricas o esféricas de capas múltiples se puede manejar como paredes planas de capas múltiples ya analizadas agregando una *resistencia adicional* en serie para cada *capa adicional*. Por ejemplo, la razón de la transferencia de calor estacionaria a través del cilindro compuesto de tres capas de longitud L que se muestra en la figura 3-26 con convección en ambos lados se puede expresar como:

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{\text{total}}} \quad \textbf{(3-45)}$$

donde R_{total} es la *resistencia térmica total*, expresada como

$$R_{\text{total}} = R_{\text{conv, 1}} + R_{\text{cil, 1}} + R_{\text{cil, 2}} + R_{\text{cil, 3}} + R_{\text{conv, 2}} = \frac{1}{h_1 A_1} + \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi L k_1} + \frac{\ln(r_3/r_2)}{2\pi L k_2} + \frac{\ln(r_4/r_3)}{2\pi L k_3} + \frac{1}{h_2 A_4} \quad \textbf{(3-46)}$$

donde $A_1 = 2\pi r_1 L$ y $A_4 = 2\pi r_4 L$. La ecuación 3-46 también se puede usar para una carcasa esférica de tres capas reemplazando las resistencias térmicas de las capas

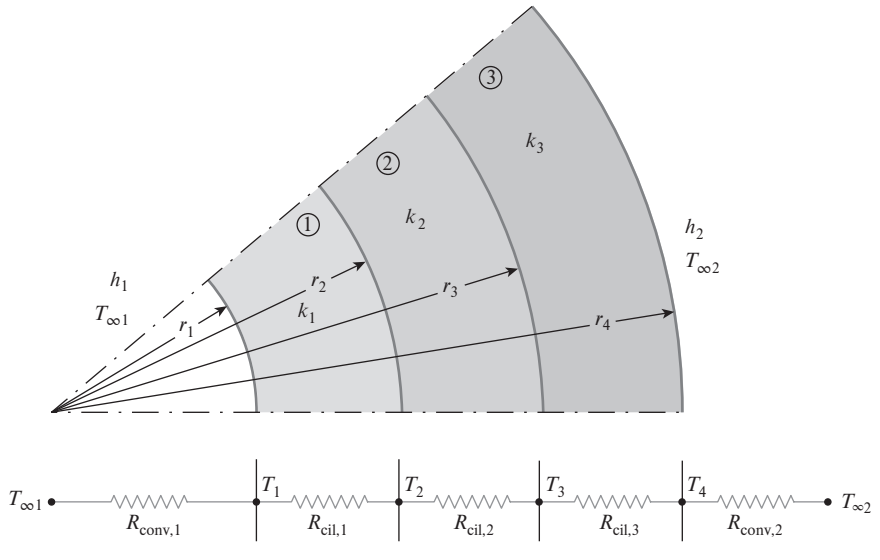
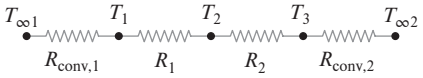


FIGURA 3-26

Red de resistencia térmica para transferencia de calor a través de un cilindro compuesto de tres capas sometido a convección en ambos lados.



$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_1}{R_{\text{conv},1}} = \frac{T_{\infty 1} - T_2}{R_{\text{conv},1} + R_1} = \frac{T_1 - T_3}{R_1 + R_2} = \frac{T_2 - T_3}{R_2} = \frac{T_2 - T_{\infty 2}}{R_2 + R_{\text{conv},2}} = \cdots$$

FIGURA 3-27

El cociente $\Delta T/R$ en cualquier capa es igual a $\dot{Q}$, el cual permanece constante en conducción estacionaria unidimensional.

cilíndricas con las correspondientes capas esféricas. A partir de la red de resistencia térmica, las resistencias están en serie, por tanto, la resistencia térmica total es la *suma aritmética* de las resistencias térmicas individuales en el camino del flujo de calor.

Una vez que se conoce $\dot{Q}$, se puede determinar cualquier temperatura intermedia T_j aplicando la relación $\dot{Q} = (T_i - T_j)/R_{\text{total, } i-j}$, a través de cualquier capa o capas, de modo que T_i sea una temperatura *conocida* en la posición i y $R_{\text{total } i-j}$ la resistencia térmica total entre las posiciones i y j (figura 3-27). Por ejemplo, una vez que se ha calculado $\dot{Q}$, se puede determinar la temperatura de la interfase T_2 entre la primera y la segunda capas cilíndricas a partir de:

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_2}{R_{\text{conv, 1}} + R_{\text{cil, 1}}} = \frac{T_{\infty 1} - T_2}{\dfrac{1}{h_1(2\pi r_1 L)} + \dfrac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi L k_1}} \quad \textbf{(3-47)}$$

También se podría calcular T_2 a partir de:

$$\dot{Q} = \frac{T_2 - T_{\infty 2}}{R_2 + R_3 + R_{\text{conv, 2}}} = \frac{T_2 - T_{\infty 2}}{\dfrac{\ln(r_3/r_2)}{2\pi L k_2} + \dfrac{\ln(r_4/r_3)}{2\pi L k_3} + \dfrac{1}{h_o(2\pi r_4 L)}} \quad \textbf{(3-48)}$$

Aunque ambas relaciones dan el mismo resultado, prefiera la primera pues involucra menos términos y conlleva menos trabajo.

El concepto de resistencia térmica también se puede utilizar para *otras geometrías*, siempre que se utilicen las resistencias de conducción adecuadas y las áreas superficiales adecuadas en las resistencias de convección.

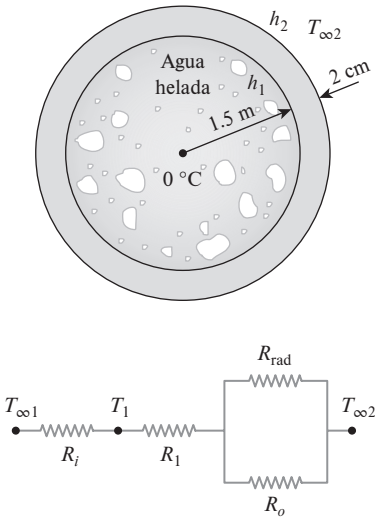


FIGURA 3-28

Esquema del ejemplo 3-7.

EJEMPLO 3-7 **Transferencia de calor a un recipiente esférico**

Se utiliza un tanque esférico de 3 m de diámetro interno de acero inoxidable de 2 cm de espesor (k = 15 W/m·K) para almacenar agua helada a $T_{\infty 1}$ = 0 °C. El tanque está ubicado en una habitación cuya temperatura es $T_{\infty 2}$ = 22 °C. Las paredes de la habitación también están a 22 °C. La superficie exterior del tanque es negra, y la transferencia de calor entre la superficie exterior del tanque y el entorno es por convección natural y por radiación. Los coeficientes de transferencia de calor por convección en las superficies interior y exterior del tanque son h_1 = 80 W/m^2·K y h_2 = 10 W/m^2·K, respectivamente. Determine *a*) la tasa de transferencia de calor al agua helada en el tanque, y *b*) la cantidad de hielo a 0 °C que se derrite durante un periodo de 24 h.

SOLUCIÓN Se somete un recipiente esférico lleno de agua helada a convección y transferencia de calor por radiación en su superficie exterior. Se determinará la tasa de transferencia de calor y la cantidad de hielo que se derrite en un día.

Suposiciones **1** La transferencia de calor es estable, ya que las condiciones térmicas especificadas en los límites no cambian con el tiempo. **2** La transferencia de calor es unidimensional, ya que existe simetría térmica en el punto medio. **3** La conductividad térmica es constante.

Propiedades La conductividad térmica del acero es k = 15 W/m·K. El calor de fusión del agua a presión atmosférica es h_{if} = 333.7 kJ/kg. La superficie exterior del tanque es negra y, por tanto, su emisividad es ε = 1.

Análisis *a*) La red de resistencia térmica para este problema se muestra en la figura 3-28. Si el diámetro interno del tanque es D_1 = 3 m y el diámetro

externo es $D_2 = 3.04$ m, las áreas de las superficies interna y externa del tanque son:

$$A_1 = \pi D_1^2 = \pi(3\ \text{m})^2 = 28.2\ \text{m}^2$$
$$A_2 = \pi D_2^2 = \pi(3.04\ \text{m})^2 = 29.0\ \text{m}^2$$

El coeficiente de transferencia de calor por radiación está dado por:

$$h_{\text{rad}} = \varepsilon\sigma(T_2^2 + T_{\infty 2}^2)(T_2 + T_{\infty 2})$$

Pero no se conoce la temperatura de la superficie exterior T_2 del tanque, por lo que no se puede calcular h_{rad}; por tanto, se debe suponer un valor para T_2 ahora y verificar la precisión de esta suposición más adelante. Se repetirán los cálculos si es necesario, utilizando un valor revisado para T_2.

Observemos que T_2 debe estar entre 0 y 22 °C, pero más cerca de 0 °C, ya que el coeficiente de transferencia de calor dentro del tanque es mucho mayor. Si $T_2 = 5$ °C = 278 K, el coeficiente de transferencia de calor por radiación es:

$$h_{\text{rad}} = (1)(5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4)\ [(295\ \text{K})^2 + (278\ \text{K})^2][(295 + 278)\ \text{K}]$$
$$= 5.34\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K} = 5.34\ \text{W/m}^2 \cdot °\text{C}$$

Así que las resistencias térmicas individuales quedan:

$$R_i = R_{\text{conv, 1}} = \frac{1}{h_1 A_1} = \frac{1}{(80\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K})(28.3\ \text{m}^2)} = 0.000442\ °\text{C/W}$$

$$R_1 = R_{\text{esf}} = \frac{r_2 - r_1}{4\pi k r_1 r_2} = \frac{(1.52 - 1.50)\ \text{m}}{4\pi(15\ \text{W/m} \cdot \text{K})(1.52\ \text{m})(1.50\ \text{m})}$$
$$= 0.000047\ °\text{C/W}$$

$$R_o = R_{\text{conv, 2}} = \frac{1}{h_2 A_2} = \frac{1}{(10\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K})(29.0\ \text{m}^2)} = 0.00345\ °\text{C/W}$$

$$R_{\text{rad}} = \frac{1}{h_{\text{rad}} A_2} = \frac{1}{(5.34\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K})(29.0\ \text{m}^2)} = 0.00646\ °\text{C/W}$$

Las dos resistencias en paralelo R_o y R_{rad} pueden reemplazarse por una resistencia equivalente R_{equiv} determinada a partir de:

$$\frac{1}{R_{\text{equiv}}} = \frac{1}{R_o} + \frac{1}{R_{\text{rad}}} = \frac{1}{0.00345} + \frac{1}{0.00646} = 444.7\ \text{W/°C}$$

lo que da:

$$R_{\text{equiv}} = 0.00225\ °\text{C/W}$$

Ahora todas las resistencias están en serie, así que la resistencia total es:

$$R_{\text{total}} = R_i + R_1 + R_{\text{equiv}} = 0.000442 + 0.000047 + 0.00225 = 0.00274\ °\text{C/W}$$

La tasa estacionaria de transferencia de calor al agua helada queda:

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 2} - T_{\infty 1}}{R_{\text{total}}} = \frac{(22 - 0)\ °\text{C}}{0.00274\ °\text{C/W}} = \mathbf{8\ 029\ W} \qquad (\text{o}\ \dot{Q} = 8.029\ \text{kJ/s})$$

Para verificar la validez de nuestro supuesto original, ahora se determina la temperatura de la superficie exterior a partir de:

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 2} - T_2}{R_{\text{equiv}}} \longrightarrow T_2 = T_{\infty 2} - \dot{Q} R_{\text{equiv}}$$
$$= 22\ ^\circ\text{C} - (8\ 029\ \text{W})(0.00225\ ^\circ\text{C/W}) = 4\ ^\circ\text{C}$$

la cual está suficientemente cerca de los 5 °C que supusimos en la determinación del coeficiente de transferencia de calor por radiación; no es necesario repetir los cálculos utilizando 4 °C para T_2.

b) La cantidad total de transferencia de calor durante un periodo de 24 h es:

$$Q = \dot{Q}\,\Delta t = (8.029\ \text{kJ/s})(24 \times 3\ 600\ \text{s}) = 693\ 700\ \text{kJ}$$

Se necesitan 333.7 kJ de energía para derretir 1 kg de hielo a 0 °C, la cantidad de hielo que se derretirá durante un periodo de 24 h es:

$$m_{\text{hielo}} = \frac{Q}{h_{if}} = \frac{693\ 700\ \text{kJ}}{333.7\ \text{kg /kg}} = \mathbf{2\ 079\ kg}$$

Por tanto, se derriten aproximadamente 2 toneladas métricas de hielo en el tanque todos los días.

Discusión Una forma más fácil de lidiar con la convección y la radiación combinadas en una superficie cuando el medio y las superficies circundantes están a la misma temperatura es agregar los coeficientes de transferencia de calor por radiación y convección y tratar el resultado como el coeficiente de transferencia de calor por convección. Es decir, en este caso, tomar $h = 10 + 5.34 = 15.34\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}$. De esta manera, se puede ignorar la radiación porque su contribución se considera en el coeficiente de transferencia de calor por convección. La resistencia de convección de la superficie exterior en este caso sería:

$$R_{\text{combinada}} = \frac{1}{h_{\text{combinada}}\, A_2} = \frac{1}{(15.34\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K})(29.0\ \text{m}^2)} = 0.00225\ ^\circ\text{C/W}$$

que es idéntico al valor obtenido para la resistencia equivalente en el caso de resistencia de convección y radiación en paralelo.

EJEMPLO 3-8 **Pérdida de calor a través de una tubería de vapor aislada**

Considere que fluye vapor a $T_{\infty 1} = 320\ ^\circ\text{C}$ en una tubería de hierro fundido ($k = 80\ \text{W/m} \cdot \text{K}$) con diámetros interno y externo: $D_1 = 5$ cm y $D_2 = 5.5$ cm, respectivamente. El tubo está cubierto con un aislante de fibra de vidrio de 3 cm de espesor con $k = 0.05\ \text{W/m} \cdot \text{K}$. El calor se pierde en los alrededores a $T_{\infty 2} = 5\ ^\circ\text{C}$ por convección natural y por radiación, con un coeficiente de transferencia de calor combinado de $h_2 = 18\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}$. Si el coeficiente de transferencia de calor dentro de la tubería es $h_1 = 60\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}$, determine la tasa de pérdida de calor del vapor por unidad de longitud de la tubería y la disminución de temperatura a través de la carcasa del tubo y del aislante.

SOLUCIÓN Se somete a convección en sus superficies una tubería de vapor cubierta con un aislante de fibra de vidrio. Se deben determinar la razón de transferencia de calor por unidad de longitud y la disminución de temperatura a través de la tubería y el aislante.

Suposiciones **1** La transferencia de calor es estacionaria, pues no hay indicios de variación con el tiempo. **2** La transferencia de calor es unidimensional,

ya que existe simetría respecto a la línea central y no hay variación en la dirección axial. **3** Las conductividades térmicas son constantes. **4** La resistencia de contacto térmico en la interfase es despreciable.

Propiedades Las conductividades térmicas son $k = 80$ W/m·K para hierro fundido y $k = 0.05$ W/m·K para el aislante de fibra de vidrio.

Análisis La red de resistencia térmica para este problema involucra cuatro resistencias en serie y se muestra en la figura 3-29. Tomando $L = 1$ m, las áreas de las superficies expuestas a la convección son:

$$A_1 = 2\pi r_1 L = 2\pi(0.025 \text{ m})(1 \text{ m}) = 0.157 \text{ m}^2$$
$$A_3 = 2\pi r_3 L = 2\pi(0.0575 \text{ m})(1 \text{ m}) = 0.361 \text{ m}^2$$

Las resistencias térmicas individuales quedan:

$$R_i = R_{\text{conv, 1}} = \frac{1}{h_1 A_1} = \frac{1}{(60 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K})(0.157 \text{ m}^2)} = 0.106 \text{ °C/W}$$

$$R_1 = R_{\text{tubería}} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi k_1 L} = \frac{\ln(2.75/2.5)}{2\pi(80 \text{ W/m} \cdot \text{K})(1 \text{ m})} = 0.0002 \text{ °C/W}$$

$$R_2 = R_{\text{aislante}} = \frac{\ln(r_3/r_2)}{2\pi k_2 L} = \frac{\ln(5.75/2.75)}{2\pi(0.05 \text{ W/m} \cdot \text{K})(1 \text{ m})} = 2.35 \text{ °C/W}$$

$$R_o = R_{\text{conv, 2}} = \frac{1}{h_2 A_3} = \frac{1}{(18 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K})(0.361 \text{ m}^2)} = 0.154 \text{ °C/W}$$

Teniendo en cuenta que todas las resistencias están en serie, la resistencia total es:

$$R_{\text{total}} = R_i + R_1 + R_2 + R_o = 0.106 + 0.0002 + 2.35 + 0.154 = 2.61 \text{ °C/W}$$

Entonces, la tasa estacionaria de pérdida de calor del vapor es:

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{\text{total}}} = \frac{(320 - 5) \text{ °C}}{2.61 \text{ °C/W}} = \mathbf{121 \text{ W}} \quad \text{(por m de longitud de tubería)}$$

La pérdida de calor para una longitud de tubería dada se puede determinar multiplicando la cantidad anterior por la longitud de la tubería L.

La disminución de temperatura a través de la tubería y el aislante se determinan a partir de la ecuación 3-17, es decir:

$$\Delta T_{\text{tubería}} = \dot{Q} R_{\text{tubería}} = (121 \text{ W})(0.0002 \text{ °C/W}) = \mathbf{0.02 \text{ °C}}$$
$$\Delta T_{\text{aislante}} = \dot{Q} R_{\text{aislante}} = (121 \text{ W})(2.35 \text{ °C/W}) = \mathbf{284 \text{ °C}}$$

Por tanto, las temperaturas entre las superficies interna y externa de la tubería difieren en 0.02 °C, mientras que las temperaturas entre las superficies interna y externa del aislante difieren en 284 °C.

Discusión La resistencia térmica de la tubería es demasiado pequeña en relación con las otras resistencias, y puede ignorarse sin causar ningún error significativo. También tenga en cuenta que la caída de temperatura en la tubería es prácticamente cero y, por tanto, se puede suponer que la tubería es isotérmica. La resistencia al flujo de calor en tuberías aisladas se debe principalmente al aislante.

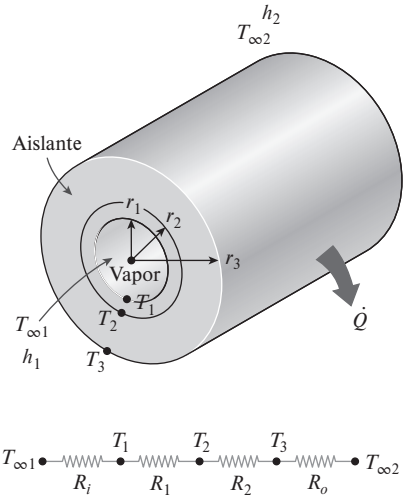


FIGURA 3-29
Esquema del ejemplo 3-8.

3-5 ▪ RADIO CRÍTICO DE AISLAMIENTO

Sabemos que agregar más aislante a una pared o a la azotea siempre disminuye la transferencia de calor; cuanto más grueso sea el aislante, menor será la tasa de

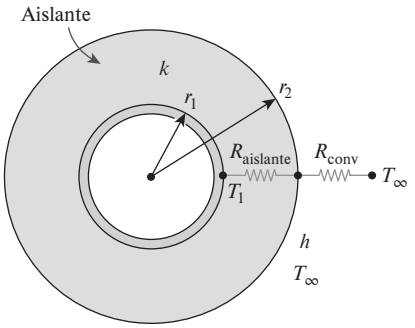


FIGURA 3-30

Tubería cilíndrica aislada expuesta a la convección desde la superficie exterior y su red de resistencia térmica asociada.

transferencia de calor. Esto es de esperar, ya que el área de transferencia de calor A es constante, y agregar aislante siempre aumenta la resistencia térmica de la pared sin aumentar la resistencia a la convección.

Sin embargo, agregar aislante a una tubería cilíndrica o una carcasa esférica es una cuestión diferente. El aislante adicional aumenta la resistencia de conducción de la capa de aislante, pero disminuye la resistencia de convección de la superficie debido al aumento del área superficial exterior para la convección. La transferencia de calor desde la tubería puede aumentar o disminuir, según el efecto que predomine.

Considere un tubo cilíndrico de radio exterior r_1 cuya temperatura de la superficie exterior T_1 se mantiene constante (figura 3-30). La tubería se aísla con un material cuya conductividad térmica es k y radio exterior r_2. Se pierde calor de la tubería al medio alrededor a temperatura T_∞, con un coeficiente de transferencia de calor por convección h. La tasa de transferencia de calor de la tubería aislada del aire alrededor se puede expresar como (figura 3-31):

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_\infty}{R_{\text{aislante}} + R_{\text{conv}}} = \frac{T_1 - T_\infty}{\dfrac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi Lk} + \dfrac{1}{h(2\pi r_2 L)}} \qquad \textbf{(3-49)}$$

La figura 3-31 muestra a la variación de $\dot{Q}$ con el radio exterior del aislante r_2. El valor de r_2 en el que $\dot{Q}$ alcanza su máximo valor se determina a partir del requisito de que $d\dot{Q}/dr_2 = 0$ (pendiente cero). Diferenciando y despejando para r_2 se obtiene el **radio crítico de aislamiento** para un cuerpo cilíndrico:

$$r_{\text{cr, cilindro}} = \frac{k}{h} \quad \text{(m)} \qquad \textbf{(3-50)}$$

El radio crítico de aislamiento depende de la conductividad térmica del aislante k y del coeficiente de transferencia de calor por convección externa h. La tasa de transferencia de calor del cilindro aumenta añadiendo aislante para $r_2 < r_{\text{cr}}$, alcanza un valor máximo cuando $r_2 = r_{\text{cr}}$ y comienza a disminuir para $r_2 > r_{\text{cr}}$; por tanto, aislar la tubería puede aumentar la tasa de transferencia de calor desde la tubería en lugar de disminuirla para $r_2 < r_{\text{cr}}$.

La pregunta importante en este momento es si preocuparnos por el radio crítico de aislamiento al aislar tuberías de agua caliente o incluso tanques de agua caliente. ¿Deberíamos siempre verificar y asegurarnos de que el radio exterior de aislamiento sea mucho mayor que el radio crítico antes de instalar cualquier aislante? Probablemente no, como se explica aquí.

El valor del radio crítico r_{cr} es mayor cuando k es grande y h pequeña. Observando que el menor valor de h encontrado en la práctica es aproximadamente 5 $\text{W/m}^2 \cdot \text{K}$ para el caso de la convección natural de gases, y que la conductividad térmica de los materiales aislantes comunes es de aproximadamente 0.05 $\text{W/m} \cdot \text{K}$, el mayor valor del radio crítico que es probable encontrar es:

$$r_{\text{cr, máx}} = \frac{k_{\text{máx, aislante}}}{h_{\text{mín}}} \approx \frac{0.05 \text{ W/m} \cdot \text{K}}{5 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}} = 0.01 \text{ m} = 1 \text{ cm}$$

Este valor sería aún menor si consideran los efectos de radiación. El radio crítico sería mucho menor en el caso de convección forzada, normalmente menos de 1 mm, debido a los valores mucho mayores de h asociados con la convección forzada. Por tanto, se pueden aislar tuberías de agua caliente o vapor sin preocuparse por la posibilidad de aumentar la transferencia de calor aislando las tuberías.

El radio de algunos cables eléctricos puede ser menor que el radio crítico, de modo que el aislamiento eléctrico de plástico en realidad puede *aumentar* la transferencia de calor de cables eléctricos y, por tanto, mantener sus temperaturas de funcionamiento constantes a niveles más bajos y, de esa manera, más seguros.

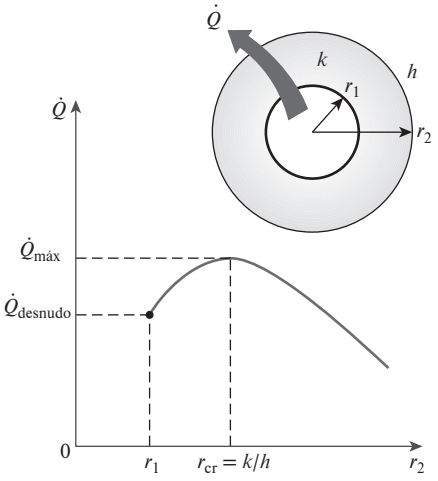


FIGURA 3-31

Variación de la tasa de transferencia de calor con el radio exterior del aislante r_2 cuando $r_1 < r_{\text{cr}}$.

Las discusiones anteriores se pueden repetir para una esfera, y mostrar que el radio crítico de aislamiento para una carcasa esférica es:

$$r_{\text{cr, esfera}} = \frac{2k}{h} \tag{3-51}$$

donde k es la conductividad térmica del aislamiento y h el coeficiente de transferencia de calor por convección en la superficie exterior.

EJEMPLO 3-9 **Pérdida de calor desde un cable eléctrico aislado**

Un cable eléctrico de 3 mm de diámetro y 5 m de largo está firmemente envuelto con una cubierta de plástico de 2 mm de espesor cuya conductividad térmica es $k = 0.15$ W/m·K. Mediante mediciones eléctricas se encuentra que el cable lleva una corriente de 10 A y hay una disminución de voltaje de 8 V a lo largo del cable. Si el cable aislado está expuesto a un medio a $T_\infty = 30$ °C con un coeficiente de transferencia de calor $h = 12$ W/m^2·K, determine la temperatura en la interfase del cable y la cubierta de plástico en funcionamiento estable. Determine también si duplicar el espesor de la cubierta de plástico aumentará o disminuirá la temperatura de esta interfase.

SOLUCIÓN Un cable eléctrico está bien envuelto con una cubierta de plástico. Se determinará la temperatura de la interfase y el efecto de duplicar el espesor de la cubierta de plástico en la temperatura de la interfase.

Suposiciones **1** La transferencia de calor es constante, ya que no hay indicios de ningún cambio con el tiempo. **2** La transferencia de calor es unidimensional porque existe simetría térmica respecto de la línea central y no hay variación en la dirección axial. **3** Las conductividades térmicas son constantes. **4** La resistencia de contacto térmico en la interfase es insignificante. **5** El coeficiente de transferencia de calor incorpora los efectos de radiación, si los hay.

Propiedades La conductividad térmica del plástico es $k = 0.15$ W/m·K.

Análisis El calor se genera en el cable y su temperatura aumenta como resultado del calentamiento por resistencia. Suponemos que el calor se genera de manera uniforme en todo el cable y se transfiere al medio circundante en la dirección radial. En estado estacionario, la tasa de transferencia de calor es igual al calor generado dentro del cable, que es:

$$\dot{Q} = \dot{W}_e = \mathbf{V}I = (8\ \text{V})(10\ \text{A}) = 80\ \text{W}$$

La red de resistencia térmica para este problema implica una resistencia de conducción para la cubierta de plástico y una resistencia de convección para la superficie externa en serie, como se muestra en la figura 3-32. Los valores de estas dos resistencias son:

$$A_2 = (2\pi r_2)\,L = 2\pi(0.0035\ \text{m})(5\ \text{m}) = 0.110\ \text{m}^2$$

$$R_{\text{conv}} = \frac{1}{hA_2} = \frac{1}{(12\ \text{W/m}^2\cdot\text{K})(0.110\ \text{m}^2)} = 0.76\ ^\circ\text{C/W}$$

$$R_{\text{plástico}} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi kL} = \frac{\ln(3.5/1.5)}{2\pi(0.15\ \text{W/m}\cdot\text{K})(5\ \text{m})} = 0.18\ ^\circ\text{C/W}$$

por tanto,

$$R_{\text{total}} = R_{\text{plástico}} + R_{\text{conv}} = 0.76 + 0.18 = 0.94\ ^\circ\text{C/W}$$

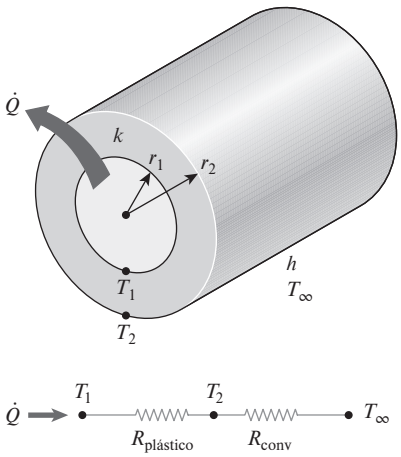


FIGURA 3-32
Esquema del ejemplo 3-9.

Así que la temperatura de la interfase se puede determinar a partir de:

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_\infty}{R_{\text{total}}} \quad \longrightarrow \quad T_1 = T_\infty + \dot{Q} R_{\text{total}}$$
$$= 30\ ^\circ\text{C} + (80\ \text{W})(0.94\ ^\circ\text{C/W}) = \mathbf{105\ ^\circ C}$$

No se involucra el cable eléctrico directamente en la red de resistencia térmica, ya que genera calor.

Para responder a la segunda parte de la pregunta es necesario conocer el radio crítico de aislamiento de la cubierta de plástico, el cual se determina a partir de la ecuación 3-50.

$$r_{\text{cr}} = \frac{k}{h} = \frac{0.15\ \text{W/m} \cdot \text{K}}{12\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}} = 0.0125\ \text{m} = 12.5\ \text{mm}$$

que es mayor que el radio de la cubierta de plástico. Aumentar el espesor de la cubierta de plástico *mejorará* la transferencia de calor hasta que el radio exterior de la cubierta alcance los 12.5 mm. Como resultado, la tasa de transferencia de calor $\dot{Q}$ *aumentará* cuando la temperatura T_1 de la interfase se mantenga constante, o T_1 *disminuirá* cuando $\dot{Q}$ se mantenga constante, que es el caso.

Discusión Se puede demostrar, repitiendo los cálculos para una cubierta de plástico de 4 mm de espesor, que la temperatura de la interfase descienda a 90.6 °C cuando el espesor de la cubierta de plástico se duplica. De manera análoga, es factible demostrar que la interfase alcanza una temperatura mínima de 83 °C cuando el radio exterior de la cubierta de plástico es igual al radio crítico.

3-6 ▪ TRANSFERENCIA DE CALOR DESDE SUPERFICIES CON ALETAS

La tasa de transferencia de calor desde una superficie a una temperatura T_s al medio circundante (alrededor) a temperatura T_∞ viene dada por la ley de enfriamiento de Newton:

$$\dot{Q}_{\text{conv}} = hA_s(T_s - T_\infty)$$

donde A_s es el área de la superficie donde se da la transferencia de calor y h es el coeficiente de transferencia de calor por convección. Cuando las temperaturas T_s y T_∞ se fijan por consideraciones de diseño, como suele ser el caso, hay *dos formas* de aumentar la tasa de transferencia de calor: *aumentar el coeficiente de transferencia de calor por convección h* o aumentar el *área superficial* A_s. El aumento de h puede requerir la instalación de una bomba o un ventilador, o reemplazar una existente por una más grande, pero este enfoque puede que no sea práctico ni adecuado. La alternativa es aumentar el área superficial uniendo *superficies extendidas* llamadas *aletas* hechas de materiales altamente conductores como el aluminio. Las superficies con aletas se fabrican extruyendo, soldando o envolviendo una lámina delgada de metal sobre una superficie. Las aletas mejoran la transferencia de calor desde una superficie al exponer un área superficial mayor a la convección y a la radiación.

En la figura 3-33 se muestra una aplicación interesante de aletas de hace aproximadamente unos 150 millones de años en la era jurásica. El estegosaurio vivió durante esta era, y tenía dos hileras de placas óseas grandes (y extrañas) en la parte posterior. Durante mucho tiempo, los científicos pensaron que las placas eran una especie de armadura para proteger al vegetariano de los depredadores. Ahora sabe-

FIGURA 3-33

Presuntas aletas de enfriamiento en el dinosaurio estegosaurio.

© *Christian Darkin / Alamy*

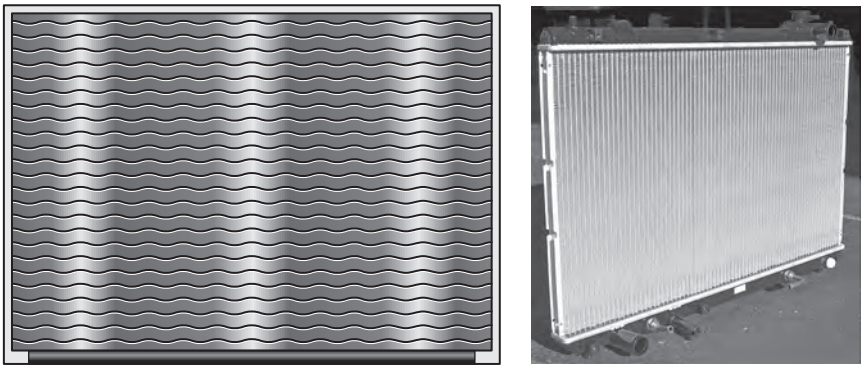


FIGURA 3-34

Las aletas de placa delgada de un radiador de automóvil aumentan considerablemente la tasa de transferencia de calor al aire.

Izquierda: © James Kleiser/Yunus Çengel. Derecha: © McGraw-Hill Education/Christopher Kerrigan, fotógrafo.

mos que fluía mucha sangre a través de ellas, y pudieron haber actuado como el radiador de un automóvil. El corazón bombeaba sangre a través de las placas y estas actuaban como aletas refrescantes para enfriar la sangre.

Las superficies con aletas se usan comúnmente para mejorar la transferencia de calor, y a menudo aumentan varias veces la razón de transferencia de calor desde una superficie. El radiador del automóvil que se muestra en la figura 3-34 es un ejemplo de una superficie con aletas. Las láminas metálicas delgadas y compactas unidas a los tubos de agua caliente aumentan el área superficial para la convección y, por tanto, aumentan varias veces la tasa de transferencia de calor por convección desde los tubos al aire. Hay una variedad de diseños innovadores de aletas disponibles en el mercado, que solo están limitados por la imaginación (figura 3-35).

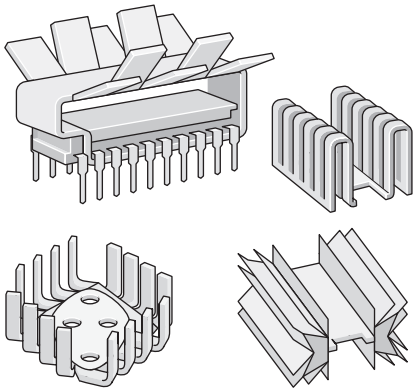


FIGURA 3-35

Algunos diseños innovadores de aletas.

En el análisis de las aletas, consideramos un funcionamiento *estacionario sin generación de calor* en la aleta, y que la conductividad térmica k del material permanece constante. También suponemos que el coeficiente de transferencia de calor por convección h es *constante* y *uniforme* en toda la superficie de la aleta para mayor comodidad en el análisis. El coeficiente de transferencia de calor por convección h, en general, varía a lo largo de la aleta, así como a lo largo de su circunferencia, y su valor en un punto dado es una función importante del *movimiento del fluido* en ese punto. El valor de h por lo general es mucho más bajo en la *base de la aleta* que en la *punta* porque el fluido está rodeado de superficies sólidas cerca de la base, lo que interrumpe seriamente su movimiento hasta el punto de "sofocarlo", mientras que el fluido cerca de la punta de la aleta tiene poco contacto con una superficie sólida, por tanto, encuentra poca resistencia al flujo. Así que agregar demasiadas aletas en una superficie en realidad puede disminuir la transferencia de calor general cuando la disminución de h compensa cualquier ganancia resultante del aumento en el área superficial.

Ecuación de aleta

Considere un elemento de volumen de una aleta en la ubicación x que tiene una longitud Δx, un área de sección transversal de A_c y un perímetro p, como se muestra en la figura 3-36. En condiciones estacionarias, el balance de energía en este elemento de volumen se puede expresar como:

$$\begin{pmatrix}\text{Razón de } \textit{conducción} \\ \textit{de calor} \text{ en el} \\ \text{elemento en } x\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Razón de } \textit{conducción} \\ \textit{de calor} \text{ desde} \\ \text{el elemento en } x + \Delta x\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{Razón de } \textit{convección} \\ \textit{de calor} \text{ desde} \\ \text{el elemento}\end{pmatrix}$$

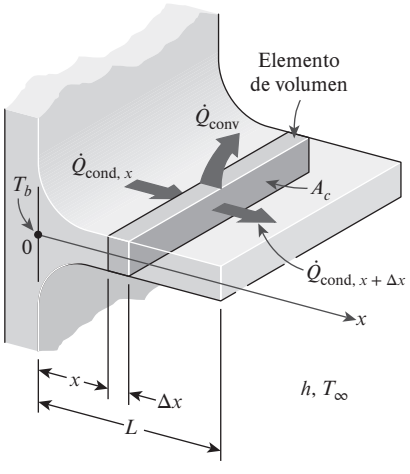


FIGURA 3-36

Un elemento de volumen de una aleta en la ubicación x que tiene una longitud de Δx, área de sección transversal A_c y perímetro p.

o

$$\dot{Q}_{\text{cond},\,x} = \dot{Q}_{\text{cond},\,x+\Delta x} + \dot{Q}_{\text{conv}}$$

donde

$$\dot{Q}_{\text{conv}} = h(p\ \Delta x)(T - T_\infty)$$

Sustituyendo y dividiendo todo por Δx, se obtiene:

$$\frac{\dot{Q}_{\text{cond},\,x+\Delta x} - \dot{Q}_{\text{cond},\,x}}{\Delta x} + hp(T - T_\infty) = 0 \tag{3-52}$$

Tomando el límite cuando $\Delta x \to 0$, se obtiene:

$$\frac{d\dot{Q}_{\text{cond}}}{dx} + hp(T - T_\infty) = 0 \tag{3-53}$$

De la ley de conducción de calor de Fourier se tiene:

$$\dot{Q}_{\text{cond}} = -kA_c\frac{dT}{dx} \tag{3-54}$$

donde A_c es el área de la sección transversal de la aleta en la ubicación x. Sustituyendo esta relación en la ecuación 3-53, da la ecuación diferencial que rige la transferencia de calor en las aletas:

$$\frac{d}{dx}\left(kA_c\frac{dT}{dx}\right) - hp(T - T_\infty) = 0 \tag{3-55}$$

En general, el área de la sección transversal A_c y el perímetro p de una aleta varían con la posición x, lo que hace que esta ecuación diferencial sea difícil de resolver. En el caso especial de una *sección transversal constante y conductividad térmica constante*, la ecuación diferencial 3-55 se reduce a:

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{hp}{kA_c}(T - T_\infty) = 0 \quad \text{o} \quad \frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2\theta = 0 \tag{3-56}$$

donde

$$m^2 = \frac{hp}{kA_c} \tag{3-57}$$

y $\theta = T - T_\infty$ es el *exceso de temperatura.* En la base de la aleta hay $\theta_b = T_b - T_\infty$.

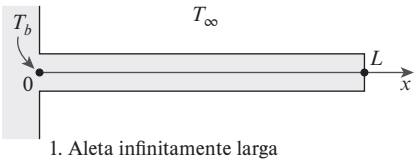
La ecuación 3-56 es una ecuación diferencial lineal, homogénea, de segundo orden con coeficientes constantes. La teoría fundamental de ecuaciones diferenciales establece que dicha ecuación tiene dos funciones solución linealmente independientes, y su solución general es la combinación lineal de esas dos funciones solución. Un examen cuidadoso de la ecuación diferencial revela que restar un múltiplo constante de la función solución θ de su segunda derivada produce cero. Así, se concluye que la función θ y su segunda derivada deben ser *múltiplos constantes* entre sí. Las únicas funciones cuyas derivadas son múltiplos constantes de las funciones mismas son las *funciones exponenciales* (o una combinación lineal de funciones exponenciales como funciones hiperbólicas seno y coseno); por tanto, las funciones solución de la ecuación diferencial anterior son las funciones exponenciales e^{-mx} o e^{mx} o múltiplos constantes de ellas. Esto se puede verificar mediante sustitución directa. Por ejemplo, la segunda derivada de e^{-mx} es m^2e^{-mx}, y su sustitución en la ecuación 3-56 produce un cero; de modo que la solución general de la ecuación diferencial 3-56 es:

$$\theta(x) = C_1e^{mx} + C_2e^{-mx} \tag{3-58}$$

donde C_1 y C_2 son constantes arbitrarias cuyos valores se determinarán a partir de las condiciones a la frontera en la base y en la punta de la aleta. Solo se necesitan dos condiciones para determinar C_1 y C_2 de forma unívoca. En general, se conoce la temperatura de la placa a la que están unidas las aletas. Por tanto, en la base de la aleta hay una condición de frontera de *temperatura específica,* expresada como:

Condición de frontera en la base de la aleta: $$\theta(0) = \theta_b = T_b - T_\infty \quad \textbf{(3-59)}$$

En la punta de la aleta tenemos varias posibilidades, incluyendo aletas infinitamente largas, pérdida de calor despreciable (idealizadas como puntas adiabáticas), una temperatura especificada y convección (figura 3-37). A continuación se analiza cada caso por separado.



1. Aleta infinitamente larga
2. Pérdida de calor despreciable (punta adiabática)
3. Temperatura especificada
4. Convección

FIGURA 3-37

Condiciones de frontera en la base y en la punta de la aleta.

1 Aleta infinitamente larga ($T_{\text{punta aleta}} = T_\infty$)

Para una aleta suficientemente larga de sección transversal *uniforme* (A_c = constante), la temperatura de la aleta en la punta se aproxima a la temperatura ambiente T_∞ y, por tanto, θ se aproxima a cero; es decir:

Condición de frontera en la punta de la aleta: $\theta(L) = T(L) - T_\infty = 0$ ya que $L \to \infty$

Esta condición se satisface con la función e^{-mx}, pero no con la otra posible función solución e^{mx}, ya que tiende a infinito a medida que x aumenta; por tanto, la solución general en este caso consistirá en un múltiplo constante de e^{-mx}. El valor del múltiplo constante se determina a partir del requisito de que, en la base de la aleta, donde $x = 0$, el valor de θ es θ_b. Observando que $e^{-mx} = e^0 = 1$, el valor apropiado de la constante es θ_b, y la función solución que se busca es $\theta(x) = \theta_b e^{-mx}$. Esta función satisface la ecuación diferencial y los requisitos de que la solución se reduce a θ_b en la base de la aleta y se acerca a cero en la punta de la aleta para x grande. Tomando $\theta = T - T_\infty$ y $m = \sqrt{hp/kA_c}$, la variación de temperatura a lo largo de la aleta en este caso se puede expresar como:

Aleta muy larga: $$\frac{T(x) - T_\infty}{T_b - T_\infty} = e^{-mx} = e^{-x\sqrt{hp/kA_c}} \quad \textbf{(3-60)}$$

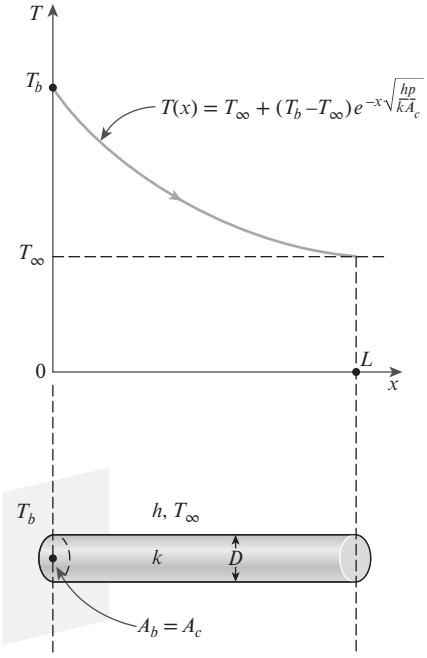
La temperatura a lo largo de la aleta en este caso disminuye *exponencialmente* de T_b a T_∞, como se muestra en la figura 3-38. La tasa estacionaria de *transferencia de calor* de toda la aleta se puede determinar a partir de la ley de conducción de calor de Fourier:

Aleta muy larga: $$\dot{Q}_{\text{aleta larga}} = -kA_c \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} = \sqrt{hpkA_c}\,(T_b - T_\infty) \quad \textbf{(3-61)}$$

donde p es el perímetro, A_c el área de la sección transversal de la aleta, y x la distancia desde la base de la aleta. Alternativamente, la tasa de transferencia de calor desde la aleta también podría determinarse considerando la transferencia de calor desde un elemento de volumen diferencial de la aleta e integrándola sobre toda su superficie:

$$\dot{Q}_{\text{aleta}} = \int_{A_{\text{aleta}}} h[T(x) - T_\infty]\, dA_{\text{aleta}} = \int_{A_{\text{aleta}}} h\theta(x)\, dA_{\text{aleta}} \quad \textbf{(3-62)}$$

Los dos enfoques descritos son equivalentes y dan el mismo resultado ya que, en condiciones estables, la transferencia de calor desde las superficies expuestas de la aleta es igual a la transferencia de calor hacia la aleta en la base (figura 3-39).



($p = \pi D$, $A_c = \pi D^2/4$ para una aleta cilíndrica)

FIGURA 3-38

Una aleta delgada circular de sección transversal uniforme y la variación de temperatura a lo largo de ella.

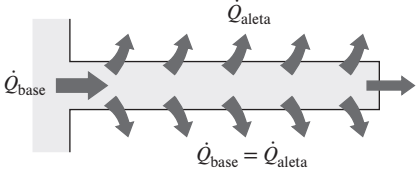


FIGURA 3-39

En condiciones estacionarias, la transferencia de calor desde las superficies expuestas de la aleta es igual a la conducción de calor hacia la aleta en la base.

2 Pérdida de calor insignificante desde la punta de la aleta (punta de aleta adiabática, $\dot{Q}_{\text{punta aleta}} = 0$)

En general, las aletas no son tan largas como para que su temperatura se acerque a la de los alrededores de la punta. Una situación más realista es que la transferencia de calor desde la punta de la aleta sea insignificante, ya que la transferencia de calor desde la aleta es proporcional a su área superficial, y el área superficial de la punta de la aleta suele ser una fracción insignificante del área total. Entonces se puede suponer que la punta de la aleta es adiabática, así que su condición se puede expresar como:

$$\textit{Condición de frontera en la punta de la aleta:}\quad \left.\frac{d\theta}{dx}\right|_{x=L} = 0 \tag{3-63}$$

La condición en la base de la aleta sigue siendo la misma que la dada en la ecuación 3-59. La aplicación de las condiciones de frontera dadas por las ecuaciones 3-59 y 3-63 en la solución general (ecuación 3-58) requiere que $\theta(0) = \theta_b = C_1 + C_2$ y $mC_1e^{mL} - mC_2e^{-mL} = 0$, respectivamente. Al resolver estas dos ecuaciones al mismo tiempo para C_1 y C_2 se obtiene $C_1 = \theta_b/(1 + e^{2mL})$ y $C_2 = \theta_b/(1 + e^{-2mL})$. Sustituyendo estas expresiones para C_1 y C_2 en la ecuación 3-58 y usando la definición de la función del coseno hiperbólico $\cosh x = (e^x + e^{-x})/2$, se obtiene la relación deseada para la distribución de temperatura:

$$\textit{Punta de aleta adiabática:}\quad \frac{T(x) - T_\infty}{T_b - T_\infty} = \frac{\cosh m(L - x)}{\cosh mL} \tag{3-64}$$

La *tasa de transferencia de calor* desde la aleta puede determinarse a partir de la ley de conducción de calor de Fourier:

Punta de aleta adiabática:

$$\dot{Q}_{\text{punta adiabática:}} = -kA_c \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} = \sqrt{hpkA_c}\,(T_b - T_\infty)\tanh mL \tag{3-65}$$

donde la ecuación para la función tangente hiperbólica es:

$$\tanh x = \operatorname{senh} x/\cosh x = (e^x - e^{-x})/(e^x + e^{-x}).$$

Las expresiones para la transferencia de calor para la aleta muy larga y para aquella con pérdida de calor insignificante en la punta, difieren en el factor tanh mL, que se aproxima a 1 cuando L se vuelve muy grande.

3 Temperatura especificada ($T_{\text{punta, aleta}} = T_L$)

En este caso, la temperatura al final de la aleta (la punta de la aleta) se fija a una temperatura especificada T_L. Este caso podría considerarse como una generalización del caso de la *aleta infinitamente larga* donde la temperatura de la punta de la aleta se fijó en T_∞. La condición en la punta de la aleta para este caso es:

$$\textit{Condición de frontera en la punta de la aleta:}\qquad \theta(L) = \theta_L = T_L - T_\infty \tag{3-66}$$

La condición de frontera en la base de la aleta permanece igual a la dada en la ecuación 3-59. Aplicando las condiciones de frontera dadas por las ecuaciones 3-59 y 3-66 en la solución general (ecuación 3-58), después de varios pasos algebraicos y

utilizando la definición de la función seno hiperbólico, senh $x = (e^x - e^{-x})/2$, se obtiene la distribución de temperatura deseada:

Temperatura de punta de aleta especificada:

$$\frac{T(x) - T_\infty}{T_b - T_\infty} = \frac{[(T_L - T_\infty)/(T_b - T_\infty)]\text{senh } mx + \text{senh } m(L - x)}{\text{senh } mL} \tag{3-67}$$

Usando la ley de conducción de calor de Fourier, la tasa de *transferencia de calor* desde la aleta es:

Temperatura de punta de aleta especificada:

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{\text{temp especificada}} &= -kA_c \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} \\ &= \sqrt{hpkA_c}(T_b - T_\infty)\frac{\cosh mL - [(T_L - T_\infty)/(T_b - T_\infty)]}{\text{senh } mL} \end{aligned} \tag{3-68}$$

Las ecuaciones 3-67 y 3-68 se reducen a las ecuaciones 3-60 y 3-61 para el caso de una *aleta infinitamente larga* ($L \to \infty$).

4 Convección desde la punta de la aleta

Las puntas de las aletas están expuestas a los alrededores y, por tanto, la condición límite adecuada para la punta de la aleta es convección, que también puede incluir los efectos de radiación. Considere el caso de convección solo en la punta. La condición en la punta de la aleta se puede obtener de un balance de energía en la punta de la aleta ($\dot{Q}_{\text{cond}} = \dot{Q}_{\text{conv}}$); es decir,

Condición de frontera en la punta de la aleta:

$$-kA_c \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=L} = hA_c[T(L) - T_\infty] \tag{3-69}$$

La condición de frontera en la base de la aleta es la ecuación 3-59, la misma que los tres casos anteriores. Sustituyendo las dos condiciones de frontera dadas por las ecuaciones 3-59 y 3-69 en la solución general (ecuación 3-58), puede mostrarse después de una larga manipulación algebraica que la distribución de temperatura es:

Convección desde la punta de la aleta:

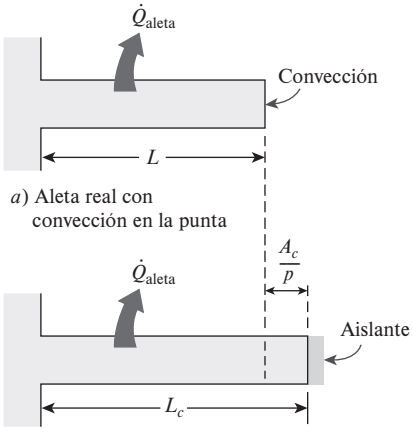
$$\frac{T(x) - T_\infty}{T_b - T_\infty} = \frac{\cosh m(L - x) + (h/mk)\text{senh } m(L - x)}{\cosh mL + (h/mk)\text{senh } mL} \tag{3-70}$$

La tasa de *transferencia de calor* desde la aleta se puede encontrar sustituyendo el gradiente de temperatura en la base de la aleta, obtenido de la ecuación 3-70, en la ley de Fourier de conducción de calor. El resultado es:

Convección desde la punta de la aleta:

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{\text{convección}} &= -kA_c \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} \\ &= \sqrt{hpkA_c}(T_b - T_\infty)\frac{\text{senh } mL + (h/mk)\cosh\ mL}{\cosh mL + (h/mk)\text{senh } mL} \end{aligned} \tag{3-71}$$

La solución de la ecuación general de la aleta para el caso de *convección desde la punta de la aleta* es bastante compleja. Una forma aproximada, pero práctica y pre-



a) Aleta real con convección en la punta

b) Aleta equivalente con punta aislada

FIGURA 3-40

La longitud corregida de la aleta L_c se define de tal manera que la transferencia de calor desde una aleta de longitud L_c con punta aislada es igual a la transferencia de calor desde una aleta real de longitud L con convección en la punta de la aleta.

cisa, para tomar en cuenta la pérdida desde la punta de la aleta es reemplazar la *longitud de la aleta L* en la relación para el caso de *punta aislada* con una **longitud de aleta corregida** dada por (figura 3-40):

$$\textit{Longitud de aleta corregida:} \qquad L_c = L + \frac{A_c}{p} \tag{3-72}$$

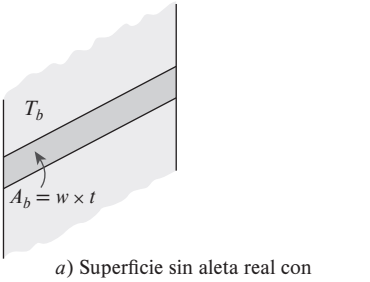
donde A_c es el área de la sección transversal y p el perímetro de la aleta en la punta. Al multiplicar la relación anterior por el perímetro se obtiene $A_{\text{corregida}} = A_{\text{aleta (lateral)}} + A_{\text{punta}}$. Es decir, el área de la aleta usando la longitud corregida es equivalente a la suma del área de la aleta lateral más el área de la punta de la aleta.

La aproximación de longitud corregida da muy buenos resultados cuando la variación de temperatura cerca de la punta de la aleta es pequeña (es el caso cuando $mL \geq 1$) y el coeficiente de transferencia de calor en la punta de la aleta es aproximadamente el mismo que en la superficie lateral de la aleta. Por tanto, *las aletas sometidas a convección en sus puntas pueden tratarse como aletas con puntas aisladas reemplazando la longitud real de la aleta con la longitud corregida en las ecuaciones 3-64 y 3-65.*

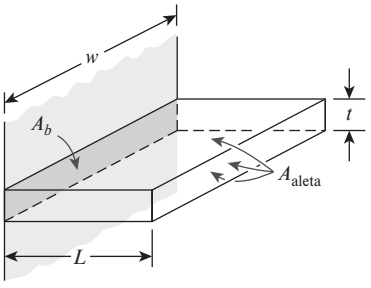
Usando las relaciones apropiadas para A_c y p, las longitudes corregidas para aletas rectangulares y cilíndricas pueden determinarse fácilmente usando:

$$L_{c,\text{ aleta rectangular}} = L + \frac{t}{2} \quad \text{y} \quad L_{c,\text{ aleta cilíndrica}} = L + \frac{D}{4}$$

donde t es el espesor de las aletas rectangulares y D el diámetro de las aletas cilíndricas.



a) Superficie sin aleta real con convección en la punta



b) Superficie con aleta

$$A_{\text{aleta}} = 2 \times w \times L + w \times t \cong 2 \times w \times L$$

FIGURA 3-41

Las aletas mejoran la transferencia de calor desde una superficie al aumentar el área superficial.

Eficiencia de aletas

Considere la superficie de una *pared plana* a temperatura T_b expuesta a un medio a temperatura T_∞. El calor se pierde de la superficie al medio alrededor por convección con un coeficiente de transferencia de calor de h. Sin tener en cuenta la radiación o su contribución en el coeficiente de convección h, la transferencia de calor desde un área de superficie A_s se puede expresar como $\dot{Q} = hA_s(T_s - T_\infty)$.

Ahora considere una aleta de área de sección transversal constante $A_c = A_b$ y longitud L que está unida a una superficie con un contacto perfecto (figura 3-41). El calor se transfiere desde la superficie hacia la aleta por *conducción* y desde la aleta al medio circundante por *convección* con el mismo coeficiente de transferencia de calor h. La temperatura de la aleta es T_b en la base de la aleta y disminuye gradualmente hacia la punta de la aleta. La convección desde la superficie de la aleta hace que la temperatura en cualquier sección transversal baje un poco desde la sección media hacia las superficies externas. Sin embargo, el área de la sección transversal de las aletas suele ser muy pequeña, por tanto, la temperatura en cualquier sección transversal puede considerarse uniforme. Además, se puede suponer por conveniencia, y para simplificar los cálculos, que la punta de la aleta es adiabática mediante el uso de la longitud corregida para la aleta en lugar de su longitud real.

En el caso límite de *resistencia térmica cero* o *conductividad térmica infinita* ($k \to \infty$), la temperatura de la aleta es uniforme en el valor base T_b. La transferencia de calor desde la aleta es *máxima* en este caso y puede expresarse como:

$$\dot{Q}_{\text{aleta, máx}} = hA_{\text{aleta}}(T_b - T_\infty) \tag{3-73}$$

Sin embargo, en realidad, la temperatura de la aleta disminuye a lo largo de la aleta y la transferencia de calor desde esta es menor debido a la diferencia de tempera-

tura decreciente $T(x) - T_\infty$ hacia la punta de la aleta, como se muestra en la figura 3-42. Para tener en cuenta el efecto de esta disminución de la temperatura en la transferencia de calor, se define la **eficiencia de aleta** como:

$$\eta_{\text{aleta}} = \frac{\dot{Q}_{\text{aleta}}}{\dot{Q}_{\text{aleta, máx}}} = \frac{\text{Tasa de transferencia de calor real desde la aleta}}{\text{Tasa de transferencia de calor ideal desde la aleta si toda la aleta estuviera a la temperatura de la base}} \quad \textbf{(3-74)}$$

o

$$\dot{Q}_{\text{aleta}} = \eta_{\text{aleta}} \dot{Q}_{\text{aleta, máx}} = \eta_{\text{aleta}} h A_{\text{aleta}} (T_b - T_\infty) \quad \textbf{(3-75)}$$

donde A_{aleta} es el área superficial total de la aleta. Esta relación permite determinar la transferencia de calor desde una aleta cuando se conoce su eficiencia. Para los casos de sección transversal constante de *aletas muy largas y aletas con puntas adiabáticas*, la eficiencia de la aleta se puede expresar como:

$$\eta_{\text{aleta, larga}} = \frac{\dot{Q}_{\text{aleta}}}{\dot{Q}_{\text{aleta, máx}}} = \frac{\sqrt{hpkA_c}(T_b - T_\infty)}{hA_{\text{aleta}}(T_b - T_\infty)} = \frac{1}{L}\sqrt{\frac{kA_c}{hp}} = \frac{1}{mL} \quad \textbf{(3-76)}$$

y

$$\eta_{\text{punta adiabática}} = \frac{\dot{Q}_{\text{aleta}}}{\dot{Q}_{\text{aleta, máx}}} = \frac{\sqrt{hpkA_c}(T_b - T_\infty)\tanh mL}{hA_{\text{aleta}}(T_b - T_\infty)} = \frac{\tanh mL}{mL} \quad \textbf{(3-77)}$$

dado que $A_{\text{aleta}} = pL$ para aletas con sección transversal constante. La ecuación 3-77 también se puede usar para aletas sometidas a convección siempre que la longitud de la aleta L se reemplace por la longitud corregida L_c.

La tabla 3-3 proporciona las eficiencias para aletas con sección transversal uniforme y no uniforme. Para aletas con perfil no uniforme, la ecuación 3-56 ya no es válida, y debe utilizarse la ecuación 3-55, que es la forma general de la ecuación diferencial que rige la transferencia de calor en aletas de forma arbitraria. Para estos casos, la solución ya no queda en forma de funciones exponenciales simples o hiperbólicas. Las funciones matemáticas I y K que aparecen en algunas de estas expresiones son las *funciones de Bessel modificadas*, y sus valores se dan en la tabla 3-4. Las eficiencias se representan en la figura 3-43 para aletas en una *superficie plana,* y en la figura 3-44 para *aletas circulares* de espesor constante. Para la mayoría de las aletas de espesor constante encontradas comúnmente, el espesor de la aleta t es muy pequeño en comparación con la longitud de la aleta L, por tanto, se puede ignorar el área de la punta de la aleta.

Considere que las aletas con perfiles triangulares y parabólicos contienen menos material y son más eficientes que las que tienen perfiles rectangulares, por lo que son más adecuadas para aplicaciones que requieren un peso mínimo, como las aplicaciones espaciales.

Una consideración importante en el diseño de superficies con aletas es la selección de la *longitud adecuada L de la aleta.* Cuanto *más larga* sea la aleta, *mayor* será el área de transferencia de calor, por tanto, será *mayor* la tasa de transferencia de calor desde la aleta. También, entre más grande sea la aleta, mayor será la masa, el precio y la fricción con el fluido, por tanto, aumentar la longitud de la aleta más allá de un cierto valor no se justifica a menos que los beneficios agregados superen los costos agregados. Además, la eficiencia de la aleta disminuye al aumentar su longitud debido a la disminución de la temperatura de la aleta con la longitud. Las longitudes de aleta que hacen que su eficiencia sea menor a 60%, por lo general no se justifican económicamente y deben evitarse. La eficiencia de la mayoría de las aletas utilizadas en la práctica es superior a 90%.

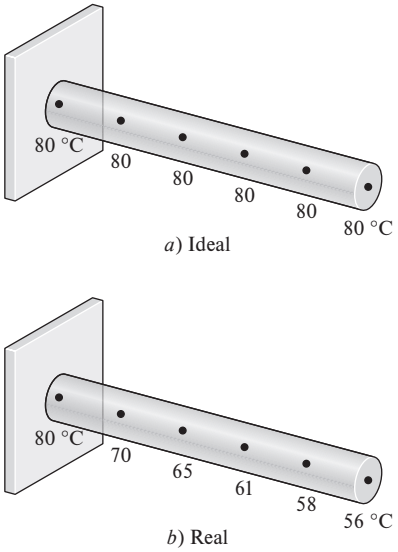
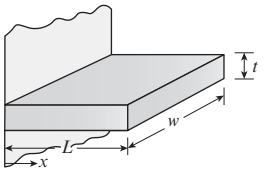
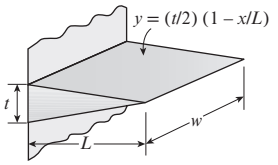
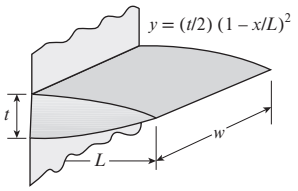
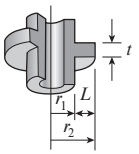
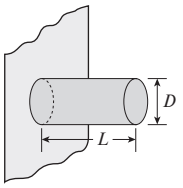
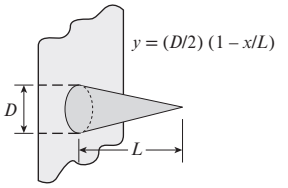
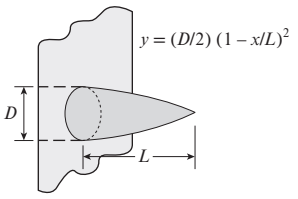
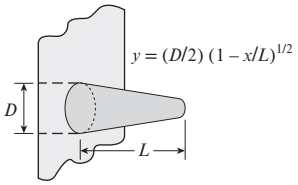


FIGURA 3-42
Distribución de temperatura ideal y real a lo largo de una aleta.

TABLA 3-3

Eficiencia y áreas superficiales de configuraciones de aletas comunes

Aletas rectangulares rectas $m = \sqrt{2h/kt}$ $L_c = L + t/2$ $A_{\text{aleta}} = 2wL_c$	$\eta_{\text{aleta}} = \dfrac{\tanh mL_c}{mL_c}$	
Aletas triangulares rectas $m = \sqrt{2h/kt}$ $A_{\text{aleta}} = 2w\sqrt{L^2 + (t/2)^2}$	$\eta_{\text{aleta}} = \dfrac{1}{mL}\dfrac{I_1(2mL)}{I_0(2mL)}$	
Aletas parabólicas rectas $m = \sqrt{2h/kt}$ $A_{\text{aleta}} = wL[C_1 + (L/t)\ln(t/L + C_1)]$ $C_1 = \sqrt{1 + (t/L)^2}$	$\eta_{\text{aleta}} = \dfrac{2}{1 + \sqrt{(2mL)^2 + 1}}$	
Aletas circulares de perfil rectangular $m = \sqrt{2h/kt}$ $r_{2c} = r_2 + t/2$ $A_{\text{aleta}} = 2\pi(r_{2c}^2 - r_1^2)$	$\eta_{\text{aleta}} = C_2\dfrac{K_1(mr_1)I_1(mr_{2c}) - I_1(mr_1)K_1(mr_{2c})}{I_0(mr_1)K_1(mr_{2c}) + K_0(mr_1)I_1(mr_{2c})}$ $C_2 = \dfrac{2r_1/m}{r_{2c}^2 - r_1^2}$	
Aletas de espiga de perfil rectangular $m = \sqrt{4h/kD}$ $L_c = L + D/4$ $A_{\text{aleta}} = \pi D\,L_c$	$\eta_{\text{aleta}} = \dfrac{\tanh mL_c}{mL_c}$	
Aletas de espiga de perfil triangular $m = \sqrt{4h/kD}$ $A_{\text{aleta}} = \dfrac{\pi D}{2}\sqrt{L^2 + (D/2)^2}$	$\eta_{\text{aleta}} = \dfrac{2}{mL}\dfrac{I_2(2mL)}{I_1(2mL)}$ $I_2(x) = I_0(x) - (2/x)\,I_1(x)$ donde $x = 2mL$	
Aletas de espiga de perfil parabólico $m = \sqrt{4h/kD}$ $A_{\text{aleta}} = \dfrac{\pi L^3}{8D}\left[C_3C_4 - \dfrac{L}{2D}\ln[(2DC_4/L) + C_3]\right]$ $C_3 = 1 + 2(D/L)^2$ $C_4 = \sqrt{1 + (D/L)^2}$	$\eta_{\text{aleta}} = \dfrac{2}{1 + \sqrt{(2mL/3)^2 + 1}}$	
Aletas de espiga de perfil parabólico (punta redondeada) $m = \sqrt{4h/kD}$ $A_{\text{aleta}} = \dfrac{\pi D^4}{96L^2}\{[16(L/D)^2 + 1]^{3/2} - 1\}$	$\eta_{\text{aleta}} = \dfrac{3}{2mL}\dfrac{I_1(4mL/3)}{I_0(4mL/3)}$	

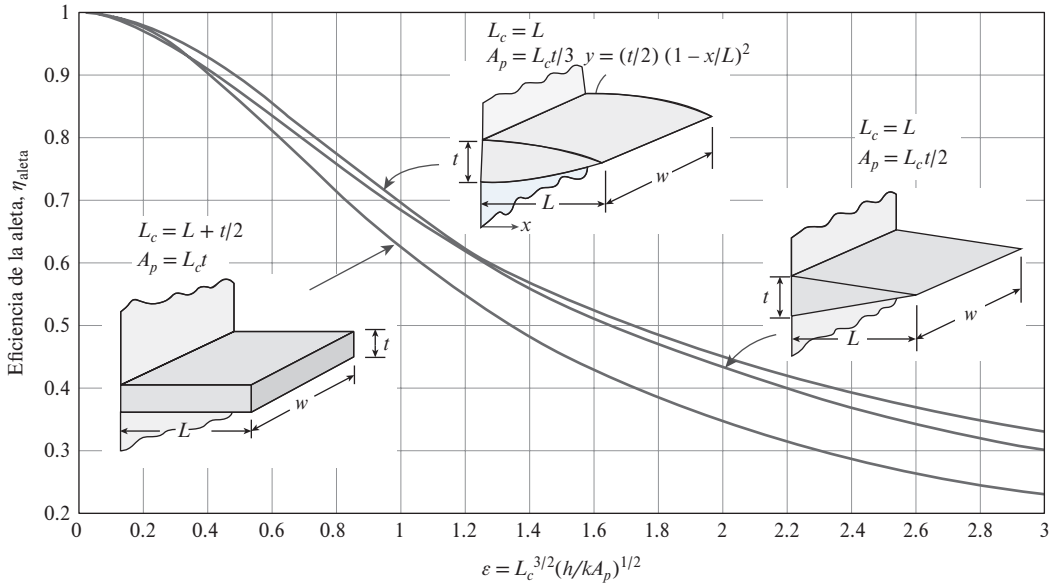


FIGURA 3-43

Eficiencia de aletas rectas de perfiles rectangulares, triangulares y parabólicos.

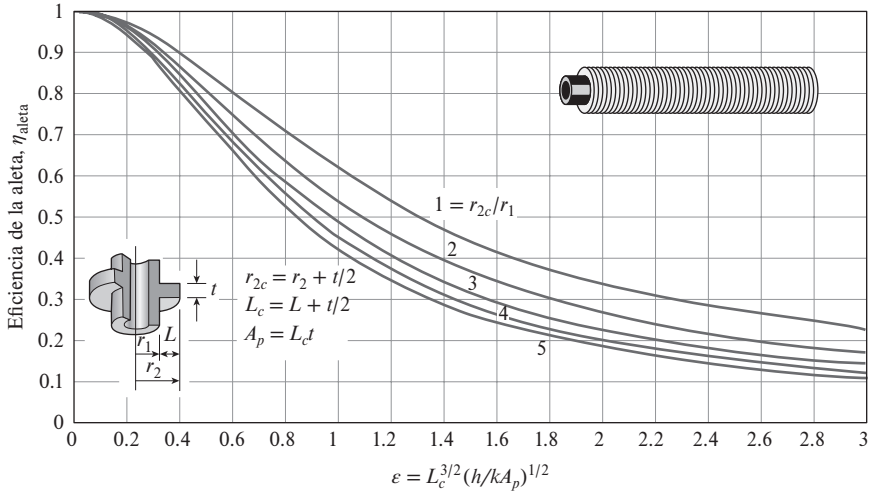


FIGURA 3-44

Eficiencia de las aletas anulares de espesor constante t.

Efectividad de la aleta

Las aletas se usan para *mejorar* la transferencia de calor, y su uso en ciertas superficies no se recomienda a menos que la mejora en la transferencia de calor justifique el costo agregado y la complejidad asociada con las aletas. De hecho, no hay garantía de que agregar aletas en una superficie *mejore* la transferencia de calor. El rendimiento de las aletas se juzga en función de la *mejora* en la transferencia de calor en contraste con el caso sin aletas. El rendimiento de las aletas se expresa en términos de la *efectividad de la aleta* ε_{aleta} definida como (figura 3-45):

$$\varepsilon_{aleta} = \frac{\dot{Q}_{aleta}}{\dot{Q}_{sin\ aleta}} = \frac{\dot{Q}_{aleta}}{hA_b(T_b - T_\infty)} = \frac{\text{Tasa de transferencia de calor desde la aleta con } \textit{área de la base } A_b}{\text{Tasa de transferencia de calor desde la superficie de } \textit{área } A_b} \quad \textbf{(3-78)}$$

TABLA 3-4

Funciones de Bessel modificadas de primer y segundo tipos*

x	$e^{-x}I_0(x)$	$e^{-x}I_1(x)$	$e^{-x}K_0(x)$	$e^{-x}K_1(x)$
0.0	1.0000	0.0000	∞	∞
0.2	0.8269	0.0823	2.1408	5.8334
0.4	0.6974	0.1368	1.6627	3.2587
0.6	0.5993	0.1722	1.4167	2.3739
0.8	0.5241	0.1945	1.2582	1.9179
1.0	0.4658	0.2079	1.1445	1.6362
1.2	0.4198	0.2153	1.0575	1.4429
1.4	0.3831	0.2185	0.9881	1.3011
1.6	0.3533	0.2190	0.9309	1.1919
1.8	0.3289	0.2177	0.8828	1.1048
2.0	0.3085	0.2153	0.8416	1.0335
2.2	0.2913	0.2121	0.8057	0.9738
2.4	0.2766	0.2085	0.7740	0.9229
2.6	0.2639	0.2047	0.7459	0.8790
2.8	0.2528	0.2007	0.7206	0.8405
3.0	0.2430	0.1968	0.6978	0.8066
3.2	0.2343	0.1930	0.6770	0.7763
3.4	0.2264	0.1892	0.6580	0.7491
3.6	0.2193	0.1856	0.6405	0.7245
3.8	0.2129	0.1821	0.6243	0.7021
4.0	0.2070	0.1788	0.6093	0.6816
4.2	0.2016	0.1755	0.5953	0.6627
4.4	0.1966	0.1725	0.5823	0.6454
4.6	0.1919	0.1695	0.5701	0.6292
4.8	0.1876	0.1667	0.5586	0.6143
5.0	0.1835	0.1640	0.5478	0.6003
5.2	0.1797	0.1614	0.5376	0.5872
5.4	0.1762	0.1589	0.5280	0.5749
5.6	0.1728	0.1565	0.5188	0.5634
5.8	0.1697	0.1542	0.5101	0.5525
6.0	0.1667	0.1521	0.5019	0.5422
6.5	0.1598	0.1469	0.4828	0.5187
7.0	0.1537	0.1423	0.4658	0.4981
7.5	0.1483	0.1380	0.4505	0.4797
8.0	0.1434	0.1341	0.4366	0.4631
8.5	0.1390	0.1305	0.4239	0.4482
9.0	0.1350	0.1272	0.4123	0.4346
9.5	0.1313	0.1241	0.4016	0.4222
10.0	0.1278	0.1213	0.3916	0.4108

* Evaluado con EES usando las funciones matemáticas Bessel_I(x) y Bessel_K(x)

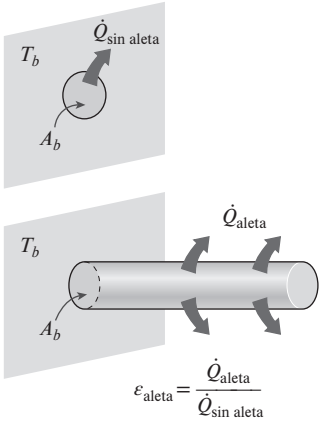


FIGURA 3-45
Efectividad de una aleta.

Por tanto, A_b es el área de la sección transversal de la aleta en la base y $\dot{Q}_{sin\ aleta}$ representa la razón de transferencia de calor desde esta área si no hay aletas unidas a la superficie. Una efectividad $\varepsilon_{\text{aleta}} = 1$ indica que agregar aletas a la superficie no afecta la transferencia de calor. Es decir, el calor conducido a la aleta a través del área de la base A_b es igual al calor transferido desde la misma área A_b al medio circundante (alrededor). Una efectividad $\varepsilon_{\text{aleta}} < 1$ indica que la aleta realmente actúa como *aislante*, disminuyendo la transferencia de calor desde la superficie. Esta situación puede ocurrir cuando se utilizan aletas hechas de materiales de baja conductividad térmica. Una efectividad $\varepsilon_{\text{aleta}} > 1$ indica que las aletas *mejoran* la transferencia de calor desde la superficie, como deberían hacerlo; sin embargo, el uso de aletas no puede justificarse a menos que la $\varepsilon_{\text{aleta}}$ sea mayor que 1. Las superficies con aletas están diseñadas para *maximizar* la efectividad para un costo específico o para *minimizar* el costo para una efectividad deseada.

Tanto la eficiencia de la aleta como su efectividad están relacionadas con su rendimiento, pero son cantidades diferentes. Sin embargo, se relacionan entre sí mediante la expresión:

$$\varepsilon_{\text{aleta}} = \frac{\dot{Q}_{\text{aleta}}}{\dot{Q}_{\text{sin aleta}}} = \frac{\dot{Q}_{\text{aleta}}}{hA_b(T_b - T_\infty)} = \frac{\eta_{\text{aleta}} hA_{\text{aleta}}(T_b - T_\infty)}{hA_b(T_b - T_\infty)} = \frac{A_{\text{aleta}}}{A_b}\eta_{\text{aleta}} \qquad \textbf{(3-79)}$$

La efectividad de la aleta se puede determinar fácilmente cuando se conoce su eficiencia, o viceversa.

La tasa de transferencia de calor desde una aleta suficientemente *larga* de sección transversal *uniforme* en condiciones estacionarias está dada por la ecuación 3-61. Sustituyendo esta relación en la ecuación 3-78, la efectividad de una aleta larga es:

$$\varepsilon_{\text{aleta larga}} = \frac{\dot{Q}_{\text{aleta}}}{\dot{Q}_{\text{sin aleta}}} = \frac{\sqrt{hpkA_c}(T_b - T_\infty)}{hA_b(T_b - T_\infty)} = \sqrt{\frac{kp}{hA_c}} \qquad \textbf{(3-80)}$$

dado que $A_c = A_b$ en este caso. Se pueden obtener varias conclusiones importantes a partir de la relación de efectividad de las aletas para considerarlas en el diseño y la selección de las mismas:

- La *conductividad térmica k* del material de la aleta debe ser lo más alta posible. Por tanto, no es casualidad que las aletas estén hechas de metales como el cobre, aluminio y hierro, entre los más comunes. Quizá las aletas más utilizadas están hechas de aluminio debido a su bajo costo y peso y su resistencia a la corrosión.
- La razón entre el *perímetro* y el *área de la sección transversal* de la aleta p/A_c debe ser lo más alta posible. Este criterio se cumple con aletas de placa *delgada* y aletas de espiga (o pasador) *delgadas*.
- Las aletas son *más efectivas* en aplicaciones que involucran *un bajo coeficiente de transferencia de calor por convección*. Por tanto, su uso se justifica cuando el medio es un gas en lugar de un líquido, y la transferencia de calor es por *convección natural* en lugar de por convección forzada. No es casualidad que, en los intercambiadores de calor de líquido a gas, como el radiador del automóvil, las aletas se coloquen en el lado del *gas.*

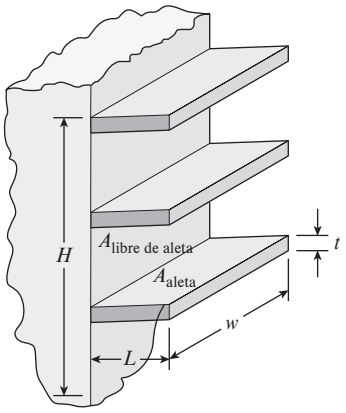
Al determinar la razón de la transferencia de calor desde una superficie con aletas, se debe tener en cuenta la *porción libre de aletas* de la superficie, así como las *aletas.* La razón de la transferencia de calor para una superficie que contiene n aletas se puede expresar como:

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{total, aleta}} &= \dot{Q}_{\text{libre de aleta}} + \dot{Q}_{\text{aleta}} \\ &= hA_{\text{libre de aleta}}(T_b - T_\infty) + \eta_{\text{aleta}} hA_{\text{aleta}}(T_b - T_\infty) \\ &= h(A_{\text{libre de aleta}} + \eta_{\text{aleta}} A_{\text{aleta}})(T_b - T_\infty)\end{aligned} \quad \textbf{(3-81)}$$

También se puede definir una **efectividad general** para una superficie con aletas como el cociente entre la transferencia de calor total desde la superficie con aletas y la transferencia de calor desde la misma superficie si no hubiera aletas,

$$\varepsilon_{\text{aleta, general}} = \frac{\dot{Q}_{\text{total, aleta}}}{\dot{Q}_{\text{total, sin aleta}}} = \frac{h(A_{\text{libre de aleta}} + \eta_{\text{aleta}} A_{\text{aleta}})(T_b - T_\infty)}{hA_{\text{sin aleta}}(T_b - T_\infty)} = \frac{A_{\text{libre de aleta}} + \eta_{\text{aleta}} A_{\text{aleta}}}{A_{\text{sin aleta}}} \quad \textbf{(3-82)}$$

donde $A_{\text{sin aleta}}$ es el área de la superficie cuando no hay aletas, A_{aleta} es el área total de la superficie de todas las aletas en la superficie, y $A_{\text{libre de aleta}}$ es el área de la porción sin aletas de la superficie (figura 3-46). La efectividad general de la aleta depende de su densidad (número de aletas por unidad de longitud), así como de la efectividad de las aletas individuales. La efectividad general es una mejor medida del rendimiento de una superficie con aletas que la efectividad de las aletas individuales.



$A_{\text{sin aleta}} = w \times H$
$A_{\text{libre de aleta}} = w \times H - 3 \times (t \times w)$
$A_{\text{aleta}} = 2 \times L \times w + t \times w$
$\cong 2 \times L \times w$ (una aleta)

FIGURA 3-46
Diversas áreas de superficie asociadas con una superficie rectangular con tres aletas.

Longitud adecuada de una aleta

Un paso importante en el diseño de una aleta es la determinación de la longitud apropiada de la aleta una vez que se especifica el material de la aleta y su sección transversal. Quizá piense que cuanto más larga sea la aleta, mayor será el área de superficie y mayor será la razón de transferencia de calor, por tanto, para una transferencia de calor máxima, la aleta debería ser infinitamente larga; sin embargo, la temperatura cae exponencialmente a lo largo de la aleta y alcanza la temperatura ambiente en cierta longitud. La parte de la aleta más allá de esta longitud no contribuye a la transferencia de calor, ya que está a la temperatura del ambiente, como se muestra en la figura 3-47; así que el diseño de una aleta "extra larga" está fuera de discusión ya que resulta en desperdicio de material, peso excesivo y mayor tamaño y, por tanto, un mayor costo sin beneficio a cambio (de hecho, una aleta tan larga dañará el rendimiento ya que suprimirá el movimiento del fluido y, por tanto, reduciría el coeficiente de transferencia de calor por convección). Tampoco se recomiendan aletas tan largas cuya temperatura se aproxime a la temperatura del ambiente, ya que el pequeño aumento en la transferencia de calor en la región de la punta no puede justificar el aumento desproporcionado en el peso y el costo.

Para tener una idea de la longitud adecuada de una aleta, comparamos la transferencia de calor desde una aleta de longitud finita con la transferencia de calor desde una aleta infinitamente larga en las mismas condiciones. El cociente de estas dos transferencias de calor es:

Cociente de transferencia de calor

$$\frac{\dot{Q}_{\text{aleta}}}{\dot{Q}_{\text{aleta larga}}} = \frac{\sqrt{hpkA_c}(T_b - T_\infty)\tanh mL}{\sqrt{hpkA_c}(T_b - T_\infty)} = \tanh mL \quad \textbf{(3-83)}$$

Usando una calculadora manual, evaluamos los valores de tanh mL para algunos valores de mL y los resultados se muestran en la tabla 3-5. A partir de la tabla se concluye que la transferencia de calor desde una aleta aumenta con mL casi linealmente al principio, pero luego la curva alcanza una meseta hasta un cierto valor para la aleta infinitamente larga hasta alrededor de $mL = 5$; así que una aleta cuya longitud es $L = 5/m$ se puede considerar como una aleta infinitamente larga. También observamos que reduciendo la longitud de la aleta a la mitad en ese caso (de $mL = 5$ a $mL = 2.5$) ocasiona una caída de solo 1% en la transferencia de calor.

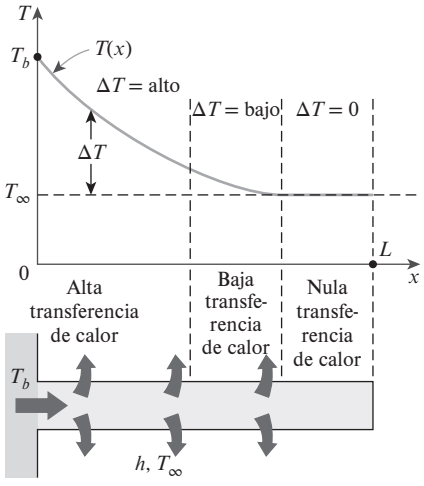


FIGURA 3-47
Debido a la caída gradual de la temperatura a lo largo de la aleta, la región cercana a la punta de la misma contribuye poco o nada a la transferencia de calor.

TABLA 3-5

Variación de la transferencia de calor desde una aleta respecto a la de una aleta infinitamente larga

mL	$\frac{Q_{\text{aleta}}}{\dot{Q}_{\text{aleta larga}}} = \tanh mL$
0.1	0.100
0.2	0.197
0.5	0.462
1.0	0.762
1.5	0.905
2.0	0.964
2.5	0.987
3.0	0.995
4.0	0.999
5.0	1.000

Ciertamente no dudaríamos en sacrificar 1% en el rendimiento de la transferencia de calor a cambio de una reducción de 50% en el tamaño y quizá en el costo de la aleta. En la práctica, una longitud de aleta que corresponde a aproximadamente $mL = 1$ transferirá 76.2% del calor que puede ser transferido por una aleta infinitamente larga y, por tanto, debería ofrecer un buen compromiso entre el rendimiento de la transferencia de calor y el tamaño de la aleta.

Una aproximación común utilizada en el análisis de las aletas es suponer que la temperatura de la aleta varía solo en una dirección (a lo largo de la longitud de la aleta) y que la variación de temperatura en las otras direcciones es insignificante. Quizá se pregunte si esta aproximación unidimensional es razonable; este es el caso para las aletas hechas de láminas metálicas finas, como las aletas del radiador de un automóvil, pero no estaríamos tan seguros de aletas hechas de materiales gruesos. Los estudios han demostrado que el error en el análisis unidimensional de las aletas es insignificante (menos de aproximadamente 1%) cuando:

$$\frac{h\delta}{k} < 0.2$$

donde δ es el espesor característico de la aleta, que se considera igual al espesor de la placa t para aletas rectangulares y al diámetro D para aletas cilíndricas.

Las superficies con aletas especialmente diseñadas llamadas *disipadores de calor*, que se usan en el enfriamiento de equipos electrónicos, involucran geometrías complejas únicas, como se muestra en la tabla 3-6. El rendimiento de la transferencia de calor de los disipadores de calor generalmente se expresa en términos de sus *resistencias térmicas* R en °C/W, que se definen como:

$$\dot{Q}_{\text{aleta}} = \frac{T_b - T_\infty}{R} = hA_{\text{aleta}}\eta_{\text{aleta}}(T_b - T_\infty) \qquad \textbf{(3-84)}$$

Un valor pequeño de la resistencia térmica indica una disminución pequeña de temperatura en el disipador de calor y, por tanto, una alta eficiencia de la aleta.

EJEMPLO 3-10 **Disipación de potencia máxima de un transistor**

Los transistores de potencia que se usan en dispositivos electrónicos consumen grandes cantidades de energía eléctrica. La tasa de falla de los componentes electrónicos aumenta casi exponencialmente con la temperatura de funcionamiento. Como regla general, la tasa de falla se reduce a la mitad por cada reducción de 10 °C en la temperatura de funcionamiento de la unión; por tanto, la temperatura de funcionamiento de los componentes electrónicos se mantiene por debajo de un nivel seguro para minimizar el riesgo de falla.

La circuitería electrónica sensible de un transistor de potencia en la unión está protegida por su caja, que es metálica y rígida. Las características de transferencia de calor de un transistor de potencia generalmente se especifican por el fabricante en términos de la resistencia térmica de la caja respecto al ambiente, que toma en cuenta tanto la convección natural como la transferencia de calor por radiación.

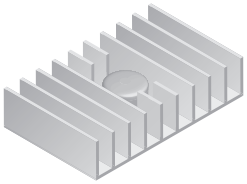
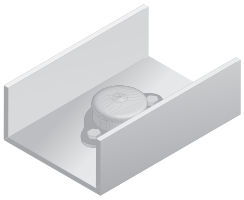
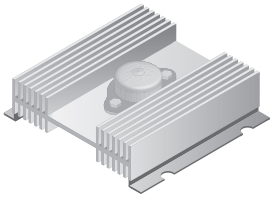
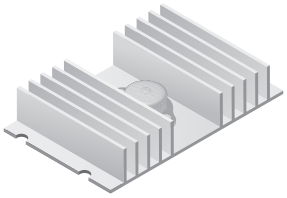
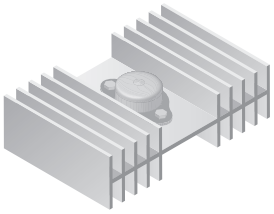
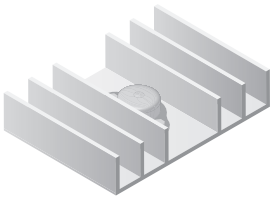
La resistencia térmica de la caja respecto al ambiente de un transistor de potencia que tiene una potencia nominal máxima de 10 W es de 20 °C/W. Si la temperatura de la caja del transistor no excede los 85 °C, determine la potencia a que este transistor puede operar de forma segura en un ambiente a 25 °C.

SOLUCIÓN Se debe determinar la potencia máxima de un transistor cuya temperatura de la caja no debe exceder 85 °C.

(Continúa en la página... 190)

TABLA 3-6

Convección natural combinada y resistencia térmica a la radiación de varios disipadores de calor utilizados en el enfriamiento de dispositivos electrónicos entre el disipador de calor y los alrededores. Todas las aletas están hechas de aluminio 6063T-5, son anodizadas en negro y tienen 76 mm (3 pulgadas) de largo.

HS 5030		$R = 0.9$ °C/W(vertical) $R = 1.2$ °C/W(horizontal) Dimensiones: 76 m × m × 105 mm × 44 mm Superficie: 677 cm^2
HS 6065		$R = 5$ °C/W Dimensiones: 76 mm × 38 mm × 24 mm Superficie: 387 cm^2
HS 6071		$R = 1.4$ °C/W(vertical) $R = 1.8$ °C/ W(horizontal) Dimensiones: 76 mm × 92 mm × 26 mm Superficie: 968 cm
HS 6105		$R = 1.8$ °C/W(vertical) R = 2.1 °C/W(horizontal) Dimensiones: 76 mm × 127 mm × 91 mm Superficie: 677 cm^2
HS 6115		$R = 1.1$ °C/ W(vertical) $R = 1.3$ °C/W(horizontal) Dimensiones: 76 mm × 102 mm × 25 mm Superficie: 929 cm^2
HS 7030		$R = 2.9$ °C/ W(vertical) $R = 3.1$ °C/W(horizontal) Dimensiones: 76 mm × 97 mm × 19 mm Superficie: 290 cm^2

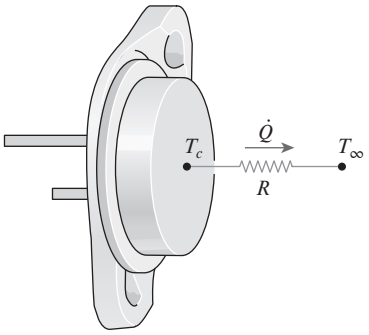


FIGURA 3-48
Esquema del ejemplo 3-10.

Suposiciones **1** Existen condiciones de funcionamiento estables. **2** La caja del transistor es isotérmica a 85 °C.
Propiedades La resistencia térmica de la caja respecto al ambiente es de 20 °C/W.
Análisis El transistor de potencia y la red de resistencia térmica asociada con él se muestran en la figura 3-48. Se observa por la red de resistencia térmica que hay una resistencia única de 20 °C/W entre la caja a $T_c = 85$ °C y el ambiente a $T_\infty = 22$ °C y, por tanto, la tasa de transferencia de calor es:

$$\dot{Q} = \left(\frac{\Delta T}{R}\right)_{\text{caja-ambiente}} = \frac{T_c - T_\infty}{R_{\text{caja-ambiente}}} = \frac{(85 - 25)\ ^\circ\text{C}}{20\ ^\circ\text{C/W}} = \mathbf{3\ W}$$

Este transistor de potencia no debe funcionar a niveles de potencia superiores a 3 W si la temperatura de la caja no debe exceder los 85 °C.
Discusión Este transistor se puede usar a niveles de potencia más altos al conectarlo a un disipador de calor (lo que reduce la resistencia térmica al aumentar el área de superficie de la transferencia de calor, como se analiza en el siguiente ejemplo) o al usar un ventilador (lo cual reduce la resistencia térmica mediante un aumento del coeficiente de transferencia de calor por convección).

EJEMPLO 3-11 Selección de un disipador de calor para un transistor

Un transistor de 25 W de potencia debe enfriarse conectándolo a uno de los disipadores de calor disponibles en el mercado que se muestran en la tabla 3-6. Seleccione uno que favorezca que la temperatura de la caja del transistor no supere los 55 °C en el aire ambiente a 18°C.

SOLUCIÓN Se debe seleccionar un disipador de calor de la tabla 3-6 para mantener la temperatura de la caja del transistor por debajo de 55 °C.
Suposiciones **1** Existen condiciones de funcionamiento estables. **2** La caja del transistor es isotérmica a 55 °C. **3** La resistencia de contacto entre el transistor y el disipador de calor es insignificante.
Análisis La tasa de transferencia de calor del transistor de 25 W a plena potencia es $\dot{Q} = 25$ W. La resistencia térmica entre el transistor conectado al disipador de calor y el aire ambiente para la diferencia de temperatura especificada es:

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R} \longrightarrow R = \frac{\Delta T}{\dot{Q}} = \frac{(55 - 18)\ ^\circ\text{C}}{25\ \text{W}} = 1.5\ ^\circ\text{C/W}$$

Por tanto, la resistencia térmica del disipador de calor debe ser inferior a 1.5 °C/W. Un examen de la tabla 3-6 revela que se pueden seleccionar el HS 5030 en posición horizontal o vertical, el HS 6071 en posición vertical y el HS 6115 en posición horizontal o vertical.

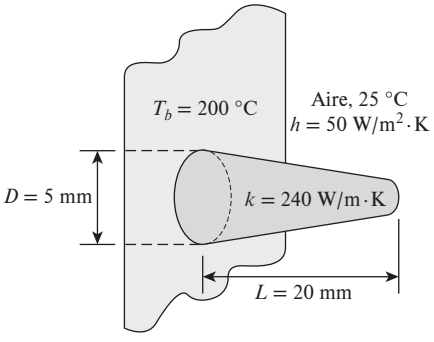


FIGURA 3-49
Esquema del ejemplo 3-12.

EJEMPLO 3-12 Transferencia de calor desde aletas con sección transversal variable

Se unen aletas de pasador de aluminio de perfil parabólico con puntas romas a una pared plana con una temperatura superficial de 200 °C (figura 3-49). Cada aleta tiene una longitud de 20 mm y un diámetro de base de 5 mm. Las aletas están expuestas a una condición de aire ambiente de 25 °C y el coefi-

ciente de transferencia de calor por convección es de 50 W/m^2·K. Si la conductividad térmica de las aletas es de 240 W/m·K, determine la eficiencia, la tasa de transferencia de calor y la efectividad de cada aleta.

SOLUCIÓN Se debe determinar la eficiencia, la razón de transferencia de calor y la efectividad de una aleta de pasador de perfil parabólico con punta roma.

Suposiciones **1** La conducción de calor es estable y unidimensional. **2** Las propiedades térmicas son constantes. **3** La transferencia de calor por radiación es insignificante.

Propiedades Se sabe que la conductividad térmica de la aleta es de 240 W/m·K.

Análisis De la tabla 3-3, para las aletas de pasador del perfil parabólico (con punta roma), se tiene:

$$mL = \sqrt{\frac{4h}{kD}}L = \sqrt{\frac{4(50\ \text{W/m}^2\cdot\text{K})}{(240\ \text{W/m}\cdot\text{K})(0.005\ \text{m})}}\,(0.020\ \text{m}) = 0.2582$$

$$A_{\text{aleta}} = \frac{\pi D^4}{96L^2}\left\{\left[16\left(\frac{L}{D}\right)^2+1\right]^{3/2}-1\right\} = \frac{\pi(0.005\ \text{m})^4}{96(0.020\ \text{m})^2}\left\{\left[16\left(\frac{0.020\ \text{m}}{0.005\ \text{m}}\right)^2+1\right]^{3/2}-1\right\}$$
$$= 2.106\times10^{-4}\ \text{m}^2$$

$$\eta_{\text{aleta}} = \frac{3}{2mL}\frac{I_1(4mL/3)}{I_0(4mL/3)} = \frac{3}{2(0.2582)}\frac{I_1[4(0.2582)/3]}{I_0[4(0.2582)/3]} = 5.8095\,\frac{I_1[0.3443]}{I_0[0.3443]}$$

Los valores de las funciones de Bessel correspondientes a x = 0.3443 se determinan de la tabla 3-4 como I_0 = 1.0350 e I_1 = 0.1716. Sustituyendo estos valores, la eficiencia de la aleta es:

$$\eta_{\text{aleta}} = 5.8095\frac{0.1716}{1.0350} = \mathbf{0.9632}$$

La tasa de transferencia de calor para una sola aleta es:

$$\dot{Q}_{\text{aleta}} = \eta_{\text{aleta}} h A_{\text{aleta}}(T_b - T_\infty)$$
$$= (0.9632)(50\ \text{W/m}^2\cdot\text{K})(2.106\times10^{-4}\,\text{m}^2)(200-25)\ ^\circ\text{C} = \mathbf{1.77\ W}$$

La efectividad de la aleta es:

$$\varepsilon_{\text{aleta}} = \frac{\dot{Q}_{\text{aleta}}}{hA_b(T_b - T_\infty)} = \frac{\dot{Q}_{\text{aleta}}}{h(\pi D^2/4)(T_b - T_\infty)}$$
$$= \frac{1.77\ \text{W}}{(50\ \text{W/m}^2\cdot\text{K})\,[\pi(0.005\ \text{m})^2/4](200-25)\ ^\circ\text{C}}$$
$$= \mathbf{10.3}$$

Es decir, se logra un aumento por un factor mayor de 10 en la transferencia de calor mediante el uso de una aleta de pasador en este caso.

Discusión La eficiencia de la aleta se puede determinar con mayor precisión evitando el error de interpolación mediante un solucionador de ecuaciones con funciones matemáticas integradas como EES. Copie la línea:

```
eta_fin = 3/(2*0.2582)*Bessel_|1(4*0.2582/3)/Bessel_|0(4*0.2582/3)
```

en una pantalla EES en blanco y al presionar el botón "resolver" se obtiene que la eficiencia de la aleta es η_{aleta} = 0.9855, aproximadamente 2% mayor que el resultado obtenido usando las tablas.

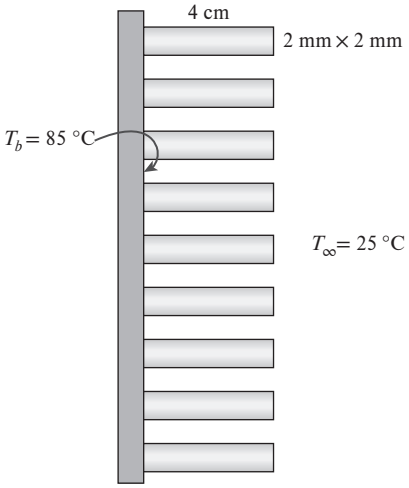


FIGURA 3-50
Esquema del ejemplo 3-13.

PtD ***EJEMPLO 3-13*** **Prevención de sobrecalentamiento de la superficie de la placa de un circuito**

Una placa de circuito integrado de 15 cm × 20 cm se debe enfriar uniendo aletas de aluminio de 4 cm de largo (k = 237 W/m·K) en un lado de esta (figura 3-50). Cada aleta tiene una sección transversal cuadrada de 2 mm × 2 mm. La temperatura ambiente circundante es de 25 °C y el coeficiente de transferencia de calor por convección en cada superficie de aleta es de 20 W/m^2·K. Para evitar que la placa de circuito se sobrecaliente, la superficie superior de la placa de circuito debe estar máximo a 85 °C. Diseñe una superficie con aletas que tenga el número apropiado de aletas, con una efectividad general de 3 que pueda evitar que la superficie de la placa de circuito se sobrecaliente.

SOLUCIÓN En este ejemplo, los conceptos de prevención mediante el diseño (PtD) se aplican junto con el análisis de aletas. Se debe enfriar una placa de circuito integrado uniendo aletas de aluminio de sección transversal cuadrada en uno de sus lados. Se debe determinar el número de aletas necesarias para mantener la superficie de la placa de circuito más fría que 85 °C, manteniendo una efectividad general de 3.

Suposiciones **1** Existen condiciones de funcionamiento estables. **2** La conducción de calor es unidimensional. **3** La transferencia de calor desde las puntas de las aletas es insignificante. **4** Las aletas son muy largas. **5** El coeficiente de transferencia de calor es constante y uniforme en toda la superficie de la aleta. **6** Las propiedades térmicas de las aletas son constantes.

Propiedades La conductividad térmica de las aletas de aluminio se conoce: k = 237 W/m·K.

Análisis Tomando en cuenta que las áreas de sección transversal de las aletas son constantes, se puede determinar la eficiencia de las aletas de sección transversal cuadrada, las cuales se supone que son muy largas con puntas adiabáticas, así que:

$$m = \sqrt{\frac{hp}{kA_c}} = \sqrt{\frac{4ha}{ka^2}} = \sqrt{\frac{4(20\ \text{W/m}^2\cdot\text{K})(0.02\ \text{m})}{(237\ \text{W/m}\cdot\text{K})(0.02\ \text{m})^2}} = 12.99\ \text{m}^{-1}$$

donde a es la longitud de cada lado de la aleta cuadrada.

$$\eta_{\text{aleta}} = \frac{\tanh mL}{mL} = \frac{\tanh(12.99\ \text{m}^{-1} \times 0.04\ \text{m})}{12.99\ \text{m}^{-1} \times 0.04\ \text{m}} = 0.919$$

Las áreas de las superficies con aletas y sin aletas, y las tasas de transferencia de calor desde estas áreas son:

$$A_{\text{aleta}} = n_{\text{aleta}} \times 4 \times (0.002\ \text{m})(0.04\ \text{m}) = 0.00032 n_{\text{aleta}}\ \text{m}^2$$

$$A_{\substack{\text{libre}\\ \text{de aleta}}} = (0.15\ \text{m})(0.20\ \text{m}) - n_{\text{aleta}}(0.002\ \text{m})(0.002\ \text{m}) = 0.03 - 0.000004 n_{\text{aleta}}\ \text{m}^2$$

$$\dot{Q}_{\text{aletas}} = \eta_{\text{aleta}} \dot{Q}_{\text{aleta máx}} = \eta_{\text{aleta}} hA_{\text{aleta}}(T_b - T_\infty) = 0.919(20\ \text{W/m}^2\cdot\text{K})(0.00032 n_{\text{aleta}}\ \text{m}^2)(85 - 25)\ ^\circ\text{C} = 0.3529 n_{\text{aleta}}\ \text{W}$$

$$\dot{Q}_{\substack{\text{libre}\\ \text{de aleta}}} = hA_{\text{libre de aleta}}(T_b - T_\infty) = (20\ \text{W/m}^2\cdot\text{K})(0.03 - 0.000004 n_{\text{aleta}}\ \text{m}^2)(85 - 25)\ ^\circ\text{C} = 36 - 0.0048 n_{\text{aleta}}\ \text{W}$$

Así que, la transferencia de calor total desde la superficie con aletas (la placa de circuito) queda:

$$\dot{Q}_{\text{total, aleta}} = \dot{Q}_{\text{aletas}} + \dot{Q}_{\text{libre de aleta}} = 0.3529\, n_{\text{aleta}} + 36 - 0.0048\, n_{\text{aleta}}\ \text{W}$$

La tasa de transferencia de calor si no hubiera aletas unidas a la placa sería:

$$A_{\text{sin aleta}} = (0.15\ \text{m})(0.20\ \text{m}) = 0.03\ \text{m}^2$$
$$\dot{Q}_{\text{sin aleta}} = hA_{\text{sin aleta}}(T_b - T_\infty) = (20\ \text{W/m}^2\cdot\text{K})(0.03\ \text{m}^2)(85 - 25)\ ^\circ\text{C} = 36\ \text{W}$$

El número de aletas se puede determinar a partir de la ecuación general de efectividad de las aletas:

$$\varepsilon_{\text{aleta}} = \frac{\dot{Q}_{\text{aleta}}}{\dot{Q}_{\text{sin aleta}}}$$
$$3 = \frac{0.3529\, n_{\text{aleta}} + 36 - 0.0048\, n_{\text{aleta}}}{36}$$
$$n_{\text{aleta}} = \mathbf{207}$$

Discusión Para evitar que la superficie de la placa de circuito se caliente por encima de 85 °C, la superficie con aletas, que tiene una efectividad general de 3, necesita tener al menos 207 aletas. El número de aletas en la placa de circuito puede reducirse utilizando diferentes materiales y geometría de aletas.

3-7 ▪ ECUACIÓN DE TRANSFERENCIA DE BIOCALOR

El estudio de la transferencia de calor en sistemas biológicos se denomina *transferencia de biocalor*. Es el estudio de la transferencia de calor dentro del cuerpo humano o externo al cuerpo. La transferencia de biocalor puede considerarse un subcampo de la ingeniería biomédica teniendo como base la ingeniería de transferencia de calor. La transferencia de calor dentro del cuerpo humano, en particular en entornos adversos, es un área activa de investigación para el desarrollo de nuevos tratamientos o dispositivos médicos para minimizar los efectos de las condiciones adversas.

El transporte de energía térmica en los tejidos vivos es un proceso muy complejo. Involucra múltiples mecanismos como conducción, convección, radiación, evaporación, cambio de fase, generación de calor metabólico (calor generado por el cuerpo por medio de la digestión de alimentos, trabajo mecánico y ejercicio) y perfusión (intercambio de energía térmica entre la sangre que fluye y el tejido alrededor). La adición de las distintas tasas de generación de calor metabólico variables en todo el cuerpo es lo que generalmente complica el estudio de la transferencia de biocalor. El cuerpo humano es un aislante notablemente bueno (véase el Tema de interés especial: "Comodidad térmica") y las propiedades de transferencia de calor pueden modificarse en función de la ropa usada o las condiciones del entorno (por ejemplo, la velocidad del viento, humedad, etc.) Además, algunas de las consideraciones basadas en la perfusión sanguínea se analizarán en el tema de interés especial: "El sistema cardiovascular humano como un intercambiador de calor a contracorriente" (capítulo 11).

Harry Pennes propuso en 1948 una ecuación o modelo de transferencia de biocalor simple pero bastante precisa, y se publicó en el Volumen 1 del *Journal of Applied Physiology.* Para el desarrollo de su modelo, Pennes midió las distribuciones de temperatura en función de la posición radial en los antebrazos de nueve sujetos humanos; sus datos mostraron un diferencial de temperatura de 3 a 4 °C entre la piel y el interior del brazo. Pennes atribuyó esta diferencia de temperatura a los efectos de la generación de calor metabólico y la perfusión en el brazo. Basado en

sus resultados experimentales, Pennes propuso un modelo, ahora conocido como la ecuación de transferencia de biocalor de Pennes, para describir los efectos del metabolismo y perfusión sanguínea en el balance energético dentro del tejido vivo. El modelo de Pennes se consideró un esfuerzo introductorio importante para cuantificar la contribución de la transferencia de calor de la perfusión en el tejido. Su modelo es una versión modificada de la ecuación de conducción de calor introducida en el capítulo 2, que explica los efectos de la generación de calor metabólico y la perfusión.

Durante la última década, el modelo de transferencia de biocalor de Pennes ha sido usado ampliamente, aunque también ha sido criticado por varias razones. Para obtener una mejor comprensión de uno de los artículos más influyentes jamás publicados en el *Journal of Applied Physiology*, el artículo de Pennes de 1948 se volvió a publicar para el 50 aniversario de la revista y fue revisado en profundidad por Wissler, quien reevaluó el trabajo de Pennes revisando sus datos y análisis experimentales originales. Wissler afirma en sus observaciones finales que "gran parte de las críticas dirigidas al modelo de Pennes no están justificadas, y quienes basan sus cálculos de modelo teórico en el modelo de Pennes pueden estar más seguros de que sus ecuaciones iniciales son válidas".

En esta sección se presenta una versión simplificada de la ecuación de transferencia de biocalor para el caso de propiedades constantes en estado estacionario y transferencia de calor unidimensional en coordenadas rectangulares. Siguiendo el modelo de Pennes, y modificando la ecuación 2-15 para tomar en cuenta los efectos de la generación de calor metabólico y las fuentes de calor de perfusión se tiene:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\dot{e}_m + \dot{e}_p}{k} = 0 \qquad \textbf{(3-85)}$$

donde $\dot{e}_m$ y $\dot{e}_p$ son los términos de las fuentes de calor *metabólico* y de *perfusión* (W/m^3).

Pennes propuso una expresión simple para el término de perfusión, sugirió que la tasa de transferencia de calor de la sangre al tejido por unidad de volumen de tejido ($\dot{e}_p$) es proporcional a la tasa de perfusión $\dot{p}$ (tasa de flujo volumétrico sanguíneo por unidad de volumen de tejido o 1/s) y la diferencia entre la temperatura de la sangre que ingresa a pequeños capilares (del orden de 8 μm de diámetro) a una temperatura de entrada arterial T_a y una perfusión de sangre (que consta principalmente de agua e iones) que sale a través de la pared capilar a la temperatura local del tejido T. A Pennes le resultó difícil medir la temperatura de la perfusión sanguínea que salía del capilar, y supuso que la temperatura T sería la misma que la temperatura de la sangre que salía del capilar y entraba en la circulación venosa. Es importante considerar que, en condiciones fisiológicas normales, la sangre solo puede salir del capilar a través del extremo venoso, pero parte de la perfusión de la sangre sale a través de la pared. La perfusión que sale del capilar es para ayudar a proporcionar nutrientes al tejido circundante. La expresión propuesta por Pennes para el intercambio de energía térmica entre la sangre que fluye y el tejido circundante (perfusión) es:

$$\dot{e}_p = \dot{p}\,\rho_b\, c_b (T_a - T) \qquad (W/m^3) \qquad \textbf{(3-86)}$$

donde ρ_b (kg/m^3) es la densidad de la sangre y c_b ($J/kg \cdot K$) es su calor específico.

Sustituyendo la expresión del término fuente de calor de perfusión de Pennes, ecuación 3-86, en la ecuación 3-85 resulta:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\dot{e}_m + \dot{p}\,\rho_b\, c_b (T_a - T)}{k} = 0 \qquad \textbf{(3-87)}$$

Siguiendo el procedimiento que condujo a la ecuación 3-56 para superficies extendidas y suponiendo que $\dot{e}_m, \dot{p}, \rho_b, c_b$ y T_a son constantes, la ecuación diferencial 3-87 se reduce a:

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - B^2\theta = 0 \qquad \textbf{(3-88)}$$

donde $B^2 = \dot{p}\,\rho_b c_b/k$ tiene unidades de (1/m) y $\theta = T - T_a - \dot{e}_m/\dot{p}\,\rho_b c_b$ es el *exceso de temperatura*. La ecuación 3-88 tiene una forma idéntica a la ecuación 3-56, y podrían usarse las soluciones presentadas en el texto para las diferentes condiciones de frontera. Cabe señalar que la densidad de la sangre, el calor específico de la sangre y la temperatura arterial son razonablemente constantes respecto al tiempo y al espacio. Sin embargo, el término para la fuente metabólica de calor rara vez es constante y la tasa de perfusión tendrá una pequeña variación temporal en los capilares. Si el tiempo de duración de su problema es pequeño, la variación en estos términos será insignificante.

Una de las aplicaciones de la ecuación 3-88 se da en un proceso llamado *termorregulación*, que es la capacidad de un organismo para regular su temperatura corporal dentro de ciertos límites, incluso cuando la temperatura de los alrededores es muy diferente a la corporal. Recuerde que cuando se habla de comodidad térmica, se menciona que la mayoría de las personas viven en áreas donde hay una temperatura promedio menor que la corporal central y que la temperatura que un humano promedio encuentra cómoda. La termorregulación en el cuerpo humano se logra manteniendo un estrecho equilibrio entre la ganancia y la pérdida de calor. El sistema de regulación de la temperatura de los humanos es similar al funcionamiento de un horno doméstico. El cuerpo humano regula la generación y preservación del calor para mantener la temperatura interna del cuerpo o temperatura central. La temperatura central normal en reposo varía entre 36.5 y 37.5 °C. Sin embargo, la temperatura en las extremidades no está regulada tan estrictamente como la temperatura central, y puede variar significativamente respecto de la temperatura central (imagine tener una pelea de bolas de nieve sin usar guantes); de modo que a temperaturas de operación externas normales está en el rango de 33-34 °C. También es importante tener en cuenta que la temperatura de las extremidades puede fluctuar bastante rápido dependiendo del nivel de actividad y del entorno externo.

Un enfoque más realista para el estudio de la transferencia de calor dentro del cuerpo humano se obtiene al resolver la ecuación de transferencia de biocalor en coordenadas cilíndricas, como se muestra en las siguientes ecuaciones. La ecuación diferencial unidimensional de transferencia de biocalor en estado estacionario en coordenadas cilíndricas con propiedades constantes es:

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) + \frac{\dot{e}_m + \dot{e}_p}{k} = 0 \qquad \textbf{(3-89)}$$

Siguiendo el mismo procedimiento que condujo al desarrollo de la ecuación 3-88, la ecuación de transferencia de biocalor en coordenadas cilíndricas en términos de exceso de temperatura θ es:

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{d\theta}{dr}\right) - B^2\theta = 0 \qquad \textbf{(3-90)}$$

La ecuación 3-90 es una *ecuación de Bessel modificada* de orden cero y su solución general es la forma:

$$\theta(r) = C_1 I_0(Br) + C_2 K_0(Br) \qquad \textbf{(3-91)}$$

donde I_0 y K_0 son las funciones de Bessel modificadas de orden cero del primer y segundo tipos, respectivamente. Los valores de I_0 y K_0 se dan en la tabla 3-4.

Una de las aplicaciones de la ecuación 3-90 se da, por ejemplo, en el análisis de la transferencia de calor en estado estacionario desde un antebrazo humano sometido a ciertas condiciones ambientales. Uno de los problemas al final del capítulo será sobre este tema. El siguiente ejemplo demuestra el uso de la ecuación 3-88 en el cálculo de la transferencia de calor entre el cuerpo humano y sus alrededores.

EJEMPLO 3-14 Aplicación de la ecuación de transferencia de biocalor

Estamos interesados en el análisis de la transferencia de calor de un cuerpo humano sujeto a ciertas condiciones ambientales. Con este fin, considere una región del músculo con una capa de piel/grasa sobre ella en condiciones estacionarias, como se muestra en la figura 3-51; a fin de simplificar, aproximamos esta región como una pared plana unidimensional con área superficial A. El espesor muscular es L_m y está cubierto por una capa de piel/grasa con un espesor L_{sf}. La tasa de generación de calor metabólico, $\dot{e}_m$, y la tasa de perfusión, $\dot{p}$, son constantes en todo el músculo. La densidad sanguínea y el calor específico son ρ_b y c_b, respectivamente. Suponemos que la temperatura corporal central (T_c) y la temperatura de la sangre arterial (T_a) son las mismas y son constantes. Las conductividades térmicas del músculo y de la capa de piel/grasa son k_m y k_{sf}, respectivamente. La piel tiene una emisividad de ε y el cuerpo está sujeto a un ambiente de aire con temperatura de T_∞, un coeficiente de transferencia de calor por convección h_{conv}, y un coeficiente de transferencia de calor por radiación h_{rad}. Suponiendo que las propiedades sanguíneas y las conductividades térmicas son todas constantes, a) desarrolle una expresión para la temperatura de interfase (T_i) entre el músculo y la capa externa de piel/grasa, y *b*) determine la temperatura T_i y la tasa de pérdida de calor del cuerpo ($\dot{Q}_b$) y la temperatura de la piel (T_s) para las siguientes condiciones:

$A = 1.8\ \text{m}^2$, $L_m = 0.03\ \text{m}$, $L_{sf} = 0.003\ \text{m}$, $\dot{e}_m = 700\ \text{W/m}^3$, $\dot{p} = 0.0005\ \text{1/s}$,
$T_c = T_a = 37\ ^\circ\text{C}$, $T_\infty = T_{\text{alred}} = 24\ ^\circ\text{C}$, $\varepsilon = 0.95$, $\rho_b = 1\,000\ \text{kg/m}^3$, $c_b = 3\,600\ \text{J/kg}\cdot\text{K}$,
$k_m = 0.5\ \text{W/m}\cdot\text{K}$, $k_{sf} = 0.3\ \text{W/m}\cdot\text{K}$, $h_{\text{conv}} = 2\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}$, $h_{\text{rad}} = 5.9\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}$

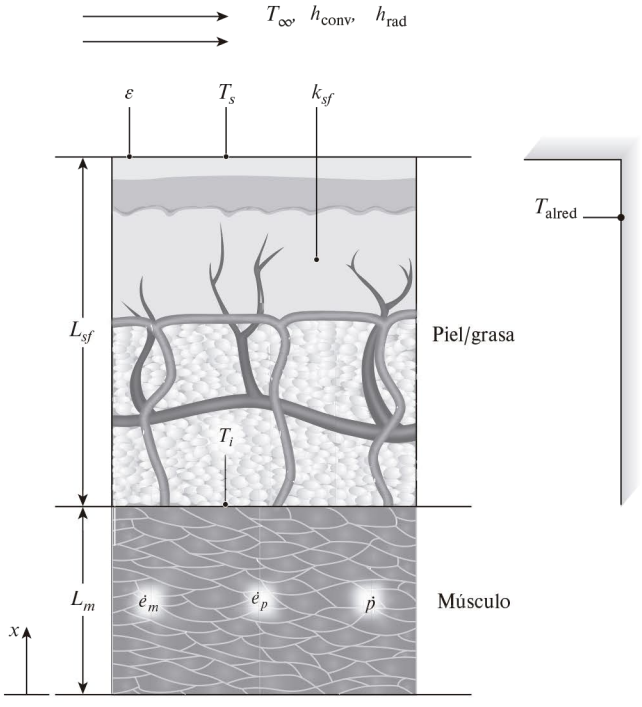


FIGURA 3-51
Esquema del ejemplo 3-14.

SOLUCIÓN Una región del músculo de un cuerpo humano con una capa de piel/grasa se somete a ciertas condiciones ambientales. Es preciso determinar una expresión para la temperatura de la interfase, el valor de la temperatura de la interfase, la tasa de pérdida de calor del cuerpo y la temperatura de la piel para un conjunto de condiciones.

Suposiciones **1** Se considera el músculo y la capa de piel/grasa como una pared simple en una dimensión. **2** Existen condiciones de estado estacionario. **3** Las propiedades de la sangre, las conductividades térmicas, la temperatura arterial, la temperatura corporal central, la tasa de generación de calor metabólico y la tasa de perfusión son constantes. **4** El intercambio de radiación entre la superficie de la piel y los alrededores se da entre una superficie pequeña y un recinto grande a la temperatura del aire. **5** La radiación solar es insignificante.

Propiedades La conductividad térmica muscular es $k_m = 0.5$ W/m·K, la conductividad térmica de la capa de piel/grasa es $k_{sf} = 0.3$ W/m·K, la densidad sanguínea es $\rho_b = 1\,000$ kg/m^3 y el calor específico de la sangre es $c_b = 3\,600$ J/kg·K.

Análisis *a*) Resuelva la ecuación diferencial de transferencia de biocalor, ecuación 3-88, junto con las condiciones de frontera apropiadas para desarrollar una expresión para la temperatura de la interfase (T_i) entre el músculo y la capa externa de piel/grasa. La ecuación diferencial de biocalor es:

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - B^2\theta = 0$$

donde $B^2 = \dot{p}\,\rho_b\,c_b/k$ tiene unidades de (1/m) y $\theta = T - T_a - \dot{e}_m/\dot{p}\rho_b\,c_b$. Las condiciones de frontera para este problema en términos de exceso de temperatura θ son:

$$\theta(0) = T_c - T_a - \dot{e}_m/\dot{p}\,\rho_b c_b = \theta_c \quad \text{y} \quad \theta(L_m) = T_i - T_a - \dot{e}_m/\dot{p}\,\rho_b c_b = \theta_i$$

La solución a la ecuación 3-88 con las dos condiciones de frontera para las temperaturas especificadas θ_c y θ_i, viene dada por la ecuación 3-67 desarrollada para aletas (caso 3 – temperatura especificada). En nuestro caso, la ecuación 3-67 se convierte en:

$$\frac{\theta}{\theta_c} = \frac{(\theta_i/\theta_c)\,\text{senh}\,Bx + \text{senh}\,B(L_m - x)}{\text{senh}\,B\,L_m} \qquad \textbf{(3-92)}$$

Tenga en cuenta que no se conoce la T_i que aparece en θ_i en la ecuación 3-92. Para encontrarla se usa la ecuación 3-92 para calcular la tasa a la que el calor abandona el músculo y entra en la capa de piel/grasa en $x = L_m$ e igualándola con la tasa a la que se transfiere el calor a través de la capa de piel/grasa y al medio ambiente.

Usando la ley de conducción de calor de Fourier, la tasa de transferencia de calor que deja el músculo en $x = L_m$ y entra en la capa de piel/grasa es:

$$\dot{Q}_{\text{temperatura especificada}} = -k_m A \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=L_m} = -k_m A \left.\frac{d\theta}{dx}\right|_{x=L_m} = -k_m A B \theta_c \frac{(\theta_i/\theta_c)\cosh BL_m - 1}{\text{senh}\,BL_m}$$

La tasa a la que se transfiere el calor a través de la capa de piel/grasa y al medio ambiente se obtiene utilizando el concepto de red de resistencia térmica (véase la sección 3-1). En este caso, la resistencia térmica es un arreglo combinado en serie y paralelo. El calor se transfiere a través de la capa de piel/grasa por conducción en serie y está en paralelo con la transferencia de calor por convección y radiación. La tasa total de transferencia de calor a través de la capa de piel/grasa y hacia el medio ambiente (la tasa de pérdida de calor del cuerpo) es:

$$\dot{Q}_b = \frac{T_i - T_\infty}{R_{\text{total}}}$$

donde la resistencia total es:

$$R_{\text{total}} = R_{sf} + R_{\text{conv - rad}} = R_{sf} + \frac{R_{\text{conv}} R_{\text{rad}}}{R_{\text{conv}} + R_{\text{rad}}}$$

y las resistencias individuales son:

$$R_{sf} = \frac{\mathrm{L}_{sf}}{k_{sf} A}, R_{\text{conv}} = \frac{1}{h_{\text{conv}} A} \text{ y } R_{\text{rad}} = \frac{1}{h_{\text{rad}} A}$$

Al igualar la tasa de transferencia de calor que deja el músculo en $x = L_m$ y entra en la capa de piel/grasa con la tasa a la que el calor se transfiere a través de la capa de piel/grasa y al medio ambiente, se obtiene:

$$-k_m A B \theta_c \frac{(\theta_i/\theta_c)\cosh BL_m - 1}{\operatorname{senh} BL_m} = \frac{T_i - T_\infty}{R_{\text{total}}}$$

Se puede resolver la ecuación anterior para T_i; la expresión que resulta es:

$$T_i = \frac{T_\infty \operatorname{senh} BL_m + k_m A B R_{\text{total}} \left[\theta_c + \left(T_a + \dfrac{\dot{e}_m}{\dot{p}\rho_b c_b}\right)\cosh BL_m\right]}{\operatorname{senh} BL_m + k_m A B R_{\text{total}} \cosh BL_m}$$

b) Utilizando los datos proporcionados en el enunciado del problema y la expresión para la temperatura de interfase (T_i) entre el músculo y la capa externa de piel/grasa, se obtiene la temperatura de interfase entre el músculo y la capa externa de piel/grasa:

$$T_i = \mathbf{34.8\ °C}$$

Usando el valor calculado de T_i y la ecuación para la tasa total de transferencia de calor a través de la capa de piel/grasa y hacia el medio ambiente, la pérdida de calor del cuerpo es:

$$\dot{Q}_b = \mathbf{142\ W}$$

La temperatura de la piel (T_s) se puede calcular aplicando la ley de conducción de calor de Fourier a la capa de piel/grasa:

$$\dot{Q}_b = k_{sf} A \frac{T_i - T_s}{L_{sf}}$$

Resolviendo la ecuación anterior para T_s, se obtiene:

$$T_s = T_i - \frac{\dot{Q}_b L_{sf}}{k_{sf} A} \approx \mathbf{34\ °C}$$

Discusión La temperatura de la piel de 34 °C es confortable; sin embargo, si las condiciones ambientales cambian, nuestros cuerpos se adaptarán. Por ejemplo, si las temperaturas del aire y los alrededores se redujeran considerablemente, temblaríamos. El temblor puede aumentar la razón de generación de calor metabólico hasta seis veces comparada con la tasa metabólica en reposo. Si las temperaturas del aire y de los alrededores aumentaran considerablemente, sudaríamos. La sudoración aumentará la tasa de perfusión cerca de la superficie de la piel, lo que provocará un aumento en la pérdida de calor a los alrededores por medio de la evaporación.

3-8 ▪ TRANSFERENCIA DE CALOR EN CONFIGURACIONES COMUNES

Hasta ahora se ha considerado la transferencia de calor en geometrías *simples* como paredes planas grandes, cilindros largos y esferas. Esto se debe a que la transferencia de calor en tales geometrías se puede aproximar como una situación *unidimensional*, y obtener fácilmente soluciones analíticas simples; sin embargo, muchos problemas encontrados en la práctica son bidimensionales o tridimensionales, e involucran geometrías más complicadas, para las cuales no hay soluciones simples.

Una clase importante de problemas de transferencia de calor para los que se obtienen soluciones simples involucran dos superficies mantenidas a temperaturas *constantes* T_1 y T_2. La tasa estacionaria de transferencia de calor entre estas dos superficies puede expresarse como:

$$\dot{Q} = Sk(T_1 - T_2) \tag{3-93}$$

donde S es el **factor de forma de conducción**, cuya dimensión es de *longitud*, y k es la conductividad térmica del medio entre las superficies. El factor de forma de conducción depende únicamente de la *geometría* del sistema.

Los factores de forma de conducción se han determinado para varias configuraciones encontradas en la práctica y se presentan en la tabla 3-7 para algunos casos comunes. En la literatura hay tablas más completas. Una vez que se conoce el valor del factor de forma para una geometría específica, la tasa de transferencia de calor estable total se puede determinar a partir de la ecuación 3-93 utilizando las dos temperaturas constantes especificadas para las dos superficies, así como la conductividad térmica del medio entre ellas. Los factores de forma de conducción son aplicables solo cuando la transferencia de calor entre las dos superficies es por *conducción*; por tanto, no pueden usarse cuando el medio entre las superficies es un líquido o un gas, lo que implica corrientes de convección naturales o forzadas.

Una comparación de las ecuaciones 3-4 y 3-93 muestra que el factor de forma de conducción S está relacionado con la resistencia térmica R por medio de $R = 1/kS$ o $S = 1/kR$. Por tanto, estas dos cantidades son inversas entre sí cuando la conductividad térmica del medio es igual a uno. El uso de los factores de forma de conducción se ilustra con los ejemplos 3-15 y 3-16.

Es bien sabido que el aislamiento reduce la transferencia de calor y ahorra energía y dinero. Las decisiones sobre la cantidad correcta de aislamiento se basan en un análisis de la transferencia de calor, seguido de un análisis económico para determinar el "valor monetario" de la pérdida de energía; esto se ilustra con el ejemplo 3-17.

EJEMPLO 3-15 **Pérdida de calor de tuberías de vapor enterradas**

Una tubería de agua caliente de 30 m de largo y 10 cm de diámetro de un sistema de calefacción urbana está enterrada en el suelo a 50 cm por debajo de la superficie del suelo, como se muestra en la figura 3-52. La temperatura de la superficie exterior de la tubería es de 80 °C. Si la temperatura de la superficie de la tierra es de 10 °C y la conductividad térmica del suelo en esa ubicación es de 0.9 W/m · K, determine la tasa de pérdida de calor desde el tubo.

SOLUCIÓN La tubería de agua caliente de un sistema de calefacción urbana está enterrada en el suelo. Se determinará la tasa de pérdida de calor de la tubería.

(Continúa en la página... 202)

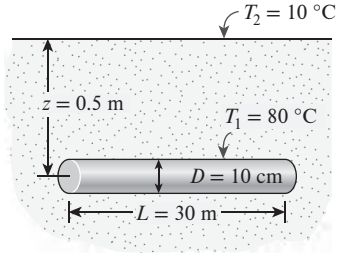


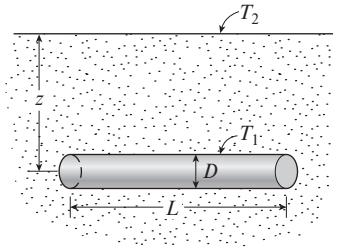
FIGURA 3-52
Esquema del ejemplo 3-15.

TABLA 3-7

Factores de forma de conducción S para varias configuraciones que se usan en la expresión $\dot{Q} = kS(T_1 - T_2)$ para determinar la tasa estacionaria de transferencia de calor a través de un medio con conductividad térmica k entre las superficies a temperaturas T_1 y T_2.

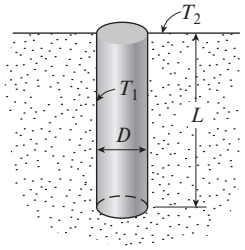
1) Cilindro isotérmico de longitud L enterrado en un medio semiinfinito ($L >> D$ y $z > 1.5D$)

$$S = \frac{2\pi L}{\ln(4z/D)}$$



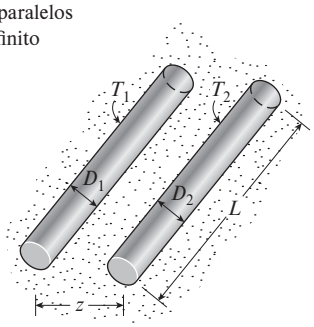
2) Cilindro isotérmico vertical de longitud L enterrado en un medio semiinfinito ($L >> D$)

$$S = \frac{2\pi L}{\ln(4L/D)}$$



3) Dos cilindros isotérmicos paralelos colocados en un medio infinito ($L >> D_1, D_2, z$)

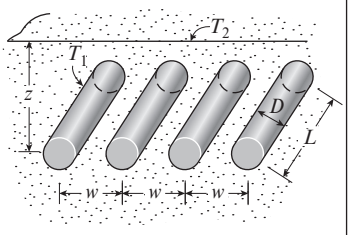
$$S = \frac{2\pi L}{\cosh^{-1}\left(\dfrac{4z^2 - D_1^2 - D_2^2}{2D_1D_2}\right)}$$



4) Una fila de cilindros isotérmicos paralelos igualmente espaciados enterrados en un medio semiinfinito ($L >> D, z,$ y $w > 1.5D$)

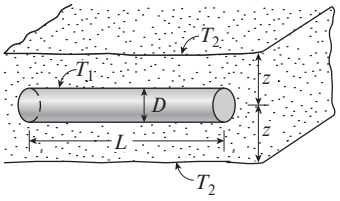
$$S = \frac{2\pi L}{\ln\left(\dfrac{2w}{\pi D}\ \text{senh}\ \dfrac{2\pi z}{w}\right)}$$

(por cilindro)



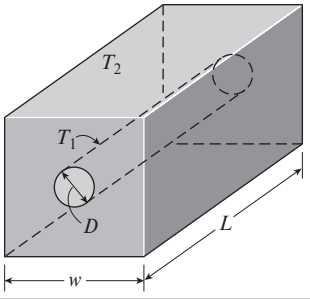
5) Cilindro isotérmico circular de longitud L en el plano medio de una pared infinita ($z >> 0.5D$)

$$S = \frac{2\pi L}{\ln(8z/\pi D)}$$



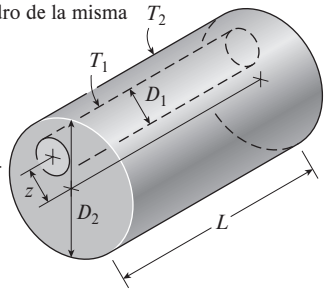
6) Cilindro isotérmico circular de longitud L en el centro de una barra sólida cuadrada de la misma longitud

$$S = \frac{2\pi L}{\ln(1.08w/D)}$$



7) Cilindro isotérmico circular excéntrico de longitud L en un cilindro de la misma longitud ($L > D_2$)

$$S = \frac{2\pi L}{\cosh^{-1}\left(\dfrac{D_1^2 + D_2^2 - 4z^2}{2D_1D_2}\right)}$$



8) Pared plana grande

$$S = \frac{A}{L}$$

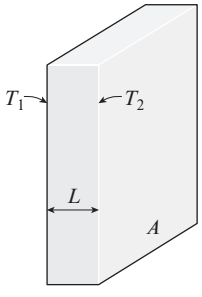
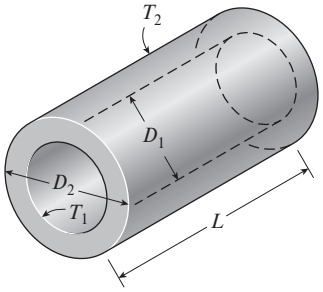


TABLA 3-7 (*CONTINUACIÓN*)

Factores de forma de conducción S para varias configuraciones que se usan en la expresión $\dot{Q} = kS(T_1 - T_2)$ para determinar la tasa estacionaria de transferencia de calor a través de un medio con conductividad térmica k entre las superficies a temperaturas T_1 y T_2.

9) Una capa cilíndrica larga

$$S = \frac{2\pi L}{\ln (D_2/D_1)}$$



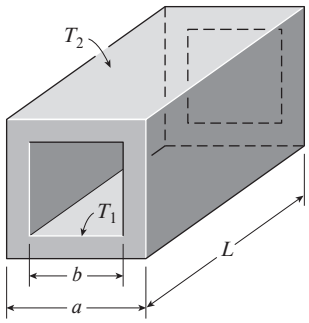
10) Un paso de flujo cuadrado

a) Para $a/b > 1.4$,

$$S = \frac{2\pi L}{0.93 \ln (0.948 a/b)}$$

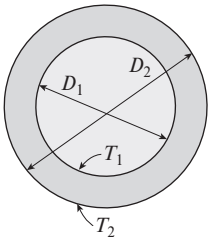
b) Para $a/b < 1.4$,

$$S = \frac{2\pi L}{0.785 \ln (a/b)}$$



11) Una capa esférica

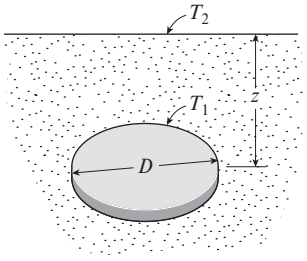
$$S = \frac{2\pi D_1 D_2}{D_2 - D_1}$$



12) Disco enterrado paralelo a la superficie en un medio semiinfinito ($z >> D$)

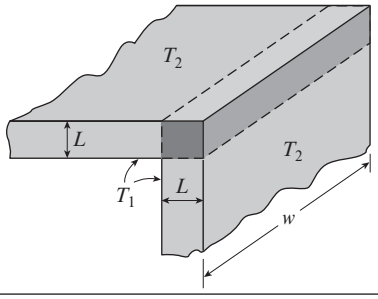
$$S = 4D$$

($S = 2D$ cuando $z = 0$)



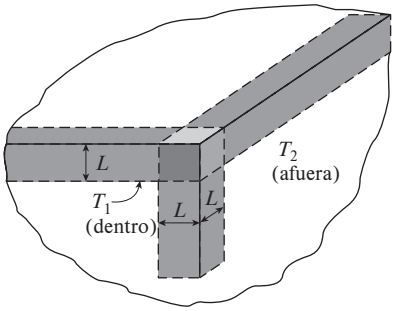
13) El borde de dos muros adyacentes de igual espesor

$$S = 0.54 w$$



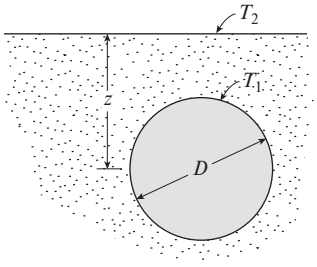
14) Esquina de tres paredes de igual espesor

$$S = 0.15 L$$



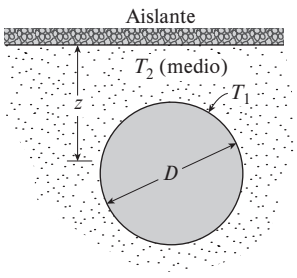
15) Esfera isotérmica enterrada en un medio semiinfinito

$$S = \frac{2\pi D}{1 - 0.25D/z}$$



16) Esfera isotérmica enterrada en un medio semiinfinito a temperatura T_2 cuya superficie está aislada

$$S = \frac{2\pi D}{1 + 0.25D/z}$$



Suposiciones **1** Existen condiciones de funcionamiento estacionarias. **2** La transferencia de calor es bidimensional (sin cambios en la dirección axial). **3** La conductividad térmica del suelo es constante.

Propiedades La conductividad térmica del suelo es $k = 0.9$ W/m · K.

Análisis El factor de forma para esta configuración se da en la tabla 3-7, es decir:

$$S = \frac{2\pi L}{\ln(4z/D)}$$

dado que $z > 1.5D$, donde z es la distancia a la tubería desde la superficie del suelo, y D es el diámetro de la tubería. Sustituyendo:

$$S = \frac{2\pi \times (30 \text{ m})}{\ln\,(4 \times 0.5/0.1)} = 62.9 \text{ m}$$

Entonces, la tasa estacionaria de transferencia de calor desde la tubería queda:

$$\dot{Q} = Sk(T_1 - T_2) = (62.9 \text{ m})(0.9 \text{ W/m} \cdot \text{K})(80 - 10)\ ^\circ\text{C} = \mathbf{3\,963\ W}$$

Discusión Considere que este calor se conduce desde la superficie de la tubería a la superficie de la tierra a través del suelo, y luego se transfiere a la atmósfera por convección y radiación.

EJEMPLO 3-16 **Transferencia de calor entre tuberías de agua caliente y fría**

Una sección de 5 m de largo de tuberías de agua fría y caliente corre paralela entre sí en una gruesa capa de concreto, como se muestra en la figura 3-53. Los diámetros de ambas tuberías son de 5 cm, y la distancia entre la línea central de las tuberías es de 30 cm. Las temperaturas superficiales de las tuberías calientes y frías son 70 y 15 °C, respectivamente. Tomando la conductividad térmica del concreto como $k = 0.75$ W/m · K, determine la tasa de transferencia de calor entre las tuberías.

SOLUCIÓN Las tuberías de agua fría y caliente corren paralelas entre sí en una gruesa capa de concreto. Se determinará la tasa de transferencia de calor entre las tuberías.

Suposiciones **1** Existen condiciones de funcionamiento estacionarias. **2** La transferencia de calor es bidimensional (sin cambios en la dirección axial). **3** La conductividad térmica del concreto es constante.

Propiedades La conductividad térmica del concreto es $k = 0.75$ W/m · K.

Análisis El factor de forma para esta configuración se da en la tabla 3-7, el cual es:

$$S = \frac{2\pi L}{\cosh^{-1}\left(\dfrac{4z^2 - D_1^2 - D_2^2}{2D_1D_2}\right)}$$

donde z es la distancia entre las líneas centrales de las tuberías y L es su longitud. Sustituyendo,

$$S = \frac{2\pi \times (5 \text{ m})}{\cosh^{-1}\left(\dfrac{4 \times 0.3^2 - 0.05^2 - 0.05^2}{2 \times 0.05 \times 0.05}\right)} = 6.34 \text{ m}$$

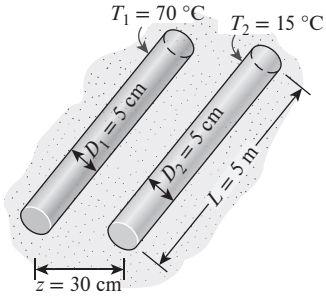


FIGURA 3-53
Esquema del ejemplo 3-16.

La tasa estacionaria de transferencia de calor entre las tuberías queda como:

$$\dot{Q} = Sk(T_1 - T_2) = (6.34\ \text{m})(0.75\ \text{W/m}\cdot\text{K})(70 - 15^\circ)\ \text{C} = \mathbf{262\ W}$$

Discusión Se puede reducir esta pérdida de calor colocando las tuberías de agua fría y caliente más lejos una de la otra.

EJEMPLO 3-17 **Costo de pérdida de calor a través de paredes en invierno**

Considere una casa con calefacción eléctrica cuyas paredes tienen 9 pies de altura y tienen un valor *R* de aislamiento de 13 (es decir, un cociente entre conductividad térmica y espesor de $L/k = 13\ \text{h}\cdot\text{pie}^2\cdot{}^\circ\text{F/Btu}$). Dos de las paredes de la casa tienen 40 pies de largo y las otras, 30 pies de largo. La casa se mantiene a 75 °F en todo momento, mientras que la temperatura del exterior varía. Determine la cantidad de calor perdido a través de las paredes de la casa en un día determinado durante el cual la temperatura promedio del exterior es de 45 °F. Además, determine el costo de esta pérdida de calor para el propietario de la casa si el costo unitario de la electricidad es $0.075/kWh. Para los coeficientes combinados de transferencia de calor por convección y radiación, use los valores recomendados por ASHRAE (American Society of Heating, Refrigeration, and Air Conditioning Engineers; Sociedad Estadounidense de Ingenieros de Calefacción, Refrigeración y Aire Acondicionado) de $h_i = 1.46\ \text{Btu/h}\cdot\text{pie}^2\cdot{}^\circ\text{F}$ para la superficie interna de las paredes y $h_o = 6.0\ \text{Btu/h}\cdot\text{pie}^2\cdot{}^\circ\text{F}$ para la superficie exterior de las paredes en condiciones de viento de 15 mph en invierno.

SOLUCIÓN Se considera una casa que se calienta eléctricamente con aislamiento *R*-13. Se determinará la cantidad de calor perdido a través de las paredes y su costo.

Suposiciones **1** Las temperaturas del aire interior y exterior se han mantenido en los valores indicados durante todo el día para que la transferencia de calor a través de las paredes sea estacionaria. **2** La transferencia de calor a través de las paredes es unidimensional, ya que cualquier gradiente de temperatura significativo en este caso existe solo en la dirección desde el interior hacia el exterior. **3** Los efectos de la radiación se tienen en cuenta en los coeficientes de transferencia de calor.

Análisis Este problema implica la conducción a través de la pared y la convección en sus superficies, y se puede manejar mejor usando el concepto de resistencia térmica y dibujando la red de resistencia térmica, como se muestra en la figura 3-54. El área de transferencia de calor de las paredes es:

$$A = \text{Perímetro} \times \text{altura} = (2 \times 30\ \text{pies} + 2 \times 40\ \text{pies})\ (9\ \text{pies}) = 1\ 260\ \text{pies}^2$$

Luego, las resistencias individuales se evalúan a partir de sus definiciones, es decir:

$$R_i = R_{\text{conv},\,i} = \frac{1}{h_i A} = \frac{1}{(1.46\ \text{Btu/h}\cdot\text{pie}^2\cdot{}^\circ\text{F})(1\ 260\ \text{pies}^2)} = 0.00054\ \text{h}\cdot{}^\circ\text{F/Btu}$$

$$R_{\text{pared}} = \frac{L}{kA} = \frac{\text{valor-}R}{A} = \frac{13\ \text{h}\cdot\text{pie}^2\cdot{}^\circ\text{F/Btu}}{1260\ \text{pies}^2} = 0.01032\ \text{h}\cdot{}^\circ\text{F/Btu}$$

$$R_o = R_{\text{conv},\,o} = \frac{1}{h_o A} = \frac{1}{(6.0\ \text{Btu/h}\cdot\text{pie}^2\cdot{}^\circ\text{F})(1\ 260\ \text{pies}^2)} = 0.00013\ \text{h}\cdot{}^\circ\text{F/Btu}$$

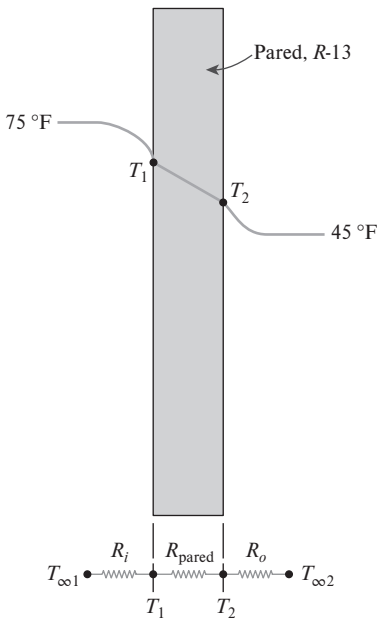


FIGURA 3-54
Esquema para el ejemplo 3-17.

Como las tres resistencias están en serie, la resistencia total es:

$$R_{\text{total}} = R_i + R_{\text{pared}} + R_o = 0.00054 + 0.01032 + 0.00013 = 0.01099 \text{ h} \cdot {}^\circ\text{F/Btu}$$

Así, la tasa estacionaria de transferencia de calor a través de las paredes de la casa queda como:

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{\text{total}}} = \frac{(75 - 45)\ {}^\circ\text{F}}{0.01099 \text{ h} \cdot {}^\circ\text{F/Btu}} = 2\,730 \text{ Btu/h}$$

Finalmente, la cantidad total de calor perdido a través de las paredes durante un periodo de 24 horas y su costo para el propietario son:

$$Q = \dot{Q}\,\Delta t = (2\,730 \text{ Btu/h})(24\text{-h/día}) = \mathbf{65\,514 \text{ Btu/día} = 19.2 \text{ kWh/día}}$$

dado que 1 kWh = 3 412 Btu y

Costo de calefacción = (energía perdida) (costo de energía)
= (19.2 kWh/día) ($0.075/kWh) = **$1.44/día**

Discusión Las pérdidas de calor a través de las paredes de la casa ese día le costaron al propietario $1.44 en electricidad. La mayor parte de esta pérdida se podría ahorrar mediante un aislamiento apropiado.

TEMA DE INTERÉS ESPECIAL*

Transferencia de calor a través de paredes y techos

En condiciones estables, la tasa de transferencia de calor a través de cualquier sección de una pared o techo de un edificio puede determinarse a partir de:

$$\dot{Q} = UA(T_i - T_o) = \frac{A(T_i - T_o)}{R} \qquad \textbf{(3-94)}$$

donde T_i y T_o son las temperaturas del aire interior y exterior, A es el área de transferencia de calor, U es el coeficiente global de transferencia de calor (el factor U) y $R = 1/U$ es la resistencia térmica unitaria general (el valor R). Las paredes y los techos de los edificios consisten en varias capas de materiales, y la estructura y las condiciones de operación de las paredes y los techos pueden diferir significativamente de un edificio a otro; por tanto, no es práctico enumerar los valores R (o factores U) de diferentes tipos de paredes o techos en condiciones diferentes. En cambio, el valor R general se determina a partir de las resistencias térmicas de los componentes individuales que utilizan la red de resistencia térmica. La resistencia térmica general de una estructura se puede determinar con mayor precisión en un laboratorio ensamblando realmente la unidad y probándola como un todo, pero este enfoque suele llevar mucho tiempo y es costoso. El enfoque analítico descrito aquí es rápido y directo, y los resultados suelen coincidir con los valores experimentales.

La resistencia térmica unitaria de una capa plana de espesor L y la conductividad térmica k pueden determinarse a partir de la expresión $R = L/k$. En el apéndice se dan la conductividad térmica y otras propiedades de algunos materiales comunes de construcción. La tabla 3-8 enlista las resistencias térmicas unitarias de varios componentes utilizados en estructuras de edificios.

* Esta sección se puede omitir sin pérdida de continuidad.

TABLA 3-8

Resistencia térmica unitaria (valor R) de componentes comunes utilizados en edificios

Componente	*Valor R* $m^2 \cdot °C/W$	*Valor R* $pie^2 \cdot h \cdot °F/Btu$
Superficie exterior (invierno)	0.030	0.17
Superficie exterior (verano)	0.044	0.25
Superficie interior, aire quieto	0.12	0.68
Espacio plano de aire, vertical, superficies ordinarias ($\varepsilon_{efe} = 0.82$):		
13 mm ($\frac{1}{2}$ pulg)	0.16	0.90
20 mm ($\frac{3}{4}$ pulg)	0.17	0.94
40 mm (1.5 pulg)	0.16	0.90
90 mm (3.5 pulg)	0.16	0.91
Aislante, 25 mm (1 pulg):		
Fibra de vidrio	0.70	4.00
Batería de fibra mineral	0.66	3.73
Espuma rígida de uretano	0.98	5.56
Estuco, 25 mm (1 pulg)	0.037	0.21
Ladrillo frontal, 100 mm (4 pulg)	0.075	0.43
Ladrillo común, 100 mm (4 pulg)	0.12	0.79
Revestimiento de acero	0.00	0.00
Escoria, 13 mm ($\frac{1}{2}$ pulg)	0.067	0.38
Madera, 25 mm (1 pulg)	0.22	1.25
Perno de madera, nominal 2 pulg × 4 pulg (3.5 pulg o 90 mm ancho)	0.63	3.58
Perno de madera, nominal 2 pulg × 6 pulg (5.5 pulg o 140 mm de ancho)	0.98	5.56
Baldosa de arcilla, 100 mm (4 pulg)	0.18	1.01
Azulejo acústico	0.32	1.79
Techos de tejas de asfalto	0.077	0.44
Papel de construcción	0.011	0.06
Bloque de concreto, 100 mm (4 pulg):		
Ligero	0.27	1.51
Pesado	0.13	0.71
Yeso o placa de yeso, 13 mm ($\frac{1}{2}$ pulg)	0.079	0.45
Tablero de fibra de madera, 13 mm ($\frac{1}{2}$ pulg)	0.23	1.31
Madera contrachapada, 13 mm ($\frac{1}{2}$ pulg)	0.11	0.62
Hormigón (concreto), 200 mm (8 pulg):		
Ligero	1.17	6.67
Pesado	0.12	0.67
Mortero de cemento, 13 mm ($\frac{1}{2}$ pulg)	0.018	0.10
Revestimiento biselado de madera, 13 mm × 200 mm ($\frac{1}{2}$ pulg × 8 pulg)	0.14	0.81

La transferencia de calor a través de una sección de pared o techo también se ve afectada por los coeficientes de transferencia de calor por convección y radiación en las superficies expuestas. Los efectos de la convección y la radiación en las superficies internas y externas de las paredes y los techos generalmente se combinan en los *coeficientes combinados de transferencia de calor por convección y radiación* (también llamados *conductancias de superficie*) h_i y h_o, respectivamente, cuyos valores se dan en la tabla 3-9 para superficies ordinarias ($\varepsilon = 0.9$) y para superficies reflectantes ($\varepsilon = 0.2$ o 0.05). Considere que las superficies que tienen una baja emisividad también tienen una baja conductancia superficial debido a la reducción en la transferencia de calor por radiación. Los valores de la tabla se basan en una temperatura de la superficie de 21 °C (72 °F) y una diferencia de temperatura entre la superficie y el aire de 5.5 °C (10 °F). Además, se supone que la temperatura superficial equivalente del medio ambiente es igual a la temperatura ambiente del aire. A pesar de la conveniencia que ofrece, esta suposición no es del todo precisa debido a la pérdida adicional de calor por radiación desde la superficie hasta el cielo despejado. El efecto de la radiación del cielo puede tomarse en cuenta aproximadamente tomando la temperatura exterior como el promedio de la temperatura del aire exterior y del cielo.

El coeficiente de transferencia de calor de la superficie interna h_i permanece constante durante todo el año, pero el valor de h_o varía considerablemente debido a su dependencia de la orientación y la velocidad del viento, que puede variar de menos de 1 km/h en clima tranquilo a más de 40 km/h durante tormentas. Los valores comúnmente utilizados de h_i y h_o para los cálculos de carga máxima son:

$$h_i = 8.29 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} = 1.46 \text{ Btu/h} \cdot \text{pie}^2 \cdot °\text{F} \quad \text{(invierno y verano)}$$

$$h_o = \begin{cases} 34.0 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} = 6.0 \text{ Btu/h} \cdot \text{pie}^2 \cdot °\text{F} & \text{(invierno)} \\ 22.7 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} = 4.0 \text{ Btu/h} \cdot \text{pie}^2 \cdot °\text{F} & \text{(verano)} \end{cases}$$

TABLA 3-9

Coeficientes combinados de transferencia de calor por convección y radiación en superficies de ventanas, paredes o techos (del ASHRAE *Handbook of Fundamentals*, cap. 22, tabla 1).

Posición	Dirección del flujo de calor	h, $W/m^2 \cdot K$* Emisividad de la superficie, ε 0.90	0.20	0.05
Aire quieto (tanto en interiores como en exteriores)				
Horiz.	Arriba ↑	9.26	5.17	4.32
Horiz.	Abajo ↓	6.13	2.10	1.25
Pendiente 45°	Arriba ↑	9.09	5.00	4.15
Pendiente 45°	Abajo ↓	7.50	3.41	2.56
Vertical	Horizontal →	8.29	4.20	3.35
Aire en movimiento (cualquier posición, cualquier dirección)				
Condición de invierno (vientos a 15 mph o 24 km/h)		34.0	–	–
Condición de verano (vientos a 7.5 mph o 12 km/h)		22.7	–	–

* Multiplique por 0.176 para convertir a Btu/h · $pie^2 \cdot °F$. La resistencia de superficie se puede obtener de $R = 1/h$.

TABLA 3-10

Emisividades ε de varias superficies y la emisividad efectiva de espacios de aire

Superficie	ε	Emisividad efectiva del espacio de aire $\varepsilon_1 = \varepsilon$ $\varepsilon_2 = 0.9$	Emisividad efectiva del espacio de aire $\varepsilon_1 = \varepsilon$ $\varepsilon_2 = \varepsilon$
Papel de aluminio, brillante	0.05*	0.05	0.03
Hoja de aluminio	0.12	0.12	0.06
Recubierto de aluminio papel, pulido	0.20	0.20	0.11
Acero galvanizado, brillante	0.25	0.24	0.15
Aluminio pintado	0.50	0.47	0.35
Materiales de construcción: Madera, papel, albañilería, pinturas no metálicas	0.90	0.82	0.82
Vidrio ordinario	0.84	0.77	0.72

Del *ASHRAE Manual of Fundamentals*, Cap. 22, tabla 3.
* La emisividad superficial del papel de aluminio aumenta a 0.30 con condensación apenas visible, y a 0.70 con condensación claramente visible.

que corresponden a condiciones de viento de diseño de 24 km/h (15 mph) para el invierno y de 12 km/h (7.5 mph) para el verano. Las resistencias térmicas de superficie correspondientes (es decir, los valores R) se determinan a partir de $R_i = 1/h_i$ y $R_o = 1/h_o$. En climas tranquilos, se pueden usar los valores de conductancia de la superficie en condiciones de aire quieto para superficies interiores y exteriores.

Los componentes de construcción a menudo involucran *espacios de aire atrapados* entre varias capas. Las resistencias térmicas de tales espacios de aire dependen del espesor de la capa, la diferencia de temperatura a través de la capa, la temperatura media del aire, la emisividad de cada superficie, la orientación de la capa de aire y la dirección de transferencia de calor. La tabla 3-10 enlista las emisividades de las superficies que se encuentran por lo general en edificios. La **emisividad efectiva** de un espacio plano-paralelo de aire está dada por:

$$\frac{1}{\varepsilon_{\text{efectiva}}} = \frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \qquad \textbf{(3-95)}$$

donde ε_1 y ε_2 son las emisividades de las superficies del espacio de aire. La tabla 3-10 también enumera las emisividades efectivas de los espacios de aire para los casos en que 1) la emisividad de una superficie del espacio de aire es ε mientras que la emisividad de la otra superficie es 0.9 (un material de construcción) y 2) la emisividad de ambas superficies es ε. Considere que la emisividad efectiva de un espacio de aire entre materiales de construcción es $0.82/0.03 = 27$ veces la de un espacio de aire entre superficies cubiertas con papel de aluminio. Para temperaturas de superficie especificadas, la transferencia de calor por radiación a través de un espacio de aire es proporcional a la emisividad efectiva y, por tanto, la tasa de transferencia de calor por radiación en el caso de una superficie ordinaria es 27 veces mayor que en el caso de una superficie reflectante.

La tabla 3-11 enumera las resistencias térmicas de espacios gruesos de aire de 20 mm, 40 mm y 90 mm (0.75 pulg, 1.5 pulg y 3.5 pulg) en diversas condiciones. Los valores de resistencia térmica en la tabla son aplicables a espacios de aire de espesor uniforme delimitados por superficies planas, lisas y paralelas sin fugas de aire. Se pueden obtener por interpolación y extrapolación moderada las resistencias térmicas para otras temperaturas, emisividades y espacios de aire. La presencia de una superficie de baja emisividad reduce la transferencia de calor por radiación a través de un espacio de aire y, por tanto, aumenta significativamente la resistencia térmica. Sin embargo, la efectividad térmica de una superficie de baja emisividad disminuirá si la condición de la superficie cambia como resultado de algunos efectos, como condensación, oxidación superficial y acumulación de polvo.

El valor R de una estructura de pared o techo que involucra capas de espesor uniforme puede determinarse fácilmente sumando las resistencias térmicas unitarias de las capas que están en serie. Pero cuando una estructura comprende componentes como pernos de madera y conectores metálicos, la red de resistencia térmica involucra conexiones paralelas y posibles efectos bidimensionales. El valor R general en este caso se puede determinar al suponer 1) rutas de flujo de calor paralelas a través de áreas de construcción diferente o 2) planos isotérmicos perpendiculares a la dirección de transferencia de calor. El primer enfoque generalmente sobreestima la resistencia térmica general, mientras que el segundo enfoque lo subestima. El enfoque de la ruta de flujo de calor paralelo es más adecuado para paredes y techos con estructura de madera, mientras que el enfoque de planos isotérmicos es más adecuado para paredes de mampostería o estructura metálica.

La resistencia al contacto térmico entre los diferentes componentes de estructuras de un edificio oscila entre 0.01 y 0.1 $\text{m}^2 \cdot {}^\circ\text{C/W}$, lo cual es insignificante en la mayoría de los casos. Sin embargo, puede ser significativo para los componentes de construcción de metal, como elementos de estructura de acero.

La construcción de techos planos con marco de madera generalmente implica viguetas de 2 pulg × 6 pulg en centros de 400 mm (16 pulg) o 600 mm (24 pulg).

TABLA 3-11

Resistencias térmicas unitarias (valores R) de espacios planos de aire bien sellados

a) Unidades SI (en $m^2 \cdot °C/W$)

Posición del espacio de aire	Dirección del flujo de calor	Temperatura media, °C	Diferencia de temp., °C	Espacio de aire de 20 mm				Espacio de aire de 40 mm				Espacio de aire de 90 mm			
				Emisividad efectiva, ε_{efe}				Emisividad efectiva, ε_{efe}				Emisividad efectiva, ε_{efe}			
				0.03	0.05	0.5	0.82	0.03	0.05	0.5	0.82	0.03	0.05	0.5	0.82
Horizontal	Arriba ↑	32.2	5.6	0.41	0.39	0.18	0.13	0.45	0.42	0.19	0.14	0.50	0.47	0.20	0.14
		10.0	16.7	0.30	0.29	0.17	0.14	0.33	0.32	0.18	0.14	0.27	0.35	0.19	0.15
		10.0	5.6	0.40	0.39	0.20	0.15	0.44	0.42	0.21	0.16	0.49	0.47	0.23	0.16
		−17.8	11.1	0.32	0.32	0.20	0.16	0.35	0.34	0.22	0.17	0.40	0.38	0.23	0.18
Pendiente 45°	Arriba ↑	32.2	5.6	0.52	0.49	0.20	0.14	0.51	0.48	0.20	0.14	0.56	0.52	0.21	0.14
		10.0	16.7	0.35	0.34	0.19	0.14	0.38	0.36	0.20	0.15	0.40	0.38	0.20	0.15
		10.0	5.6	0.51	0.48	0.23	0.17	0.51	0.48	0.23	0.17	0.55	0.52	0.24	0.17
		17.8	11.1	0.37	0.36	0.23	0.18	0.40	0.39	0.24	0.18	0.43	0.41	0.24	0.19
Vertical	Horizontal →	32.2	5.6	0.62	0.57	0.21	0.15	0.70	0.64	0.22	0.15	0.65	0.60	0.22	0.15
		10.0	16.7	0.51	0.49	0.23	0.17	0.45	0.43	0.22	0.16	0.47	0.45	0.22	0.16
		10.0	5.6	0.65	0.61	0.25	0.18	0.67	0.62	0.26	0.18	0.64	0.60	0.25	0.18
		−17.8	11.1	0.55	0.53	0.28	0.21	0.49	0.47	0.26	0.20	0.51	0.49	0.27	0.20
Pendiente 45°	Abajo ↓	32.2	5.6	0.62	0.58	0.21	0.15	0.89	0.80	0.24	0.16	0.85	0.76	0.24	0.16
		10.0	16.7	0.60	0.57	0.24	0.17	0.63	0.59	0.25	0.18	0.62	0.58	0.25	0.18
		10.0	5.6	0.67	0.63	0.26	0.18	0.90	0.82	0.28	0.19	0.83	0.77	0.28	0.19
		−17.8	11.1	0.66	0.63	0.30	0.22	0.68	0.64	0.31	0.22	0.67	0.64	0.31	0.22
Horizontal	Abajo ↓	32.2	5.6	0.62	0.58	0.21	0.15	1.07	0.94	0.25	0.17	1.77	1.44	0.28	0.18
		10.0	16.7	0.66	0.62	0.25	0.18	1.10	0.99	0.30	0.20	1.69	1.44	0.33	0.21
		10.0	5.6	0.68	0.63	0.26	0.18	1.16	1.04	0.30	0.20	1.96	1.63	0.34	0.22
		−17.8	11.1	0.74	0.70	0.32	0.23	1.24	1.13	0.39	0.26	1.92	1.68	0.43	0.29

b) Unidades inglesas (en $h \cdot pie^2 \cdot °/Btu$)

Posición del espacio de aire	Dirección del flujo de calor	Temperatura media, °F	Diferencia de temp., °F	Espacio de aire de 0.75 pulg				Espacio de aire de 1.5 pulg				Espacio de aire de 3.5 pulg			
				Emisividad efectiva, ε_{efe}				Emisividad efectiva, ε_{efe}				Emisividad efectiva, ε_{efe}			
				0.03	0.05	0.5	0.82	0.03	0.05	0.5	0.82	0.03	0.05	0.5	0.82
Horizontal	Arriba ↑	90	10	2.34	2.22	1.04	0.75	2.55	2.41	1.08	0.77	2.84	2.66	1.13	0.80
		50	30	1.71	1.66	0.99	0.77	1.87	1.81	1.04	0.80	2.09	2.01	1.10	0.84
		50	10	2.30	2.21	1.16	0.87	2.50	2.40	1.21	0.89	2.80	2.66	1.28	0.93
		0	20	1.83	1.79	1.16	0.93	2.01	1.95	1.23	0.97	2.25	2.18	1.32	1.03
Pendiente 45°	Arriba ↓	90	10	2.96	2.78	1.15	0.81	2.92	2.73	1.14	0.80	3.18	2.96	1.18	0.82
		50	30	1.99	1.92	1.08	0.82	2.14	2.06	1.12	0.84	2.26	2.17	1.15	0.86
		50	10	2.90	2.75	1.29	0.94	2.88	2.74	1.29	0.94	3.12	2.95	1.34	0.96
		0	20	2.13	2.07	1.28	1.00	2.30	2.23	1.34	1.04	2.42	2.35	1.38	1.06
Vertical	Horizontal →	90	10	3.50	3.24	1.22	0.84	3.99	3.66	1.27	0.87	3.69	3.40	1.24	0.85
		50	30	2.91	2.77	1.30	0.94	2.58	2.46	1.23	0.90	2.67	2.55	1.25	0.91
		50	10	3.70	3.46	1.43	1.01	3.79	3.55	1.45	1.02	3.63	3.40	1.42	1.01
		0	20	3.14	3.02	1.58	1.18	2.76	2.66	1.48	1.12	2.88	2.78	1.51	1.14
Pendiente 45°	Abajo ↓	90	10	3.53	3.27	1.22	0.84	5.07	4.55	1.36	0.91	4.81	4.33	1.34	0.90
		50	30	3.43	3.23	1.39	0.99	3.58	3.36	1.42	1.00	3.51	3.30	1.40	1.00
		50	10	3.81	3.57	1.45	1.02	5.10	4.66	1.60	1.09	4.74	4.36	1.57	1.08
		0	20	3.75	3.57	1.72	1.26	3.85	3.66	1.74	1.27	3.81	3.63	1.74	1.27
Horizontal	Abajo ↓	90	10	3.55	3.29	1.22	0.85	6.09	5.35	1.43	0.94	10.07	8.19	1.57	1.00
		50	30	3.77	3.52	1.44	1.02	6.27	5.63	1.70	1.14	9.60	8.17	1.88	1.22
		50	10	3.84	3.59	1.45	1.02	6.61	5.90	1.73	1.15	11.15	9.27	1.93	1.24
		0	20	4.18	3.96	1.81	1.30	7.03	6.43	2.19	1.49	10.90	9.52	2.47	1.62

Del Manual de *Fundamentos de ASHRAE, cap. 22, tabla 2.*

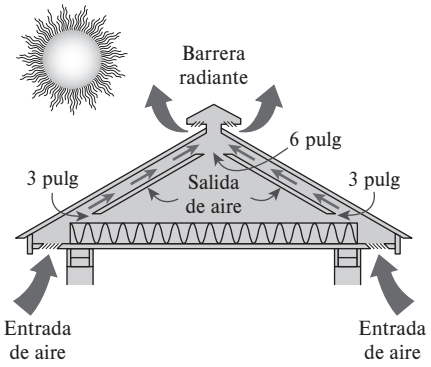


FIGURA 3-55

Rutas de ventilación para un ático con ventilación natural y el tamaño apropiado de las áreas de flujo alrededor de la barrera radiante para una circulación de aire adecuada.

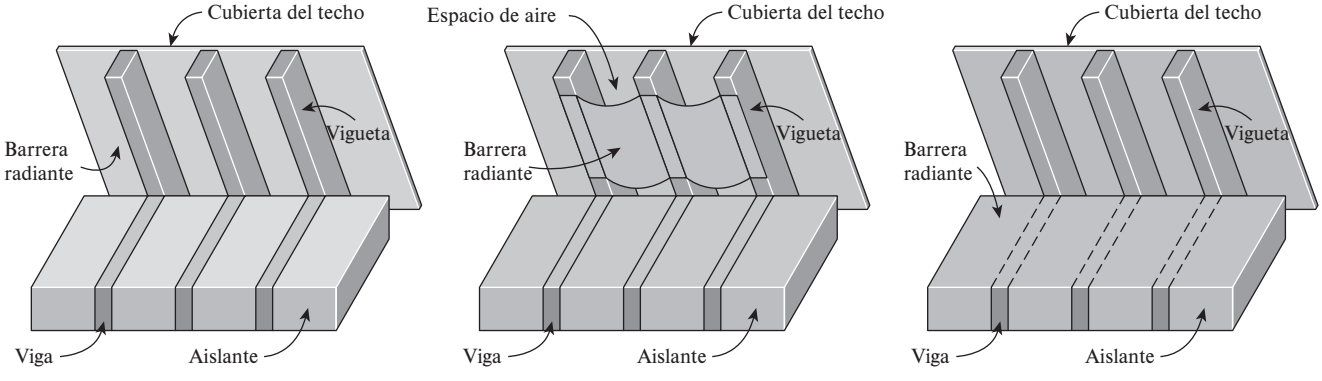
Tomada de DOE / CE-0335P, Departamento de Energía de EE. UU.

Por lo general, se considera que la fracción del encuadre es de 0.10 para viguetas en centros de 400 mm y 0.07 para viguetas en centros de 600 mm.

La mayoría de los edificios tiene una combinación de cielo raso (techo interior) y techo con espacio de ático en medio, y la determinación del valor R de la combinación techo-ático-cielo raso depende de si el ático está ventilado o no. Para áticos con ventilación adecuada, la temperatura del aire del ático es prácticamente la misma que la temperatura del aire exterior y, por tanto, la transferencia de calor a través del techo se rige solo por el valor R del cielo raso. Sin embargo, el calor también se transfiere entre el techo y el cielo raso por radiación, y debe considerarse (figura 3-55). La función principal del techo en este caso es servir como un escudo contra la radiación al bloquear la radiación solar. Ventilar eficazmente el ático en verano no debe hacernos pensar que la ganancia de calor hacia el edificio se reduce considerablemente a través del ático. Esto se debe a que la mayor parte de la transferencia de calor a través del ático es por radiación.

La transferencia de calor por radiación entre el cielo raso y el techo se puede minimizar cubriendo al menos un lado del ático (el techo exterior o el lado del cielo raso) con un material reflectante, llamado *barrera radiante*, como papel aluminio o papel recubierto de aluminio. Las pruebas en casas con aislantes de piso de ático R-19 han demostrado que las barreras radiantes pueden reducir las ganancias de calor del techo en verano de 16 a 42%, en comparación con un ático con el mismo nivel de aislamiento y sin barrera radiante. Si la ganancia de calor del techo representa aproximadamente de 15 a 25% de la carga de refrigeración total de una casa, las barreras radiantes reducirán los costos de aire acondicionado de 2 a 10%. Las barreras radiantes también reducen la pérdida de calor en invierno a través del techo, pero las pruebas han demostrado que el porcentaje de reducción en las pérdidas de calor es menor. Como resultado, el porcentaje de reducción en los costos de calefacción será menor que la reducción en los costos de aire acondicionado. Además, los valores proporcionados son para instalaciones de barreras radiantes nuevas y sin polvo, y los porcentajes serán menores para las barreras radiantes envejecidas o polvorientas.

En la figura 3-56 se dan algunas ubicaciones posibles para las barreras radiantes del ático. En las pruebas con casas enteras con aislamiento de piso de ático R-19, las barreras radiantes han reducido la ganancia de calor del techo en un promedio de 35% cuando se instala la barrera radiante en el piso del ático, y en 24% cuando se fija al fondo de las vigas de techo. Las celdas de prueba también demostraron



a) Bajo la cubierta del techo *b*) Atrás de las vigas *c*) Arriba del aislante del suelo

FIGURA 3-56

Tres posibles ubicaciones para una barrera radiante de ático.

Recuperado de DOE/CE-0335P, Departamento de energía de EUA.

que la mejor ubicación para las barreras radiantes es el piso del ático, siempre y cuando el ático no se use como área de almacenamiento y se mantenga limpio.

Para áticos sin ventilación, cualquier transferencia de calor debe ocurrir a través de 1) el techo interior (o cielo raso), 2) el espacio del ático y 3) el techo (figura 3-57). Por tanto, el valor general de R de la combinación cielo raso-techo con un ático sin ventilación depende de los efectos combinados del valor R del cielo raso y del valor R del techo, así como de la resistencia térmica del espacio en el ático. En el análisis, el espacio del ático se puede tratar como una capa de aire; pero una forma más práctica de explicar su efecto es considerar las resistencias de la superficie en el techo y las superficies del techo enfrentadas entre sí. En este caso, los valores R del cielo raso y el techo se determinan primero por separado (mediante resistencias de convección para la caja de aire quieta en las superficies del ático). Luego se puede demostrar que el valor R total de la combinación cielo raso-techo por unidad de área del techo se puede expresar como:

$$R = R_{\text{cielo raso}} + R_{\text{techo}}\left(\frac{A_{\text{cielo raso}}}{A_{\text{techo}}}\right) \qquad \textbf{(3-96)}$$

donde $A_{\text{cielo raso}}$ y A_{techo} son las áreas de techo interior (cielo raso) y del techo, respectivamente. La relación de área es igual a 1 para los techos planos y es menor que 1 para los techos inclinados. Para un techo inclinado de 45°, la relación de área es $A_{\text{cielo raso}}/A_{\text{techo}} = 1/\sqrt{2} = 0.707$. Tenga en cuenta que el techo inclinado tiene un área mayor para la transferencia de calor que el techo plano, y la relación de área explica la reducción en el valor R unitario cuando se expresa por unidad de área del techo. Además, la dirección del flujo de calor aumenta en invierno (pérdida de calor a través del techo) y baja en verano (ganancia de calor a través del techo).

El valor R de una estructura determinado por el análisis supone que los materiales utilizados y la calidad de la mano de obra cumplen con los estándares. La mano de obra deficiente y los materiales de calidad inferior utilizados durante la construcción pueden dar como resultado valores R que se desvíen de los valores predichos. Por tanto, algunos ingenieros utilizan un factor de seguridad en sus diseños basados en la experiencia en aplicaciones críticas.

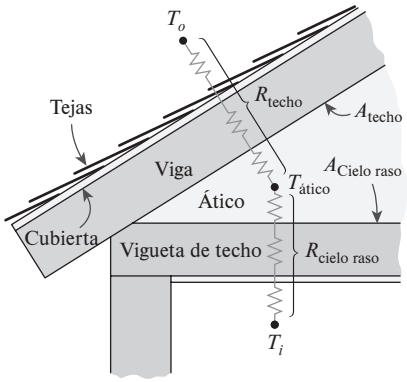


FIGURA 3-57

Red de resistencia térmica para una combinación inclinada de cielo raso-ático-techo para el caso de un ático sin ventilación.

EJEMPLO 3-18 **El valor *R* de una pared con armazón de madera**

Determine la resistencia térmica general unitaria (el valor *R*) y el coeficiente de transferencia de calor global (el factor *U*) de una pared de marco de madera que se construye alrededor de un perno de madera de 38 × 90 mm (2 × 4 nominales) con una distancia de centro a centro de 400 mm. La cavidad de 90 mm de ancho entre los pernos se rellena con aislamiento de fibra de vidrio. El interior está acabado con paneles de yeso de 13 mm y el exterior con tableros de fibra de madera de 13 mm y revestimiento de madera de 13 mm x 200 mm. La cavidad aislada constituye 75% del área de transmisión de calor, mientras que los pernos, las placas y los umbrales constituyen 21%. Las cabeceras conforman 4% del área, y pueden tratarse como pernos.

Además, determine la tasa de pérdida de calor a través de las paredes de una casa cuyo perímetro es de 50 m y la altura de la pared es de 2.5 m en Las Vegas, Nevada, cuya temperatura de diseño en invierno es de –2 °C. Considere la temperatura de diseño interior en 22 °C y suponga que 20% del área de la pared está ocupada por vidrio.

SOLUCIÓN Se deben determinar el valor *R* y el factor *U* de una pared con marco de madera, así como la tasa de pérdida de calor a través de dicha pared en Las Vegas.

Suposiciones **1** Existen condiciones operativas estables. **2** La transferencia de calor a través de la pared es unidimensional. **3** Las propiedades térmicas de la pared y los coeficientes de transferencia de calor son constantes.
Propiedades Los valores *R* de diferentes materiales se dan en la tabla 3-8.
Análisis El esquema de la pared, así como los diferentes elementos utilizados en su construcción, se muestran aquí. La transferencia de calor a través del aislante y de los pernos se encuentra con diferentes resistencias, por lo que se debe analizar la resistencia térmica para cada trayectoria por separado. Una vez que estén disponibles las resistencias térmicas unitarias y los factores *U* para el aislamiento y las secciones de los postes, se puede determinar la resistencia térmica promedio general para toda la pared a partir de:

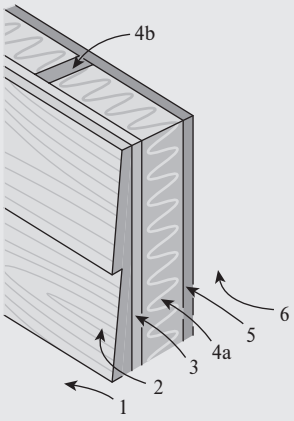
$$R_{\text{total}} = 1/U_{\text{total}}$$

donde

$$U_{\text{total}} = (U \times f_{\text{área}})_{\text{aislante}} + (U \times f_{\text{área}})_{\text{perno}}$$

y el valor de la fracción de área $f_{\text{área}}$ es 0.75 para la sección del aislante y 0.25 para la sección de los pernos, ya que las cabeceras que constituyen una pequeña parte de la pared deben tratarse como pernos. Utilizando los valores *R* disponibles de la tabla 3-8 y calculando otros, se pueden determinar los valores *R* totales para cada sección de manera sistemática en la siguiente tabla.

Esquema



Construcción		Valor de *R*, $m^2 \cdot °C/W$: Entre pernos	En los pernos
1.	Superficie exterior, viento de 24 km/h	0.030	0.030
2.	Forro de tablas achaflanadas y traslapadas de madera	0.14	0.14
3.	Revestimiento de lámina de fibra de madera, 13 mm	0.23	0.23
4a.	Aislante de fibra de vidrio, 90 mm	2.45	—
4b.	Perno de madera, 38 mm × 90 mm	—	0.63
5.	Tablero de yeso, 13 mm	0.079	0.079
		0.12	0.12
6.	Superficie interior, aire estático		
Resistencia térmica unitaria total de cada sección, *R* (en $m^2 \cdot °C/W$)		3.05	1.23
Factor *U* de cada sección, $U = 1/R$, en $W/m^2 \cdot K$		0.328	0.813
Fracción del área de cada sección, $f_{\text{área}}$		0.75	0.25
Factor *U* total: $U = \Sigma f_{\text{área}\,i} U_i = 0.75 \times 0.328 + 0.25 \times 0.813$ $= \mathbf{0.449\ W/m^2 \cdot K}$			
Resistencia térmica unitaria total:		$R = 1/U =$	$\mathbf{2.23\ m^2 \cdot °C/W}$

Concluimos que la resistencia térmica unitaria general de la pared es de 2.23 $m^2 \cdot °C/W$, y este valor toma en cuenta los efectos de los pernos y las cabeceras. Corresponde a un valor *R* de 2.23 × 5.68 = 12.7 (o casi *R*-13) en unidades del sistema inglés. Si no hubiera pernos y cabeceras de madera en la

pared, la resistencia térmica general sería de 3.05 $m^2 \cdot °C/W$, que es 37% mayor que 2.23 $m^2 \cdot °C/W$. Por tanto, los pernos y cabeceras de madera en este caso sirven como puentes térmicos en las paredes con marcos de madera, y su efecto debe considerarse en el análisis térmico de edificios.
El perímetro del edificio es de 50 m y la altura de los muros de 2.5 m. Teniendo en cuenta que los cristales constituyen 20% de las paredes, el área total es:

$$A_{\text{pared}} = 0.80(\text{Perímetro})(\text{Altura}) = 0.80(50\ \text{m})(2.5\ \text{m}) = 100\ \text{m}^2$$

La tasa de pérdida de calor a través de las paredes en condiciones de diseño queda como:

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{pared}} &= (UA)_{\text{pared}}(T_i - T_o) \\ &= (0.449\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K})(100\ \text{m}^2)[22 - (-2)\ °\text{C}] \\ &= \mathbf{1\,078\,W}\end{aligned}$$

Discusión Un calentador de resistencia de 1 kW en esta casa compensará casi todo el calor perdido a través de las paredes cuando la temperatura del aire exterior descienda a –2 °C, excepto a través de puertas y ventanas.

EJEMPLO 3-19 Valor *R* de una pared con espuma rígida

El revestimiento de fibra de madera de 13 mm de espesor de la pared de los montantes de madera discutido en el ejemplo anterior se reemplaza por un aislante de espuma rígida de 25 mm de espesor. Determine el porcentaje de aumento en el valor *R* de la pared que se tiene como resultado.

SOLUCIÓN El valor *R* total de la pared existente se determinó en el ejemplo 3-18 como 2.23 $m^2 \cdot °C/W$. Si los valores *R* del tablero de fibra y el aislante de espuma son 0.23 $m^2 \cdot °C/W$ y 0.98 $m^2 \cdot °C/W$, respectivamente, y las resistencias térmicas agregadas y eliminadas están en serie, el valor *R* general de pared después de la modificación se convierte en:

$$\begin{aligned}R_{\text{nuevo}} &= R_{\text{viejo}} - R_{\text{removido}} + R_{\text{agregado}} \\ &= 2.23 - 0.23 + 0.98 \\ &= 2.98\ \text{m}^2 \cdot °\text{C/W}\end{aligned}$$

Esto representa un aumento de (2.98 – 2.23) /2.23 = 0.34 o **34%** en el valor *R* del muro. Este ejemplo muestra cómo evaluar el nuevo valor *R* de una estructura cuando se agregan o eliminan algunos miembros estructurales.

EJEMPLO 3-20 Valor *R* de una pared de mampostería

Determine la resistencia térmica unitaria total (el valor *R*) y el coeficiente de transferencia de calor total (el factor *U*) de una pared hueca de mampostería que se construye alrededor de bloques de concreto de 6 pulgadas de espesor hechos de agregado ligero con tres núcleos llenos de perlita (R = 4.2 $h \cdot pie^2 \cdot °F/$ Btu). El exterior tiene un acabado de ladrillo de 4 pulgadas de cara con $\frac{1}{2}$ pulgada de mortero de cemento entre los ladrillos y bloques de concreto. El acabado interior consiste en paneles de yeso de $\frac{1}{2}$ pulgada separados del bloque de concreto por un enrasado vertical de $\frac{3}{4}$ pulgadas (1 pulg × 3 pulg nominales)

($R = 4.2$ h · pie^2 °F/Btu) cuya distancia de centro a centro es de 16 pulg. Ambos lados del espacio de aire de $\frac{1}{2}$ pulgada de espesor entre el bloque de concreto y la placa de yeso están recubiertos con papel aluminio reflectante ($\varepsilon = 0.05$) para que la emisividad efectiva del espacio de aire sea 0.03. Para una temperatura media de 50 °F y una diferencia de temperatura de 30 °F, el valor R del espacio de aire es de 2.91 h · pie^2 · °F/ Btu. El espacio de aire reflectante conforma 80% del área de transmisión de calor, mientras que el enrejado vertical constituye el 20% restante.

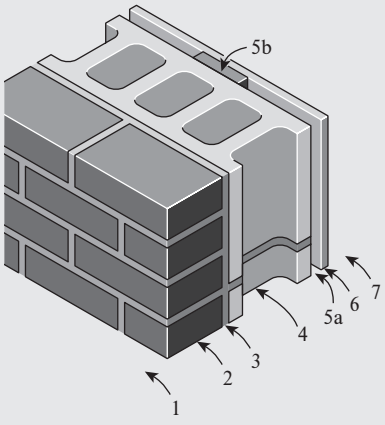
SOLUCIÓN Se deben determinar el valor R y el factor U de una pared hueca de mampostería.

Suposiciones **1** Existen condiciones de funcionamiento estables. **2** La transferencia de calor a través de la pared es unidimensional. **3** Las propiedades térmicas de la pared y los coeficientes de transferencia de calor son constantes.

Propiedades Los valores R de diferentes materiales se muestran en la tabla 3-8.

Análisis A continuación se muestran el esquema de la pared, así como los diferentes elementos utilizados en su construcción. Siguiendo el enfoque descrito aquí y utilizando los valores R disponibles de la tabla 3-8, el valor R general del muro se determina en la siguiente tabla.

Esquema



Construcción		Valor R, h · pie^2 · °F/Btu: Entre tiras enzarzadas	En las tiras enzarzadas
1.	Superficie exterior, viento de 15 mph	0.17	0.17
2.	Cara de ladrillo, 4 pulg	0.43	0.43
3.	Mortero de cemento, 0.5 pulg	0.10	0.10
4.	Bloque de concreto, 6 pulg	4.20	4.20
5a.	Espacio de aire reflexivo, $\frac{3}{4}$ pulg	2.91	–
5b.	Tiras enzarzadas de 1 × 3 nominales	–	0.94
6.	Tablero de yeso, 0.5 pulg	0.45	0.45
7.	Superficie interior, aire estático	0.68	0.68
Resistencia térmica unitaria total de cada sección, R		8.94	6.97
Factor U de cada sección, $U = 1/R$, en Btu/h · pie^2 · °F		0.112	0.143
Fracción del área de cada sección, $f_{\text{área}}$		0.80	0.20

Factor U total: $U = \Sigma f_{\text{área, i,}}\, U_i = 0.80 \times 0.112 + 0.20 \times 0.413$

$$= \mathbf{0.118\ Btu/h \cdot pie^2 \cdot °F}$$

Resistencia térmica unitaria total: $R = 1/U = \mathbf{8.46\ h \cdot pie^2 \cdot °F/Btu}$

Por tanto, la resistencia térmica unitaria total de la pared es de 8.46 h · pie^2 · °F/Btu y el factor U total es de 0.118 Btu/h · pie^2 · °F. Estos valores toman en cuenta los efectos del enrejado vertical.

EJEMPLO 3-21 Valor *R* de un techo inclinado

Determine la resistencia térmica unitaria total (el valor *R*) y el coeficiente de transferencia de calor total (el factor *U*) de un techo inclinado 45° construido alrededor de vigas de madera nominales de 2 pulg × 4 pulg con una distancia de centro a centro de 16 pulg. El amplio espacio de aire de 3.5 pulg entre los montantes no tiene ninguna superficie reflectante y, por tanto, su emisividad efectiva es de 0.84. Para una temperatura media de 90 °F y una diferencia de temperatura de 30 °F, el valor *R* del espacio de aire es de 0.86 $h \cdot pie^2 \cdot °F/Btu$. La parte inferior del techo está terminada con paneles de yeso de 1/2 pulg y la parte superior con madera contrachapada de 5/8 de pulg, papel de construcción y techos de tejas de asfalto. El espacio de aire constituye 75% del área de transmisión de calor, mientras que los pernos y las cabeceras conforman el 25% restante.

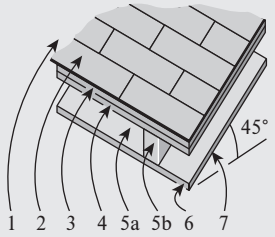
SOLUCIÓN Se determinarán el valor *R* y el factor *U* de un techo inclinado 45°.

Suposiciones **1** Existen condiciones de funcionamiento estables. **2** La transferencia de calor a través del techo es unidimensional. **3** Las propiedades térmicas del techo y los coeficientes de transferencia de calor son constantes.

Propiedades Los valores *R* de diferentes materiales se muestran en la tabla 3-8.

Análisis El esquema del techo inclinado, así como los diferentes elementos utilizados en su construcción, se muestran a continuación. Siguiendo el enfoque descrito y utilizando los valores *R* disponibles de la tabla 3-8, el valor *R* total del techo se puede determinar con la siguiente tabla.

Esquema



	Construcción	Valor de *R*, $h \cdot pie^2 \cdot °F/Btu$: Entre pernos	En los pernos
1.	Superficie exterior, viento de 15 mph	0.17	0.17
2.	Techo de tejas de asfalto	0.44	0.44
3.	Papel de construcción	0.06	0.06
4.	Cubierta de madera contrachapada, $\frac{5}{8}$ pulg	0.78 0.86	0.78 —
5a.	Espacio de aire no reflectivo, 3.5 pulg	—	3.58
5b.	Perno de madera, 2 pulg × 4 pulg		
6.	Tablero de yeso, 0.5 pulg	0.45	0.45
7.	Superficie interior, pendiente de 45°, aire estático	0.63	0.63
	Resistencia térmica unitaria total de cada sección, *R*	3.39	6.11
	Factor *U* de cada sección, $U = 1/R$, en $Btu/h \cdot pie^2 \cdot °F$	0.292	0.163
	Fracción del área de cada sección, $f_{área}$	0.75	0.25

Factor *U* total: $U = \Sigma f_{área,\,i}$, $U_i = 0.75 \times 0.292 + 0.25 \times 0.163$
$= \mathbf{0.260\ Btu/h \cdot pie^2 \cdot °F}$

Resistencia térmica unitaria total: $R = 1/U = \mathbf{3.85\ h \cdot pie^2 \cdot °F/Btu}$

Por tanto, la resistencia térmica unitaria total de este techo inclinado es de 3.85 $h \cdot pie^2 \cdot °F/Btu$ y el factor *U* total es de 0.260 $Btu/h \cdot pie^2 \cdot °F$. Tenga en cuenta que los pernos de madera ofrecen una resistencia térmica mucho mayor al flujo de calor que el espacio de aire entre los pernos.

RESUMEN

La transferencia de calor unidimensional a través de un cuerpo simple, así como un cuerpo compuesto, expuesto a convección de ambos lados a medios con temperaturas $T_{\infty 1}$ y $T_{\infty 2}$ puede expresarse como:

$$\dot{Q} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{\text{total}}}$$

donde R_{total} es la resistencia térmica total entre los dos medios. Para una pared plana expuesta a convección en ambos lados, la resistencia total se expresa como:

$$R_{\text{total}} = R_{\text{conv, 1}} + R_{\text{pared}} + R_{\text{conv, 2}} = \frac{1}{h_1 A} + \frac{L}{kA} + \frac{1}{h_2 A}$$

Esta relación puede extenderse a paredes planas que constan de dos o más capas, agregando una resistencia adicional para cada capa. Las relaciones elementales de resistencia térmica se pueden expresar de la siguiente manera:

Resistencia de conducción (pared plana): $R_{\text{pared}} = \dfrac{L}{kA}$

Resistencia de conducción (cilindro): $R_{\text{cil}} = \dfrac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi L k}$

Resistencia de conducción (esfera): $R_{\text{esf}} = \dfrac{r_2 - r_1}{4\pi r_1 r_2 k}$

Resistencia de convección: $R_{\text{conv}} = \dfrac{1}{hA}$

Resistencia de interfase: $R_{\text{interfase}} = \dfrac{1}{h_c A} = \dfrac{R_c}{A}$

Resistencia de radiación: $R_{\text{rad}} = \dfrac{1}{h_{\text{rad}} A}$

donde h_c es la conductancia de contacto térmico, R_c es la resistencia de contacto térmico y el coeficiente de transferencia de calor por radiación está dado por:

$$h_{\text{rad}} = \varepsilon\sigma(T_s^2 + T_{\text{alred}}^2)(T_s + T_{\text{alred}})$$

Una vez que se conoce la tasa de transferencia de calor, la *disminución de temperatura* en cualquier capa se puede determinar a partir de:

$$\Delta T = \dot{Q}R$$

El concepto de resistencia térmica también se puede utilizar para resolver problemas estables de transferencia de calor que involucran capas paralelas o disposiciones combinadas en serie y en paralelo. Agregar aislante a una tubería cilíndrica o una carcasa esférica aumenta la tasa de transferencia de calor si el radio exterior del aislante es menor que el *radio crítico de aislante*, definido como:

$$r_{\text{cr, cilindro}} = \frac{k_{\text{ins}}}{h}$$

$$r_{\text{cr, esfera}} = \frac{2k_{\text{ins}}}{h}$$

La efectividad de un aislante a menudo se da en términos de su valor R, la resistencia térmica del material para un área de superficie unitaria, expresada como:

$$\text{Valor } R = \frac{L}{k} \qquad \text{(aislante plano)}$$

donde L es el espesor y k la conductividad térmica del material.

Las superficies con aletas se usan en la práctica para mejorar la transferencia de calor. Las aletas mejoran la transferencia de calor desde una superficie al exponer un área de superficie más grande a la convección. La distribución de temperatura a lo largo de la aleta está dada por:

Aleta muy larga: $\dfrac{T(x) - T_\infty}{T_b - T_\infty} = e^{-x\sqrt{hp/kA_c}}$

Punta de aleta adiabática: $\dfrac{T(x) - T_\infty}{T_b - T_\infty} = \dfrac{\cosh m(L - x)}{\cosh mL}$

Temperatura específica en la punta de la aleta:

$$\frac{T(x) - T_\infty}{T_b - T_\infty} = \frac{[(T_L - T_\infty)/(T_b - T_\infty)]\operatorname{senh} mx + \operatorname{senh} m(L - x)}{\operatorname{senh} mL}$$

Convección en la punta de la aleta:

$$\frac{T(x) - T_\infty}{T_b - T_\infty} = \frac{\cosh m(L - x) + (h/mk)\operatorname{senh} m(L - x)}{\cosh mL + (h/mk)\operatorname{senh} mL}$$

donde $m = \sqrt{hp/kA_c}$, p es el perímetro y A_c el área de la sección transversal de la aleta. Las tasas de transferencia de calor para estos casos son, respectivamente:
Aleta muy larga:

$$\dot{Q}_{\text{aleta larga}} = -kA_c \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} = \sqrt{hpkA_c}(T_b - T_\infty)$$

Punta de aleta adiabática:

$$\dot{Q}_{\text{aleta adiabática}} = -kA_c \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} = \sqrt{hpkA_c}(T_b - T_\infty)\tanh mL$$

Temperatura específica en la punta de la aleta:

$$\dot{Q}_{\text{temp. especifica}} = \sqrt{hpkA_c}(T_b - T_\infty)\frac{\cosh mL - [(T_L - T_\infty)/(T_b - T_\infty)]}{\operatorname{senh} mL}$$

Convección en la punta de la aleta:

$$\dot{Q}_{\text{convección}} = \sqrt{hpkA_c}(T_b - T_\infty)\frac{\operatorname{senh} mL + (h/mk)\cosh mL}{\cosh mL + (h/mk)\operatorname{senh} mL}$$

Las aletas expuestas a la convección en sus puntas pueden tratarse como aletas con puntas adiabáticas utilizando la longitud corregida $L_c = L + A_c/p$ en lugar de la longitud real de la aleta. La temperatura de una aleta cae a lo largo de la aleta y, por tanto, la transferencia de calor desde la aleta es menor debido a la diferencia de temperatura decreciente hacia la punta de la aleta. Para

tener en cuenta el efecto de esta disminución de la temperatura en la transferencia de calor, se define la *eficiencia de las aletas* como:

$$\eta_{\text{aleta}} = \frac{\dot{Q}_{\text{aleta}}}{\dot{Q}_{\text{aleta, máx}}} = \frac{\text{Tasa de transferencia de calor real desde la aleta}}{\text{Tasa de transferencia de calor ideal desde la aleta si toda la aleta estuviera a la temperatura de su base}}$$

Cuando la eficiencia de la aleta está disponible, la tasa de transferencia de calor de una aleta se puede determinar a partir de:

$$\dot{Q}_{\text{aleta}} = \eta_{\text{aleta}} \dot{Q}_{\text{aleta, máx}} = \eta_{\text{aleta}} hA_{\text{aleta}}(T_b - T_\infty)$$

El rendimiento de las aletas se juzga en función de la mejora en la transferencia de calor en relación con el caso sin aletas, y se expresa en términos de la *efectividad de la aleta* $\varepsilon_{\text{aleta}}$, definida como:

$$\varepsilon_{\text{aleta}} = \frac{\dot{Q}_{\text{aleta}}}{\dot{Q}_{\text{sin aleta}}} = \frac{\dot{Q}_{\text{aleta}}}{hA_b(T_b - T_\infty)} = \frac{\text{Tasa de transferencia de calor desde la aleta del } \textit{área base } A_b}{\text{Tasa de transferencia de calor desde la superficie del } \textit{área base } A_b}$$

Aquí, A_b es el área de la sección transversal de la aleta en la base, y $\dot{Q}_{\textit{sin aleta}}$ es la tasa de transferencia de calor desde esta área si no hay aletas unidas a la superficie. La *efectividad general* para una superficie con aletas se define como el cociente de la transferencia de calor total desde la superficie con aletas y la transferencia de calor desde la misma superficie si no hubiera aletas,

$$\varepsilon_{\text{aleta, general}} = \frac{\dot{Q}_{\text{total, aleta}}}{\dot{Q}_{\text{total, sin aleta}}} = \frac{h(A_{\text{libre de aleta}} + \eta_{\text{aleta}} A_{\text{aleta}})(T_b - T_\infty)}{hA_{\text{sin aleta}}(T_b - T_\infty)}$$

La eficiencia de la aleta y la efectividad de la aleta están relacionadas entre sí por:

$$\varepsilon_{\text{aleta}} = \frac{A_{\text{aleta}}}{A_b} \eta_{\text{aleta}}$$

Ciertos problemas de transferencia de calor multidimensional involucran dos superficies a temperaturas constantes T_1 y T_2. La tasa constante de transferencia de calor entre estas dos superficies se puede escribir como:

$$\dot{Q} = Sk(T_1 - T_2)$$

donde S es el *factor de forma de conducción* que tiene dimensión de *longitud* y k es la conductividad térmica del medio entre las superficies.

BIBLIOGRAFÍA Y LECTURAS RECOMENDADAS

1. American Society of Heating, Refrigeration, and Air Conditioning Engineers. *Handbook of Fundamentals.* Atlanta: ASHRAE, 1993.
2. R. V. Andrews. "Solving Conductive Heat Transfer Problems with Electrical-Analogue Shape Factors." *Chemical Engineering Progress* 5 (1955), p. 67.
3. R. Barron. *Cryogenic Systems.* Nueva York: McGraw-Hill, 1967.
4. W. M. Edmunds. "Residential Insulation." *ASTM Standardization News* (Enero de 1989), pp. 36-39.
5. L. S. Fletcher. "Recent Developments in Contact Conductance Heat Transfer." *Journal of Heat Transfer* 110, núm. 4B (1988), pp. 1059-79.
6. E. Fried. "Thermal Conduction Contribution to Heat Transfer at Contacts." *Thermal Conductivity,* vol. 2, ed. R. P. Tye. Londres: Academic Press, 1969.
7. K. A. Gardner. "Efficiency of Extended Surfaces." *Trans. ASME* 67 (1945), pp. 621-31. Reimpreso con la autorización de ASME International.
8. D. Q. Kern y A. D. Kraus. *Extended Surface Heat Transfer.* Nueva York: McGraw-Hill, 1972.
9. H. H. Pennes, "Analysis of Tissue and Arterial Blood Temperatures in the Resting Human Forearm." *Journal of Applied Physiology* 1 (1948), pp. 93-122.
10. H. H. Pennes, "Analysis of Tissue and Arterial Blood Temperatures in the Resting Human Forearm." *Journal of Applied Physiology* 85 (1998), pp. 5-34 (artículo original de Pennes de 1948, republicado para el 50 aniversario del *Journal of Applied Physiology*).
11. G. P. Peterson. "Thermal Contact Resistance in Waste Heat Recovery Systems." *Proceedings of the 18th ASME/ ETCE Hydrocarbon Processing Symposium,* Dallas, TX, 1987, pp. 45-51. Reimpreso con la autorización de ASME International.
12. S. Song, M. M. Yovanovich, y F. O. Goodman. "Thermal Gap Conductance of Conforming Surfaces in Contact." *Journal of Heat Transfer* 115 (1993), p. 533.
13. J. E. Sunderland y K. R. Johnson. "Shape Factors for Heat Conduction through Bodies with Isothermal or Convective Boundary Conditions." *Trans. ASME* 10 (1964), pp. 2317-41.
14. E. H. Wissler, "Pennes' 1948 Paper Revisited." *Journal of Applied Physiology* 85 (1998), pp. 35-41.

PROBLEMAS*

* Los problemas señalados con una "C" son preguntas conceptuales en las que se alienta a los estudiantes a responderlas todas. Los problemas designados con una "I" están en unidades del sistema inglés, y los usuarios del SI pueden ignorarlos. Los problemas con el icono son de naturaleza integral y están destinados a resolverse con el software adecuado. Los problemas con el icono PtD son problemas de prevención a través del diseño (*Prevention through Design*). Los problemas con el icono C&S son de códigos y estándares (*Codes and Standards*).

Conducción de calor constante en paredes planas

3-1C Considere la conducción de calor a través de una pared de espesor L y área A. ¿En qué condiciones las distribuciones de temperatura en la pared serán una línea recta?

3-2C Considere la conducción de calor a través de una pared plana. ¿El contenido de energía de la pared cambia durante la

conducción de calor estacionaria?, ¿cambiará durante la conducción transitoria? Explique.

3-3C ¿Qué representa la resistencia térmica de un medio?

3-4C ¿Podemos definir la resistencia de convección para una unidad de superficie como la inversa del coeficiente de transferencia de calor por convección?

3-5C Considere la transferencia de calor constante a través de la pared de una habitación en invierno. El coeficiente de transferencia de calor por convección en la superficie externa de la pared es tres veces mayor que en la superficie interna como resultado del viento. ¿En qué superficie de la pared estará la temperatura más cerca de la temperatura del aire alrededor? Explique.

3-6C ¿Cómo se define el coeficiente de transferencia de calor combinado? ¿Qué ventaja ofrece en los cálculos de transferencia de calor?

3-7C ¿Por qué las resistencias de convección y radiación en una superficie son paralelas en lugar de estar en serie?

3-8C Considere la transferencia de calor unidimensional constante a través de una pared plana expuesta a la convección desde ambos lados a ambientes con temperaturas conocidas $T_{\infty 1}$ y $T_{\infty 2}$ con coeficientes de transferencia de calor conocidos h_1 y h_2. Una vez que se haya evaluado la tasa de transferencia de calor $\dot{Q}$, explique cómo determinaría la temperatura de cada superficie.

3-9C Alguien comenta que un horno de microondas se puede ver como un horno convencional sin resistencia de convección en la superficie de los alimentos. ¿Es esta una declaración precisa?

3-10C Considere dos bebidas enlatadas frías, una envuelta en una manta y la otra colocada sobre una mesa en la misma habitación. ¿Qué bebida se entibiará más rápido?

3-11C El fondo de una sartén está hecho de una capa de aluminio de 4 mm de espesor. Para aumentar la razón de transferencia de calor a través del fondo de la sartén, alguien propone un diseño que consiste en una capa de cobre de 3 mm de espesor intercalada entre dos capas de aluminio de 2 mm de espesor. ¿Conducirá mejor el calor este nuevo diseño? Explique. Considere que hay un contacto perfecto entre las capas.

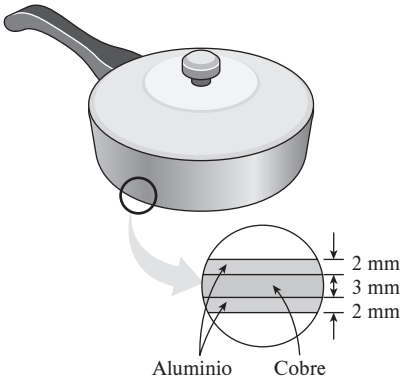


FIGURA P3-11C

3-12C Considere una superficie de área A en la cual los coeficientes de transferencia de calor por convección y radiación son h_{con} y h_{rad}, respectivamente. Explique cómo determinaría *a*) el coeficiente de transferencia de calor equivalente único, y *b*) la resistencia térmica equivalente. Suponga que el medio y las superficies de alrededor están a la misma temperatura.

3-13C ¿Cómo difiere la red de resistencia térmica asociada con una pared plana de una capa de la asociada con una pared compuesta de cinco capas?

3-14C Considere la transferencia de calor unidimensional constante a través de un medio multicapa. Si se conoce la tasa de transferencia de calor $\dot{Q}$, explique cómo determinaría la caída de temperatura en cada capa.

3-15C Considere un vidrio de ventana que consta de dos láminas de vidrio de 4 mm de espesor presionadas entre sí. Compare la razón de transferencia de calor a través de esta ventana con la de una sola hoja de vidrio de 8 mm de espesor en condiciones idénticas.

3-16 Considere una pared de ladrillo de 3 m de alto, 6 m de ancho y 0.25 m de espesor, cuya conductividad térmica es $k = 0.8$ W/m · K. Cierto día, las temperaturas de las superficies interna y externa de la pared se miden en 14 y 5 °C, respectivamente. Determine la tasa de pérdida de calor a través de la pared ese día.

3-17 Considere a una persona parada en una habitación a 20 °C con una superficie expuesta de 1.7 m^2. La temperatura corporal profunda del cuerpo humano es de 37 °C, y la conductividad térmica del tejido humano cerca de la piel es de aproximadamente 0.3 W/m · K. El cuerpo pierde calor a una tasa de 150 W por convección natural y radiación a los alrededores. Tomando una temperatura corporal 0.5 cm debajo de la piel igual a 37 °C, determine la temperatura de la piel de la persona.
Respuesta: 35.5 °C

3-18I Considere una casa de ladrillo con calefacción eléctrica ($k = 0.40$ Btu/h · pie · °F), cuyas paredes tienen 9 pies de alto y 1 pie de espesor. Dos de las paredes de la casa tienen 50 pies de largo y las otras, 35 pies de largo. La casa se mantiene a 70 °F en todo momento mientras la temperatura del exterior varía. En un día determinado, la temperatura de la superficie interna de las paredes es de 55 °F, mientras que la temperatura promedio de la superficie externa se mantiene a 45 °F durante el día, durante 10 h, y a 35 °F durante la noche, por 14 h. Determine la cantidad de calor perdido por la casa ese día. También determine el costo de esa pérdida de calor para el propietario por un precio de electricidad de $0.09/kWh.

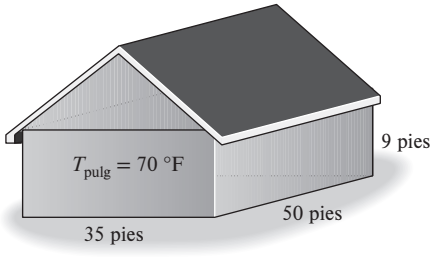


FIGURA P3-18I

3-19 Una placa de circuito de 12 cm × 18 cm alberga en su superficie 100 chips lógicos muy separados, y cada uno disipa 0.06 W en un ambiente a 40 °C. La transferencia de calor desde la superficie posterior de la placa es despreciable. Si el coeficiente de transferencia de calor en la superficie de la placa es de 10 $W/m^2 \cdot K$, determine *a*) el flujo de calor en la superficie de la placa de circuito, en W/m^2; *b*) la temperatura de la superficie de los chips; y *c*) la resistencia térmica entre la superficie de la placa de circuito y el medio refrigerante, en °C/W.

3-20 Una cantidad de agua está hirviendo en una bandeja de aluminio de 25 cm de diámetro ($k = 237$ W/m · K) a 95 °C. El calor se transfiere constantemente al agua hirviendo en la sartén a través de su fondo plano de 0.5 cm de espesor a una tasa de 800 W. Si la temperatura de la superficie interna del fondo de la sartén es de 108 °C, determine *a*) el coeficiente de transferencia de calor de ebullición en la superficie interna de la sartén y *b*) la temperatura de la superficie externa del fondo del recipiente.

3-21 Un resistor cilíndrico en una placa de circuito disipa 0.15 W de potencia en un entorno a 35 °C de temperatura. El resistor mide 1.2 cm de largo y tiene un diámetro de 0.3 cm. Suponiendo que el calor se transfiere de manera uniforme desde todas las superficies, determine *a*) la cantidad de calor que este resistor disipa durante un periodo de 24 h; *b*) el flujo de calor en la superficie del resistor, en W/m^2; y *c*) la temperatura de la superficie del resistor para un coeficiente combinado de transferencia de calor por convección y radiación de 9 $W/m^2 \cdot K$.

3-22 Considere un transistor de potencia que disipe 0.15 W de potencia en un ambiente a 30 °C. El transistor mide 0.4 cm de largo y tiene un diámetro de 0.5 cm. Suponiendo que el calor se transfiere de manera uniforme desde todas las superficies, determine *a*) la cantidad de calor que este resistor disipa durante un periodo de 24 h, en kWh; *b*) el flujo de calor en la superficie del transistor, en W/m^2; y *c*) la temperatura de la superficie del resistor para un coeficiente de transferencia de calor combinado por convección y radiación de 18 $W/m^2 \cdot K$.

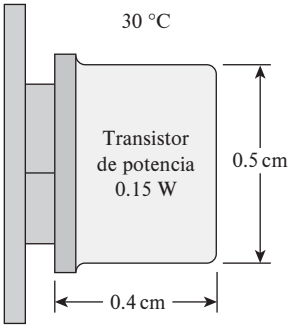


FIGURA P3-22

3-23 Una ventana de doble panel de 1.0 × 1.5 m consta de dos capas de vidrio de 4 mm de espesor ($k = 0.78$ W/m · K), separadas por un espacio de aire de 5 mm ($k_{aire} = 0.025$ W/m · K). Considere que el flujo de calor a través del espacio de aire es por conducción. Las temperaturas del aire interior y exterior son 20 y –20 °C, respectivamente, y los coeficientes de transferencia de calor interior y exterior son 40 y 20 $W/m^2 \cdot K$. Determine *a*) la razón diaria de pérdida de calor a través de la ventana en funcionamiento estable y *b*) la diferencia de temperatura en la mayor resistencia térmica.

3-24 Considere una ventana de vidrio de 1.5 m de alto y 2.4 m de ancho cuyo espesor es de 6 mm y conductividad térmica $k = 0.78$ W/m · K. Determine la razón de transferencia de calor estacionaria a través de esta ventana de vidrio y la temperatura de su superficie interna durante un día, a lo largo del cual la habitación se mantiene a 24 °C mientras la temperatura del exterior es de –5 °C. Considere los coeficientes de transferencia de calor por convección en las superficies interior y exterior de la ventana como $h_1 = 10$ $W/m^2 \cdot K$ y $h_2 = 25$ $W/m^2 \cdot K$, e ignore cualquier transferencia de calor por radiación.

3-25 Considere una ventana de doble panel de 1.5 m de alto y 2.4 m de ancho, que consta de dos capas de vidrio de 3 mm de espesor ($k = 0.78$ W/m · K), separadas por un espacio de aire estático de 12 mm de ancho ($k = 0.026$ W/m · K). Determine la razón estacionaria de transferencia de calor a través de esta ventana de doble panel y la temperatura de su superficie interna durante un día, a lo largo del cual la habitación se mantiene a 21 °C, mientras la temperatura del exterior es de –5 °C. Considere los coeficientes de transferencia de calor por convección en las superficies interior y exterior de la ventana como $h_1 = 10$ $W/m^2 \cdot K$ y $h_2 = 25$ $W/m^2 \cdot K$, e ignore cualquier transferencia de calor por radiación. *Respuestas:* 154 W, 16.7 °C

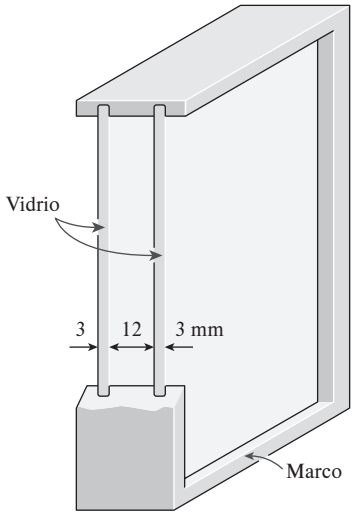


FIGURA P3-25

3-26 Repita el problema 3-25, suponiendo que el espacio entre las dos capas de vidrio está al alto vacío.

3-27 Reconsidere el problema 3-25. Usando el software apropiado, grafique la tasa de transferencia de calor a través de la ventana en función del ancho del espacio de aire en el rango de 2 mm a 20 mm, suponiendo una conducción pura a través del aire. Discuta los resultados.

3-28I Una pared está construida con placas de yeso a doble capa, de 0.6 pulgadas de espesor ($k = 0.10$ Btu/h · pie · °F). Las placas están hechas con dos capas de papel pesado separadas por una capa de yeso, colocadas a una distancia de 7 pulgadas.

El espacio entre las placas de yeso se llena con aislante de fibra de vidrio ($k = 0.020$ Btu/h · pie · °F). Determine *a*) la resistencia térmica de la pared y *b*) el valor *R* del aislante en unidades del sistema inglés.

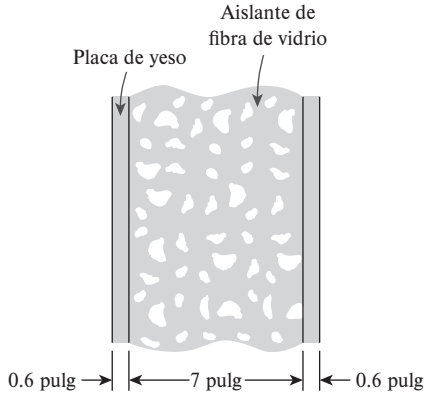


FIGURA P3-28I

3-29 Para desempañar la ventana trasera de un automóvil, se une un calefactor transparente muy delgado a la superficie interna de la ventana. Se proporciona un flujo de calor uniforme de 1 300 W/m^2 al calefactor para desempañar una ventana trasera con un espesor de 5 mm. La temperatura interior del automóvil es de 22 °C y el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 15 W/m^2 · K. La temperatura ambiente exterior es de –5 °C y el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 100 W/m^2 · K. Si la conductividad térmica de la ventana es 1.2 W/m · K, determine la temperatura de la superficie interna de la ventana.

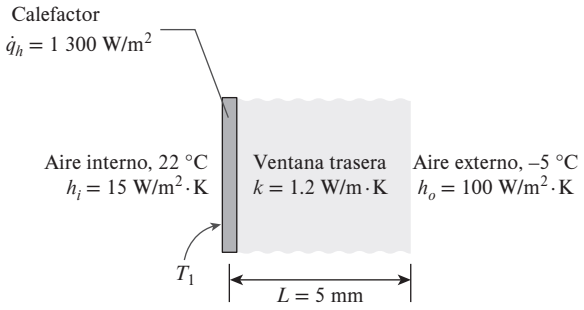


FIGURA P3-29

3-30 Se debe unir una capa transparente sobre la superficie superior de una placa sólida dentro de una cámara calentada. Para que la unión se adhiera correctamente, se debe mantener una temperatura de 70 °C en la unión entre la capa y la placa sólida. La capa transparente tiene un espesor de 1 mm y una conductividad térmica de 0.05 W/m · K, mientras que la placa sólida tiene un espesor de 13 mm y una conductividad térmica de 1.2 W/m · K. Dentro de la cámara calentada, el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 70 W/m^2 · K. Si la superficie inferior de la placa sólida se mantiene a 52 °C, determine la temperatura dentro de la cámara calentada y la temperatura de la superficie de la capa transparente. Considere que la resistencia de contacto térmico es insignificante.

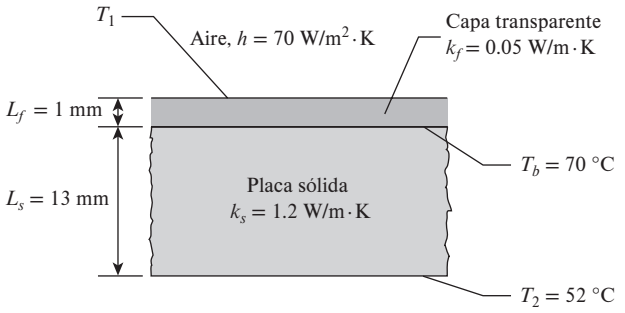


FIGURA P3-30

3-31 Para descongelar el hielo acumulado en la superficie externa del parabrisas de un automóvil, se sopla aire caliente sobre la superficie interna del parabrisas. Considere un parabrisas de automóvil con un espesor de 5 mm y una conductividad térmica de 1.4 W/m · K. La temperatura ambiente exterior es de –10 °C y el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 200 W/m^2 · K, mientras que la temperatura ambiente dentro del automóvil es de 25 °C. Determine el valor del coeficiente de transferencia de calor por convección para el aire caliente que sopla sobre la superficie interna del parabrisas necesario para que el hielo acumulado comience a derretirse.

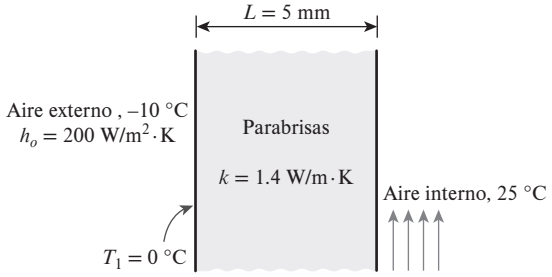


FIGURA P3-31

3-32 El techo de una casa consiste de una losa de concreto de 15 cm de espesor ($k = 2$ W/m · K) que tiene 15 m de ancho y 20 m de largo. Los coeficientes de transferencia de calor por convección en las superficies interna y externa del techo son 5 y 12 W/m^2 · K, respectivamente. En una noche despejada de invierno, se sabe que el aire ambiente está a 10 °C, mientras que la temperatura del cielo nocturno es de 100 K. La casa y las superficies interiores de la pared se mantienen a una temperatura constante de 20 °C. La emisividad de ambas superficies del techo de concreto es 0.9. Considerando las transferencias de calor por radiación y convección, determine la tasa de transferencia de calor a través del techo y la temperatura de la superficie interna del techo.

Si la casa se calienta con un horno que quema gas natural con una eficiencia de 80%, y el precio del gas natural es de $1.20/term (donde 1 term = 105 500 kJ de contenido de energía), determine el dinero perdido a través del techo esa noche durante un periodo de 14 h.

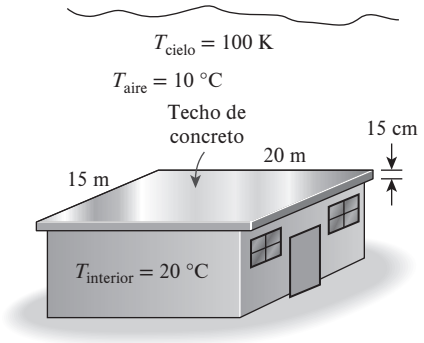


FIGURA P3-32

3-33 Una sección de pared de 2 m × 1.5 m de un horno industrial que quema gas natural no está aislada, y la temperatura en la superficie exterior de esta sección se mide en 110 °C. La temperatura de la sala del horno es de 32 °C y el coeficiente combinado de transferencia de calor por convección y radiación en la superficie del horno exterior es de 10 $W/m^2 \cdot K$. Se propone aislar esta sección de la pared del horno con aislante de fibra de vidrio (k = 0.038 W/m · K) para reducir la pérdida de calor en 90%. Suponiendo que la temperatura de la superficie exterior de la sección de metal permanezca en aproximadamente 110 °C, determine el espesor del aislante que debe usarse.

El horno opera de forma continua y tiene una eficiencia de 78%. El precio del gas natural es $1.10/term (donde 1 term = 105 500 kJ de contenido de energía). Si la instalación del aislante cuesta $250 para materiales y mano de obra, determine cuánto tiempo tomará para que el aislante recupere la inversión de su instalación, gracias a la energía que ahorra.

3-34 La pared de un refrigerador está construida con aislante de fibra de vidrio (k = 0.035 W/m · K), intercalada entre dos capas de lámina de metal de 1 mm de espesor (k = 15.1 W/m · K). El espacio refrigerado se mantiene a 2 °C, y los coeficientes promedio de transferencia de calor en las superficies interna y externa de la pared son 4 $W/m^2 \cdot K$ y 9 $W/m^2 \cdot K$, respectivamente. La temperatura promedio de la cocina es de 24 °C. Se observa una licuefacción en las superficies exteriores del refrigerador cuando la temperatura de la superficie exterior baja a 20 °C. Determine el espesor mínimo de aislante de fibra de vidrio que debe usarse en la pared para evitar la condensación en las superficies externas.

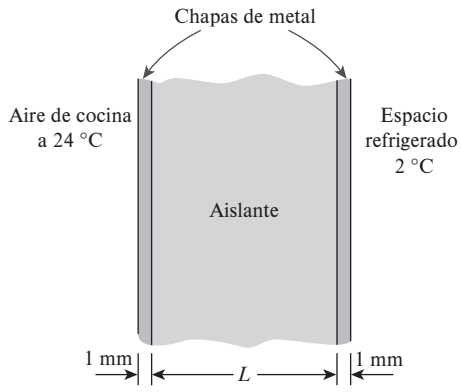


FIGURA P3-34

3-35 Reconsidere el problema 3-34. Con el software apropiado, investigue los efectos de las conductividades térmicas del material aislante y de la lámina de metal sobre el espesor del aislante. En una gráfica, varíe la conductividad térmica de 0.02 W/m · K a 0.08 W/m · K para el aislante y de 10 W/m · K a 400 W/m · K para la lámina. Grafique el espesor del aislante como función de las conductividades térmicas del aislante y la lámina, y discuta los resultados.

3-36 Un flujo de calor debe ser conducido a lo largo de una placa de circuito que tiene una capa de cobre en uno de sus lados. La placa de circuito tiene 15 cm de largo y 15 cm de ancho, y los espesores de las capas de cobre y epoxi son de 0.1 mm y 1.2 mm, respectivamente. Sin considerar la transferencia de calor desde las superficies laterales, determine los porcentajes de conducción de calor a lo largo de las capas de cobre (k = 386 W/m · K) y epoxi (k = 0.26 W/m · K). También determine la conductividad térmica efectiva de la placa.
Respuestas: 0.8%, 99.2% y 29.9 W/m · K

3-37I Una placa de cobre de 0.05 pulgadas de espesor (k = 223 Btu/h · pie · °F) se encuentra entre dos tablas de epoxi de 0.15 pulg de espesor (k = 0.15 Btu/h · pie · °F) que tienen un tamaño de 7 pulg × 9 pulg. Determine la conductividad térmica efectiva de la placa a lo largo de su lado de 9 pulg de largo. ¿Qué fracción del calor conducido a lo largo de ese lado se conduce a través del cobre?

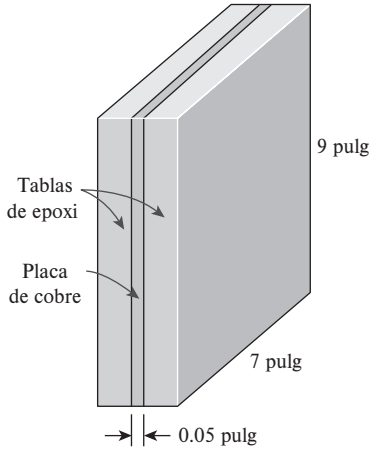


FIGURA P3-37I

3-38 Considere una casa que tiene una base de 10 m × 20 m y una pared de 4 m de altura. Las cuatro paredes de la casa tienen un valor R de 2.31 $m^2 \cdot °C/W$. Las dos paredes de 10 m × 4 m no tienen ventanas. La tercera pared tiene cinco ventanas hechas de vidrio de 0.5 cm de espesor (k = 0.78 W/m · K), de 1.2 m × 1.8 m de tamaño. La cuarta pared tiene el mismo tamaño y la misma cantidad de ventanas, pero estas tienen doble panel con un espacio de aire estancado de 1.5 cm de espesor (k = 0.026 W/m · K) encerrado entre dos capas de vidrio de 0.5 cm de espesor. El termostato en la casa muestra 24 °C y la temperatura promedio afuera es de 8 °C durante la temporada de frío. Sin tener en cuenta cualquier ganancia o pérdida

de radiación directa a través de las ventanas y tomando los coeficientes de transferencia de calor en las superficies interna y externa de la casa como 7 y 18 $W/m^2 \cdot K$, respectivamente, determine la tasa promedio de transferencia de calor a través de cada pared.

Si la casa tiene calefacción eléctrica y el precio de la electricidad es de \$0.08/kWh, determine la cantidad de dinero que este hogar ahorrará por temporada de calefacción al convertir las ventanas de un solo panel en ventanas de doble panel.

3-39I Considere una casa cuyas paredes tienen 12 pies de alto y 40 pies de largo. Dos de las paredes de la casa no tienen ventanas, mientras que cada una de las otras dos paredes tiene cuatro ventanas de vidrio de 0.25 pulgadas de espesor (k = 0.45 $Btu/h \cdot pie \cdot °F$), así como 3 pies × 5 pies de tamaño. Las paredes están certificadas con un valor R de 19 (es decir, un valor L/k de 19 $h \cdot pie^2 \cdot °F/Btu$). Sin tener en cuenta cualquier ganancia o pérdida de radiación directa a través de las ventanas y tomando los coeficientes de transferencia de calor en las superficies interior y exterior de la casa como 2 y 4 $Btu/h \cdot pie^2 \cdot °F$, respectivamente, determine el cociente entre la transferencia de calor a través de las paredes con y sin ventanas.

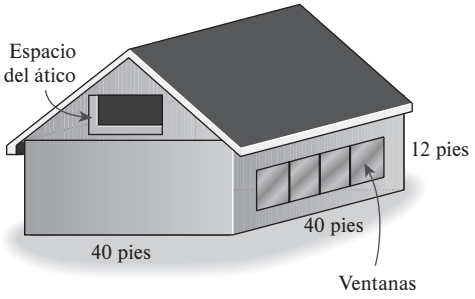


FIGURA P3-39I

3-40 PtD La superficie exterior de un motor está situada en un lugar donde pueden producirse fugas de aceite. Cuando el aceite que se filtra por una fuga entra en contacto con una superficie caliente que tiene una temperatura superior a su temperatura de autoignición, el aceite puede encenderse de forma espontánea. Considere una cubierta del motor hecha de una placa de acero inoxidable con un espesor de 1 cm y una conductividad térmica de 14 $W/m \cdot K$. La superficie interna de la cubierta del motor está expuesta al aire caliente con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 7 $W/m^2 \cdot K$ a 333 °C. La superficie exterior está expuesta a un entorno donde el aire ambiente es de 69 °C con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 7 $W/m^2 \cdot K$. Para evitar el riesgo de incendio en caso de fuga de aceite en la cubierta del motor, se aplica una capa de barrera térmica (TBC; *thermal barrier coating*) con una conductividad térmica de 1.1 $W/m \cdot K$ en la superficie exterior de la cubierta del motor. ¿Sería suficiente una capa de TBC de 4 mm de espesor para mantener la superficie de la cubierta del motor por debajo de la temperatura de autoignición de 200 °C para evitar el riesgo de incendio?

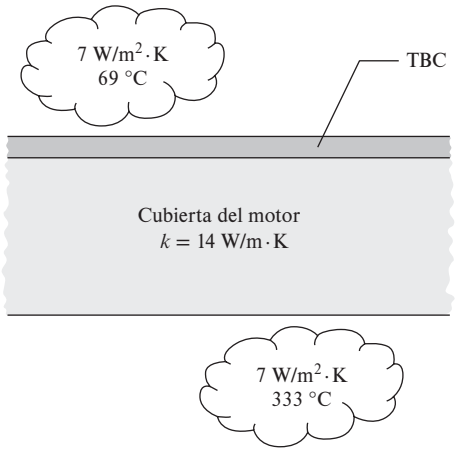


FIGURA P3-40

3-41 PtD El calor disipado por una máquina en funcionamiento puede causar puntos calientes en su superficie. Los puntos calientes expuestos pueden causar quemaduras térmicas cuando entran en contacto con el tejido de la piel humana y se consideran peligrosos en el lugar de trabajo. Considere la superficie de una máquina hecha de aluminio de 5 mm de espesor con una conductividad térmica de 237 $W/m \cdot K$. Mientras la máquina trabaja, disipa alrededor de 300 W/m^2 de calor a los alrededores y la superficie interna de aluminio está a 150 °C. Para proteger a los operadores de la máquina de las quemaduras térmicas, la superficie de la máquina puede cubrirse con aislante. La interfase aluminio/aislante tiene una conductancia de contacto térmico de 3 000 $W/m^2 \cdot K$. ¿Cuál es el espesor requerido para la capa de aislante con una conductividad térmica de 0.06 $W/m \cdot K$ para mantener la temperatura de la superficie a 45 °C o menos?

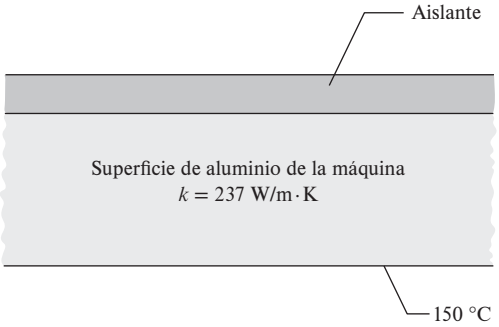


FIGURA P3-41

3-42 C&S Una placa no metálica (k = 0.05 $W/m \cdot K$) está unida a la superficie superior de una placa ASME SB-96 de cobre-silicio (k = 36 $W/m \cdot K$). La placa no metálica y la placa ASME SB-96 tienen espesores de 20 mm y 35 mm, respectiva-

mente. La superficie inferior de la placa ASME-SB-96 (superficie 1) se somete a un flujo de calor uniforme de 200 W/m^2. La superficie superior de la placa no metálica (superficie 2) se expone a convección a una temperatura del aire de 15 °C y un coeficiente de transferencia de calor por convección de 10 W/m$^2\cdot$K. Las aleaciones de cobre-silicio no siempre son adecuadas para aplicaciones en las que están expuestas a ciertas temperaturas medias y altas. Por tanto, el Código ASME de calderas y recipientes a presión (ASME BPVC.IV-2015, HF-300) limita el equipo construido con placa ASME SB-96 para operar a una temperatura que no exceda los 93 °C. Determine la temperatura en la superficie inferior de la placa ASME SB-96 y la temperatura en la interfase. ¿El uso de la placa ASME SB-96 en estas condiciones cumpliría con el Código ASME de calderas y recipientes a presión?

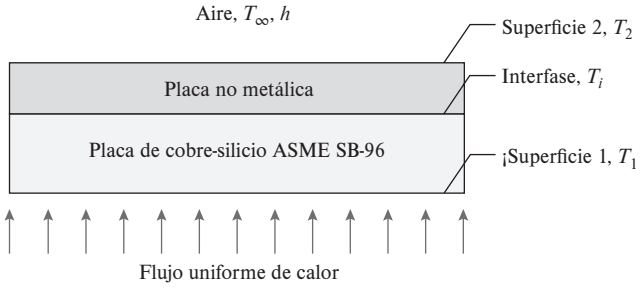


FIGURA P3-42

3-43 C&S Una placa ASME SB-96 cobre-silicio (k = 36 W/m·K) está unida a una placa de acero inoxidable ASTM A240 904L (k = 13 W/m·K). Ambas tienen 25 mm de espesor. Una serie de pernos de latón naval ASTM B21 están colocados en la superficie superior de la placa de cobre y silicio. La superficie inferior de la placa de acero inoxidable está expuesta a convección con vapor a 260 °C y un coeficiente de transferencia de calor por convección de 500 W/m$^2\cdot$K. La superficie superior de la placa de cobre-silicio está expuesta a convección con vapor a 80 °C y un coeficiente de transferencia de calor por convección de 300 W/m$^2\cdot$K. De acuerdo con el Código ASME para calderas y recipientes a presión (ASME BPVC. IV-2015, HF-300), los componentes construidos con placas ASME SB-96 no deben operarse a temperaturas superiores a 93 °C. De acuerdo con el Código ASME para tuberías de proceso (ASME B31.3 2014, tabla A-2M), la temperatura máxima de uso para los pernos B21 es 149 °C, mientras que la temperatura máxima de uso para la placa de acero inoxidable ASTM A240 904L es 260 °C (ASME B31.3-2014, tabla A-1M). Determine las temperaturas en la superficie superior de la placa de acero inoxidable, en la superficie inferior de la placa de cobre-silicio y en la interfase. ¿En este caso, cumplirían el uso de la placa de cobre-silicio, la placa de acero inoxidable y los pernos ASTM B21 con el Código ASME para calderas y recipientes a presión y con el Código ASME para tuberías de proceso?

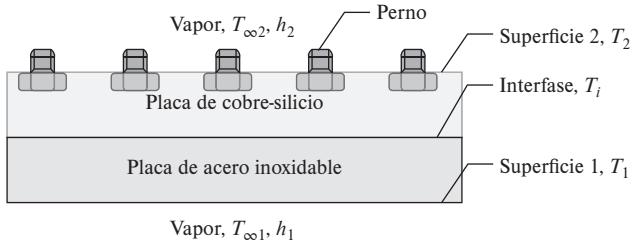


FIGURA P3-43

Resistencia de contacto térmico

3-44C ¿Qué es la resistencia de contacto térmico?, ¿cómo se relaciona con la conductancia de contacto térmico?

3-45C ¿La resistencia de contacto térmico será mayor para superficies planas lisas o rugosas?

3-46C Explique cómo se puede minimizar la resistencia de contacto térmico.

3-47C Una pared consta de dos capas *aislantes* presionadas una contra la otra. ¿Es importante tomar en cuenta la resistencia de contacto térmico en la interfase en un análisis de transferencia de calor o puede ser ignorado?

3-48C Una placa consta de dos capas *metálicas* delgadas presionadas una contra la otra. ¿Es importante tomar en cuenta la resistencia de contacto térmico en la interfase en un análisis de transferencia de calor o puede ser ignorado?

3-49C Considere dos superficies presionadas una contra la otra. Ahora se extrae el aire en la interfase al alto vacío. ¿La resistencia de contacto térmico en la interfase aumentará o disminuirá como resultado del cambio?

3-50 La conductancia de contacto térmico en la interfase de dos placas de aluminio de 1 cm de espesor se mide en 11 000 W/m$^2\cdot$K. Determine el espesor de la placa de aluminio cuya resistencia térmica es igual a la resistencia térmica de la interfase entre las placas.

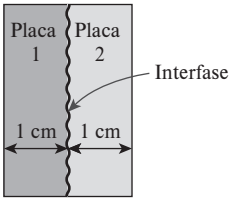


FIGURA P3-50

3-51 Dos barras de aluminio de 5 cm de diámetro y 15 cm de largo (k = 176 W/m·K) con superficies aplanadas se presionan entre sí con una presión de 20 atm. Las barras están dentro de una funda aislante, por tanto, la transferencia de calor desde las superficies laterales es insignificante. Si las superficies superior e inferior del sistema de dos barras se mantienen a temperaturas de 150 y 20 °C, respectivamente, determine *a*) la razón de transferencia de calor a lo largo de los cilindros en condiciones estacionarias y *b*) la disminución de temperatura en la interfase. *Respuestas: a*) 142.4 W, *b*) 6.4 °C

3-52 Una placa de cobre de 1 mm de espesor ($k = 401$ W/m·K) se intercala entre dos tableros de epoxi de 7 mm de espesor ($k = 0.26$ W/m·K), que tienen un tamaño de 15 × 20 cm. Si la conductancia de contacto térmico en ambos lados de la placa de cobre se estima en 6 000 W/m·K, determine el error involucrado en la resistencia térmica total de la placa si se ignoran las conductancias de contacto térmico.

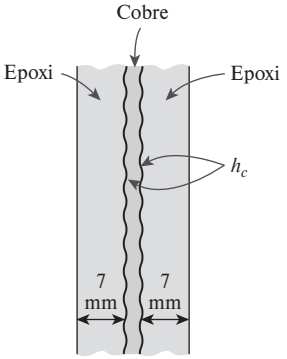


FIGURA P3-52

3-53 Dos placas de aluminio idénticas con un espesor de 30 cm se presionan entre sí a una presión promedio de 1 atm. La interfase, intercalada entre las dos placas, está llena de glicerina. En la superficie exterior izquierda se somete a un flujo de calor uniforme de 7 800 W/m^2 a una temperatura constante de 50 °C. En la superficie exterior derecha, la temperatura se mantiene constante a 30 °C. Determine la conductancia de contacto térmico de la glicerina en la interfase si la conductividad térmica de las placas de aluminio es de 237 W/m·K. Discuta si el valor de la conductancia de contacto térmico es razonable o no.

3-54 Una pared de dos capas está hecha de dos placas de metal, con una rugosidad superficial de aproximadamente 25 μm, presionadas juntas a una presión promedio de 10 MPa. La primera capa es una placa de acero inoxidable con un espesor de 5 mm y una conductividad térmica de 14 W/m·K. La segunda capa es una placa de aluminio con un espesor de 15 mm y una conductividad térmica de 237 W/m·K. En el lado de acero inoxidable de la pared, la superficie está sujeta a un flujo de calor de 800 W/m^2. En el lado de aluminio de la pared, la superficie experimenta transferencia de calor por convección a una temperatura ambiente de 20 °C, donde el coeficiente de convección es de 12 W/m^2·K. Determine la temperatura de la superficie de la placa de acero inoxidable.

3-55 Una placa de aluminio de 25 mm de espesor ($k = 235$ W/m·K) está unida a una placa de cobre con un espesor de 10 mm. La placa de cobre se calienta eléctricamente para disipar un flujo de calor uniforme de 5 300 W/m^2. La superficie superior de la placa de aluminio está expuesta a transferencia de calor por convección en una condición tal que el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 67 W/m^2·K y la temperatura ambiente de 20 °C. Las demás superficies de las dos placas unidas están aisladas de manera que el calor solo se disipa a través de la superficie superior de la placa de aluminio. Si la superficie de la placa de cobre que está unida a la de aluminio, tiene una temperatura de 100 °C, determine la conductancia de contacto térmico de la interfase aluminio/cobre.

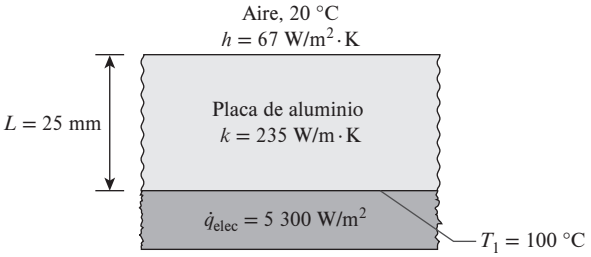


FIGURA P3-55

3-56 Una placa de aluminio y una placa de acero inoxidable se presionan entre sí a una presión promedio de 20 MPa. Ambas tienen una rugosidad superficial de 2 μm. Determine el impacto en la disminución de temperatura en la interfase si la rugosidad de la superficie de las placas se multiplica por diez.

3-57 Un componente electrónico delgado con un área superficial de 950 cm^2 se enfría al tener un disipador de calor conectado en su superficie superior. La conductancia de contacto térmico de la interfase entre el componente electrónico y el disipador de calor es de 2 000 W/m^2·K. Según el fabricante, el disipador de calor tiene una resistencia térmica combinada de convección y radiación de 0.3 K/W. Si el componente electrónico disipa 45 W de calor a través del disipador de calor a una temperatura ambiente de 30 °C, determine la temperatura del componente electrónico. ¿La resistencia de contacto desempeña un papel importante en la disipación de calor en la interfase del componente electrónico y el disipador de calor?

3-58 Considere una cubierta para un motor hecha con placas de metal a doble placa. La capa interna es de acero inoxidable ($k_1 = 14$ W/m·K) con un espesor de 10 mm y la externa es de aluminio ($k_2 = 237$ W/m·K) con un espesor de 5 mm. Ambas placas de metal tienen una rugosidad superficial de aproximadamente 23 μm. La placa de aluminio está unida a la de acero inoxidable mediante tornillos que ejercen una presión promedio de 20 MPa en la interfase. La superficie interior de acero inoxidable de la cubierta está expuesta al calor del motor con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 10 W/m^2·K a una temperatura ambiente de 150 °C. La superficie exterior de aluminio está expuesta a un coeficiente de transferencia de calor por convección de 25 W/m^2·K a una temperatura ambiente de 40 °C. Determine el flujo de calor a través de la cubierta del motor.

3-59 Inconel® se refiere a una clase de superaleaciones a base de níquel y cromo que se utilizan en aplicaciones de alta temperatura, como las palas de turbinas de gas. Para mejorar aún más el rendimiento de los motores de turbina de gas, la superficie exterior de la pala se recubre con una capa de barrera térmica (TBC) a base de cerámica. Una placa plana Inconel con un espesor de 12 mm está recubierta con una capa de TBC con un espesor de 300 μm en su superficie. En la interfase entre el Inconel y la TBC, la conductancia de contacto térmico es de

3 500 W/m^2·K. Las conductividades térmicas del Inconel y la TBC son 25 W/m·K y 1.5 W/m·K, respectivamente. La placa está rodeada de gases de combustión calientes a 1 500 °C, y el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 750 W/m^2/K. Determine la temperatura en el plano medio de la placa de Inconel si la temperatura de la superficie exterior es de 1 200 °C.

3-60 C&S Una pared está compuesta con varios materiales, como acero inoxidable (k = 13 W/m·K, 30 mm de espesor), cobre-silicio (k = 36 W/m·K, 30 mm de espesor) y placas no metálicas (k = 0.1 W/m·K, 15 mm de espesor). La placa de cobre-silicio se encuentra entre la placa de acero inoxidable en la parte inferior y la no metálica en la parte superior. Una serie de pernos de latón naval ASTM B21 están atornillados a la placa no metálica y la superficie superior está expuesta a la transferencia de calor por convección con aire a 20 °C y h = 20 W/m^2·K. En la superficie inferior, la placa de acero inoxidable se somete a un flujo de calor uniforme de 2 000 W/m^2. Existen resistencias de contacto térmico en las interfases de la placa. La conductancia de contacto térmico entre las placas de acero inoxidable y cobre-silicio es de 20 000 W/m^2·K; y la conductancia de contacto térmico entre el cobre-silicio y las placas no metálicas es de 10 000 W/m^2·K. El Código ASME para tuberías de proceso (ASME B31.3-2014, tabla A-2M) limita la temperatura máxima de uso para los pernos ASTM B21 a 149 °C. Determine la resistencia térmica total de la pared para una superficie de 1 m^2, entre T_1 y T_∞. ¿Los pernos ASTM B21 en la placa no metálica cumplirían con los requerimientos del código ASME?

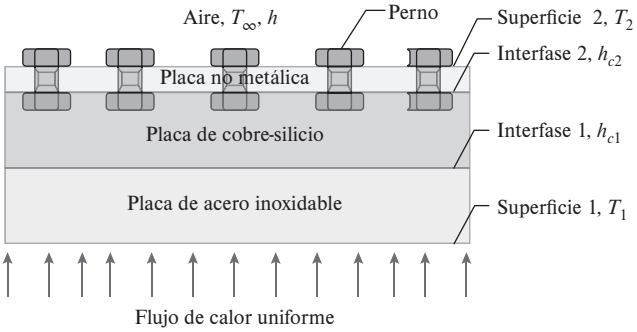


FIGURA P3-60

3-61 C&S Una placa no metálica (k = 3 W/m·K) está unida a una placa de acero inoxidable ASTM A240 904L (k = 13 W/m·K). La placa no metálica y la placa de acero inoxidable tienen espesores de 10 mm y 30 mm, respectivamente. La placa no metálica está atornillada a la de acero inoxidable con una serie de pernos de aleación de aluminio ASTM B211 6061. La superficie superior de la placa no metálica está expuesta a la transferencia de calor por convección con aire a 20 °C y h = 50 W/m^2·K. La superficie inferior de la placa de acero inoxidable está expuesta a convección con vapor a 260 °C y h = 500 W/m^2·K. La conductancia de contacto térmico entre el acero inoxidable y las placas no metálicas es de 10 000 W/m^2·K. De acuerdo con el Código ASME para tuberías de proceso (ASME B31.3-2014, tabla A-2M), la temperatura máxima de uso para los pernos B211 6061 es de 204 °C, mientras que la temperatura máxima de uso para la placa ASTM A240 904L es de 260 °C (ASME B31.3-2014, tabla A-1M). ¿Cumple este uso de la placa ASTM A240 904L y los pernos ASTM B211 6061 con el Código ASME para tuberías de proceso?

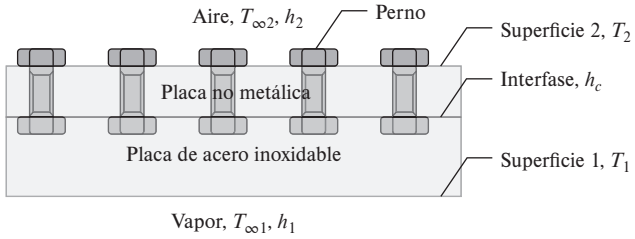


FIGURA P3-61

Redes de resistencia térmica generalizadas

3-62C ¿Cuáles son los dos enfoques utilizados en el desarrollo de la red de resistencia térmica para problemas bidimensionales?

3-63C Las redes de resistencia térmica también se pueden usar con leves márgenes de error para problemas multidimensionales. ¿Para qué tipo de problemas multidimensionales dará resultados adecuados el enfoque de resistencia térmica?

3-64C Al trazar la red de resistencia térmica asociada con un problema de transferencia de calor, explique cuándo dos resistencias están en serie y cuándo en paralelo.

3-65 Una pared de 10 cm de espesor se construirá con clavos de madera de 2.5 m de largo (k = 0.11 W/m·K) que tienen una sección transversal de 10 cm × 10 cm. En algún momento, el constructor se quedó sin esos clavos y comenzó a usar en su lugar pares de otros clavos de madera de 2.5 m de largo que tienen una sección transversal de 5 cm × 10 cm. Los clavos de acero al manganeso (k = 50 W/m·K) tienen 10 cm de largo y un diámetro de 0.4 cm. Se utilizan un total de 50 clavos para conectar los dos montantes, que están montados en la pared de manera que los clavos crucen la pared. La diferencia de temperatura entre las superficies interior y exterior de la pared es de 8 °C. Suponiendo que la resistencia de contacto térmico entre las dos capas sea insignificante, determine la tasa de transferencia de calor *a*) a través de un clavo sólido y *b*) a través de un par de clavos de igual longitud y ancho clavados entre sí. *c*) Determine también la conductividad efectiva del par de clavos clavados.

3-66I Considere un laminado de vidrio epoxi de 10 pulg × 12 pulg (k = 0.10 Btu/h·pie·°F) cuyo grosor es 0.05 pulg. Para reducir la resistencia térmica en todo su espesor, se deben plantar rellenos de cobre cilíndricos (k = 223 Btu/h·pie·°F) de 0.02 de diámetro en todo el tablero, con una distancia de centro a centro de 0.06 pulg. Determine el nuevo valor de la resistencia térmica del tablero de epoxi para la conducción de

calor a través de su espesor como resultado de esta modificación. *Respuesta:* 0.000256 h·°F/Btu

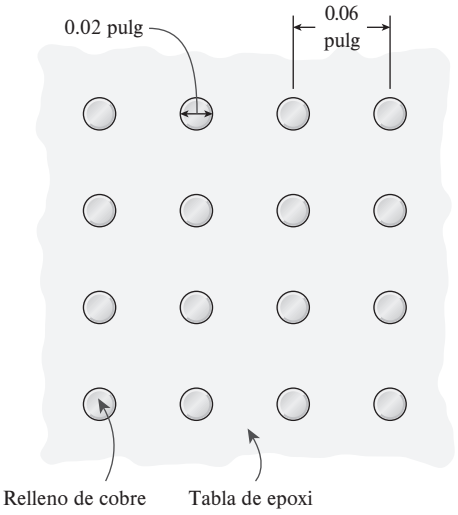


FIGURA P3-66I

3-67 La ropa manufacturada con varias capas delgadas de tela con aire atrapado en el medio, a menudo llamada ropa de esquí, se usa comúnmente en climas fríos porque es ligera, moderna y tiene un aislante térmico muy efectivo. Por tanto, no es sorprendente que tal ropa haya reemplazado en gran medida los abrigos gruesos y pesados antiguos.

Considere una chaqueta de esquí, hecha de cinco capas de tela sintética de 0.15 mm de espesor (k = 0.13 W/m·K) con espacio de aire de 1.5 mm de espesor (k = 0.026 W/m·K) entre las capas. Suponiendo que la temperatura de la superficie interna de la chaqueta sea de 25 °C y el área de la superficie de 1.25 m^2, determine la tasa de pérdida de calor a través de la chaqueta cuando la temperatura del exterior es de 0 °C y el coeficiente de transferencia de calor en la superficie exterior es de 25 $W/m^2 \cdot K$.

¿Cuál sería la respuesta correcta si esta chaqueta de esquí estuviera hecha de una sola capa de tela sintética de 0.75 mm de espesor?, ¿cuál debería ser el espesor de la capa de tela sintética (k = 0.035 W/m·K) si una persona busca lograr el mismo nivel de comodidad térmica usando un grueso abrigo de lana en lugar de una chaqueta de esquí de cinco capas?

3-68 Un horno de 5 m de ancho, 4 m de alto y 40 m de largo, utilizado para forjar tuberías de concreto, está hecho de paredes y techo de concreto de 20 cm de espesor (k = 0.9 W/m·K). El horno se mantiene a 40 °C, inyectando vapor caliente en él. Los dos extremos del horno, de 4 m × 5 m, están hechos de una chapa de 3 mm de espesor cubierta con espuma de poliestireno de 2 cm de espesor (k = 0.033 W/m·K). Los coeficientes de transferencia de calor por convección en las superficies interior y exterior del horno son 3 000 $W/m^2 \cdot K$ y 25 $W/m^2 \cdot K$, respectivamente. Sin tener en cuenta la pérdida de calor a través del piso, determine la tasa de pérdida de calor del horno cuando el aire ambiente se encuentra a –4 °C.

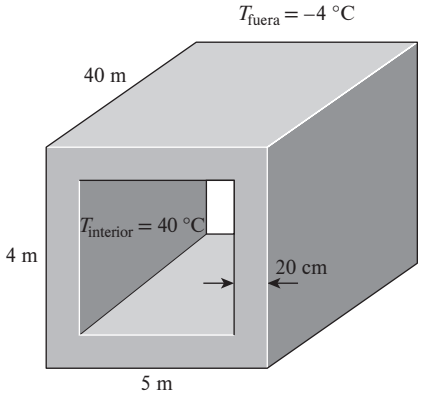


FIGURA P3-68

3-69 Reconsidere el problema 3-68. Usando el software apropiado, investigue los efectos del espesor de la pared y el coeficiente de transferencia de calor por convección en la superficie externa sobre la tasa de pérdida de calor del horno. Haga variar el espesor en un rango de 10 cm a 30 cm y el coeficiente de transferencia de calor por convección de 5 $W/m^2 \cdot K$ a 50 $W/m^2 \cdot K$. Grafique la tasa de transferencia de calor en función del espesor de la pared y el coeficiente de transferencia de calor por convección, y analice los resultados.

3-70 La figura P3-70 muestra cierta sección típica de un muro de construcción. Esta sección se extiende dentro y fuera de la viga y se repite en dirección vertical. Los miembros de soporte de la pared están hechos de acero (k = 50 W/m·K). Los miembros de soporte son de 8 cm (t_{23}) × 0.5 cm (L_B). El resto del espacio de la pared interior está lleno de aislante (k = 0.03 W/m·K) y mide 8 cm (t_{23}) × 60 cm (L_B). La pared interna está hecha de paneles de yeso (k = 0.5 W/m·K) que tiene 1 cm de espesor (t_{12}) y la pared externa de ladrillo (k = 1.0 W/m·K) que tiene 10 cm de espesor (t_{34}). ¿Cuál es el flujo de calor promedio a través de esta pared cuando T_1 = 20 °C y T_4 = 35 °C?

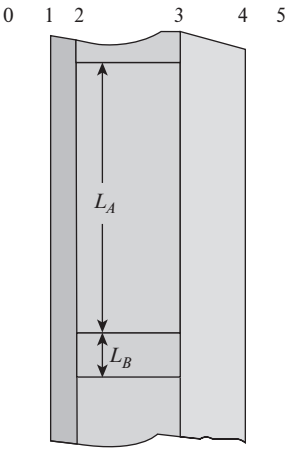


FIGURA P3-70

3-71 Una pared de 4 m de alto y 6 m de ancho está formada por una sección transversal larga de 15 cm × 25 cm de ladrillos horizontales ($k = 0.72$ W/m·K) separados por capas de yeso de 3 cm de espesor ($k = 0.22$ W/m·K). También hay capas de yeso de 2 cm de espesor a cada lado de la pared, y una espuma rígida de 2 cm de espesor ($k = 0.026$ W/m·K) en el lado interno de la pared. Las temperaturas interior y exterior son 22 y –4 °C, y los coeficientes de transferencia de calor por convección en los lados interior y exterior son $h_1 = 10$ W/m^2·K y $h_2 = 20$ W/m^2·K, respectivamente. Suponiendo que la transferencia de calor es unidimensional y sin tener en cuenta la radiación, determine la tasa de transferencia de calor a través de la pared.

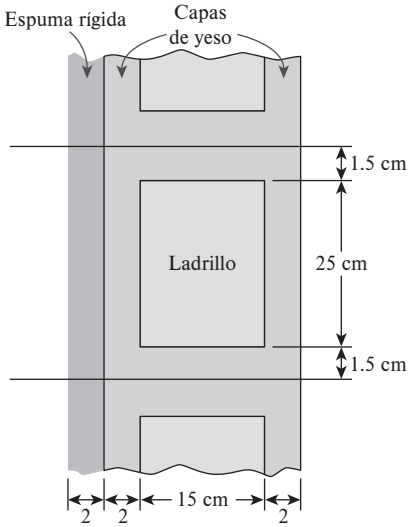


FIGURA P3-71

3-72 Reconsidere el problema 3-71. Con el software apropiado, grafique la tasa de transferencia de calor a través de la pared en función del espesor de la espuma rígida en un rango de 1 cm a 10 cm. Discuta los resultados.

3-73 Una pared de 12 m de largo y 5 m de alto está construida con dos capas de placas de yeso de 1 cm de espesor ($k = 0.17$ W/m·K) separadas 16 cm por postes de madera ($k = 0.11$ W/m·K), cuya sección transversal es de 16 cm × 5 cm. Los postes se colocan verticalmente a 60 cm de distancia, y el espacio entre ellos se llena con aislante de fibra de vidrio ($k = 0.034$ W/m·K). La casa se mantiene a 20 °C y la temperatura ambiente exterior es de –9 °C. Tomando los coeficientes de transferencia de calor en las superficies interna y externa de la casa como 8.3 y 34 W/m^2·K, respectivamente, determine *a*) la resistencia térmica de la pared considerando una sección representativa de la misma y *b*) la tasa de transferencia de calor a través de la pared.

3-74I Se construirá un muro de 10 pulg de espesor, 30 pies de largo y 10 pies de altura utilizando ladrillos sólidos de 9 pulg de largo ($k = 0.40$ Btu/h·pie·°F), sección transversal de 7 pulg × 7 pulg, o ladrillos de tamaño idéntico con nueve agujeros de aire cuadrados ($k = 0.015$ Btu/h·pie·°F) que tienen 9 pulgadas de largo y una sección transversal de 1.5 pulg × 1.5 pulg. Hay una capa de yeso de 0.5 pulg de espesor ($k = 0.10$ Btu/h·pie·°F) entre los dos ladrillos adyacentes en los cuatro lados y en ambos lados de la pared. La casa se mantiene a 80 °F y la temperatura ambiente exterior es de 35 °F. Tomando los coeficientes de transferencia de calor en las superficies interna y externa de la pared como 1.5 y 6 Btu/h·pie^2·°F, respectivamente, determine la tasa de transferencia de calor a través de la pared construida de *a*) ladrillos sólidos y *b*) ladrillos con agujeros de aire.

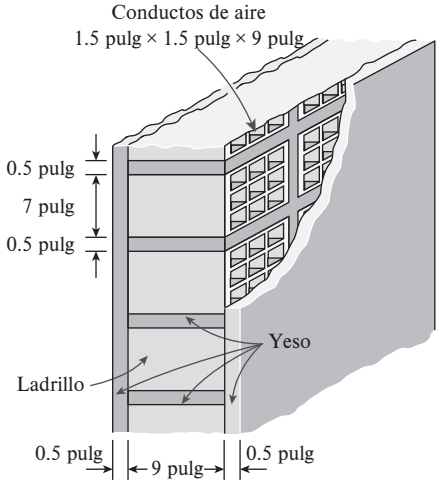


FIGURA P3-74I

3-75 Considere una pared de 5 m de alto, 8 m de largo y 0.22 m de espesor, cuya sección representativa es la que se muestra en la figura. Las conductividades térmicas de varios materiales utilizados, en W/m·K, son $k_A = k_F = 2$, $k_B = 8$, $k_C = 20$, $k_D = 15$ y $k_E = 35$. Las superficies izquierda y derecha de la pared se mantienen a temperaturas uniformes de 300 y 100° C, respectivamente. Suponiendo que la transferencia de calor a través de la pared sea unidimensional, determine *a*) la razón de transferencia de calor a través de la pared; *b*) la temperatura en el punto donde se encuentran las secciones *B*, *D* y *E*; y *c*) la disminución de temperatura en la sección *F*. Ignore las resistencias de contacto en las interfases.

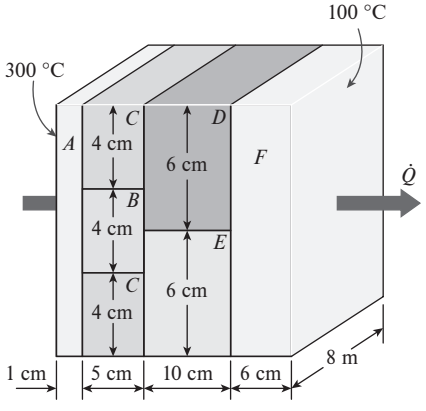


FIGURA P3-75

3-76 En un experimento para medir los coeficientes de transferencia de calor por convección, una lámina metálica muy delgada con muy baja emisividad (por ejemplo, cobre altamente pulido) se adhiere a la superficie de una losa de material con muy baja conductividad térmica. La otra superficie de la lámina metálica está expuesta a transferencia de calor por convección haciendo fluir el flujo sobre la superficie de la lámina. Esta configuración disminuye la conducción de calor a través de la losa y la radiación en la superficie de la lámina metálica, mientras que la convección de calor tiene un papel central. La losa a la que está unida la lámina metálica tiene un espesor de 25 mm y una conductividad térmica de 0.023 W/m·K. En condiciones donde la temperatura ambiente es de 20 °C, la lámina metálica se calienta eléctricamente con un flujo de calor uniforme de 5 000 W/m^2. Si la superficie inferior de la losa es de 20 °C y la lámina metálica tiene una emisividad de 0.02, determine *a*) el coeficiente de transferencia de calor por convección si el aire fluye sobre la lámina metálica y la temperatura de la superficie de la lámina es 150 °C; y *b*) el coeficiente de transferencia de calor por convección si el agua fluye sobre la lámina metálica y la temperatura de la superficie de la lámina es de 30 °C.

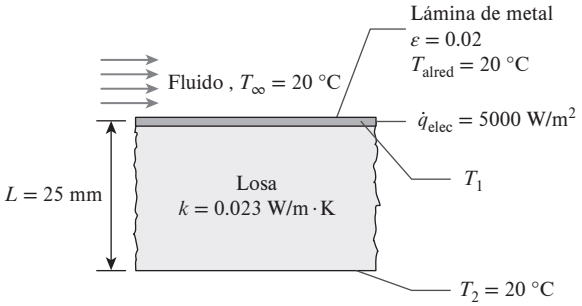


FIGURA P3-76

3-77 C&S Una placa de acero inoxidable (k = 13 W/m·K, 1 cm de espesor) está unida a una placa de cobre-silicio ASME SB-96 (k = 36 W/m·K, 3 cm de espesor) para formar una pared plana. La superficie inferior de la placa ASME SB-96 (superficie 1) se somete a un flujo de calor uniforme de 750 W/m^2. La superficie superior de la placa de acero inoxidable (superficie 2) está expuesta a la transferencia de calor por convección con aire, a $T_\infty = 20$ °C y $h = 5$ W/m^2·K, y a la radiación térmica con los alrededores a $T_{alred} = 20$ °C. La superficie de acero inoxidable tiene una emisividad de 0.3. La conductancia de contacto térmico en la interfase de las placas de acero inoxidable y cobre-silicio es de 5 000 W/m^2·K. El código ASME para calderas y recipientes a presión (ASME BPVC.IV-2015, HF-300) limita el equipo construido con placa ASME SB-96 para operar a una temperatura que no exceda los 93 °C. Determine la resistencia térmica total de la pared para un área de 1 m^2, entre T_1 y T_∞. ¿El uso de la placa ASME SB-96 en estas condiciones cumple con el código ASME de calderas y recipientes a presión?

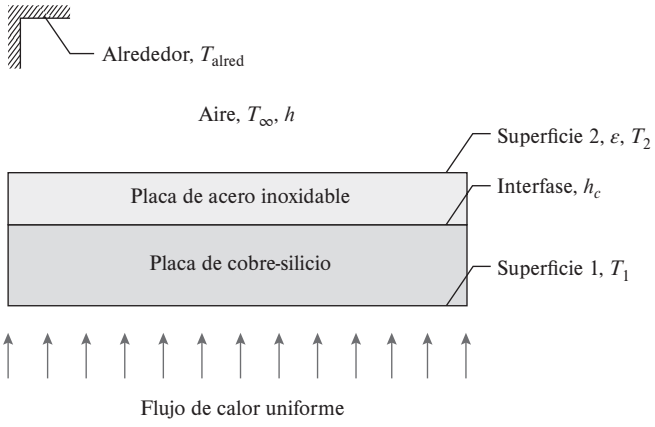


FIGURA P3-77

Conducción de calor en cilindros y esferas

3-78C ¿Qué es un cilindro infinitamente largo? ¿En qué circunstancias es apropiado tratar un cilindro real como si fuera infinitamente largo, y en cuáles no?

3-79C ¿Se puede usar el concepto de resistencia térmica para un cilindro sólido o una esfera en funcionamiento estable? Explique.

3-80C Considere un cilindro corto cuyas superficies, superior e inferior, están aisladas. El cilindro está inicialmente a una temperatura uniforme T_i y se somete a convección desde su superficie lateral a un medio a temperatura T_∞, con un coeficiente de transferencia de calor h. ¿La transferencia de calor en este cilindro corto es de una o dos dimensiones? Explique.

3-81 Una cantidad constante de vapor a 280 °C fluye en una tubería de acero inoxidable (k = 15 W/m·K) cuyos diámetros interior y exterior son 5 cm y 5.5 cm, respectivamente. La tubería está cubierta con aislante de fibra de vidrio de 3 cm de espesor (k = 0.038 W/m·K). El calor se pierde en los alrededores a 5 °C por convección natural y radiación, con un coeficiente de transferencia de calor combinado por convección natural y radiación de 22 W/m^2·K. Tomando el coeficiente de transferencia de calor dentro de la tubería como 80 W/m^2·K, determine la razón de pérdida de calor del vapor por unidad de longitud de la tubería. También determine las bajas de temperatura a través del exterior de la tubería y el aislante.

3-82 Reconsidere el problema 3-81. Usando el software apropiado, investigue el efecto del espesor del aislante en la razón de pérdida de calor del vapor y la caída de temperatura a través de la capa de aislante. Varíe el espesor del aislante en un rango de 1 a 10 cm. Grafique la tasa de pérdida de calor y la caída de temperatura en función del espesor del aislante y analice los resultados.

3-83 Una sección de una tubería de vapor de 50 m de largo, cuyo diámetro exterior es de 10 cm, pasa a través de un espacio al aire libre a 15 °C. La temperatura media de la superficie exterior de la tubería se mide en 150 °C. Si el coeficiente combinado de transferencia de calor en la superficie exterior de la tubería es de 20 W/m^2·K, determine *a*) la tasa de pérdida de calor de la tubería de vapor; *b*) el costo anual de esta energía perdida si se genera vapor en un horno de gas natural que

tiene una eficiencia de 75% y el precio del gas natural es de \$0.52/therm (donde 1 therm = 105 500 kJ); y *c*) el espesor del aislante de fibra de vidrio (k = 0.035 W/m · K) necesario para ahorrar 90% del calor perdido. Considere que la temperatura de la tubería permanece constante a 150 °C.

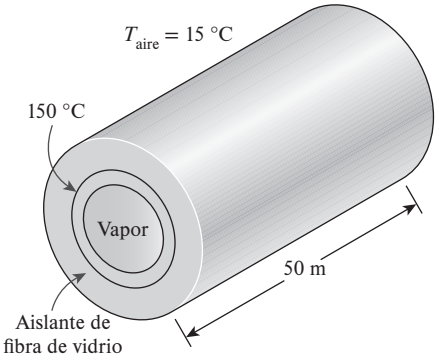


FIGURA P3-83

3-84 Un flujo de vapor sobrecalentado a una temperatura promedio de 200 °C se transporta a través de una tubería de acero (k = 50 W/m · K, D_o = 8.0 cm, D_i = 6.0 cm y L = 20.0 m) aislada con una capa de yeso de 4 cm de espesor (k = 0.5 W/m · K). La tubería se coloca horizontalmente dentro de un almacén donde la temperatura promedio del aire es de 10 °C. Los coeficientes de transferencia de calor del vapor y del aire se estiman en 800 y 200 W/m^2 · K, respectivamente. Calcule *a*) la tasa diaria de transferencia de calor del vapor sobrecalentado y *b*) la temperatura en la superficie exterior del aislante de yeso.

3-85 C&S Un líquido caliente fluye en una tubería de acero con un diámetro interno de D_1 = 22 mm y un diámetro externo de D_2 = 27 mm. La superficie interna de la tubería está recubierta con un delgado revestimiento de etileno propileno fluorado (FEP; *fluorinated ethylene propylene*). La conductividad térmica de la pared de la tubería es de 15 W/m · K. La superficie exterior de la tubería está sujeta a un flujo uniforme de 1 200 W/m^2 para una longitud de 1 m. El líquido caliente que fluye dentro de la tubería tiene una temperatura media de 180 °C y un coeficiente de transferencia de calor por convección de 50 W/m^2 · K. La interfase entre el revestimiento de FEP y la superficie de acero tiene una conductancia de contacto térmico de 1 500 W/m^2 · K. Determine las temperaturas en el revestimiento y en la superficie exterior de la tubería para la longitud de la tubería sujeta al flujo de calor uniforme. ¿Cuál es la resistencia térmica total entre las dos temperaturas? El código ASME para tuberías de proceso (ASME B31.3 2014, A323) recomienda una temperatura máxima para el revestimiento FEP de 204 °C. ¿Este ejemplo de revestimiento FEP cumple con la recomendación del código?

3-86 C&S Un chorro de agua caliente fluye en una sección de 1 m de largo de una tubería hecha de termoplástico de acrilonitrilo butadieno estireno (ABS). La sección de tubería de ABS tiene un diámetro interno de D_1 = 22 mm y un diámetro externo de D_2 = 27 mm. La conductividad térmica de la pared de la tubería de ABS es de 0.1 W/m · K. La superficie exterior está expuesta a la transferencia de calor por convección con aire a 20 °C y h = 10 W/m^2 · K. El agua que fluye dentro tiene un coeficiente de transferencia de calor por convección de 50 W/m^2 · K. De acuerdo con el Código ASME para tuberías de proceso (ASME B31.3-2014, tabla B-1), la temperatura máxima recomendada para tuberías ABS es 80 °C. Determine la temperatura máxima del agua que fluye en la tubería, de modo que la tubería del ABS funcione a la temperatura recomendada o inferior. ¿Cuál es la temperatura en la superficie exterior de la tubería cuando el agua está a la temperatura máxima?

3-87I Un brote de vapor sale de la turbina de una central eléctrica de vapor a 100 °F y debe condensarse en un condensador grande enfriando el agua que fluye a través de tuberías de cobre (k = 223 Btu/h · pie · °F) de diámetro interior 0.4 pulg y diámetro exterior 0.6 pulg a una temperatura media de 70 °F. El calor de vaporización del agua a 100 °F es 1 037 Btu/lbm. Los coeficientes de transferencia de calor son 2 400 Btu/h · pie^2 · °F en el lado del vapor y 35 Btu/h · pie^2 · F° en el lado del agua. Determine la longitud del tubo requerido para condensar vapor a una velocidad de 250 lbm/h. *Respuesta:* 2 380 pies

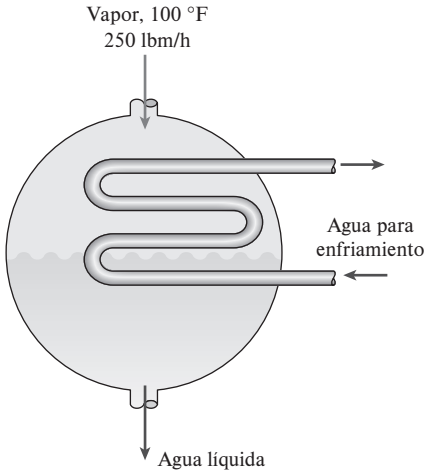


FIGURA P3-87I

3-88I Repita el problema 3-87I suponiendo que se haya formado una capa gruesa de depósito mineral de 0.01 pulg (k = 0.5 Btu/h · pie · °F) en la superficie interna de la tubería.

3-89I Reconsidere el problema 3-87I. Usando el software apropiado, investigue los efectos de la conductividad térmica del material de la tubería y el diámetro externo de esta en la longitud del tubo requerido. Varíe la conductividad térmica en un rango de 10 Btu/h · pie · °F a 400 Btu/h · pie · °F y el diámetro exterior de 0.5 pulg a 1.0 pulg. Grafique la longitud del tubo en función de la conductividad de la tubería y su diámetro exterior, discuta los resultados.

3-90 Un cable eléctrico de 2.2 mm de diámetro y 14 m de largo está bien envuelto con una cubierta de plástico con 1 mm de espesor, cuya conductividad térmica es k = 0.15 W/m · K. Mediciones eléctricas indican que una corriente de 13 A pasa a través del cable y hay una caída de voltaje de 8 V a lo largo de este. Si el cable aislado está expuesto a un medio a T_∞ = 30 °C

con un coeficiente de transferencia de calor $h = 24$ W/m$^2\cdot$K, determine la temperatura en la interfase del cable y la cubierta de plástico en funcionamiento estable. También determine si duplicar el espesor de la cubierta de plástico aumentará o disminuirá la temperatura de esta interfase.

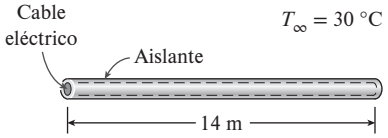


FIGURA P3-90

3-91 Considere un calentador eléctrico de agua de 1.5 m de altura que tiene un diámetro de 40 cm y mantiene el agua caliente a 60 °C. El tanque está ubicado en una habitación pequeña cuya temperatura promedio es de 27 °C, y los coeficientes de transferencia de calor en las superficies interna y externa del calentador son 50 y 12 W/m$^2\cdot$K, respectivamente. El tanque se coloca dentro de otro tanque, hecho con chapa de 46 cm de diámetro, de espesor insignificante, y el espacio entre los dos tanques se llena con aislante de espuma rígida (k = 0.03 W/m$\cdot$K). Las resistencias térmicas del tanque de agua y la capa exterior delgada de chapa son muy pequeñas y pueden ignorarse. El precio de la electricidad es de \$0.08/kWh, y el propietario paga \$280 al año por calentamiento de agua. Determine la fracción del costo de la energía del agua caliente de este hogar causada por la pérdida de calor del tanque.

Existen aislantes para tanques de agua caliente que consisten en una fibra de vidrio de 3 cm de espesor (k = 0.035 W/m$\cdot$K), lo suficientemente grande como para envolver todo el tanque, que se encuentran disponibles en el mercado por alrededor de \$30. Si el propietario de la vivienda instala dicho aislante en este tanque de agua, ¿cuánto tiempo tardará en recuperar la inversión? *Respuestas:* 15.2%, 21 meses

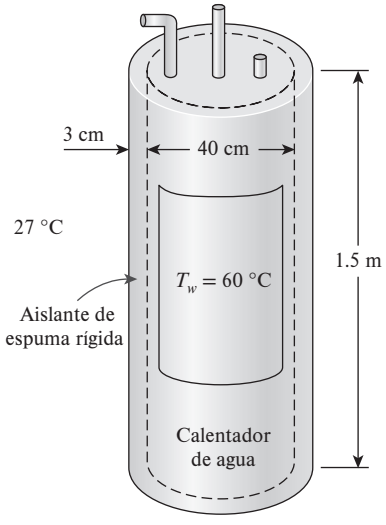


FIGURA P3-91

3-92 Un chorro de agua fría ingresa a una tubería delgada de 4 cm de diámetro y 200 m de largo a 7 °C a una tasa de 0.98 kg/s, y sale a 8 °C. La tubería está expuesta al aire ambiente a 30 °C con un coeficiente de transferencia de calor de 9 W/m$^2\cdot$K. Si la tubería se va a aislar usando fibra de vidrio (k = 0.05 W/m$\cdot$K) para disminuir el aumento de temperatura del agua a 0.25 °C, determine el espesor requerido del aislante.

3-93I Fluye vapor a 450 °F a través de una tubería de acero (k = 8.7Btu/h$\cdot$pie$\cdot$°F) cuyos diámetros interno y externo son 3.5 pulg y 4.0 pulg, respectivamente, en un ambiente a 55 °F. La tubería está aislada con aislante de fibra de vidrio de 2 pulg de espesor (k = 0.020 Btu/h$\cdot$pie$\cdot$°F). Si los coeficientes de transferencia de calor en el interior y exterior de la tubería son 30 y 5 Btu/h$\cdot$pie$^2\cdot$°F, respectivamente, determine la razón de pérdida de calor del vapor por longitud de pie de la tubería. ¿Qué error se presenta al ignorar la resistencia térmica de la tubería de acero en los cálculos?

3-94 Un chorro de agua caliente a una temperatura promedio de 90 °C fluye a través de una sección de 15 m de una tubería de hierro fundido (k = 52 W/m$\cdot$K) cuyos diámetros interno y externo son 4 cm y 4.6 cm, respectivamente. La superficie exterior de la tubería, cuya emisividad es 0.7, está expuesta al aire frío a 10 °C del sótano, con un coeficiente de transferencia de calor de 15 W/m$^2\cdot$K. El coeficiente de transferencia de calor en la superficie interna de la tubería es de 120 W/m$^2\cdot$K. Tomando en cuenta que las paredes del sótano también estén a 10 °C, determine la razón de pérdida de calor del agua caliente, y la velocidad promedio del agua en la tubería si la temperatura del agua baja 3 °C a medida que pasa a través del sótano.

3-95 C&S Un líquido fluye en una tubería de metal con un diámetro interno de $D_1 = 22$ mm y un diámetro externo de $D_2 = 32$ mm. La conductividad térmica de la pared de la tubería es de 12 W/m$\cdot$K. La superficie interna está recubierta con un revestimiento delgado de cloruro de polivinilideno (PVDC). A lo largo de una longitud de 1 m, la superficie exterior de la tubería está expuesta a transferencia de calor por convección con gas caliente, a $T_\infty = 100$ °C y $h = 5$ W/m$^2\cdot$K, y radiación térmica con un entorno a $T_{\text{alred}} = 100$ °C. La emisividad en la superficie exterior de la tubería es de 0.3. El líquido que fluye dentro de la tubería tiene un coeficiente de transferencia de calor por convección de 50 W/m$^2\cdot$K. Si la superficie exterior está a 85 °C, determine la temperatura en el revestimiento de PVDC y la temperatura del líquido. El código ASME para tuberías de proceso (ASME B31.3-2014, A323) recomienda una temperatura máxima para el revestimiento de PVDC de 79 °C. ¿Cumple el revestimiento PVDC con la recomendación del código?

3-96 En una planta farmacéutica se usa una tubería de cobre (k_c = 400 W/m$\cdot$K) con un diámetro interno de 20 mm y un espesor de pared de 2.5 mm para transportar oxígeno líquido a un tanque de almacenamiento. El oxígeno líquido que fluye en la tubería tiene una temperatura promedio de –200 °C y un coeficiente de transferencia de calor por convección de 120 W/m$^2\cdot$K. El entorno que rodea la tubería tiene una temperatura ambiente de 20 °C y un coeficiente combinado de transferencia de calor de 20 W/m$^2\cdot$K. Si el punto de licuefacción es de 10 °C, determine el espesor del aislante (k_i = 0.05 W/m$\cdot$K) alrededor de la tubería de cobre para evitar la condensación sobre la superficie exterior. Considere que la resistencia de contacto térmico es insignificante.

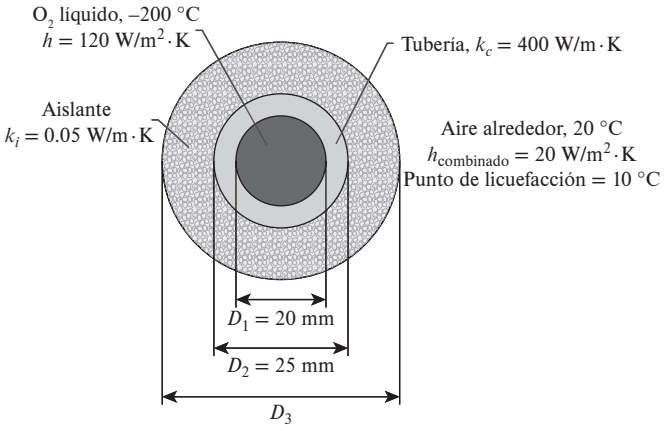


FIGURA P3-96

3-97 Una cantidad de hidrógeno líquido fluye a través de una tubería aislada (k = 23 W/m·K, D_i = 3 cm, D_o = 4 cm y L = 20 m) situada en una planta química, donde la temperatura promedio del aire es de 40 °C. Los coeficientes de transferencia de calor por convección del hidrógeno líquido y el aire ambiente son 200 W/m^2·K y 50 W/m^2·K, respectivamente. Si la temperatura de la superficie exterior de la tubería aislada es de 5 °C, determine el espesor del aislante de la tubería (k = 0.6 W/m·K) para mantener el flujo de hidrógeno líquido a una temperatura promedio de –300 °C.

3-98 PtD La exposición a altas concentraciones de amoniaco en estado gaseoso puede causar daño pulmonar. Para evitar que se filtre, se le transporta en estado líquido a través de una tubería (k = 25 W/m·K, D_i = 2.5 cm, D_o = 4 cm y L = 10 m). Dado que el amoniaco líquido tiene un punto de ebullición normal de –33.3 °C, la tubería debe estar aislada de manera adecuada para evitar que el calor de alrededor provoque que el amoniaco se evapore. La tubería está en un laboratorio, donde la temperatura ambiente promedio es de 20 °C. Los coeficientes de transferencia de calor por convección del amoniaco líquido y el aire ambiente son 100 W/m^2·K y 20 W/m^2·K, respectivamente. Determine el espesor del aislante de la tubería utilizando un material con k = 0.75 W/m·K para mantener el flujo de amoniaco líquido a una temperatura promedio de –35 °C, mientras se mantiene la temperatura de la superficie exterior de la tubería aislada a 10 °C.

3-99 PtD Una mezcla de productos químicos fluye en una tubería (k = 14 W/m·K, D_i = 2.5 cm, D_o = 3 cm y L = 10 m). Durante el transporte, la mezcla sufre una reacción exotérmica que tiene una temperatura promedio de 135 °C y un coeficiente de transferencia de calor por convección de 150 W/m^2·K. Para evitar cualquier incidente de quemadura térmica, la tubería debe aislarse. Sin embargo, debido a la forma cerrada de la tubería, solo hay espacio suficiente para colocar una capa de aislante de 2.5 cm de espesor sobre la tubería. La tubería se encuentra en una planta donde la temperatura ambiente promedio es de 20 °C y el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 25 W/m^2/K. Determine el aislamiento de la tubería de manera que la conductividad térmica del aislante sea suficiente para mantener la temperatura de la superficie exterior a 45 °C o menos.

3-100 PtD Se transporta aguanieve en una tubería (k = 15 W/m·K, D_i = 2.5 cm, D_o = 3 cm y L = 5 m) con una temperatura de la superficie interna de 0 °C. El ambiente que rodea la tubería tiene una temperatura de 20 °C, un coeficiente de transferencia de calor por convección de 10 W/m^2·K y un punto de licuefacción de 10 °C. Si la temperatura de la superficie exterior de la tubería cae por debajo del punto de licuefacción, puede producirse condensación en la superficie. Dado que esta tubería se encuentra cerca de dispositivos de alto voltaje, las gotas de agua que se condensan pueden crear un peligro eléctrico. Para evitar un accidente eléctrico se debe aislar la superficie de la tubería. Determine el espesor del aislante de la tubería utilizando un material con k = 0.95 W/m·K para evitar que la temperatura de la superficie exterior caiga por debajo del punto de licuefacción.

3-101 Se utiliza un tanque esférico de 8 m de diámetro interno de acero inoxidable, de 1.5 cm de espesor (k = 15 W/m·K) para almacenar agua helada a 0 °C. El tanque está en una habitación cuya temperatura es de 25 °C. Las paredes de la habitación también están a 25 °C. La superficie externa del tanque es negra (emisividad ε = 1), y la transferencia de calor entre la superficie externa del tanque y los alrededores es por convección natural y radiación. Los coeficientes de transferencia de calor por convección en las superficies interna y externa del tanque son 80 W/m^2·K y 10 W/m^2·K, respectivamente. Determine *a*) la tasa de transferencia de calor al agua helada en el tanque y *b*) la cantidad de hielo a 0 °C que se derrite durante un periodo de 24 h. El calor de fusión del agua a presión atmosférica es h_{if} = 333.7 kJ/kg.

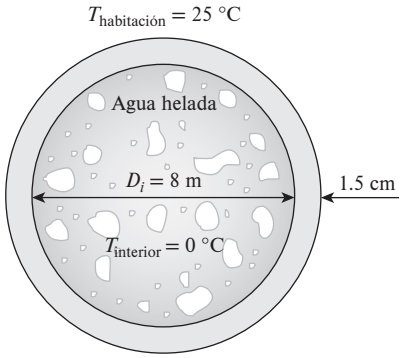


FIGURA P3-101

3-102 La temperatura de ebullición del nitrógeno a nivel del mar (presión de 1 atm) es –196 °C, por tanto, el nitrógeno se usa comúnmente en estudios científicos a baja temperatura, ya que la temperatura del nitrógeno líquido en un tanque abierto a la atmósfera permanecerá constante a –196 °C hasta que se agote. Cualquier transferencia de calor al tanque dará como resultado la evaporación de parte de nitrógeno líquido, que tiene un calor de vaporización de 198 kJ/kg y una densidad de 810 kg/m^3 a 1 atm.

Considere un tanque esférico de 3 m de diámetro que se llena inicialmente con nitrógeno líquido a 1 atm y –196 °C. El tanque está expuesto al aire ambiente a 15 °C, con un coeficiente de transferencia de calor combinado por convección y radiación de 35 W/m^2·K. Se observa que la temperatura del

tanque esférico de capa delgada es casi la misma que la temperatura del nitrógeno en el interior. Determine la velocidad de evaporación del nitrógeno líquido en el tanque como resultado de la transferencia de calor del aire ambiental si el tanque *a*) no está aislado, *b*) está aislado con fibra de vidrio de 5 cm de espesor ($k = 0.035$ W/m · K), y *c*) aislado con un superaislante de 2 cm de espesor con una conductividad térmica efectiva de 0.00005 W/m · K.

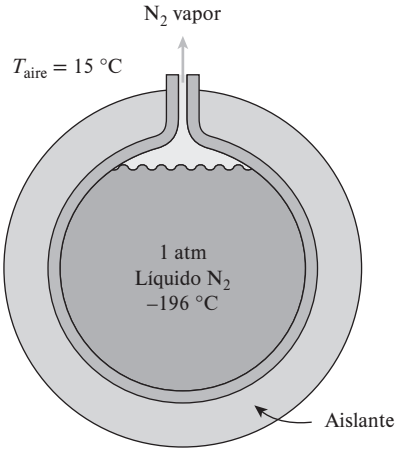


FIGURA P3-102

3-103 Repita el problema 3-102 para oxígeno líquido, que tiene una temperatura de ebullición de –183 °C, un calor de vaporización de 213 kJ/kg y una densidad de 1 140 kg/m^3 a presión de 1 atm.

Radio crítico de aislamiento

3-104C ¿Cuál es el radio crítico de aislamiento?, ¿cómo se define para una capa cilíndrica?

3-105C Considere una tubería aislada expuesta a la atmósfera. ¿El radio crítico de aislante será mayor en días tranquilos o ventosos?, ¿por qué?

3-106C Una tubería está aislada para reducir la pérdida de calor; sin embargo, las mediciones indican que la tasa de pérdida de calor ha aumentado en lugar de disminuir. ¿Pueden estas medidas ser correctas?

3-107C Considere una tubería a una temperatura constante cuyo radio es mayor que el radio crítico del aislante. Alguien afirma que la tasa de pérdida de calor de la tubería ha aumentado cuando se agrega algo de aislante a la tubería. ¿Es válido este argumento?

3-108C Una tubería está aislada de tal manera que el radio exterior del aislante es menor que el radio crítico. Ahora se quita el aislante. ¿La tasa de transferencia de calor de la tubería aumentará o disminuirá para la misma temperatura de la superficie de la tubería?

3-109I Un cable eléctrico de 0.083 pulg de diámetro a 90 °F está cubierto por un aislante plástico de 0.02 pulgadas de espesor ($k = 0.075$ Btu/h · pie · °F). El cable se expone a un ambiente a 50 °F, con un coeficiente combinado de transferencia de calor por convección y radiación de 2.5 Btu/h · pie^2 · °F. Determine si el aislamiento de plástico en el cable aumentará o disminuirá la transferencia de calor del cable. *Respuesta:* lo aumentará

3-110I Repita el problema 3-109I, suponiendo una resistencia de contacto térmico de 0.01 h · pie^2 · °F/Btu en la interfase del cable y el aislante.

3-111 Una esfera de 4 mm de diámetro a 50 °C está cubierta por un aislante plástico de 1 mm de espesor ($k = 0.13$ W/m · K). La esfera se expone a un ambiente a 15 °C, con un coeficiente combinado de transferencia de calor por convección y radiación de 20 W/m^2 · K. Determine si el aislamiento de plástico en la esfera ayudará o perjudicará la transferencia de calor de la misma.

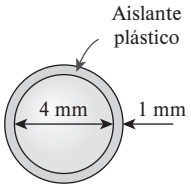


FIGURA P3-111

3-112 Reconsidere el problema 3-111. Usando el software apropiado, grafique la tasa de transferencia de calor de la esfera en función del espesor del aislante plástico en el rango de 0.5 mm a 20 mm. Discuta los resultados.

Transferencia de calor desde superficies con aletas

3-113C Una cantidad de aire caliente debe enfriarse, ya que se ve obligada a fluir a través de tubos expuestos al aire atmosférico. Se deben agregar aletas para mejorar la transferencia de calor. ¿Recomendaría colocar las aletas dentro o fuera de los tubos?, ¿por qué? ¿Cuándo recomendaría colocar aletas tanto dentro como fuera de los tubos?

3-114C ¿Cuál es la razón del uso generalizado de aletas en las superficies?

3-115C ¿Cuál es la diferencia entre la efectividad de la aleta y la eficiencia de la aleta?

3-116C Se determina que las aletas unidas a cierta superficie tienen una efectividad de 0.9. ¿Qué es correcto suponer que como resultado de la adición de estas aletas la tasa de transferencia de calor desde la superficie ha aumentado o disminuido?

3-117C Explique cómo las aletas mejoran la transferencia de calor desde una superficie, y cómo la adición de aletas en realidad puede disminuir la transferencia de calor desde una superficie.

3-118C ¿Cómo difiere la efectividad general de una superficie con aletas de la efectividad de una sola aleta?

3-119C El agua caliente debe enfriarse a medida que fluye a través de tubos expuestos al aire ambiente. Se deben colocar aletas para mejorar la transferencia de calor. ¿Recomendaría colocar las aletas dentro o fuera de los tubos?, ¿por qué?

3-120C Considere dos superficies idénticas con aletas, excepto que las aletas en la primera superficie se forman mediante fundición o extrusión, mientras que las de la segunda superficie

están fijas mediante soldadura o ajuste apretado. ¿Para qué caso cree que las aletas proporcionarán una mayor mejora en la transferencia de calor? Explique.

3-121C El área de superficie de transferencia de calor de una aleta es igual a la suma de todas las superficies de la aleta expuestas al medio de alrededor, incluyendo el área superficial de la punta de la aleta. ¿En qué condiciones se puede ignorar la transferencia de calor desde la punta de la aleta?

3-122C Hablando de *a*) la eficiencia y *b*) la efectividad de una aleta: ¿aumenta o disminuye a medida que aumenta la longitud de la aleta?

3-123C Hay dos aletas idénticas, excepto que el diámetro de una es el doble del diámetro de la otra. ¿Para cuál aleta es más alta *a*) su efectividad y *b*) su eficiencia? Explique.

3-124C Dos aletas de placa de sección transversal rectangular constante son idénticas, excepto que el espesor de una es dos veces el espesor de la otra. ¿Para cuál aleta es más alta *a*) su efectividad y *b*) su eficiencia? Explique.

3-125C Dos superficies con aletas son idénticas, excepto que el coeficiente de transferencia de calor por convección de una de ellas es el doble que el de la otra. ¿Para cuál superficie es más alta *a*) su efectividad y *b*) su eficiencia? Explique.

3-126 Obtenga una relación entre la eficiencia para una aleta de área transversal constante A_c, perímetro p, longitud L y conductividad térmica k, expuesta a la convección a un medio a T_∞, con un coeficiente de transferencia de calor h. Suponga que las aletas son lo suficientemente largas como para que la temperatura de la aleta en la punta sea casi T_∞. Tome la temperatura de la aleta en la base como T_b e ignore la transferencia de calor desde las puntas de las aletas. Simplifique la relación para *a*) una aleta circular de diámetro D y *b*) aletas rectangulares de espesor t.

3-127 Una aleta de aluminio de 4 mm de diámetro y 10 cm de largo ($k = 237$ W/m·K) está unida a cierta superficie. Si el coeficiente de transferencia de calor es 12 W/m^2·K, determine el porcentaje de error en la tasa de transferencia de calor desde la aleta cuando se suponen los valores de una aleta infinitamente larga en lugar de los valores para una punta de aleta adiabática.

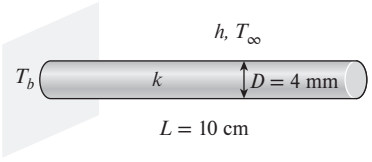


FIGURA P3-127

3-128 Considere una aleta rectangular muy larga unida a una superficie plana de modo que la temperatura al final de la aleta sea esencialmente la del aire ambiente, es decir, 20 °C. Su ancho es de 5.0 cm; su espesor es de 1.0 mm; su conductividad térmica es de 200 W/m·K; y su temperatura base es de 40 °C. El coeficiente de transferencia de calor es 20 W/m^2·K. Estime la temperatura de la aleta a una distancia de 5.0 cm de la base y la tasa de pérdida de calor de toda la aleta.

3-129 Considere una varilla muy larga y delgada. Un extremo de la varilla está unido a una superficie de base mantenida a temperatura T_b, mientras que la superficie de la varilla está expuesta a una temperatura del aire de 400 °C. Los termopares, incrustados en la varilla en ubicaciones a 25 y 120 mm de la superficie de la base, registran temperaturas de 325 y 375 °C, respectivamente. Calcule *a*) la temperatura base de la barra (en °C). Determine *b*) la longitud de la varilla (mm) para un caso hipotético en el que la proporción de la transferencia de calor desde una aleta de longitud finita respecto a la transferencia de calor desde una aleta muy larga en las mismas condiciones sea de 99%.

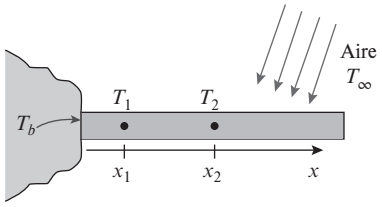


FIGURA P3-129

3-130 En este ejercicio se usan dos barras muy largas y delgadas del mismo diámetro y longitud. Una barra (barra 1) está hecha de aluminio y tiene una conductividad térmica $k_1 = 200$ W/m·K, pero no se conoce la conductividad térmica de la barra 2, denominada k_2. Para determinarla, ambas barras están unidas térmicamente en un extremo a una superficie metálica que se mantiene a una temperatura constante T_b. Ambas barras pierden calor por convección, con un coeficiente de transferencia de calor por convección h en el aire ambiente en T_∞. La temperatura de la superficie de cada barra se mide a distancia de la superficie de la base caliente. Las mediciones revelan que la temperatura de la barra de aluminio (barra 1) en $x_1 = 40$ cm de la base, es la misma que la de la barra de conductividad térmica desconocida (barra 2) en $x_2 = 20$ cm de la base. Determine la conductividad térmica k_2 de la segunda barra (W/m·K).

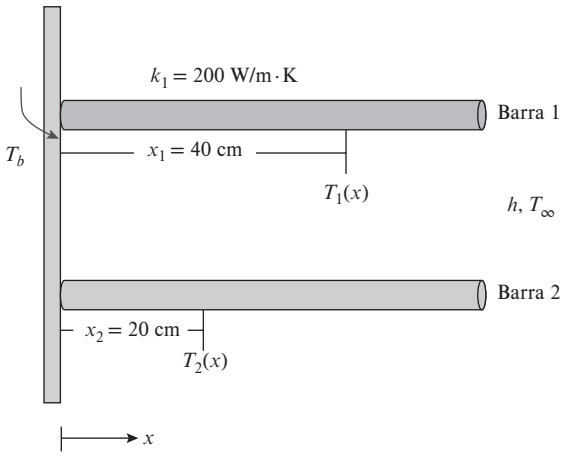


FIGURA P3-130

3-131 Un álabe de turbina está hecho de una aleación metálica ($k = 17$ W/m · K), longitud de 5.3 cm, perímetro de 11 cm y área de sección transversal de 5.13 cm^2. El álabe turbina se expone al gas caliente que emite cierta cámara de combustión a 973 °C, con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 538 W/m^2 · K. La base del álabe de la turbina mantiene una temperatura constante de 450 °C, y la punta es adiabática. Determine la razón de transferencia de calor al álabe de la turbina y la temperatura en la punta.

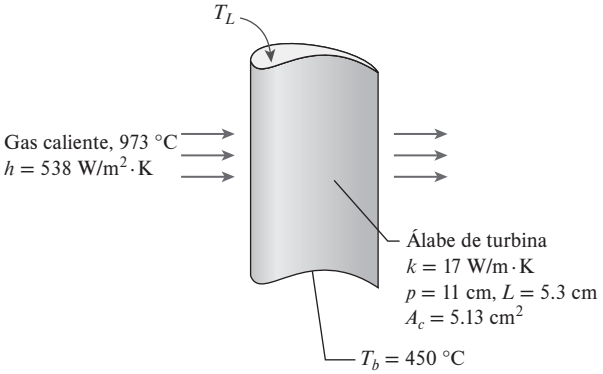


FIGURA P3-131

3-132 C&S Una placa hecha con aleación de aluminio tipo ASTM B209 5154 está conectada a una aislante mediante pernos metálicos largos de 4.8 mm de diámetro. La porción de los pernos expuestos a la transferencia de calor por convección con aire es de 5 cm de largo. Se sabe que la conductividad térmica del perno es de 15 W/m · K. La temperatura ambiente del aire es de 20 °C con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 20 W/m^2 · K. De acuerdo con el código ASME para tuberías de proceso (ASME B31.3-2014, tabla A-1M), la temperatura máxima de uso de la placa de aleación de aluminio ASTM B209 5154 es de 65 °C. Si la temperatura del perno a media longitud (2.5 cm desde la superficie superior de la placa de aluminio) es de 50 °C, determine la temperatura T_b en la superficie superior de la placa de aluminio. ¿Cuál es la tasa de pérdida de calor de cada perno a la convección? ¿Cumple este uso de la placa ASTM B209 5154 con el código ASME para tuberías de proceso?

FIGURA P3-132

3-133I Considere una cuchara de acero inoxidable ($k = 8.7$ Btu/h · pie^2 · °F), parcialmente sumergida en agua hirviendo a 200 °F en una cocina a 75 °F. El mango de la cuchara tiene una sección transversal de 0.08 pulg × 0.5 pulg y se extiende 7 pulg en el aire desde la superficie del agua. Si el coeficiente de transferencia de calor en las superficies expuestas del mango de la cuchara es de 3 Btu/h · pie^2 · °F, determine la diferencia de temperatura en la superficie expuesta del mango. Indique las suposiciones que usó para resolver el problema.
Respuesta: 124.6 °F.

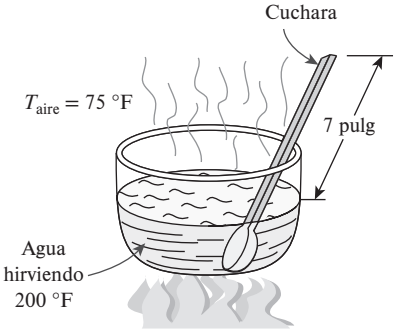


FIGURA P3-133I

3-134I Reconsidere el problema 3-133I. Usando el software apropiado, investigue los efectos de la conductividad térmica del material de la cuchara y la longitud de su extensión en el aire sobre la diferencia de temperatura en la superficie expuesta del mango de la cuchara. Varíe la conductividad térmica en un rango de 5 Btu/h · pie^2 · °F a 225 Btu/h · pie^2 · °F y la longitud de 5 pulg a 12 pulg. Grafique la diferencia de temperatura en función de la conductividad térmica y la longitud, y discuta sus resultados.

3-135 Un motor de CC suministra energía mecánica a un eje giratorio de acero inoxidable ($k = 15.1$ W/m · K) con una longitud de 25 cm y un diámetro de 25 mm. En un entorno con una temperatura ambiente de 20 °C y un coeficiente de transferencia de calor por convección de 25 W/m^2 · K, el área de superficie de la carcasa del motor que está expuesta al aire ambiente es de 0.075 m^2. El motor usa 300 W de energía eléctrica y entrega 55% como energía mecánica para girar el eje de acero inoxidable. Si la punta del eje de acero inoxidable tiene una temperatura de 22 °C, determine la temperatura de la superficie de la carcasa del motor. Suponga que la temperatura base del eje es igual a la temperatura de la superficie de la carcasa del motor.

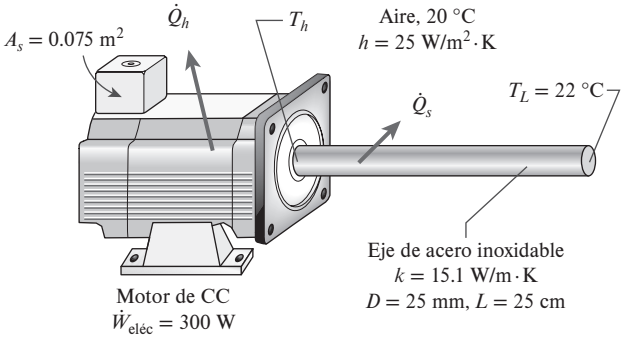


FIGURA P3-135

3-136 C&S Una placa de acero inoxidable está conectada a una de cobre mediante pernos largos de cobre-silicio ASTM B98 de 9.5 mm de diámetro. La porción de los pernos expuestos a la transferencia de calor por convección con el aire es de 5 cm de largo. La temperatura del aire para la convección es de 20 °C, con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 5 $W/m^2 \cdot K$. Se sabe que la conductividad térmica del perno es de 36 $W/m \cdot K$. La placa de cobre tiene una temperatura uniforme de 70 °C. Si se estima que cada perno tiene una tasa de pérdida de calor por convección de 5 W, determine la temperatura T_b en la superficie superior de la placa de acero inoxidable. De acuerdo con el código ASME para tuberías de proceso (ASME B31.3-2014, tabla A-2M), la temperatura máxima de uso para el perno de cobre-silicio ASTM B98 es 149 °C. ¿Cumple el uso de estos pernos ASTM B98 con el código ASME?

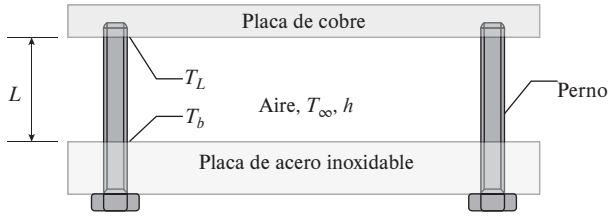


FIGURA P3-136

3-137 Una pared plana con una temperatura superficial de 350 °C está unida a aletas rectangulares rectas (k = 235 $W/m \cdot K$). Las aletas están expuestas a una condición de aire ambiente de 25 °C, y el coeficiente de transferencia de calor por convección es 154 $W/m^2 \cdot K$. Cada aleta tiene una longitud de 50 mm, una base de 5 mm de espesor y un ancho de 100 mm. Determine la eficiencia, razón de transferencia de calor y efectividad de cada aleta, utilizando *a*) la tabla 3-3 y *b*) la figura 3-43.

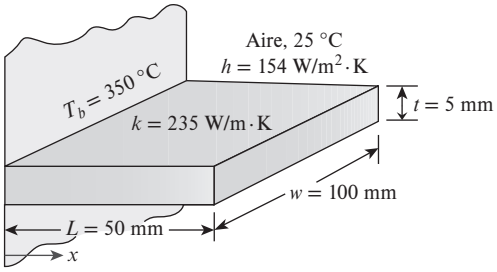


FIGURA P3-137

3-138 Dos tubos de vapor de hierro fundido de 4 m de largo y 0.4 cm de espesor (k = 52 $W/m \cdot K$), 10 cm de diámetro externo, están conectados entre sí por medio de dos bridas de 1 cm de espesor de 18 cm de diámetro externo. El vapor fluye dentro de la tubería a una temperatura promedio de 200 °C con un coeficiente de transferencia de calor de 180 $W/m^2 \cdot K$. La superficie exterior de la tubería está expuesta a un ambiente a 12 °C, con un coeficiente de transferencia de calor de 25 $W/m^2 \cdot K$. Sin tener en cuenta las bridas, determine *a*) la temperatura promedio de la superficie externa de la tubería. Usando esta temperatura para la base de la brida y tratando las bridas como las aletas, determine *b*) la eficiencia de la aleta y la razón de transferencia de calor desde las bridas. Por último, responda *c*), ¿a qué longitud de tubería es equivalente la sección de brida para fines de transferencia de calor?

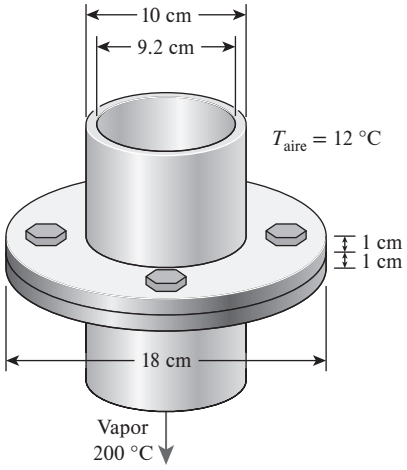


FIGURA P3-138

3-139 Ciertas tuberías con diámetros interior y exterior de 50 mm y 60 mm, respectivamente, se utilizan para transportar vapor sobrecalentado en una planta de fabricación. Las tuberías con conductividad térmica de 16 $W/m \cdot K$ están conectadas entre sí por bridas con un espesor combinado de 20 mm y un diámetro exterior de 90 mm. El aire acondicionado que rodea las tuberías tiene una temperatura de 25 °C y un coeficiente de transferencia de calor por convección de 10 $W/m^2 \cdot K$. Si la temperatura de la superficie interna de la tubería se mantiene a una temperatura constante de 150 °C, determine la temperatura en la base de la brida y la tasa de pérdida de calor a través de la brida.

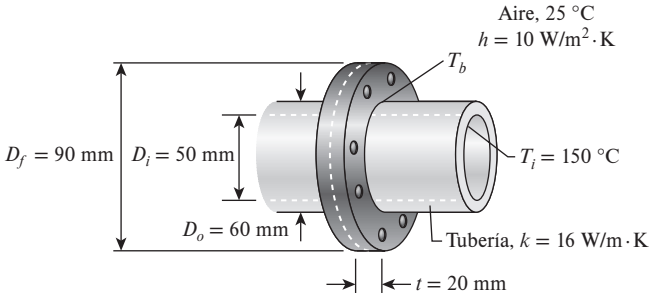


FIGURA P3-139

3-140 El vapor en un sistema de calefacción fluye a través de tubos cuyo diámetro exterior es de 5 cm y cuyas paredes se mantienen a una temperatura de 130 °C. Se unen al tubo aletas circulares hechas con aleación de aluminio 2024-T6 (k = 186 $W/m \cdot K$) de 6 cm de diámetro exterior y espesor constante de 1 mm. El espacio entre las aletas es de 3 mm y, por tanto, hay 250 aletas por metro de longitud del tubo. El calor se transfiere al aire circundante a T_∞ = 25 °C, con un coeficiente de transferencia de calor de 40 $W/m^2 \cdot K$. Determine el aumento en la transferencia de calor del tubo por metro de su longitud como resultado de agregar aletas. *Respuesta:* 1 788 W

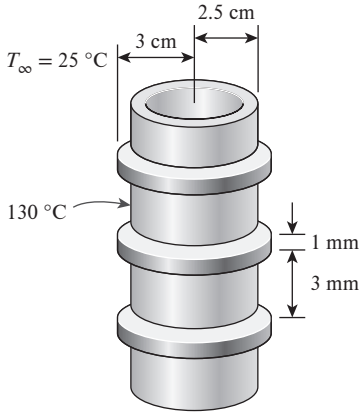


FIGURA P3-140

3-141 Una placa de circuito de 0.4 cm de espesor, 12 cm de alto y 18 cm de largo contiene 80 chips lógicos separados en uno de sus lados, cada uno con una disipación de 0.04 W. La placa está repleta con rellenos de cobre y tiene una conductividad térmica efectiva de 30 W/m · K. Todo el calor generado en los chips se conduce a través de la placa de circuito y se disipa desde la parte posterior de la placa a un ambiente a 40 °C, con un coeficiente de transferencia de calor de 52 W/m^2 · K. Determine *a*) las temperaturas en los dos lados de la placa de circuito. *b*) Repita lo anterior, con una placa de aluminio de 0.2 cm de espesor, 12 cm de alto y 18 cm de largo (k = 237 W/m · K) con 864 aletas de aluminio de 2 cm de largo con un diámetro de 0.25 cm unidas a la parte posterior de la placa de circuito con un adhesivo epoxi de 0.02 cm de espesor (k = 1.8 W/m · K). Determine las nuevas temperaturas en los dos lados de la placa de circuito.

3-142 Se debe enfriar una superficie caliente a 100 °C uniendo aletas de aluminio de 3 cm de largo y 0.25 cm de diámetro (k = 237 W/m · K), con una distancia de centro a centro de 0.6 cm. La temperatura del medio circundante es de 30 °C y el coeficiente de transferencia de calor en las superficies es de 35 W/m^2 · K. Determine la tasa de transferencia de calor desde la superficie para una sección de 1 × 1 m de la placa. También determine la efectividad de las aletas en general.

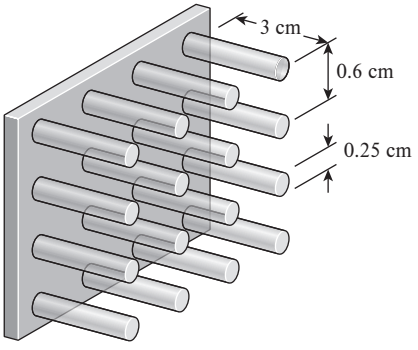


FIGURA P3-142

3-143 Reconsidere el problema 3-142. Con el software apropiado, investigue el efecto de la distancia entre centro y centro de las aletas sobre la tasa de transferencia de calor desde la superficie y la efectividad general de las aletas. Varíe la distancia entre centro y centro en un rango de 0.4 cm a 2.0 cm. Trace la tasa de transferencia de calor y la efectividad general en función de la distancia de centro a centro, y analice los resultados.

3-144 Las aletas de enfriamiento circulares de diámetro D = 1 mm y longitud L = 30 mm están hechas de cobre (k = 380 W/m · K) y se utilizan para mejorar la transferencia de calor desde una superficie que se mantiene a una temperatura T_{s1} = 132 °C. Cada vara tiene un extremo unido a esta superficie (x = 0), mientras que el extremo opuesto ($x = L$) se une a una segunda superficie, que se mantiene a T_{s2} = 0 °C. El aire que fluye entre las superficies y las barras también está a T_∞ = 0 °C, y el coeficiente de convección es h = 100 W/m^2 · K.

a) Exprese la función $\theta(x) = T(x) - T_\infty$ a lo largo de una aleta, y calcule la temperatura en $x = L/2$.

b) Determine la tasa de calor transferido desde la superficie caliente a través de cada aleta y la efectividad de dicha aleta. ¿Está justificado el uso de aletas para esta situación?, ¿por qué?

c) ¿Cuál es la razón total de transferencia de calor de una sección de la pared de 10 cm por 10 cm, que tiene 625 aletas distribuidas uniformemente? Suponga el mismo coeficiente de convección para la aleta y para la superficie de la pared sin aletas.

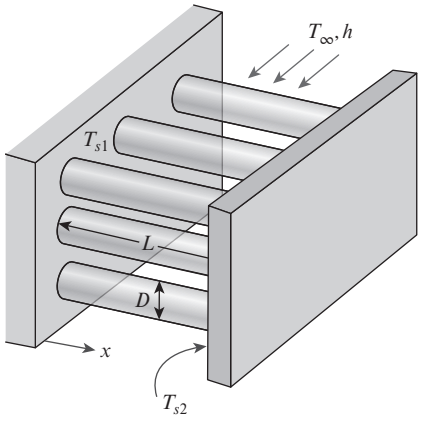


FIGURA P3-144

3-145 Un transistor de potencia de 40 W se enfría al ser conectado a uno de los disipadores de calor disponibles en el mercado que se muestran en la tabla 3-6. Seleccione un disipador de calor que permita que la temperatura de la carcasa del transistor no supere los 90 °C en el aire ambiente a 20 °C.

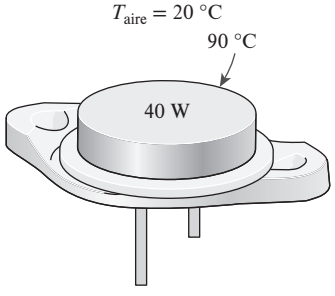


FIGURA P3-145

3-146 Un transistor de potencia de 60 W se enfría al ser conectado a uno de los disipadores de calor disponibles en el mercado que se muestran en la tabla 3-6. Seleccione un disipador de calor que permita que la temperatura de la carcasa del transistor no supere los 90 °C en el aire ambiente a 30 °C.

Ecuación de transferencia de biocalor

3-147 El cuerpo humano se adapta a las condiciones climáticas extremas y mantiene el interior del cuerpo y las temperaturas de la piel dentro de la zona de comodidad mediante la regulación de la tasa de generación de calor metabólico. Por ejemplo, en condiciones de frío extremo, el cuerpo humano mantendrá la temperatura corporal al aumentar la generación de calor metabólico, mientras que en condiciones de mucho calor el cuerpo sudará y liberará calor. Para comprender el efecto de las condiciones ambientales en el cuerpo humano, repita el ejemplo 3-14 y considere un caso en el que las condiciones climáticas cambien de –20 a 20 °C. Para este cambio en la temperatura del aire ambiente, calcule la tasa de generación de calor metabólico requerida con espesores de piel/grasa de 0.0075, 0.005 y 0.0025 m para mantener la temperatura de la piel a 34 °C. Suponga que, a pesar del cambio en la temperatura del aire del ambiente, la tasa de transpiración permanece constante en 0.0005 s^{-1}. Genere un gráfico de la razón de generación de calor metabólico contra la temperatura ambiente con incrementos de temperatura de 5 °C.

3-148 Considere las condiciones del ejemplo 3-14 para dos ambientes diferentes de aire y agua con coeficientes de transferencia de calor por convección de 2 $W/m^2 \cdot K$ y 20 $W/m^2 \cdot K$, respectivamente. Se puede suponer que la temperatura ambiente (T_∞) y la de los alrededores (T_{alred}), tanto para el aire como para el agua, es de 15 °C. ¿Cuál sería la tasa de generación de calor metabólico requerida para mantener la temperatura de la piel a 34 °C?

3-149 Considere las condiciones del ejemplo 3-14, excepto que el aire ambiente está a una temperatura de 30 °C. Una persona con un espesor de capa de piel/grasa de 0.003 m está haciendo ejercicio vigoroso que eleva la tasa de generación de calor metabólico de 700 a 7 000 W/m^3 durante cierto periodo. Calcule la tasa de transpiración requerida en L/s para mantener la temperatura de la piel a 34 °C. Suponga que las propiedades de transpiración son las mismas que las del agua líquida a la temperatura promedio de la superficie de la piel de 35.5 °C.

3-150 Este problema se adentra en el análisis de transferencia de calor en estado estable de un antebrazo humano sujeto a ciertas condiciones ambientales. Para este propósito, considere que el antebrazo está formado por músculo con espesor r_m con una capa de piel/grasa de espesor t_{sf} sobre ella, como se muestra en la figura P3−150. Para simplificar, el antebrazo se ilustra como un cilindro unidimensional e ignore la presencia de huesos. La tasa de generación de calor metabólico ($\dot{e}_m$) y la de perfusión ($\dot{p}$) son constantes en todo el músculo. La densidad sanguínea y el calor específico son ρ_b y c_b, respectivamente. Se supone que la temperatura corporal central (T_c) y la de la sangre arterial (T_a) son las mismas y constantes. Las conductividades térmicas del músculo y la capa de piel/grasa son k_m y k_{sf}, respectivamente. La piel tiene una emisividad de ε, y el antebrazo está sujeto a un ambiente de aire con una temperatura T_∞, un coeficiente de transferencia de calor por convección de h_{conv} y un coeficiente de transferencia de calor por radiación de h_{rad}. Si las propiedades sanguíneas y las conductividades térmicas son constantes, *a*) escriba la ecuación de transferencia de biocalor en coordenadas radiales. Las condiciones de contorno para el antebrazo se especifican a temperatura constante en la superficie externa del músculo (T_i) y la simetría de temperatura en la línea central del antebrazo. Resuelva *b*) la ecuación diferencial y aplique las condiciones de contorno para desarrollar una expresión para la distribución de temperatura en el antebrazo. Determine *c*) la temperatura en la superficie externa del músculo (T_i) y la temperatura máxima en el antebrazo ($T_{máx}$) para las siguientes condiciones:

$r_m = 0.05$ m, $t_{sf} = 0.003$ m, $\dot{e}_m = 700$ W/m^3, $\dot{p} = 0.0005$ 1/s,
$T_a = 37\,°C$, $T_\infty = T_{alred} = 24\,°C$, $\varepsilon = 0.95$,
$\rho_b = 1000$ kg/m^3, $c_b = 3600$ $J/kg \cdot K$, $k_m = 0.5$ $W/m \cdot K$,
$k_{sf} = 0.3$ $W/m \cdot K$, $h_{conv} = 2$ $W/m^2 \cdot K$, $h_{rad} = 5.9$ $W/m^2 \cdot K$

FIGURE P3-150

Transferencia de calor en configuraciones comunes

3-151C ¿Qué es un factor de forma de conducción?, ¿cómo se relaciona con la resistencia térmica?

3-152C ¿Cuál es el valor de los factores de forma de conducción en ingeniería?

3-153 Una tubería de agua caliente que forma parte de un sistema de calefacción urbano, de 12 m de largo y 8 cm de diámetro, está enterrada en el suelo a 80 cm debajo de la superficie del suelo. La temperatura de la superficie exterior de la tubería es de 60 °C. Tomando la temperatura de la superficie de la tierra como 2 °C y la conductividad térmica del suelo en esa ubicación como 0.9 $W/m \cdot K$, determine la tasa de pérdida de calor en la tubería.

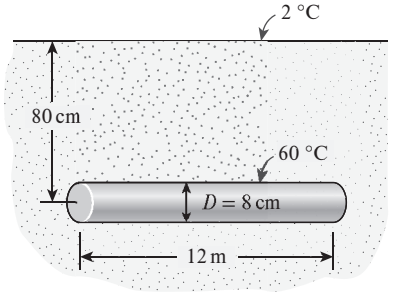


FIGURA P3-153

3-154 Un recipiente cilíndrico de paredes delgadas se coloca horizontalmente en un suelo cubierto de nieve. El contenedor

tiene 1.5 m de largo y un diámetro de 10 cm. El contenedor contiene productos químicos que experimentan una reacción exotérmica y generan calor a 900 W/m^3. Después de una fuerte tormenta de invierno, el contenedor está cubierto con aproximadamente 30 cm de nieve fresca. En su superficie, la nieve tiene una temperatura de –5 °C. Determine la temperatura de la superficie del contenedor. Discuta si la nieve alrededor del contenedor comenzará a derretirse o no.

3-155 Una cantidad de agua caliente a una temperatura promedio de 53 °C y una velocidad promedio de 0.4 m/s fluye a través de una sección de 5 m de una tubería de agua caliente de paredes delgadas que tiene un diámetro exterior de 2.5 cm. La tubería pasa a través del centro de una pared de 14 cm de espesor con aislante de fibra de vidrio (k = 0.035 W/m·K). Si las superficies de la pared están a 18 °C, determine *a*) la razón de transferencia de calor de la tubería al aire en las habitaciones y *b*) la caída de temperatura del agua caliente a medida que fluye a través de esta sección larga de la pared. *Respuestas:* 19.6 W, 0.024 °C.

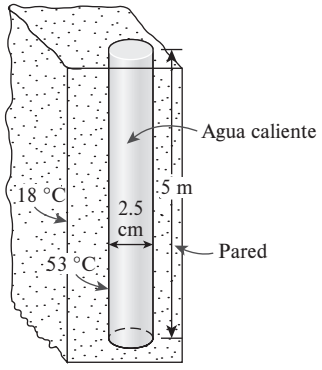


FIGURA P3-155

3-156 Dos tuberías de agua fría y caliente, de 12 m de largo, corren paralelas entre sí en una gruesa capa de hormigón. Los diámetros de ambas tuberías son de 6 cm, y la distancia entre las líneas centrales de las tuberías es de 40 cm. Las temperaturas de la superficie de las tuberías calientes y frías son 60 y 15 °C, respectivamente. Tomando la conductividad térmica del concreto como k = 0.75 W/m·K, determine la razón de transferencia de calor entre las tuberías. *Respuesta:* 492 W

3-157 Reconsidere el problema 3-156. Usando el software apropiado, grafique la tasa de transferencia de calor entre las tuberías en función de la distancia entre las líneas centrales de las tuberías en el rango de 10 cm a 1.0 m. Discuta los resultados.

3-158I Considere una hilera de barras de 3 pies de largo y 1 pulgada de diámetro de combustible de uranio que ahora está agotado, aunque las barras aún son radiactivas. Estas barras están enterradas en el suelo paralelas entre sí con una distancia de centro a centro de 8 pulgadas a una profundidad de 15 pies de la superficie del suelo en un lugar donde la conductividad térmica del suelo es de 0.6 Btu/h·pie·°F. Si las temperaturas de la superficie de las barras y el suelo son 350 y 60 °F, respectivamente, determine la tasa de transferencia de calor de las barras de combustible a la atmósfera a través del suelo.

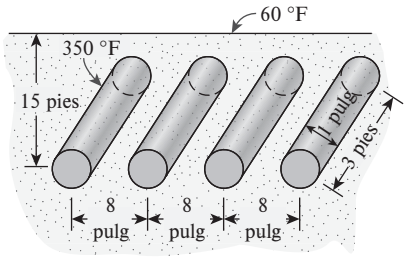


FIGURA P3-158I

3-159 Agua caliente a una temperatura promedio de 80 °C y una velocidad promedio de 1.5 m/s fluye a través de una sección de 25 m de una tubería que tiene un diámetro exterior de 5 cm. La tubería se extiende 2 m en el aire ambiental sobre el suelo, se sumerge en el suelo (k = 1.5 W/m·K) verticalmente durante 3 m, y continúa horizontalmente a esta profundidad durante 20 m más antes de ingresar al siguiente edificio. La primera sección de la tubería está expuesta al aire ambiente a 5 °C, con un coeficiente de transferencia de calor de 22 W/m^2·K. Si la superficie del suelo está cubierta de nieve a –3 °C, determine *a*) la tasa total de pérdida de calor del agua caliente y *b*) la disminución de temperatura del agua caliente a medida que fluye a través de estos 25 m de la tubería.

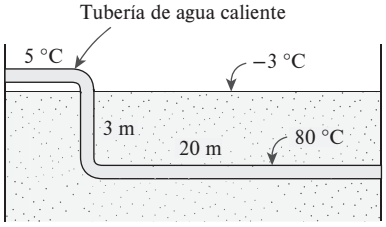


FIGURA P3-159

3-160 Un chorro de agua caliente a una temperatura promedio de 90 °C pasa a través de una fila de ocho tuberías paralelas que tienen 4 m de largo y un diámetro exterior de 3 cm, ubicadas verticalmente en medio de una pared de concreto (k = 0.75 W/m·K) que tiene 4 m de alto, 8 m de largo y 15 cm de espesor. Si las superficies de las paredes de concreto están expuestas a un medio a 32 °C, con un coeficiente de transferencia de calor de 12 W/m^2·K, determine la tasa de pérdida de calor del agua caliente y la temperatura de la superficie de la pared.

3-161 Dos pasos de flujo con diferentes formas de sección transversal, uno circular y otro cuadrado, están en el centro de su respectiva barra sólida cuadrada, ambas de la misma dimensión y conductividad térmica. Ambas configuraciones tienen las mismas T_1 y T_2. Determine qué configuración tiene la mayor tasa de transferencia de calor a través de la barra sólida cuadrada para *a*) $a = 1.2b$ y *b*) $a = 2b$.

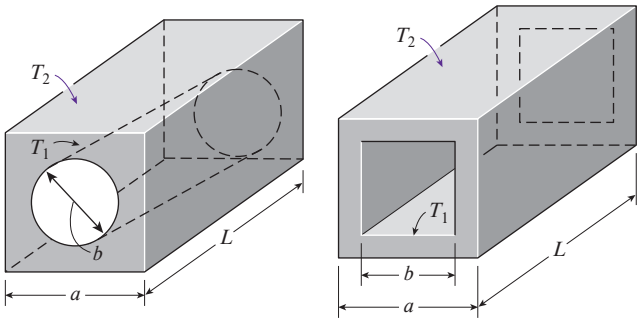


FIGURA P3-161

3-162 Considere un tubo para transportar vapor que no esté centrado adecuadamente en un material aislante cilíndrico ($k = 0.73$ W/m·K). El diámetro del tubo es $D_1 = 20$ cm y el del aislante es $D_2 = 40$ cm. La distancia entre el centro del tubo y el centro del aislante es $z = 5$ mm. Si la superficie del tubo mantiene una temperatura de 100 °C y la temperatura de la superficie externa del aislante es constante a 30 °C, determine la razón de transferencia de calor por unidad de longitud del tubo a través del aislante.

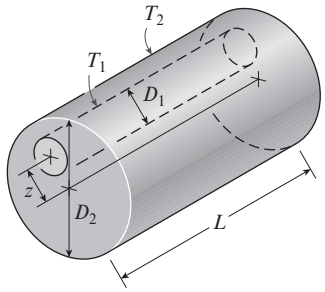


FIGURA P3-162

3-163 Considere dos tubos del mismo diámetro ($D_1 = 20$ cm), longitud y temperatura superficial (T_1). Uno está centrado adecuadamente en un aislante cilíndrico de diámetro $D_2 = 40$ cm; el otro se coloca de forma excéntrica con el mismo diámetro de aislamiento cilíndrico, donde la distancia entre el centro del tubo y el centro del aislamiento es $z = 5$ mm. Si ambas configuraciones tienen la misma temperatura de la superficie externa T_2, determine cuál tiene la mayor tasa de transferencia de calor a través del aislante.

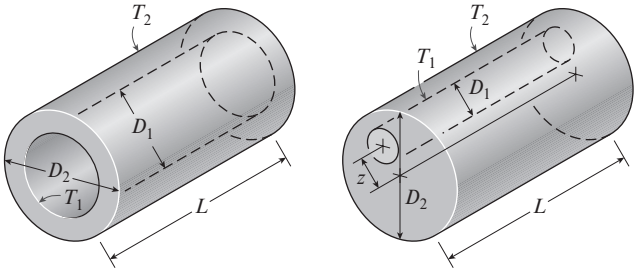


FIGURA P3-163

3-164 Considere un conducto de concreto de paredes gruesas de 25 m de largo ($k = 0.75$W/m·K) de sección transversal cuadrada. Las dimensiones externas del conducto son de 20 cm × 20 cm y el espesor de la pared del conducto es de 2 cm. Si las superficies interna y externa del conducto están a 100 y 30 °C, respectivamente, determine la razón de transferencia de calor a través de las paredes del conducto. *Respuesta:* 47.1 kW

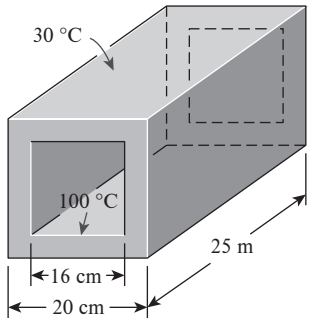


FIGURA P3-164

3-165 Considere una casa con techo plano cuyas dimensiones exteriores son 12 m × 12 m. Los muros exteriores de la casa tienen 6 m de altura. Las paredes y el techo están hechos de concreto de 20 cm de espesor ($k = 0.75$ W/m·K). Las temperaturas de las superficies interior y exterior son de 15 y 3 °C, respectivamente. Contabilizando los efectos de los bordes de las superficies adyacentes, determine la tasa de pérdida de calor de la casa a través de sus paredes y el techo. ¿Cuál es el error que implica ignorar los efectos de los bordes y esquinas y tratar al techo como una superficie de 12 m × 12 m y a las paredes como superficies de 6 m × 12 m para simplificar el problema?

3-166 Un tanque esférico de 3 m de diámetro que contiene algo de material radiactivo está enterrado en el suelo ($k = 1.4$ W m·K). La distancia entre la superficie superior del tanque y la superficie del suelo es de 4 m. Si las temperaturas de la superficie del tanque y del suelo son 140 y 15 °C, respectivamente, determine la razón de transferencia de calor desde el tanque.

3-167 Considere material radiactivo almacenado en un recipiente esférico de diámetro $D = 3.5$ m enterrado bajo tierra a una profundidad de 10 m. El material radiactivo dentro del recipiente libera calor a una tasa de 1 000 W/m^3. La temperatura de la superficie del recipiente es constante a 480 °C y la conductividad térmica del suelo es de 2 W/m·K. Cuando cae nieve en el invierno, ¿se cubrirá de nieve el área directamente encima del recipiente esférico?

Temas especiales: transferencia de calor a través de paredes y techos

3-168C ¿Cuál es el valor R de un muro?, ¿cómo difiere de la resistencia térmica unitaria de la pared?, ¿cómo se relaciona con el factor U?

3-169C ¿Qué es la emisividad efectiva para un espacio plano paralelo de aire?, ¿cómo se determina? ¿Cómo se determina la transferencia de calor por radiación a través del espacio de aire cuando se conoce la emisividad efectiva?

3-170C La tabla 3-9 indica que las resistencias térmicas unitarias (valores R) de los espacios de aire verticales de 40 mm y 90 mm son 0.22 $m^2 \cdot C/W$, lo que implica que más del doble del espesor del espacio de aire en una pared no tiene efecto sobre la transferencia de calor a través de la pared. ¿Considera que esto es un error de escritura? Explique.

3-171C ¿Qué es una barrera radiante? ¿Qué tipos de materiales son adecuados para usarse como barreras radiantes? ¿Vale la pena usar barreras radiantes en los áticos de los hogares?

3-172C Considere una casa cuyo espacio en el ático esté ventilado de manera efectiva de modo que la temperatura del aire en el ático sea igual a la del aire ambiente en todo momento. ¿Tendrá el techo algún efecto sobre la transferencia de calor a través del mismo? Explique.

3-173 Determine el valor R de verano y el factor U de una pared de marco de madera construida alrededor de postes de madera de 38 mm × 140 mm con una distancia de centro a centro de 400 mm. La cavidad de 140 mm de ancho entre los postes está llena de aislante de fibra mineral. El interior está acabado con paneles de yeso de 13 mm y el exterior con paneles de fibra de madera de 13 mm y revestimiento biselado de madera de 13 mm × 200 mm. La cavidad aislada constituye 80% del área de transmisión de calor, mientras que los postes, cabezales, placas y soleras constituyen el 20% restante.
Respuestas: 3.213 $m^2 \cdot K/W$, 0.311 $W/m^2 \cdot K$

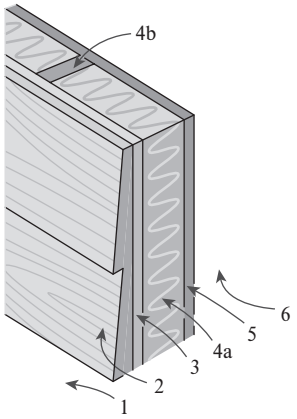


FIGURA P3-173

3-174 El revestimiento de paneles de fibra de madera de 13 mm de espesor de la pared de madera del problema 3-173 se reemplaza ahora por un aislante de espuma rígida de 25 mm de espesor. Determine el aumento porcentual en el valor R de la pared como resultado de este cambio.

3-175 El coeficiente de transferencia de calor global (el valor U) de una pared en condiciones de diseño de invierno es $U = 2.25$ $W/m^2 \cdot K$. Se agrega ahora una capa de ladrillo frontal de 100 mm al exterior, dejando un espacio de aire de 20 mm entre la pared y los ladrillos. Determine el nuevo valor U del muro. Además, determine la tasa de transferencia de calor a través de una sección de la pared de 3 m de altura y 7 m de largo después de haber realizado la modificación cuando las temperaturas interior y exterior sean 22 y –25 °C, respectivamente.

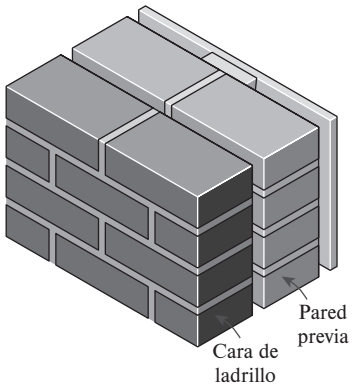


FIGURA P3-175

3-176 Considere un techo plano construido alrededor de postes de madera de 38 mm × 90 mm con una distancia de centro a centro de 400 mm. La parte inferior del techo está terminada con paneles de yeso de 13 mm, mientras que la parte superior consiste en un subsuelo de madera ($R = 0.166$ $m^2 \cdot °C/W$), una capa de madera contrachapada de 13 mm, una capa de fieltro ($R = 0.011$ $m^2 \cdot °C/W$) y linóleo ($R = 0.009$ $m^2 \cdot °C/W$). Ambos lados del techo están expuestos al aire inmóvil. El espacio de aire constituye 82% del área de transmisión de calor, mientras que los montantes y los cabezales constituyen el 18% restante. Determine el valor R de invierno y el factor U del techo, suponiendo que el espacio de aire de 90 mm de ancho entre los montantes *a*) no tiene superficie reflectante, *b*) tiene una superficie reflectante con $\varepsilon = 0.05$ en un lado, y *c*) tiene superficies reflectantes con $\varepsilon = 0.05$ en ambos lados. Suponga una temperatura media de 10 °C y una diferencia de temperatura de 5.6 °C para el espacio de aire.

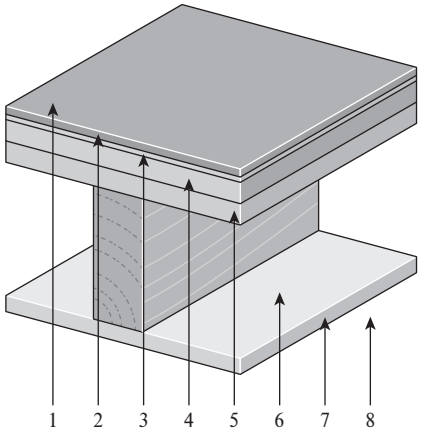


FIGURA P3-176

3-177 Determine el valor R de invierno y el factor U de una pared hueca de mampostería que consta de ladrillos comunes de 100 mm, un espacio de aire de 90 mm, bloques de concreto de 100 mm hechos de agregado liviano, espacio de aire de 20 mm y tabla de yeso de 13 mm, separado del bloque de hormigón por un enrasado vertical de 20 mm de espesor (1 pulg × 3 pulg nominal) cuya distancia de centro a centro es de 400 mm. Nin-

gún lado de los dos espacios de aire está recubierto con ninguna película reflectante. Al determinar el valor R de los espacios de aire, la diferencia de temperatura a través de ellos se puede considerar de 16.7 °C con una temperatura media del aire de 10 °C. El espacio aéreo constituye 84% del área de transmisión de calor, mientras que el enrasado vertical y estructuras similares constituyen el 16% restante. *Respuestas:* 1.02 $m^2 \cdot °C/W$, 0.978 $W/m^2 \cdot K$

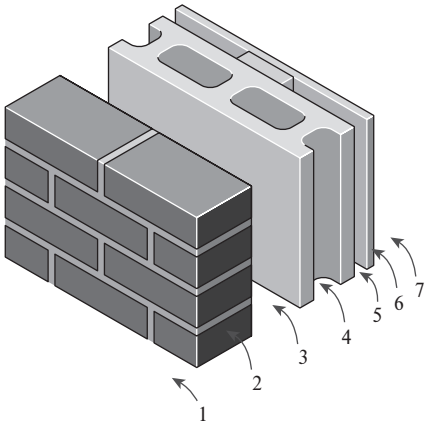


FIGURA P3-177

3-178 Repita el problema 3-177 suponiendo que un lado de ambos espacios de aire está recubierto con una película reflectante con $\varepsilon = 0.05$.

3-179 Determine el valor R de invierno y el factor U de una pared de mampostería que consta de las siguientes capas: ladrillos frontales de 100 mm, ladrillos comunes de 100 mm, aislante de espuma rígida de uretano de 25 mm y tablero de pared de yeso de 13 mm. *Respuestas:* 1.404 $m^2 \cdot °C/W$, 0.712 $W/m^2 \cdot K$

3-180 El coeficiente de transferencia de calor global (el valor U) de una pared en condiciones de diseño en invierno es $U = 1.40\ W/m^2 \cdot K$. Determine el valor U de la pared en condiciones de diseño de verano.

3-181I Determine el valor R de invierno y el factor U de una pared hueca de mampostería construida alrededor de bloques de concreto de 4 pulg de espesor hechos de agregado liviano. El exterior está terminado con ladrillo frontal de 4 pulg con mortero de cemento de $\frac{1}{2}$ pulg entre los ladrillos y los bloques de concreto. El acabado interior consiste en paneles de yeso de $\frac{1}{2}$ pulg separados del bloque de concreto por enrasado vertical de $\frac{3}{4}$ pulg de espesor (1 pulg × por 3 pulg nominales) cuya distancia de centro a centro es de 16 pulg. Ninguno de los lados del espacio de aire de $\frac{3}{4}$ pulg de grueso entre el bloque de concreto y el panel de yeso está recubierto con ninguna película reflectante. Al determinar el valor R del espacio de aire, la diferencia de temperatura a través de él puede considerarse como 30 °F con una temperatura media del aire de 50 °F. El espacio de aire constituye 80% del área de transmisión de calor, mientras que el enrasado vertical y las estructuras similares constituyen el 20% restante.

3-182 Determine los valores R de verano e invierno, en $m^2 \cdot °C/W$, de una pared de mampostería que consta de ladrillos frontales de 100 mm, 13 mm de mortero de cemento, bloque de concreto liviano de 100 mm, 40 mm de espacio de aire y cartón de yeso (pladur) de 20 mm. *Respuestas:* 0.809 y 0.795 $m^2 \cdot °C/W$

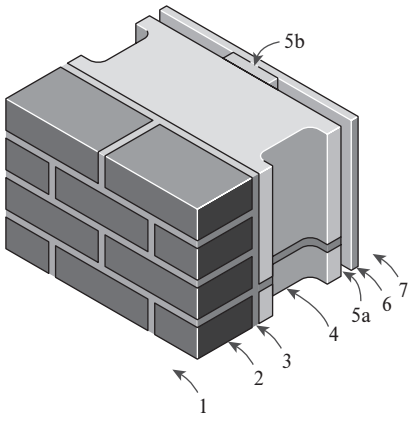


FIGURA P3-181I

3-183I Se determina que el coeficiente de transferencia de calor global de una pared es $U = 0.075\ Btu/h \cdot pie^2 \cdot °F$ en condiciones de aire quieto adentro y vientos de 7.5 mph afuera. ¿Cuál será el factor U cuando la velocidad del viento exterior se duplique? *Respuesta:* 0.0755 $Btu/h \cdot pie^2 \cdot °F$

3-184 Dos casas son idénticas, excepto que las paredes de una consisten en bloques de concreto liviano de 200 mm, espacio de aire de 20 mm y placa de yeso de 20 mm, mientras que las paredes de la otra incluyen el estándar de construcción para marco de pared R-2.4 $m^2 \cdot °C/W$. ¿Qué casa considera que es más eficiente energéticamente?

3-185 Determine el valor R de un techo que consiste en una capa de tejas acústicas de 19 mm cuya superficie superior está cubierta con una lámina de aluminio altamente reflectante para las condiciones invernales. Suponga que el aire está quieto debajo y arriba de los azulejos

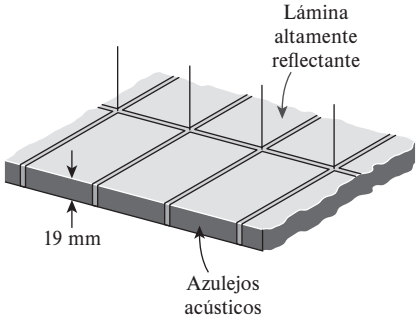


FIGURA P3-185

Problemas de repaso

3-186 Considere dos personas idénticas, cada una de las cuales genera 60 W de calor metabólico de manera constante mientras realiza un trabajo sedentario y que se disipa por convección y transpiración. La primera persona usa ropa hecha de

cuero de 1 mm de espesor ($k = 0.159$ W/m·K) que cubre la mitad de su cuerpo, mientras que la segunda usa ropa hecha de tela sintética de 1 mm de espesor ($k = 0.13$ W/m·K) que le cubre el cuerpo por completo. El aire ambiente está a 30 °C, el coeficiente de transferencia de calor en la superficie exterior es de 15 W/m^2·K y la temperatura de la superficie interior de la ropa es de 32 °C. Considerando que el cuerpo de cada persona se comporta como un cilindro de 25 cm de diámetro y 1.7 m de largo, determine las fracciones de calor perdidas por cada persona debido a la transpiración.

3-187 Fluye aire acondicionado frío a 12 °C dentro de un ducto cuadrado de aluminio de 1.5 cm de espesor ($k = 237$ W/m·K) de sección transversal interna de 22 cm × 22 cm con un flujo másico de 0.8 kg/s. El ducto se expone a aire a 33 °C con un coeficiente combinado de transferencia de calor por radiación y convección de 13 W/m^2·K. El coeficiente de transferencia de calor por convección en la superficie interna es de 75 W/m^2·K. Si la temperatura del aire en el ducto no aumenta en más de 1 °C, determine la longitud máxima del ducto.

3-188 Fluye agua caliente a una velocidad promedio de 1.5 m/s a través de una tubería de hierro fundido ($k = 52$ W/m·K) cuyos diámetros interno y externo son 3 cm y 3.5 cm, respectivamente. La tubería pasa a través de una sección de 15 m de largo de un sótano cuya temperatura es de 15 °C. Si la temperatura del agua cae de 70 a 67 °C a medida que pasa a través del sótano y el coeficiente de transferencia de calor en la superficie interna de la tubería es de 400 W/m^2·K, determine el coeficiente combinado de transferencia de calor por convección y radiación en la superficie externa de la tubería. *Respuesta:* 272.5 W/m^2·K

3-189 El sistema de plomería de una casa involucra una sección de 0.5 m de una tubería de plástico ($k = 0.16$ W/m·K) de diámetro interno de 2 cm y diámetro externo de 2.4 cm expuesto al aire ambiental. Durante una noche fría y con viento, la temperatura del aire ambiente permanece en –5 °C aproximadamente durante un periodo de 14 h. El coeficiente combinado de transferencia de calor por convección y radiación en la superficie externa de la tubería se estima en 40 W/m^2·K, y el calor de fusión del agua es de 333.7 kJ/kg. Suponiendo que la tubería contiene agua estacionaria inicialmente a 0 °C, determine si el agua en esa sección de la tubería se congelará esa noche.

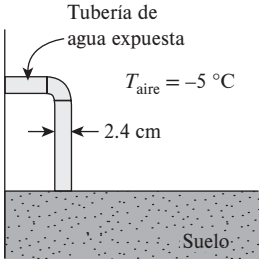


FIGURA P3-189

3-190 Una varilla cilíndrica de combustible nuclear de 15 mm de diámetro está encerrada en un cilindro cerámico concéntrico hueco con un diámetro interno de 35 mm y un diámetro externo de 110 mm. Esto crea un espacio de aire entre la barra de combustible y el cilindro de cerámica hueco con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 10 W/m^2·K. El cilindro de cerámica hueco tiene una conductividad térmica de 0.07 W/m·K y su superficie externa mantiene una temperatura constante de 30 °C. Si la barra de combustible genera calor a una tasa de 1 MW/m^3, determine la temperatura en la superficie de la barra de combustible. *Respuesta:* 1 026 °C

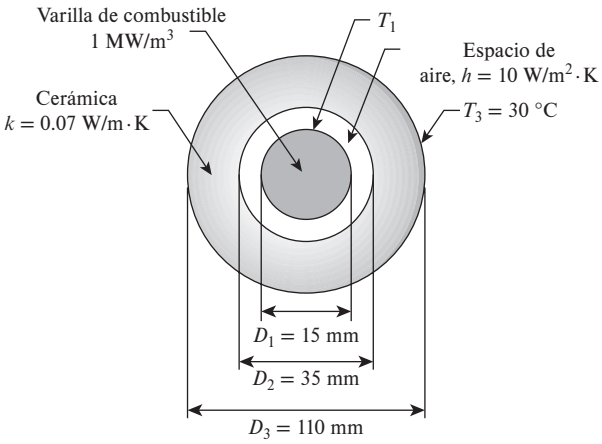


FIGURA P3-190

3-191 Fluye vapor a 260 °C dentro de una tubería de acero ($k = 61$ W/m·K) cuyos diámetros interior y exterior son 10 cm y 12 cm, respectivamente, en un entorno a 20 °C. Los coeficientes de transferencia de calor dentro y fuera de la tubería son 120 W/m^2·K y 14 W/m^2·K, respectivamente. Determine *a*) el espesor del aislante ($k = 0.038$ W/m·K) necesario para reducir la pérdida de calor en 95% y *b*) el espesor del aislante necesario para reducir la temperatura de la superficie expuesta de la tubería aislada a 40 °C por razones de seguridad.

3-192 Se utiliza un recipiente esférico de 3.0 m de diámetro (y un espesor de pared insignificante) para almacenar un fluido a una temperatura de 0 °C. El recipiente se cubre con una capa de aislante de 5.0 cm de espesor ($k = 0.20$ W/m·K). El aire circundante está a 22 °C. Los coeficientes de transferencia de calor interior y exterior son 40 y 10 W/m^2·K, respectivamente. Calcule *a*) todas las resistencias térmicas, en K/W, *b*) la razón estacionaria de transferencia de calor, y *c*) la diferencia de temperatura a través de la capa de aislante.

3-193 La pared de un almacén refrigerado tiene 10.0 m de alto y 5.0 m de ancho. La pared está hecha de tres capas: aluminio de 1.0 cm de espesor ($k = 200$ W/m·K), fibra de vidrio de 8.0 cm de espesor ($k = 0.038$ W/m·K) y placa de yeso de 3.0 cm de espesor ($k = 0.48$ W/m·K). Las temperaturas internas y externas del almacén son –10 y 20 °C, respectivamente, y el valor promedio de los coeficientes de transferencia de calor internos y externos es de 40 W/m^2·K.

a) Calcule la tasa de transferencia de calor a través de la pared del almacén en funcionamiento estable.

b) Suponga que se utilizan 400 pernos de metal ($k = 43$ W/m·K), cada uno de 2.0 cm de diámetro y 12.0 cm de largo, para sujetar (es decir, mantener juntas) las tres capas de pared. Calcule la razón de transferencia de calor para la pared "atornillada".

c) ¿Cuál es el cambio porcentual en la razón de transferencia de calor a través de la pared debido a los pernos de metal?

3-194 Una pared de 4 m de alto y 6 m de largo está construida con dos grandes placas de acero de 0.8 cm de espesor ($k = 15$ W/m·K) separadas por barras de acero de 1 cm de espesor y 22 cm de anchura colocadas a 99 cm de distancia. El espacio restante entre las placas de acero se llena con aislante de fibra de vidrio ($k = 0.035$ W/m·K). Si la diferencia de temperatura entre las superficies interna y externa de las paredes es de 22 °C, determine la tasa de transferencia de calor a través de la pared. ¿Es razonable ignorar las barras de acero entre las placas en el análisis de transferencia de calor dado que ocupan solo 1% de la superficie de transferencia de calor?

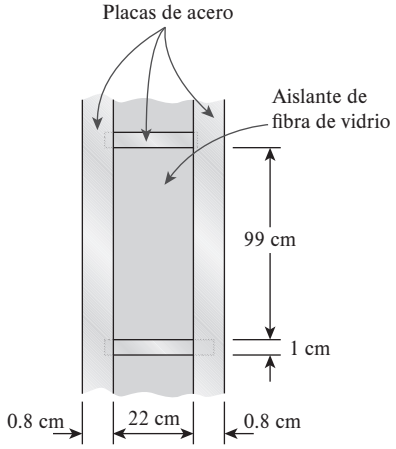


FIGURA P3-194

3-195 En la figura P3-195 se muestra la sección típica del muro de un edificio. Esta sección se extiende dentro y fuera de la página y se repite en dirección vertical. Los miembros de soporte de pared están hechos de acero ($k = 50$ W/m·K). Los miembros de soporte son de 8 cm (t_{23}) × 0.5 cm (L_B). El resto del espacio de la pared interior está lleno de aislante ($k = 0.03$ W/m·K) y mide 8 cm (t_{23}) × 60 cm (L_B). La pared interna está hecha de yeso ($k = 0.5$ W/m·K) que tiene 1 cm de espesor (t_{12}), y la pared externa de ladrillo ($k = 1.0$ W/m /K) que mide 10 cm de espesor (t_{34}). ¿Cuál es la temperatura en la superficie interior del ladrillo, 3, cuando $T_1 = 20$ °C y $T_4 = 35$ °C?

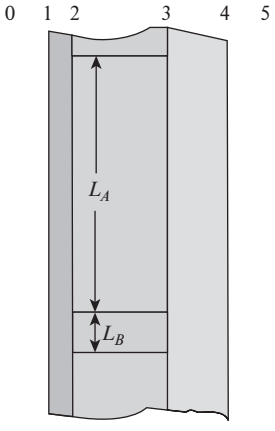


FIGURA P3-195

3-196 Una barra de 12 cm de largo con una sección transversal cuadrada, como se muestra en la figura P3-196, consta de una capa de cobre de 1 cm de espesor ($k = 380$ W/m·K) y una capa gruesa compuesta de epoxi de 1 cm ($k = 0.4$ W/m·K). Calcule la tasa de transferencia de calor con una fuerza térmica impulsora de 50 °C cuando la dirección de la transferencia de calor estacionaria y dimensional es *a*) de adelante hacia atrás (es decir, a lo largo de su longitud), *b*) de izquierda a derecha y *c*) de arriba hacia abajo.

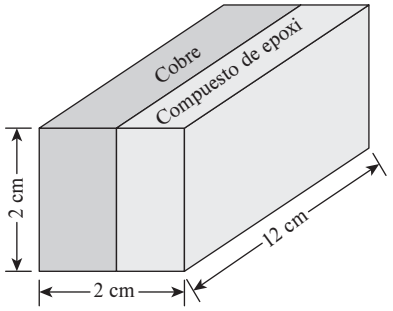


FIGURA P3-196

3-197 Se unen aletas circulares de sección transversal uniforme, con un diámetro de 10 mm y longitud de 50 mm a una pared con una temperatura superficial de 350 °C. Las aletas son de material con conductividad térmica de 240 W/m·K, están expuestas a aire ambiente a 25 °C, y el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 250 W/m^2·K. Determine la tasa de transferencia de calor y grafique la variación de temperatura de una de las aletas para las siguientes condiciones de frontera:

a) Aleta infinitamente larga
b) Punta de aleta adiabática
c) Aleta con temperatura de punta de 250 °C
d) Convección desde la punta de la aleta

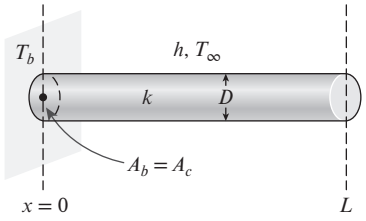


FIGURA P3-197

3-198 Se colocan un total de 10 aletas rectangulares de aluminio ($k = 203$ W/m·K) en la superficie plana exterior de un dispositivo electrónico. Cada aleta tiene 100 mm de ancho, 20 mm de alto y 4 mm de espesor. Las aletas se encuentran paralelas entre sí a una distancia de centro a centro de 8 mm. La temperatura en la superficie exterior del dispositivo electrónico es de 72 °C. El aire está a 20 °C y el coeficiente de transferencia de calor es de 80 W/m^2·K. Determine *a*) la razón de pérdida de calor desde el dispositivo electrónico al aire circundante y *b*) la efectividad de la aleta.

3-199 Una pared plana con una temperatura superficial de 300 °C se une con aletas rectas triangulares de aluminio ($k = 236$ W/m·K). Las aletas están expuestas a una condición de aire ambiente de 25 °C, y el coeficiente de transferencia de calor

por convección es de 25 W/m^2·K. Cada aleta tiene una longitud de 55 mm, una base de 4 mm de espesor y un ancho de 110 mm. Usando la tabla 3-3, determine la eficiencia, la tasa de transferencia de calor y la efectividad de cada aleta.

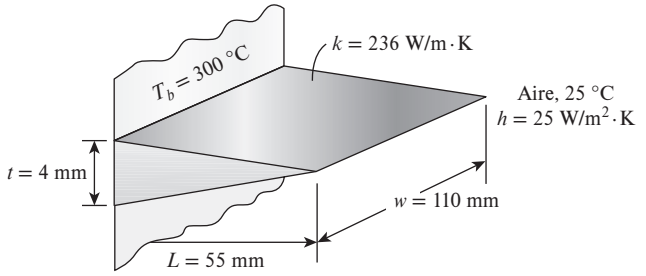


FIGURA P3-199

3-200 Una superficie de pared plana a 200 °C debe enfriarse con aletas de pasador de aluminio de perfil parabólico con puntas romas. Cada aleta tiene una longitud de 25 mm y un diámetro en la base de 4 mm. Las aletas están expuestas a aire ambiente a 25 °C, y el coeficiente de transferencia de calor es de 45 W/m^2·K. Si la conductividad térmica de las aletas es de 230 W/m·K, determine la tasa de transferencia de calor de una sola aleta y el aumento en la tasa de transferencia de calor por m^2 de superficie como resultado de agregar las aletas. Suponga que hay 100 aletas por m^2 de superficie.

3-201 El vapor en un sistema de calefacción fluye a través de tubos cuyo diámetro exterior es de 3 cm y sus paredes se mantienen a una temperatura de 120 °C. Aletas circulares de aleación de aluminio (k = 180 W/m·K) de 6 cm de diámetro exterior y t = 2 mm de espesor constante están unidas al tubo, como se muestra en la figura P3-201. El espacio entre las aletas es de 3 mm y, por tanto, hay 200 aletas por metro de longitud del tubo. El calor se transfiere al aire de alrededor a 25 °C, con un coeficiente combinado de transferencia de calor de 60 W/m^2·K. Determine el aumento en la transferencia de calor del tubo por metro de longitud como resultado de agregar aletas.

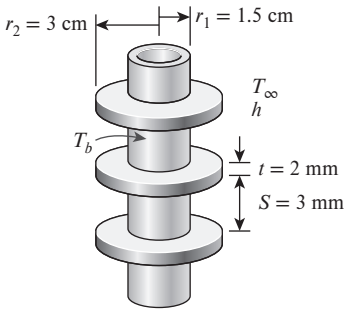


FIGURA P3-201

3-202 Una placa de circuito de 0.2 cm de espesor, 10 cm de alto y 15 cm de largo aloja componentes electrónicos en un lado que disipan un total de 15 W de calor de manera uniforme. La placa está impregnada de rellenos metálicos conductores y tiene una conductividad térmica efectiva de 12 W/m·K. Todo el calor generado en los componentes se conduce a través de la placa de circuito y se disipa desde el lado posterior de la placa a un medio a 37 °C, con un coeficiente de transferencia de calor de 45 W/m^2·K. *a*) Determine las temperaturas de la superficie en los dos lados de la placa del circuito. *b*) Ahora una placa de aluminio de 0.1 cm de espesor, 10 cm de alto y 15 cm de largo (k = 237 W/m·K) con 20 aletas de 0.2 cm de espesor, 2 cm de largo y 15 cm de ancho de perfil rectangular se une a la parte posterior de la placa de circuito con un adhesivo epóxico de 0.03 cm de espesor (k = 1.8 W/m·K). Determine las nuevas temperaturas en los dos lados de la placa de circuito.

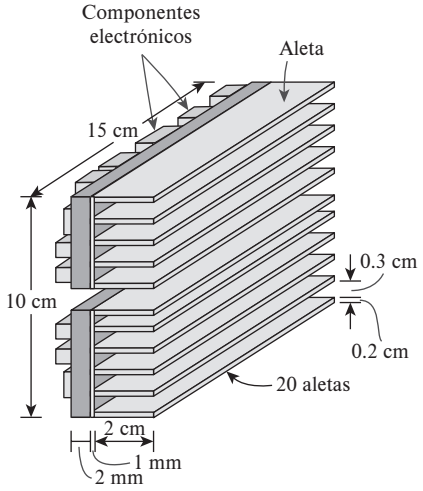


FIGURA P3-202

3-203 PtD En una planta de fabricación se ensamblan dispositivos electrónicos rectangulares delgados de 100 mm × 40 mm en cantidades industriales. La superficie superior del dispositivo electrónico está hecha de aluminio y está unida con un disipador de calor de aluminio HS 5030 colocado horizontalmente. El dispositivo electrónico disipa 45 W de calor a través del disipador de calor. Ambas superficies de aluminio tienen una rugosidad de 10 μm aproximadamente y una presión de interfase promedio de 1 atm. Para evitar que el dispositivo electrónico se sobrecaliente, la temperatura de la superficie superior debe mantenerse por debajo de 85 °C en un entorno de 30 °C. Su tarea como ingeniero de producto es garantizar que el disipador de calor conectado en la superficie superior del dispositivo pueda prevenir que el dispositivo se sobrecaliente. Determine si la temperatura de la superficie superior del dispositivo electrónico, con un disipador de calor HS 5030 conectado, es superior a 85 °C. De ser así, ¿qué medidas se pueden tomar para reducir la temperatura de la superficie a menos de 85 °C? Dado que su empresa tiene una gran cantidad de disipadores de calor HS 5030 en inventario, reemplazar los disipadores de calor por otros más efectivos es demasiado costoso y no es una solución viable.

3-204 Se utiliza una hilera de 10 tuberías paralelas que tienen 5 m de largo y un diámetro exterior de 6 cm para transportar vapor a 145 °C a través del piso de concreto (k = 0.75 W/m·K) de una habitación de 10 × 5 m que se mantiene a 24 °C. El coeficiente combinado de transferencia de calor por convección y radiación en el piso es de 12 W/m^2·K. Si la temperatura de la

superficie del piso de concreto no debe exceder 38 °C, determine qué tan profundo deben enterrarse las tuberías de vapor debajo de la superficie del piso de concreto.

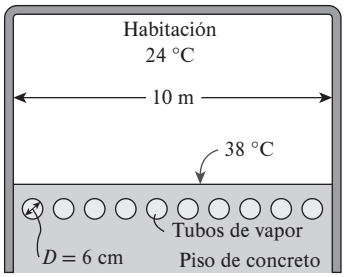


FIGURA P3-204

3-205 Un tanque cilíndrico de 0.6 m de diámetro y 1.9 m de largo que contiene gas natural licuado (GNL) a –160 °C se coloca en el centro de una barra sólida cuadrada de 1.4 m × 1.4 m y 1.9 m de largo, hecha de un material aislante con $k = 0.0002$ W/m · K. Si la temperatura de la superficie exterior de la barra es de 12 °C, determine la razón de transferencia de calor al tanque, y la temperatura del GNL después de un mes. Tome la densidad y el calor específico del GNL como 425 kg/m^3 y 3.475 kJ/kg · °C, respectivamente.

3-206 En un proceso combinado de generación de calor y energía (CHP; *Combined Heat & Power*), el calor de los subproductos se utiliza para calefacción doméstica o industrial. El vapor caliente es transportado desde una planta de generación de CHP por un tubo con un diámetro de 127 mm centrado en una barra sólida de sección transversal cuadrada hecha de concreto con conductividad térmica de 1.7 W/m · K. La temperatura de la superficie del tubo es constante a 120 °C, mientras que la barra de cemento cuadrada está expuesta al aire con una temperatura de –5 °C y un coeficiente de transferencia de calor por convección de 20 W/m^2 · K. Si la diferencia de temperatura entre la superficie exterior de la barra de concreto cuadrada y el aire ambiente se debe mantener a 5 °C, determine el ancho de la barra de concreto cuadrada y la razón de pérdida de calor por metro de longitud. *Respuestas:* 1.32 m, 530 W/m

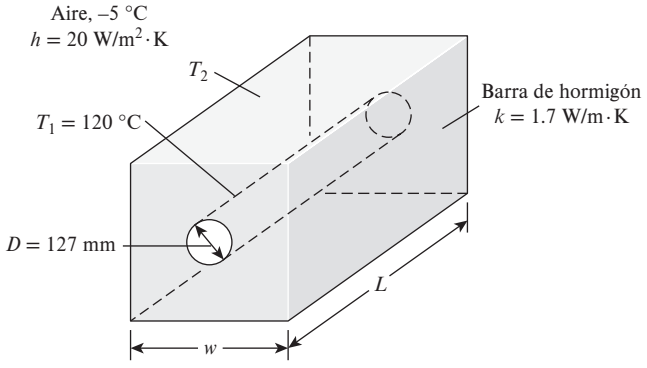


FIGURA P3-206

3-207 Un tanque esférico de acero de 2.2 m de diámetro lleno de agua helada a 0 °C está enterrado bajo tierra en un lugar donde la conductividad térmica del suelo es $k = 0.55$ W/m · K. La distancia entre el centro del tanque y la superficie del suelo es de 2.4 m. Para una temperatura de la superficie del suelo de 18 °C, determine la razón de transferencia de calor al agua helada en el tanque. ¿Cuál sería su respuesta si la temperatura del suelo fuera de 18 °C y la superficie del suelo estuviera aislada?

3-208 Un tanque esférico de paredes delgadas está enterrado en el suelo a una profundidad de 3 m. El tanque tiene un diámetro de 1.5 m y contiene productos químicos que experimentan una reacción exotérmica que proporciona un flujo de calor uniforme de 1 kW/m^2 a la superficie interna del tanque. El suelo tiene una conductividad térmica de 1.3 W/m · K y una temperatura de 10 °C. A partir del análisis del suelo, determine la temperatura de la superficie del tanque. Discuta el efecto de la profundidad del suelo sobre la temperatura de la superficie del tanque.

Problemas del examen de Fundamentos de ingeniería (FI)

3-209 Se pierde calor a una velocidad de 275 W por m^2 de área de una pared de 15 cm de espesor con una conductividad térmica de $k = 1.1$ W/m · K. La caída de temperatura a través de la pared es:

a) 37.5 °C, *c*) 16.0 °C, *e*) 4.0 °C
b) 27.5 °C, *d*) 8.0 °C

3-210 Considere una pared que consta de dos capas, *A* y *B*, con los siguientes valores: $k_A = 1.2$ W/m · K, $L_A = 8$ cm, $k_B = 0.2$ W/m · K, $L_B = 5$ cm. Si la disminución de temperatura a través de la pared es de 18 °C, entonces la tasa de transferencia de calor a través de la pared por unidad de área de la pared es:

a) 56.8 W/m^2 *c*) 114 W/m^2 *e*) 270 W/m^2
b) 72.1 W/m^2 *d*) 201 W/m^2

3-211 Se genera calor de manera constante en una bola esférica de 3 cm de diámetro. La bola se expone al aire ambiente a 26 °C con un coeficiente de transferencia de calor de 7,5 W/m^2 · K. La bola debe cubrirse con un material de conductividad térmica de 0.15 W/m · K; por tanto, el espesor del material de cobertura que maximizará la generación de calor dentro de la bola mientras mantiene constante la temperatura de la superficie de la bola es:

a) 0.5 cm *c*) 1.5 cm *e*) 2.5 cm
b) 1.0 cm *d*) 2.0 cm

3-212 Considere una ventana de triple panel de 1.5 m de alto y 2 m de ancho. El espesor de cada capa de vidrio ($k = 0.80$ W/m · K) es de 0.5 cm y el de cada espacio de aire ($k = 0.025$ W/m · K) es de 1.2 cm. Si las temperaturas de la superficie interior y exterior de la ventana son 10 y 0 °C, respectivamente, entonces la tasa de pérdida de calor a través de la ventana es:

a) 3.4 W *c*) 30.7 W *e*) 86.8 W
b) 10.2 W *d*) 61.7 W

3-213 Considere dos placas de metal presionadas una contra la otra. En igualdad de condiciones, ¿cuál de las siguientes medidas hará que aumente la resistencia de contacto térmico?

a) Limpiar las superficies para hacerlas más brillantes.
b) Presionando las placas una contra la otra con una fuerza mayor.

c) Llenar el espacio con un fluido conductor.
d) Uso de metales más blandos.
e) Recubrimiento de las superficies de contacto con una capa delgada de metal blando como el estaño.

3-214 Una tubería de vapor cilíndrica de 10 m de largo y 8 cm de radio exterior está cubierta con un aislante cilíndrico de 3 cm de espesor con una conductividad térmica de 0.05 W/m·K. Si la razón de pérdida de calor de la tubería es de 1 000 W, entonces la caída de temperatura a través del aislante es:

a) 58 °C *c*) 143 °C *e*) 600 °C
b) 101 °C *d*) 282 °C

3-215 Un tanque esférico de 5 m de diámetro se llena con oxígeno líquido (ρ = 1 141 kg/m^3, c_p = 1.71 kJ/kg·°C) a –184 °C. Si se observa que la temperatura del oxígeno aumenta a –183 °C en un periodo de 144 horas, entonces la tasa promedio de transferencia de calor al tanque es:

a) 124 W *c*) 246 W *e*) 421 W
b) 185 W *d*) 348 W

3-216 La pared de una casa de 2.5 m de altura, 4 m de ancho y 20 cm de espesor tiene una resistencia térmica de 0.025 °C/W; por tanto, la conductividad térmica de la pared es:

a) 0.8 W/m·K *c*) 3.4 W/m·K *e*) 8.0 W/m·K
b) 1.2 W/m·K *d*) 5.2 W/m·K

3-217 Considere dos paredes, *A* y *B*, con las mismas áreas de superficie y la misma caída de temperatura a través de sus espesores. El cociente de conductividades térmicas es $k_A/k_B = 4$ y el cociente de su espesor $L_A/L_B = 2$; por tanto, el cociente de las tasas de transferencia de calor a través de las paredes $\dot{Q}_A/\dot{Q}_B$ es:

a) 0.5 *c*) 2 *e*) 8
b) 1 *d*) 4

3-218 Una superficie plana caliente a 100 °C está expuesta al aire a 25 °C con un coeficiente de transferencia de calor combinado de 20 W/m^2·K. La pérdida de calor de la superficie se reducirá a la mitad cubriéndola con suficiente aislamiento con una conductividad térmica de 0.10 W/m·K. Suponiendo que el coeficiente de transferencia de calor permanece constante, el espesor del aislante requerido es:

a) 0.1 cm *c*) 1.0 cm *e*) 5 cm
b) 0.5 cm *d*) 2.0 cm

3-219 Una habitación con aire a temperatura de 20 °C está perdiendo calor al aire exterior a 0 °C a una tasa de 1 000 W a través de una pared de 2.5 m de alto y 4 m de largo. Considere que ahora la pared se aísla con un aislante de 2 cm de espesor con una conductividad de 0.02 W/m·K. Determine la tasa de pérdida de calor de la habitación a través de esta pared después del aislamiento. Suponga que los coeficientes de transferencia de calor en las superficies interna y externa de la pared permanecen sin cambios en la temperatura del aire de la habitación y la temperatura del aire exterior. Además, ignore la radiación.

a) 20 W *c*) 388 W *e*) 200 W
b) 561 W *d*) 167 W

3-220 Una aleta de aluminio de 1 cm de diámetro y 30 cm de largo (k = 237 W/m·K) se une a una superficie a 80 °C. La superficie se expone al aire ambiente a 22 °C con un coeficiente de transferencia de calor de 18 W/m^2·K. Considerando que la aleta es muy larga, la tasa de transferencia de calor desde la aleta es:

a) 2.0 W *c*) 4.4 W *e*) 6.0 W
b) 3.2 W *d*) 5.5 W

3-221 Una aleta de aluminio de 1 cm de diámetro y 30 cm de largo (k = 237 W/m·K) está unida a una superficie a 80 °C. La superficie está expuesta al aire ambiente a 22 °C con un coeficiente de transferencia de calor de 11 W/m^2·K. Suponiendo que la aleta es muy larga, su eficiencia es:

a) 0.60 *c*) 0.72 *e*) 0.88
b) 0.67 *d*) 0.77

3-222 Una superficie caliente a 80 °C en aire a 20 °C se enfría uniendo aletas cilíndricas de 10 cm de largo y 1 cm de diámetro. El coeficiente de transferencia de calor combinado es de 30 W/m^2·K, y la transferencia de calor desde la punta de la aleta es insignificante. Si la eficiencia de la aleta es 0.75, la tasa de pérdida de calor de 100 aletas es:

a) 325 W *c*) 566 W *e*) 754 W
b) 707 W *d*) 424 W

3-223 Una aleta de pasador cilíndrico de 0.6 cm de diámetro y 3 cm de longitud con una pérdida de calor insignificante desde la punta tiene una eficiencia de 0.7; por tanto, la efectividad de esta aleta es:

a) 0.3 *c*) 2 *e*) 14
b) 0.7 *d*) 8

3-224 Una aleta de aluminio con sección transversal rectangular de 3 cm de largo, 2 mm × 2 mm (k = 237 W/m·K) está unida a una superficie. Si la eficiencia de la aleta es de 65%, entonces la efectividad de esta aleta individual es:

a) 39 *c*) 24 *e*) 7
b) 30 *d*) 18

3-225 Considere dos superficies idénticas con aletas largas idénticas, excepto en que el coeficiente de transferencia de calor por convección para la primera superficie es el doble que para la segunda. ¿Cuál de las siguientes condiciones es correcta para la eficiencia y efectividad de la primera superficie con aletas en relación con la segunda?

a) Mayor eficiencia y mayor efectividad
b) Mayor eficiencia pero menor efectividad
c) Menor eficiencia pero mayor efectividad
d) Menor eficiencia y menor efectividad
e) Igual eficiencia e igual efectividad

3-226 Una esfera caliente de 20 cm de diámetro a 120 °C está enterrada en el suelo con una conductividad térmica de 1.2 W/m·K. La distancia entre el centro de la esfera y la superficie del suelo es de 0.8 m y la temperatura de la superficie del suelo es de 15 °C. Por tanto, la tasa de pérdida de calor de la esfera es:

a) 169 W *c*) 217 W *e*) 1.8 W
b) 20 W *d*) 312 W

3-227 Un cilindro vertical de 25 cm de diámetro y 2.4 m de largo que contiene hielo a 0 °C está enterrado justo debajo del suelo. El cilindro tiene una carcasa delgada y está hecho de un material de alta conductividad térmica. La temperatura de la superficie y la conductividad térmica del suelo son 18 °C y 0.85 W/m · K, respectivamente; por tanto, la tasa de transferencia de calor al cilindro es:

a) 37.2 W *c*) 158 W *e*) 1 210 W
b) 63.2 W *d*) 480 W

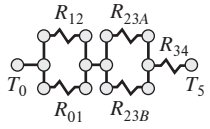
3-228 Fluye agua caliente (c_p = 4.179 kJ/kg · K) a través de una tubería de PVC de 80 m de largo (k = 0.092 W/m · K) cuyo diámetro interno es de 2 cm y diámetro externo de 2.5 cm a una velocidad de 1 kg/s, entrando a 40 °C. Si toda la superficie interior de esta tubería se mantiene a 35 °C y toda la superficie exterior a 20 °C, la temperatura de salida del agua es:

a) 35 °C *c*) 37 °C *e*) 39 °C
b) 36 °C *d*) 38 °C

3-229 Las paredes de una instalación de almacenamiento de alimentos están hechas de una capa de madera de 2 cm de espesor (k = 0.1 W/m · K) en contacto con una capa de espuma de poliuretano de 5 cm de espesor (k = 0.03 W/m · K). Si la temperatura de la superficie de la madera es –10 °C y la temperatura de la superficie de la espuma de poliuretano es de 20 °C, entonces la temperatura de la superficie donde las dos capas están en contacto es:

a) –7 °C *c*) 3 °C *e*) 11 °C
b) –2 °C *d*) 8 °C

3-230 La resistencia térmica equivalente para el circuito térmico que se muestra aquí es:



a) $R_{12}R_{01} + R_{23A} + R_{23B} + R_{34}$

b) $R_{12}R_{01} + \left(\dfrac{R_{23A}R_{23B}}{R_{23A} + R_{23B}}\right) + R_{34}$

c) $\left(\dfrac{R_{12}R_{01}}{R_{12} + R_{01}}\right) + \left(\dfrac{R_{23A}R_{23B}}{R_{23A} + R_{23B}}\right) + \dfrac{1}{R_{34}}$

d) $\left(\dfrac{R_{12}R_{01}}{R_{12} + R_{01}}\right) + \left(\dfrac{R_{23A}R_{23B}}{R_{23A} + R_{23B}}\right) + R_{34}$

e) Ninguno de los anteriores

3-231 El techo de 700 m^2 de un edificio tiene una resistencia térmica de 0.52 $m^2 \cdot K/W$. La tasa a la que se pierde calor a través de este techo en un día frío de invierno cuando la temperatura ambiente es de –10 °C y el interior es de 20 °C es:

a) 23.1 kW *c*) 55.6 kW *e*) 88.6 kW
b) 40.4 kW *d*) 68.1 kW

3-232 Un tanque de almacenamiento de oxígeno líquido de 1 m de diámetro interno en un hospital mantiene el oxígeno líquido a 90 K. El tanque consta de una carcasa de aluminio de 0.5 cm de espesor (k = 170 W/m · K) cuyo exterior está cubierto con una capa de aislante de 10 cm de espesor (k = 0.02 W/m · K). El aislante está expuesto al aire ambiente a 20 °C, y el coeficiente de transferencia de calor en el lado exterior del aislante es de 5 $W/m^2 \cdot K$. La tasa a la que el oxígeno líquido gana calor es:

a) 141 W *c*) 181 W *e*) 221 W
b) 176 W *d*) 201 W

3-233 Un tanque de almacenamiento de oxígeno líquido de 1 m de diámetro interno en un hospital mantiene el oxígeno líquido a 90 K. El tanque consiste en un cascarón de aluminio de 0.5 cm de espesor (k = 170 W/m · K) cuyo exterior está cubierto con una capa de aislante de 10 cm de espesor (k = 0.02 W/m · K). El aislante está expuesto al aire ambiente a 20 °C y el coeficiente de transferencia de calor en el lado exterior del aislante es de 5 $W/m^2 \cdot K$; por tanto, la temperatura de la superficie exterior del aislante es:

a) 13 °C *c*) 2 °C *e*) –12 °C
b) 9 °C *d*) –3 °C

3-234 La eficiencia de una aleta se define como el cociente entre la transferencia de calor real de la aleta y:

a) La transferencia de calor desde la misma aleta con una punta adiabática
b) La transferencia de calor desde una aleta equivalente infinitamente larga
c) La transferencia de calor desde la misma aleta si la temperatura a lo largo de toda la aleta es la misma que la temperatura en la base
d) La transferencia de calor a través del área de la base de la misma aleta
e) Ninguna de las anteriores

3–235 Los chips de memoria de una computadora están montados en un soporte metálico con aletas para protegerlos de un sobrecalentamiento. Un chip de 152 MB de memoria disipa 5 W de calor al aire a 25 °C. Si la temperatura de este chip no debe exceder 60 °C, el producto del área y el coeficiente de transferencia global de calor de la montura de metal con aletas debe ser por lo menos

a) 0.14 W/°C *c*) 0.32 W/°C *e*) 0.76 W/°C
b) 0.20 W/°C *d*) 0.48 W/°C

3–236 En Estados Unidos, se especifica el aislamiento de un edificio por el valor R (que es la resistencia térmica en unidades de $h \cdot pie^2 \cdot$ °F/Btu). Un propietario decide ahorrar en el costo para calentar la casa agregando aislamiento adicional en el ático. Si el valor R total se incrementa de 15 a 25, el propietario puede esperar que la pérdida de calor a través del techo se reduzca en

a) 25% *c*) 50% *e*) 75%
b) 40% *d*) 60%

3–237 Una aleta de forma triangular en un motor de motocicleta tiene 0.5 cm de espesor en su base y 3 cm de largo (distancia perpendicular entre la base y la punta del triángulo), y está hecha de aluminio (k = 150 W/m · K). La aleta está expuesta al aire con un coeficiente de transferencia de calor por

convección de 30 $W/m^2 \cdot K$ que actúa sobre sus superficies. La eficiencia de la aleta es de 75%. Si la temperatura base de la aleta es de 130 °C y la temperatura del aire es de 25 °C, entonces la transferencia de calor desde la aleta por unidad de ancho es

a) 32 W/m *d*) 124 W/m *c*) 102 W/m
b) 57 W/m *e*) 142 W/m

3-238 Un muro de ladrillo plano ($k = 0.7$ W/m·K) tiene 10 cm de espesor; por tanto, la resistencia térmica de esta pared por unidad de área de pared es:

a) 0.143 $m^2 \cdot K/W$ *c*) 0.327 $m^2 \cdot K/W$ *e*) 0.524 $m^2 \cdot K/W$
b) 0.250 $m^2 \cdot K/W$ *d*) 0.448 $m^2 \cdot K/W$

Problemas de diseño y ensayo

3-239 La temperatura en el espacio profundo es cercana al cero absoluto, lo que presenta desafíos térmicos para los astronautas que realizan caminatas espaciales. Proponga un diseño para la ropa de los astronautas que sea más adecuado para el entorno térmico en el espacio. Argumente las selecciones en su diseño.

3-240 En el diseño de componentes electrónicos es deseable unir los circuitos electrónicos a un material de sustrato que sea un muy buen conductor térmico, pero también un aislante eléctrico muy efectivo. Si el alto costo no es una preocupación importante, ¿qué material propondría para el sustrato?

3-241 Utilizando muestras cilíndricas del mismo material, diseñe un experimento para determinar la resistencia de contacto térmico. Considere que tiene a su disposición muestras cilíndricas de cualquier longitud y se conoce además la conductividad térmica del material.

3-242 Investigue acerca de la construcción de las paredes de las cabinas de aviones comerciales grandes, el rango de condiciones ambientales en las cuales operan, los coeficientes de transferencia de calor típicos en las superficies internas y externas de la pared, y las tasas de generación de calor en el interior. Determine el tamaño del sistema de calefacción y aire acondicionado que podrá mantener la cabina a 20 °C en todo momento para un avión capaz de transportar 400 personas.

3-243 Repita el problema 3-242 para un submarino con una tripulación de 60 personas.

3-244 Una casa con 200 m^2 de espacio en el piso debe calentarse con agua geotérmica que fluye a través de tuberías colocadas debajo del piso. Las paredes de la casa tienen 4 m de altura y hay 10 ventanas de un solo panel en la casa que tienen 1.2 m de ancho y 1.8 m de alto. La casa tiene aislamiento *R*-19 (en $h \cdot pie^2 \cdot °F/Btu$) en las paredes y *R*-30 en el techo. La temperatura del piso no debe superar los 40 °C. El agua geotérmica caliente está disponible a 90 °C, y los diámetros interior y exterior de las tuberías que se utilizarán son 2.4 cm y 3.0 cm. Diseñe un sistema de calefacción para esta casa en el lugar donde usted vive.

3-245 Usando un cronómetro (o reloj) y un termómetro, realice este experimento para determinar la tasa de ganancia de calor de su refrigerador. Primero, asegúrese de que la puerta del refrigerador no esté abierta durante al menos unas horas para que se establezcan condiciones de funcionamiento estables. Inicie el cronómetro cuando el refrigerador deje de funcionar y mida el tiempo Δt_1 que permanece apagado antes de que arranque. Luego mida el tiempo Δt_2 que permanece encendido. Observando que el calor eliminado durante Δt_2 es igual a la ganancia de calor del refrigerador durante $\Delta t_1 + \Delta t_2$ y utilizando la potencia consumida por el refrigerador cuando está funcionando, determine la tasa promedio de ganancia de calor para su refrigerador, en W. Tome el coeficiente de rendimiento (COP; *coefficient of performance*) de su refrigerador como 1.3 si no lo tiene a la mano. Ahora, limpie las bobinas del condensador del refrigerador y elimine cualquier obstáculo en el camino del flujo de aire a través de las bobinas. Luego determine la mejora en el COP del refrigerador.

Elemento de diseño: "Icono de C&S © McGraw-Hill Education; Icono de PtD © McGraw-Hill Education; arte de la computadora © McGraw-Hill Education"

CAPÍTULO

4

CONDUCCIÓN TRANSITORIA DE CALOR

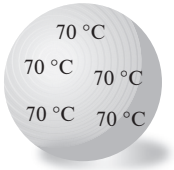
La temperatura de un cuerpo varía con el tiempo, así como con la posición. En coordenadas rectangulares, dicha variación se expresa como $T(x, y, z, t)$, donde (x, y, z) indican variación en las direcciones x, y y z, y t indica variación respecto al tiempo. En el capítulo anterior, se consideró la conducción de calor en condiciones *estables*, en las cuales la temperatura de un cuerpo en cualquier punto no cambiaba en relación con el tiempo. Esto simplificaba el análisis, especialmente cuando la temperatura variaba solo en una dirección y se podían obtener soluciones analíticas. En este capítulo se estudia la variación de la temperatura respecto al *tiempo* y a la *posición* de un sistema unidimensional y multidimensional.

Primero se considera el análisis de *sistemas concentrados* en los que la temperatura de un cuerpo varía con el tiempo; sin embargo, permanece uniforme en cualquier instante. Después se estudia la variación de la temperatura con el tiempo, así como con la posición en problemas de conducción de calor unidimensional como los asociados con una pared plana de gran tamaño, un cilindro de gran longitud, una esfera y un medio semiinfinito aplicando *soluciones analíticas*. Por último, se estudia la conducción de calor transitoria en sistemas multidimensionales utilizando la *solución producto.*

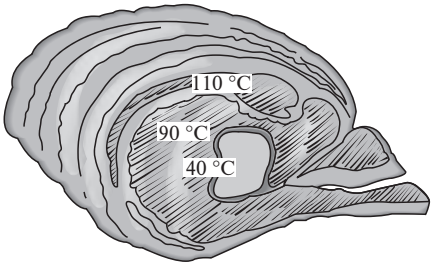
OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al terminar de estudiar este capítulo, usted deberá ser capaz de:

- Evaluar cuando la variación espacial de la temperatura es despreciable y la temperatura varíe de manera casi uniforme con el tiempo, simplificando el análisis de sistemas concentrados.
- Obtener las soluciones analíticas de los problemas de conducción unidimensionales transitorios en coordenadas rectangulares, cilíndricas y esféricas mediante el método de separación de variables, y comprender por qué una solución de un solo término es, por lo general, una buena aproximación.
- Resolver el problema de conducción transitoria en medios de gran tamaño utilizando la variable de similitud, y predecir la variación de la temperatura con el tiempo y con la distancia respecto a la superficie expuesta.
- Construir soluciones para problemas de conducción transitorios multidimensionales con el método de solución producto.



a) Esfera de cobre



b) Carne asada

FIGURA 4-1

Una pequeña esfera de cobre puede modelarse como un sistema concentrado; sin embargo, una carne asada no.

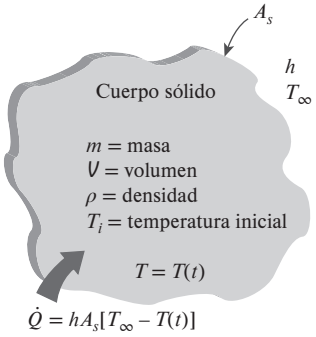


FIGURA 4-2

La geometría y los parámetros involucrados en el análisis de sistemas concentrados.

4-1 ▪ ANÁLISIS DE SISTEMAS CONCENTRADOS

En el análisis de transferencia de calor, algunos cuerpos se comportan como una "masa" cuya temperatura interior permanece esencialmente uniforme en cualquier instante durante el proceso de transferencia de calor. Se puede considerar que la temperatura de dichos cuerpos está en función solo del tiempo $T(t)$. Al análisis de transferencia de calor que utiliza esta idealización se le conoce como **análisis de sistemas concentrados**, y proporciona una enorme simplificación en ciertas clases de problemas de transferencia de calor sin sacrificar precisión.

Hay una pequeña esfera caliente de cobre saliendo de un horno (figura 4-1). Las mediciones indican que la temperatura de la esfera de cobre varía con el tiempo, pero no cambia considerablemente con la posición en un instante dado. Por tanto, la temperatura de la esfera permanece casi uniforme en todo momento, y se puede hablar acerca de su temperatura sin hacer referencia a un punto específico.

Ahora considere un gran asado dentro de un horno. Si alguna vez ha preparado uno, habrá observado que la distribución de la temperatura dentro del asado no está cerca de ser uniforme. Esto se verifica fácilmente sacando el asado del horno antes de que esté completamente cocinado y cortándolo a la mitad. Observará que las partes más externas están bien cocinadas y la parte central apenas si está caliente; por tanto, el análisis de sistemas concentrados no es aplicable en este caso. Antes de presentar un criterio sobre la aplicabilidad de estos sistemas, se desarrollará la formulación asociada con ella.

Considere un cuerpo de forma arbitraria de masa m, volumen V, superficie A_s, densidad ρ, y calor específico c_p que primero se encuentra a una temperatura T_i (figura 4-2). En el instante $t = 0$, el cuerpo se coloca en un medio que se encuentra a una temperatura T_∞ y comienza una transferencia de calor entre dicho cuerpo y su ambiente, con un coeficiente de transferencia de calor h. Para efectos de este estudio, se supone que $T_\infty > T_i$; sin embargo, este análisis es igualmente válido para el caso contrario. Si el análisis de sistemas concentrados es aplicable, de tal forma que la temperatura permanece constante dentro del cuerpo en todo momento y cambia solamente con el tiempo, $T = T(t)$.

Durante un intervalo diferencial de tiempo dt, la temperatura del cuerpo se eleva en una cantidad diferencial dT. Un balance de energía del sólido en un intervalo de tiempo dt puede expresarse como:

$$\begin{pmatrix}\text{Transferencia de calor}\\ \text{hacia el cuerpo durante } dt\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Incremento}\\ \text{de energía en el cuerpo}\\ \text{durante } dt\end{pmatrix}$$

o

$$hA_s(T_\infty - T)\,dt = mc_p\,dT \tag{4-1}$$

Observando que $m = \rho V$ y $dT = d(T - T_\infty)$ puesto que T_∞ = constante, la ecuación 4-1 puede reordenarse como:

$$\frac{d(T - T_\infty)}{T - T_\infty} = \frac{hA_s}{\rho V c_p}\,dt \tag{4-2}$$

Integrando desde $t = 0$, en el cual $T = T_i$, a cualquier tiempo t, donde $T = T(t)$, se obtiene:

$$\ln\frac{T(t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = -\frac{hA_s}{\rho V c_p}t \tag{4-3}$$

Aplicando la exponencial en ambos miembros de la ecuación y reordenando, se tiene:

$$\frac{T(t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = e^{-bt} \tag{4-4}$$

donde,

$$b = \frac{hA_s}{\rho V c_p} \qquad (1/\text{s}) \tag{4-5}$$

es una cantidad positiva cuya dimensión es (tiempo)$^{-1}$. El recíproco de b tiene unidades de tiempo (por lo regular segundos) y se le llama **constante de tiempo**. La ecuación 4-4 está graficada en la figura 4-3 para diferentes valores de b. Se pueden hacer dos observaciones de esta figura y de la ecuación anterior:

1. La ecuación 4-4 permite determinar la temperatura $T(t)$ de un cuerpo en un instante t, o alternativamente, el tiempo t requerido para que la temperatura alcance el valor $T(t)$ en particular.
2. La temperatura de un cuerpo se aproxima de manera exponencial a la temperatura ambiente T_∞. La temperatura del cuerpo cambia rápido al principio y muy lento después. Un valor grande de b indica que el cuerpo se aproxima a la temperatura ambiente en un lapso muy pequeño. A medida que el valor del exponente b es mayor, será mayor la razón de decaimiento de la temperatura. Observe que b es proporcional a la superficie, pero inversamente proporcional a la masa y al calor específico del cuerpo. Esto no es sorprendente, puesto que toma más tiempo calentar o enfriar una gran masa, sobre todo cuando tiene un calor específico mayor.

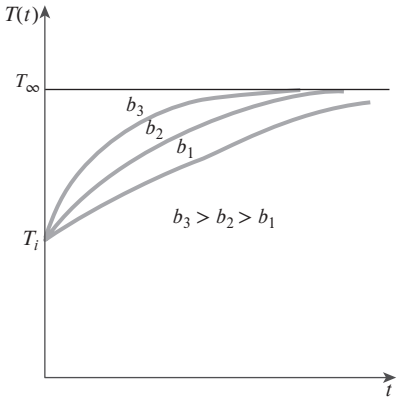


FIGURA 4-3

La temperatura de un sistema concentrado se aproxima a la temperatura ambiente a medida que el tiempo se prolonga.

Una vez obtenida la temperatura $T(t)$ en el instante t con ayuda de la ecuación 4-4, la *razón* de transferencia de calor por convección entre el cuerpo y su ambiente puede determinarse a partir de la ley de enfriamiento de Newton de la forma siguiente:

$$\dot{Q}(t) = hA_s[T(t) - T_\infty] \qquad (\text{W}) \tag{4-6}$$

La *cantidad total* de transferencia de calor entre el cuerpo y el medio ambiente en el intervalo $t = 0$ a t es simplemente el cambio en el contenido de energía del cuerpo:

$$Q = mc_p[T(t) - T_i] \qquad (\text{kJ}) \tag{4-7}$$

La cantidad de transferencia de calor alcanza su límite superior cuando el cuerpo alcanza la temperatura ambiente T_∞; por tanto, la transferencia de calor *máxima* entre el cuerpo y sus alrededores es (figura 4-4):

$$Q_{\text{máx}} = mc_p[T(t) - T_i] \qquad (\text{kJ}) \tag{4-8}$$

También se pudo obtener esta ecuación sustituyendo la relación $T(t)$ de la ecuación 4-4 en la relación $\dot{Q}(t)$ de la ecuación 4-6 e integrándola de $t = 0$ a $t \to \infty$.

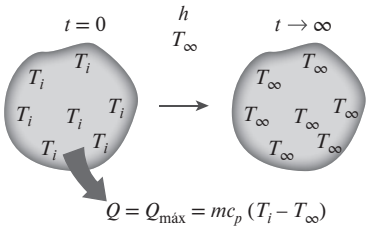


FIGURA 4-4

La transferencia de calor hacia un cuerpo y desde él llega a su valor máximo cuando el cuerpo alcanza la temperatura ambiente.

Criterios para el análisis de sistemas concentrados

El análisis de sistemas concentrados es muy conveniente en el análisis de transferencia de calor y es conveniente conocer cuándo utilizarlo. El primer paso para establecer un criterio para la aplicabilidad del análisis de sistemas concentrados es definir una **longitud característica** como:

$$L_c = \frac{V}{A_s}$$

FIGURA 4-5

Jean-Baptiste Biot (1774-1862), físico, astrónomo y matemático francés nacido en París, Francia. A pesar de su juventud, Biot trabajó en el análisis de la conducción de calor aun antes de que Fourier realizara un intento (1802 o 1803), sin éxito, de resolver el problema de incorporar efectos de convección externos en el análisis de conducción de calor. Fourier leyó el trabajo de Biot y para 1807 había encontrado él mismo la solución. En 1804, Biot acompañó a Gay Lussac en lo que fue el primer ascenso en globo aerostático con propósitos científicos. En 1820, con Félix Savart, descubrió la ley conocida como "Ley de Biot y Savart". Él estaba particularmente interesado en preguntas relacionadas con la polarización de la luz, y por sus logros en este campo, se le concedió la medalla Rumford de la Sociedad Real en 1840. El **número adimensional de Biot (Bi)** utilizado en cálculos sobre transferencia de calor transitoria fue nombrado así en su honor.

© *World HistoryArchive/Alamy*

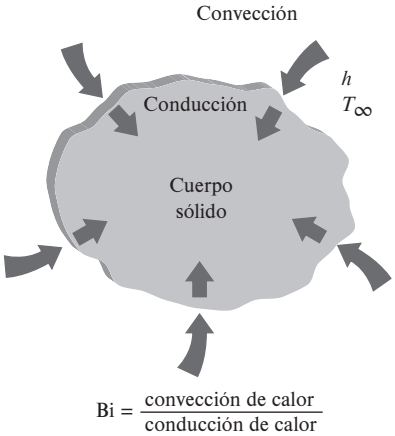


FIGURA 4-6

El número de Biot puede verse como el cociente de la convección en la superficie entre la conducción dentro del cuerpo.

y un **número de Biot** adimensional Bi (figura 4-5) como:

$$\text{Bi} = \frac{hL_c}{k} \tag{4-9}$$

La longitud característica L_c se utilizará en el número de Biot para geometrías simples en las que la transferencia de calor es unidimensional, por ejemplo, en una pared plana de gran tamaño con espesor de $2L$, un cilindro largo de radio r_0 y una esfera de radio r_0 es L (espesor medio), $r_0/2$ y $r_0/3$, respectivamente. La ecuación 4-9 también puede expresarse como (figura 4-6):

$$\text{Bi} = \frac{h}{k/L_c}\frac{\Delta T}{\Delta T} = \frac{\text{Convección en la superficie del cuerpo}}{\text{Conducción dentro del cuerpo}}$$

o

$$\text{Bi} = \frac{L_c/k}{1/h} = \frac{\text{Resistencia contra la conducción dentro del cuerpo}}{\text{Resistencia contra la convección en la superficie del cuerpo}}$$

Cuando se calienta un cuerpo sólido por medio de un fluido más caliente que lo rodea (por ejemplo, una papa en un horno), el calor se transmite primero por *convección* hacia el cuerpo, y después por *conducción* dentro del cuerpo. El número de Biot se define como la *relación* de la resistencia interior de un cuerpo para *conducir calor* entre su resistencia exterior para la *convección de calor*. Por tanto, un número de Biot pequeño representa una resistencia menor contra la conducción de calor y, por ende, gradientes de temperatura pequeños dentro del cuerpo.

El análisis de sistemas concentrados supone una distribución de temperatura *uniforme* a través de un cuerpo, el cual es el caso solamente cuando la resistencia térmica del cuerpo a la conducción de calor (*resistencia de conducción*) es cero. Por tanto, el análisis de sistemas concentrados es *exacto* cuando $\text{Bi} = 0$ y *aproximado* cuando $\text{Bi} > 0$. Desde luego, a medida que el número Bi es menor, será más preciso el análisis de sistemas concentrados. La pregunta por responder es ¿qué tanta precisión estamos dispuestos a sacrificar por la conveniencia de llevar a cabo un análisis de sistemas concentrados?

Antes de responder hay que mencionar que es normal considerar 15% de incertidumbre en el coeficiente de transferencia de calor por convección h en la mayoría de los casos. Suponer que h es *constante* y *uniforme* representa también una aproximación de validez cuestionable, sobre todo en el caso de geometrías irregulares. Por tanto, dada la falta de datos experimentales suficientes para la geometría en consideración, no se puede decir que los resultados sean mejores que en $\pm 15\%$, aun cuando $\text{Bi} = 0$. Si es el caso, introducir otra fuente de incertidumbre al problema no tendrá un gran efecto en la incertidumbre total, siempre y cuando esta sea menor. Por lo general se acepta la *aplicación* del análisis de sistemas concentrados si:

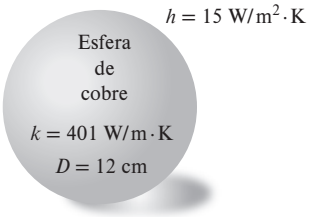
$$\text{Bi} \leq 0.1$$

Cuando este criterio se satisface, las temperaturas dentro del cuerpo en relación con el medio circundante (es decir, $T - T_\infty$) permanecen dentro de 5% una de la otra aun cuando se trate de geometrías bien redondas, como puede ser una pelota esférica. Por tanto, cuando $\text{Bi} < 0.1$, la variación de la temperatura dentro del cuerpo es pequeña y puede ser casi uniforme.

El primer paso en la aplicación del análisis de sistemas concentrados consiste en el cálculo del *número de Biot* y en la evaluación de la aplicabilidad de este método. Aun cuando no se cumpla con el criterio $\text{Bi} < 0.1$, se puede utilizar el análisis de sistemas concentrados si obtener una gran precisión no representa un problema.

Observe que el número de Biot es la relación de la *convección* en la superficie entre la *conducción* dentro del cuerpo, y este número debe ser lo más pequeño posible

para que se pueda aplicar el análisis de sistemas concentrados. Por tanto, los *cuerpos pequeños* con *alta conductividad térmica* son buenos candidatos para el análisis de sistemas concentrados, en especial cuando dichos cuerpos se encuentran en un medio pobre en cuanto a conducción de calor se refiere (como el aire u otros gases) y no están en movimiento. La pequeña esfera caliente de cobre colocada en aire inactivo que ya se comentó, es muy probable que satisfaga el criterio para la aplicación del análisis de sistemas concentrados (figura 4-7).



$$L_c = \frac{V}{A_s} = \frac{\frac{1}{6}\pi D^3}{\pi D^2} = \frac{1}{6}D = 0.02 \text{ m}$$

$$\text{Bi} = \frac{hL_c}{k} = \frac{15 \times 0.02}{401} = 0.00075 < 1$$

FIGURA 4-7

Los cuerpos pequeños con altas conductividades térmicas y coeficientes de convección con valores pequeños son más probables de cumplir con el criterio para el análisis de sistemas concentrados.

Observaciones sobre la transferencia de calor en sistemas concentrados

Para comprender el mecanismo de transferencia de calor durante el calentamiento o enfriamiento de un sólido por medio del fluido que se encuentra alrededor de este, así como el criterio para la aplicación del análisis de sistemas concentrados, considere esta analogía (figura 4-8). Ciertas personas que están en tierra van a *viajar por barco* a una isla cuya playa es un puerto, y desde ahí hacia sus destinos en la isla lo harán *en autobús*. Las personas en el puerto dependen del tráfico que haya en bote hacia la isla y del sistema de transporte terrestre. Si este último es excelente y cuenta con una gran cantidad de autobuses, no habrá acumulaciones de gente en el puerto, especialmente cuando el tráfico en bote sea moderado. Sin embargo, cuando se presenta la situación contraria, habrá enorme acumulación en el puerto, creando una gran diferencia entre las personas en el puerto y en la isla. La probabilidad de que se presente hacinamiento es mucho menor en una pequeña isla con muchos autobuses que circulen a gran velocidad.

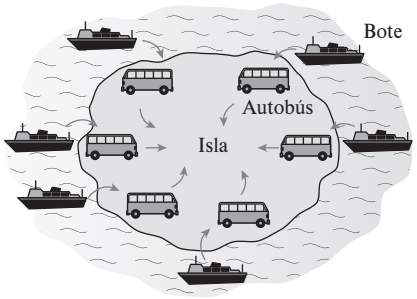


FIGURA 4-8

Analogía entre la transferencia de calor hacia un sólido y el tráfico de pasajeros que se dirige a una isla.

En términos de transferencia de calor, un sistema de transporte terrestre deficiente corresponde a una conducción de calor deficiente en un cuerpo, y la acumulación en el puerto corresponde a la concentración de energía térmica y el subsecuente incremento de la temperatura cerca de la superficie del cuerpo en relación con sus partes internas. El análisis de sistemas concentrados no se aplica cuando existen multitudes en la superficie. Desde luego, no se ha considerado la radiación en esta analogía y, por tanto, el tráfico aéreo hacia la isla. Como los pasajeros en el puerto, el calor cambia *vehículos* en la superficie de *convección* a *conducción*. Observando que una superficie tiene un espesor de cero y, por ende, no puede acumular energía, el calor que llega a la superficie de un cuerpo por convección debe continuar su camino dentro del cuerpo por conducción.

Hay transferencia de calor de un cuerpo caliente hacia sus alrededores que está más frío. El calor se transfiere desde el cuerpo hacia el fluido circundante como resultado de una diferencia de temperaturas. Sin embargo, esta energía proviene de la región cercana a la superficie y, por tanto, la temperatura del cuerpo cerca de la superficie disminuye. Esta situación genera un *gradiente de temperatura* entre las regiones interiores y exteriores del cuerpo e inicia la transferencia de calor por conducción desde el interior del cuerpo hacia la superficie exterior.

Cuando el coeficiente de transferencia de calor por convección h y, en consecuencia, la tasa de convección del cuerpo esté elevada, la temperatura del cuerpo cercana a la superficie disminuye rápido (figura 4-9). Esto crea una diferencia de temperatura más grande entre las regiones interior y exterior, a menos que el cuerpo sea capaz de transferir calor de la región interior a la exterior rápidamente. La magnitud de la diferencia máxima de temperatura dentro del cuerpo depende en gran medida de la habilidad de un cuerpo para conducir calor hacia su superficie en relación con la facilidad del medio circundante de evacuar calor de la superficie. El número de Biot es una medida de las magnitudes relativas de estos dos efectos que compiten.

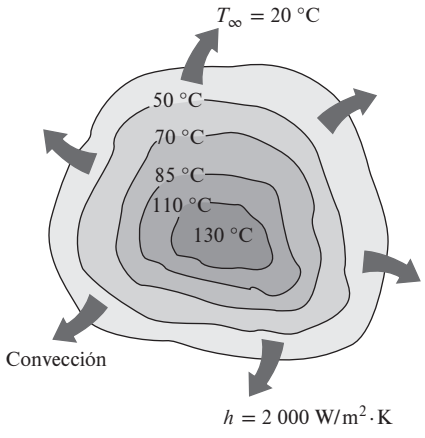


FIGURA 4-9

Cuando el coeficiente de convección h es elevado y k es bajo, se presentan grandes diferencias de temperatura entre las regiones interior y exterior de un sólido de gran tamaño.

La conducción de calor en una dirección específica n por unidad de superficie se expresa como $\dot{q} = -k\partial T/\partial n$, donde $\partial T/\partial n$ es el gradiente de temperatura y k la conductividad térmica del sólido. La distribución de temperatura en el cuerpo será

uniforme solo cuando su conductividad térmica sea *infinita*, y todavía no se sabe de la existencia de un material con dicha característica. Por tanto, los gradientes de temperatura, y las diferencias de temperatura, deben existir dentro de un cuerpo, sin importar qué tan pequeño sea, con el fin de que lleve a cabo la conducción de calor. Desde luego, el gradiente de temperatura y la conductividad térmica son inversamente proporcionales para un determinado flujo de calor. A medida que la conductividad térmica es mayor, el gradiente de temperatura será menor.

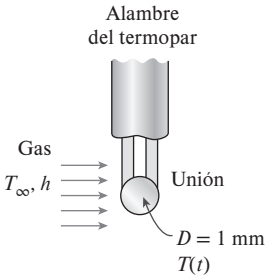


FIGURA 4-10
Esquema del ejemplo 4-1.

EJEMPLO 4-1 **Medición de la temperatura mediante termopares**

Se mide la temperatura de una corriente de gas con un termopar cuya unión puede ser aproximada a una esfera con un diámetro de 1 mm, como se muestra en la figura 4-10. Las propiedades de la unión son $k = 35$ W/m·K, $\rho = 8\,500$ kg/m^3 y $c_p = 320$ J/kg·K, y el coeficiente de transferencia de calor por convección entre la unión y el gas es $h = 210$ W/m^2·K. Determine cuánto tiempo tomará que la lectura del termopar sea 99% de la diferencia de temperaturas inicial.

SOLUCIÓN Se medirá la temperatura de una corriente de gas por medio de un termopar. Se determinará el tiempo que le tomará registrar 99% del valor ΔT inicial.

Suposiciones **1** La unión tiene forma esférica con un diámetro $D = 0.001$ m. **2** Las propiedades térmicas de la unión y el coeficiente de transferencia de calor son constantes. **3** Los efectos de la radiación son despreciables.

Propiedades Las propiedades de la unión se proporcionan en el enunciado del problema.

Análisis La longitud característica de la unión es:

$$L_c = \frac{V}{A_s} = \frac{\frac{1}{6}\pi D^3}{\pi D^2} = \frac{1}{6}D = \frac{1}{6}(0.001\text{ m}) = 1.67 \times 10^{-4}\text{ m}$$

Entonces, el número de Biot es:

$$\text{Bi} = \frac{hL_c}{k} = \frac{(210\text{ W/m}^2\cdot\text{K})(1.67 \times 10^{-4}\text{ m})}{35\text{ W/m}\cdot\text{K}} = 0.001 < 0.1$$

Por tanto, se puede aplicar el análisis de sistemas concentrados y el error involucrado en esta aproximación es despreciable.

Con la finalidad de obtener la lectura de 99% de la diferencia de temperatura inicial $T_i - T_\infty$ entre la unión y el gas, se debe tener:

$$\frac{T(t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = 0.01$$

Por ejemplo, cuando $T_i = 0$ °C y $T_\infty = 100$ °C, se considera que un termopar ha leído 99% de esta diferencia de temperaturas aplicada cuando su lectura indica $T(t) = 99$ °C.

El valor del exponente b es:

$$b = \frac{hA_s}{\rho c_p V} = \frac{h}{\rho c_p L_c} = \frac{210\text{ W/m}^2\cdot\text{K}}{(8\,500\text{ kg/m}^3)\,(320\text{ J/kg}\cdot\text{K})\,(1.67 \times 10^{-4}\text{ m})} = 0.462\text{ s}^{-1}$$

Ahora se sustituyen estos valores en la ecuación 4-4 y se obtiene:

$$\frac{T(t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = e^{-bt} \quad \longrightarrow \quad 0.01 = e^{-(0.462\text{ s}^{-1})\,t}$$

lo cual da:

$$t = 10 \text{ s}$$

Se deben esperar al menos 10 s para que la temperatura de la unión del termopar se aproxime y esté dentro de 99% de la diferencia de temperaturas unión-gas inicial.

Discusión Observe que la conducción a través de alambres y el intercambio de radiación con las superficies circundantes afectan el resultado, y estas deben considerarse si se desea un análisis más refinado.

PtD ***EJEMPLO 4-2*** **Enfriamiento de aire en placas metálicas**

Placas metálicas ($k = 180$ W/m·K, $\rho = 2\,800$ kg/m^3, y $c_p = 880$ J/kg·K) con un espesor de 2 cm salen de un horno y son transportadas a través de una cámara de enfriamiento de 10 m de longitud a una velocidad de 4 cm/s (figura 4-11). Las placas ingresan a la cámara de enfriamiento a una temperatura inicial de 700 °C. La temperatura del aire en la cámara de enfriamiento es de 15 °C y las placas son enfriadas con aire soplado. El coeficiente de transferencia de calor por convección está dado como una función de la velocidad del aire $h = 33V^{0.8}$, donde h está en W/m^2·K y V en m/s. Para evitar cualquier incidente de quemadura térmica, es necesario diseñar el proceso de enfriamiento de tal forma que las placas abandonen la cámara de enfriamiento a una temperatura relativamente segura del orden de los 50 °C o menor. Determine la velocidad del aire y el coeficiente de transferencia de calor de manera que la temperatura de las placas que ingresan a la cámara de enfriamiento sea de 50 °C.

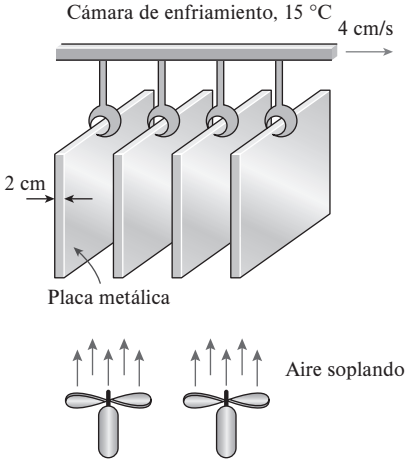


FIGURA 4-11
Esquema para el ejemplo 4-2.

SOLUCIÓN En este ejemplo, los conceptos de Prevención a través de problemas de diseño (PtD) se aplican en conjunto con el análisis de sistemas concentrados. Las placas metálicas que salen del horno se enfrían por aire dentro de la cámara de enfriamiento. Se desea determinar la velocidad del aire y el coeficiente de transferencia de calor por convección que se requieren para enfriar las placas de tal forma que estas abandonen la cámara de enfriamiento a una temperatura de 50 °C.

Suposiciones **1** Las propiedades térmicas de las placas metálicas son constantes. **2** El coeficiente de transferencia de calor por convección es uniforme. **3** La transferencia de calor por radiación es despreciable. **4** El número de Biot es Bi < 0.1, de tal forma que el análisis de sistemas concentrados es aplicable en este caso (esta suposición se va a corroborar).

Propiedades Las propiedades de las placas metálicas están dadas por $k = 180$ W/m·K, $\rho = 2\,800$ kg/m^3 y $c_p = 880$ J/kg·K.

Análisis Con un grosor de la placa metálica de $2L = 2$ cm, la longitud característica de la placa es:

$$L_c = \frac{V}{A_s} = \frac{2LA}{2A} = L = \frac{20 \text{ mm}}{2} = 10 \text{ mm}$$

Utilizando el análisis de sistemas concentrados se tiene:

$$b = \frac{hA_s}{\rho c_p V} = \frac{h}{\rho c_p L_c} = \frac{33V_{\text{aire}}^{0.8}}{\rho c_p L_c} = \frac{33V_{\text{aire}}^{0.8}}{(2\,800 \text{ kg/m}^3)(880 \text{ J/kg} \cdot \text{K})(0.010 \text{ m})}$$

La duración del enfriamiento puede determinarse a partir de la longitud de la cámara de enfriamiento y de la velocidad de las placas:

$$t = \frac{10 \text{ m}}{0.04 \text{ m/s}} = 250 \text{ s}$$

$$\frac{T(t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = e^{-bt} \quad \rightarrow \quad b = -\frac{1}{t} \ln \left[\frac{T(t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} \right]$$
$$= -\frac{1}{250 \text{ s}} \ln \left(\frac{50 - 15}{700 - 15} \right) = 0.0119 \text{ s}^{-1}$$

La velocidad del aire y el coeficiente de transferencia de calor por convección necesarios para enfriar las placas a 50 °C a medida que salen de la cámara de enfriamiento son:

$$b = \frac{33 V_{\text{aire}}^{0.8}}{\rho c_p L_c} = 0.01195 \text{ s}^{-1}$$

$$V_{\text{aire}} = \left[\frac{(0.0119 \text{ s}^{-1})\,(2\,800 \text{ kg/m}^3)\,(880 \text{ J/kg} \cdot \text{K})(0.010 \text{ m})}{33} \right]^{1/0.8} = \mathbf{15.3 \text{ m/s}}$$

$$h = 33 V_{\text{aire}}^{0.8} = 33(15.3 \text{ m/s})^{0.8} = \mathbf{293 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}}$$

Este análisis se llevó a cabo considerando que se trata de un sistema concentrado, y para que dicha consideración sea aplicable, es necesario que la condición Bi < 0.1 se cumpla.

$$\text{Bi} = \frac{hL_c}{k} = \frac{(293 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K})(0.010 \text{ m})}{180 \text{ W/m} \cdot \text{K}} = 0.0163 < 0.1$$

Discusión En la figura 4-12 se muestra una gráfica en la que se presenta el efecto de la velocidad del aire en la temperatura de las placas que salen de la cámara de enfriamiento. Dicha figura muestra que para velocidades del aire mayores a 15.3 m/s, la temperatura de las placas permanece en un valor por debajo de 50 °C, lo cual evita cualquier accidente por quemadura térmica.

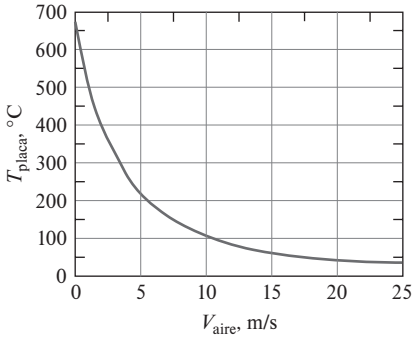


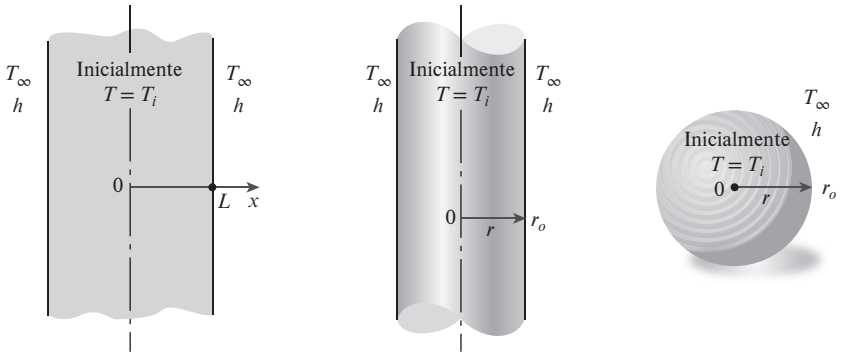
FIGURA 4-12

Variación de la temperatura de la placa en función de la velocidad del aire a la salida de la cámara de enfriamiento.

4-2 ▪ CONDUCCIÓN TRANSITORIA DE CALOR EN PAREDES PLANAS DE GRAN TAMAÑO, CILINDROS LARGOS Y ESFERAS CON EFECTOS ESPACIALES

En la sección 4-1 se estudiaron cuerpos en los que la variación de temperatura dentro del cuerpo se podía considerar despreciable; es decir, cuerpos que permanecían *a la misma temperatura* durante un proceso. Los cuerpos relativamente pequeños hechos con materiales de alta conductividad se comportan de esta manera. Sin embargo, la temperatura dentro de un cuerpo cambia de un punto a otro y también con el tiempo. En esta sección se estudia la variación de la temperatura con el *tiempo* y la *posición* en problemas unidimensionales como los asociados con una pared plana de gran tamaño, un cilindro largo y una esfera.

Se tiene una pared plana con un espesor de $2L$, un cilindro largo de radio r_0 y una esfera de radio r_0 inicialmente a una *temperatura uniforme* T_i, como se muestra en la figura 4-13. En el instante $t = 0$, cada geometría se coloca en un medio grande que se encuentra a una temperatura constante T_∞ y se mantiene en ese medio en $t > 0$. La transferencia de calor se lleva a cabo entre estos cuerpos y su medio ambiente circundante por convección con un coeficiente de transferencia de calor *constante* y *uniforme* h. Observe que en los tres casos se tiene simetría geométrica y



Pared plana de gran tamaño | Cilindro largo | Esfera

FIGURA 4-13

Esquema de geometrías simples en las que la transferencia de calor es unidimensional.

térmica: la pared plana es simétrica respecto a su *plano central* ($x = 0$), el cilindro es simétrico respecto a *su línea central* ($r = 0$) y la esfera es simétrica respecto a su *punto central* ($r = 0$). Se ignora la transferencia de calor por *radiación* entre dichos cuerpos y sus superficies circundantes, o se incorpora el efecto de la radiación en el coeficiente de transferencia de calor por convección h.

La variación del perfil de temperatura respecto al *tiempo* en el caso de la pared plana se ilustra en la figura 4-14. Cuando se expone la pared por primera vez al medio $T_\infty < T_i$ en $t = 0$, toda la pared está a su temperatura inicial T_i. Sin embargo, la temperatura de la pared y cerca de sus superficies comienza a descender como resultado de la transferencia de calor desde la pared hacia el medio circundante. Esto genera *un gradiente de temperatura* en la pared e inicia la conducción de calor desde sus partes interiores hacia sus superficies exteriores. Observe que la temperatura en el centro de la pared sigue siendo T_i hasta que $t = t_2$ y que el perfil de temperatura dentro de la pared permanece simétrica en todo momento respecto al plano central. El perfil de temperatura se hace cada vez más plano a medida que pasa el tiempo como resultado de la transferencia de calor y, finalmente, se hace uniforme en $T = T_\infty$. Es decir, la pared alcanza el *equilibrio térmico* con su medio circundante. En este punto, la transferencia de calor se detiene, puesto que ya no existe una diferencia de temperaturas. Se pueden proporcionar análisis similares a este para el caso de un cilindro largo o de una esfera.

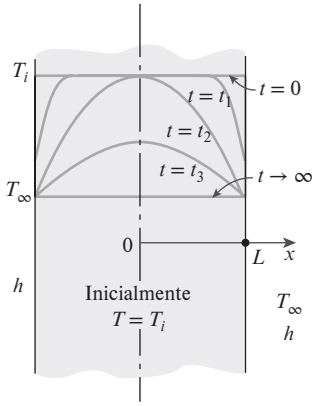


FIGURA 4-14

Perfiles de temperatura transitorios en una pared plana expuesta a convección desde sus superficies para $T_i > T_\infty$.

Problema de conducción transitoria unidimensional no dimensionalizada

El planteamiento de problemas sobre conducción de calor para la determinación de la distribución de temperatura transitoria unidimensional en una pared plana, un cilindro o una esfera, da como resultado una ecuación diferencial parcial cuya solución típicamente involucra series infinitas y ecuaciones trascendentales difíciles de manejar. Sin embargo, la solución analítica proporciona información muy valiosa sobre el problema físico, por tanto, es importante estudiar los pasos que esta involucra. A continuación se muestra el procedimiento de solución para el caso de la pared plana.

Considere una pared plana de espesor $2L$ que está inicialmente a una temperatura uniforme T_i como se muestra en la figura 4-13*a*. En el instante $t = 0$, la pared se sumerge en un fluido a una temperatura T_∞ y está sujeta a transferencia de calor por convección por ambos lados con un coeficiente de convección h. La altura y el ancho de la pared son relativamente grandes en comparación con su grosor, y la conducción de calor en la pared se puede considerar unidimensional. Asimismo, existe simetría térmica en relación con el plano medio que pasa a través de $x = 0$, por tanto, la distribución de temperatura debe ser simétrica respecto al plano medio. El valor de la temperatura en cualquier valor $-x$ en el rango $-L \le x \le 0$ en

cualquier instante t debe ser igual al valor en $+x$ en el rango $0 \le x \le L$ en el mismo instante. Lo anterior significa que el problema de conducción de calor se puede plantear y resolver en el dominio de la mitad positiva $0 \le x \le L$, y después aplicar la solución a la otra mitad.

En condiciones de propiedades termofísicas constantes, sin generación de calor, simetría térmica respecto al plano medio, temperatura inicial uniforme y coeficiente de convección constante, el problema de conducción de calor transitorio unidimensional en el dominio de la primera mitad $0 \le x \le L$ de la pared plana puede expresarse como (véase capítulo 2):

Ecuación diferencial:
$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \tag{4-10a}$$

Condiciones de frontera:
$$\frac{\partial T(0,t)}{\partial x} = 0 \quad \text{y} \quad -k\frac{\partial T(L,t)}{\partial x} = h[\mathrm{T}(L,t) - T_\infty] \tag{4-10b}$$

Condición inicial:
$$T(x,0) = T_i \tag{4-10c}$$

donde la propiedad $\alpha = k/\rho c_p$ es la difusividad térmica del material.

Ahora se intentará adimensionalizar el problema definiendo una variable espacial sin dimensiones $X = x/L$ y una temperatura sin dimensiones $\theta(x, t) = [T(x, t) - T_\infty]/[T_i - T_\infty]$. Estos parámetros representan buenas elecciones, puesto que tanto X como θ varían entre 0 y 1; sin embargo, no existe una guía clara para la forma adecuada de la variable de tiempo sin dimensiones ni para el cociente h/k, dejaremos que el análisis lo indique. Se observa que:

$$\frac{\partial \theta}{\partial X} = \frac{\partial \theta}{\partial (x/L)} = \frac{L}{T_i - T_\infty}\frac{\partial T}{\partial x}, \quad \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} = \frac{L^2}{T_i - T_\infty}\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad \text{y} \quad \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{1}{T_i - T_\infty}\frac{\partial T}{\partial t}$$

Sustituyendo en las ecuaciones 4-10*a* y 4-10*b* y reordenando se obtiene:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} = \frac{L^2}{\alpha}\frac{\partial \theta}{\partial t} \quad \text{y} \quad \frac{\partial \theta(1,t)}{\partial X} = \frac{-hL}{k}\theta(1,t) \tag{4-11}$$

La forma apropiada del tiempo adimensional es $\tau = \alpha t/L^2$, la cual se conoce con el nombre de **número de Fourier** Fo (llamado así en honor a Jean Baptiste Joseph Fourier, figura 1-27), y se reconoce $\mathrm{Bi} = hL/k$ como el número de Biot definido en la sección 4-1. Entonces, el planteamiento del problema de conducción de calor transitorio unidimensional para una pared plana puede expresarse en forma adimensional como:

Ecuación diferencial adimensional:
$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} = \frac{\partial \theta}{\partial \tau} \tag{4-12a}$$

Condiciones de frontera adimensionales:
$$\frac{\partial \theta(0,\tau)}{\partial X} = 0 \text{ y } \frac{\partial \theta(1,\tau)}{\partial X} = -\mathrm{Bi}\,\theta(1,\tau) \tag{4-12b}$$

Condición inicial adimensional:
$$\theta(X,0) = 1 \tag{4-12c}$$

donde:

$$\theta(X,\tau) = \frac{T(x,t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} \qquad \textit{Temperatura adimensional}$$

$$X = \frac{x}{L} \qquad \textit{Distancia adimensional a partir del centro}$$

$$\text{Bi} = \frac{hL}{k} \qquad \textit{Coeficiente de transferencia de calor adimensional} \text{ (número de Biot)}$$

$$\tau = \frac{\alpha t}{L^2} = \text{Fo} \qquad \textit{Tiempo adimensional} \text{ (número de Fourier)}$$

La ecuación de conducción de calor en coordenadas cilíndricas o esféricas puede ser adimensionalizada de una manera similar. Observe que la adimensionalización reduce el número de variables independientes y parámetros de 8 a 3, de x, L, t, k, α, h, T_i y T_∞ a X, Bi y Fo (figura 4-15). Es decir:

$$\theta = f(X, \text{Bi}, \text{Fo}) \tag{4-13}$$

Lo anterior hace muy práctico llevar a cabo estudios paramétricos y evitar resultados en forma gráfica. La ecuación 4-13 es la versión generalizada de la ecuación 4-4 para el análisis de sistemas concentrados (sin variables espaciales); esto se puede demostrar utilizando las definiciones de θ, α, L_c, Bi y Fo en la ecuación 4-4. El resultado final es:

$$\theta = \frac{T(t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = e^{-bt} = e^{-\frac{hA_s t}{\rho V c_p}} = e^{-\text{BiFo}}$$

o $\theta = f(\text{Fo}, \text{Bi})$, la cual es un caso particular de la ecuación 4-13 sin variable espacial.

a) Problema original sobre conducción de calor:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial x},\ T(x, 0) = T_i$$

$$\frac{\partial T(0, t)}{\partial x} = 0,\ -k\frac{\partial T(L, t)}{\partial x} = h[T(L, t) - T_\infty]$$

$$T = F(x, L, t, k, \alpha, h, T_i, T_\infty)$$

b) Problema adimensionalizado:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} = \frac{\partial \theta}{\partial \tau},\ \theta(X, 0) = 1$$

$$\frac{\partial \theta(0, \tau)}{\partial X} = 0,\ \frac{\partial \theta(1, \tau)}{\partial X} = -\text{Bi}\theta(1, \tau)$$

$$\theta = f(X, \text{Bi}, \tau)$$

FIGURA 4-15

La adimensionalización reduce el número de variables independientes en problemas sobre conducción transitoria unidimensional de 8 a 3, ofreciendo una gran ventaja en la presentación de resultados.

Solución exacta de un problema de conducción transitoria unidimensional*

La ecuación diferencial parcial adimensionalizada planteada en las ecuaciones 4-12 junto con las condiciones iniciales y de frontera pueden resolverse utilizando varias técnicas analíticas y numéricas, incluyendo el método de Laplace u otros métodos de transformación, el de separación de variables, de diferencias finitas y el de elemento finito. Aquí se usa el método de **separación de variables** desarrollado por J. Fourier en la década de 1820, el cual se basa en la expansión de una función arbitraria (incluyendo una constante) en términos de series de Fourier. El método se aplica suponiendo que la variable dependiente es producto de un número de funciones, cada una de las cuales es una función de una sola variable independiente. Esto reduce la ecuación diferencial parcial a un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias, cada una de las cuales es una función de una sola variable independiente. En el caso de conducción transitoria en una pared plana, la variable dependiente es la función solución $\theta(X, \tau)$, la cual se expresa como $\theta(X, \tau) = F(X)G(\tau)$, y la aplicación del método da como resultado dos ecuaciones diferenciales ordinarias, una en X y otra en τ.

El método es aplicable si 1) la geometría es simple y finita (como es el caso de un bloque rectangular, un cilindro o una esfera) de tal forma que las superficies de frontera pueden describirse por funciones matemáticas simples, y 2) la ecuación diferencial y las condiciones iniciales y de frontera en su forma más simple son lineales (no tiene ningún término que involucre productos de la variable dependiente o sus derivadas) e implican un término no homogéneo (un término sin la variable dependiente o sus derivadas). Si el planteamiento comprende varios términos no homogéneos, el problema puede dividirse en un número igual de problemas más sencillos involucrando solo un término no homogéneo y después combinando las soluciones por medio de la superposición.

*Esta sección puede omitirse sin perder continuidad.

Ahora se muestra el método de separación de variables aplicándolo al problema de conducción de calor transitorio unidimensional dado en las ecuaciones 4-12. Primero se expresa la función de temperatura adimensional $\theta(X, \tau)$ como el producto de una función de X solamente y una función de τ solamente como:

$$\theta(X, \tau) = F(X)G(\tau) \tag{4-14}$$

Si se sustituye la ecuación 4-14 en la 4-12*a* y se divide entre el producto FG se obtiene:

$$\frac{1}{F}\frac{d^2F}{dX^2} = \frac{1}{G}\frac{dG}{d\tau} \tag{4-15}$$

Observe que todos los términos que dependen de X están en el lado izquierdo de la ecuación, mientras que los términos que dependen de τ están en el lado derecho. Es decir, los términos que son funciones de diferentes variables están *separados* (de aquí el nombre *separación de variables*). El lado izquierdo de esta ecuación está en función de X solamente, y el lado derecho, de τ solamente. Considerando que tanto X como τ pueden variar de forma independiente, la igualdad de la ecuación 4-15 puede ser válida para cualquier valor de X y τ si la ecuación 4-15 es igual a una constante. Además, debe ser una constante *negativa* que identificaremos como $-\lambda^2$, puesto que una constante positiva causará que la función $G(\tau)$ se incremente de manera indefinida con el tiempo (que sea infinita), lo cual no tiene sentido físico, y un valor de cero de la constante significaría que no depende del tiempo, lo cual sería de nuevo inconsistente con el problema físico. Haciendo que la ecuación 4-15 sea igual a $-\lambda^2$ se obtiene:

$$\frac{d^2F}{dX^2} + \lambda^2 F = 0 \quad \text{y} \quad \frac{dG}{d\tau} + \lambda^2 G = 0 \tag{4-16}$$

cuyas soluciones generales son:

$$F = C_1\cos(\lambda X) + C_2\,\text{sen}(\lambda X) \quad \text{y} \quad G = C_3 e^{-\lambda^2\tau} \tag{4-17}$$

y

$$\theta = FG = C_3 e^{-\lambda^2\tau}[C_1\cos(\lambda X) + C_2\,\text{sen}(\lambda X)] = e^{-\lambda^2\tau}[A\,\cos(\lambda X) + B\,\text{sen}(\lambda X)] \tag{4-18}$$

donde $A = C_1C_3$ y $B = C_2C_3$ son constantes arbitrarias. Se necesita determinar A y B para obtener la solución del problema.

Aplicando las condiciones de frontera de la ecuación 4-12*b* se obtiene:

$$\frac{\partial\theta(0,\tau)}{\partial X} = 0 \rightarrow e^{-\lambda^2\tau}(-A\lambda\ \text{sen}0 + B\lambda\ \cos 0) = 0 \rightarrow B = 0 \rightarrow \theta = Ae^{-\lambda^2\tau}\cos(\lambda X)$$

$$\frac{\partial\theta(1,\tau)}{\partial X} = -\text{Bi}\,\theta(1,\tau) \rightarrow -Ae^{-\lambda^2\tau}\lambda\,\text{sen}\lambda = -\text{Bi}Ae^{-\lambda^2\tau}\cos\lambda \rightarrow \lambda\,\tan\lambda = \text{Bi}$$

Pero la tangente es una función periódica con un periodo de π y la ecuación $\lambda\,\tan\lambda = \text{Bi}$ tiene la raíz λ_1 entre 0 y π, la raíz λ_2 entre π y 2π, la raíz λ_n entre $(n-1)\,\pi$ y $n\pi$, etc. Para reconocer que la ecuación trascendental $\lambda\tan\lambda = \text{Bi}$ tiene un número infinito de raíces, esta se expresa como:

$$\lambda_n\tan\lambda_n = \text{Bi} \tag{4-19}$$

La ecuación 4-19 se llama **ecuación característica** o **eigenfunción**, y sus raíces se llaman **valores característicos** o **eigenvalores**. La ecuación característica está implícita en este caso y, por tanto, los valores característicos necesitan determinarse numéricamente. Entonces se puede deducir que existe un número infinito de soluciones de

la forma $Ae^{-\lambda^2\tau}\cos(\lambda X)$, y la solución de este problema de conducción de calor lineal es una combinación lineal de ellas:

$$\theta = \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-\lambda_n^2 \tau} \cos(\lambda_n X) \tag{4-20}$$

Las constantes A_n se determinan a partir de la condición inicial, ecuación 4-12c,

$$\theta(X, 0) = 1 \quad \rightarrow \quad 1 = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(\lambda_n X) \tag{4-21}$$

Esta es una expansión de la serie de Fourier que expresa una constante en términos de una serie infinita de funciones coseno. Ahora se multiplican ambos miembros de la ecuación 4-21 por $\cos(\lambda_m X)$ e integramos de $X = 0$ a $X = 1$. El lado derecho incluye un número infinito de integrales de la forma $\int_0^1 \cos(\lambda_m X)\cos(\lambda_n X)dX$. Se puede demostrar que todas estas integrales desaparecen excepto cuando $n = m$ y el coeficiente A_n se hace:

$$\int_0^1 \cos(\lambda_n X)dX = A_n \int_0^1 \cos^2(\lambda_n X)dX \rightarrow A_n = \frac{4\,\text{sen}\,\lambda_n}{2\lambda_n + \text{sen}(2\lambda_n)} \tag{4-22}$$

Esto finaliza el análisis para la solución de un problema de conducción de calor transitorio unidimensional en una pared plana. Las soluciones en otras geometrías como un cilindro largo y una esfera pueden determinarse mediante el mismo método. La aproximación del cilindro largo permite hacer la suposición de conducción unidimensional en la dirección radial. Es una aproximación razonable para cilindros que tienen un cociente longitud (L) a radio (r_o), $L/r_o \geq 10$. Los resultados de las tres geometrías se resumen en la tabla 4-1. La solución para la pared plana también se aplica a una pared plana con espesor L cuya superficie izquierda en $x = 0$ está aislada y la superficie derecha en $x = L$ está sujeta a convección, puesto que este es precisamente el problema matemático que resolvimos.

Las soluciones analíticas de los problemas sobre conducción transitoria involucran series infinitas y, por tanto, la evaluación de un número infinito de términos para determinar la temperatura en un lugar y tiempo específicos. Esto puede parecer intimidante en un primer momento; sin embargo, no es necesario preocuparse.

$$\theta_n = A_n e^{-\lambda_n^2 \tau}\cos(\lambda_n X)$$
$$A_n = \frac{4\,\text{sen}\,\lambda_n}{2\lambda_n + \text{sen}(2\lambda_n)}$$
$$\lambda_n \tan \lambda_n = \text{Bi}$$

Para Bi = 5, $X = 1$, y $\tau = 0.2$:

n	λ_n	A_n	θ_n
1	1.3138	1.2402	0.22321
2	4.0336	–0.3442	0.00835
3	6.9096	0.1588	0.00001
4	9.8928	–0.876	0.00000

FIGURA 4-16

El término en la serie solución de los problemas sobre conducción transitoria se reduce rápidamente a medida que n y, por tanto, λ_n aumentan debido a la función de decaimiento exponencial con el exponente $-\lambda_n\tau$.

TABLA 4-1

Resumen de las soluciones de conducción transitoria unidimensional en una pared plana de espesor $2L$, un cilindro de radio r_o y una esfera de radio r_o sujeta a convección en todas sus superficies.*

Geometría	Solución	λ_n son las raíces de
Pared plana	$\theta = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4\,\text{sen}\,\lambda_n}{2\lambda_n + \text{sen}\,(2\lambda_n)} e^{-\lambda_n^2 \tau} \cos(\lambda_n x/L)$	$\lambda_n \tan \lambda_n = \text{Bi}$
Cilindro	$\theta = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\lambda_n} \frac{J_1(\lambda_n)}{J_0^2(\lambda_n) + J_1^2(\lambda_n)} e^{-\lambda_n^2 \tau} J_0(\lambda_n r/r_o)$	$\lambda_n \frac{J_1(\lambda_n)}{J_0(\lambda_n)} = \text{Bi}$
Esfera	$\theta = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4(\text{sen}\,\lambda_n - \lambda_n \cos \lambda_n)}{2\lambda_n - \text{sen}(2\lambda_n)} e^{-\lambda_n^2 \tau} \frac{\text{sen}(\lambda_n r/r_o)}{\lambda_n r/r_o}$	$1 - \lambda_n \cot \lambda_n = \text{Bi}$

*Aquí $\theta = (T - T_\infty)/(T_i - T_\infty)$ es la temperatura adimensional; $\text{Bi} = hL/k$ o hr_o/k es el número de Biot, $\text{Fo} = \tau = \alpha t/L^2$ o $\alpha t/r_o^2$ es el número de Fourier; y J_0 y J_1 son las funciones de Bessel de primer tipo cuyos valores se proporcionan en la tabla 4-3. La longitud característica utilizada en cada geometría en las ecuaciones para los números de Biot y Fourier es diferente a la solución exacta (analítica) de la que se usó para el análisis de sistemas concentrados.

Como se demostró en la figura 4-16, los términos en la suma disminuyen rápido a medida que n y λ_n aumentan debido a la función de decaimiento exponencial $e^{-\lambda_n^2 \tau}$. Esto es especialmente el caso cuando el tiempo adimensional τ es grande. La evaluación de los primeros términos de la serie infinita (en este caso solo el primero) es por lo regular suficiente para determinar la temperatura adimensional θ.

Soluciones analíticas aproximadas

La solución analítica obtenida para la conducción de calor transitoria unidimensional en una pared plana involucra series infinitas y ecuaciones implícitas difíciles de evaluar. Por tanto, existe un incentivo para simplificar las soluciones analíticas y presentar las soluciones en forma *tabular* utilizando relaciones simples.

Las cantidades adimensionales definidas para una pared plana también pueden utilizarse para un *cilindro* o una *esfera* reemplazando la variable espacial x por r y la de espesor medio L por el radio exterior r_o. Observe que la longitud característica en la definición del número de Biot se toma como el *espesor medio L* para la pared plana y el *radio* r_o para el cilindro largo y la esfera en lugar del V/A utilizado en el análisis de sistemas concentrados.

Los términos en las series solución de la tabla 4-1 convergen rápidamente al aumentar el tiempo, y para $\tau > 0.2$, manteniendo el primer término y despreciando todos los demás términos en la serie resulta en un error por debajo de 2%. Por lo general estamos interesados en la solución para tiempos que tienen una $\tau > 0.2$ y es muy conveniente expresar la solución utilizando esta **aproximación de un término**, dada por:

Pared plana:
$$\theta_{\text{pared}} = \frac{T(x, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = A_1 e^{-\lambda_1^2 \tau} \cos(\lambda_1 x/L), \quad \tau > 0.2 \qquad \textbf{(4-23)}$$

Cilindro:
$$\theta_{\text{cil}} = \frac{T(r, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = A_1 e^{-\lambda_1^2 \tau} J_0(\lambda_1 r/r_o), \quad \tau > 0.2 \qquad \textbf{(4-24)}$$

Esfera:
$$\theta_{\text{esf}} = \frac{T(r, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = A_1 e^{-\lambda_1^2 \tau} \frac{\text{sen}(\lambda_1 r/r_o)}{\lambda_1 r/r_o}, \quad \tau > 0.2 \qquad \textbf{(4-25)}$$

donde las constantes A_1 y λ_1 son funciones solo del número Bi, y sus valores se enlistan en la tabla 4-2 frente al número Bi para las tres geometrías. La función J_0 es la función de Bessel de orden cero del primer tipo, cuyo valor puede determinarse en la tabla 4-3. Si se observa que cos (0) = J_0(0) = 1 y que el límite de (sen$x$)/x también es 1, estas relaciones simplifican en las siguientes en el centro de una pared plana, de un cilindro o de una esfera:

Centro de la pared plana ($x = 0$):
$$\theta_{0,\text{ pared}} = \frac{T_0 - T_\infty}{T_i - T_\infty} = A_1 e^{-\lambda_1^2 \tau} \qquad \textbf{(4-26)}$$

Centro de un cilindro ($r = 0$):
$$\theta_{0,\text{ cil}} = \frac{T_0 - T_\infty}{T_i - T_\infty} = A_1 e^{-\lambda_1^2 \tau} \qquad \textbf{(4-27)}$$

Centro de la esfera ($r = 0$):
$$\theta_{0,\text{ esf}} = \frac{T_0 - T_\infty}{T_i - T_\infty} = A_1 e^{-\lambda_1^2 \tau} \qquad \textbf{(4-28)}$$

Comparando los dos grupos de ecuaciones, se puede observar que las temperaturas adimensionales en cualquier lugar de una pared plana, cilindro o esfera se relacionan con la temperatura central por medio de:

$$\frac{\theta_{\text{pared}}}{\theta_{0,\text{ pared}}} = \cos\left(\frac{\lambda_1 x}{L}\right), \quad \frac{\theta_{\text{cil}}}{\theta_{0,\text{ cil}}} = J_0\left(\frac{\lambda_1 r}{r_o}\right), \quad \text{y} \quad \frac{\theta_{\text{esf}}}{\theta_{0,\text{ esf}}} = \frac{\text{sen}(\lambda_1 r/r_o)}{\lambda_1 r/r_o} \qquad \textbf{(4-29)}$$

TABLA 4-2

Coeficientes utilizados en la solución aproximada de un término de la conducción de calor unidimensional transitoria en paredes planas, cilindros y esferas (Bi $= hL/k$ para una pared plana de espesor $2L$, y Bi $= hr_o/k$ para un cilindro o una esfera de radio r_o)

	Pared plana		*Cilindro*		*Esfera*	
Bi	λ_1(rad)	A_1	λ_1(rad)	A_1	λ_1(rad)	A_1
0.01	0.0998	1.0017	0.1412	1.0025	0.1730	1.0030
0.02	0.1410	1.0033	0.1995	1.0050	0.2445	1.0060
0.04	0.1987	1.0066	0.2814	1.0099	0.3450	1.0120
0.06	0.2425	1.0098	0.3438	1.0148	0.4217	1.0179
0.08	0.2791	1.0130	0.3960	1.0197	0.4860	1.0239
0.1	0.3111	1.0161	0.4417	1.0246	0.5423	1.0298
0.2	0.4328	1.0311	0.6170	1.0483	0.7593	1.0592
0.3	0.5218	1.0450	0.7465	1.0712	0.9208	1.0880
0.4	0.5932	1.0580	0.8516	1.0931	1.0528	1.1164
0.5	0.6533	1.0701	0.9408	1.1143	1.1656	1.1441
0.6	0.7051	1.0814	1.0184	1.1345	1.2644	1.1713
0.7	0.7506	1.0918	1.0873	1.1539	1.3525	1.1978
0.8	0.7910	1.1016	1.1490	1.1724	1.4320	1.2236
0.9	0.8274	1.1107	1.2048	1.1902	1.5044	1.2488
1.0	0.8603	1.1191	1.2558	1.2071	1.5708	1.2732
2.0	1.0769	1.1785	1.5995	1.3384	2.0288	1.4793
3.0	1.1925	1.2102	1.7887	1.4191	2.2889	1.6227
4.0	1.2646	1.2287	1.9081	1.4698	2.4556	1.7202
5.0	1.3138	1.2403	1.9898	1.5029	2.5704	1.7870
6.0	1.3496	1.2479	2.0490	1.5253	2.6537	1.8338
7.0	1.3766	1.2532	2.0937	1.5411	2.7165	1.8673
8.0	1.3978	1.2570	2.1286	1.5526	2.7654	1.8920
9.0	1.4149	1.2598	2.1566	1.5611	2.8044	1.9106
10.0	1.4289	1.2620	2.1795	1.5677	2.8363	1.9249
20.0	1.4961	1.2699	2.2880	1.5919	2.9857	1.9781
30.0	1.5202	1.2717	2.3261	1.5973	3.0372	1.9898
40.0	1.5325	1.2723	2.3455	1.5993	3.0632	1.9942
50.0	1.5400	1.2727	2.3572	1.6002	3.0788	1.9962
100.0	1.5552	1.2731	2.3809	1.6015	3.1102	1.9990
∞	1.5708	1.2732	2.4048	1.6021	3.1416	2.0000

lo cual demuestra que la dependencia del tiempo de la temperatura adimensional dentro de una determinada geometría es la misma. Es decir, si la temperatura adimensional θ_0 en el centro disminuye en 20% en un tiempo específico, lo mismo le pasará en cualquier parte del medio en el mismo instante.

Una vez que se conoce el número Bi, estas relaciones se pueden utilizar para determinar la temperatura en cualquier punto del medio. La determinación de las constantes A_1 y λ_1 de la tabla 4-2 por lo general requiere interpolación.

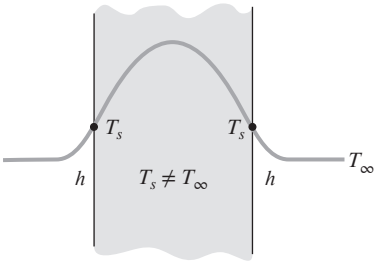
La representación gráfica de las soluciones de aproximación de un término para una pared plana y grande, un cilindro largo y una esfera fueron presentadas por M. P. Heisler en 1947, y se llaman gráficas de temperaturas transitorias o **gráficas de Heisler**. Dichas gráficas se complementaron en 1961 con las gráficas de transferencia de calor transitoria de H. Gröber. A menudo las gráficas son difíciles de leer y están sujetas a errores de lectura. Por tanto, las expresiones aproximadas de un término deben ser de la predilección del usuario en lugar de las gráficas y se usarán en este capítulo.

Observe que el caso Bi $= \infty$ de la tabla 4-2 corresponde a $h \to \infty$, el cual corresponde al caso de *temperatura superficial específica* T_∞. Es decir, cuando las superficies del cuerpo de repente son llevadas a la temperatura T_∞ en el instante $t = 0$ y se mantienen en T_∞ en todo momento, puede manejarse haciendo que h tenga un valor infinito (figura 4-17).

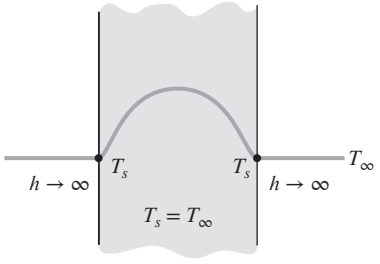
TABLA 4–3

Funciones de Bessel de orden cero y primero del primer tipo

η	$J_0(\eta)$	$J_1(\eta)$
0.0	1.0000	0.0000
0.1	0.9975	0.0499
0.2	0.9900	0.0995
0.3	0.9776	0.1483
0.4	0.9604	0.1960
0.5	0.9385	0.2423
0.6	0.9120	0.2867
0.7	0.8812	0.3290
0.8	0.8463	0.3688
0.9	0.8075	0.4059
1.0	0.7652	0.4400
1.1	0.7196	0.4709
1.2	0.6711	0.4983
1.3	0.6201	0.5220
1.4	0.5669	0.5419
1.5	0.5118	0.5579
1.6	0.4554	0.5699
1.7	0.3980	0.5778
1.8	0.3400	0.5815
1.9	0.2818	0.5812
2.0	0.2239	0.5767
2.1	0.1666	0.5683
2.2	0.1104	0.5560
2.3	0.0555	0.5399
2.4	0.0025	0.5202
2.6	− 0.0968	0.4708
2.8	− 0.1850	0.4097
3.0	− 0.2601	0.3391
3.2	− 0.3202	0.2613



a) Coeficiente de convección finito



b) Coeficiente de convección infinito

FIGURA 4-17

La temperatura de superficie específica corresponde al caso de convección hacia un ambiente a T_∞ con un coeficiente de convección h que es *infinito*.

La temperatura del cuerpo cambia de la temperatura inicial T_i a la temperatura de los alrededores T_∞ al final del proceso de conducción transitoria de calor. Por tanto, la *máxima* cantidad de calor que un cuerpo puede ganar (o perder en caso de que $T_i > T_\infty$) es el *cambio* en el *contenido de energía* del cuerpo. Es decir,

$$Q_{\text{máx}} = mc_p(T_\infty - T_i) = \rho V c_p(T_\infty - T_i) \quad \text{(kJ)} \tag{4-30}$$

donde m es la masa; V, el volumen; ρ, la densidad; y c_p, el calor específico del cuerpo. Así, $Q_{\text{máx}}$ representa la cantidad de transferencia de calor para $t \to \infty$. La cantidad de transferencia de calor Q en un tiempo finito t es menor que este máximo, y puede expresarse como la suma de los cambios de energía interna a lo largo y ancho de toda la geometría como:

$$Q = \int_V \rho c_p [T(x, t) - T_i] dV \tag{4-31}$$

donde $T(x, t)$ es la distribución de la temperatura en el medio en el tiempo t. Si las propiedades se mantienen constantes, la relación $Q/Q_{máx}$ es:

$$\frac{Q}{Q_{\text{máx}}} = \frac{\int_V \rho c_p [T(x, t) - T_i] dV}{\rho c_p (T_\infty - T_i) V} = \frac{1}{V}\int_V (1 - \theta) dV \tag{4-32}$$

Con las relaciones de temperatura adimensionales apropiadas basadas en la aproximación de un solo término para la pared plana, el cilindro y la esfera, y llevando a cabo las integraciones indicadas, se obtienen las siguientes relaciones para la fracción de transferencia de calor en dichas geometrías:

Pared plana
$$\left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_{\text{pared}} = 1 - \theta_{0,\,\text{pared}} \frac{\operatorname{sen} \lambda_1}{\lambda_1} \tag{4-33}$$

Cilindro
$$\left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_{\text{cil}} = 1 - 2\theta_{0,\,\text{cil}} \frac{J_1(\lambda_1)}{\lambda_1} \tag{4-34}$$

Esfera
$$\left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_{\text{esf}} = 1 - 3\theta_{0,\,\text{esf}} \frac{\operatorname{sen} \lambda_1 - \lambda_1 \cos \lambda_1}{\lambda_1^3} \tag{4-35}$$

Observe que una vez que la *fracción* de transferencia de calor $Q/Q_{máx}$, basada en las relaciones de aproximación de un término escritas antes, ha sido determinada para un tiempo t dado, la cantidad real de transferencia de calor para ese tiempo puede evaluarse multiplicando esta fracción por la $Q_{máx}$ dada en la ecuación 4-30. Un valor de $Q_{máx}$ *negativo* indica que el cuerpo está *rechazando* calor.

Las soluciones de aproximación de un término que se acaban de estudiar están limitadas a las condiciones especificadas al comienzo de esta sección: al inicio, el cuerpo está a una temperatura *uniforme*, la temperatura del medio que rodea al cuerpo y el coeficiente de transferencia de calor por convección son *constantes* y *uniformes* y no se *genera calor* en el cuerpo.

Se estudió el significado físico del *número de Biot* y se indicó que es una medida de las magnitudes relativas de los dos mecanismos de transferencia de calor: *convección* en la superficie y *conducción* en todo el sólido. Un valor de Bi *pequeño* indica que la resistencia interna del cuerpo a la conducción de calor es pequeña en relación con la resistencia a la convección entre la superficie y el fluido. Como resultado, la distribución de temperatura dentro del sólido se convierte en muy uniforme, por lo que el análisis de sistemas concentrados es aplicable.

Recuerde que cuando Bi < 0.1, el error de suponer *uniforme* la temperatura dentro del cuerpo es despreciable.

Para comprender el significado físico del *número de Fourier* τ (o Fo), se expresa como (figura 4-18):

$$\tau = \frac{\alpha t}{L^2} = \frac{kL^2(1/L)}{\rho c_p L^3/t}\frac{\Delta T}{\Delta T} = \frac{\begin{array}{c}\text{La razón a la que el calor es}\\ \textit{conducido}\text{ a través de un cuerpo}\\ \text{de espesor } L \text{ y área perpendicular}\\ L^2 \text{ (y, por tanto, volumen } L^3\text{).}\end{array}}{\begin{array}{c}\text{La razón a la que el calor es}\\ \text{almacenado en un cuerpo}\\ \text{de volumen } L^3.\end{array}} \qquad \textbf{(4-36)}$$

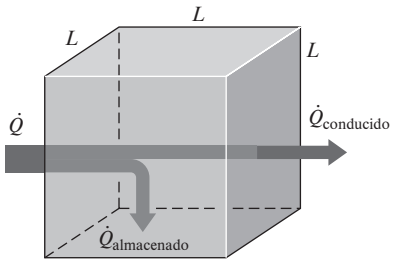


FIGURA 4-18
El número de Fourier en el instante t puede verse como el cociente entre la razón de calor conducido y la razón de calor almacenado en ese momento.

El número de Fourier es una medida del *calor conducido* a través de un cuerpo en relación con el *calor almacenado*; un valor grande de número de Fourier indica una propagación más rápida de calor a través de un cuerpo.

Quizá se pregunte acerca de lo que constituye una placa infinitamente grande o un cilindro infinitamente largo. Después de todo, nada en el mundo es infinito. Una placa cuyo espesor es pequeño en relación con las demás dimensiones, puede modelarse como una placa infinitamente grande, excepto cerca de las orillas exteriores. Sin embargo, los efectos de las orillas en cuerpos grandes por lo general son despreciables y una pared plana de grandes dimensiones como la pared de una casa puede modelarse como una pared infinitamente grande para propósitos de transferencia de calor. De manera similar, un cilindro largo cuyo diámetro es pequeño en relación con su longitud, puede analizarse como un cilindro infinitamente largo. Las soluciones de aproximación de un término se ilustran en los ejemplos 4-3, 4-4 y 4-5.

EJEMPLO 4-3 **Calentamiento de placas de latón en un horno**

En una planta de producción, las placas de latón de gran tamaño y con espesor de 4 cm se encuentran primero a una temperatura uniforme de 20 °C y se calientan pasándolas a través de un horno que se mantiene a una temperatura de 500 °C (figura 4-19). Las placas permanecen en el horno por 7 minutos. Considerando que el coeficiente de transferencia de calor por convección y radiación combinados es $h = 120\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}$, determine la temperatura de las superficies de las placas cuando salen del horno.

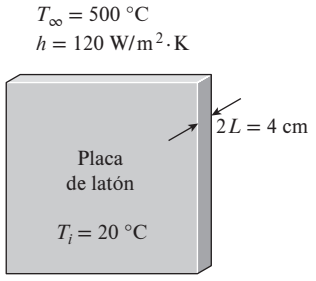


FIGURA 4-19
Esquema del ejemplo 4-3.

SOLUCIÓN En un horno se calientan placas de latón de gran tamaño. Se determinará la temperatura de las superficies de las placas que salen del horno.

Suposiciones **1** La conducción de calor en la placa es unidimensional puesto que esta es grande en relación con su espesor, y hay simetría térmica respecto al plano central. **2** Las propiedades térmicas de la placa y el coeficiente de transferencia de calor son constantes. **3** El número de Fourier es $\tau > 0.2$, por lo cual las soluciones aproximadas de un término son aplicables.

Propiedades Las propiedades del latón a temperatura ambiente son $k = 110\ \text{W/m}\cdot\text{K}$, $\rho = 8530\ \text{kg/m}^3$, $c_p = 380\ \text{J/kg}\cdot\text{K}$, y $\alpha = 33.9 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}$ (tabla A-3). Se pueden obtener resultados más precisos con propiedades a temperatura ambiente.

Análisis La temperatura de un determinado lugar en un momento específico puede determinarse a partir de las soluciones de un término. Observando que el espesor medio de la placa es $L = 0.02$ m, el número de Biot para este problema es:

$$\text{Bi} = \frac{hL}{k} = \frac{(120\ \text{W/m}^2\cdot\text{K})(0.02\text{m})}{52\ \text{W/m}\cdot\text{K}} = 0.022$$

Los coeficientes λ_1 y A_1 para una pared plana correspondientes a ese Bi se determinan a partir de la tabla 4-2 y son:

$$\lambda_1 = 0.1468, \quad A_1 = 1.0036$$

El número de Fourier es:

$$\tau = \frac{\alpha t}{L^2} = \frac{(33.9 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s})\,(7 \times 60\ \text{s})}{(0.02\ \text{m})^2} = 35.6$$

el cual es mayor a 0.2, por tanto, la solución aproximada de un término es aplicable.

La temperatura de las superficies ($x = L$) de las placas se determina sustituyendo estos y otros valores en la ecuación 4-23 y despejando $T(L, t)$

$$\frac{T(x,t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = A_1 e^{-\lambda_1^2 \tau} \cos(\lambda_1 x/L) \rightarrow \frac{T(L,t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = A_1 e^{-\lambda_1^2 \tau} \cos(\lambda_1)$$

$$T(L,t) = (T_i - T_\infty)\, A_1 e^{-\lambda_1^2 \tau} \cos(\lambda_1) + T_\infty$$

por tanto:

$$T(L,t) = (20 - 500)\,(1.0036) e^{-(0.1468)^2 (35.6)} \cos(0.1468) - 500 = \mathbf{279\ °C}$$

La temperatura de las superficies de las placas será de 279 °C cuando estas abandonen el horno.

Discusión El número de Biot en este caso es Bi = 0.022, el cual es mucho menor que 0.1; por tanto, se espera que el análisis de sistemas concentrados sea aplicable en este caso y debe proporcionar resultados precisos haciendo un menor esfuerzo.

La superficie de transferencia de calor de la placa es $2A$, donde A es el área de la placa (la placa transfiere calor a través de ambas superficies), y el volumen de la placa es $V = (2L)\,A$, donde L es el espesor medio de la placa. El exponente b que se usa en el análisis de sistemas concentrados es:

$$b = \frac{hA_s}{\rho c_p V} = \frac{h(2A)}{\rho c_p (2LA)} = \frac{h}{\rho c_p L}$$

$$= \frac{120\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}}{(8\,530\ \text{kg/m}^3)\,(380\ \text{J/kg} \cdot \text{K})(0.02\ \text{m})} = 0.00185\ \text{s}^{-1}$$

Entonces, la temperatura de la placa en $t = 7$ min = 420 s se determina a partir de:

$$\frac{T(t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = e^{-bt} \quad \longrightarrow \quad \frac{T(t) - 500}{20 - 500} = e^{-(0.00185\ \text{s}^{-1})(420\ \text{s})}$$

Obteniendo:

$$T(t) = 279\ °\text{C}$$

el cual es idéntico al resultado anterior utilizando la solución aproximada de un término. Por tanto, se puede utilizar el análisis de sistemas concentrados con confianza en los casos de que el número de Biot sea lo suficientemente pequeño.

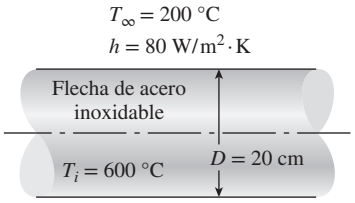


FIGURA 4-20
Esquema del ejemplo 4-4.

EJEMPLO 4-4 **Enfriamiento de una flecha cilíndrica larga de acero inoxidable**

Una flecha cilíndrica larga hecha de acero inoxidable 304 cuyo diámetro es de 20 cm sale de un horno a una temperatura uniforme de 600 °C (figura 4-20). Después se deja enfriar lentamente en una cámara a 200 °C con un coeficiente de transferencia de calor promedio de $h = 80$ W/m$^2\cdot$K. Determine la temperatura en el centro de la flecha 45 minutos después de iniciado el proceso de enfriamiento. Asimismo, determine la transferencia de calor por unidad de longitud de la flecha durante este periodo.

SOLUCIÓN Se enfría lentamente una flecha cilíndrica larga. Se determinarán la temperatura en el centro de la flecha y la transferencia de calor por unidad de longitud de la misma.

Suposiciones **1** La conducción de calor en la flecha es unidimensional porque es larga y tiene simetría respecto a la línea central. **2** Las propiedades térmicas de la flecha y el coeficiente de transferencia de calor son constantes. **3** El número de Fourier es $\tau > 0.2$, por lo que son aplicables las soluciones aproximadas de un término.

Propiedades Las propiedades del acero inoxidable 304 a temperatura ambiente son $k = 14.9$ W/m·K, $\rho = 7\,900$ kg/m^3, $c_p = 477$ J/kg·K, y $\alpha = 3.95 \times 10^{-6}$ m^2/s (tabla A-3). Se pueden obtener resultados más precisos utilizando propiedades a temperatura promedio.

Análisis La temperatura dentro de la flecha puede variar con la distancia radial r, así como con el tiempo, y la temperatura en un lugar específico en un determinado instante puede determinarse a partir de las soluciones aproximadas de un término. Si el radio de la flecha es $r_0 = 0.1$ m, los números de Biot y de Fourier para este problema son:

$$\text{Bi} = \frac{hr_o}{k} = \frac{(80\ \text{W/m}^2\cdot\text{K})(0.1\text{m})}{14.9\ \text{W/m}\cdot\text{K}} = 0.537$$

$$\tau = \frac{\alpha t}{r_o^2} = \frac{(3.95\times10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s})\,(45\times60\ \text{s})}{(0.1\ \text{m})^2} = 1.07$$

Los coeficientes λ_1 y A_1 para el cilindro correspondientes a este Bi se determinan a partir de la tabla 4-2 como:

$$\lambda_1 = 0.970, \quad A_1 = 1.122$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación 4-27 se obtiene:

$$\theta_0 = \frac{T_0 - T_\infty}{T_i - T_\infty} = A_1 e^{-\lambda_1^2 \tau} = 1.122 e^{-(0.970)^2(1.07)} = 0.41$$

por tanto, la temperatura en el centro de la flecha es:

$$T_0 = T_\infty + 0.41(T_i - T_\infty) = 200 + 0.41(600 - 200) = \mathbf{364\ °C}$$

Para determinar la transferencia de calor real, primero se calcula el calor máximo que puede transferirse desde el cilindro, el cual es la energía sensible del cilindro en relación con su ambiente. Haciendo que $L = 1$ m,

$$m = \rho V = \rho\pi r_o^2 L = (7\,900\ \text{kg/m}^3)\pi(0.1\ \text{m})^2(1\ \text{m}) = 248.2\ \text{kg}$$

$$Q_{\text{máx}} = mc_p(T_i - T_\infty) = (248.2\ \text{kg})(0.477\ \text{kJ/kg}\cdot\text{K})(600 - 200)\ °\text{C}$$

$$= 47\,350\ \text{kJ}$$

entonces, la transferencia de calor fraccionaria ($Q/Q_{máx}$) del cilindro se determina a partir de la ecuación 4-34 como:

$$\frac{Q}{Q_{\text{máx}}} = 1 - 2\theta_0 \frac{J_1(\lambda_1)}{\lambda_1} = 1 - 2 \times 0.41 \frac{0.430}{0.970} = 0.636$$

donde el valor de $J_1(\lambda_1)$ para $\lambda_1 = 0.970$ se determina de la tabla 4-3 como 0.430.

La transferencia de calor total de la flecha durante los primeros 45 minutos de enfriamiento es:

$$Q = 0.636 Q_{\text{máx}} = 0.636 \times (47\ 350\ \text{kJ}) = \mathbf{30\ 120\ kJ}$$

Discusión Durante los 45 minutos del periodo de enfriamiento, la temperatura central desciende a 236 °C, y el calor transferido desde la flecha hacia el ambiente durante este proceso de enfriamiento es de aproximadamente 64% del máximo calor que puede transferirse desde la flecha.

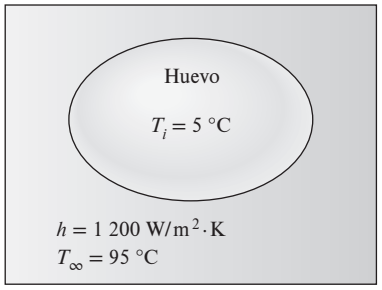


FIGURA 4-21
Esquema del ejemplo 4-5.

EJEMPLO 4-5 **Huevos hervidos**

La forma de un huevo común y corriente puede aproximarse a la de una esfera con diámetro de 5 cm (figura 4-21). En un inicio, el huevo está a una temperatura uniforme de 5 °C y se deja caer en agua hirviendo a 95 °C. Se considera que el coeficiente de transferencia de calor por convección es $h = 1\ 200$ W/m$^2 \cdot$K, determine cuánto tiempo le tomará a la parte central del huevo alcanzar una temperatura de 70 °C.

SOLUCIÓN Se cocina un huevo en agua hirviendo. Se va a determinar su tiempo de cocción.

Suposiciones **1** El huevo tiene forma esférica con un radio $r_0 = 2.5$ cm. **2** La conducción de calor en el huevo es unidimensional debido a que hay simetría térmica respecto al punto central. **3** Las propiedades térmicas del huevo y el coeficiente de transferencia de calor son constantes. **4** El número de Fourier es $\tau > 0.2$, por lo que son aplicables las soluciones aproximadas de un solo término.

Propiedades El contenido de agua de los huevos es de alrededor de 74%, por tanto, la conductividad térmica y la difusividad de los huevos puede aproximarse a los valores del agua a la temperatura promedio de (5 + 70)/2 = 37.5 °C; $k = 0.627$ W/m$\cdot$K y $\alpha = k/\rho\, c_p = 0.151 \times 10^{-6}$ m^2/s (tabla A-9).

Análisis La clara de huevo comienza a engrosarse a 63 °C y se hace sólida a 65 °C. La yema comienza a engrosarse a 65 °C y se cuece a 70 °C. Todo el huevo termina de cocerse a temperaturas por encima de los 70 °C. El huevo en este caso se podría identificar como huevo duro. La temperatura dentro del huevo varía con la distancia radial y con el tiempo, y la temperatura en un sitio en particular en un momento dado puede determinarse a partir de la solución aproximada de un término. El número de Biot para este problema es:

$$\text{Bi} = \frac{hr_o}{k} = \frac{(1\ 200\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K})(0.025\ \text{m})}{0.627\ \text{W/m} \cdot \text{K}} = 47.8$$

el cual es mucho mayor a 0.1, y el análisis de sistemas concentrados no es aplicable. Los coeficientes λ_1 y A_1 para una esfera que corresponde a este Bi son, consultando la tabla 4-2:

$$\lambda_1 = 3.0754, \quad A_1 = 1.9958$$

Sustituyendo estos y otros valores en la ecuación 4-28 y despejando τ se obtiene:

$$\frac{T_0 - T_\infty}{T_i - T_\infty} = A_1 e^{-\lambda_1^2 \tau} \longrightarrow \frac{70 - 95}{5 - 95} = 1.9958 e^{-(3.0754)^2 \tau} \longrightarrow \tau = 0.209$$

el cual es mayor a 0.2 y, por tanto, la solución aproximada de un término es aplicable con un error menor a 2%; así que el tiempo de cocción se determina a partir de la definición del número de Fourier como:

$$t = \frac{\tau r_o^2}{\alpha} = \frac{(0.209)(0.025 \text{ m})^2}{0.151 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 865 \text{ s} \approx \mathbf{14.4 \text{ min}}$$

Entonces tomará alrededor de 15 min que el centro del huevo se caliente de 5 a 70 °C.

Discusión Observe que el número de Biot en el análisis de sistemas concentrados se definió de manera diferente como Bi = $hL_c/k = h(r_o/3)/k$. Sin embargo, cualquiera de las definiciones puede utilizarse para determinar la aplicabilidad del análisis de sistemas concentrados, a menos que Bi ≈ 0.1.

El tiempo de cocción depende de muchos parámetros, como el tamaño del huevo, su temperatura antes de cocinarse, la temperatura de ebullición del agua (y de la altitud). Se puede mencionar que hay suficiente ciencia o experiencia detrás de cocinar huevos hervidos correctamente.

4-3 ▪ CONDUCCIÓN TRANSITORIA DE CALOR EN SÓLIDOS SEMIINFINITOS

Un sólido semiinfinito es un cuerpo idealizado que tiene una *sola superficie plana* y se extiende hasta el infinito en todas direcciones, como se muestra en la figura 4-22. Este cuerpo idealizado se utiliza para indicar que el cambio de temperatura en la parte del cuerpo donde estemos interesados (la región cercana a la superficie) se debe a las condiciones térmicas en una sola superficie. La Tierra, por ejemplo, puede considerarse un medio semiinfinito para determinar la variación de la temperatura cerca de su superficie. Asimismo, una pared gruesa puede modelarse como un medio semiinfinito si solo interesa la variación de la temperatura en la región cercana a una de sus superficies y la otra superficie está muy lejos como para tener un impacto en la región de interés durante el tiempo de observación. La temperatura en la parte central de la pared permanece estable en este caso.

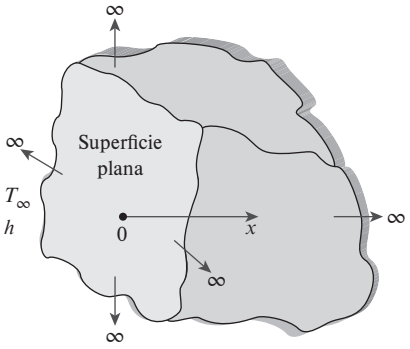


FIGURA 4-22
Esquema de un cuerpo semiinfinito.

Por periodos cortos, la mayoría de los cuerpos pueden modelarse como sólidos semiinfinitos puesto que el calor no cuenta con suficiente tiempo para penetrar a profundidad, y el espesor del cuerpo no entra en el análisis de transferencia de calor. Una pieza de acero que tenga cualquier forma, por ejemplo, puede tratarse como un sólido semiinfinito cuando se enfría rápidamente para endurecer su superficie. Un cuerpo cuya superficie se caliente por medio de un pulso de rayo láser puede tratarse de la misma forma.

Se tiene un sólido semiinfinito con propiedades termofísicas constantes, sin generación de calor interna, con condiciones térmicas estables en su superficie expuesta e inicialmente a una temperatura uniforme T_i. En este caso, la transferencia de calor se presenta en la dirección perpendicular a la superficie (dirección x) y, por tanto, es unidimensional. Las ecuaciones diferenciales son independientes de las condiciones iniciales y de frontera, y la ecuación 4-10*a* para la conducción transitoria unidimensional en coordenadas cartesianas se aplica en este caso. La profundidad del sólido es grande ($x \to \infty$) comparada con la profundidad a la que puede penetrar el calor, y dichos fenómenos pueden expresarse matemáticamente como una condición de frontera en la forma $T(x \to \infty, t) = T_i$

La conducción de calor en un sólido semiinfinito está regida por las condiciones térmicas impuestas en la superficie expuesta, y la solución depende significativamente de la condición de frontera en $x = 0$. Más adelante se presenta una solución analítica detallada para el caso de temperatura constante T_s en la superficie y se proporcionan los resultados de condiciones de frontera más complejas. Cuando la temperatura de la superficie es modificada a T_s en el instante $t = 0$ y se mantiene constante en ese valor en todo momento, el planteamiento del problema se puede expresar como:

Ecuación diferencial:
$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \tag{4-37a}$$

Condiciones de frontera:
$$T(0,\ t) = T_s \quad \text{y} \quad T(x \to \infty, t) = T_i \tag{4-37b}$$

Condición inicial:
$$T(x, 0) = T_i \tag{4-37c}$$

La técnica de separación de variables no funciona en este caso, puesto que el medio es infinito. Sin embargo, otro método más inteligente que convierte la ecuación diferencial parcial en una ecuación diferencial ordinaria combinando las dos variables independientes x y t en una sola variable η, llamada **variable de similitud**, funciona muy bien. Para conducción transitoria en un medio semiinfinito se define como:

Variable de similitud:
$$\eta = \frac{x}{\sqrt{4\alpha t}} \tag{4-38}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} \text{ y } \eta = \frac{x}{\sqrt{4\alpha t}}$$
$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{dT}{d\eta}\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{-x}{2t\sqrt{4\alpha t}}\frac{dT}{d\eta}$$
$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT}{d\eta}\frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{1}{\sqrt{4\alpha t}}\frac{dT}{d\eta}$$
$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{d}{d\eta}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)\frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{1}{4\alpha t}\frac{d^2T}{d\eta^2}$$

FIGURA 4-23

Transformación de variables en las derivadas de la ecuación de conducción de calor por medio de la regla de la cadena.

Suponiendo $T = T(\eta)$ (por verificarse) y mediante la regla de la cadena, todas las derivadas en la ecuación de conducción de calor pueden transformarse en la nueva variable, como se muestra en la figura 4-23. Si $\eta = 0$ en $x = 0$ y $\eta \to \infty$ a medida que $x \to \infty$ (y también en $t = 0$) y sustituyendo en la ecuación 4-37, después de efectuar simplificaciones se obtiene:

$$\frac{d^2T}{d\eta^2} = -2\eta\frac{dT}{d\eta} \tag{4-39a}$$

$$T(0) = T_s \quad \text{y} \quad T(\eta \to \infty) = T_i \tag{4-39b}$$

Observe que la segunda condición de frontera y la condición inicial resultan en la misma condición de frontera. Tanto la ecuación transformada como las condiciones de frontera dependen solo de η, y son independientes de x y t. Por tanto, la transformación resultó ser exitosa y η, en realidad, es una variable similar.

Para resolver la ecuación diferencial ordinaria de segundo orden en la ecuación 4-39, se define una nueva variable w como $w = dT/d\eta$. Esta reduce la ecuación 4-39*a* a una ecuación diferencial de primer orden que puede resolverse por el método de separación de variables:

$$\frac{dw}{d\eta} = -2\eta w \quad \rightarrow \quad \frac{dw}{w} = -2\eta d\eta \quad \rightarrow \quad \ln w = -\eta^2 + C_0 \rightarrow w = C_1 e^{-\eta^2}$$

donde $C_1 = \ln C_0$. Sustituyendo $w = dT/d\eta$ e integrando de nuevo se obtiene:

$$T = C_1\int_0^\eta e^{-u^2}\,du + C_2 \tag{4-40}$$

donde u es una variable de integración de relleno. La condición de frontera en $\eta = 0$ da $C_2 = T_s$, y la de $\eta \to \infty$ da:

$$T_i = C_1\int_0^\infty e^{-u^2}\,du + C_2 = C_1\frac{\sqrt{\pi}}{2} + T_s \rightarrow C_1 = \frac{2(T_i - T_s)}{\sqrt{\pi}} \tag{4-41}$$

Sustituyendo las expresiones C_1 y C_2 en la ecuación 4-40 y reordenando, la variación de temperatura da:

$$\frac{T-T_s}{T_i-T_s}=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\eta} e^{-u^2}du=\text{erf}(\eta)=1-\text{erfc}(\eta) \qquad \textbf{(4-42)}$$

donde las funciones matemáticas

$$\text{erf}(\eta)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\eta} e^{-u^2}du \quad \text{y} \quad \text{erfc}(\eta)=1-\text{erf}(\eta)=1-\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\eta} e^{-u^2}du \qquad \textbf{(4-43)}$$

se llaman **función de error** y **función de error complementaria**, respectivamente, de argumento η (figura 4-24). A pesar de su simple apariencia, la integral que aparece en la definición de la función de error no puede resolverse analíticamente. Por tanto, la función erfc(η) se evalúa numéricamente para diferentes valores de η, y los resultados se enlistan en la tabla 4-4.

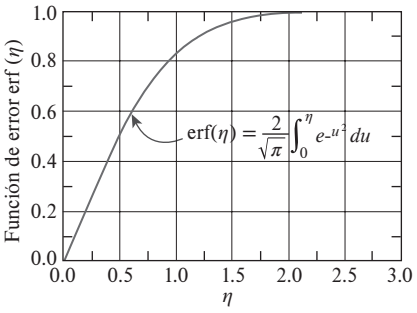


FIGURA 4-24

La función de error es una función matemática estándar igual que las funciones seno y tangente cuyos valores varían en el rango entre 0 y 1.

TABLA 4-4

Función de error complementaria

η	erfc (η)	η	erfc (η)	η	erfc (η)	η	erfc (η)	η	erfc (η)	η	erfc (η)
0.00	1.00000	0.38	0.5910	0.76	0.2825	1.14	0.1069	1.52	0.03159	1.90	0.00721
0.02	0.9774	0.40	0.5716	0.78	0.2700	1.16	0.10090	1.54	0.02941	1.92	0.00662
0.04	0.9549	0.42	0.5525	0.80	0.2579	1.18	0.09516	1.56	0.02737	1.94	0.00608
0.06	0.9324	0.44	0.5338	0.82	0.2462	1.20	0.08969	1.58	0.02545	1.96	0.00557
0.08	0.9099	0.46	0.5153	0.84	0.2349	1.22	0.08447	1.60	0.02365	1.98	0.00511
0.10	0.8875	0.48	0.4973	0.86	0.2239	1.24	0.07950	1.62	0.02196	2.00	0.00468
0.12	0.8652	0.50	0.4795	0.88	0.2133	1.26	0.07476	1.64	0.02038	2.10	0.00298
0.14	0.8431	0.52	0.4621	0.90	0.2031	1.28	0.07027	1.66	0.01890	2.20	0.00186
0.16	0.8210	0.54	0.4451	0.92	0.1932	1.30	0.06599	1.68	0.01751	2.30	0.00114
0.18	0.7991	0.56	0.4284	0.94	0.1837	1.32	0.06194	1.70	0.01612	2.40	0.00069
0.20	0.7773	0.58	0.4121	0.96	0.1746	1.34	0.05809	1.72	0.01500	2.50	0.00041
0.22	0.7557	0.60	0.3961	0.98	0.1658	1.36	0.05444	1.74	0.01387	2.60	0.00024
0.24	0.7343	0.62	0.3806	1.00	0.1573	1.38	0.05098	1.76	0.01281	2.70	0.00013
0.26	0.7131	0.64	0.3654	1.02	0.1492	1.40	0.04772	1.78	0.01183	2.80	7.5E-05
0.28	0.6921	0.66	0.3506	1.04	0.1413	1.42	0.04462	1.80	0.01091	2.90	4.1E-05
0.30	0.6714	0.68	0.3362	1.06	0.1339	1.44	0.04170	1.82	0.01006	3.00	2.2E-05
0.32	0.6509	0.70	0.3222	1.08	0.1267	1.46	0.03895	1.84	0.00926	3.20	6.0E-06
0.34	0.6306	0.72	0.3086	1.10	0.1198	1.48	0.03635	1.86	0.00853	3.40	1.5E-06
0.36	0.6107	0.74	0.2953	1.12	0.1132	1.50	0.03390	1.88	0.00784	3.60	3.6E-07

Si se conoce la distribución de temperatura, el flujo de calor en la superficie puede determinarse a partir de la ley de Fourier como:

$$\dot{q}_s=-k\frac{\partial T}{\partial x}\bigg|_{x=0}=-k\frac{dT}{d\eta}\frac{\partial \eta}{\partial x}\bigg|_{\eta=0}=-kC_1e^{-\eta^2}\frac{1}{\sqrt{4at}}\bigg|_{\eta=0}=\frac{k(T_s-T_i)}{\sqrt{\pi at}} \qquad \textbf{(4-44)}$$

Las soluciones expresadas en las ecuaciones 4-42 y 4-44 corresponden al caso en el que la temperatura de la superficie expuesta del medio se incrementa de manera súbita (o decrementa) a un valor T_s en $t = 0$, y se mantiene en dicho valor en todo momento. El caso de la temperatura de la superficie específica se aproxima mucho en la práctica cuando la condensación o ebullición se lleva a cabo en la superficie. Con un método similar o la técnica de la transformada de Laplace, se pueden obtener soluciones analíticas para otras condiciones de frontera en la superficie con los resultados siguientes.

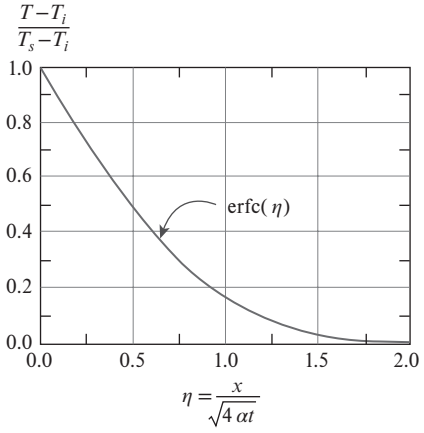


FIGURA 4-25

Distribución de temperatura adimensional para conducción transitoria en un sólido semiinfinito cuya superficie se mantiene a una temperatura constante T_s.

Caso 1: Temperatura de la superficie específica, T_s = constante (figura 4-25)

$$\frac{T(x,t)-T_i}{T_s-T_i} = \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) \quad \text{y} \quad \dot{q}_s(t) = \frac{k(T_s-T_i)}{\sqrt{\pi\alpha t}} \tag{4-45}$$

Caso 2: Flujo de calor superficial específico, $\dot{q}_s$ = constante.

$$T(x,t)-T_i = \frac{\dot{q}_s}{k}\left[\sqrt{\frac{4\alpha t}{\pi}}\exp\left(-\frac{x^2}{4\alpha t}\right) - x\,\text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right)\right] \tag{4-46}$$

Caso 3: Convección en la superficie, $\dot{q}_s(t) = h[T_\infty - T(0, t)]$.

$$\frac{T(x,t)-T_i}{T_\infty-T_i} = \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) - \exp\left(\frac{hx}{k}+\frac{h^2\alpha t}{k^2}\right)\text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}+\frac{h\sqrt{\alpha t}}{k}\right) \tag{4-47}$$

Caso 4: Pulso de energía en la superficie, e_s = constante.
La energía en la cantidad e_s por unidad de área (en J/m^2) es suministrada al cuerpo semiinfinito al mismo tiempo en el instante $t = 0$ (por un pulso láser, por ejemplo), y se supone que toda la energía ingresa al cuerpo sin pérdida de calor en la superficie.

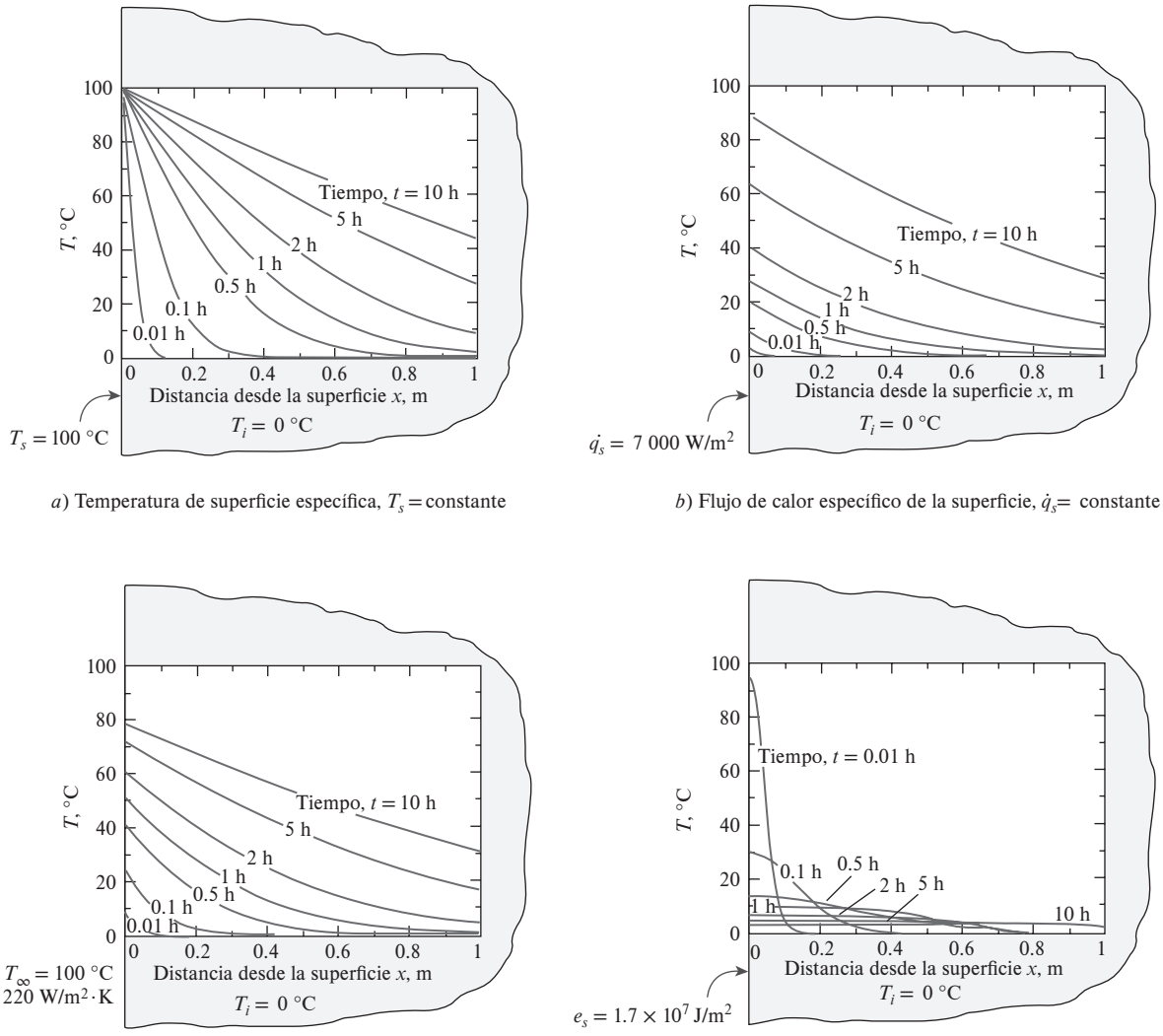
$$T(x,t)-T_i = \frac{e_s}{k\sqrt{\pi t/\alpha}}\exp\left(-\frac{x^2}{4\alpha t}\right) \tag{4-48}$$

Observe que los casos 1 y 3 están íntimamente relacionados. En el caso 1, la superficie $x = 0$ se lleva a una temperatura T_s en el instante $t = 0$ y se mantiene a dicho valor en todo momento. En el caso 3, la superficie está expuesta a convección por medio de un fluido a temperatura constante T_∞ con un coeficiente de transferencia de calor h.

Las soluciones para los cuatro casos se grafican en la figura 4-26 para un caso representativo utilizando un bloque de hierro fundido de gran tamaño a una temperatura inicial de 0 °C. En el caso 1, la temperatura de la superficie permanece constante en un valor específico T_s, y se incrementa gradualmente dentro del medio a medida que el calor penetra a mayor profundidad en el sólido. Observe que durante periodos iniciales solo una rebanada muy delgada cercana a la superficie es afectada por la transferencia de calor. Asimismo, el gradiente de temperatura en la superficie y, por tanto, la razón de transferencia de calor hacia el sólido, disminuye mientras transcurre el tiempo. En el caso 2 se suministra calor de manera continua al sólido, y la temperatura dentro de este, incluyendo la superficie, se incrementa con el tiempo. Es el mismo caso con la convección (caso 3), excepto que la temperatura del fluido circundante T_∞ es la temperatura más alta a la que se puede elevar el cuerpo sólido. En el caso 4, la superficie está sujeta a una ráfaga instantánea de calor suministrada en el tiempo $t = 0$ como, por ejemplo, calentamiento por pulso láser y, después, la superficie se cubre con un aislante. El resultado es un incremento instantáneo en la temperatura superficial seguido de una caída de temperatura a medida que el calor es conducido más al fondo del sólido. Observe que el perfil de temperatura siempre es perpendicular a la superficie en todo momento. (¿Por qué?).

La variación de temperatura respecto a la posición y el tiempo en un sólido semiinfinito sujeto a transferencia de calor por convección se grafica en la figura 4-27 para la temperatura adimensionalizada contra la variable de similitud sin dimensiones $\eta = x/\sqrt{4\alpha t}$ para varios valores del parámetro $h\sqrt{\alpha t}/k$. Aunque la solución gráfica proporcionada en la figura 4-27 es simplemente una gráfica de la solución analítica exacta, esta se encuentra sujeta a errores de lectura, y su precisión es limitada comparada con la solución analítica. Asimismo, los valores en el eje vertical de la figura 4-27 corresponden a $x = 0$, y representan la temperatura

superficial. La curva $h\sqrt{\alpha t}/k = \infty$ corresponde a $h \to \infty$, el cual corresponde al caso de *temperatura específica* T_∞ de la superficie en $x = 0$. Es decir, el caso en el que la superficie del cuerpo semiinfinito es llevado súbitamente a la temperatura T_∞ en el instante $t = 0$ y mantenido en T_∞ en todo momento, puede manejarse fijando el valor de h en infinito. Para un coeficiente de transferencia de calor *finito*, h, la temperatura de la superficie se aproxima a la temperatura del fluido T_∞ a medida que el tiempo t se aproxima a infinito.



a) Temperatura de superficie específica, T_s = constante

b) Flujo de calor específico de la superficie, $\dot{q}_s$ = constante

c) Convección en la superficie

d) Pulso de energía en la superficie, e_s = constante

FIGURA 4-26

Variaciones de la temperatura en función de la posición y del tiempo en un bloque de hierro fundido ($\alpha = 2.31 \times 10^{-5}$ m²/s, $k = 80.2$ W/m·K) inicialmente a 0 °C en diferentes condiciones térmicas en la superficie.

Contacto de dos sólidos semiinfinitos

Cuando dos cuerpos de gran tamaño A y B se encuentran primero a las temperaturas uniformes $T_{A,i}$, y $T_{B,i}$, y se ponen en contacto, al instante alcanzan la misma temperatura en la superficie de contacto (la igualdad de temperatura se logra en toda la superficie si se considera que la resistencia de contacto es despreciable). Si dos

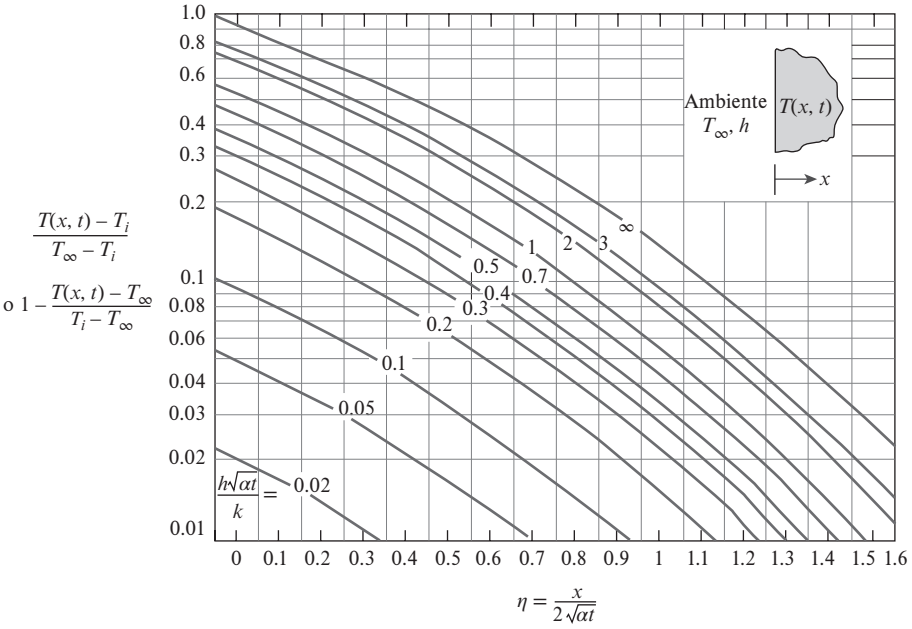


FIGURA 4-27

Variación de la temperatura en función de la posición en un sólido semiinfinito a una temperatura inicial T_i sujeto a convección hacia el ambiente a T_∞ con un coeficiente de transferencia de calor por convección de h (graficado utilizando ESS).

cuerpos están fabricados con el mismo material con propiedades constantes, la simetría térmica requiere que la temperatura de la superficie de contacto sea igual al promedio aritmético, $T_s = (T_{A,i} + T_{B,i})/2$, y que permanezca constante en ese valor en todo momento.

Si los cuerpos están fabricados con materiales diferentes, aun así llegarán a la misma temperatura; sin embargo, la temperatura superficial T_s en este caso será diferente al promedio aritmético. Observando que ambos cuerpos pueden tratarse como sólidos semiinfinitos con la misma temperatura superficial específica, el balance de energía en la superficie de contacto da, a partir de la ecuación 4-45, lo siguiente:

$$\dot{q}_{s,A} = \dot{q}_{s,B} \rightarrow -\frac{k_A(T_s - T_{A,i})}{\sqrt{\pi \alpha_A t}} = \frac{k_B(T_s - T_{B,i})}{\sqrt{\pi \alpha_B t}} \rightarrow \frac{T_{A,i} - T_s}{T_s - T_{B,i}} = \sqrt{\frac{(k\rho c_p)_B}{(k\rho c_p)_A}}$$

Entonces, se puede determinar que el valor de T_s es (figura 4-28):

$$T_s = \frac{\sqrt{(k\rho c_p)_A}\,T_{A,i} + \sqrt{(k\rho c_p)_B}\,T_{B,i}}{\sqrt{(k\rho c_p)_A} + \sqrt{(k\rho c_p)_B}} \qquad \textbf{(4-49)}$$

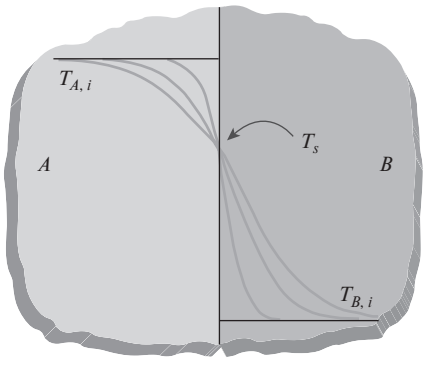


FIGURA 4-28

Contacto de dos sólidos semiinfinitos con diferentes temperaturas iniciales.

Por tanto, la temperatura de interfase de dos cuerpos que se ponen en contacto está regida por el cuerpo que tenga un valor $k\rho c_p$ más grande. Esto también explica por qué un metal a temperatura ambiente se siente más frío que una madera a la misma temperatura. A temperatura ambiente, el valor $\sqrt{k\rho c_p}$ es 24 kJ/m$^2 \cdot$K para el aluminio, 0.38 kJ/m$^2 \cdot$K para la madera y 1.1 kJ/m$^2 \cdot$K para la carne humana. Utilizando la ecuación 4-49 se puede demostrar que cuando una persona con una temperatura en la piel de 35 °C toca un bloque de aluminio y después uno de madera, ambos a 15 °C, la temperatura en la superficie de contacto será 15.9 °C en el caso del aluminio y de 30 °C en el caso de la madera.

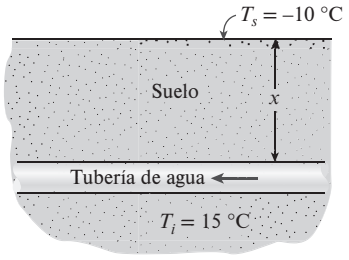


FIGURA 4-29
Esquema del ejemplo 4-6.

EJEMPLO 4-6 **Profundidad mínima para colocar tuberías de agua a fin de evitar el congelamiento**

En áreas donde la temperatura del aire permanece por debajo de 0 °C por periodos prolongados, el congelamiento del agua en tuberías instaladas bajo tierra representa una preocupación fundamental. Por fortuna, el suelo permanece relativamente caliente durante dichos periodos y toma semanas para que las temperaturas por debajo del congelamiento alcancen las tuberías de agua. Así que el suelo actúa de manera eficiente como aislante para proteger el agua de las temperaturas por debajo del congelamiento durante el invierno.

El suelo de un lugar en particular se cubre con nieve a –10 °C en un periodo continuo de tres meses, y las propiedades del suelo promedio en ese lugar son $k = 0.4$ W/m·K y $\alpha = 0.15 \times 10^{-6}$ m^2/s (figura 4-29). Suponiendo una temperatura uniforme inicial de 15 °C para el suelo, determine la profundidad mínima de a la que debe profundizarse para evitar que las tuberías de agua se congelen.

SOLUCIÓN Las tuberías de agua están enterradas en el suelo para evitar el congelamiento. Se determinará la profundidad mínima en un determinado lugar.

Suposiciones **1** La temperatura del suelo está afectada por las condiciones térmicas en una superficie solamente y, por tanto, el suelo puede considerarse un medio semiinfinito. **2** Las propiedades térmicas del suelo son constantes.

Propiedades Las propiedades del suelo son las que se proporcionan en el enunciado de este problema.

Análisis La temperatura del suelo que rodea a las tuberías será de 0 °C después de tres meses en el caso de profundidad mínima de entierro. Por tanto, de la figura 4-27 se tiene:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{h\sqrt{\alpha t}}{k} = \infty \quad (\text{puesto que } h \to \infty) \\ \dfrac{T(x,t) - T_i}{T_\infty - T_i} = \dfrac{0 - 15}{-10 - 15} = 0.6 \end{array}\right\} \eta = \frac{x}{2\sqrt{\alpha t}} = 0.36$$

Se puede observar que:

$$t = (90 \text{ días})(24 \text{ h/día})(3\,600 \text{ s/h}) = 7.78 \times 10^6 \text{ s}$$

por tanto,

$$x = 2\eta\sqrt{\alpha t} = 2 \times 0.36\sqrt{(0.15 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s})(7.78 \times 10^6 \text{ s})} = \mathbf{0.78\ m}$$

Las tuberías de agua deben enterrarse a una profundidad de al menos 78 cm para evitar el congelamiento en las condiciones agrestes del invierno que se especifican.

SOLUCIÓN ALTERNATIVA La solución de este problema también pudo haberse obtenido a partir de la ecuación 4-45:

$$\frac{T(x,t) - T_i}{T_s - T_i} = \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) \quad \longrightarrow \quad \frac{0 - 15}{-10 - 15} = \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) = 0.60$$

El argumento que corresponde a este valor de la función de error complementaria se determina de la tabla 4-4, como $\eta = 0.37$; por tanto,

$$x = 2\eta\sqrt{\alpha t} = 2 \times 0.37\sqrt{(0.15 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s})(7.78 \times 10^6 \text{ s})} = \mathbf{0.80\ m}$$

La pequeña diferencia se debe al error de lectura de la gráfica.

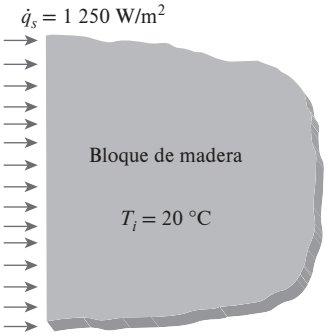


FIGURA 4-30

Esquema del ejemplo 4-7.

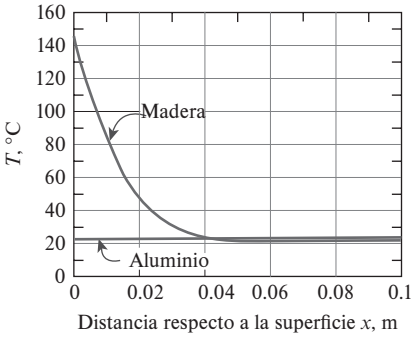


FIGURA 4-31

Variación de la temperatura dentro de los bloques de madera y aluminio a $t = 20$ min.

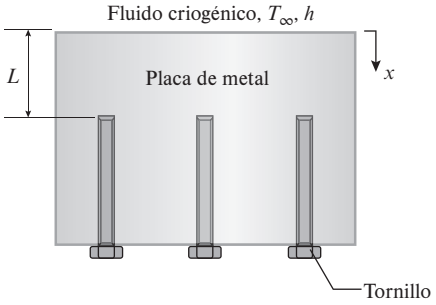


FIGURA 4-32

Esquema del ejemplo 4-8.

EJEMPLO 4-7 **Incremento de la temperatura superficial de bloques calentados**

Un bloque de madera grueso pintado de negro, tiene una temperatura de 20 °C, está sujeto a un flujo de calor solar constante de 1 250 W/m^2 (figura 4-30). Determine la temperatura superficial expuesta del bloque después de 20 minutos. ¿Cuál sería su respuesta si el bloque estuviera fabricado con aluminio?

SOLUCIÓN Un bloque de madera está sujeto a flujo de calor solar. Se desea determinar la temperatura de la superficie del bloque y comparar con el valor de un bloque de aluminio.

Supuestos **1** Toda la radiación solar incidente es absorbida por el bloque. **2** La pérdida de calor del bloque se despreciará (y el resultado que se obtenga será la temperatura máxima). **3** El bloque es lo suficientemente grueso para poder tratarse como un sólido semiinfinito y las propiedades del bloque son constantes.

Propiedades Los valores de conductividad térmica y difusividad a temperatura ambiente son $k = 0.159$ W/m·K y $\alpha = k/\rho c_p = 1.75 \times 10^{-7}$ m^2/s para maderas duras (tabla A-5) y $k = 237$ W/m·K y $\alpha = 9.71 \times 10^{-5}$ m^2/s para aluminio puro (tabla A-3).

Análisis Este es un problema de conducción transitoria en un medio semiinfinito sujeto a un flujo de calor superficial constante y la temperatura superficial puede expresarse a partir de la ecuación 4-46 como:

$$T_s = T(0, t) = T_i + \frac{\dot{q}_s}{k}\sqrt{\frac{4\alpha t}{\pi}}$$

Sustituyendo los valores proporcionados, se determina que las temperaturas superficiales tanto del bloque de madera como del de aluminio son:

$$T_{s,\,\text{madera}} = 20\ °\text{C} + \frac{1\ 250\ \text{W/m}^2}{0.159\ \text{W/m}\cdot\text{K}}\sqrt{\frac{4(1.75 \times 10^{-7}\ \text{m}^2/\text{s})(20 \times 60\ \text{s})}{\pi}} = \mathbf{149\ °C}$$

$$T_{s,\,\text{Al}} = 20\ °\text{C} + \frac{1\ 250\ \text{W/m}^2}{237\ \text{W/m}\cdot\text{K}}\sqrt{\frac{4(9.71 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s})(20 \times 60\ \text{s})}{\pi}} = \mathbf{22.0\ °C}$$

Observe que la energía térmica suministrada a la madera se acumula cerca de la superficie debido a la baja conductividad y difusividad de la madera, incrementando la temperatura superficial a valores elevados. Los metales, por otro lado, conducen el calor que reciben hacia las partes interiores del bloque debido a su alta conductividad y difusividad, resultando en un mínimo incremento de la temperatura en la superficie. Ambas temperaturas serán menores debido a las pérdidas de calor.

Discusión Se evalúan y grafican los perfiles de temperatura tanto para bloques de madera como de aluminio a $t = 20$ min en la figura 4-31 utilizando el software apropiado. A una profundidad de $x = 0.044$ m, la temperatura en ambos bloques es de 21.8 °C. A una profundidad de 0.08 m, las temperaturas son de 20.0 °C para el bloque de madera y de 21.6 °C para el bloque de aluminio, lo cual confirma que el calor penetra más rápido y más lejos en metales que en no metales.

C&S ***EJEMPLO 4-8*** **Cumplimiento de los códigos ASME para tornillos expuestos a fluido criogénico**

Una serie de tornillos largos de acero inoxidable (ASTM A437 B4B) se fijaron a una placa de metal gruesa (figura 4-32). La placa metálica tiene una conducti-

vidad térmica de 16.3 W/m·K, un calor específico de 500 J/kg·K y una densidad de 8 g/cm^3. La superficie superior de la placa en ocasiones se expone a fluido criogénico que se encuentra a −70 °C, con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 300 W/m^2·K. Los tornillos están fijos a la placa metálica desde la superficie del fondo, y la distancia medida desde la superficie superior de la placa hasta las cabezas de los tornillos es L = 1 cm. El Código ASME para la tubería de procesos pone un límite a la temperatura mínima apropiada para el tornillo de acero inoxidable ASTM A437 B4B a −30 °C (ASME B31.3-2014, tabla A-2M). Si la temperatura inicial de la placa es 10 °C y su superficie superior está expuesta a fluido criogénico por 30 minutos, ¿cumplirán con el código ASME los tornillos de la placa?

SOLUCIÓN Los tornillos de acero inoxidable ASTM A437 B4B se fijaron a una placa metálica desde la superficie del fondo, mientras que la superficie superior de la placa está sujeta a convección con fluido criogénico a T_∞ = −70 °C y h = 300 W/m^2·K. La placa tiene una temperatura inicial de 10 °C. ¿Cumplirán los tornillos con el Código ASME para la Tubería de Procesos si la superficie superior de la placa se expusiera a este fluido frío por 30 minutos?

Suposiciones **1** La placa es gruesa y se considera un sólido semiinfinito. **2** La conducción de calor es transitoria en el sólido semiinfinito. **3** Las propiedades térmicas son constantes. **4** Los efectos por radiación son despreciables. **5** El coeficiente de transferencia de calor por convección es constante.

Propiedades Las propiedades térmicas de la placa metálica son c_p = 500 J/kg·K, k = 16.3 W/m·K y ρ = 8 000 kg/m^3.

Análisis Se trata de un problema de conducción transitoria en un medio semiinfinito sujeto a convección en la superficie; utilice la ecuación 4-47 para calcular la temperatura de la placa a una profundidad de x = 1 cm. Así que se tiene:

$$\frac{T(x,t)-T_i}{T_\infty-T_i}=\operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right)-\exp\left(\frac{hx}{k}+\frac{h^2\alpha t}{k^2}\right)\operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}+\frac{h\sqrt{\alpha t}}{k}\right)$$

donde $x = L$ = 0.01 m y t = 1 800 s. Primero se determinan las cantidades en paréntesis en la ecuación 4-47:

$$\alpha=\frac{k}{\rho c_p}=\frac{16.3\ \text{W/m}\cdot\text{K}}{(8\,000\ \text{kg/m}^3)\,(500\ \text{J/kg}\cdot\text{K})}=4.075\times10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}$$

$$\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}=\frac{0.01\ \text{m}}{2\sqrt{(4.075\times10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s})(1\,800\ \text{s})}}=0.058381$$

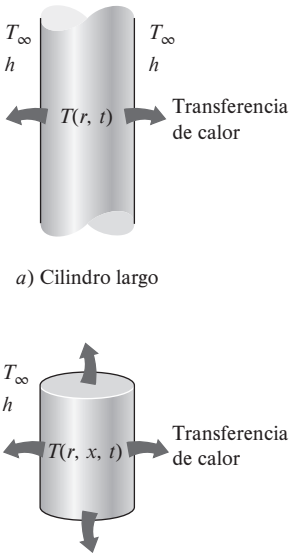
$$\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}+\frac{h\sqrt{\alpha t}}{k}=0.58381+\frac{(300\ \text{W/m}^2\cdot\text{K})\sqrt{(4.075\times10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s})(1\,800\ \text{s})}}{16.3\ \text{W/m}\cdot\text{K}}=1.6347$$

$$\frac{hx}{k}=\frac{(300\ \text{W/m}^2\cdot\text{K})(0.01\ \text{m})}{16.3\ \text{W/m}\cdot\text{K}}=0.18405$$

$$\frac{h^2\alpha t}{k^2}=\frac{(300\ \text{W/m}^2\cdot\text{K})^2\,(4.075\times10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s})(1\,800\ \text{s})}{(16.3\ \text{W/m}\cdot\text{K})^2}=2.48466$$

$$\operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right)=\operatorname{erfc}\,(0.058381)=0.9342$$

$$\operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}+\frac{h\sqrt{\alpha t}}{k}\right)=\operatorname{erfc}\,(1.6347)=0.020791$$



a) Cilindro largo

b) Cilindro corto (bidimensional)

FIGURA 4-33

La temperatura en un cilindro corto expuesto a convección desde todas sus superficies varía tanto en su dirección radial como axial, y el calor se transfiere en ambas direcciones.

Por tanto,

$$\frac{T(L, t) - T_i}{T_\infty - T_i} = 0.9342 - \exp(0.18405 + 2.48466)\,(0.020791) = 0.63437$$

y

$$T(L, t) = (-70 - 10)\,^\circ\text{C}\,(0.63437) + 10\,^\circ\text{C} = \mathbf{-40.7\,^\circ C} < -30\,^\circ\text{C}$$

Discusión Después de 30 minutos de exponer a la superficie superior a convección con el fluido criogénico, la temperatura de la placa a una profundidad $x = 1$ cm con respecto a la superficie superior es −40.7 °C. Esto significa que las cabezas de los tornillos están a una temperatura que está por debajo de la temperatura mínima apropiada que especifica el Código ASME para la tubería de procesos; por tanto, los tornillos no cumplirán con dicho código.

4-4 ▪ CONDUCCIÓN TRANSITORIA DE CALOR EN SISTEMAS MULTIDIMENSIONALES

Las soluciones analíticas ya presentadas pueden utilizarse para determinar la distribución de temperatura y la transferencia de calor en problemas de conducción de calor *unidimensionales* asociados con una pared plana de gran tamaño, un cilindro largo, una esfera y un medio semiinfinito. Utilizando el método de superposición llamado **solución producto**, dichas soluciones pueden utilizarse también para construir otras para problemas de conducción de calor transitorio *bidimensionales* encontrados en geometrías como un cilindro corto, una barra larga rectangular o un cilindro o placa semiinfinita, e incluso en problemas *tridimensionales* asociados con formas como un prisma rectangular o una barra rectangular semiinfinita, siempre y cuando *todas* las superficies del sólido estén sujetas a convección en el *mismo* fluido a una temperatura T_∞, con el *mismo* coeficiente de transferencia de calor h y que el cuerpo no involucre generación de calor (figura 4-33). La solución de dichas superficies multidimensionales puede expresarse como el *producto* de las soluciones para geometrías unidimensionales cuya intersección es la geometría multidimensional.

Un *cilindro corto* tiene una altura a y un radio r_o inicialmente a una temperatura uniforme T_i. No se genera calor en el cilindro. En el instante $t = 0$, el cilindro experimenta convección desde todas sus superficies hacia un medio que está a una temperatura T_∞ con un coeficiente de transferencia de calor h. La temperatura dentro del cilindro cambiará con x, así como también con r y con el tiempo t, puesto que la transferencia de calor se presenta desde el fondo y desde la parte superior del cilindro, también desde sus superficies laterales. Es decir, $T = T(r, x, t)$, y, por tanto, se trata de un problema de conducción de calor transitorio bidimensional. Cuando se supone que las propiedades son constantes, se puede demostrar que la solución a este problema bidimensional puede expresarse como:

$$\left(\frac{T(r, x, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\right)_{\substack{\text{cilindro}\\\text{corto}}} = \left(\frac{T(x, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\right)_{\substack{\text{pared}\\\text{plana}}} \left(\frac{T(r, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\right)_{\substack{\text{cilindro}\\\text{infinito}}} \qquad \textbf{(4-50)}$$

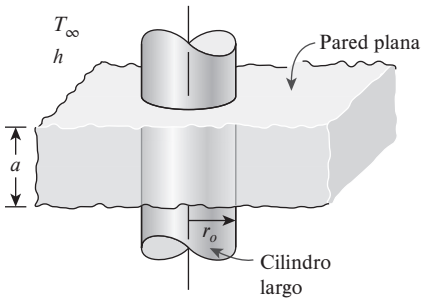


FIGURA 4-34

Un cilindro corto de radio r_o y altura a está en la *intersección* de un cilindro largo de radio r_o y una pared plana de grosor a.

La solución para el cilindro corto bidimensional con altura a y radio r_o es igual al *producto* de las soluciones adimensionalizadas para la pared plana unidimensional de espesor a y el cilindro largo de radio r_o, los cuales son dos superficies cuya inter-

sección es el cilindro corto, como se puede observar en la figura 4-34. Lo anterior se puede generalizar de la siguiente manera: la *solución* de *una geometría multidimensional es el producto de las soluciones de las geometrías unidimensionales cuya intersección es el cuerpo multidimensional.*

Por conveniencia, las soluciones unidimensionales se expresan como:

$$\theta_{\text{pared}}(x, t) = \left(\frac{T(x, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\right)_{\substack{\text{pared}\\ \text{plana}}}$$

$$\theta_{\text{cil}}(r, t) = \left(\frac{T(r, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\right)_{\substack{\text{cilindro}\\ \text{infinito}}} \qquad \textbf{(4-51)}$$

$$\theta_{\text{semiinfinito}}(x, t) = \left(\frac{T(x, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\right)_{\text{sólido semiinfinito}}$$

Por ejemplo, la solución para una barra sólida larga cuya sección transversal es un rectángulo de dimensiones $a \times b$, es la intersección de los dos planos infinitos de espesor a y b, como se muestra en la figura 4-35 y, por tanto, la distribución de temperatura transitoria para la barra rectangular puede expresarse como:

$$\left(\frac{T(x, y, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\right)_{\substack{\text{barra}\\ \text{rectangular}}} = \theta_{\text{pared}}(x, t)\theta_{\text{pared}}(y, t) \qquad \textbf{(4-52)}$$

Las formas apropiadas de las soluciones producto para algunas otras geometrías se proporcionan en la tabla 4-5. Es importante observar que la coordenada x se mide a partir de la *superficie* en un sólido semiinfinito, y a partir del *plano central* en el caso de una pared plana. La distancia radial r se mide siempre a partir de la línea central.

Observe que la solución del problema *bidimensional* involucra el producto de *dos* soluciones unidimensionales, mientras que la solución de un problema *tridimensional* implica el producto de *tres* soluciones unidimensionales.

También se puede utilizar una forma modificada de la solución producto para determinar la transferencia de calor transitoria total hacia y desde una geometría multidimensional utilizando los valores unidimensionales, como lo demostró L. S. Langston en 1982. La transferencia transitoria de calor para una geometría bidimensional formada por la intersección de dos geometrías unidimensionales 1 y 2 es:

$$\left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_{\text{total, 2D}} = \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_1 + \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_2 \left[1 - \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_1\right] \qquad \textbf{(4-53)}$$

La transferencia de calor transitoria para un cuerpo tridimensional formado por la intersección de tres cuerpos unidimensionales 1, 2 y 3 está dada por:

$$\left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_{\text{total,3D}} = \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_1 + \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_2 \left[1 - \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_1\right]$$

$$+ \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_3 \left[1 - \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_1\right]\left[1 - \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_2\right] \qquad \textbf{(4-54)}$$

La solución producto en problemas de conducción de calor transitoria bidimensionales y tridimensionales se muestra en los ejemplos siguientes:

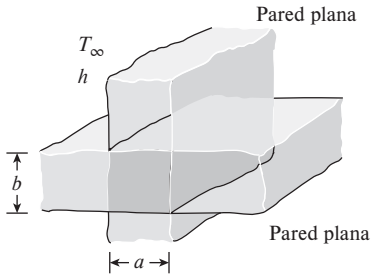
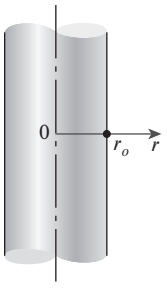


FIGURA 4-35

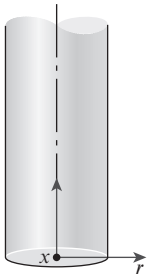
Una barra sólida y larga de un perfil rectangular $a \times b$ está en la *intersección* de dos paredes planas de espesor a y b.

TABLA 4-5

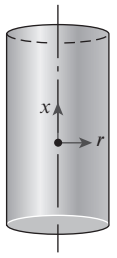
Soluciones multidimensionales expresadas como productos de soluciones unidimensionales para cuerpos que están inicialmente a una temperatura uniforme T_i y expuestos a convección desde todas sus superficies hacia un medio que está a una temperatura T_∞.



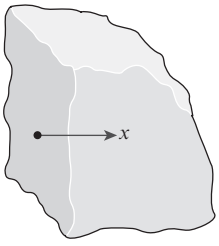
$\theta(r, t) = \theta_{\text{cil}}(r, t)$
Cilindro infinito



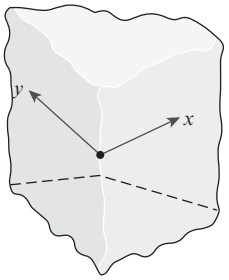
$\theta(x, r, t) = \theta_{\text{cil}}(r, t)\, \theta_{\text{semi inf}}(x, t)$
Cilindro semiinfinito



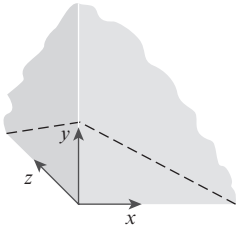
$\theta(x, r, t) = \theta_{\text{cil}}(r, t)\, \theta_{\text{pared}}(x, t)$
Cilindro corto



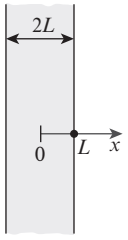
$\theta(x, t) = \theta_{\text{semiinf}}(x, t)$
Medio semiinfinito



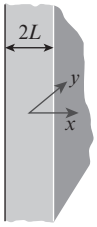
$\theta(x, y, t) = \theta_{\text{semiinf}}(x, t)\, \theta_{\text{semiinf}}(y, t)$
Un cuarto de medio infinito



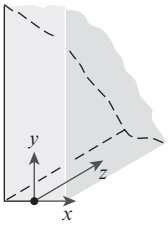
$\theta(x, y, z, t) =$
$\theta_{\text{semiinf}}(x, t)\, \theta_{\text{semiinf}}(y, t)\, \theta_{\text{semiinf}}(z, t)$
Región de la esquina de un medio largo



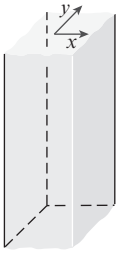
$\theta(x, t) = \theta_{\text{pared}}(x, t)$
Placa infinita (o pared plana)



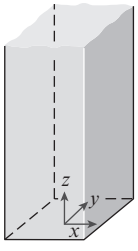
$\theta(x, y, t) = \theta_{\text{pared}}(x, t)\, \theta_{\text{semiinf}}(y, t)$
Placa semiinfinita



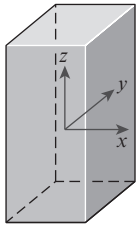
$\theta(x, y, z, t) =$
$\theta_{\text{pared}}(x, t)\, \theta_{\text{semiinf}}(y, t)\, \theta_{\text{semiinf}}(z, t)$
Un cuarto de placa infinita



$\theta(x, y, t) = \theta_{\text{pared}}(x, t)\, \theta_{\text{pared}}(y, t)$
Barra rectangular infinita



$\theta(x, y, z, t) =$
$\theta_{\text{pared}}(x, t)\, \theta_{\text{pared}}(y, t)\, \theta_{\text{semiinf}}(z, t)$
Barra rectangular semiinfinita



$\theta(x, y, z, t) =$
$\theta_{\text{pared}}(x, t)\, \theta_{\text{pared}}(y, t)\, \theta_{\text{pared}}(z, t)$
Paralelepípedo rectangular

EJEMPLO 4-9 **Enfriamiento de un cilindro corto de latón**

Un cilindro corto de latón de diámetro $D = 10$ cm y altura $H = 12$ cm está inicialmente a una temperatura uniforme $T_i = 120$ °C. El cilindro se coloca en aire atmosférico a una temperatura de 25 °C, donde existe transferencia de calor por convección con un coeficiente de transferencia de calor de $h = 60$ W/m$^2 \cdot$K. Calcule la temperatura en *a*) el centro del cilindro y *b*) el centro de la superficie superior del cilindro 15 minutos después de que comienza el enfriamiento.

SOLUCIÓN Se deja que se enfríe en aire atmosférico un cilindro corto. Se calculan las temperaturas en los centros del cilindro y de la superficie superior.

Suposiciones **1** La conducción de calor en el cilindro corto es bidimensional y, por tanto, la temperatura varía tanto en la dirección axial x, como en la radial r. **2** Las propiedades térmicas del cilindro y el coeficiente de transferencia de calor son constantes. **3** El número de Fourier es $\tau > 0.2$, de tal forma que las soluciones aproximadas de un término son aplicables.

Propiedades Las propiedades del latón a temperatura ambiente son $k = 110$ W/m·K y $\alpha = 33.9 \times 10^{-6}$ m^2/s (tabla A-3). Se pueden obtener resultados más precisos mediante las propiedades a temperatura promedio.

Análisis *a*) Este cilindro corto puede estar formado físicamente por la intersección de un cilindro largo de radio $r_0 = 5$ cm y una pared plana de espesor $2L = 12$ cm, como se muestra en la figura 4-36. La temperatura adimensional en el centro de la pared plana se determina a partir de la ecuación 4-26.

Primero se calculan los números de Biot y de Fourier para la pared plana:

$$\text{Bi} = \frac{hL}{k} = \frac{(60\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K})(0.06\text{m})}{110\ \text{W/m} \cdot \text{K}} = 0.0327$$

$$\tau = \frac{\alpha t}{L^2} = \frac{(3.39 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s})\ (15 \times 60\ \text{s})}{(0.06\ \text{m})^2} = 8.48$$

El valor de los coeficientes λ_1 y A_1 para una pared plana correspondiente a Bi = 0.0327 se determina a partir de la tabla 4-2 como $\lambda_1 = 0.1776$ y $A_1 = 1.0054$.

Sustituyendo estos y otros valores en la ecuación 4-26 se obtiene:

$$\theta_{0,\ \text{pared}} = \frac{T_0 - T_\infty}{T_i - T_\infty} = A_1 e^{-\lambda_1^2 \tau} = 1.0054\ e^{-(0.1776)^2(8.48)} = 0.77$$

De manera similar, la temperatura en el centro del cilindro se determina a partir de las soluciones aproximadas de un término de la ecuación 4-27. Primero se calculan los números de Biot y de Fourier para el cilindro.

$$\text{Bi} = \frac{hr_o}{k} = \frac{(60\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K})\ (0.05\ \text{m})}{110\ \text{W/m} \cdot \text{K}} = 0.0273$$

$$\tau = \frac{\alpha t}{L^2} = \frac{(3.39 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s})(15 \times 60\ \text{s})}{(0.05\ \text{m})^2} = 12.2$$

Los coeficientes λ_1 y A_1 para un cilindro correspondientes a Bi = 0.0273 se determinan de la tabla 4-2 como $\lambda_1 = 0.2294$ y $A_1 = 1.0068$.

Sustituyendo estos y otros valores en la ecuación 4-27 se obtiene:

$$\theta_{0,\ \text{cil}} = \frac{T_0 - T_\infty}{T_i - T_\infty} = A_1 e^{-\lambda_1^2 \tau} = 1.0068 e^{-(0.2294)^2(12.2)} = 0.53$$

Por tanto,

$$\left(\frac{T(0, 0, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\right)_{\substack{\text{cilindro} \\ \text{corto}}} = \theta_{0,\ \text{pared}}(0, t) \times \theta_{0,\ \text{cil}}(0, t) = 0.77 \times 0.53 = 0.41$$

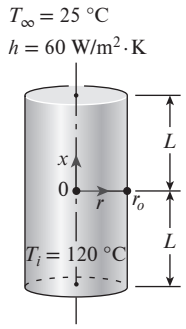


FIGURA 4-36
Esquema del ejemplo 4-9.

y

$$T(0, 0, t) = T_\infty + 0.41(T_i - T_\infty) = 25 + 0.41(120 - 25) = \mathbf{64\ °C}$$

Esta es la temperatura en el centro del cilindro corto, la cual también es la temperatura del centro del cilindro largo y del centro de la placa.

b) El centro de la superficie superior del cilindro está aún en el centro del cilindro largo ($r = 0$); pero en la superficie exterior de la pared plana ($x = L$). Por tanto, primero se calcula la temperatura de la superficie de la pared utilizando las soluciones aproximadas de un término de la ecuación 4-23. Observando que $x = L = 0.06$ m, los valores del número de Biot, del número de Fourier y de las constantes λ_1 y A_1 continúan siendo las mismas como se determinó en la parte (*a*) para la pared plana. Sustituyendo estos y otros valores en la ecuación 4-23 se obtiene:

$$\theta_{\text{pared}} = \frac{T(x, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = A_1 e^{-\lambda_1^2 \tau} \cos(\lambda_1 x/L)$$

$$\theta_{\text{pared}} = \frac{T(x, L) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = A_1 e^{-\lambda_1^2 \tau} \cos(\lambda_1) = 1.0054 e^{-(0.1776)^2(8.48)} \cos(0.1776) = 0.757$$

Por tanto,

$$\left(\frac{T(L, 0, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty}\right)_{\substack{\text{cilindro} \\ \text{corto}}} = \theta_{\text{pared}}(L, t)\, \theta_{0,\,\text{cil}}(0, t) = 0.757 \times 0.53 = 0.40$$

y

$$T(L, 0, t) = T_\infty + 0.40(T_i - T_\infty) = 25 + 0.40(120 - 25) = \mathbf{63\ °C}$$

la cual es la temperatura en el centro de la superficie superior del cilindro.

EJEMPLO 4-10 **Transferencia de calor desde un cilindro corto**

Determine la transferencia de calor total de un cilindro corto de latón (ρ = 8 530 kg/ m^3, $c_p = 0.380$ kJ/kg·K) que se estudió en el ejemplo 4-9.

SOLUCIÓN Primero se determina el calor máximo que puede transferirse desde un cilindro, el cual es el contenido de energía sensible del cilindro en relación con su ambiente:

$$m = \rho V = \rho \pi r_o^2 H = (8\ 530\ \text{kg/m}^3)\pi(0.05\ \text{m})^2(0.12\ \text{m}) = 8.04\ \text{kg}$$

$$Q_{\text{máx}} = mc_p(T_i - T_\infty) = (8.04\ \text{kg})(0.380\ \text{kJ/kg·K})(120 - 25)\ °\text{C} = 290.2\ \text{kJ}$$

Después se determinan las razones de transferencia de calor adimensionales para ambas geometrías. Para la pared plana se calculan a partir de las soluciones aproximadas de un término de la ecuación 4-33 como:

$$\left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_{\text{pared}} = 1 - \theta_{0,\,\text{pared}} \frac{\text{sen}(\lambda_1)}{\lambda_1} = 1 - (0.77)\frac{\text{sen}(0.1776)}{0.1776} = 0.23$$

De manera similar para el cilindro, se usa la relación aproximada de un término de la ecuación 4-34 y se obtiene:

$$\left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_{\text{cil}} = 1 - 2\theta_{0,\,\text{cil}} \frac{J_1(\lambda_1)}{\lambda_1} = 1 - 2(0.53)\frac{0.11385}{0.2294} = 0.47$$

puesto que $J_1(0.2294) = 0.11385$ de la tabla 4-3. La razón de transferencia de calor para el cilindro corto es (de la ecuación 4-53):

$$\left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_{\text{cilindro corto}} = \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_{\text{pared plana}} + \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_{\text{cilindro largo}}\left[1 - \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_{\text{pared plana}}\right]$$
$$= 0.23 + 0.47(1 - 0.23) = 0.592$$

La transferencia de calor total del cilindro durante los primeros 15 minutos de enfriamiento es:

$$Q = 0.592\, Q_{\text{máx}} = 0.592 \times (290.2\ \text{kJ}) = \mathbf{172\ kJ}$$

TEMA DE INTERÉS ESPECIAL*

Refrigeración y congelamiento de alimentos

Control de microorganismos en alimentos

Los **microorganismos** como las *bacterias, levaduras, mohos* y *virus* se encuentran en grandes cantidades en el aire, agua, suelo, en organismos vivos y en artículos alimenticios no procesados provocando *sabores y olores desagradables, producción de limo, cambios en* textura y apariencia y el posterior *deterioro* de los alimentos. El manejo de alimentos perecederos a temperaturas cálidas es la causa principal de su deterioro. La prevención del deterioro de los alimentos y de la degradación prematura de su calidad debido a los microorganismos es la aplicación primordial del área de refrigeración. El primer paso para controlar microorganismos consiste en comprender lo que son y los factores que afectan su transmisión, crecimiento y destrucción.

De los diferentes tipos de microorganismos, las *bacterias* son las principales responsables del deterioro de los alimentos, especialmente de los alimentos húmedos. Los alimentos secos y ácidos crean un ambiente desagradable para el crecimiento de bacterias; sin embargo, no para el de levaduras y mohos. Los *mohos* también se encuentran en superficies húmedas, en el queso y en alimentos echados a perder. Ciertos tipos de *virus* se encuentran en algunos animales y humanos, y las malas prácticas sanitarias como mantener alimentos procesados en la misma área que los no cocinados y no lavarse adecuadamente las manos cuando se manejan alimentos pueden provocar contaminación en los productos alimenticios.

Cuando se presenta *contaminación*, los microorganismos comienzan a adaptarse a las nuevas condiciones ambientales. Este periodo inicial de crecimiento lento o de no crecimiento se llama **fase de retraso**, y el tiempo de almacenamiento en la alacena de un alimento es directamente proporcional a la duración de dicha fase (figura 4-37). El periodo de adaptación está seguido por uno de *crecimiento exponencial* durante el cual la población de microorganismos puede duplicarse dos o más veces cada hora en condiciones favorables a menos que se tomen medidas sanitarias drásticas. El agotamiento de nutrientes y la acumulación de toxinas disminuyen el crecimiento y comienza el periodo de *muerte*.

La tasa de crecimiento de microorganismos en un alimento depende de las características del mismo, como su estructura química, nivel de pH, presencia de inhibidores y microorganismos competidores, y de la actividad acuática, y de las condiciones ambientales como la temperatura y la humedad relativa del ambiente y del movimiento del aire (figura 4-38).

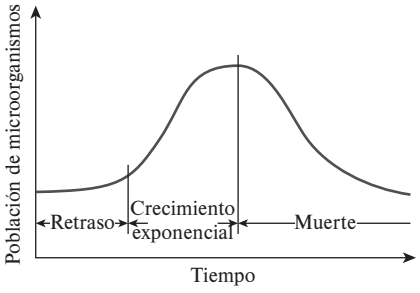


FIGURA 4-37
Curva de crecimiento típica de los microorganismos.

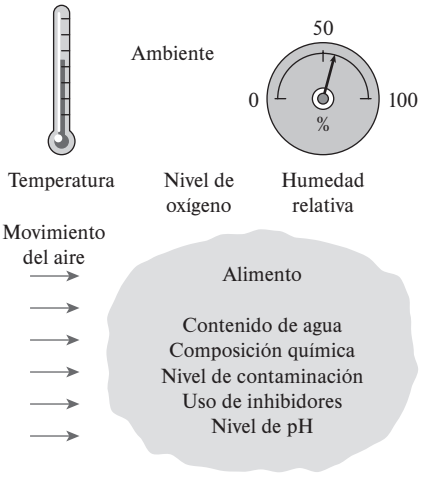


FIGURA 4-38
Factores que afectan la tasa de crecimiento de los microorganismos.

* Esta sección puede omitirse sin perder continuidad.

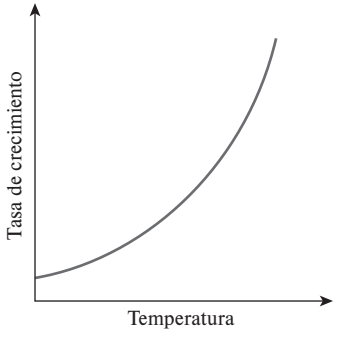


FIGURA 4-39

La tasa de crecimiento de los microorganismos de un producto alimenticio aumenta exponencialmente al aumentar la temperatura ambiental.

Los microorganismos necesitan *alimento* para crecer y multiplicarse, y sus necesidades nutricionales son fácilmente satisfechas por los carbohidratos, proteínas, minerales y vitaminas contenidas en los alimentos. Los diferentes tipos de microorganismos tienen distintas necesidades nutricionales, y los tipos de nutrientes en un alimento determinan los tipos de microorganismos que habitan en ellos. Los conservadores que se añaden a los alimentos pueden también inhibir el crecimiento de ciertos microorganismos. Los diferentes tipos de microorganismos que existen compiten por el mismo suministro de alimento y, por tanto, la composición de microorganismos en todo momento depende de la *estructura inicial* de los mismos.

Todos los organismos vivientes necesitan *agua* para crecer, y los microorganismos no pueden crecer en alimentos que no están lo suficientemente húmedos. El crecimiento microbiológico en los alimentos refrigerados como las frutas frescas, los vegetales y las carnes, comienza en las *superficies expuestas* donde la contaminación es más probable. Un paquete con carne fresca que se deja en un cuarto se echa a perder rápidamente. La carne de res colgada en un medio controlado, por otro lado, se mantendrá sana como resultado de la *deshidratación* de la superficie exterior, la cual inhibe el crecimiento microbiológico en la superficie y protege la res.

El crecimiento de microorganismos en un alimento se rige por los efectos combinados de sus *características y los factores ambientales*. No se puede hacer mucho respecto a sus características, sin embargo, sí es posible alterar las condiciones ambientales a niveles más deseables por medio del *calentamiento, la refrigeración, la ventilación, la humidificación, deshumidificación* y el control de los niveles de *oxígeno*. La tasa de crecimiento de microorganismos en los alimentos depende significativamente de la temperatura, y el control de esta es el mecanismo más eficiente para controlar la tasa de su crecimiento.

Los microorganismos crecen más rápido en temperaturas "cálidas", por lo general entre 20 y 60 °C. La tasa de crecimiento de los microorganismos *disminuye* a altas temperaturas, y su *muerte* ocurre a temperaturas aún mayores, generalmente por arriba de 70 °C en el mayor de los casos. El *enfriamiento* representa una forma eficiente y práctica de reducir el crecimiento de microorganismos y, por tanto, de prolongar la *vida* de los alimentos perecederos. Una temperatura de 4 °C o menor se considera adecuada y segura para refrigerar alimentos. A veces, un pequeño incremento en la temperatura de refrigeración puede aumentar la tasa de crecimiento de microorganismos y, por tanto, provocar un tiempo de vida del alimento considerablemente menor (figura 4-39). La tasa de crecimiento de algunos microorganismos, por ejemplo, se duplica por cada 3 °C de incremento en la temperatura.

Otro factor que afecta el crecimiento y transmisión microbiológica lo constituye *la humedad relativa* del ambiente, la cual es una medida del contenido de agua en el aire. Se debe evitar la alta humedad en *cuartos fríos* porque la condensación que se forma en las paredes y techos crea un ambiente propicio para la formación y *crecimiento de moho*. El goteo de contaminante condensado sobre los productos alimenticios en un cuarto representa un alto riesgo de daño para estos.

Distintos microorganismos reaccionan de manera diferente ante el oxígeno en el ambiente. Algunos microorganismos como los mohos requieren oxígeno para su crecimiento, mientras que otros no pueden crecer con oxígeno presente. Algunos se desarrollan más en ambientes poco oxigenados y otros lo hacen en ambientes donde no importa la cantidad de oxígeno que tengan. Por tanto, el crecimiento de ciertos microorganismos puede controlarse mediante la supervisión de la *cantidad de oxígeno* en el ambiente. Por ejemplo, los alimentos empacados al vacío inhiben el crecimiento de microorganismos que requieren oxígeno. Asimismo, el periodo de conservación de algunas frutas puede extenderse reduciendo el nivel de oxígeno en el cuarto de almacenamiento.

Los microorganismos en los productos alimenticios pueden controlarse por tres métodos: 1) *prevenir* su contaminación mediante estrictas prácticas sanitarias, 2) *inhibir* su crecimiento alterando sus condiciones ambientales y 3) *destruir* por medio de tratamientos de calor o químicos. La mejor manera de minimizar la contamina-

ción en áreas de procesamiento de alimentos es utilizando filtros de aire fino en los sistemas de ventilación para capturar las *partículas de polvo* que transportan las bacterias a través del aire. Desde luego, los filtros deben conservarse secos, ya que los microorganismos pueden crecer en filtros húmedos. Asimismo, el sistema de ventilación debe mantener una presión positiva en las áreas de procesamiento de alimentos para prevenir el ingreso de cualquier contaminante en el aire por infiltración. La eliminación de *condensación* en las paredes y los techos de las instalaciones y la desviación de *tuberías* de condensación de los refrigeradores hacia el sistema de drenaje constituyen otras dos medidas preventivas contra la contaminación. Los sistemas por goteo deben limpiarse regularmente con el fin de evitar crecimiento microbiológico. Además, debe minimizarse cualquier *contacto* entre los productos alimenticios crudos y cocinados, y estos últimos deben almacenarse en cuartos con presiones positivas. Los alimentos congelados deben conservarse a una temperatura de –18 °C o menor, y se debe tener mucho cuidado cuando los productos alimenticios se empacan después de que se hayan congelado, para evitar cualquier tipo de contaminación durante el empacado.

El crecimiento de microorganismos se controla mejor manteniendo *la temperatura* y *la humedad relativa* del ambiente dentro del rango deseable. Por ejemplo, mantener la humedad relativa por debajo de 60% evita el crecimiento de todos los microorganismos sobre las superficies. Los microorganismos pueden destruirse *calentando* los alimentos a altas temperaturas (por arriba de los 70 °C), tratándolos con *químicos* o exponiéndolos a *luz ultravioleta* o a radiación solar.

Se debe distinguir entre *sobrevivencia* y *crecimiento* de microorganismos. Un determinado microorganismo que no puede crecer a bajas temperaturas puede ser capaz de sobrevivir a dichas temperaturas por un largo periodo (figura 4-40). Por tanto, el congelamiento no constituye la forma más eficiente de eliminar microorganismos. De hecho, algunos cultivos de microorganismos se conservan congelándolos a muy bajas temperaturas. La *razón de congelamiento* es también un aspecto muy importante en la refrigeración de alimentos puesto que algunos microorganismos se adaptan a las bajas temperaturas y crecen en estas cuando la razón de enfriamiento es muy baja.

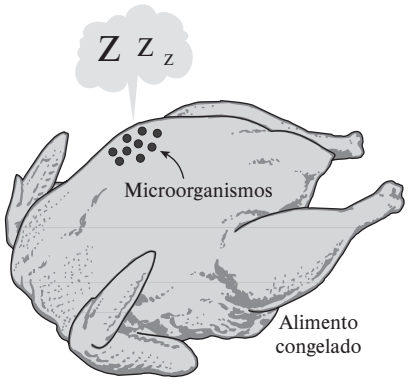


FIGURA 4-40

Mediante el congelamiento se puede detener el crecimiento de microorganismos; sin embargo, no necesariamente los aniquila.

Refrigeración y congelamiento de alimentos

El tiempo de vida en almacenamiento de alimentos frescos perecederos como la carne, el pescado, los vegetales y las frutas, puede extenderse algunos días guardándolos a temperaturas por arriba de su congelamiento, entre 1 y 4 °C. El tiempo de vida en almacenamiento puede prolongarse en varios meses congelándolos y almacenándolos a temperaturas menores al congelamiento, por lo general entre −18 y −35 °C, dependiendo del alimento (figura 4-41).

La refrigeración *hace más lentos* los procesos químicos y biológicos en los alimentos, así como a los procesos de deterioro y pérdida de calidad y nutrientes. El maíz dulce, por ejemplo, puede perder la mitad de su contenido inicial de azúcar en un día a 21 °C; sin embargo, 5% de este a 0 °C. Los espárragos frescos pueden perder 50% de su contenido de vitamina C en un día a 20 °C, pero en 12 días a 0 °C. La refrigeración también prolonga la vida de los productos alimenticios empacados. La apariencia de la coloración antiestética del brócoli, por ejemplo, puede retardarse en tres o más días por medio de la refrigeración.

Los primeros intentos de congelar productos alimenticios dieron como resultado productos de baja calidad debido a que se formaban cristales de hielo de gran tamaño. Se decidió que la *razón de congelamiento* tiene un efecto significativo en el tamaño de los cristales de hielo y en la calidad, textura y propiedades nutricionales y sensoriales de muchos productos. Durante el *congelamiento lento*, los cristales de hielo pueden crecer hasta alcanzar un gran tamaño, mientras que durante el *congelamiento rápido* muchos cristales de hielo se empiezan a formar rápidamente y son

FIGURA 4-41

Temperaturas de refrigeración y congelamiento recomendadas para la mayoría de los alimentos perecederos.

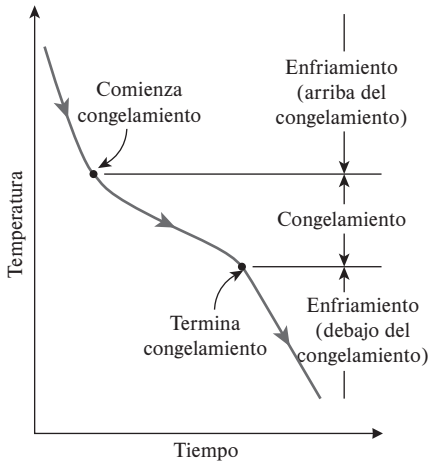


FIGURA 4-42

Curva de congelamiento típica de un producto alimenticio.

TABLA 4-6

Propiedades térmicas de la carne de res.

Cantidad	Valor típico
Densidad promedio	1 070 kg/m^3
Calor específico:	
Por arriba del congelamiento	3.14 kJ/kg·K
Por debajo del congelamiento	1.70 kJ/kg·K
Punto de congelamiento	−2.7 °C
Calor de fusión latente	249 kJ/kg
Conductividad térmica	0.41 W/m·K (a 6 °C)

más pequeños. Los cristales de hielo de gran tamaño no son deseables, ya que pueden *perforar* las paredes de las células, causando la degradación de la textura del alimento, así como la pérdida de los jugos naturales durante el deshielo. Se forma una *corteza* en la capa exterior del producto que elimina los jugos, aromas y agentes saborizantes. La calidad del producto también es afectada adversamente por las fluctuaciones de temperatura en los cuartos de almacenamiento.

La refrigeración convencional de los alimentos involucra solo *enfriamiento* sin ningún cambio de fase. Por otro lado, el *congelamiento* de alimentos comprende tres etapas: *enfriamiento* hasta el punto de congelación (quitar el calor sensible), *congelamiento* (quitar el calor latente) y *enfriamiento* adicional hasta la temperatura bajo cero deseada (quitar el calor sensible de los alimentos congelados), como se muestra en la figura 4-42.

Productos cárnicos

Los canales de carne en mataderos deben enfriarse *lo más rápido posible* a una temperatura uniforme de alrededor de 1.7 °C para reducir la rapidez de crecimiento de microorganismos en las superficies de los canales de carne y, por tanto, minimizar el deterioro. Se deben seleccionar los niveles correctos de *temperatura*, *humedad* y *movimiento del aire* para evitar el encogimiento, endurecimiento y decoloración excesivos.

La temperatura corporal profunda de un animal es de alrededor de 39 °C; sin embargo, esta temperatura tiende a aumentar un par de grados en las secciones intermedias después de la matanza del animal como resultado del *calor generado* durante las reacciones biológicas que se presentan en las células. La temperatura de las superficies expuestas, por otra parte, tiende a disminuir como resultado de las pérdidas de calor. La parte más gruesa del canal es la *redonda* y el centro de la redonda es el último lugar que se enfría; por tanto, el enfriamiento del canal puede supervisarse mejor insertando profundamente un termómetro en la parte central de la redonda.

Alrededor de 70% de la carne en canal es agua, y el canal es enfriado principalmente por *enfriamiento evaporativo* como resultado de la migración de humedad hacia la superficie donde se presenta la evaporación. Sin embargo, este encogimiento se traduce en una pérdida de masa vendible que puede llegar a ser 2% de la masa total durante un enfriamiento nocturno. Para evitar pérdida *excesiva* de masa, los canales por lo regular se lavan o se rocían con agua antes del enfriamiento. Con los cuidados adecuados, el enfriamiento con rocío puede eliminar el encogimiento por enfriamiento del canal casi en su totalidad.

La masa total promedio de la carne de res con piel, que por lo regular se divide en dos lados, es de alrededor de 300 kg y el calor específico promedio del canal ronda 3.14 kJ/kg·K (tabla 4-6). *El cuarto de enfriado* debe tener una capacidad igual al número de reses sacrificadas diariamente en el matadero, la cual debe ser de varios cientos. Un canal de res se lava antes de que entre al cuarto de enfriado y absorba una gran cantidad de agua (alrededor de 3.6 kg) en su superficie durante el proceso de lavado. Sin embargo, esto no representa una ganancia de masa neta, puesto que se pierde por goteo o evaporación en el cuarto en enfriado. Idealmente, el cuerpo de la res no pierde ni gana peso neto mientras se enfría en el cuarto de enfriado. Sin embargo, pierde alrededor de 0.5% de la masa total en la *sala de espera* a medida que se sigue enfriando. La pérdida real del producto está determinada, en primera instancia, por el peso del cuerpo de la res seca y, después, por el peso después de que es enfriada.

La temperatura del aire refrigerado en el cuarto de enfriado de los cuerpos de las reses debe ser lo suficientemente elevada para evitar el *congelamiento* y la *decoloración* en las superficies exteriores. Esto significa un largo tiempo de estancia en el cuarto para enfriar los cuerpos, lo cual se hace parcialmente al final de una estancia nocturna en el cuarto. La temperatura de la carne de la res disminuye de 1.7 a 7 °C

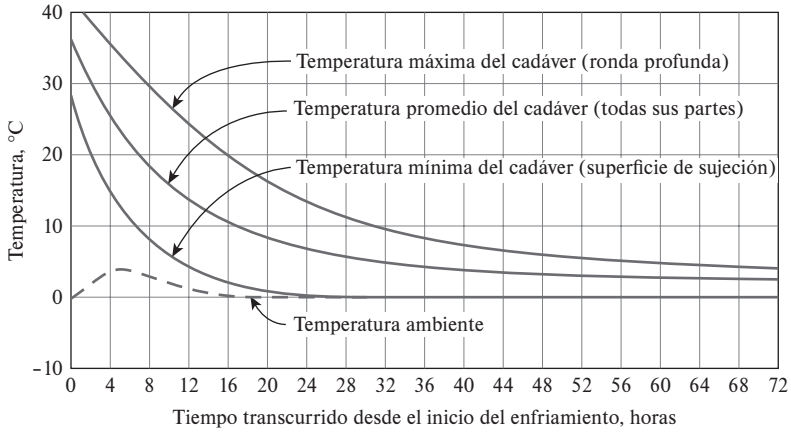


FIGURA 4-43

Curva de enfriamiento típica del cadáver de una res en los cuartos de conservación y enfriamiento a una temperatura promedio de 0 °C.

Tomado del *Manual ASHRAE: Refrigeración, Capítulo 11, figura 2.*

en la superficie, y alrededor de 15 °C en las partes medias del redondo en 10 h. Toma 1 o 2 días más en el *cuarto de almacenamiento* mantenido a una temperatura de 1 a 2 °C para completar el *enfriamiento* y la *regularización de la temperatura*. Sin embargo, los canales de cerdo se enfrían totalmente durante ese periodo debido a su pequeño tamaño. *La circulación de aire* en el cuarto de estancia se mantiene a niveles mínimos para evitar la pérdida excesiva de humedad y decoloración. La carga de refrigeración del cuarto de estancia es mucho más pequeña que la del cuarto de enfriado y, por tanto, requiere un sistema de refrigeración más pequeño.

Los cuerpos de las reses que se envían a mercados a grandes distancias se embarcan el día posterior a la matanza en camiones refrigerados, donde se lleva a cabo el resto del enfriamiento. Esta práctica hace posible entregar carne fresca a distancias considerables puntualmente.

La variación de temperatura de los cuerpos de la res durante el enfriamiento se proporciona en la figura 4-43. Primero, el proceso de enfriamiento está dominado por la transferencia de calor *sensible*. Observe que la temperatura promedio de la res se reduce en alrededor de 28 °C (de 36 a 8 °C) en 20 horas. La razón de enfriamiento de los cuerpos se pudo haber incrementado *reduciendo* la temperatura del aire refrigerado y *aumentando* la velocidad del aire; sin embargo, dichas medidas también incrementan el riesgo de *congelamiento superficial.*

La mayoría de las carnes se juzgan por su **suavidad**, y la preservación de esta característica constituye una consideración importante en la refrigeración y congelamiento de las carnes. La carne consiste fundamentalmente en racimos de pequeñas *fibras musculares* agrupadas dentro de largas cadenas de *tejido conectivo* que las mantienen unidas. La suavidad de un cierto corte depende de su ubicación, edad y nivel de actividad del animal. Los cortes de una sección relativamente inactiva de la espina dorsal media, como lomos cortos, solomillo y costillas, son más suaves que los cortes de las partes activas como las piernas y el cuello (figura 4-44). A medida que el animal es más activo, tendrá más tejido conectivo y más dura la carne; sin embargo, la carne de un animal de mayor edad tiene más sabor y se prefiere para estofado, pues su dureza no representa ningún problema para su cocinado con calor húmedo, es decir, hervido. La proteína *colágeno*, principal componente del sistema conectivo, se suaviza y se disuelve en ambientes cálidos y húmedos, y gradualmente se transforma en *gelatina* y suaviza la carne.

El viejo refrán "uno debe cocinar un animal inmediatamente después de la matanza o esperar dos días al menos" es muy válido. Las reacciones biomédicas en el músculo continúan después de la matanza hasta que la energía suministrada al músculo para realizar trabajo disminuye. El músculo entonces se pone rígido y pasa a un estado de *rigor mortis*; este proceso comienza varias horas después de que el animal es sacrificado y continúa por 12 a 36 horas hasta que inicie una acción enzimática y suavice el tejido conectivo, como se muestra en la figura 4-45. Toma alrededor de siete días terminar el ablandamiento naturalmente en instalaciones de almacena-

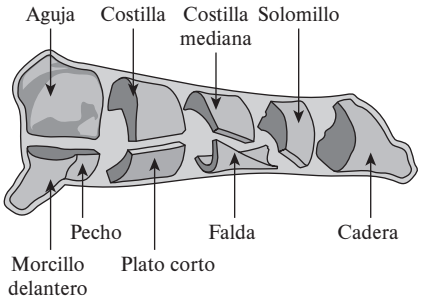


FIGURA 4-44

Diferentes cortes de la res.

Tomado de *National Livestock and Meat Board.*

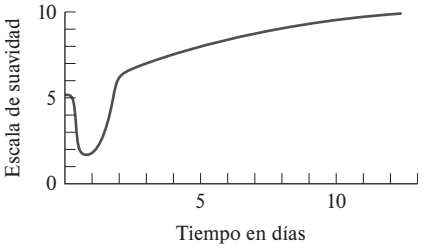


FIGURA 4-45

Diferentes variaciones de suavidad de la carne almacenada a 2 °C en función del tiempo después del sacrificio de la res.

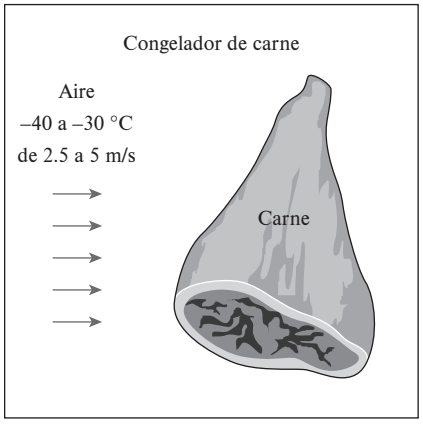


FIGURA 4-46

El tiempo de congelamiento de la carne puede reducirse de manera significativa mediante aire a baja temperatura y a gran velocidad.

miento a una temperatura de 2 °C. La estimulación eléctrica también provoca que la carne se suavice. Con el fin de evitar dureza, la carne fresca no debe congelarse antes de que el estado de *rigor mortis* haya transcurrido.

Quizás haya observado que las carnes son suaves y muy sabrosas cuando están calientes, pero se ponen duras cuando se enfrían. Esto sucede debido a que la gelatina que se forma durante el cocinado se engruesa a medida que se enfría y la carne pierde su suavidad. Así que no sorprende que en los restaurantes de primera clase sirvan la carne en platos gruesos y calientes para mantenerla caliente por más tiempo. Al cocinarse se *suaviza* el tejido conectivo: sin embargo, *endurece* las fibras musculares suaves; así que asar con *baja flama* por largo tiempo da como consecuencia una carne más dura.

Una gran variedad de carnes que se planean almacenar por periodos prolongados debe congelarse rápidamente para evitar que se eche a perder y conservar su calidad. Quizá la primera idea para congelar carne es colocarla en paquetes dentro del *congelador* y esperar; sin embargo, el tiempo de congelamiento es muy prolongado en este caso, en especial si la carne se tiene en cajas grandes. Por ejemplo, la temperatura en el centro de una caja de 4 cm de profundidad que contiene 32 kg de carne puede ser tan alta como 16 °C 24 horas después de que se colocó en un refrigerador a −30 °C. El tiempo de congelamiento de carne en cajas grandes puede reducirse significativamente adicionando *hielo seco* en la caja.

Un método más efectivo para congelar, llamado *enfriamiento rápido,* implica el uso de temperatura de aire más baja, −40 a −30 °C, a velocidades más elevadas del orden de 2.5 m/s a 5 m/s en el producto (figura 4-46). La temperatura interior deberá reducirse a −4 °C en productos que se transferirán a refrigeradores de almacenamiento, y a −18 °C para productos embarcados de inmediato. *La razón de congelamiento* depende del *material del empaque* y de sus propiedades aislantes, el *grosor* de la caja más grande, el *tipo* de carne y la *capacidad* del sistema de refrigeración. Observe que la temperatura del aire se incrementará excesivamente durante las etapas iniciales del congelamiento, y aumentará el tiempo de congelamiento si la capacidad del sistema no es la adecuada. Un sistema de refrigeración más pequeño será apropiado si se va a utilizar hielo seco en los paquetes. El encogimiento durante el congelamiento varía en el rango de 0.5 a 1%.

Aunque el punto de congelación promedio de la carne magra puede considerarse de −2 °C con un calor latente de 249 kJ/kg, debe recordarse que el congelamiento se presenta en un *rango de temperatura* en el que la mayor parte de este proceso ocurre entre −1 y −4 °C. Por tanto, enfriar la carne en este rango de temperatura y quitar el calor latente toma la mayor parte del tiempo invertido en el congelamiento.

La carne puede conservarse a una temperatura interna de −2 a −1 °C para su uso local y almacenamiento por un *tiempo menor a una semana*. La carne debe congelarse y almacenarse a menores temperaturas si se *quiere almacenar por tiempo prolongado.* A medida que la temperatura de almacenamiento es menor, el tiempo de vida de productos cárnicos será mayor, como se muestra en la tabla 4-7.

La *temperatura interior* de cuerpos que ingresan a las secciones de enfriamiento varía de 38 a 41 °C para cerdos y de 37 a 39 °C para corderos y terneros. Toma alrededor de 15 horas enfriar a los cerdos y terneros a la temperatura recomendada de 3 a 4 °C. La temperatura del cuarto de enfriamiento se mantiene en el rango de −1 a 0 °C, y la diferencia de temperatura entre el refrigerante y el aire de enfriamiento se mantiene a una temperatura de alrededor de 6 °C. Se hace circular aire a una velocidad de entre 7 a 12 cambios de aire por hora. La *carne de cordero* se enfría a una temperatura interna de 1 a 2 °C, lo cual toma un tiempo entre 12 y 14 horas y se mantiene a dicha temperatura con una humedad relativa en el rango de 85 a 90% hasta que se embarca o se procesa. La velocidad recomendada de *circulación de aire* es de 50 a 60 cambios de aire por hora durante las primeras 4 a 6 horas, la cual se reduce después a un rango de 10 a 12 cambios por hora.

El *proceso de congelamiento* parece no afectar significativamente el *sabor* de la carne; sin embargo, sí afecta su *calidad* de varias maneras. La *razón y temperatura* del congelamiento puede tener una influencia en el color, la suavidad y el goteo. El congelamiento rápido incrementa la suavidad y reduce el daño a tejidos y la cantidad de goteo después del deshielo. El almacenamiento a temperaturas de congelamiento reducidas provoca cambios importantes en la *grasa del animal*. El puerco congelado experimenta más cambios indeseables durante el almacenamiento debido a su estructura grasosa y, por ende, su periodo aceptable de almacenamiento es más breve que el de la carne de vaca, ternera o cordero.

Las instalaciones donde se almacena la carne cuentan con un *muelle de embarque refrigerado* donde se registran los pedidos y se envían. Dichos muelles tienen un espacio para almacenamiento que se utilizan para propósitos de embarque y para proporcionar un ambiente de trabajo más agradable a los empleados. Las plantas de empaque que embarcan medias reses o reses enteras en cantidades a granel seguramente no necesitan un muelle de embarque; una puerta de descarga es suficiente en dichos casos.

Un muelle de *embarque refrigerado*, como el que se muestra en la figura 4-47, reduce la *carga de refrigeración* de los congeladores o enfriadores y evita las *fluctuaciones de temperatura* en el área de almacenamiento. Es conveniente mantener los muelles de embarque a una temperatura en el rango de 4 a 7 °C para los enfriadores y de 1.5 °C para los congeladores. El punto de rocío del aire en el muelle debe estar por debajo de la temperatura del producto a fin de evitar la condensación en la superficie de los productos y, por ende, la pérdida de calidad. La velocidad del *flujo de aire* a través de las puertas de carga y otros accesos es proporcional a *la raíz cuadrada* de la diferencia de temperatura, reduciendo así a la mitad, la diferencia de temperatura en el acceso, manteniendo el muelle de embarque a la temperatura promedio reduce la velocidad del flujo de aire en el muelle y, por tanto, en el congelador en $1 - \sqrt{0.5} \cong 0.3$, o 30%. Asimismo, el aire que fluye en el congelador ya está enfriado a una temperatura de alrededor de 1.5 °C por la unidad de refrigeración del muelle, el cual representa alrededor de 50% de la carga de enfriamiento del aire entrante. Por tanto, el efecto neto del muelle de embarque refrigerado es una reducción de la *carga de infiltración* del congelador de 65%, puesto que $1 - 0.7 \times 0.5 = 0.65$. La ganancia neta es igual a la diferencia entre la reducción de la carga de infiltración del congelador y la carga de refrigeración del muelle de embarque. Observe que los refrigeradores del muelle operan a temperaturas mucho más elevadas (1.5 °C en lugar de −23 °C, aproximadamente) y, por ende, consumen mucho menos potencia para la misma cantidad de enfriamiento.

Productos avícolas

Los productos avícolas pueden conservarse *enfriados en hielo* de 1 a 2 °C o en *enfriado profundo* a −2 °C, aproximadamente, en el caso de almacenamiento a corto plazo o congelándolos a −18 °C o menos en almacenamiento a largo plazo. Las plantas de procesamiento de productos avícolas están *automatizadas,* y el pequeño tamaño de las aves hace factible la operación por medio de líneas con banda transportadora continua.

Primero se deja sin sentido a las aves vía descarga eléctrica antes de destazarlas para evitar que se resistan. A continuación se deja que se desangren de 90 a 120 segundos y después se *escaldan* sumergiéndolas en un tanque con agua hirviendo que, por lo general, está entre 51 y 55 °C hasta por 120 segundos para aflojarles las plumas. Después se remueven las plumas por medio de máquinas específicas para ello, y la carcasa eviscerada se *lava* a fondo antes de enfriarse. La temperatura interna de las aves se encuentra en el rango de 24 °C a 35 °C después de lavarse, dependiendo de las temperaturas del aire ambiental y del agua para lavado, así como de la duración del lavado.

TABLA 4-7

Tiempo de vida de productos cárnicos a diferentes temperaturas de almacenamiento

	Tiempo de vida de almacenamiento, meses		
	Temperatura		
Producto	−12 °C	−18 °C	−23 °C
Res	4-12	6-18	12-24
Cordero	3-8	6-16	12-18
Ternera	3-4	4-14	8
Puerco	2-6	4-12	8-15
Carne picada	3-4	4-6	8
Alimentos cocidos	2-3	2-4	

Tomado del *Manual de la ASHRAE: Refrigeración,* capítulo 10, tabla 7.

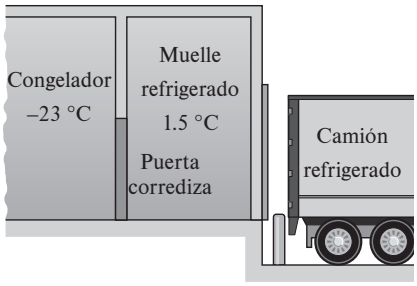


FIGURA 4-47

Muelle de camiones refrigerados para cargar artículos alimenticios congelados en un camión refrigerado.

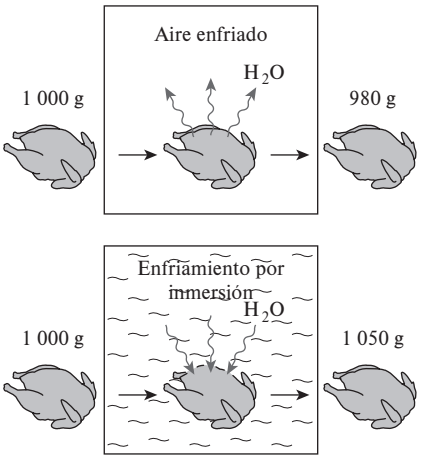


FIGURA 4-48

El aire enfriado causa deshidratación y, por ende, pérdida de peso de los productos avícolas, mientras que el enfriamiento por inmersión genera ganancia de peso como resultado de la absorción de agua.

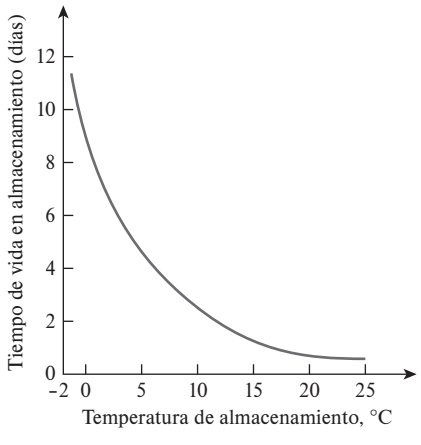


FIGURA 4-49

El tiempo de almacenamiento de productos avícolas frescos disminuye de manera exponencial al aumentar la temperatura de almacenamiento.

Para controlar el crecimiento microbiano, las normas USDA requieren que los productos avícolas se enfríen a una temperatura de 4 °C o menor en menos de 4 horas para cuerpos de 1.8 kg; en menos de 6 horas para cuerpos de 1.8 kg a 3.6 kg, y en menos de 8 horas para cuerpos de más de 3.6 kg. En la actualidad, el cumplimiento de estos requerimientos no es difícil, pues el *enfriado de aire* lento es reemplazado por el método de *enfriado por inmersión* rápida en tanques de hielo de granizo. El enfriado por inmersión tiene el beneficio adicional de que no solo evita la deshidratación, sino que causa una *absorción neta de agua* e incrementa la masa de producto vendible. El enfriado con aire helado de aves no empacadas puede provocar absorción de humedad de 1 a 2%, mientras que el enfriado por inmersión de agua provoca absorción de 4 a 15% (figura 4-48). El espray de agua de enfriamiento provoca una absorción de humedad de 4%. La mayor parte del agua absorbida se encuentra entre la carne y la piel y los tejidos conectivos de la piel. En el enfriado por inmersión, algunos sólidos solubles se pierden del cuerpo hacia el agua; sin embargo, dicha pérdida no tiene un efecto significativo en el sabor.

Muchos enfriadores de tanque de hielo granizado son reemplazados por enfriadores de hielo granizado de inmersión de flujo *continuo*. Son capaces de reducir la temperatura interna de las aves de 32 a 4 °C en alrededor de 30 minutos a una razón de hasta 10 000 aves por hora. El requerimiento del hielo depende de las temperaturas de entrada y de salida del cuerpo y del agua; sin embargo, 0.25 kg de hielo por kilogramo de cuerpo es apropiado. La *contaminación bacteriana*, como la salmonela sigue siendo una preocupación con este método, y a veces es necesario clorar el agua para controlar la contaminación.

La *suavidad* es un aspecto muy importante en los productos avícolas, igual que lo es para la carne roja, y conservar la suavidad es fundamental en el enfriamiento y congelamiento de las aves. Las aves cocinadas o congeladas antes de pasar por el *rigor mortis* se mantienen muy duras. La suavización natural comienza inmediatamente después del sacrificio, y se termina dentro de las 24 horas siguientes, cuando las aves se encuentran a 4 °C. La suavización es un proceso rápido durante las primeras tres horas, y disminuye de ahí en adelante. La inmersión en agua caliente y el corte en el músculo afectan adversamente el proceso. Se ha observado que incrementar *la temperatura o el tiempo de escaldado* aumenta la dureza, y disminuir el tiempo de escaldado incrementa la suavidad. El *golpeteo* de las máquinas para la remoción de las plumas provoca un endurecimiento considerable; se recomienda que cualquier corte se haga después de la suavización, de lo contrario el proceso se reduce de manera importante; por tanto, se recomienda que cualquier corte sea llevado a cabo después de la suavización. El *enfriado rápido* de productos avícolas también tiene un efecto endurecedor; el proceso de suavización se acelera de forma significativa mediante un proceso de *aturdimiento eléctrico* patentado.

Los productos avícolas son *altamente perecederos*, por tanto, deben mantenerse a la mínima temperatura posible para maximizar su tiempo de vida. Estudios han demostrado que la población de cierta bacteria se duplica cada 36 horas a −2 °C, 14 horas a 0 °C, 7 horas a 5 °C y menos de 1 hora a 25 °C (figura 4-49). Se ha demostrado que los conteos bacteriales totales en las aves conservadas a 2 °C por 14 días son equivalentes a aquellas que se mantuvieron a 10 °C por 5 días o a 24 °C por un día. Las aves que se mantienen a −1 °C tuvieron 8 días adicionales de vida respecto a las que se mantuvieron a 4 °C.

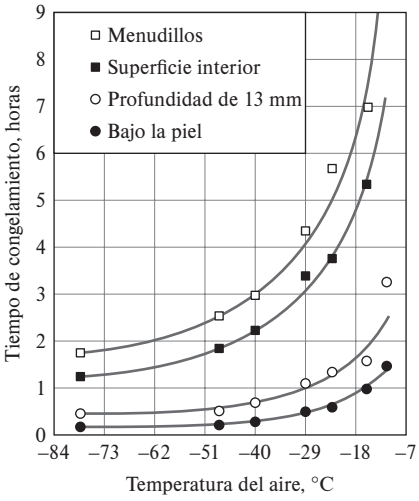
El crecimiento de microorganismos en las *superficies* de las aves produce *mal olor y limo bacteriano*. A medida que es más alta la cantidad inicial de contaminación bacteriana, más rápido se presenta el limo bacteriano. De modo que las buenas prácticas sanitarias durante el procesamiento, como la limpieza frecuente del equipo y el lavado de los cuerpos, son tan importantes como la temperatura de almacenamiento para prolongar la vida de los productos.

Los productos avícolas deben congelarse *rápidamente* para garantizar una apariencia placentera y ligera. Las aves congeladas de manera lenta tienen una apariencia oscura y desarrollan grandes cristales de hielo que dañan el tejido del animal.

Los cristales de hielo formados durante el congelamiento rápido son pequeños. Retardar el congelamiento de los productos avícolas aumenta el tamaño de los cristales de hielo. El congelamiento rápido puede llevarse a cabo mediante aire forzado a temperaturas de −23 a −40 °C y a velocidades de 1.5 a 5 m/s en *congeladores de túnel de chorro de aire.* La mayoría de los productos avícolas se congelan de esta manera. Asimismo, las aves empacadas se congelan más rápido en estantes abiertos que en cajas. Si los paquetes con aves deben congelarse en cajas, entonces es preferible dejar las cajas abiertas o perforarlas en dirección del flujo de aire durante el congelamiento. Con el fin de obtener mejores resultados, el túnel de chorro de aire debe estar cargado completamente en su sección transversal con espacios a distancias moderadas entre los productos para garantizar un flujo de aire uniforme alrededor de todas las partes laterales de los paquetes. El tiempo de congelamiento de las aves en función de la temperatura del aire refrigerado se proporciona en la figura 4-50. Las propiedades térmicas de los productos avícolas se proporcionan en la tabla 4-8.

Otros métodos de congelamiento de productos avícolas son: sobreponer como en un sándwich las *placas frías*, *inmersión* en un líquido refrigerante como glicol o salmuera de cloruro de calcio, y el *enfriamiento criogénico* con nitrógeno líquido. Los productos avícolas pueden congelarse en placas frías por varias horas; es factible obtener razones de congelamiento muy elevadas *sumergiendo* las aves empacadas en salmuera a baja temperatura. El tiempo de congelación de las aves en salmuera a −29 °C puede ser tan bajo como 20 minutos, dependiendo del tamaño del ave (figura 4-51). Asimismo, el congelamiento por inmersión genera una apariencia muy atractiva y ligera, y las elevadas razones de transferencia de calor hacen que la operación en la línea de producción sea factible. Dicho método tiene un costo inicial y un mantenimiento más bajo que el de aire forzado; sin embargo, el *goteo* sobre los paquetes a través de pequeños agujeros o grietas sigue siendo una desventaja de este método. El coeficiente de transferencia de calor por convección es de 17 $W/m^2 \cdot K$ para el aire a −29 °C y 2.5 m/s, mientras que es de 170 $W/m^2 \cdot K$ para la salmuera de cloruro de sodio a −18 °C y a una velocidad de 0.02 m/s. A veces, el nitrógeno líquido se utiliza para congelar la corteza de los productos avícolas a −73 °C. El congelamiento se termina con aire en un cuarto de almacenamiento a −23 °C.

Los productos avícolas bien empacados pueden *almacenarse* congelados hasta por un año a temperaturas de −18 °C o menores. La vida de almacenamiento disminuye considerablemente a temperaturas más elevadas (pero aun por debajo del congelamiento). Se presentan cambios significativos en cuanto al sabor y jugosidad cuando las aves se congelan por mucho tiempo, como un olor rancio y penetrante.



Nota: El tiempo de congelamiento es el tiempo que se requiere para que la temperatura disminuya de 0 a –4 °C. Los valores son 2.3 a 3.6 para pollos con una temperatura inicial de 0 a 2 °C, y con una velocidad del aire de 2.3 a 2.8 m/s.

FIGURA 4-50

Gráfica que muestra la variación del tiempo de congelamiento de los productos avícolas en función de la temperatura del aire.

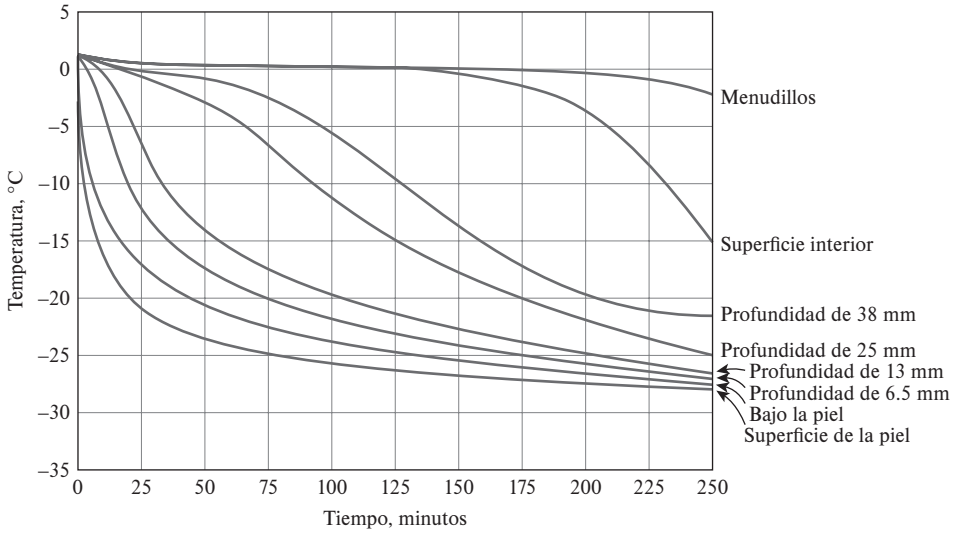


FIGURA 4-51

Variación de la temperatura de la pechuga de pavo que pesa 6.8 kg inicialmente a una temperatura de 1 °C en función de la profundidad durante el enfriamiento por inmersión a −29 °C.

Tomado de Van der Berg y Lentz, 1958.

TABLA 4-8

Propiedades térmicas de los productos avícolas

Cantidad	Valor típico
Densidad promedio:	
Músculo	1 070 kg/m^3
Piel	1 030 kg/m^3
Calor específico:	
Por encima del congelamiento	2.94 kJ/kg·K
Por debajo del congelamiento	1.55 kJ/kg·K
Punto de congelación	−2.8 °C
Calor de fusión latente	247 kJ/kg
Conductividad térmica:	(en W/m·K)
Pechuga	0.502 a 20 °C
	1.384 a −20 °C
	1.506 a −40 °C
Músculo oscuro	1.557 a −40 °C

Las aves congeladas pueden deshidratarse y experimentar **quemaduras por congelamiento**, las cuales pueden reducir el atractivo visual del producto y provocar endurecimiento en el área afectada. La deshidratación y, por ende, las quemaduras por congelamiento, pueden controlarse por medio de la *humidificación*, *disminuyendo* la temperatura de almacenamiento y empacando el producto con una película *impermeable*. Es factible prolongar el tiempo de almacenamiento del producto empacando las aves en un *ambiente libre de oxígeno*. El número de bacterias en productos congelados precocidos debe mantenerse en niveles aceptables, pues las bacterias quizá no fueron destruidas por completo durante el proceso de recalentado en casa.

Las aves pueden *descongelarse* en el aire ambiental, en agua, en el refrigerador o en el horno sin que se presente ninguna diferencia significativa en su sabor. Las aves grandes, como el pavo, deben descongelarse manteniéndolas en un refrigerador en el rango de 2 a 4 °C de temperatura durante 2 o 4 días, dependiendo de su tamaño. También pueden descongelarse sumergiéndolas en agua fría dentro de un contenedor durante 4 a 6 horas o almacenándolas dentro de una bolsa de papel. Se debe tener mucho cuidado de mantener la superficie del ave *fría* para minimizar el *crecimiento microbiológico* cuando se descongele en aire o agua.

EJEMPLO 4-11 **Enfriamiento de reses en una planta procesadora de carne**

El cuarto de enfriamiento de una planta de carne mide 18 m × 20 m × 5.5 m, y tiene una capacidad para 450 reses. La potencia consumida por los ventiladores y las lámparas del cuarto de enfriamiento son de 26 y 3 kW, respectivamente, y el cuarto gana calor a través de su envolvente a una razón de 13 kW. La masa promedio de las reses es de 285 kg. Las reses ingresan al cuarto de enfriamiento a 36 °C después de que han sido lavadas para facilitar el enfriamiento evaporativo, y se enfrían a 15 °C en 10 horas. Se espera que el agua se evapore a una razón de 0.080 kg/s. El aire ingresa a la sección del evaporador del sistema de refrigeración a 0.7 °C, y la abandona a −2 °C. El aire pasó fuertemente por las aletas del evaporador y el coeficiente de transferencia de calor total de este con base en el lado del aire es 20 W/m^2·K. Asimismo, la diferencia de temperatura promedio entre el aire y el refrigerante en el evaporador es de 5.5 °C. Determine *a*) la carga de refrigeración del cuarto de enfriado, *b*) la velocidad de flujo de volumen del aire y, *c*) el área de la transferencia de calor del evaporador en el lado del aire, suponiendo que todo el vapor y la niebla en el aire se congela en el evaporador.

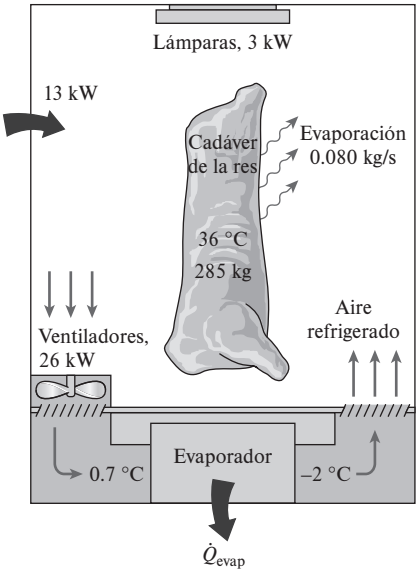


FIGURA 4-52
Esquema del ejemplo 4-11.

SOLUCIÓN El cuarto de enfriado de una planta procesadora de carne tiene una capacidad de 450 reses. Se calculará la carga de enfriamiento, la velocidad del flujo de aire y el área de transferencia de calor del evaporador.

Suposiciones **1** El agua se evapora a una razón de 0.080 kg/s. **2** Toda la humedad en el aire se congela en el evaporador.

Propiedades El calor de fusión y el de vaporización del agua a 0 °C son 333.7 kJ/kg y 2 501 kJ/kg (tabla A-9). La densidad y el calor específico del aire a 0 °C son 1.292 kg/m^3 y 1.006 kJ/kg·K (tabla A-15). El calor específico de la res se determina a partir de la relación de la tabla A-7*b* como:

$$c_p = 1.68 + 2.51 \times (\text{contenido de agua}) = 1.68 + 2.51 \times 0.58 = 3.14 \text{ kJ/kg·K}$$

Análisis *a*) En la figura 4-52 se proporciona un dibujo del cuarto de enfriado. La cantidad de masa de la res que necesita enfriarse por unidad de tiempo es:

$$\dot{m}_{\text{carne}} = (\text{Masa total de carne por enfriar})/(\text{Tiempo de enfriado})$$
$$= (450 \text{ reses})(285 \text{ kg/res})(10 \times 3\,600 \text{ s}) = 3.56 \text{ kg/s}$$

La carga de refrigeración del producto puede verse como la energía que necesita quitarse de la res a medida que se enfría de 36 a 15 °C a una razón de 3.56 kg/s y se calcula como:

$$\dot{Q}_{\text{carne}} = (\dot{m}c_p\Delta T)_{\text{carne}} = (3.56\ \text{kg/s})(3.14\ \text{kJ/kg}\cdot\text{K})(36-15)\ ^\circ\text{C} = 235\ \text{kW}$$

Entonces, la carga de refrigeración total del cuarto de enfriado es:

$$\dot{Q}_{\text{cuarto de enfriado}} = \dot{Q}_{\text{res}} + \dot{Q}_{\text{ventilador}} + \dot{Q}_{\text{lámparas}} + \dot{Q}_{\text{ganancia de calor}} = 235 + 26 + 3 + 13 = \mathbf{277\ kW}$$

La cantidad de enfriamiento de la res debido al enfriamiento evaporativo del agua es:

$$\dot{Q}_{\text{res, evaporativo}} = (\dot{m}h_{fg})_{\text{agua}} = (0.080\ \text{kg/s})\ (2501\ \text{kJ/kg}) = 200\ \text{kW}$$

la cual es 200/235 = 0.85 = 85% de la carga de enfriado del producto total. El 15% restante de calor se transfiere por convección y radiación.

b) Se transfiere calor al aire a la razón que se determinó anteriormente y la temperatura del aire se eleva de −2 a 0.7 °C como consecuencia; por tanto, la razón del flujo de masa es:

$$\dot{m}_{\text{aire}} = \frac{\dot{Q}_{\text{aire}}}{(c_p\Delta T_{\text{aire}})} = \frac{277\ \text{kW}}{(1.006\ \text{kJ/kg}\cdot\text{K})[0.7-(-2)\ ^\circ\text{C}]} = 102.0\ \text{kg/s}$$

Entonces, la razón de flujo de volumen de aire es:

$$\dot{V}_{\text{aire}} = \frac{\dot{m}_{\text{aire}}}{\rho_{\text{aire}}} = \frac{102\ \text{kg/s}}{1.292\ \text{kg/m}^3} = \mathbf{78.9\ m^3/s}$$

c) Normalmente, la carga de transferencia de calor del evaporador es la misma que la carga de refrigeración. Sin embargo, en este caso el agua que ingresa al evaporador como líquido se congela a medida que desciende la temperatura a −2 °C, y el evaporador debe quitar también el calor latente de congelamiento, el cual se determina a partir de:

$$\dot{Q}_{\text{congelamiento}} = (\dot{m}h_{\text{latente}})_{\text{agua}} = (0.080\ \text{kg/s})(333.7\ \text{kJ/kg}) = 27\ \text{kW}$$

Por tanto, la razón total de remoción de calor en el evaporador es:

$$\dot{Q}_{\text{evaporator}} = \dot{Q}_{\text{cuarto de enfriamiento}} + \dot{Q}_{\text{congelamiento}} = 277 + 27 = 304\ \text{kW}$$

Después, la superficie de transferencia de calor del evaporador en el lado del aire se determina a partir de, $\dot{Q}_{\text{evaporador}} = (UA)_{\text{aire}}\,\Delta T$,

$$A = \frac{\dot{Q}_{\text{evaporador}}}{U\Delta T} = \frac{304\ 000\ \text{W}}{(20\ \text{W/m}^2\cdot\text{K})(5.5\ ^\circ\text{C})} = \mathbf{2\ 764\ m^2}$$

Evidentemente, se debe usar una superficie con aletas para proporcionar una superficie suficientemente grande en el lado del aire.

RESUMEN

En este capítulo se estudió la variación de la temperatura respecto al tiempo y la posición en sistemas unidimensionales y multidimensionales. Primero se consideraron los *sistemas concentrados* en los que varía la temperatura con el tiempo; sin embargo, permanece uniforme a través del sistema en cualquier instante. La temperatura de un cuerpo concentrado con forma arbitraria y de masa m, volumen V, superficie A_s, densidad ρ y calor específico c_p inicialmente a una temperatura uniforme T_i que es expuesto a convección en el instante $t = 0$ en un medio a temperatura T_∞ con un coeficiente de transferencia de calor h se expresa como:

$$\frac{T(t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = e^{-bt}$$

donde:

$$b = \frac{hA_s}{\rho c_p V} = \frac{h}{\rho c_p L_c}$$

es una cantidad positiva cuya dimensión es (tiempo)$^{-1}$. Esta relación puede utilizarse para determinar la temperatura $T(t)$ de un cuerpo en el tiempo t o, alternativamente, el tiempo t requerido para que la temperatura alcance un valor específico $T(t)$. Una vez que la temperatura $T(t)$ en el tiempo t esté disponible, la *razón* de transferencia de calor por convección entre el cuerpo y su medio ambiente en ese instante puede determinarse a partir de la ley de enfriamiento de Newton como:

$$\dot{Q}(t) = hA_s[T(t) - T_\infty]$$

La *cantidad total* de transferencia de calor entre el cuerpo y el medio circundante en el intervalo de tiempo $t = 0$ a t es simplemente el cambio en el contenido de energía del cuerpo:

$$Q = mc_p[T(t) - T_i]$$

La transferencia de calor *máxima* entre el cuerpo y sus alrededores es:

$$Q_{\text{máx}} = mc_p(T_\infty - T_i)$$

El error involucrado en el análisis de sistemas concentrados es despreciable cuando:

$$\text{Bi} = \frac{hL_c}{k} < 0.1$$

donde Bi es el *número de Biot* y $L_c = V/A_s$ es la *longitud característica.*

Cuando el análisis de sistemas concentrados no es aplicable, la variación de temperatura respecto a la posición y al tiempo puede determinarse utilizando las *soluciones de aproximación de un término* para una pared plana de gran tamaño, un cilindro largo y una esfera, respectivamente. Estas soluciones son aplicables en la transferencia de calor unidimensional en dichas geometrías; de modo que su uso se limita a situaciones en las que el cuerpo está primero a una temperatura uniforme, todas las superficies están sujetas a las mismas condiciones térmicas y el cuerpo no genera calor. Estas soluciones también pueden utilizarse para determinar la transferencia de calor total del cuerpo hasta un tiempo específico t.

Utilizando la *aproximación de un término*, las soluciones de los problemas de conducción de calor transitorio unidimensional se expresan analíticamente como:

Pared plana: $$\theta_{\text{pared}} = \frac{T(x, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = A_1 e^{-\lambda_1^2 \tau} \cos(\lambda_1 x/L)$$

Cilindro: $$\theta_{\text{cil}} = \frac{T(r, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = A_1 e^{-\lambda_1^2 \tau} J_0(\lambda_1 r/r_o)$$

Esfera: $$\theta_{\text{esf}} = \frac{T(r, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = A_1 e^{-\lambda_1^2 \tau} \frac{\text{sen}(\lambda_1 r/r_o)}{\lambda_1 r/r_o}$$

donde las constantes A_1 y λ_1 son solo funciones del número Bi, y sus valores se enlistan en la tabla 4-2, comparados con el número Bi de las tres geometrías. El error involucrado en las soluciones de un término es menor a 2% cuando $\tau > 0.2$.

Utilizando las soluciones de un término, las transferencias de calor fraccional en las diferentes geometrías se expresan como:

Pared plana: $$\left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_{\text{pared}} = 1 - \theta_{0,\,\text{pared}} \frac{\text{sen}\,\lambda_1}{\lambda_1}$$

Cilindro: $$\left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_{\text{cil}} = 1 - 2\theta_{0,\,\text{cil}} \frac{J_1(\lambda_1)}{\lambda_1}$$

Esfera: $$\left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_{\text{esf}} = 1 - 3\theta_{0,\,\text{esf}} \frac{\text{sen}\,\lambda_1 - \lambda_1 \cos\lambda_1}{\lambda_1^3}$$

Las soluciones de la conducción transitoria de calor en un sólido semiinfinito con propiedades constantes en varias condiciones de frontera en la superficie están dadas por lo siguiente:

Temperatura de superficie específica, T_s = constante:

$$\frac{T(x, t) - T_i}{T_s - T_i} = \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) \quad \text{y} \quad \dot{q}_s(t) = \frac{k(T_s - T_i)}{\sqrt{\pi \alpha t}}$$

Flujo de calor superficial específico, $\dot{q}_s$ = constante:

$$T(x, t) - T_i = \frac{\dot{q}_s}{k}\left[\sqrt{\frac{4\alpha t}{\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{4\alpha t}\right) - x\,\text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right)\right]$$

Convección en la superficie: $\dot{q}_s(t) = h[T_\infty - T(0, t)]$:

$$\frac{T(x, t) - T_i}{T_\infty - T_i} = \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) - \exp\left(\frac{hx}{k} + \frac{h^2 \alpha t}{k^2}\right) \times \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}} + \frac{h\sqrt{\alpha t}}{k}\right)$$

Pulso de energía en la superficie e_s = constante:

$$T(x, t) - T_i = \frac{e_s}{k\sqrt{\pi t/\alpha}} \exp\left(-\frac{x^2}{4\alpha t}\right)$$

donde erfc (η) es la *función de error complementaria* de argumento η.

Utilizando un principio de superposición llamado *solución producto,* estas soluciones aproximadas de un término también pueden utilizarse para construir soluciones para los problemas de conducción de calor transitorio *bidimensionales* encontrados en geometrías como un cilindro corto, una barra rectangular larga o un cilindro o placa semiinfinito, e incluso, problemas *tridimensionales* asociados con superficies como un prisma rectangular o una barra rectangular semiinfinita, siempre y cuando todas las superficies del sólido estén sujetas a convección con el mismo fluido a una temperatura T_∞, con el mismo coeficiente de transferencia de calor por convección h y el cuerpo no genere calor. La solución en dichas geometrías multidimensionales puede expresarse como el producto de las soluciones para las superficies unidimensionales cuya intersección es la geometría multidimensional.

La transferencia de calor total hacia o desde una geometría multidimensional también puede determinarse con los valores unidimensionales. La transferencia de calor transitoria para una geometría bidimensional formada por la intersección de dos geometrías unidimensionales 1 y 2 es:

$$\left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_{\text{total, 2D}} = \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_1 + \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_2 \left[1 - \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_1\right]$$

La transferencia de calor transitoria para un cuerpo tridimensional formado por la intersección de tres cuerpos unidimensionales 1, 2 y 3, está dada por:

$$\left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_{\text{total, 3D}} = \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_1 + \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_2 = \left[1 - \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_1\right] + \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_3 \left[1 - \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_1\right]\left[1 - \left(\frac{Q}{Q_{\text{máx}}}\right)_2\right]$$

BIBLIOGRAFÍA Y LECTURAS RECOMENDADAS

1. ASHRAE. *Handbook: Refrigeration.* SI version. Atlanta, GA: American Society of Heating, Refrigerating, and Air-Conditioning Engineers, Inc., 1994.
2. H. S. Carslaw y J. C. Jaeger. *Conduction of Heat in Solids*, 2a. ed. Londres: Oxford University Press, 1959.
3. H. Gröber, S. Erk y U. Grigull. *Fundamentals of Heat Transfer*. Nueva York: McGraw-Hill, 1961.
4. M. P. Heisler. "Temperature Charts for Induction and Constant Temperature Heating". *ASME Transactions* 69 (1947), pp. 227-236.
5. H. Hillman. *Kitchen Science*. Mount Vernon, NY: Consumers Union, 1981.
6. S. Kakaç y Y. Yener, *Heat Conduction*. Nueva York: Hemisphere Publishing Co., 1985.
7. L. S. Langston. "Heat Transfer from Multidimensional Objects Using One-Dimensional Solutions for Heat Loss". *International Journal of Heat and Mass Transfer* 25 (1982), pp. 149-150.
8. P. J. Schneider. *Conduction Heat Transfer*. Reading, MA: Addison-Wesley, 1955.
9. L. van der Berg y C. P. Lentz. "Factors Affecting Freezing Rate and Appearance of Eviscerated Poultry Frozen in Air". *Food Technology* 12 (1958).

PROBLEMAS*

Análisis de sistemas concentrados

4-1C ¿Cuál es el significado físico del número de Biot? ¿Es más probable que el número de Biot sea mayor en sólidos altamente conductores o en malos conductores?

4-2C ¿Qué es el análisis de sistemas concentrados?, ¿cuándo es aplicable?

4-3C ¿En qué medio es más probable que el análisis de sistemas concentrados sea aplicable?, ¿en agua o en aire?, ¿por qué?

4-4C ¿En qué sólido es más probable que se aplique el análisis de sistemas concentrados: una manzana real o una manzana de oro del mismo tamaño?, ¿por qué?

4-5C ¿Para qué tipo de cuerpos hechos del mismo material es más probable que se aplique el análisis de sistemas concentrados: los esbeltos o redondeados con el mismo volumen?, ¿por qué?

4-6C Se tiene transferencia de calor entre dos cuerpos sólidos calientes idénticos y el aire en sus alrededores. El primer sólido se enfría con un ventilador y el segundo de forma natural. ¿En qué sólido es más probable aplicar el análisis de sistemas concentrados?, ¿por qué?

4-7C Hay transferencia de calor entre dos cuerpos sólidos calientes idénticos y sus alrededores. El primero se coloca en un contenedor largo lleno de agua, mientras que el segundo se enfría naturalmente en el aire. ¿En qué sólido es más probable que sea aplicable el análisis de sistemas concentrados?, ¿por qué?

* Los problemas señalados con una "C" son preguntas conceptuales en las que se alienta a los estudiantes a responderlas todas. Los problemas designados con una "I" están en unidades del sistema inglés, y los usuarios del SI pueden ignorarlos. Los problemas con el icono son de naturaleza integral y están destinados a resolverse con el software adecuado. Los problemas con el icono PtD son problemas de prevención a través del diseño (*Prevention through Design*). Los problemas con el icono C&S son de códigos y estándares (*Codes and Standards*).

4-8C Se coloca una papa horneada caliente en un plato; se observa que su temperatura experimenta un descenso de 4 °C durante el primer minuto. ¿Será el descenso de temperatura durante el segundo minuto menor, igual o mayor a 4 °C?, ¿por qué?

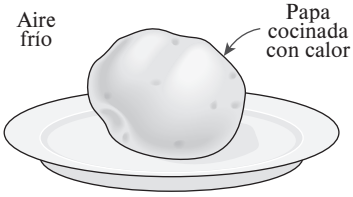


FIGURA P4-8C

4-9C Se hornea una papa en un horno que se mantiene a una temperatura constante. La temperatura de la papa se incrementa 5 °C durante el primer minuto. ¿Será el ascenso de temperatura durante el segundo minuto menor, igual o mayor a 5 °C?, ¿por qué?

4-10C Se tienen dos piezas de carne de 4 kg idénticas. La primera pieza se hornea completa, la segunda se hornea en el mismo horno después de que se ha partido en dos piezas iguales. ¿Habrá alguna diferencia entre los tiempos de horneado de la pieza completa y el de las dos mitades?, ¿por qué?

4-11C Se tiene una esfera y un cilindro con el mismo volumen hechos de cobre. Inicialmente, ambos están a la misma temperatura y son expuestos a convección en el mismo ambiente. ¿Cuál se enfriará más rápido, el cilindro o la esfera?, ¿por qué?

4-12 Obtenga las relaciones para las longitudes características de una pared plana de gran tamaño con espesor de $2L$, un cilindro muy largo de radio r_o y una esfera de radio r_o.

4-13 Obtenga una relación para el tiempo requerido por un sistema concentrado para alcanzar la temperatura promedio $\frac{1}{2}(T_i + T_\infty)$,, donde T_i es la temperatura inicial y T_∞ es la temperatura del ambiente.

4-14 Un ladrillo de 203 mm × 102 mm × 57 mm es quemado en un horno a 1 100 °C, y después se deja enfriar en un cuarto que está a una temperatura del aire ambiental de 30 °C y coeficiente de transferencia de calor por convección de 5 W/ $m^2 \cdot K$. Si el ladrillo tiene propiedades de $\rho = 1\,920$ kg/m^3, $c_p = 790$ J/kg·K, y $k = 0.90$ W/m·K, determine el tiempo requerido para enfriar el ladrillo a una diferencia de temperatura de 5 °C respecto a la temperatura del aire ambiental.

4-15 C&S En un dispositivo para procesos criogénicos, una sección de una placa de acero ASTM A203 B es expuesta ocasionalmente a un fluido muy frío. La placa tiene un grosor de 1 cm con una conductividad térmica de 52 W/m·K, un calor específico de 470 J/kg·K y una densidad de 7.9 g/cm^3. La placa está ubicada de tal forma que ambas superficies quedan expuestas a fluido criogénico a −50 °C con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 50 W/$m^2 \cdot K$. La temperatura mínima apropiada para la placa de acero ASTM A203 B es −30 °C (Código ASME para la tubería de procesos B31.3-2014, tabla A-1M). Si la placa tiene una temperatura inicial de 20 °C, determine cuánto tiempo le tomará alcanzar la temperatura mínima apropiada estipulada en el Código para Tubería de Procesos de la ASME.

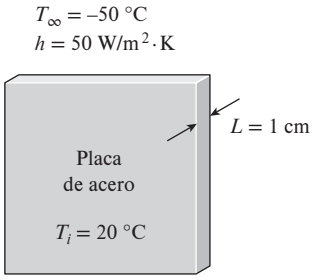


FIGURA P4-15

4-16 Se tienen una plancha de 800 W cuya placa en la base está fabricada con una aleación de aluminio 2024-T6 ($\rho = 2\,770$ kg/m^3, $c_p = 875$ J/kg·K, $\alpha = 7.3 \times 10^{-5}$ m^2/s) con un grosor de 0.5 cm. La base de la placa tiene una superficie de 0.03 m^2. Inicialmente, la plancha está en equilibrio térmico en un aire ambiental a 22 °C. Considerando 12 W/$m^2 \cdot K$ como el valor del coeficiente de transferencia de calor en la superficie de la base de la placa, y suponiendo que 85% del calor generado en los alambres se transfiere a la placa, determine cuánto tiempo tomará para que la superficie de la placa alcance 140 °C. ¿Es realista suponer que la temperatura de la placa será uniforme en todo momento?

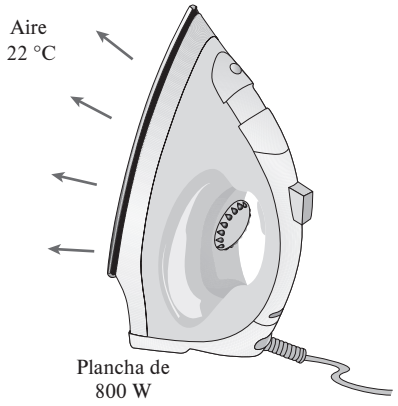


FIGURA P4-16

4-17 Reconsidere el problema 4-16. Con el software apropiado, investigue los efectos del coeficiente de transferencia de calor y la temperatura final de la placa en el tiempo que le tomará alcanzar esta temperatura. Dejemos que el coeficiente de transferencia de calor varíe de 5 W/$m^2 \cdot K$ a 25 W/$m^2 \cdot K$ y la temperatura de 30 a 200 °C. Grafique el tiempo en función del coeficiente de transferencia de calor y la temperatura y analice los resultados.

4-18 Placas metálicas ($k = 180$W/m·K, $\rho = 2\,800$ kg/m^3, y $c_p = 880$ J/kg·K) con un espesor de 1 cm se calientan en un horno por 2 minutos. El aire dentro del horno se mantiene a 800 °C, con un coeficiente de transferencia de calor de 200 W/$m^2 \cdot K$. Si la temperatura inicial de las placas es de 20 °C, determine su temperatura cuando se saquen del horno.

4-19 Una tira de acero inoxidable de 5 mm de espesor ($k = 21$ W/m·K, $\rho = 8\,000$ kg/m^3, y $c_p = 570$ J/kg·K) es tratada con

calor a medida que se desplaza dentro de un horno a una velocidad de 1 cm/s. La temperatura del aire en el horno se mantiene a 900 °C con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 80 $W/m^2 \cdot K$. Si la longitud del horno es 3 m y la tira de acero inoxidable ingresa al horno a 20 °C, determine la temperatura de la tira conforme sale del horno.

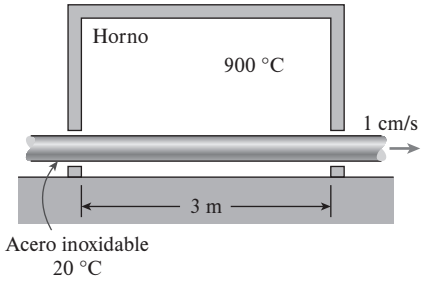


FIGURA P4-19

4-20 C&S Dos placas están unidas por medio de barras cuadradas de acero inoxidable (ASTM A479 904L) con un espesor de 12 mm. Cada barra tiene una conductividad térmica de 12 $W/m \cdot K$, un calor específico de 500 $J/kg \cdot K$ y una densidad de 7.9 g/cm^3. Las barras se localizan entre las dos placas y, en ocasiones, se sumergen en líquido caliente a 300 °C con una transferencia de calor por convección de 96 $W/m^2 \cdot K$. La longitud de cada barra expuesta al líquido caliente es de 25 mm y su temperatura inicial es de 20 °C. La temperatura máxima que se permite para las barras ASTM A479 904L es de 260 °C (Código ASME para la tubería de procesos, ASME B31.3-2014, tabla A-1M). Si las barras se sumergen en líquido caliente durante 5 minutos, ¿cumplirán con el código ASME?, ¿cuánto tiempo le tomará a las barras alcanzar la máxima temperatura de uso?

4-21 Un lote de placas de acero inoxidable con espesor de 2 cm (k = 21 $W/m \cdot K$, ρ = 8 000 kg/m^3, y c_p = 570 $J/kg \cdot K$) se coloca en un horno para ser tratado con calor. Las placas ingresan al horno a 18° C, y viajan una distancia de 3 m dentro del horno. La temperatura del aire en el horno se mantiene a 950 °C, con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 150 $W/m^2 \cdot K$. Con el software apropiado, determine de qué manera la velocidad de las placas afecta su temperatura al final del tratamiento de calor. La velocidad de las placas varía en el rango de entre 5 y 60 mm/s, grafique la temperatura de las placas a la salida del horno en función de la velocidad.

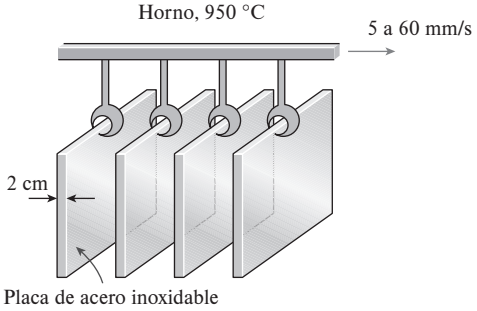


FIGURA P4-21

4-22 PtD Una tira de acero inoxidable con un grosor de 6 mm (k = 21 $W/m \cdot K$, ρ = 8 000 kg/m^3, y c_p = 570 $J/kg \cdot K$) que sale de un horno a una temperatura de 500 °C se deja enfriar dentro de una distancia de zona de amortiguamiento de 5 m. Para evitar quemaduras térmicas a los trabajadores que manejan la tira al final de la zona de amortiguamiento, la temperatura de la superficie de la tira debe enfriarse a 45 °C. Si la temperatura del aire en la zona de amortiguamiento es de 15 °C y el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 120 $W/m^2 \cdot K$, determine la velocidad máxima de la tira de acero inoxidable.

4-23 PtD Después de un tratamiento de calor, las placas metálicas de 2 cm de espesor (k = 180 $W/m \cdot K$, ρ = 2 800 kg/m^3, y c_p = 880 $J/kg \cdot K$) se pasan a través de una cámara de enfriamiento con una longitud de 10 m. Ingresan a una temperatura inicial de 500 °C. La cámara de enfriamiento mantiene una temperatura de 10 °C y el coeficiente de transferencia de calor por convección está dado en función de la velocidad del aire que sopla sobre las placas, $h = 33\ V^{0.8}$, donde h está en $W/m^2 \cdot K$ y V en m/s. Para evitar algún accidente de quemadura térmica es necesario que las placas salgan de la cámara de enfriamiento a una temperatura por debajo de 50 °C. En el diseño del proceso de enfriamiento que cumpla satisfactoriamente este criterio, utilice el software apropiado para investigar el efecto de la velocidad del aire en la temperatura de las placas a la salida de la cámara de enfriamiento. Considere que la velocidad del aire varía de 0 a 40 m/s y grafique las temperaturas de las placas que abandonan la cámara de enfriamiento en función de la velocidad del aire a una velocidad de movimiento de placas de 2, 5 y 8 cm/s.

4-24 Una varilla de cobre de gran longitud y diámetro de 2.0 cm se encuentra inicialmente a una temperatura uniforme de 100 °C. Dicha varilla se expone a una corriente de aire que está a 20 °C con un coeficiente de transferencia de calor de 200 $W/m^2 \cdot K$. ¿Cuánto tiempo le tomará a la varilla de cobre enfriarse a una temperatura promedio de 25 °C?

4-25 Los amortiguadores de los sistemas de suspensión automotrices están fabricados con varillas de acero calentadas y enrollados en bobinas mientras están en estado dúctil. Se tienen varillas de acero (ρ = 7 832 kg/m^3, c_p = 434 $J/kg \cdot K$, y k = 63.9 $W/m \cdot K$) con diámetro de 2.5 cm y longitud de 1.27 m. Las varillas se calientan en un horno con un coeficiente de transferencia de calor por convección uniforme de 20 $W/m^2 \cdot K$. Las varillas fueron calentadas de una temperatura inicial de 20 °C a la temperatura deseada de 450 °C antes de ser enrolladas en las bobinas. Determine la temperatura ambiente en el horno si las varillas de acero fueran a ser calentadas a la temperatura deseada dentro de un lapso de 10 minutos.

4-26 Se calientan en un horno varillas de acero (ρ = 7 832 kg/m^3, c_p = 434 $J/kg \cdot K$, y k = 63.9 $W/m \cdot K$) a una temperatura de 850 °C y después se enfrían en un baño de agua a 50 °C por un periodo de 40 segundos como parte de un proceso de endurecimiento. El coeficiente de transferencia de calor por convección es de 650 $W/m^2 \cdot K$. Si las varillas de acero tienen un diámetro de 40 mm y una longitud de 2 m, determine su temperatura promedio cuando se sacan del agua.

4-27 C&S Dos placas se mantienen unidas por medio de tornillos fabricados de cobre-silicio ASTM B98 (UNS

C65500). Los tornillos tienen un diámetro de 3 mm; conductividad térmica de 36 W/m·K, calor específico de 377 J/kg·K y una densidad de 8.55 g/cm^3, y están ubicados entre las dos placas, a veces están expuestos a vapor caliente a una temperatura de 200 °C con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 50 W/m^2·K. La longitud de cada tornillo expuesto al vapor es de 25 mm. De acuerdo con el Código ASME para la tubería de procesos (ASME B31.3-2014, tabla A-2M), la máxima temperatura que se permite en los tornillos ASTM B98 es de 149 °C. Si la temperatura inicial de los tornillos es de 20 °C, ¿cuánto tiempo pueden estar los tornillos en vapor caliente antes de que se alcance la temperatura máxima de uso?

4-28 C&S Dos componentes de equipo criogénico están unidos mediante tornillos de acero inoxidable (ASTM A437 B4B) cuyo diámetro es de 25 mm. Dichos tornillos tienen una conductividad térmica de 23.9 W/m·K, calor específico de 460 J/kg·K y una densidad de 7.8 g/cm^3. Cuando el fluido criogénico fluye entre los dos componentes, los tornillos se sumergen en el fluido frío. La longitud de cada tornillo sumergido en el fluido criogénico es de 5 cm y la temperatura inicial de los tornillos es de 10 °C. El fluido criogénico tiene una temperatura de −40 °C con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 40 W/m^2·K. El Código ASME para la tubería de procesos limita la temperatura mínima apropiada para tornillos ASTM A437 B4B a −30 °C (ASME B31.3-2014, tabla A-2M). Si los tornillos se exponen a fluido frío por un lapso de 12 minutos, ¿aún estarían cumpliendo con el código ASME?, ¿cuánto tiempo le tomaría a los tornillos alcanzar una temperatura mínima apropiada?

4-29 Para calentar la leche de su bebé, una madre la sirve en un contenedor cilíndrico con pared delgada cuyo diámetro es 6 cm. El nivel de la leche en el contenedor es de 7 cm. La mamá coloca el contenedor en una sartén grande llena de agua caliente a una temperatura de 70 °C. La leche es agitada constantemente de tal forma que su temperatura es uniforme en todo momento. Si el coeficiente de transferencia de calor entre el agua y el contenedor es de 120 W/m^2·K, determine cuánto tiempo le tomará a la leche calentarse de 3 a 38 °C. Suponga que toda la superficie del contenedor cilíndrico (incluyendo la parte superior e inferior) está en contacto térmico con el agua caliente. Considere que las propiedades de la leche son las mismas que las del agua. En este caso, ¿puede la leche tratarse como un sistema concentrado? *Respuesta:* 4.50 minutos

4-30 Se encuentra a una persona muerta a las 5 p.m. en una habitación cuya temperatura es de 20 °C. Se mide la temperatura del cuerpo obteniéndose un valor de 25 °C cuando se le encuentra y se estima que el coeficiente de transferencia de calor es de 8 W/m^2·K. Modele el cuerpo como si fuera un cilindro de 30 cm de diámetro y 1.70 m de largo y, utilizando el análisis de sistemas concentrados como una aproximación *grosso modo*, estime la hora en la que murió.

4-31 Se va a medir la temperatura de un flujo de gas mediante un termopar cuya unión puede aproximarse a la de una esfera de 1.2 mm de diámetro. Las propiedades de la unión son $k = 35$ W/m·K, $\rho = 8\ 500$ kg/m^3, y $c_p = 320$ J/kg·K, y el coeficiente de transferencia de calor entre la unión y el gas es $h = 110$ W/m^2·K. Determine cuánto tiempo le tomará al termopar leer 99% de la diferencia de temperatura inicial. *Respuesta:* 22.8 seg

4-32 En un experimento se medirá la temperatura de una corriente de gas caliente por medio de un termopar de unión esférica. Debido a la naturaleza de dicho experimento, el tiempo de respuesta que le toma al termopar para registrar 99% de la diferencia de temperatura inicial no debe ser mayor a 5 segundos. Las propiedades de la unión del termopar son $k = 35$ W/m·K, $\rho = 8\ 500$ kg/m^3, y $c_p = 320$ J/kg·K. Si el coeficiente de transferencia de calor entre la unión del termopar y el gas es de 250 W/m^2·K, determine el diámetro de la unión.

4-33 Un termopar con un diámetro de unión esférico de 0.5 mm se utiliza para medir la temperatura del flujo de aire caliente en un ducto circular. El coeficiente de transferencia de calor por convección del flujo de aire puede relacionarse con el diámetro (D) de la unión esférica y la velocidad promedio del flujo de aire (V) por medio de $h = 2.2(V/D)^{0.5}$, donde D, h y V están en metros, W/m^2·K y m/s, respectivamente. Las propiedades de la unión del termopar son $k = 35$ W/m·K, $\rho = 8\ 500$ kg/m^3 y $c_p = 320$ J/kg·K. Determine la velocidad mínima del flujo de aire que puede usar el termopar si su tiempo máximo de respuesta para registrar 99% de la diferencia de temperatura inicial es de 5 segundos.

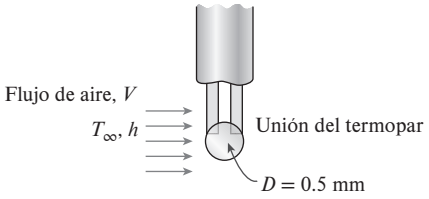


FIGURA P4-33

4-34 Partículas de carbón pulverizado se utilizan en plantas de generación de energía eléctrica por medio de combustión de combustible oxigenado. Considere una situación donde las partículas de carbón están suspendidas en aire caliente que circula a través de un tubo calentado, donde el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 100 W/m^2·K. Si la superficie y el volumen promedio de las partículas de carbón son 3.1 mm^2 y 0.5 mm^3, respectivamente, determine cuánto tiempo tomará calentar las partículas de carbón a dos terceras partes de la diferencia de temperatura inicial.

4-35 Las plantas de generación de energía eléctrica por combustión de combustible oxigenado utilizan partículas de carbón pulverizado como combustible para quemarlas en un ambiente con oxígeno puro con el fin de generar electricidad. Antes de entrar al horno, las partículas esféricas de carbón pulverizado cuyo diámetro promedio es de 300 μm son transportadas a 2 m/s a través de un tubo calentado de 3 m de longitud mientras están suspendidas en aire caliente. La temperatura del aire en el tubo es de 900 °C y el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio es de 250 W/m^2·K. Determine la temperatura de las partículas de carbón a la salida del tubo calentado si la temperatura inicial de las partículas es de 20 °C.

4-36 La pulverización de plasma es un proceso que se utiliza para recubrir la superficie de un material con una capa protectora con el fin de evitar que el material se degrade. En un proceso de pulverización de plasma, la capa protectora en forma

de polvo se inyecta como un chorro de plasma. Posteriormente el polvo es calentado para formar gotitas fundidas que son propulsadas sobre la superficie del material. Una vez depositadas sobre la superficie del material, las gotitas fundidas solidifican y forman una capa de recubrimiento protector. Se tiene un proceso de pulverización de plasma que utiliza polvo de alúmina ($k = 30$ W/m·K, $\rho = 3\ 970$ kg/m^3, y $c_p = 800$ J/kg·K) que se inyecta en el chorro de plasma a $T_\infty = 15\ 000$ °C y $H = 10\ 000$ W/m^2·K. El polvo de alúmina está hecho de partículas esféricas con un diámetro promedio de 60 mm y un punto de fusión a 2 300 °C. Determine el tiempo que le tomará a las partículas, con una temperatura inicial de 20 °C, alcanzar su punto de fusión a partir del momento en que son inyectadas en el chorro de plasma.

4-37 Hay un satélite esférico con un diámetro exterior de 4 m, el espesor de la carcasa es de 10 mm y está reingresando a la atmósfera. El satélite está fabricado de acero inoxidable con propiedades $\rho = 8\ 238$ kg/m^3, $c_p = 468$ J/kg·K, y $k = 13.4$ W/m·K. Durante el reingreso, la temperatura efectiva de la atmósfera que rodea al satélite es de 1 250 °C, con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 130 W/m^2·K. Si la temperatura inicial de la carcasa es de 10 °C, determine la temperatura de la carcasa después de 5 minutos del reingreso. Suponga que la transferencia de calor se presenta solo en la carcasa del satélite.

4-38 Esferas de acero al carbón ($\rho = 7\ 833$ kg/m^3, $k = 54$W/m·K, $c_p = 0.465$ kJ/kg·°C, y $\alpha = 1.474 \times 10^{-6}$ m^2/s) 8 mm de diámetro son templadas calentándolas primero a 900 °C en un horno y después se dejan enfriar lentamente a 100 °C con el aire del ambiente que está a 35 °C. Si el coeficiente de transferencia de calor promedio es de 75 W/m^2·K, determine cuánto tiempo tomará el proceso de templado. Si se van a templar 2 500 esferas por hora, determine la razón de transferencia de calor total de las esferas hacia el aire ambiental.

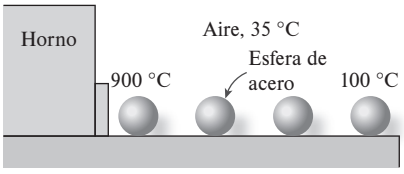


FIGURA P4-38

4-39 Reconsidere el problema 4-38. Utilizando el software apropiado, investigue el efecto que tiene la temperatura inicial de las esferas en el tiempo de templado y la razón total de la transferencia de calor. Dejemos que la temperatura tenga un rango de variación entre 500 y 1 000 °C. Grafique el tiempo y la razón de transferencia de calor total en función de la temperatura inicial y analice los resultados.

4-40I En una planta de manufactura, esferas de latón ($k = 64.1$ Btu/h·pie·°F, $\rho = 532$ lbm/pie^3, y $c_p = 0.092$ Btu/lbm·°F) de 2 pulgadas de diámetro inicialmente a 250 °F se enfrían en un baño de agua a 120 °F durante 2 minutos a una razón de 120 esferas por minuto. Si el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 42 Btu/h·pie^2·°F, determine *a*) la temperatura de las esferas después del enfriado y, *b*) la razón a la que necesita removerse el calor del agua para mantener su temperatura a un valor constante de 120 °F.

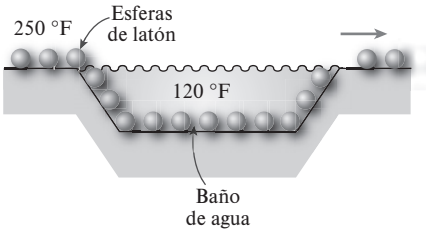


FIGURA P4-40I

4-41 Se tiene una esfera de 5 cm de diámetro, un cubo de 5 cm de arista y un prisma rectangular de 4 cm × 5 cm × 6 cm, todos a una temperatura inicial de 0 °C y fabricados con plata ($k = 429$ W/m·K, $\rho = 10\ 500$ kg/m^3 $c_p = 0.235$ kJ/kg·K). Las tres geometrías están expuestas al aire ambiental que se encuentra a una temperatura de 33 °C en todas sus superficies con un coeficiente de transferencia de calor de 12 W/m^2·K. Determine cuánto tiempo le tomará a la temperatura de cada una de las geometrías incrementarse a un valor de 25 °C.

4-42 Un dispositivo electrónico que disipa 18 W tiene una masa de 20 g, un calor específico de 850 J/kg·K y una superficie de 4 cm^2. El dispositivo se utiliza muy poco y está encendido por 5 minutos y después se apaga varias horas, durante las cuales se enfría a la temperatura ambiente de 25 °C. Suponiendo que el coeficiente de transferencia de calor sea de 12 W/m^2·K, determine la temperatura del dispositivo al final de su periodo de operación de 5 minutos. ¿Cuál sería su respuesta si el dispositivo estuviera conectado a un disipador de calor fabricado de aluminio que tuviera una masa de 200 g y una superficie de 80 cm^2? Suponga que el dispositivo y el disipador de calor son casi isotérmicos.

Conducción de calor transitoria en paredes planas grandes, cilindros largos y esferas con efectos espaciales

4-43C Un huevo se cocerá a un cierto nivel de cocción dejándolo caer en agua hirviendo. ¿Puede reducirse el tiempo de cocción incrementando el calor haciendo que el agua hierva más rápido?

4-44C ¿Qué es un cilindro de longitud infinita?, ¿cuándo es conveniente tratar a un cilindro real como si fuera infinitamente largo y cuándo no? Por ejemplo, ¿es conveniente utilizar este modelo cuando se calculan las temperaturas cercanas a las superficies inferior y superior de un cilindro? Explique.

4-45C ¿Cuál es el significado físico del número de Fourier? ¿Se duplicará el número de Fourier en un problema de transferencia de calor específico cuando el tiempo se duplique?

4-46C ¿Pueden las soluciones aproximadas de un término para una pared plana expuesta a convección en ambos lados utilizarse para una pared plana con un lado expuesto a convección mientras que el otro lado esté aislado?

4-47C ¿Cómo se pueden usar las soluciones aproximadas a un término cuando se especifica la temperatura superficial de la geometría en lugar de la temperatura del medio circundante y el coeficiente de transferencia de calor por convección?

4-48C El número de Biot durante un proceso de transferencia de calor entre una esfera y sus alrededores es de 0.02. ¿Utilizaría el análisis de sistemas concentrados o las soluciones aproximadas de un término en la determinación de la temperatura en el punto medio de la esfera?, ¿por qué?

4-49C Un cuerpo que está a una temperatura inicial T_i es colocado en un medio a una temperatura constante T_∞. ¿Cómo podría determinar la cantidad de transferencia de calor máxima posible entre el cuerpo y el medio circundante?

4-50 A una placa caliente de latón se le enfría su superficie superior mediante la inyección de un chorro de aire a una temperatura de 15 °C y un coeficiente de transferencia de calor por convección de 220 $W/m^2 \cdot K$. La placa de latón tiene un grosor de 10 cm ($\rho = 8\ 530\ kg/m^3$, $c_p = 380\ J/kg \cdot K$, $k = 110\ W/m \cdot K$, y $\alpha = 33.9 \times 10^{-6}\ m^2/s$) y una temperatura inicial uniforme de 650 °C y la superficie inferior de la placa está aislada. Determine la temperatura en el plano central de la placa de latón después de que hayan transcurrido 3 minutos de enfriamiento. Resuelva este problema utilizando el método analítico de aproximación de un término.

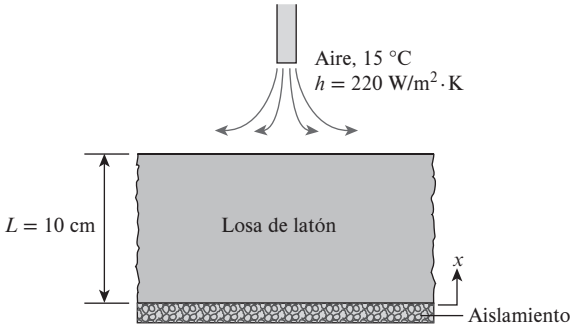


FIGURA P4-50

4-51 En una planta procesadora de carne, carnes con un espesor de 2 cm ($k = 0.45\ W/m \cdot K$ y $\alpha = 0.91 \times 10^{-7}\ m^2/s$) que están inicialmente a 25 °C se van a enfriar pasándolas por un cuarto de refrigeración que está a −11 °C. El coeficiente de transferencia de calor en ambos lados de las carnes es de 9 $W/m^2 \cdot K$. Si ambas superficies de las carnes se van a enfriar a 2 °C, determine cuánto tiempo deberán mantenerse dentro del cuarto de refrigeración. Resuelva este problema mediante el método analítico de aproximación de un término.

4-52 C&S Una placa de gran tamaño de acero inoxidable (ASTM A240 410S) que tiene un espesor de 5 cm forma parte del equipo para un proceso de flujo de fluidos a alta temperatura. La placa tiene una conductividad térmica de 26.9 $W/m \cdot K$, un calor específico de 460 $J/kg \cdot K$ y una densidad de 7.73 g/cm^3. Ambas superficies de la placa en ocasiones están expuestas a fluido caliente a 700 °C con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 323 $W/m^2 \cdot K$. La temperatura máxima de uso para la placa de acero inoxidable ASTM A240 410S es de 649 °C (Código ASME para la tubería de procesos, ASME B31.3-2014, tabla A-1M). Si la placa tiene una temperatura inicial de 20 °C, ¿cuánto tiempo puede estar expuesta la placa al fluido caliente antes de alcanzar su temperatura de uso máxima?

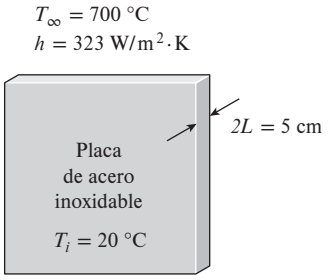


FIGURA P4-52

4-53 Una placa de aluminio de 10 cm de espesor ($\alpha = 97.1 \times 10^{-6}\ m^2/s$) es calentada en un líquido a una temperatura de 500 °C. Dicha placa tiene una temperatura inicial uniforme de 25 °C. Si la temperatura de la superficie de la placa de aluminio es aproximadamente la del líquido, determine la temperatura en el plano central de la placa de aluminio después de que han transcurrido 15 segundos de calentamiento. Resuelva este problema con el método analítico de aproximación de un término.

4-54 En una planta de producción, placas grandes de latón de 3 cm de grosor ($k = 110\ W/m \cdot K$, $\rho = 8\ 530\ kg/m^3$, $c_p = 380\ J/kg \cdot K$, y $\alpha = 33.9 \times 10^{-6}\ m^2/s$) están primero a una temperatura uniforme de 25 °C, y se calientan haciéndolas pasar a través de un horno que se mantiene a una temperatura de 700 °C. Las placas permanecen dentro del horno por 10 minutos. Tomando el valor $h = 80\ W/m^2 \cdot K$ como el coeficiente de transferencia de calor por convección, determine la temperatura de la superficie de las placas cuando salgan del horno. Resuelva este problema utilizando el método analítico de aproximación de un término. ¿Puede resolverse este problema mediante el análisis de sistemas concentrados? Justifique su respuesta.

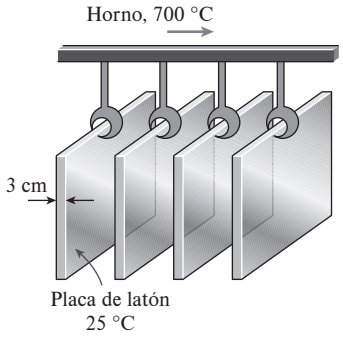


FIGURA P4-54

4-55 Reconsidere el problema 4-54. Con el software apropiado, investigue los efectos de la temperatura del horno y del tiempo de calentamiento en la temperatura final en las superficies de las placas. Dejemos que la temperatura del horno varíe de 500 a 900 °C, y el tiempo de 2 minutos a 30 minutos. Grafique la temperatura de la superficie en función de la temperatura del horno y del tiempo, y analice los resultados.

4-56 Capas de losas de carne de 23 cm de espesor ($k = 0.47\ W/m \cdot K$ y $\alpha = 0.13 \times 10^{-6}\ m^2/s$) se encuentran primero a una temperatura uniforme de 7 °C, se van a congelar por medio de aire refrigerado a −30 °C que circula a una velocidad de 1.4 m/s. El coeficiente de transferencia de calor promedio entre la

carne y el aire es de 20 $W/m^2 \cdot K$. Si el tamaño de las losas de carne es grande en relación con su grosor, determine cuánto tiempo le tomará a la temperatura del centro de las losas de carne disminuir a un valor de −18 °C. Asimismo, determine la temperatura de la superficie de la losa de carne en ese preciso momento.

4-57 C&S Una placa de acero ASTM A203 B grande tiene un espesor de 7 cm, y en un proceso criogénico es súbitamente expuesta a un fluido muy frío que se encuentra a −50 °C a una $h = 594$ $W/m^2 \cdot K$. La placa tiene una conductividad térmica de 52 $W/m \cdot K$, calor específico de 470 $J/kg \cdot K$ y densidad de 7.9 g/cm^3. El código ASME sobre Tuberías de Procesos limita la temperatura mínima apropiada de la placa de acero ASTM A203 B a −30 °C (ASME B31.3-2014, tabla A-1M). Si la temperatura inicial de la placa es 20 °C y esta se expone al fluido criogénico por 6 minutos, ¿aún cumpliría con el código ASME?

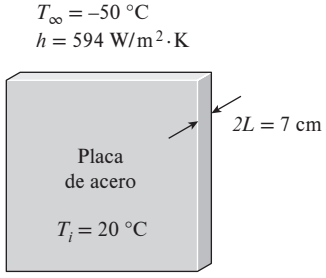


FIGURA P4-57

4-58 Una placa calentada de pirocerámica de 6 mm de espesor ($\rho = 2\,600$ kg/ m^3, $c_p = 808$ $J/kg \cdot K$, $k = 3.98$ $W/m \cdot K$, y $\alpha = 1.89 \times 10^{-6}$ m^2/s) se enfría en un cuarto a una temperatura del aire de 25 °C y un coeficiente de transferencia de calor por convección de 13.3 $W/m^2 \cdot K$. La placa calentada de pirocerámica tenía una temperatura inicial de 500 °C y se deja enfriar 286 segundos. Si la masa de la placa de pirocerámica es de 10 kg, determine la transferencia de calor de la placa de pirocerámica durante el proceso de enfriado utilizando el método analítico de aproximación de un término.

4-59 Después de una semana larga y difícil de estudio, usted y un amigo están listos para descansar y disfrutar del fin de semana. Usted saca del congelador una carne de 50 mm de espesor. *a*) ¿Cuánto tiempo (en horas) tiene que esperar antes de que la carne se haya descongelado? Suponga que la carne se encuentra inicialmente a −8 °C, se descongela cuando la temperatura en el centro de la carne alcanza una temperatura de 4 °C, y la temperatura ambiente es de 22 °C con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 10 $W/m^2 \cdot K$. No considere el calor de fusión asociado con el cambio de la fase de fusión. Trate a la carne como una pared plana unidimensional con las propiedades siguientes: $\rho = 1\,000$ kg/m^3, $c_p = 4\,472$ $J/kg \cdot K$, y $k = 0.625$ $W/m \cdot K$. *b*) ¿Cuánta energía por unidad de área (en J/m^2) ha sido removida de la carne durante este periodo de descongelamiento? *c*) Demuestre si el descongelamiento de esta carne puede analizarse despreciando la resistencia térmica interna de la carne o no?

4-60 Una varilla larga de pirocerámica ($\rho = 2\,600$ kg/m^3, $c_p = 808$ $J/kg \cdot K$, $k = 3.98$ $W/m \cdot K$, y $\alpha = 1.89 \times 10^{-6}$ m^2/s) de 10 mm de diámetro tiene una temperatura uniforme inicial de 1 000 °C. La varilla se deja enfriar a una temperatura ambiente de 25 °C y el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 80 $W/m^2 \cdot K$. Si la varilla de pirocerámica se deja enfriar 3 minutos, determine la temperatura en su centro utilizando el método analítico de aproximación de un término.

4-61 Un tronco de madera cilíndrico de gran tamaño ($k = 0.17$ $W/m \cdot K$ y $\alpha = 1.28 \times 10^{-7}$ m^2/s) tiene 10 cm de diámetro e inicialmente se encuentra a una temperatura uniforme de 25 °C. Se expone a gases calientes a 525 °C en una chimenea con un coeficiente de transferencia de calor de 13.6 $W/m^2 \cdot K$ en la superficie. Si la temperatura de ignición de la madera es de 375 °C, determine cuánto tiempo transcurrirá antes de que el tronco se encienda. Resuelva este problema utilizando el método analítico de aproximación de un término.

4-62I Varillas de acero inoxidable AISI cilíndricas y de gran longitud ($k = 7.74$ $Btu/h \cdot pie \cdot °F$ y $\alpha = 0.135$ pie^2/h) de 4 pulgadas de diámetro se tratan con calor pasándolas a una velocidad de 7 pies/min a través de un horno de 21 pies de largo a 1 700 °F. El coeficiente de transferencia de calor en el horno es 20 $Btu/h \cdot pie^2 \cdot F$. Si las varillas ingresan a 70 °F, determine la temperatura de la línea central cuando salen del horno. Resuelva este problema utilizando el método analítico de aproximación de un término.

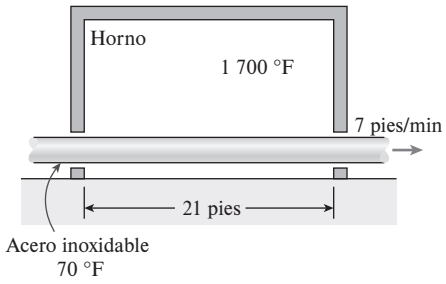


FIGURA P4-62I

4-63 Una varilla de hierro de gran tamaño ($\rho = 7\,870$ kg/m^3, $c_p = 447$ $J/kg \cdot K$, $k = 80.2$ $W/m \cdot K$, y $\alpha = 23.1 \times 10^{-6}$ m^2/s) de 25 mm de diámetro se calienta primero a una temperatura uniforme de 700 °C. La varilla es enfriada después en un baño de agua que se mantiene a una temperatura constante de 50 °C y con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 128 $W/m^2 \cdot K$. Determine el tiempo que se requiere para que la temperatura de la superficie de la varilla de hierro descienda a 200 °C. Resuelva este problema mediante el método analítico de aproximación de un término.

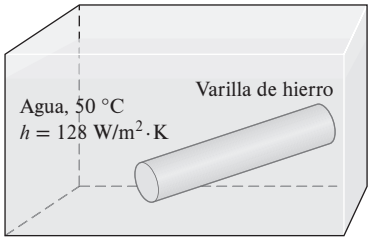


FIGURA P4-63

4-64 Una varilla de plástico de 2 cm de diámetro tiene un termopar insertado para medir la temperatura en su centro. La varilla de plástico (ρ = 1 190 kg/m^3, c_p = 1 465 J/kg·K, y k = 0.19 W/m·K) se calentó primero a una temperatura uniforme de 70 °C y se dejó enfriar con el aire ambiental a una temperatura de 25 °C. Después de 1 388 segundos de enfriamiento, el termopar daba una lectura en el centro de la varilla de 30 °C. Determine la transferencia de calor por convección de este proceso. Resuelva este problema utilizando el método analítico de aproximación de un término.

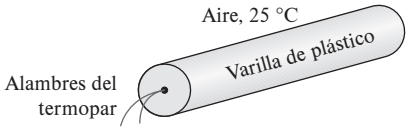


FIGURA P4-64

4-65 Un cadáver de res que pesa 65 kg (k = 0.47 W/m·K y α = 0.13 × 10^{-6} m^2/s) se encuentra a una temperatura uniforme de 37 °C, se va a enfriar por medio de aire refrigerado a −10 °C que circula a una velocidad de 1.2 m/s. El coeficiente de transferencia de calor entre el cadáver y el aire es de 22 W/m^2·K. Tratando el cadáver como un cilindro de 24 cm de diámetro y 1.4 m de altura y sin considerar transferencia de calor de las superficies inferior y superior, determine cuánto tiempo le tomará a la temperatura del centro del cadáver reducirse a 4 °C. Asimismo, determine si alguna parte del cadáver se congelará durante este proceso. Resuelva este problema utilizando el método analítico de aproximación de un término. *Respuesta:* 12.2 horas

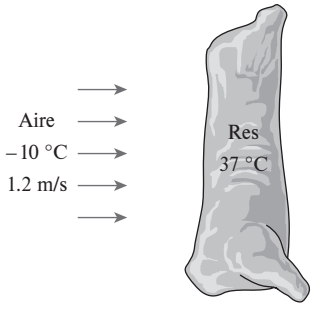


FIGURA P4-65

4-66 C&S Una varilla cilíndrica larga fabricada con aleación de níquel (ASTM B335) se utiliza como un componente en un equipo de procesamiento a altas temperaturas. La varilla tiene un diámetro de 5 cm; su conductividad térmica, calor específico y densidad son 11 W/m·K, 380 J/kg·K, y 9.3 g/cm^3, respectivamente. En ocasiones, la varilla se sumerge en fluido caliente varios minutos donde la temperatura es de 500 °C con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 440 W/m^2·K. El Código ASME para la tubería de procesos establece un límite para la temperatura máxima para varillas ASTM B335 de 427 °C (ASME B31.3-2014, tabla A-1M). Si la temperatura inicial de la varilla es de 20 °C, ¿cuánto tiempo puede permanecer la varilla sumergida en el fluido caliente antes de alcanzar su temperatura máxima?

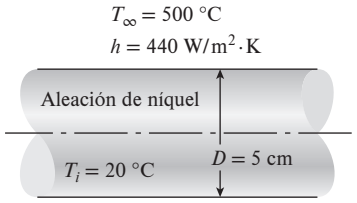


FIGURA P4-66

4-67 Una columna de una casa hecha de concreto (k = 0.79 W/m·K, α = 5.94 × 10^{-7} m^2/s, ρ = 1 600 kg/m^3, y c_p = 0.84 kJ/kg·K) tiene forma cilíndrica, 4 m de altura y 30 cm de diámetro, y se enfría a 14 °C durante una noche muy fría y se calienta de nuevo durante el día al estar expuesta al aire ambiental a una temperatura promedio de 28 °C, con un coeficiente de transferencia de calor de 14 W/m^2·K. Con el método analítico de aproximación de un término determine *a*) cuánto tiempo le llevará a la temperatura de la superficie de la columna llegar a los 27 °C, *b)* la cantidad de transferencia de calor hasta que la temperatura en el centro alcance 28 °C, y *c*) la cantidad de transferencia de calor hasta que la temperatura de la superficie alcance 27 °C.

4-68 Una flecha cilíndrica larga tiene un diámetro de 35 cm y está fabricada con acero inoxidable 304 (k = 14.9 W/m·K, ρ = 7 900 kg/m^3, c_p = 477 J/kg·K, y α = 3.95 × 10^{-6} m^2/s). La flecha sale de un horno a una temperatura uniforme de 500 °C. La flecha se deja enfriar lentamente dentro de una cámara que se encuentra a una temperatura de 150 °C, con un coeficiente de transferencia de calor por convección de h = 60 W/m^2·K. Determine la temperatura en el centro de la flecha 20 minutos después de que haya comenzado del proceso de enfriamiento. Asimismo, determine la transferencia de calor por unidad de longitud de la flecha durante este periodo. Resuelva este problema utilizando el método analítico de aproximación de un término. *Respuestas:* 486 °C, 22 270 kJ

4-69 Reconsidere el problema 4-68. Utilizando el software apropiado, investigue el efecto que tiene el tiempo de enfriamiento en la temperatura central final de la flecha y en la cantidad de transferencia de calor. Deje que el tiempo varíe de 5 a 60 minutos. Grafique la temperatura y la transferencia de calor en el centro en función del tiempo y analice los resultados.

4-70 Varillas de acero de 2 metros de longitud y 60 mm de diámetro son transportadas a través de un horno que mantiene una temperatura de 800 °C y un coeficiente de transferencia de calor por convección de 128 W/m^2·K. Las varillas de acero (ρ = 7 832 kg/m^3, c_p = 434 J/kg·K, k = 63.9 W/m·K, y α = 18.8 × 10^{-6} m^2/s) estuvieron a una temperatura uniforme de 30 °C. Mediante el método de aproximación analítica de un término, determine la cantidad de calor transferido a la varilla de acero después de que hayan transcurrido 133 segundos de calentamiento.

4-71 Para efectos de la transferencia de calor, un huevo puede considerarse como una esfera con diámetro de 5.5 cm que tiene las mismas propiedades que el agua. Un huevo que está a 4.3 °C se sumerge en agua hirviendo que está a 100 °C. Se estima que el coeficiente de transferencia de calor en la superficie del huevo es de 800 W/m^2·K. Si el huevo se considera cocido cuando la temperatura en su centro alcanza los 71 °C, deter-

mine cuánto tiempo tiene que mantenerse el huevo en agua hirviendo. Resuelva este problema utilizando el método analítico de aproximación de un término.

4-72 Las frutas cítricas son muy susceptibles al clima frío, y la exposición prolongada a temperaturas por debajo de la de congelamiento puede destruirlas. Se tiene una naranja de 8 cm de diámetro que está a una temperatura de 15 °C. Se presenta un frente frío en una noche y la temperatura del ambiente súbitamente cae a −6 °C, con un coeficiente de transferencia de calor de 15 $W/m^2 \cdot K$. Utilizando las propiedades del agua en la naranja y suponiendo que las condiciones ambientales se mantienen constantes por 4 horas antes de que el frente frío desaparezca, determine si alguna parte de la naranja se congelará en esa noche. Resuelva este problema utilizando el método analítico de aproximación de un término.

4-73 Se tienen pollos cuya masa promedio es de 1.7 kg (k = 0.45 $W/m \cdot K$ y $\alpha = 0.13 \times 10^{-6}$ m^2/s), están a una temperatura uniforme de 15 °C y se van a enfriar en salmuera agitada a −7 °C. El coeficiente de transferencia de calor promedio entre el pollo y la salmuera se ha determinado experimentalmente que es de 440 $W/m^2 \cdot K$. Si la densidad promedio es de 0.95 g/cm^3 y tratándolo como un bulto esférico, determine sus temperaturas del centro y de la superficie en 2 horas 45 minutos. Asimismo, determine si alguna parte del pollo se congelará durante este proceso. Resuelva este problema utilizando el método analítico de aproximación de un término.

4-74 Se forma granizo en las nubes a gran altitud a una temperatura de 253 K. Considere un granizo con un diámetro de 20 mm que está cayendo a través de aire que se encuentra a una temperatura de 15 °C con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 163 $W/m^2 \cdot K$. Suponiendo que el granizo puede modelarse como una esfera y tiene las propiedades del hielo a una temperatura de 253 K, determine cuánto tiempo le toma alcanzar el punto de derretimiento a la superficie del granizo que cae. Resuelva este problema mediante el método analítico de aproximación de un término.

4-75 Un huevo común y corriente puede aproximarse a una esfera cuyo diámetro es de 5.5 cm; sus propiedades son, a grandes rasgos, k = 0.6 $W/m \cdot K$ y $\alpha = 0.14 \times 10^{-6}$ m^2/s. El huevo está inicialmente a una temperatura uniforme de 4 °C y se sumerge en agua hirviendo a 97 °C. Considerando un valor de coeficiente de transferencia de calor por convección de h = 1 400 $W/m^2 \cdot K$, determine cuánto tiempo le tomará al centro del huevo alcanzar una temperatura de 70 °C. Resuelva este problema con el método analítico de aproximación de un término.

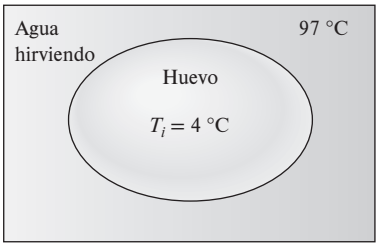


FIGURA P4-75

4-76 Reconsidere el problema 4-75. Con el software apropiado, investigue el efecto que tiene la temperatura final en el centro del huevo sobre el tiempo que le tomará alcanzar dicha temperatura. Deje que la temperatura varíe de 50 a 95 °C. Elabore una gráfica del tiempo contra la temperatura y analice los resultados.

4-77I Unas naranjas de 2.5 pulgadas de diámetro (k = 0.26 $Btu/h \cdot pie \cdot °F$ y $\alpha = 1.4 \times 10^{-6}$ pie^2/s) se encuentran a una temperatura uniforme de 78 °F y se van a enfriar mediante aire refrigerado a 25 °F que circula a una velocidad de 1 pie/s. El coeficiente de transferencia de calor promedio entre las naranjas y el aire se determina experimentalmente en 4.6 $Btu/h \cdot pie^2 \cdot °F$. Cuánto tiempo le tomará a la temperatura central de las naranjas reducirse a un valor de 40 °F. Asimismo, determine si alguna parte de las naranjas se congelará durante este proceso. Resuelva este problema utilizando el método analítico de aproximación de un término.

4-78 Hay papas blancas (k = 0.50 $W/m \cdot K$ y $\alpha = 0.13 \times 10^{-6}$ m^2/s) a una temperatura uniforme de 20 °C, y tienen un diámetro promedio de 6 cm, se van a enfriar mediante aire refrigerado a 2 °C que circula a una velocidad de 4 m/s. El coeficiente de transferencia de calor promedio entre las papas y el aire se determina experimentalmente en un valor de 19 $W/m^2 \cdot K$. Determine cuánto tiempo le tomará a la temperatura del centro de las papas llegar a un valor de 6 °C, y si alguna parte experimentará daños por enfriamiento durante este proceso. Resuelva este problema con el método analítico de aproximación de un término.

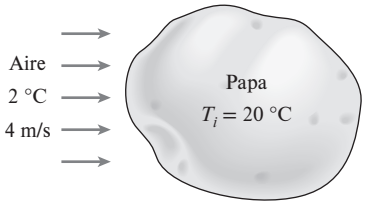


FIGURA P4-78

4-79 Se llevará a cabo un experimento para determinar el coeficiente de transferencia de calor en la superficie de jitomates colocados en agua fría a 7 °C. Los jitomates (k = 0.59 $W/m \cdot K$, $\alpha = 0.141 \times 10^{-6}$ m^2/s, ρ = 999 kg/m^3, c_p = 3.99 $kJ/kg \cdot K$) a una temperatura uniforme inicial de 30 °C son esféricos con un diámetro de 8 cm. Después de 2 horas, las temperaturas en el centro y en la superficie de los jitomates es de 10.0 y 7.1 °C, respectivamente. Utilizando el método analítico de aproximación de un término, determine el coeficiente de transferencia de calor y la cantidad de transferencia de calor durante este periodo si en el agua hay ocho jitomates.

4-80 Una persona coloca varias manzanas en un congelador que se encuentra a −15 °C para enfriarlas con rapidez y servírselas a sus invitados, quienes están a punto de llegar. En un inicio, las manzanas se encuentran a una temperatura uniforme de 25 °C y el coeficiente de transferencia de calor en las superficies es de 8 $W/m^2 \cdot K$. Tratando estas manzanas como esferas de 9 cm de diámetro y considerando que sus propiedades son ρ = 840 kg/ m^3, c_p = 3.81 $kJ/kg \cdot K$, k = 0.418 $W/m \cdot K$, y $\alpha = 1.3 \times 10^{-7}$ m^2/s, determine las temperaturas del centro y de la

superficie en 1 hora. Calcule también la cantidad de transferencia de calor de cada una. Resuelva este problema con el método analítico de aproximación de un término.

4-81 Reconsidere el problema 4-80. Utilizando el software apropiado, investigue el efecto de la temperatura inicial de las manzanas en las temperaturas finales en el centro y en las superficies, así como la cantidad de transferencia de calor. La temperatura inicial varía en el rango de 2 a 30 °C. Grafique la temperatura central, la temperatura en la superficie y la cantidad de transferencia de calor en función de la temperatura inicial, analice los resultados.

4-82 Una papa cuyo diámetro es de 9 cm ($\rho = 1\ 100$ kg/m^3, $c_p = 3\ 900$ J/kg·K, $k = 0.6$ W/m·K, y $\alpha = 1.4 \times 10^{-7}$ m^2/s) inicialmente se encuentra a una temperatura uniforme de 25 °C, se cocina en un horno a 170 °C hasta que la lectura de un sensor insertado en el centro de la papa indica 70 °C. Enseguida se retira del horno y se envuelve en toallas gruesas, de tal forma que casi no pierde calor. Si el coeficiente de transferencia de calor en el horno es de 40 W/m^2·K, determine *a*) en cuánto tiempo se cocinará la papa dentro del horno y, *b*) la temperatura de equilibrio final de la papa después de que se haya envuelto. Resuelva este problema mediante el método analítico de aproximación de un término.

4-83 En el *Libro de cocina de Betty Crocker* se menciona que toma 2 horas 45 minutos asar una costilla de 3.2 kg inicialmente a 4.5 °C a un término poco cocido en un horno que se mantiene a 163 °C. Se recomienda usar un termómetro para carne con el fin de supervisar el proceso de cocción. La costilla se considera poco cocida cuando el termómetro insertado en el centro de la parte más gruesa de la carne registra un valor de 60 °C. La costilla puede tratarse como un objeto esférico homogéneo cuyas propiedades son $\rho = 1\ 200$ kg/m^3, $c_p = 4.1$ kJ/kg·K, $k = 0.45$ W/m·K, y $\alpha = 0.91 \times 10^{-7}$ m^2/s. Determine *a*) el coeficiente de transferencia de calor en la superficie de la costilla; *b*) la temperatura de su superficie exterior cuando se haya terminado de preparar, y *c*) la cantidad de transferencia de calor hacia la costilla. *d*) Utilizando los valores obtenidos, prediga cuánto tiempo tomará asar esta costilla a un término medio, lo cual se presenta cuando la temperatura en el interior alcance 71 °C. Compare su resultado con el valor que se reporta de 3 horas 20 minutos.

Si la costilla asada se va a colocar en el mostrador 15 minutos antes de rebanarse, se recomienda que se retire del horno cuando el termómetro registre 4 °C por debajo del valor indicado, ya que la costilla continuará cocinándose aun fuera del horno. ¿Está de acuerdo con esta recomendación? Resuelva este problema mediante el método analítico de aproximación de un término. *Respuesta: a*) 156.9 W/m^2·K, *b*) 159.5 °C, *c*) 1 629 kJ, *d*) 3.0 h

4-84 Repita el problema 4-83 para una costilla asada que va a cocinarse a un término bien cocida en lugar de poco cocida. Se considera que está bien cocida cuando la temperatura de su centro alcanza 77 °C y el proceso de asado toma un tiempo de alrededor de 4 horas 15 minutos.

Conducción de calor transitoria en sólidos semiinfinitos

4-85C ¿En qué condiciones una pared plana puede tratarse como un medio semiinfinito?

4-86C ¿Qué es un medio semiinfinito? Proporcione ejemplos de cuerpos sólidos que puedan tratarse como medios semiinfinitos para efectos de transferencia de calor.

4-87C Un sólido semiinfinito caliente a una temperatura inicial T_i está expuesto a convección en un medio más frío que está a una temperatura constante T_∞, con un coeficiente de transferencia de calor *h*. Explique cómo puede determinar la cantidad total de transferencia de calor del sólido en un tiempo específico t_o.

4-88I Las paredes de un horno están fabricadas de concreto con 1.5 pies de espesor ($k = 0.64$ Btu/h·ft·°F y $\alpha = 0.023$ pie^2/h). Al inicio, el horno y el aire en los alrededores están en equilibrio térmico a 70 °F. El horno se enciende y las superficies interiores están sujetas a gases calientes a una temperatura de 1 800 °F con un coeficiente de transferencia de calor muy elevado. Determine cuánto tiempo tomará que la temperatura de la superficie exterior de las paredes del horno alcance 70.1 °F. *Respuesta:* 3.0 horas

4-89 Se tiene un horno de curado cuyas paredes están fabricadas de concreto con un espesor de 30 cm y difusividad térmica de $\alpha = 0.23 \times 10^{-5}$ m^2/s. El horno y sus paredes están en equilibrio con los alrededores a 6 °C. Después, todas las puertas se cierran y el horno se calienta con vapor de tal forma que la temperatura de la superficie interior de las paredes se eleva a 42 °C y la temperatura se mantiene a dicho nivel por 2.5 horas. Después, el horno de curado se abre y se expone al aire atmosférico después de que el flujo de vapor se haya detenido. Si las superficies exteriores de las paredes estuvieran aisladas, ¿se ahorraría energía ese día durante el periodo en el que el horno se usó para curado por 2.5 horas solamente o no haría ninguna diferencia? Fundamente su respuesta con cálculos.

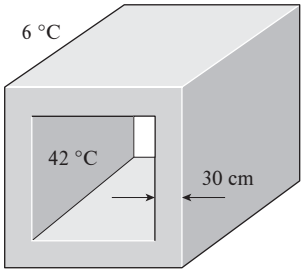


FIGURA P4-89

4-90 En áreas donde la temperatura del aire permanece por debajo de 0 °C por periodos prolongados, el congelamiento de agua en tuberías subterráneas constituye un aspecto importante. Por fortuna, el suelo permanece relativamente caliente durante dichos periodos y toma semanas para que las temperaturas por debajo del congelamiento alcancen las fuentes de agua en la tierra. Así que el suelo, en efecto, sirve como un aislante para proteger al agua de congelarse a las temperaturas atmosféricas de invierno.

El suelo en un sitio en particular está cubierto de nieve a −8 °C por un periodo continuo de 60 días, y las propiedades promedio del suelo en ese sitio son $k = 0.35$ W/m·K y $\alpha =$

0.15×10^{-6} m^2/s. Suponiendo una temperatura uniforme inicial de 8 °C del suelo, determine la profundidad mínima a la que se deben instalar las tuberías de agua en el suelo para evitar que se congelen.

4-91 Un contenedor grande de hierro fundido ($k = 52$ W/m·K y $\alpha = 1.70 \times 10^{-5}$ m^2/s) con paredes con un grosor de 4 cm se encuentra a una temperatura uniforme de 0 °C y se llena con hielo a 0 °C. Las superficies exteriores del contenedor están expuestas a agua caliente que está a una temperatura de 55 °C con un coeficiente de transferencia de calor muy elevado. Determine cuánto tiempo transcurrirá antes de que el hielo dentro del contenedor comience a derretirse. Asimismo, considerando que el valor del coeficiente de transferencia de calor de la superficie interior del contenedor es de 250 W/m^2·K, determine la razón de transferencia de calor del hielo que circula a través de una sección de pared de 1.2 m de ancho por 2 m de alto cuando se lleguen a las condiciones de operación estables. Suponga que el hielo comience a derretirse cuando la temperatura de la superficie interior alcance 0.1 °C.

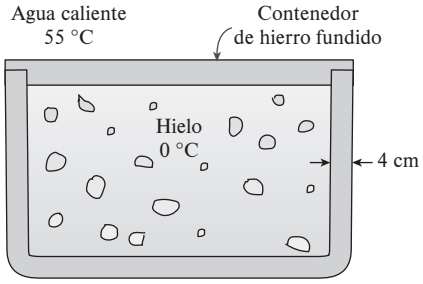


FIGURA P4-91

4-92 Una carretera de asfalto está inicialmente a una temperatura uniforme de 55 °C. Súbitamente, la temperatura de la superficie se reduce a un valor de 25 °C por efecto de la lluvia. Determine la temperatura a una profundidad de 3 cm respecto a la superficie de la carretera y el flujo de calor transferido después de 60 minutos. Suponga que la temperatura de la superficie de la carretera se mantiene a 25 °C. *Respuestas:* 53.6 °C, 98 W/m^3

4-93 Un bloque grueso de aluminio está a 20 °C, y es sometido a un flujo de calor constante de 4 000 W/m^2 generado por un calentador de resistencia eléctrica cuya superficie superior está aislada. Determine a qué temperatura se elevará la superficie del bloque después de 30 minutos.

4-94 Ladrillos refractarios se utilizan como revestimientos en hornos, por lo general tienen una conductividad térmica baja para minimizar la pérdida de calor a través de las paredes del horno. Se tiene una pared gruesa de un horno revestida con ladrillos refractarios ($k = 1.0$ W/m·K y $\alpha = 5.08 \times 10^{-7}$ m^2/s), donde la pared tiene una temperatura uniforme de 15 °C. Si la superficie de la pared está sujeta a un flujo de calor uniforme de 20 kW/m^2, determine la temperatura a una profundidad de 10 cm con respecto a dicha superficie después de que haya transcurrido una hora de calentamiento.

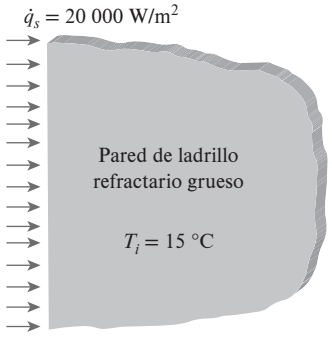


FIGURA P4-94

4-95 Una pared gruesa fabricada con ladrillos refractarios ($k = 1.0$ W/m·K y $\alpha = 5.08 \times 10^{-7}$ m^2/s) tiene una temperatura inicial uniforme de 15 °C. La superficie de la pared está sujeta a un flujo de calor uniforme de 20 kW/m^2. Utilizando el software apropiado, investigue el efecto del tiempo de calentamiento en la temperatura de la superficie de la pared y a unas distancias $x = 1$ cm y $x = 5$ cm respecto a la superficie. El tiempo de calentamiento varía en el rango de 10 a 3 600 segundos. Grafique las temperaturas a $x = 0.1$ y 5 cm respecto a la superficie de la pared en función del tiempo de calentamiento.

4-96 Una losa de acero inoxidable ($k = 14.9$ W/m·K y $\alpha = 3.95 \times 10^{-6}$ m^2/s) y una de cobre ($k = 401$ W/m·K y $\alpha = 117 \times 10^{-6}$ m^2/s) están sujetas a un flujo de calor uniforme de 10 kW/m^2 en la superficie. Ambas losas tienen una temperatura inicial uniforme de 20 °C. Utilizando el software apropiado, investigue el efecto del tiempo en las temperaturas de ambos materiales a una profundidad de 8 cm respecto a la superficie. Si varía el tiempo de exposición al flujo de calor de 5 a 300 segundos, grafique las temperaturas a una profundidad $x = 8$ cm respecto a la superficie en función del tiempo.

4-97 Losas gruesas de acero inoxidable ($k = 14.9$ W/m·K y $\alpha = 3.95 \times 10^{-6}$ m^2/s) y de cobre ($k = 401$ W/m·K y $\alpha = 117 \times 10^{-6}$ m^2/s) están sujetas a un flujo de calor uniforme de 8 kW/m^2 en su superficie. Las dos losas tienen una temperatura inicial uniforme de 20 °C. Determine las temperaturas de ambas losas a una distancia de 1 cm con respecto a la superficie después de 60 segundos de exposición al flujo de calor.

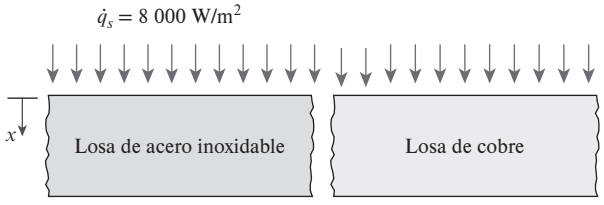


FIGURA P4-97

4-98 Una losa gruesa fabricada con madera ($k = 0.17$ W/m·K y $\alpha = 1.28 \times 10^{-7}$ m^2/s) tiene una temperatura uniforme de 25 °C, está expuesta a gases calientes a una temperatura de 550 °C

por un periodo de 5 minutos. El coeficiente de transferencia de calor entre los gases y la losa de madera es 35 $W/m^2 \cdot K$. Si la temperatura de ignición de la madera es de 450 °C, determine si se encenderá.

4-99 C&S Un tubo de cloruro de polivinilo clorado (CPVC) ASTM F441 se encuentra incrustado en una placa metálica gruesa. Dicha placa tiene una conductividad térmica de 26.9 $W/m \cdot K$, calor específico de 460 $J/kg \cdot K$ y densidad de 7.73 g/m^3. La superficie superior de la placa se expone en ocasiones a fluido caliente a 300 °C con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 200 $W/m^2 \cdot K$. La distancia medida desde la superficie superior de la placa a la del tubo es $L = 2$ cm. El Código ASME para la tubería de procesos limita la temperatura máxima del tubo CPVC ASTM F441 a 93.3 °C (ASME B31.3-2014, tabla B-1). Si la temperatura inicial de la placa es de 20 °C y la superficie superior de la placa está expuesta al fluido caliente por 10 minutos, ¿el tubo CPVC incrustado en la placa aun cumplirá con el código ASME?

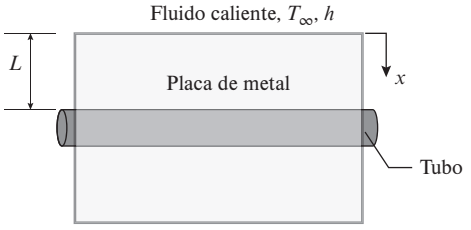


FIGURA P4-99

4-100 La temperatura del suelo en las capas superiores de la Tierra varía en función de las variaciones de las condiciones atmosféricas. Antes de que llegue un frente frío, el suelo en un determinado lugar está primero a una temperatura uniforme de 15 °C. Después el área está sujeta a una temperatura de −8 °C y a intensos vientos que resultan en un coeficiente de transferencia de calor por convección de 40 $W/m^2 \cdot K$ en la superficie del suelo por un periodo de 10 horas. Considerando que las propiedades del suelo en ese sitio son $k = 0.9$ $W/m \cdot K$ y $\alpha = 1.6 \times 10^{-5}$ m^2/s, determine la temperatura del suelo a las distancias 0, 10, 20 y 50 cm respecto a la superficie terrestre cuando un periodo de tiempo de 10 horas haya transcurrido.

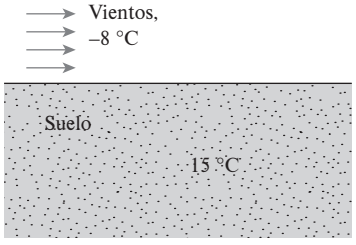


FIGURA P4-100

4-101 Retome el problema 4-100. Utilizando el software apropiado, grafique la temperatura del suelo en función de la distancia respecto a la superficie terrestre a medida que la distancia varíe de 0 m a 1 m y analice los resultados.

4-102 A menudo cortamos una sandía a la mitad y la metemos en el congelador para enfriarla más rápido. Sin embargo, por lo general olvidamos sacarla del congelador y esta termina con una capa de hielo en la superficie. Para evitar este problema, una persona desea utilizar un reloj temporizador, de tal forma que este se apagará cuando la temperatura de la superficie expuesta descienda a 3 °C. Considere una sandía esférica, con un diámetro de 25 cm, que se corta en dos partes iguales y se mete en un congelador que se encuentra a −12 °C. En un principio, toda la sandía se encuentra a una temperatura uniforme de 25 °C y el coeficiente de transferencia de calor en las superficies es de 22 $W/m^2 \cdot K$. Suponiendo que la sandía tenga las mismas propiedades que el agua, determine cuánto tiempo deberá transcurrir para que la temperatura en el centro de las superficies expuestas de la sandía sea de 3 °C.

4-103 En una cámara de vacío se coloca una losa gruesa bajo un arreglo de diodos láser que tiene un pulso de salida constante. Se inserta un termopar en la losa a 25 mm respecto a su superficie, la losa tiene una temperatura uniforme inicial de 20 °C. Las propiedades conocidas de la losa son $k = 63.9$ $W/m \cdot K$ y $\alpha = 18.8 \times 10^{-6}$ m^2/s. Si la lectura del termopar es de 130 °C después de que la superficie de la losa ha sido expuesta al pulso del láser por 30 segundos, determine *a*) la cantidad de energía por unidad de área que incide en la superficie de la losa y, *b*) la lectura del termopar después de que han transcurrido 60 segundos.

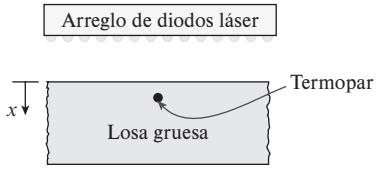


FIGURA P4-103

4-104 Losas gruesas de acero inoxidable ($k = 14.9$ $W/m \cdot K$ y $\alpha = 3.95 \times 10^{-6}$ m^2/s) y de cobre ($k = 401$ $W/m \cdot K$ y $\alpha = 117 \times 10^{-6}$ m^2/s) se colocan bajo un arreglo de diodos láser, el cual suministra un pulso de energía de 5×10^7 J/m^2 instantáneamente en $t = 0$ a ambos materiales. Las dos losas tienen una temperatura inicial uniforme de 20 °C. Determine las temperaturas de ambas losas a 5 cm con respecto a la superficie y 60 segundos después de recibir el pulso de energía proveniente del arreglo de diodos láser.

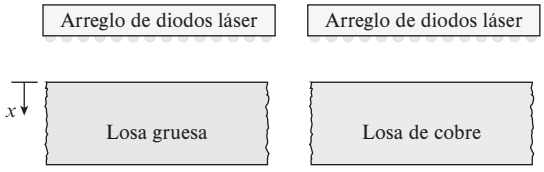


FIGURA P4-104

4-105 Una losa de acero inoxidable ($k = 14.9$ $W/m \cdot K$ y $\alpha = 3.95 \times 10^{-6}$ m^2/s) y otra de cobre ($k = 401$ $W/m \cdot K$ y $\alpha = 117 \times 10^{-6}$ m^2/s) se colocan bajo un arreglo de diodos láser que suministran un pulso de energía de 5×10^7 J/m^2 en un instante $t = 0$ en ambas losas. Las dos losas tienen una temperatura uniforme inicial de 20 °C. Con el software

apropiado, investigue el efecto que tiene el tiempo en las temperaturas de ambos materiales a una profundidad de 5 cm respecto a la superficie. Variando el tiempo en el rango de 1 a 80 segundos después de que el pulso de energía haya incidido en las losas, grafique las temperaturas a 5 cm respecto a la superficie en función del tiempo.

4-106 Una persona descalza, cuyos pies están a una temperatura de 32 °C, pisa sobre un bloque de aluminio grande que está a 20 °C. Tratando a ambos pies y al bloque de aluminio como sólidos semiinfinitos, determine la temperatura de la superficie de contacto. ¿Cuál sería su repuesta si la persona pisara un bloque de madera? A temperatura ambiente, el valor de $\sqrt{k\rho c_p}$ es 24 kJ/ $m^2 \cdot °C$ para el aluminio, 0.38 kJ/ $m^2 \cdot °C$ para la madera y 1.1 kJ/$m^2 \cdot °C$ para la carne humana.

Conducción de calor transitoria en sistemas multidimensionales

4-107C ¿Qué es el método solución producto?, ¿cómo se utiliza para determinar la distribución de temperatura transitoria en un sistema bidimensional?

4-108C ¿Cómo se utiliza la solución producto para determinar la variación de la temperatura respecto al tiempo y a la posición en sistemas tridimensionales?

4-109C Un cilindro corto inicialmente a una temperatura uniforme T_i está sujeto a convección desde todas sus superficies hacia un medio que está a una temperatura T_∞. Explique cómo determinar la temperatura del punto medio del cilindro a un tiempo especificado t.

4-110C Se tiene un cilindro corto cuyas superficies superior e inferior se encuentran aisladas. El cilindro está a una temperatura uniforme T_i y a convección desde su superficie lateral hacia un medio a una temperatura T_∞ con un coeficiente de transferencia de calor h. ¿La transferencia de calor en este cilindro corto es unidimensional o bidimensional? Explique.

4-111 Se tiene un bloque cúbico cuya arista es de 5 cm y un bloque cilíndrico cuya altura y diámetro también son de 5 cm. Ambos bloques están a una temperatura de 20 °C y están fabricados de granito (k = 2.5 W/m · K y $\alpha = 1.15 \times 10^{-6}$ m^2/s). Ambos bloques están expuestos a gases calientes a 500 °C en un horno en todas sus superficies con un coeficiente de transferencia de calor de 40 W/$m^2 \cdot$ K. Determine la temperatura en el centro de cada geometría después de 10, 20 y 60 minutos. Resuelva este problema utilizando el método analítico de aproximaciones.

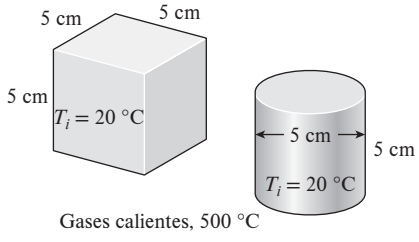


FIGURA P4-111

4-112 Repita el problema 4-111 con el coeficiente de transferencia de calor en las superficies superior e inferior de cada bloque con un valor del doble, es decir, de 80 W/$m^2 \cdot$ K.

4-113 C&S Una barra larga y cuadrada de acero inoxidable (ASTM A479 904L) es parte de un componente en un equipo de procesamiento a altas temperaturas. La barra tiene un grosor de 5 cm y su calor específico, conductividad térmica y densidad son 500 J/kg · K, 12 W/m · K y 7.9 g/cm^3, respectivamente. De vez en cuando, la barra se sumerge en fluido caliente a 300 °C con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 288 W/$m^2 \cdot$ K. De acuerdo con el Código ASME para la tubería de procesos, la temperatura máxima para la barra ASTM A479 904L es de 260 °C (ASME B31.3-2014, tabla A-1M). Si la temperatura inicial de la barra es de 20 °C y se sumerge en el fluido caliente por 7 minutos, ¿estaría cumpliendo con el código ASME? ¿Cuánto tiempo le tomará a la barra llegar a la máxima temperatura de uso? Resuelva este problema utilizando el método analítico de aproximación de un término.

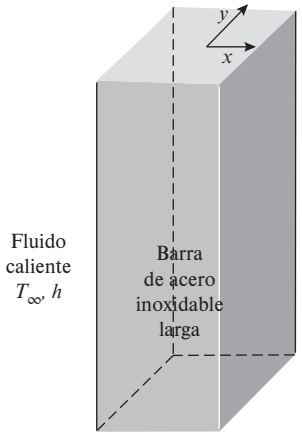


FIGURA P4-113

4-114I Un *hot dog* puede considerarse como un cilindro de 5 pulgadas de longitud y 0.8 pulgadas de diámetro cuyas propiedades son ρ = 61.2 lbm/pie^3, c_p = 0.93 Btu/lbm · °F, k = 0.44 Btu/h · pie · °F, y α = 0.0077 pie^2/h. Inicialmente está a 40 °F, y se sumerge en agua hirviendo a 212 °F. Si el coeficiente de transferencia de calor en la superficie del *hot dog* es de 120 Btu/h · $pie^2 \cdot$ °F, determine la temperatura en el centro del *hot dog* después de 5, 10 y 15 minutos tratando al mismo como *a)* un cilindro infinito y *b*) un cilindro infinitamente largo. Resuelva este problema utilizando el método de aproximación de un término.

4-115 Un bloque de hielo de forma rectangular de 6 cm de altura (k = 2.22 W/m · K y $\alpha = 0.124 \times 10^{-7}$ m^2/s) está a −18 °C y se coloca arriba de una mesa sobre su cubierta cuadrada cuyo tamaño es de 4 cm × 4 cm que está en un cuarto a una temperatura de 18 °C. El coeficiente de transferencia de calor sobre las superficies expuestas del bloque de hielo es 12 W/$m^2 \cdot$ K. Despreciando cualquier transferencia de calor de la cubierta a la mesa, determine cuánto tiempo transcurrirá antes de que el bloque de hielo comience a derretirse. ¿En qué parte del bloque de hielo aparecerán las primeras gotitas de líquido? Resuelva este problema con el método analítico de aproximación de un término.

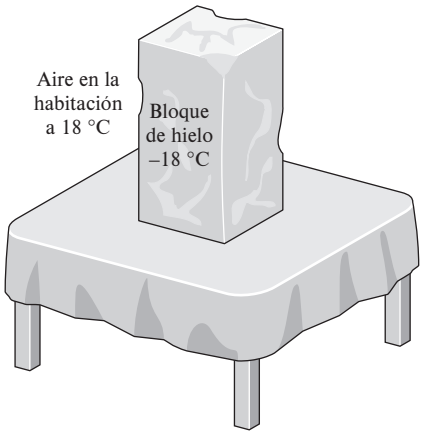


FIGURA P4-115

4-116 Retome el problema 4-115. Utilizando el software apropiado, investigue el efecto de la temperatura inicial del bloque de hielo antes de que se empiece a derretir. La temperatura inicial varía entre −26 y −4 °C. Grafique el tiempo contra la temperatura inicial y analice los resultados.

4-117 Un bloque de hielo cilíndrico de 2 cm de altura (k = 2.22 W/m·K y $\alpha = 0.124 \times 10^{-7}$ m^2/s) se coloca sobre la cubierta de una mesa de 2 cm de diámetro que está en un cuarto a 24 °C. El coeficiente de transferencia de calor en las superficies expuestas del bloque de hielo es de 13 W/m^2·K, y la transferencia de calor desde la base del cubo de hielo hasta la mesa es despreciable. Si el bloque de hielo no comienza a derretirse en ninguna parte por lo menos en 3 horas, determine cual debería ser su temperatura inicial. Resuelva este problema mediante el método analítico de aproximación de un término.

4-118 Un cilindro corto de latón (ρ = 8 530 kg/m^3, c_p = 0.389 kJ/kg·K, k = 110 W/m·K, y $\alpha = 3.39 \times 10^{-5}$ m^2/s) con un diámetro de 4 cm y altura de 20 cm, tiene una temperatura uniforme de 150 °C. El cilindro se coloca en aire atmosférico a 20 °C, donde la transferencia de calor se lleva a cabo por convección con un coeficiente de transferencia de calor de 40 W/m^2·K. Calcule *a*) la temperatura en el centro del cilindro; *b*) la temperatura en el centro de la superficie superior del cilindro, y *c*) la transferencia de calor total del cilindro después del comienzo del enfriamiento. Resuelva este problema con el método analítico de aproximación de un término.

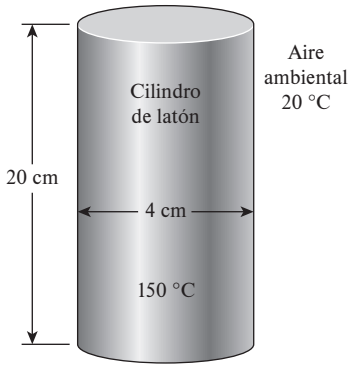


FIGURA P4-118

4-119 Retome el problema 4-118. Utilizando el software apropiado, investigue el efecto del tiempo de enfriamiento en la temperatura en el centro del cilindro, la temperatura en el centro de la cubierta superior del cilindro y la transferencia total de calor. El tiempo varía entre 5 min y 60 min. Grafique la temperatura en el centro del cilindro, la temperatura en la superficie superior y la transferencia total de calor en función del tiempo y analice los resultados.

4-120 Un cilindro de aluminio semiinfinito (k = 237 W/m·K, $\alpha = 9.71 \times 10^{-5}$ m^2/s) de diámetro D = 15 cm está inicialmente a una temperatura uniforme T_i = 115 °C. El cilindro se coloca en agua a 10 °C, donde se lleva a cabo la transferencia de calor por convección con un coeficiente de transferencia de calor h = 140 W/m^2·K. Determine la temperatura en el centro del cilindro a 5 cm respecto a la superficie en un extremo, 8 minutos después de comenzar el enfriamiento. Resuelva este problema utilizando el método analítico de aproximación de un término.

4-121 Un bloque cilíndrico de aluminio (ρ = 2 702 kg/m^3, c_p = 0.896 kJ/kg·K, k = 236 W/m·K y $\alpha = 9.75 \times 10^{-5}$ m^2/s), de 30 cm de longitud y 15 cm de diámetro, está a una temperatura uniforme de 20 °C. El bloque se va a calentar en un horno a 1 200 °C hasta que la temperatura en su centro alcance los 300 °C. Si el coeficiente de transferencia de calor en todas las superficies del bloque es 80 W/m^2·K, determine cuánto tiempo deberá permanecer el bloque en el horno. Asimismo, calcule la cantidad de transferencia de calor del bloque de aluminio si se deja enfriar en el cuarto hasta que su temperatura llegue a 20 °C. Resuelva este problema utilizando el método analítico de aproximación de un término.

4-122 Repita el problema 4-121 para el caso en el que el bloque de aluminio se coloque dentro de un horno fabricado con un material de baja conductividad, de tal forma que la transferencia de calor hacia y desde la superficie inferior del bloque sea despreciable.

4-123 Retome el problema 4-121. Con el software apropiado, investigue el efecto que tiene la temperatura final en el centro del bloque en el tiempo de calentamiento y en la cantidad de transferencia de calor. La temperatura final en el centro del bloque está entre 50 y 1 000 °C. Grafique el tiempo y la transferencia de calor en función de la temperatura final en el centro del bloque y analice los resultados.

Tema especial: refrigeración y congelamiento de alimentos

4-124C ¿Cuáles son los tipos de microorganismos más comunes?

4-125C ¿Cómo evita o retarda la refrigeración el daño en los alimentos? ¿Por qué la refrigeración prolonga por meses el tiempo de vida de los productos almacenados?

4-126C ¿Cuáles son los factores ambientales que afectan la tasa de crecimiento de los microorganismos en los alimentos?

4-127C ¿Cuál es el efecto del cocimiento de los alimentos en los microorganismos?

4-128C ¿Cómo se puede evitar o minimizar la contaminación de alimentos con microorganismos? ¿Cómo puede retardarse el crecimiento de microorganismos en los alimentos? ¿Cómo pueden destruirse los microorganismos contenidos en los alimentos?

4-129C ¿Cómo afecta al crecimiento de microorganismos en los alimentos *a*) el movimiento del aire y *b*) la humedad relativa del ambiente?

4-130C El enfriamiento de un cadáver de una res de 37 a 5 °C con aire refrigerado a 0 °C en un cuarto de enfriamiento toma 48 horas. Para reducir el tiempo de enfriamiento, se propone enfriar el cadáver con aire refrigerado a −10 °C. ¿Cómo evaluaría esta propuesta?

4-131C Considere el congelamiento de carne empacada en cajas con aire refrigerado. ¿De qué forma afectan *a*) la temperatura del aire, *b*) la velocidad del aire, *c*) la capacidad del sistema de refrigeración y *d*) el tamaño de las cajas de carne al tiempo de congelamiento?

4-132C ¿Cómo afecta la tasa de congelamiento a la suavidad, el color y el goteo de la carne durante el descongelamiento?

4-133C Se dice que la carne de res se puede almacenar hasta dos años a una temperatura de −23 °C; sin embargo, no más de un año a −12 °C. ¿Es este enunciado razonable? Explique.

4-134C ¿Qué es un muelle de embarque refrigerado?, ¿de qué manera reduce la carga de refrigeración de los cuartos de almacenamiento fríos?

4-135C ¿De qué manera el enfriamiento por inmersión de los productos avícolas se compara con el enfriamiento por aire forzado respecto a *a*) tiempo de enfriamiento, *b*) pérdida de humedad en las aves, y *c*) crecimiento de microbios?

4-136C ¿Cuál es la temperatura de almacenamiento adecuado de los productos avícolas congelados?

4-137C ¿Cuáles son los factores que afectan la calidad del pescado congelado?

4-138 El cuarto de enfriamiento de una planta de carne mide 15 m × 18 m × 5.5 m y una capacidad para 350 cadáveres de res. La potencia consumida por los ventiladores y las lámparas en el cuarto de enfriamiento son 22 kW y 2kW, respectivamente, y el cuarto gana calor a través de su envolvente a un valor de 14 kW. La masa promedio de los cadáveres de res es de 220 kg. Los cadáveres ingresan al cuarto de enfriamiento a 35 °C, después se lavan para facilitar el enfriamiento evaporativo y se enfrían a 16 °C en 12 horas. El aire ingresa al cuarto de enfriamiento a −2.2 °C y sale a 0.5 °C. Determine *a*) la carga de refrigeración del cuarto de enfriamiento, y *b*) la velocidad de flujo volumétrico del aire. Los calores específicos promedio de los cadáveres de las reses y del aire son 3.14 y 1.0 kJ/kg · °C, respectivamente, y la densidad del aire puede considerarse de 1.28 kg/m^3.

4-139 Pollos con una masa promedio de 2.2 kg y calor específico promedio de 3.54 kJ/kg · °C se enfriarán por medio de agua que ingresa a un enfriador de inmersión de flujo continuo a una temperatura de 0.5 °C. Los pollos se dejan caer en el enfriador a una temperatura uniforme de 15 °C y a una razón de 500 pollos por hora y se enfrían hasta llegar a una temperatura promedio de 3 °C antes de sacarlos del enfriador. Este último gana calor de los alrededores a una razón de 210 kJ/min. Determine *a*) la tasa de remoción de calor del pollo en kW y *b*) la razón de flujo de masa del agua en kg/s si el incremento de temperatura del agua no excede 2 °C.

4-140I Pollos con un contenido de agua de 74%, temperatura inicial de 32 °F y una masa de alrededor de 7.5 lbm se congelarán por medio de aire refrigerado a −40 °F. Utilizando la figura 4-50 determine cuánto tiempo tomará reducir la temperatura de la superficie interior de los pollos a 25 °F. ¿Cuál sería su respuesta si la temperatura del aire fuera de −80 °F?

4-141 Pavos con un contenido de agua de 64% están inicialmente a una temperatura de 1 °C y una masa de alrededor de 7 kg, se van a congelar sumergiéndolos en salmuera a −29 °C. Utilizando la figura 4-51, determine cuánto tiempo tomará reducir la temperatura a −18 °C de la pechuga de pavo a una profundidad de 3.8 cm; si esta representa la temperatura promedio del pavo, determine la cantidad de transferencia de calor por pavo suponiendo que *a*) todo el contenido de agua del pavo está congelado y *b*) solo 90% del contenido de agua del pavo está congelado a −18 °C. Considere los calores específicos del pavo como 2.98 y 1.65 kJ/kg · °C por encima y por debajo del punto de congelación de −2.8 °C, respectivamente, y el calor de fusión latente del pavo de 214 kJ/kg. *Respuestas: a*) 1 753 kJ, *b*) 1 617 kJ

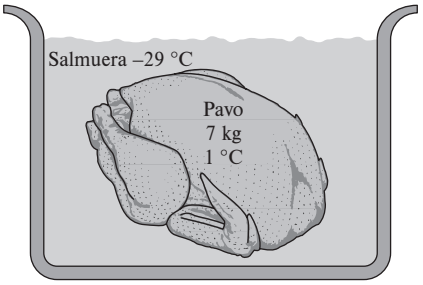


FIGURA P4-141

Problemas de repaso

4-142 Placas de acero de gran tamaño con espesor de 1.0 cm se enfrían de 600 a 100 °C, sumergiéndolas en un contendor de aceite que se mantiene a una temperatura de 30 °C. El coeficiente de transferencia de calor promedio de ambas caras de las placas de acero es 400 W/m^2 · K. Las propiedades promedio del acero son k = 45 W/m · K, ρ = 7 800 kg/m^3, y c_p = 470 J/kg · K. Calcule el tiempo de enfriamiento de las placas de acero.

4-143 Un rollo largo de 2 m de ancho y 0.5 cm de espesor de placa de acero manganeso sale de un horno a 820 °C y se va a enfriar en un baño de aceite (c_p = 2.0 kJ/kg · K) a 45 °C. La placa de metal se mueve a una velocidad constante de 20 m/min, y el baño de aceite tiene una longitud de 9 m. Considerando que el coeficiente de transferencia de calor por convección en ambos lados de la placa es de 860 W/m^2 · K, determine la temperatura de la hoja metálica cuando abandona el baño de aceite. Asimismo, determine la razón de remoción de calor del aceite que se requiere para mantener su temperatura constante a un valor de 45 °C.

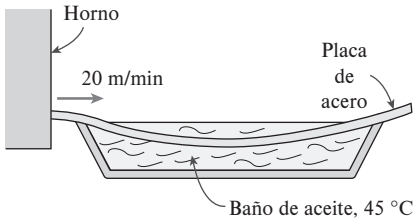


FIGURA P4-143

4-144 Alambres de aluminio de gran longitud tienen un diámetro de 3 mm ($\rho = 2\ 702\ kg/m^3$, $c_p = 0.896\ kJ/kg \cdot K$, $k = 236\ W/m \cdot K$, y $\alpha = 9.75 \times 10^{-5}\ m^2/s$), son extruidos a una temperatura de 350 °C y expuestos al aire atmosférico a 30 °C con un coeficiente de transferencia de calor de 35 $W/m^2 \cdot K$. *a)* Determine cuánto tiempo tomará descender la temperatura a 50 °C. *b*) Si el alambre es extruido a una velocidad de 10 m/min, determine qué tan lejos debe viajar el alambre después de la extrusión para cuando su temperatura haya llegado a un valor de 50 °C? ¿Qué cambio propone en el proceso de enfriamiento para acortar esta distancia? *c*) Suponiendo que el alambre de aluminio abandona el cuarto de extrusión a una temperatura de 50 °C, determine la razón de transferencia de calor del alambre al cuarto de extrusión. *Respuestas: a*) 144s, *b*) 24 m, *c*) 856 W

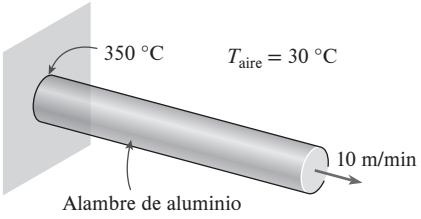


FIGURA P4-144

4-145 Repita el problema 4-144 para un alambre de cobre ($\rho = 8\ 950\ kg/m^3$, $c_p = 0.383\ kJ/kg \cdot K$, $k = 386\ W/m \cdot K$, y $\alpha = 1.13 \times 10^{-4}\ m^2/s$).

4-146 Alambres de aluminio de 4 mm de diámetro se fabrican por el método de extrusión. Los alambres abandonan la extrusora a una temperatura promedio de 350 °C y a una velocidad lineal de 10 m/min. Antes de abandonar el cuarto de extrusión, los alambres son enfriados a una temperatura promedio de 50 °C transfiriendo calor al aire del ambiente a 25 °C con un coeficiente de transferencia de calor de 50 $W/m^2 \cdot K$. Calcule la longitud necesaria de la sección de enfriamiento del alambre en el cuarto de extrusión.

4-147I Durante un día de campo en un día cálido de verano, las únicas bebidas disponibles estaban a una temperatura ambiente de 90 °F. En un esfuerzo para enfriar una bebida con 12 onzas de fluido en una lata, la cual tenía una altura de 5 pulgadas y un diámetro de 2.5 pulgadas, una persona toma la lata y comienza a agitarla en el agua con hielo de la hielera a 32 °F. Se puede suponer que la temperatura de la bebida es uniforme en todo momento y el coeficiente de transferencia de calor entre el agua con hielo y la lata de aluminio es de 30 $Btu/h \cdot pie^2 \cdot °F$. Utilizando las propiedades del agua para la bebida, calcule cuánto tiempo le tomará a la bebida enlatada enfriarse a 40 °F. Resuelva este problema utilizando el análisis de sistemas concentrados. ¿Dicho análisis es aplicable a este problema?, ¿por qué?

4-148 Dos varillas metálicas se calientan en un horno a una temperatura ambiente uniforme de 1 000 °C y un coeficiente de transferencia de calor por convección de 25 $W/m^2 \cdot K$. La varilla A está fabricada de aluminio, $\rho = 2\ 702\ kg\ m^3$, $c_p = 903\ J/kg \cdot K$, y $k = 237\ W/m/K$) y la B está fabricada de acero inoxidable ($\rho = 8\ 238\ kg/m^3$, $c_p = 468\ J/kg \cdot K$ y $k = 13.4\ W/m/K$). Ambas varillas tienen un diámetro de 25 mm y una longitud de 1 m. Si la temperatura inicial de ambas varillas es de 15 °C, determine sus temperaturas promedio después de 5 minutos.

4-149 Rodamientos de esferas de acero inoxidable ($\rho = 8\ 085\ kg/m^3$, $k = 15.1\ W/m \cdot °C$, $c_p = 0.480\ KJ/kg \cdot °C$, y $\alpha = 3.91 \times 10^{-6}\ m^2/s$). tienen un diámetro de 1.2 cm y se enfrían en agua. Las esferas salen del horno a una temperatura uniforme de 900 °C y se exponen al aire a 30 °C por un momento antes de ponerse en agua. Si la temperatura de las esferas no está por debajo de 850 °C antes del enfriamiento y el coeficiente de transferencia de calor del aire es de 125 $W/m^2 \cdot °C$, determine cuánto tiempo pueden permanecer en el aire las esferas antes de depositarse en agua.

4-150 En un proceso de recocido, una placa de acero inoxidable ($\rho = 8\ 238\ kg/m^3$, $c_p = 468\ J/kg \cdot K$, $k = 13.4\ W/m \cdot K$, y $\alpha = 3.48 \times 10^{-6}\ m^2/s$) de 50 mm de espesor se recalienta en un horno desde una temperatura inicial uniforme de 230 °C. La temperatura ambiente dentro del horno es uniforme a 1 000 °C, y el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 215 $W/m^2 \cdot K$. Si toda la placa de acero inoxidable se va a calentar a al menos 600 °C, determine el tiempo que deberá calentarse la placa en el horno utilizando el método analítico de aproximación de un término.

4-151 Durante un incendio, los troncos de algunos árboles de roble secos ($k = 0.17\ W/m \cdot K$ y $\alpha = 1.28 \times 10^{-7}\ m^2/s$) que están inicialmente a una temperatura uniforme de 30 °C están expuestos a gases calientes a 600 °C por un periodo de 4 horas con un coeficiente de transferencia de calor de 65 $W/m^2 \cdot K$ en la superficie. La temperatura de ignición de los árboles es de 410 °C. Considerando que los troncos pueden tratarse como varillas cilíndricas largas de 20 cm de diámetro, determine si dichos árboles secos se incendiarán a medida que el fuego arda entre ellos. Resuelva este problema utilizando el método analítico de aproximación de un término.

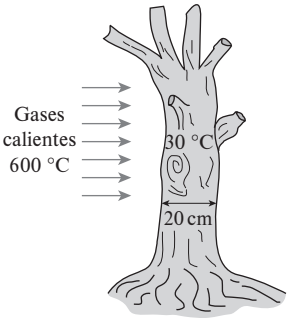


FIGURA P4-151

4-152I En el *Libro de cocina de Betty Crocker* se menciona que toma 5 horas asar un pavo relleno de 14 libras inicialmente a 40 °F en un horno que se mantiene a 325 °F. Se recomienda utilizar un termómetro para carne para supervisar la cocción del pavo, y se considera que el pavo está listo cuando el termómetro que se inserta a un nivel profundo en la parte más ancha de la pechuga o muslo sin tocar el hueso da una lectura de 185 °F. El pavo puede tratarse como un objeto esférico homogéneo con las propiedades $\rho = 75\ lbm/pie^3$, $c_p = 0.98\ Btu/lbm \cdot °F$, $k = 0.26$

Btu/h · pie · °F, y $\alpha = 0.0035$ pie^2/h. Si la punta del termómetro se encuentra a un tercio de la distancia radial respecto al centro del pavo, determine *a*) el coeficiente de transferencia de calor promedio en la superficie del pavo, *b*) la temperatura de la piel del pavo cuando esté listo, y *c*) la cantidad total de calor transferido al pavo dentro del horno. ¿Será la lectura del termómetro mayor o menor a 185 °F cinco minutos después de que el pavo haya sido retirado del horno?

4-153 Una sandía a 35 °C se enfría colocándola en un lago que está a 15 °C. Después de 4 horas y 40 minutos de enfriamiento, se mide la temperatura en el centro de la sandía y arroja una lectura de 20 °C. Considerando la sandía como una esfera de 20 cm de diámetro y utilizando las propiedades $k = 0.618$ W/m · K, $\alpha = 0.15 \times 10^{-6}$ m^2/s, $\rho = 995$ kg/m^3, y $c_p = 4.18$ kJ/kg · K, determine el coeficiente de transferencia de calor promedio y la temperatura en la superficie de la sandía al final del periodo de enfriamiento. Resuelva este problema con el método analítico de aproximación de un término.

4-154 Cuentas esféricas de vidrio que salen de un horno se dejan enfriar a una temperatura ambiente de 30 °C. Una cuenta de vidrio con un diámetro de 10 mm y temperatura inicial de 400 °C se deja enfriar por 3 minutos. Si el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 28 W/m^2 · K, determine la temperatura en el centro de la cuenta de vidrio mediante el método analítico de aproximación de un término. Las propiedades de la cuenta de vidrio son $\rho = 2\,800$ kg/m^3, $c_p = 750$ J/kg · K, y $k = 0.7$ W/m · K.

4-155 La red de suministro de agua debe instalarse a una profundidad suficiente por debajo de la superficie de la tierra para evitar el congelamiento durante periodos prolongados a temperaturas bajo cero. Determine la profundidad mínima a la que debe instalarse la red de agua en un sitio donde el suelo está inicialmente a 15 °C y la temperatura en la superficie de la tierra en las peores condiciones se espera que permanezca a −10 °C por un periodo de 75 días. Suponga que las propiedades del suelo en ese sitio son $k = 0.7$ W/m · K y $\alpha = 1.4 \times 10^{-5}$ m^2/s. *Respuesta:* 7.05 m

4-156 Una pared de ladrillo de 40 cm de ancho ($k = 0.72$ W/m · K y $\alpha = 1.6 \times 10^{-6}$ m^2/s) se calienta a una temperatura promedio de 18 °C mediante el sistema de calefacción y la radiación solar incidente en dicha pared durante el día. En la noche, la superficie exterior de la pared se expone al aire frío que está a −3 °C con un coeficiente de transferencia de calor promedio de 20 W/m^2 · K. Determine las temperaturas de la pared a 15, 30 y 40 cm de distancia respecto a la superficie exterior por un periodo de 2 horas.

4-157 La erupción de un volcán provoca que fluya lava sobre la tierra a temperatura de 1 200 °C. La tierra estaba primero a 15 °C y el flujo de lava tiene un coeficiente de transferencia de calor por convección de 3 500 W/m^2 · K. Determine *a*) la temperatura de la superficie terrestre y *b*) el flujo de calor en la superficie terrestre después de 2 segundos de circulación de la lava. Suponga que la tierra tiene las mismas propiedades que el suelo seco.

4-158 Un bloque de acero grande caliente ($\rho = 7\,832$ kg/m^3, $c_p = 434$ J/kg · K, $k = 63.9$ W/m · K y $\alpha = 18.8 \times 10^{-6}$ m^2/s) se deja enfriar en un cuarto a 25 °C. El bloque de acero tiene una temperatura inicial de 450 °C y el coeficiente de transferencia de calor por convección es 25 W/m^2 · K. Si el bloque de acero puede tratarse como una cuarta parte de medio infinito, determine la temperatura en la orilla del bloque de acero después de que se ha puesto a enfriar por 10 minutos.

4-159 Una losa de hierro de gran tamaño ($\rho = 7\,870$ kg/m^3, $c_p = 447$ J/kg · K, y $k = 80.2$ W/m · K) se calentó a una temperatura uniforme de 150 °C, y después se colocó sobre un piso de concreto ($\rho = 1\,600$ kg/m^3, $c_p = 840$ J/kg · K, y $k = 0.79$ W/m · K) que tenía una temperatura uniforme de 30 °C. Determine *a*) la temperatura superficial entre la losa de hierro y el piso de concreto, y *b*) la temperatura del piso de concreto a una profundidad de 25 mm si la temperatura de la superficie permanece constante después de 15 minutos.

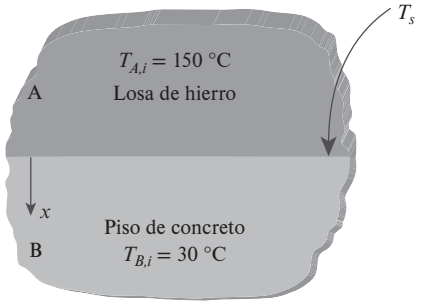


FIGURA P4-159

4-160 Un *hot dog* puede considerarse como un cilindro de 12 cm de longitud con diámetro de 2 cm y cuyas propiedades son $\rho = 980$ kg/m^3, $c_p = 3.9$ kJ/kg · K, $k = 0.76$ W/m · K y $\alpha = 2 \times 10^{-7}$ m^2/s. Inicialmente tiene una temperatura de 5° C, y se coloca en agua hirviendo a 100 °C. Se estima que el coeficiente de transferencia de calor en la superficie del *hot dog* es de 600 W/m^2 · K. Si se considera que el *hot dog* está cocinado cuando la temperatura en su centro alcanza los 80 °C, determine cuánto tiempo tomará cocinarlo en agua hirviendo. Resuelva este problema mediante el método analítico de aproximación de un término.

4-161 El motor de un automóvil fue fabricado con hierro fundido ($k = 52$ W/m · K y $\alpha = 1.7 \times 10^{-5}$ m^2/s). puede considerarse como un bloque de forma rectangular cuyos lados tienen una longitud de 80 cm, 40 cm y 40 cm. El motor se encuentra a una temperatura de 150 °C cuando se apaga. Después se expone a aire atmosférico a una temperatura de 17 °C con un coeficiente de transferencia de calor de 6 W/m^2 · K. Determine *a*) la temperatura en el centro de las superficies cuyos lados tienen una longitud de 80 cm y 40 cm, y *b*) la temperatura en la esquina del motor después de que se enfría por un periodo de 45 minutos. Resuelva este problema utilizando el método analítico de aproximación de un término.

4-162 Se encuentra a un hombre muerto en un cuarto a 12 °C. Se mide la temperatura superficial de su cintura y se obtiene una lectura de 23 °C, se estima que el coeficiente de transferencia de calor es de 9 W/m^2 · K. Modelando el cuerpo como un cilindro de 28 cm de diámetro y 1.80 m de largo, calcule cuánto

tiempo ha transcurrido desde que falleció. Considere que las propiedades del cuerpo son $k = 0.62$ W/m·K y $\alpha = 0.15 \times 10^{-6}$ m^2/s, y suponga que la temperatura inicial del cuerpo era de 36 °C. Resuelva este problema con el método analítico de aproximación de un término.

Problemas del examen sobre Fundamentos de ingeniería (FI)

4-163 El número de Biot puede pensarse como la relación entre:
a) La resistencia térmica de conducción y la resistencia térmica convectiva
b) La resistencia térmica convectiva y la resistencia térmica de conducción
c) La capacidad de almacenamiento de energía térmica y la resistencia térmica de conducción
d) La capacidad de almacenamiento de energía térmica y la resistencia térmica de convección
e) Ninguna de las anteriores

4-164 El análisis de sistemas concentrados de situaciones de conducción de calor transitoria es válido cuando el número de Biot es:
a) muy pequeño.
b) aproximadamente uno.
c) muy grande.
d) cualquier número real.
e) no se puede decir nada al respecto a menos que se conozca el número de Fourier.

4-165 Los paneles de la carrocería automotriz están fabricados de policloruro de vinilo ($k = 0.092$ W/m·K, $c_p = 1.05$ kJ/kg·K, $\rho = 1\,714$ kg/m^3), de 1 mm de espesor, y emergen de un molde de inyección a una temperatura de 120 °C. Dichos paneles necesitan enfriarse a 40 °C exponiendo ambos de sus lados a circulación de aire a 20 °C para poder manejarlos correctamente. Si el coeficiente de transferencia de calor por convección es 15 W/m^2·K y no se toma en cuenta la radiación, el tiempo que los paneles deben exponerse al aire antes de manejarse es:

a) 0.8 minutos *c*) 2.4 minutos *e*) 5.6 minutos
b) 1.6 minutos *d*) 3.1 minutos

4-166 Un proceso de fundición de hierro se enfría hasta llegar a 90% de la diferencia de temperatura original en 30 minutos cuando dicho proceso se lleva a cabo en aire tranquilo. El tiempo que toma en enfriarse este mismo proceso a 90% de la diferencia de temperatura original, cuando se lleva a cabo el proceso en una corriente de aire en movimiento cuyo coeficiente de transferencia de calor por convección es 5 veces el del aire tranquilo, es:

a) 3 minutos *c*) 9 minutos *e*) 15 minutos
b) 6 minutos *d*) 12 minutos

4-167 Un bloque de hierro caliente de 18 cm de largo, 16 cm de ancho y 12 cm de altura ($\rho = 7870$ kg/m^3, $c_p = 447$ J/kg·K) inicialmente a una temperatura de 20 °C se coloca dentro de un horno para ser sometido a un tratamiento de calor. El coeficiente de transferencia de calor sobre la superficie del bloque es 100 W/m^2·K. Si la temperatura del bloque debe incrementarse a 750 °C en 25 minutos, el horno debe mantenerse a una temperatura de:

a) 750 °C *c*) 875 °C *e*) 1 000 °C
b) 830 °C *d*) 910 °C

4-168 Una lata de 10 cm de diámetro interno y 30 cm de largo llena de agua a 25 °C se coloca en un refrigerador doméstico a 3 °C. El coeficiente de transferencia de calor en la superficie de la lata es de 14 W/m^2·K. Suponiendo que la temperatura del agua permanece uniforme durante el proceso de enfriamiento, el tiempo que tarda la temperatura del agua en descender a 5 °C es:

a) 0.55 h *c*) 2.09 h *e*) 4.97 h
b) 1.17 h *d*) 3.60 h

4-169 Una bebida enlatada ($\rho = 977$ kg/m^3, $k = 0.607$ W/m·K, $c_p = 4180$ J/kg·K) tiene 6 cm de diámetro y 13 cm de altura, está a 25 °C y se va a enfriar a 5 °C colocándola en agua con hielo a 0 °C. La superficie y el volumen total de la bebida son $A_s = 301.6$ cm^2 y $V = 367.6$ cm^3. Si el coeficiente de transferencia de calor es 120 W/m^2·K, determine cuánto tiempo le tomará a la bebida enfriarse a 5 °C. Suponga que se agita la lata en agua y, por tanto, la temperatura de la bebida cambia uniformemente con el tiempo.

a) 1.5 minutos *c*) 11.1 minutos *e*) 6.7 minutos
b) 8.7 minutos *d*) 26.6 minutos

4-170 Esferas de cobre ($\rho = 8933$ kg/m^3, $k = 401$ W/m·K, $c_p = 385$ J/kg·°C, $\alpha = 1.166 \times 10^{-4}$ m^2/s) a una temperatura de 180 °C se dejan enfriar en aire a 30 °C por 2 minutos. Si las esferas tienen un diámetro de 2 cm y el coeficiente de transferencia de calor es de 80 W/m^2·K, la temperatura en el centro de las esferas al final del proceso de enfriamiento es:

a) 78 °C *c*) 118 °C *e*) 151 °C
b) 95 °C *d*) 134 °C

4-171 Esferas de acero al carbono ($\rho = 7830$ kg/m^3, $k = 64$ W/m·K, $c_p = 434$ J/kg·K) a una temperatura de 200 °C se enfrían en un baño de aceite a 20 °C por 3 minutos. Si las esferas tienen un diámetro de 5 cm y el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 450 W/m^2·K, la temperatura en el centro de las esferas después del enfriamiento será: (*Sugerencia*: Verifique el número de Biot).

a) 30.3 °C *c*) 55.4 °C *e*) 79.4 °C
b) 46.1 °C *d*) 68.9 °C

4-172 En una planta de producción, placas de gran tamaño fabricadas con acero inoxidable ($k = 15$ W/m·K, $\alpha = 3.91 \times 10^{-6}$ m^2/s) de 40 cm de grosor se sacan de un horno a una temperatura uniforme de 750 °C. Dichas placas se colocan en un baño de agua que las mantiene a una temperatura constante de 20 °C con un coeficiente de transferencia de calor de 600 W/m^2·K. El tiempo que toma a la temperatura de las superficies de las placas reducirse a 120 °C es:

a) 0.6 horas *c*) 1.4 horas *e*) 3.2 horas
b) 0.8 horas *d*) 2.6 horas

4-173 Una barra larga de madera dura de 18 cm de diámetro ($k = 0.159$ W/m·K, $\alpha = 1.75 \times 10^{-7}$ m^2/s) se expone al aire

que está a una temperatura de 30 °C con un coeficiente de transferencia de calor de 8.83 $W/m^2 \cdot K$. Si la temperatura en el centro de la barra es de 15 °C después de 3 horas, la temperatura inicial de la misma es:

a) 11.9 °C *c*) 1.7 °C *e*) −9.2 °C
b) 4.9 °C *d*) 0 °C

4-174 Se tiene un trozo de carne de cordero ($\rho = 1\,030$ kg/m^3, $c_p = 3.49$ $kJ/kg \cdot K$, $k = 0.456$ $W/m \cdot K$, $\alpha = 1.3 \times 10^{-7}$ m^2/s) de forma cilíndrica de 7.6 cm de largo y 3 cm de diámetro. Quince de estos trozos de carne están a una temperatura de 2 °C y se ponen en agua hirviendo a 95 °C con un coeficiente de transferencia de calor de 1 200 $W/m^2 \cdot K$. La cantidad de transferencia de calor durante los primeros 8 minutos de cocción es:

a) 71 kJ *c*) 238 kJ *e*) 307 kJ
b) 227 kJ *d*) 269 kJ

4-175 Se tiene un trozo de carne de cordero ($\rho = 1030$ kg/m^3, $c_p = 3.49$ $kJ/kg \cdot K$, $k = 0.456$ $W/m \cdot K$, $\alpha = 1.3 \times 10^{-7}$ m^2/s). cilíndrico de 7.6 cm de diámetro. Dicho trozo de carne está a 2 °C y se pone en agua hirviendo a 95 °C con un coeficiente de transferencia de calor de 1 200 $W/m^2 \cdot K$. El tiempo que toma a la temperatura en el centro del trozo de carne llegar a los 75 °C es:

a) 136 minutos *c*) 13.6 minutos *e*) 8.5 minutos
b) 21.2 minutos *d*) 11.0 minutos

4-176 La forma de una papa puede aproximarse a la de una esfera sólida de 5.7 cm de diámetro con las propiedades $\rho = 910$ kg/m^3, $c_p = 4.25$ $kJ/kg \cdot K$, $k = 0.68$ $W/m \cdot K$ y $\alpha = 1.76 \times 10^{-7}$ m^2/s. Doce papas como esta inicialmente están a una temperatura de 25 °C y se cocinan metiéndolas en un horno que se mantiene a una temperatura de 250 °C con un coeficiente de transferencia de calor de 95 $W/m^2 \cdot K$. La cantidad de transferencia de calor hacia las papas en el momento en que la temperatura en el centro de las papas alcanza un valor de 90 °C es:

a) 1 012 kJ *c*) 1 788 kJ *e*) 3 270 kJ
b) 1 366 kJ *d*) 2 046 kJ

4-177 La forma de un pequeño pollo ($k = 0.45$ $W/m \cdot K$, $\alpha = 0.15 \times 10^{-6}$ m^2/s) puede aproximarse a la de una esfera sólida de 11.25 cm de diámetro. El pollo se encuentra a una temperatura uniforme de 8 °C y se va a cocer en un horno que se mantiene a una temperatura de 220 °C con un coeficiente de transferencia de calor de 80 $W/m^2 \cdot K$. Considerando esta idealización, la temperatura en el centro del pollo después de 90 minutos es:

a) 25 °C *c*) 89 °C *e*) 168 °C
b) 61 °C *d*) 122 °C

4-178 La forma de una papa puede aproximarse a la de una esfera sólida de 5.7 cm de diámetro con las propiedades $\rho = 910$ kg/m^3, $c_p = 4.25$ $kJ/kg \cdot K$, $k = 0.68$ $W/m \cdot K$ y $\alpha = 1.76 \times 10^{-7}$ m^2/s. Doce papas de este tipo con una temperatura de 25 °C se cocinan en un horno que se mantiene a 250 °C con un coeficiente de transferencia de calor de 95 $W/m^2 \cdot K$. La cantidad de transferencia de calor hacia las papas durante un periodo de 30 minutos es:

a) 77 kJ *c*) 927 kJ *e*) 1 012 kJ
b) 483 kJ *d*) 970 kJ

4-179 Cuando se calienta agua de un estanque o de un lago por medio de aire caliente que circula en su superficie, el agua se mantiene estable y no se mueve, formando una capa caliente de agua por encima de una capa fría. Se tiene un lago ($k = 0.6$ $W/m \cdot K$, $c_p = 4.179$ $kJ/kg \cdot K$) de gran profundidad que inicialmente está a una temperatura uniforme de 2 °C. Súbitamente, la temperatura de su superficie se incrementa alcanzando los 20 °C debido a un frente de clima primaveral. La temperatura del agua a 1 m por debajo de la superficie 400 horas después de este cambio es:

a) 2.1 °C *c*) 6.3 °C *e*) 10.2 °C
b) 4.2 °C *d*) 8.4 °C

4-180 Un pedazo de tejido de gran tamaño está a una temperatura de 35 °C y tiene una difusividad térmica de 1×10^{-7} m^2/s, se pone en agua con hielo. El agua está bien agitada, de tal manera que la temperatura de la superficie del tejido se reduce a 0 °C en el tiempo cero y permanece así en todo instante. La temperatura del tejido después de 4 minutos a una profundidad de 1 cm es:

a) 5 °C *c*) 25 °C *e*) 10 °C
b) 30 °C *d*) 20 °C

4-181 El techo de una habitación grande mide 35 cm de espesor y está fabricada con concreto ($k = 0.79$ $W/m \cdot K$, $\alpha = 5.88 \times 10^{-7}$ m^2/s) inicialmente el techo está a una temperatura uniforme de 15 °C. Después de una fuerte tormenta de nieve, la superficie exterior del techo permanece cubierta de nieve a −5 °C. La temperatura del techo a 12 cm de distancia respecto a la superficie exterior después de que han transcurrido 2 horas es:

a) 13 °C *c*) 7 °C *e*) −5 °C
b) 11 °C *d*) 3 °C

Problemas de diseño y ensayo

4-182 Realice el siguiente experimento en casa y calcule el coeficiente de calor por radiación y convección combinados en la superficie de una manzana expuesta al aire del ambiente. Necesitará dos termómetros y un reloj.

Primero, pese la manzana y mida su diámetro. Puede medir su volumen colocándola en una taza medidora hasta la mitad de su capacidad y después mida el cambio en su volumen cuando la manzana se encuentre totalmente sumergida en el agua. Refrigere la manzana toda la noche, de tal manera que esté a una temperatura uniforme por la mañana y mida la temperatura del aire en la cocina. Después, saque la manzana del refrigerador e insértele uno de los termómetros en su parte central y el otro justo por debajo de su cáscara. Registre ambas temperaturas cada 5 minutos durante 1 hora. Con ambas temperaturas, calcule el coeficiente de transferencia de calor de cada intervalo y su promedio. El resultado será el coeficiente de transferencia de calor por convección y radiación de este proceso de transferencia de calor. Utilizando los datos experimentales que registró, calcule también la conductividad y difusividad térmicas de la manzana y compárelas con los valores ya proporcionados.

4-183 Repita el problema 4-182 utilizando un plátano en lugar de una manzana. Las propiedades térmicas de los plátanos son prácticamente las mismas que las de las manzanas.

4-184 Realice el siguiente experimento para determinar la constante de tiempo de una lata de refresco, después calcule la temperatura del refresco en diferentes tiempos. Déjelo dentro del refrigerador durante toda la noche. Mida la temperatura del aire en la cocina y la de la bebida mientras esta se encuentre dentro del refrigerador colocando el sensor del termómetro en la superficie exterior de la lata. Después, saque el refresco del refrigerador y mida de nuevo su temperatura después de que hayan transcurrido 5 minutos. Utilizando estos valores, calcule el exponente *b*. Con dicho valor calcule las temperaturas del refresco después de 10, 15, 20, 30 y 60 minutos, y compare los resultados con las mediciones de temperatura reales. ¿Considera que el análisis de sistemas concentrados es válido en este caso?

4-185 Los árboles de cítricos son muy susceptibles al clima frío, y su exposición a periodos prolongados a temperaturas bajo cero puede destruir la cosecha. Con el propósito de proteger los árboles contra frentes fríos ocasionales que soplan a temperaturas bajo cero, las personas que cultivan árboles en la Florida por lo regular instalan aspersores de agua en los árboles. Cuando la temperatura cae por debajo de cierto nivel, los aspersores rocían agua en los árboles y en sus frutos para protegerlos contra los daños que pueden provocar las temperaturas bajo cero. Explique el mecanismo básico que sustenta esta medida de protección y escriba un ensayo acerca de cómo trabaja dicho sistema en la práctica.

Elemento de diseño: "Icono de C&S © McGraw-Hill Education; Icono de PtD © McGraw-Hill Education; arte de la computadora © McGraw-Hill Education"

CAPÍTULO

5

MÉTODOS NUMÉRICOS EN CONDUCCIÓN DE CALOR

Hasta ahora, se han considerado principalmente problemas de conducción de calor relativamente simples que involucran *geometrías simples* con condiciones de frontera simples porque solo esos problemas pueden resolverse *analíticamente*. Pero muchos problemas encontrados en la práctica involucran *geometrías complicadas* con condiciones de frontera complejas o propiedades variables, y no pueden resolverse analíticamente. En tales casos, las computadoras pueden obtener soluciones aproximadas suficientemente precisas utilizando un *método numérico*.

Los *métodos de solución analítica* como los presentados en el capítulo 2, se basan en resolver la ecuación diferencial que define al problema junto con las condiciones de frontera. Estas resultan en funciones de solución para la temperatura en *cada punto* del medio. Los métodos numéricos, por otro lado, se basan en reemplazar la ecuación diferencial por un conjunto de n ecuaciones algebraicas para las temperaturas desconocidas en n puntos seleccionados en el medio, y la solución simultánea de estas ecuaciones da como resultado los valores de temperatura en esos *puntos discretos*.

Hay varias formas de obtener la formulación numérica de un problema de conducción de calor, como el método de *diferencias finitas*, el de *elemento finito*, *elemento frontera* y el *balance de energía* (o volumen de control). Cada método tiene sus propias ventajas y desventajas. En este capítulo se usa principalmente el enfoque de *balance de energía,* que se basa en los balances de los volúmenes de control en lugar de formulaciones matemáticas pesadas, por tanto, da una mejor sensación física del problema. Además, da como resultado el mismo conjunto de ecuaciones algebraicas que el método de diferencias finitas. En este capítulo, la formulación numérica y la solución de problemas de conducción de calor se demuestran para casos estacionarios y transitorios para distintas geometrías.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al terminar de estudiar este capítulo, usted será capaz de:

- Comprender las limitaciones de las soluciones analíticas de problemas de conducción y la necesidad de usar computación intensiva con métodos numéricos.
- Expresar derivadas como diferencias y obtener formulaciones de diferencias finitas.
- Resolver numéricamente problemas de conducción unidimensionales o bidimensionales usando el método de diferencias finitas.
- Resolver problemas transitorios de conducción en una o dos dimensiones utilizando el método de diferencias finitas.

5-1 ▪ ¿POR QUÉ MÉTODOS NUMÉRICOS?

La disponibilidad inmediata de computadoras de alta velocidad y paquetes de software potentes y fáciles de usar ha tenido un gran impacto en la educación y en la práctica de ingeniería en los últimos años. En el pasado, los ingenieros se basaron en *habilidades analíticas* para resolver problemas de ingeniería significativos, y tuvieron que someterse a una formación rigurosa en matemáticas. Los ingenieros de hoy tienen acceso a un gran *poder de cómputo* bajo sus dedos, y necesitan comprender la naturaleza física del problema e interpretar los resultados, pero también necesitan comprender cómo realizan los cálculos las computadoras para tomar conciencia de los procesos involucrados y sus limitaciones, evitando cualquier obstáculo posible.

En el capítulo 2 se resolvieron varios problemas de conducción de calor para distintas geometrías de una manera sistemática pero altamente matemática: 1) al derivar la ecuación diferencial que gobierna el problema realizando un balance de energía en un elemento de volumen diferencial, 2) luego expresando las condiciones de frontera en la forma matemática adecuada y 3) resolviendo la ecuación diferencial y aplicando las condiciones de frontera para determinar las constantes de integración. Esto dio como resultado una función solución para la distribución de temperatura en el medio. La solución obtenida se denomina solución analítica del problema. Por ejemplo, la formulación matemática de la conducción de calor estacionaria unidimensional en una esfera de radio r_o cuya superficie exterior se mantiene a una temperatura uniforme de T_1 con generación de calor uniforme a una tasa de $\dot{e}$ se expresó como (figura 5-1):

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dT}{dr}\right)+\frac{\dot{e}}{k}=0$$

$$\frac{dT(0)}{dr}=0 \quad \text{y} \quad T(r_o)=T_1 \tag{5-1}$$

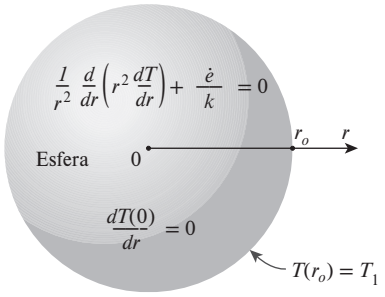


FIGURA 5-1

La solución analítica de un problema requiere resolver la ecuación diferencial que lo rige y aplicar las condiciones de frontera.

cuya solución (analítica) es:

$$T(r)=T_1+\frac{\dot{e}}{6k}(r_o^2-r^2) \tag{5-2}$$

Esta es una forma de solución muy deseable, ya que se puede determinar la temperatura en cualquier punto dentro de la esfera simplemente sustituyendo la coordenada r del punto en la función de solución analítica dada. La solución analítica de un problema también se conoce como la solución exacta, ya que satisface la ecuación diferencial y las condiciones de frontera. Esto puede verificarse sustituyendo la función solución en la ecuación diferencial y las condiciones de frontera. Además, la *tasa de transferencia de calor* en cualquier lugar dentro de la esfera o su superficie se puede determinar tomando la derivada de la función de solución $T(r)$ y sustituyéndola en la ley de Fourier como:

$$\dot{Q}(r)=-kA\frac{dT}{dr}=-k(4\pi r^2)\left(-\frac{\dot{e}\,r}{3k}\right)=\frac{4\pi r^3\dot{e}}{3} \tag{5-3}$$

El análisis anterior no requiere ninguna sofisticación matemática más allá del nivel de *integración simple*, y probablemente se pregunte por qué alguien pediría algo más. Después de todo, las soluciones obtenidas son exactas y fáciles de usar. Además, son ilustrativas dado que muestran la dependencia de la temperatura y de la transferencia de calor en función de la variable independiente r. De cualquier modo, hay varias razones para buscar métodos de solución alternativos.

1 Limitaciones

Los métodos de solución analítica se limitan a *problemas altamente simplificados* en *geometrías simples* (figura 5-2). La geometría debe ser tal que toda su superficie pueda describirse matemáticamente en un sistema de coordenadas estableciendo las variables como constantes. Es decir, debe encajar *perfectamente* en un sistema de coordenadas sin que sobresalga nada. En el caso de la conducción de calor unidimensional en una esfera sólida de radio r_o, por ejemplo, toda la superficie externa puede describirse por $r = r_o$. Del mismo modo, las superficies de un cilindro sólido finito de radio r y altura H pueden describirse por $r = r_o$ para la superficie lateral y $z = 0$ y $z = H$ para las superficies inferior y superior. Incluso complicaciones menores en la geometría pueden hacer imposible una solución analítica. Por ejemplo, un objeto esférico con una extrusión como un *asa* en algún lugar es casi imposible de manejar desde el punto de vista analítico, ya que las condiciones de frontera en este caso no se pueden expresar en ningún sistema de coordenadas conveniente.

Incluso en geometrías simples, los problemas de transferencia de calor no pueden resolverse analíticamente si las *condiciones térmicas* no son suficientemente simples. Por ejemplo, la consideración de la variación de la conductividad térmica con la temperatura, la variación del coeficiente de transferencia de calor sobre la superficie o la transferencia de calor por radiación en las superficies, puede hacer que sea casi imposible obtener una solución analítica. Por tanto, las soluciones analíticas se limitan a problemas simples o que pueden simplificarse con aproximaciones razonables.

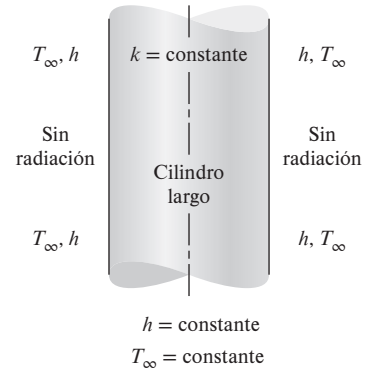


FIGURA 5-2

Los métodos de solución analítica se limitan a problemas simplificados con geometrías simples.

2 Mejor modelado

Ya se mencionó que las soluciones analíticas son soluciones exactas, ya que no implican ninguna aproximación; pero esta declaración necesita una aclaración. Se debe distinguir entre un *problema real del mundo actual* y el *modelo matemático* empleado, el cual es una representación idealizada del problema. Las soluciones obtenidas son modelos matemáticos, y el grado de aplicabilidad de estas soluciones a los problemas físicos reales depende de la precisión del modelo. Una solución "aproximada" de un modelo realista de un problema físico suele ser más precisa que la solución "exacta" de un modelo matemático burdo (figura 5-3).

Al intentar obtener una solución analítica de un problema físico, siempre existe la tendencia a *simplificar demasiado* el problema para hacer que el modelo matemático sea lo bastante simple como para garantizar una solución analítica. Por tanto, es una práctica común ignorar los efectos que causan complicaciones matemáticas, como la no linealidad en una ecuación diferencial o las condiciones de frontera.

Por tanto, no sorprende que las *no linealidades*, como la dependencia de la temperatura de la conductividad térmica y las condiciones límite de radiación, rara vez se consideren en las soluciones analíticas. Es probable que un modelo matemático destinado a una solución numérica represente mejor el problema real, de modo que la solución numérica de los problemas de ingeniería se ha convertido en la norma y no en la excepción, incluso cuando hay soluciones analíticas disponibles.

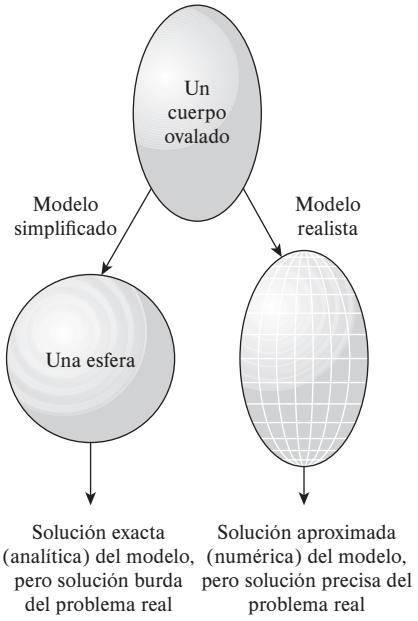
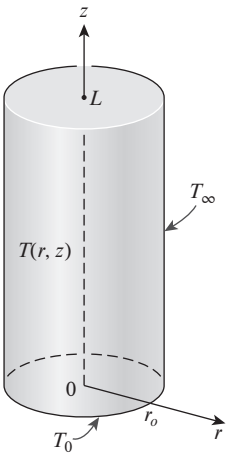


FIGURA 5-3

La solución numérica aproximada de un problema del mundo real puede ser más precisa que la solución exacta (analítica) de un modelo demasiado simplificado de ese problema.

3 Flexibilidad

Los problemas de ingeniería a menudo requieren amplios *estudios paramétricos* para comprender la influencia de algunas variables en la solución, con el fin de elegir el conjunto correcto de variables y responder preguntas como "qué pasaría si". Este es un *proceso iterativo* extremadamente tedioso y consume mucho tiempo si se hace a mano. Las computadoras y los métodos numéricos son ideales para tales cálculos, y pueden resolverse una amplia variedad de problemas relacionados mediante modificaciones menores en el código o las variables de entrada. Hoy en día es casi impen-



Solución analítica:

$$\frac{T(r,z)-T_\infty}{T_0-T_\infty}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{J_0(\lambda_n r)}{\lambda_n J_1(\lambda_n r_o)}\frac{\operatorname{senh}\lambda_n(L-z)}{\operatorname{senh}(\lambda_n L)}$$

dónde las λ_n son raíces de $J_0(\lambda_n r_o)=0$

FIGURA 5-4

Algunas soluciones analíticas son muy complejas y difíciles de utilizar.

FIGURA 5-5

La disponibilidad inmediata de computadoras de alta potencia con sofisticados paquetes de software ha hecho que la solución numérica sea la norma en lugar de la excepción.

sable realizar estudios de optimización significativos en ingeniería sin la potencia y flexibilidad de las computadoras y los métodos numéricos.

4 Complicaciones

Algunos problemas pueden resolverse analíticamente, pero el procedimiento de solución es tan complejo y las expresiones de solución resultantes tan complicadas, que no vale la pena todo ese esfuerzo. Con la excepción de problemas estacionarios unidimensionales o problemas de sistema concentrado transitorio, todos los problemas de conducción de calor resultan en ecuaciones diferenciales *parciales.* Resolverlas generalmente requiere sofisticación matemática más allá de la adquirida a nivel de pregrado, como ortogonalidad, valores propios, transformadas de Fourier y Laplace, funciones de Bessel, funciones de Legendre, y series infinitas. En tales casos, la evaluación de la solución, que a menudo implica sumas dobles o triples de series infinitas en un punto específico, es un desafío en sí mismo (figura 5-4). Por tanto, incluso cuando las soluciones están disponibles en algunos manuales, son lo suficientemente intimidantes como para asustar a los posibles usuarios.

5 Naturaleza humana

Como humanos, nos gusta sentarnos y pedir deseos, y queremos que nuestros deseos se hagan realidad sin mucho esfuerzo. La invención de los controles remotos de TV nos hizo sentir como reyes en nuestros hogares, ya que los comandos que damos desde nuestras sillas cómodas presionando botones son ejecutados de inmediato por los televisores obedientes. Después de todo, ¿de qué sirve la televisión por cable sin control remoto? Ciertamente, nos encantaría seguir siendo el rey en nuestro pequeño cubículo en la oficina de ingeniería resolviendo problemas con solo presionar un botón en una computadora (hasta que inventen un control remoto para las computadoras, por supuesto). Bien, esto podría haber sido una fantasía ayer, pero hoy en día es una realidad. Prácticamente todas las oficinas de ingeniería están equipadas con *computadoras de alta potencia* con *sofisticados paquetes de software*, con impresionantes resultados coloridos al estilo de presentación en forma gráfica y tabular (figura 5-5). Además, los resultados son tan precisos como los resultados analíticos para todo fin práctico. Las computadoras han cambiado la forma en que se practica la ingeniería.

Esta discusión no debería implicar que las soluciones analíticas son innecesarias y que deben descartarse del plan de estudios de ingeniería. Por el contrario, una visión de los *fenómenos físicos* y la *sabiduría en la ingeniería* se obtiene principalmente a través del análisis. La "sensación" que desarrollan los ingenieros durante el análisis de problemas simples pero fundamentales, les sirve como una invaluable herramienta al interpretar un gran conjunto de resultados obtenidos cuando se usa una computadora para resolver un problema complejo. Por otro lado, se puede usar un análisis simple a mano para un caso límite dado y verificar si los resultados obtenidos están en el rango adecuado. Además, nada puede reemplazar los resultados de orden de magnitud obtenidos en una hoja de papel durante las discusiones preliminares. Las calculadoras hicieron las operaciones aritméticas básicas a mano como algo del pasado, pero no eliminaron la necesidad de instruir a los niños de primaria sobre cómo sumar o multiplicar.

En este capítulo aprenderá cómo *formular y resolver problemas* de transferencia de calor numéricamente utilizando uno o más enfoques. En su vida profesional, quizá resolverá los problemas de transferencia de calor que encuentre con un paquete de software profesional, y es muy poco probable que escriba sus propios programas para resolver dichos problemas (además, las personas serán muy escépticas sobre los resultados obtenidos utilizando su propio programa en lugar de utilizar un paquete de software comercial bien establecido que ha resistido la prueba del

tiempo). La información que obtendrá en este capítulo al formular y resolver problemas de transferencia de calor le ayudará a comprender mejor los paquetes de software disponibles y a ser un usuario informado y responsable.

5-2 ▪ FORMULACIÓN DE DIFERENCIAS FINITAS DE ECUACIONES DIFERENCIALES

Los métodos numéricos para resolver ecuaciones diferenciales se basan en reemplazar las *ecuaciones diferenciales* con *ecuaciones algebraicas.* En el caso del método popular de **diferencias finitas**, esto se hace sustituyendo las *derivadas* con *diferencias*. A continuación se demuestra esto con derivadas de primero y segundo órdenes; veamos antes un ejemplo motivador.

Considere a un hombre que deposita su dinero en una cantidad de $A_0 = \$100$ en una cuenta de ahorro a una tasa de interés anual de 18% y trate de determinar la cantidad de dinero que tendrá después de un año si el interés se grava continuamente (o instantáneamente). En el caso de interés simple, después de un año, el dinero ganará \$18 de interés, y el hombre tendrá $100 + 100 \times 0.18 = \$118.00$ en su cuenta. Pero en el caso de capitalización, los intereses ganados durante un periodo de capitalización también generarán intereses durante la parte restante del año, y el saldo de fin de año será mayor que \$118. Por ejemplo, si el dinero se capitaliza dos veces al año, el saldo será de $100 + 100 \times (0.18/2) = \$109$ después de seis meses, y $109 + 109 \times (0.18/2) = \$118.81$ al final del año. También se podría determinar el saldo A directamente usando:

$$A = A_0(1 + i)^n = (\$100)(1 + 0.09)^2 = \$118.81 \qquad \textbf{(5-4)}$$

donde i es la tasa de interés para el periodo compuesto y n es el número de periodos. Con la misma fórmula, el saldo de fin de año se determina para la capitalización mensual, diaria, horaria, por minuto e incluso por segundo, y los resultados se muestran en la tabla 5-1.

TABLA 5-1

Saldo al final del año para una cuenta de \$100 que genera intereses a una tasa anual de 18% para varios periodos de capitalización

Periodo de capitalización	Número de periodos, n	Saldo al final del año
1 año	1	\$118.00
6 meses	2	118.81
1 mes	12	119.56
1 semana	52	119.68
1 día	365	119.72
1 hora	8 760	119.72
1 minuto	525 600	119.72
1 segundo	31 536 000	119.72
Instantáneo	∞	119.72

En el caso de capitalización diaria, el saldo de fin de año será de \$119.72, que es \$1.72 más que en el caso de interés simple. (Así que no es de extrañar que las compañías de tarjetas de crédito cobren intereses compuestos diariamente al determinar el saldo.) También observe que la capitalización a intervalos de tiempo más pequeños, incluso por segundo, no cambia el resultado, y aun con capitalización instantánea utilizando intervalos de tiempo "diferenciales" dt dará el mismo resultado. Esta sospecha se confirma con la ecuación diferencial $dA/dt = iA$ para el saldo A, cuya solución es $A = A_0 \exp(it)$. Sustituyendo:

$$A = (\$100)\exp(0.18 \times 1) = \$119.72$$

que es idéntico al resultado para la capitalización diaria. Por tanto, reemplazar un intervalo de tiempo diferencial dt con un intervalo de tiempo finito de $\Delta t = 1$ día dio el mismo resultado cuando se redondea al segundo lugar decimal para los centavos, lo que lleva a creer que *se pueden obtener resultados precisos al reemplazar cantidades diferenciales con diferencias suficientemente pequeñas*.

Enseguida se desarrolla la formulación de diferencias finitas de problemas de conducción de calor reemplazando las derivadas en las ecuaciones diferenciales con diferencias. En la siguiente sección se hace con el método de balance de energía, que no requiere ningún conocimiento de ecuaciones diferenciales.

Las derivadas son los componentes básicos de las ecuaciones diferenciales, primero se hará una breve revisión de las derivadas. Considere una función f que depende de x, como se muestra en la figura 5-6. La **primera derivada** de $f(x)$ en un

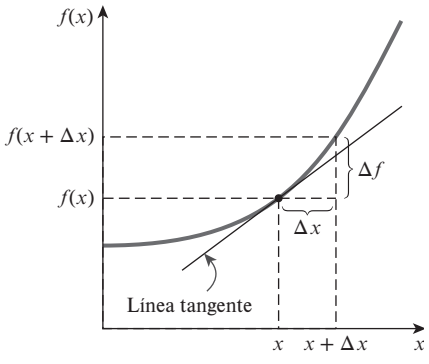


FIGURA 5-6

La derivada de una función en un punto representa la pendiente de la función en ese punto.

punto equivale a la *pendiente* de una línea tangente a la curva en ese punto, y se define como:

$$\frac{df(x)}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \tag{5-5}$$

la cual es el cociente del incremento de la función Δf respecto al incremento de la variable independiente Δx, cuando $\Delta x \to 0$. Si no se toma el límite indicado, se tendrá la siguiente relación *aproximada* para la derivada:

$$\frac{df(x)}{dx} \cong \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \tag{5-6}$$

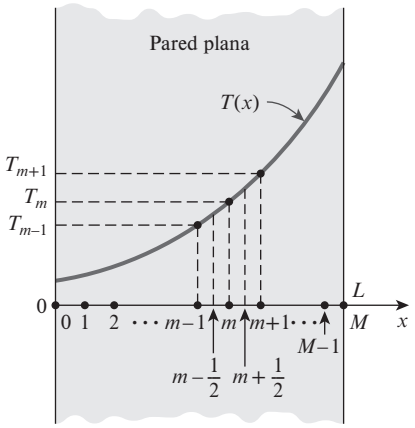


FIGURA 5-7

Esquema de nodos y temperaturas nodales utilizadas en la formulación de transferencia de calor por diferencias finitas en una pared plana.

Esta expresión aproximada en términos de diferencias es la **forma de diferencias finitas** de la primera derivada. La ecuación anterior también se puede obtener escribiendo la *expansión de la serie de Taylor* de la función f alrededor del punto x,

$$f(x + \Delta x) = f(x) + \Delta x \frac{df(x)}{dx} + \frac{1}{2} \Delta x^2 \frac{d^2 f(x)}{dx^2} + \cdots \tag{5-7}$$

y se ignoran todos los términos de la expansión, excepto los dos primeros. El primer término ignorado es proporcional a Δx^2 y, por tanto, el *error* involucrado en cada intervalo de esta aproximación también es proporcional a Δx^2. Sin embargo, el *error acumulado* después de M intervalos en la dirección de una longitud L es proporcional a Δx, dado que $M\Delta x^2 = (L/\Delta x)\Delta x^2 = L\Delta x$. Así que cuanto menor sea el Δx, menor será el error y, por ende, más precisa será la aproximación.

Ahora considere la conducción de calor unidimensional estacionaria en una pared plana de espesor L con generación de calor. La pared se subdivide en M secciones de igual espesor $\Delta x = L/M$ en la dirección x, separadas por planos que pasan por $M + 1$ puntos 0, 1, 2, . . . , $m - 1$, m, $m + 1$, . . . , M, llamados **nodos** o **puntos nodales**, como se muestra en la figura 5-7. La coordenada x de cualquier punto m es simplemente $x_m = m\Delta x$, y la temperatura en ese punto es $T(x_m) = T_m$.

La ecuación de conducción de calor involucra las segundas derivadas de temperatura respecto a las variables espaciales, es decir, d^2T/dx^2, y la formulación de diferencias finita se basa en reemplazar las segundas derivadas con las diferencias apropiadas. Pero es necesario comenzar el proceso con las primeras derivadas. La primera derivada de la temperatura dT/dx en los puntos medios $m - \frac{1}{2}$ y $m + \frac{1}{2}$ de las secciones que rodean el nodo m se puede expresar como:

$$\left.\frac{dT}{dx}\right|_{m-\frac{1}{2}} \cong \frac{T_m - T_{m-1}}{\Delta x} \quad \text{y} \quad \left.\frac{dT}{dx}\right|_{m+\frac{1}{2}} \cong \frac{T_{m+1} - T_m}{\Delta x} \tag{5-8}$$

Si la segunda derivada es simplemente la derivada de la primera, la segunda derivada de la temperatura en el nodo m se puede expresar como:

$$\left.\frac{d^2T}{dx^2}\right|_m \cong \frac{\left.\frac{dT}{dx}\right|_{m+\frac{1}{2}} - \left.\frac{dT}{dx}\right|_{m-\frac{1}{2}}}{\Delta x} = \frac{\frac{T_{m+1} - T_m}{\Delta x} - \frac{T_m - T_{m-1}}{\Delta x}}{\Delta x} = \frac{T_{m-1} - 2T_m + T_{m+1}}{\Delta x^2} \tag{5-9}$$

que es la *representación de diferencias finitas* de la *segunda derivada* en un nodo interno general m. La segunda derivada de la temperatura en un nodo m se expresa en términos de las temperaturas en el nodo m y en sus dos nodos vecinos. Entonces la ecuación diferencial:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\dot{e}}{k} = 0 \tag{5-10}$$

que es la ecuación que rige la transferencia de calor *unidimensional estacionaria* en una pared plana con generación de calor y conductividad térmica constante, puede expresarse en la forma de *diferencias finitas* como (figura 5-8):

$$\frac{T_{m-1} - 2T_m + T_{m+1}}{\Delta x^2} + \frac{\dot{e}_m}{k} = 0, \qquad m = 1, 2, 3, \ldots, M-1 \tag{5-11}$$

donde $\dot{e}_m$ es la tasa de generación de calor por unidad de volumen en el nodo m. Para el caso en que no se genera calor ($\dot{e}_m = 0$), la ecuación 5-11 se reduce a $T_m = \frac{1}{2}(T_{m-1} + T_{m+1})$, que es la forma más simple de la formulación unidimensional de diferencias finitas. La ecuación implica que la temperatura de cada nodo interior es el promedio aritmético de las temperaturas de los dos nodos vecinos. Si se especifican las temperaturas superficiales T_0 y T_M, la aplicación de esta ecuación a cada uno de los nodos interiores $M - 1$ da como resultado $M - 1$ ecuaciones para la determinación de $M - 1$ temperaturas desconocidas en los nodos interiores. Resolviendo estas ecuaciones simultáneamente permite obtener los valores de temperatura en los nodos. Si no se conocen las temperaturas en las superficies externas, entonces se deben obtener dos ecuaciones más de manera similar usando las condiciones de frontera especificadas. Luego, las temperaturas desconocidas en los nodos $M + 1$ se determinan resolviendo al mismo tiempo el sistema resultante de $M + 1$ ecuaciones con $M + 1$ incógnitas.

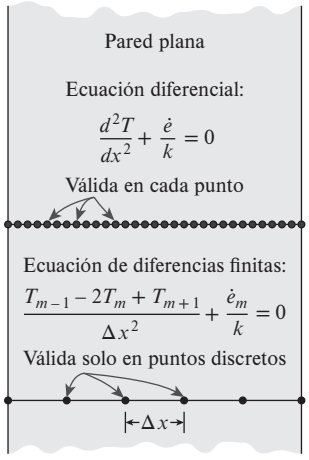


FIGURA 5-8

La ecuación diferencial es válida en cada punto de un medio, mientras que la ecuación de diferencias finitas es válida solo en puntos discretos (los nodos).

Observe que las *condiciones de frontera* no tienen efecto en la formulación de las diferencias finitas de los nodos interiores del medio. Esto no es sorprendente, ya que el volumen de control utilizado en el desarrollo de la formulación no involucra ninguna parte de la frontera. Recuerde que las condiciones de frontera tampoco tuvieron efecto en la ecuación diferencial de la conducción de calor en el medio.

La formulación anterior de diferencias finitas se puede extender fácilmente a problemas de transferencia de calor bidimensionales o tridimensionales reemplazando cada segunda derivada con una ecuación de diferencia en esa dirección. Por ejemplo, la *formulación de diferencias finitas* para una **conducción de calor bidimensional estacionaria** en una región con generación de calor y conductividad térmica constante se puede expresar en coordenadas rectangulares como (figura 5-9):

$$\frac{T_{m+1,n} - 2T_{m,n} + T_{m-1,n}}{\Delta x^2} + \frac{T_{m,n+1} - 2T_{m,n} + T_{m,n-1}}{\Delta y^2} + \frac{\dot{e}_{m,n}}{k} = 0 \tag{5-12}$$

para $m = 1, 2, 3, \ldots, M-1$ y $n = 1, 2, 3, \ldots, N-1$ en cualquier nodo interior (m, n). Una región rectangular que se divide en M subregiones iguales en la dirección x y N subregiones iguales en la dirección y, tiene un total de $(M + 1)(N + 1)$ nodos y se pueden usar las ecuaciones 5-12 para obtener las ecuaciones de diferencias finitas en $(M - 1)(N - 1)$ de estos nodos (es decir, todos los nodos excepto aquellos en las fronteras).

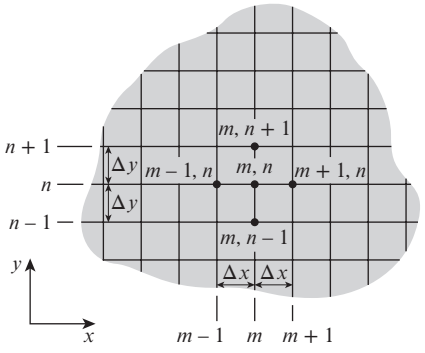


FIGURA 5-9

Malla de diferencias finitas para conducción bidimensional en coordenadas rectangulares.

La formulación de diferencias finitas se mencionó antes para demostrar cómo obtener ecuaciones de diferencia a partir de las ecuaciones diferenciales. Sin embargo, utilizamos el *enfoque de balance de energía* en las secciones siguientes para obtener la formulación numérica porque es más *intuitiva* y puede manejar las *condiciones de frontera* con más facilidad. Además, el enfoque de balance de energía no requiere tener la ecuación diferencial antes de comenzar el análisis.

5-3 ▪ CONDUCCIÓN DE CALOR ESTACIONARIA UNIDIMENSIONAL

En esta sección se desarrolla la formulación de diferencias finitas de conducción de calor en una pared plana utilizando el enfoque de balance de energía, y se analiza cómo resolver las ecuaciones resultantes. El **método de balance de energía** se basa

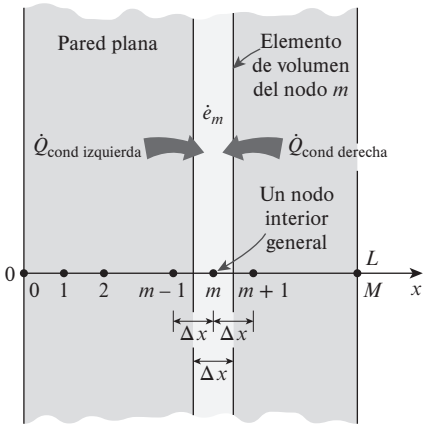


FIGURA 5-10

Puntos nodales y elementos de volumen para la formulación de diferencias finitas de conducción unidimensional en una pared plana.

en *subdividir* el medio en un número suficiente de elementos de volumen y luego aplicar un *balance de energía* en cada elemento. Esto se hace *seleccionando* primero los puntos nodales (o nodos) en los que se determinarán las temperaturas y luego *formando elementos* (o volúmenes de control) sobre los nodos dibujando líneas a través de los puntos medios entre los nodos. De esta manera, los nodos interiores permanecen en el medio de los elementos, y las propiedades *en el nodo*, como la temperatura y la tasa de generación de calor, representan las propiedades *promedio* del elemento. A veces es conveniente pensar que la temperatura varía *linealmente* entre los nodos, en especial cuando se expresa la conducción de calor entre los elementos utilizando la ley de Fourier.

Para demostrar este enfoque, considere nuevamente la transferencia de calor unidimensional estacionaria en una pared plana de espesor L con generación de calor $\dot{e}(x)$ y conductividad constante k. Se subdivide ahora la pared en M regiones iguales de espesor $\Delta x = L/M$ en la dirección x, y las divisiones entre las regiones se seleccionan como los nodos. Por tanto, tenemos $M + 1$ nodos etiquetados 0, 1, 2, . . . , $m - 1$, m, $m + 1$, . . . , M, como se muestra en la figura 5-10. La coordenada x de cualquier nodo m es simplemente $x_m = m\Delta x$, y la temperatura en ese punto es $T(x_m) = T_m$. Los elementos se forman dibujando líneas verticales a través de los puntos medios entre los nodos. Todos los elementos interiores representados por nodos interiores son de tamaño completo (con un espesor Δx), mientras que los dos elementos en las fronteras son de la mitad de tamaño.

Para obtener una ecuación de diferencia general para los nodos interiores, considere el elemento representado por el nodo m y los dos nodos vecinos $m - 1$ y $m + 1$. Suponiendo que la conducción de calor es *hacia* el elemento en todas las superficies, se puede expresar el balance de energía en el elemento como:

$$\begin{pmatrix}\text{Razón de}\\ \text{conducción de}\\ \text{calor en la}\\ \text{superficie izquierda}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\text{Razón de}\\ \text{conducción de}\\ \text{calor en la}\\ \text{superficie derecha}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\text{Razón de}\\ \text{generación de}\\ \text{calor dentro}\\ \text{del elemento}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\text{Razón de cambio}\\ \text{del contenido}\\ \text{energético}\\ \text{del elemento}\end{pmatrix}$$

o

$$\dot{Q}_{\text{cond, izquierda}} + \dot{Q}_{\text{cond, derecha}} + \dot{E}_{\text{gen, elemento}} = \frac{\Delta E_{\text{elemento}}}{\Delta t} = 0 \qquad \textbf{(5-13)}$$

dado que el contenido de energía de un medio (o cualquier parte del mismo) no cambia en condiciones *estacionarias*, y por tanto $\Delta E_{\text{elemento}} = 0$. La tasa de *generación de calor* dentro del elemento se puede expresar como:

$$\dot{E}_{\text{gen, elemento}} = \dot{e}_m V_{\text{elemento}} = \dot{e}_m A \Delta x \qquad \textbf{(5-14)}$$

donde $\dot{e}_m$ es la tasa de generación de calor por unidad de volumen en W/m^3 evaluada en el nodo m y se considera como una constante para todo el elemento, y A es el área de transferencia de calor, que es simplemente el área de la superficie interna (o externa) de la pared.

Recuerde que cuando la temperatura varía *linealmente*, la tasa estacionaria de conducción de calor a través de una pared plana de espesor L puede expresarse como:

$$\dot{Q}_{\text{cond}} = kA\frac{\Delta T}{L} \qquad \textbf{(5-15)}$$

donde ΔT es el cambio de temperatura a través de la pared y la dirección de la transferencia de calor es desde el lado de alta temperatura al de baja. En el caso de una pared plana con generación de calor, la variación de temperatura no es lineal, por tanto, la relación anterior no se aplica. Sin embargo, se puede *aproximar* como

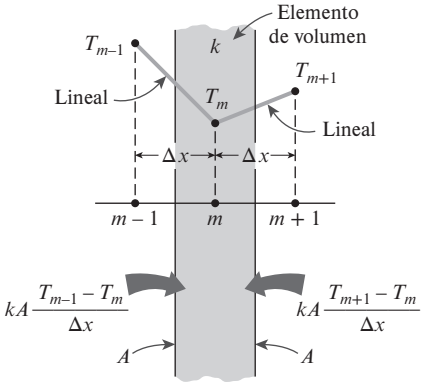


FIGURA 5-11

En la formulación de diferencias finitas se considera que la temperatura varía linealmente entre los nodos.

lineal la variación de temperatura entre los nodos en la determinación de conducción de calor a través de una capa delgada de espesor Δx entre dos nodos (figura 5-11). Obviamente, cuanto menor es la distancia Δx entre dos nodos, más precisa será esta aproximación. (De hecho, estas aproximaciones son la razón para clasificar los métodos numéricos como métodos de solución aproximada. En el caso límite cuando Δx se aproxime a cero, la formulación se convierte en exacta, y se obtiene una ecuación diferencial.) Tomando en cuenta que se supone que la dirección de transferencia de calor en ambas superficies del elemento es *hacia* el nodo m, la tasa de conducción de calor en las superficies izquierda y derecha se puede expresar como

$$\dot{Q}_{\text{cond, izq}} = kA\frac{T_{m-1} - T_m}{\Delta x} \quad \text{y} \quad \dot{Q}_{\text{cond, der}} = kA\frac{T_{m+1} - T_m}{\Delta x} \tag{5-16}$$

Sustituyendo las ecuaciones 5-14 y 5-16 en la ecuación 5-13, se tiene:

$$kA\frac{T_{m-1} - T_m}{\Delta x} + kA\frac{T_{m+1} - T_m}{\Delta x} + \dot{e}_m A\Delta x = 0 \tag{5-17}$$

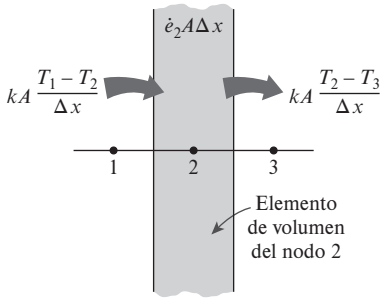
que se simplifica a:

$$\frac{T_{m-1} - 2T_m + T_{m+1}}{\Delta x^2} + \frac{\dot{e}_m}{k} = 0, \qquad m = 1, 2, 3, \ldots, M-1 \tag{5-18}$$

lo cual es *idéntico* a la ecuación de diferencias (ecuación 5-11) obtenida antes.

De nuevo, esta ecuación es aplicable a cada uno de los nodos interiores $M - 1$, y su aplicación proporciona $M - 1$ ecuaciones para la determinación de las temperaturas en los $M + 1$ nodos. Las dos ecuaciones adicionales necesarias para resolver las $M + 1$ temperaturas nodales desconocidas se obtienen aplicando el balance de energía en los dos elementos en las fronteras (a menos, por supuesto, que se especifiquen las temperaturas en las fronteras).

Probablemente piense que si se conduce calor al elemento desde ambos lados, como se supone en la formulación, la temperatura del medio tendrá que aumentar y, por tanto, la conducción de calor no puede ser estacionaria. Quizás un enfoque más realista sería suponer que la conducción de calor es *hacia* el elemento en el lado izquierdo y *fuera* del elemento en el lado derecho. Si repite la formulación con esta suposición, obtendrá el mismo resultado, ya que el término de conducción de calor en el lado derecho en este caso implica $T_m - T_{m+1}$ en lugar de $T_{m+1} - T_m$, que se resta en lugar de sumar. Por tanto, la dirección considerada para la conducción de calor en las superficies de los elementos de volumen no tiene ningún efecto en la formulación, como se muestra en la figura 5-12. (Además, la dirección real de la transferencia de calor en general no se conoce.) Sin embargo, es conveniente suponer que la conducción de calor es hacia el elemento en todas las superficies y no preocuparse por el signo de los términos de conducción. Luego, todas las diferencias de temperatura en las relaciones de conducción se expresan como la temperatura del nodo vecino menos la temperatura del nodo en consideración, y se agregan todos los términos de conducción.

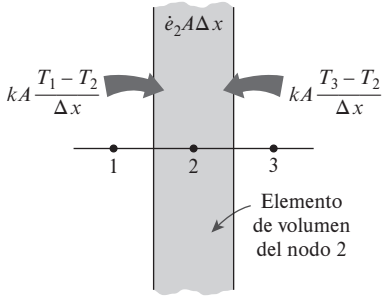


$$kA\frac{T_1 - T_2}{\Delta x} - kA\frac{T_2 - T_3}{\Delta x} + \dot{e}_2 A\Delta x = 0$$

o

$$T_1 - 2T_2 + T_3 + \dot{e}_2 A\Delta x^2/k = 0$$

a) Suponiendo que la transferencia de calor es desde el elemento de volumen hacia la superficie derecha.



$$kA\frac{T_1 - T_2}{\Delta x} + kA\frac{T_3 - T_2}{\Delta x} + \dot{e}_2 A\Delta x = 0$$

o

$$T_1 - 2T_2 + T_3 + \dot{e}_2 A\Delta x^2/k = 0$$

b) Suponiendo que la transferencia de calor es hacia el elemento de volumen desde todas las superficies.

FIGURA 5-12

La dirección supuesta de transferencia de calor en las superficies de un elemento de volumen no tiene efecto en la formulación de diferencias finitas.

Condiciones de frontera

Ya se desarrolló una relación general para obtener la ecuación de diferencias finitas para cada nodo interior de una pared plana. Sin embargo, esta relación no es aplicable a los nodos en las fronteras, ya que requieren nodos en ambos lados del nodo en consideración, y un nodo en la frontera no tiene un nodo vecino en al menos un lado. Por tanto, es necesario obtener las ecuaciones de diferencias finitas de los

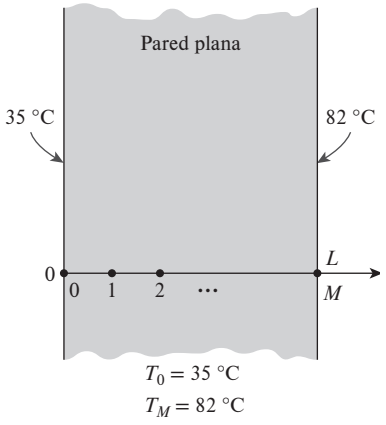


FIGURA 5-13

Formulación de diferencias finitas de condiciones de frontera de temperatura especificada en ambas superficies de una pared plana.

nodos en la frontera por separado. Esto se puede hacer mejor aplicando un *balance de energía* en los elementos de volumen de los nodos de frontera.

Las condiciones de frontera más encontradas en la práctica son la *temperatura especificada*, el *flujo de calor especificado*, y las condiciones de frontera de *convección* y *radiación*, y aquí se desarrollaron como ejemplo las formulaciones de diferencias finitas para el caso de conducción de calor unidimensional estacionario en una pared plana de espesor L. El número de nodo en la superficie izquierda en $x = 0$ es 0, y en la superficie derecha en $x = L$ es M. El ancho del elemento de volumen para cualquier nodo en la frontera es $\Delta x/2$.

La condición de frontera para la **temperatura especificada** es la más simple de tratar. Para la transferencia de calor unidimensional a través de una pared plana de espesor L, las *condiciones de frontera de temperatura especificadas* en las superficies izquierda y derecha se pueden expresar como (figura 5-13):

$$T(0) = T_0 = \text{Valor especificado}$$
$$T(L) = T_M = \text{Valor especificado} \qquad \textbf{(5-19)}$$

donde T_0 y T_{M} son las temperaturas especificadas en las superficies en $x = 0$ y en $x = L$, respectivamente; así que las condiciones de frontera de temperatura especificadas se incorporan asignando las temperaturas de superficie dadas a los nodos en la frontera. No es necesario escribir un balance de energía en este caso a menos que se decida determinar la tasa de transferencia de calor dentro o fuera del medio después de que se determinen las temperaturas en los nodos interiores.

Cuando se especifican otras condiciones de frontera como el *flujo de calor especificado*, o condiciones de *convección y radiación combinadas* especificadas en la frontera, la ecuación de diferencias finitas para el nodo en esa frontera se obtiene escribiendo un *balance de energía* en el elemento de volumen en esa frontera. El balance energético se expresa nuevamente como:

$$\sum_{\text{Todos los lados}} \dot{Q} + \dot{E}_{\text{gen, elem}} = 0 \qquad \textbf{(5-20)}$$

para transferencia de calor en condiciones *estacionarias*. Una vez más, se supone que toda la transferencia de calor se realiza *hacia* el elemento de volumen desde todas las superficies por conveniencia en la formulación, excepto para el flujo de calor especificado, ya que su dirección ya está especificada. Se considera que el flujo de calor especificado es una cantidad *positiva* si es *hacia* el medio y que es una cantidad *negativa* si es *desde* el medio hacia afuera. Entonces, la formulación de diferencias finitas en el nodo $m = 0$ (en la frontera izquierda donde $x = 0$) de una pared plana de espesor L durante conducción de calor unidimensional estacionaria puede expresarse como (figura 5-14):

$$\dot{Q}_{\text{sup izquierda}} + kA\frac{T_1 - T_0}{\Delta x} + \dot{e}_0(A\Delta x/2) = 0 \qquad \textbf{(5-21)}$$

donde $A\Delta x/2$ es el *volumen* del elemento de volumen (el elemento en la frontera tiene la mitad del espesor), $\dot{e}_0$ es la tasa de generación de calor por unidad de volumen (en W/m^3) en $x = 0$, y A es el área de transferencia de calor, que es estacionaria para una pared plana. Se tiene Δx en el denominador del segundo término en lugar de $\Delta x/2$, esto se debe a que el cociente en ese término implica la diferencia de temperatura entre los nodos 0 y 1, y entonces se debe usar la distancia entre esos dos nodos, que es Δx.

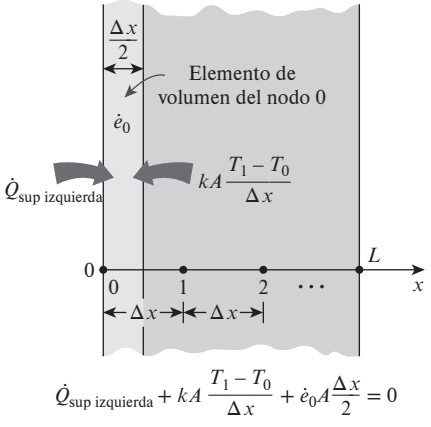


FIGURA 5-14

Esquema para la formulación de diferencias finitas del nodo de la frontera izquierda de una pared plana.

La forma de diferencias finitas para varias condiciones de frontera se puede obtener de la ecuación 5-21 reemplazando $\dot{Q}_{\text{sup izquierda}}$ con una expresión adecuada. A continuación, esto se hace para varias condiciones de frontera en la frontera izquierda.

1. **Condición de frontera de flujo de calor especificado**

$$\dot{q}_0 A + kA\frac{T_1 - T_0}{\Delta x} + \dot{e}_0(A\Delta x/2) = 0 \tag{5-22}$$

Caso especial: **frontera aislada** ($\dot{q}_0 = 0$)

$$kA\frac{T_1 - T_0}{\Delta x} + \dot{e}_0(A\Delta x/2) = 0 \tag{5-23}$$

2. **Condición de frontera de convección**

$$hA(T_\infty - T_0) + kA\frac{T_1 - T_0}{\Delta x} + \dot{e}_0(A\Delta x/2) = 0 \tag{5-24}$$

3. **Condición de frontera de radiación**

$$\varepsilon\sigma A(T_{\text{alred}}^4 - T_0^4) + kA\frac{T_1 - T_0}{\Delta x} + \dot{e}_0(A\Delta x/2) = 0 \tag{5-25}$$

4. **Condición de frontera de radiación y convección combinadas** (figura 5-15)

$$hA(T_\infty - T_0) + \varepsilon\sigma A(T_{\text{alred}}^4 - T_0^4) + kA\frac{T_1 - T_0}{\Delta x} + \dot{e}_0(A\Delta x/2) = 0 \tag{5-26}$$

o

$$h_{\text{combinado}}\, A(T_\infty - T_0) + kA\frac{T_1 - T_0}{\Delta x} + \dot{e}_0(A\Delta x/2) = 0 \tag{5-27}$$

5. **Condición de frontera para flujo de calor, radiación y convección combinados**

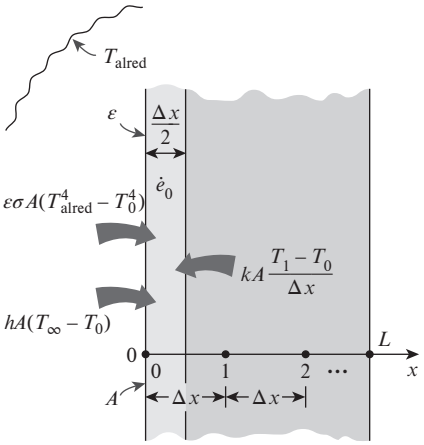
$$\dot{q}_0 A + hA(T_\infty - T_0) + \varepsilon\sigma A(T_{\text{alred}}^4 - T_0^4) + kA\frac{T_1 - T_0}{\Delta x} + \dot{e}_0(A\Delta x/2) = 0 \tag{5-28}$$

6. **Condición de frontera de la interfase**. Se considera que dos medios sólidos diferentes A y B están en contacto perfecto y, por tanto, a la misma temperatura en la interfase en el nodo m (figura 5-16). Los subíndices A y B indican las propiedades de los medios A y B, respectivamente.

$$k_A A\frac{T_{m-1} - T_m}{\Delta x} + k_B A\frac{T_{m+1} - T_m}{\Delta x} + \dot{e}_{A,m}(A\Delta x/2) + \dot{e}_{B,m}(A\Delta x/2) = 0 \tag{5-29}$$

En estas relaciones, $\dot{q}_0$ es el flujo de calor especificado en W/m^2, h es el coeficiente de convección, $h_{\text{combinado}}$ es el coeficiente de convección y radiación combinados, T_∞ es la temperatura del medio alrededor, T_{alred} es la temperatura de las superficies de alrededor, ε es la emisividad de la superficie, y σ es la constante de Stefan-Boltzmann. Las relaciones anteriores también se pueden usar para el nodo M en la frontera derecha reemplazando el subíndice 0 con M y el subíndice 1 con $M - 1$.

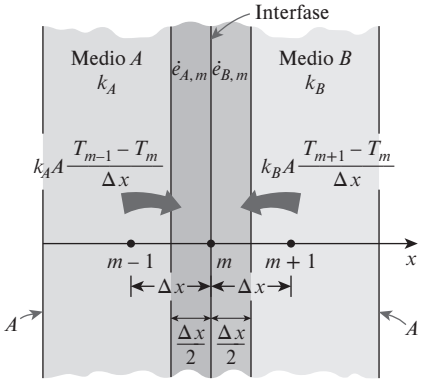
Para evitar errores, las *temperaturas termodinámicas* deben usarse en los cálculos de transferencia de calor por radiación, y todas las temperaturas deben expresarse



$$hA(T_\infty - T_0) + \varepsilon\sigma A(T_{\text{alred}}^4 - T_0^4) + kA\frac{T_1 - T_0}{\Delta x} + \dot{e}_0 A\frac{\Delta x}{2} = 0$$

FIGURA 5-15

Esquema para la formulación de diferencias finitas para convección y radiación combinadas en la frontera izquierda de una pared plana.



$$k_A A\frac{T_{m-1} - T_m}{\Delta x} + k_B A\frac{T_{m+1} - T_m}{\Delta x} + \dot{e}_{A,m} A\frac{\Delta x}{2} + \dot{e}_{B,m} A\frac{\Delta x}{2} = 0$$

FIGURA 5-16

Esquema para la formulación de diferencias finitas de la condición de frontera de interfase para dos medios A y B que están en contacto térmico perfecto.

en K o R cuando una condición de frontera involucra radiación. Por lo general, se intenta evitar la *condición de frontera de radiación* incluso en soluciones numéricas, ya que hace que las ecuaciones de diferencias finitas sean *no lineales*, que son más difíciles de resolver.

Tratando los nodos aislados en la frontera como nodos interiores: el concepto de imagen espejo

Una forma de obtener la formulación de diferencias finitas de un nodo en una frontera aislada es tratar el aislamiento como flujo de calor "cero" y escribir un balance de energía, como se hace en la ecuación 5-23. Otra forma más práctica es tratar el nodo aislado en la frontera como un nodo interior. Conceptualmente, esto se hace reemplazando el aislante en la frontera con un *espejo* y considerando el reflejo del medio como su extensión (figura 5-17). De esta manera, el nodo a un lado del nodo en la frontera aparece en ambos lados del nodo en la frontera debido a la simetría, convirtiéndolo en un nodo interior. Luego, con la fórmula general para un nodo interior (ecuación 5-18), que implica la suma de las temperaturas de los nodos adyacentes menos el doble de la temperatura del nodo, la formulación de diferencias finitas de un nodo $m = 0$ en una frontera aislada de una pared plana se puede expresar como:

$$\frac{T_{m+1} - 2T_m + T_{m-1}}{\Delta x^2} + \frac{\dot{e}_m}{k} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{T_1 - 2T_0 + T_1}{\Delta x^2} + \frac{\dot{e}_0}{k} = 0 \qquad \textbf{(5-30)}$$

que es equivalente a la ecuación 5-23 obtenida mediante el enfoque de balance energético.

El enfoque de imagen espejo también se puede utilizar para problemas con simetría térmica al reemplazar el plano de simetría con un espejo. Alternativamente, se puede sustituir el plano de simetría con aislante y considerar solo la mitad del medio en la solución. La solución en la otra mitad del medio es la imagen especular de la solución obtenida.

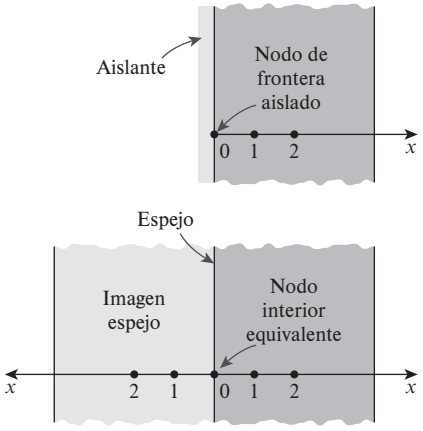


FIGURA 5-17

Un nodo en una frontera aislada puede tratarse como un nodo interior reemplazando el aislante con un espejo.

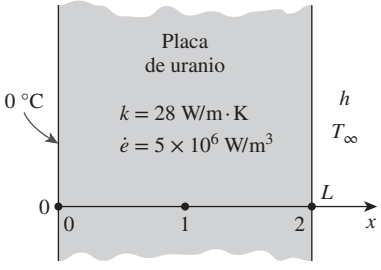


FIGURA 5-18

Esquema del ejemplo 5-1.

EJEMPLO 5-1 **Conducción de calor estacionaria en una placa grande de uranio**

Considere una placa grande de uranio de espesor $L = 4$ cm y conductividad térmica $k = 28$ W/m·K en la que el calor se genera de manera uniforme a una razón estacionaria $\dot{e} = 5 \times 10^6$ W/m^3. Un lado de la placa se mantiene a 0 °C con agua helada, mientras que el otro lado se somete a convección a un ambiente a $T_\infty = 30$ °C con un coeficiente de transferencia de calor $h = 45$ W/m^2·K, como se muestra en la figura 5-18. Considerando un total de tres nodos igual de espaciados en el medio, dos en las fronteras y uno en el medio, estimar la temperatura de la superficie expuesta de la placa en condiciones estacionarias utilizando el enfoque de diferencias finitas.

SOLUCIÓN Una placa de uranio se somete a la temperatura especificada en un lado y a convección en el otro. La temperatura superficial desconocida de la placa se determinará numéricamente con tres nodos igual de espaciados.

Suposiciones **1** La transferencia de calor a través de la pared es constante, ya que no hay indicios de ningún cambio con el tiempo. **2** La transferencia de calor es unidimensional, pues la placa es grande en relación con su espesor. **3** La conductividad térmica es constante. **4** La transferencia de calor por radiación es insignificante.

Propiedades La conductividad térmica se conoce: $k = 28$ W/m·K.

Análisis El número de nodos está dado como: $M = 3$, y se eligen dos en las superficies de la placa y uno en el punto medio, como se muestra en la figura. Entonces el espacio nodal Δx se convierte en:

$$\Delta x = \frac{L}{M-1} = \frac{0.04 \text{ m}}{3-1} = 0.02 \text{ m}$$

Numeramos los nodos 0, 1 y 2. La temperatura en el nodo 0 es $T_0 = 0$ °C, y en los nodos 1 y 2 debe determinarse. Este problema involucra solo dos temperaturas nodales desconocidas, así que necesitamos solo dos ecuaciones para determinarlas de manera única. Estas ecuaciones se obtienen aplicando el método de diferencias finitas a los nodos 1 y 2.

El nodo 1 es interior, y la formulación de diferencias finitas en ese nodo se obtiene directamente de la ecuación 5-18, tomando $m = 1$:

$$\frac{T_0 - 2T_1 + T_2}{\Delta x^2} + \frac{\dot{e}_1}{k} = 0 \rightarrow \frac{0 - 2T_1 + T_2}{\Delta x^2} + \frac{\dot{e}_1}{k} = 0 \rightarrow 2T_1 - T_2 = \frac{\dot{e}_1 \Delta x^2}{k} \qquad \textbf{(1)}$$

El nodo 2 es de frontera sujeto a convección, y la formulación de diferencias finitas en ese nodo se obtiene escribiendo un balance de energía en el elemento de volumen de espesor $\Delta x/2$ en esa frontera, suponiendo que la transferencia de calor al medio se da desde todos los lados:

$$hA(T_\infty - T_2) + kA\frac{T_1 - T_2}{\Delta x} + \dot{e}_2(A\Delta x/2) = 0$$

Cancelando el área de transferencia de calor A y arreglando se tiene:

$$T_1 - \left(1 + \frac{h\Delta x}{k}\right)T_2 = -\frac{h\Delta x}{k}T_\infty - \frac{\dot{e}_2 \Delta x^2}{2k} \qquad \textbf{(2)}$$

Las ecuaciones 1 y 2 forman un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas T_1 y T_2. Sustituyendo las cantidades dadas y simplificando se obtiene:

$$2T_1 - T_2 = 71.43 \qquad (\text{en } °\text{C})$$
$$T_1 - 1.032T_2 = -36.68 \qquad (\text{en } °\text{C})$$

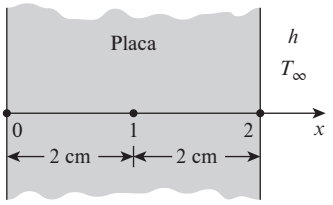
Este es un sistema de dos ecuaciones algebraicas con dos incógnitas y puede resolverse fácilmente mediante el método de eliminación. Despejando T_1 de la primera ecuación y sustituyendo en la segunda ecuación da como resultado una ecuación para T_2 cuya solución es:

$$T_2 = \mathbf{136.1\ °C}$$

Esta es la temperatura de la superficie expuesta a la convección, que es lo que se busca. Sustituyendo este resultado en la primera ecuación da $T_1 = 103.8$ °C, que es la temperatura a la mitad de la placa.

Discusión El propósito de este ejemplo es demostrar el método de diferencias finitas con cálculos sencillos, y la precisión del resultado no fue una preocupación importante. Pero aún puede preguntarse qué tan preciso es el resultado obtenido. Después de todo, se usa una malla de solo tres nodos para toda la placa, lo que parece ser bastante burdo. Este problema puede resolverse de forma analítica como se describe en el capítulo 2, y se puede demostrar que la solución analítica (exacta) es:

$$T(x) = \frac{0.5\dot{e}\,hL^2/k + \dot{e}L + T_\infty h}{hL + k}x - \frac{\dot{e}x^2}{2k}$$



Solución de diferencias finitas:

$$T_2 = 136.1\ ^\circ\text{C}$$

Solución exacta:

$$T_2 = 136.0\ ^\circ\text{C}$$

FIGURA 5-19

A pesar de ser de naturaleza aproximada, se pueden obtener resultados muy precisos utilizando métodos numéricos.

Sustituyendo las cantidades dadas, se determina que la temperatura de la superficie expuesta de la placa en $x = L = 0.04$ m es 136.0 °C, que es casi idéntica al resultado obtenido con el método de diferencias finitas aproximadas (figura 5-19). En conclusión, se pueden obtener resultados precisos con métodos numéricos utilizando un número limitado de nodos.

EJEMPLO 5-2 **Transferencia de calor desde aletas triangulares**

Considere una aleta de aleación de aluminio ($k = 180$ W/m·K) de sección transversal triangular con longitud $L = 5$ cm, espesor de base $b = 1$ cm y ancho w muy grande, como se muestra en la figura 5-20. La base de la aleta se mantiene a una temperatura $T_0 = 200$ °C. La aleta pierde calor alrededor a temperatura $T_\infty = 25$ °C con un coeficiente de transferencia de calor $h = 15$ W/m^2·K. Con el método de diferencias finitas con seis nodos igualmente espaciados a lo largo de la aleta en la dirección x, determine *a*) las temperaturas en los nodos, *b*) la tasa de transferencia de calor desde la aleta para $w = 1$ m, y *c*) la eficiencia de la aleta.

SOLUCIÓN Se considera una aleta triangular larga unida a una superficie. Se determinarán numéricamente las temperaturas nodales, la tasa de transferencia de calor y la eficiencia de las aletas usando seis nodos igual de espaciados.

Suposiciones **1** La transferencia de calor es estacionaria, ya que no hay indicios de ningún cambio con el tiempo. **2** La temperatura a lo largo de la aleta varía solo en la dirección x. **3** La conductividad térmica es constante. **4** La transferencia de calor por radiación es insignificante.

Propiedades La conductividad térmica se conoce: $k = 180$ W/m·K.

Análisis *a*) El número de nodos en la aleta se especifica como $M = 6$, y su ubicación es como se muestra en la figura. Entonces, el espacio nodal Δx queda en:

$$\Delta x = \frac{L}{M-1} = \frac{0.05\ \text{m}}{6-1} = 0.01\ \text{m}$$

Se indica que la temperatura en el nodo 0 es $T_0 = 200$ °C, y se deben determinar las temperaturas en los cinco nodos restantes. Así que se requieren cinco ecuaciones para determinarlas de manera única. Los nodos 1, 2, 3 y 4 son interiores, y la formulación de diferencias finitas para un nodo interior general m se obtiene aplicando un balance de energía en el elemento de volumen de este nodo. Observando que la transferencia de calor es estacionaria y no se genera calor en la aleta, y suponiendo que hay transferencia de calor hacia el medio desde todos los lados, el balance de energía se puede expresar como:

$$\sum_{\text{Todos los lados}} \dot{Q} = 0 \rightarrow kA_{\text{izquierda}}\frac{T_{m-1}-T_m}{\Delta x} + kA_{\text{derecha}}\frac{T_{m+1}-T_m}{\Delta x} + hA_{\text{conv}}(T_\infty - T_m) = 0$$

Observe que las áreas de transferencia de calor son diferentes para cada nodo en este caso, y utilizando relaciones geométricas, se pueden expresar como:

$$A_{\text{izquierda}} = (\text{Alto} \times \text{Ancho})_{@\, m-\frac{1}{2}} = 2w[L-(m-1/2)\Delta x]\tan\theta$$
$$A_{\text{derecha}} = (\text{Alto} \times \text{Ancho})_{@\, m+\frac{1}{2}} = 2w[L-(m+1/2)\Delta x]\tan\theta$$
$$A_{\text{conv}} = 2 \times \text{Largo} \times \text{Ancho} = 2w(\Delta x/\cos\theta)$$

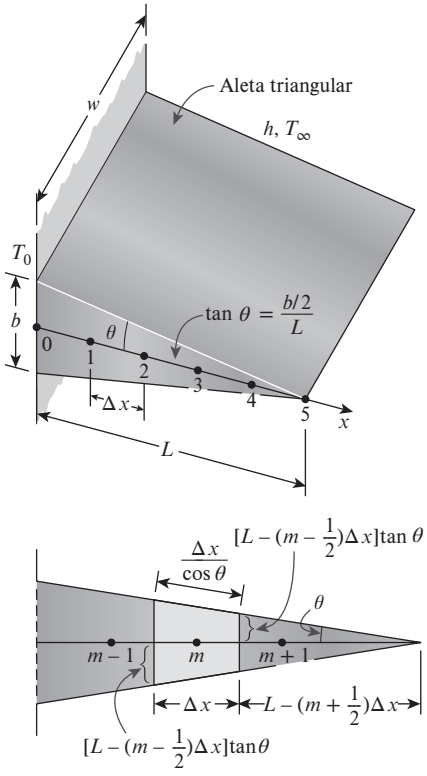


FIGURA 5-20

Esquema para el ejemplo 5-2 y el elemento de volumen de un nodo general interior de la aleta.

Sustituyendo,

$$2kw[L-(m-\tfrac{1}{2})\Delta x]\tan\theta\frac{T_{m-1}-T_m}{\Delta x}$$
$$+2kw[L-(m+\tfrac{1}{2})\Delta x]\tan\theta\frac{T_{m+1}-T_m}{\Delta x}+h\frac{2w\Delta x}{\cos\theta}(T_\infty-T_m)=0$$

Dividiendo cada término por $2kwL\tan\theta/\Delta x$ da:

$$\left[1-(m-\tfrac{1}{2})\frac{\Delta x}{L}\right](T_{m-1}-T_m)+\left[1-(m+\tfrac{1}{2})\frac{\Delta x}{L}\right](T_{m+1}-T_m)$$
$$+\frac{h(\Delta x)^2}{kL\,\mathrm{sen}\,\theta}(T_\infty-T_m)=0$$

Tenga en cuenta que:

$$\tan\theta=\frac{b/2}{L}=\frac{0.5\text{ cm}}{5\text{ cm}}=0.1\quad\rightarrow\quad\theta=\tan^{-1}0.1=5.71^\circ$$

Además, sen(5.71°) = 0.0995. Así que, sustituyendo cantidades conocidas da:

$$(5.5-m)T_{m-1}-(10.008-2m)T_m+(4.5-m)T_{m+1}=-0.209$$

Ahora, sustituyendo 1, 2, 3 y 4 por *m*, se obtienen estas ecuaciones de diferencias finitas para los nodos interiores:

$$m=1:\quad -8.008\,T_1+3.5\,T_2=-900.209 \qquad \textbf{(1)}$$
$$m=2:\quad 3.5\,T_1-6.008\,T_2+2.5\,T_3=-0.209 \qquad \textbf{(2)}$$
$$m=3:\quad 2.5\,T_2-4.008\,T_3+1.5\,T_4=-0.209 \qquad \textbf{(3)}$$
$$m=4:\quad 1.5\,T_3-2.088\,T_4+0.5\,T_5=-0.209 \qquad \textbf{(4)}$$

La ecuación de diferencias finitas para el nodo en la frontera 5 se obtiene escribiendo un balance de energía en el elemento de volumen de longitud $\Delta x/2$ en esa frontera, suponiendo nuevamente que la transferencia de calor sea hacia el medio desde todos los lados (figura 5-21):

$$kA_{\text{izquierda}}\frac{T_4-T_5}{\Delta x}+hA_{\text{conv}}(T_\infty-T_5)=0$$

donde

$$A_{\text{izquierda}}=2w\frac{\Delta x}{2}\tan\theta\quad\text{y}\quad A_{\text{conv}}=2w\frac{\Delta x/2}{\cos\theta}$$

Al cancelar *w* en todos los términos y sustituir las cantidades conocidas da:

$$T_4-1.008T_5=-0.209 \qquad \textbf{(5)}$$

Las ecuaciones 1 a 5 forman un sistema lineal de cinco ecuaciones algebraicas con cinco incógnitas. Se resuelve simultáneamente usando un solucionador de ecuaciones, y se obtiene:

$$T_1=\mathbf{198.6\ °C}\quad T_2=\mathbf{197.1\ °C}\quad T_3=\mathbf{195.7\ °C}$$
$$T_4=\mathbf{194.3\ °C}\quad T_5=\mathbf{192.9\ °C}$$

que son las soluciones deseadas para las temperaturas nodales.

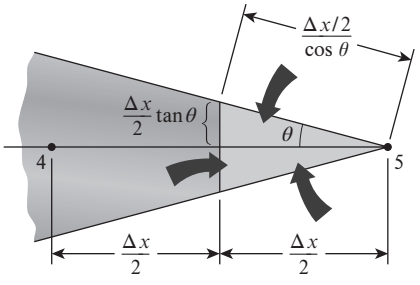


FIGURA 5-21

Esquema del elemento de volumen del nodo 5 en la punta de una aleta triangular.

b) La tasa total de transferencia de calor desde la aleta es la suma de la transferencia de calor desde cada elemento de volumen al ambiente, y para $w = 1$ m, se tiene que:

$$\dot{Q}_{\text{aleta}} = \sum_{m=0}^{5} \dot{Q}_{\text{elemento, } m} = \sum_{m=0}^{5} hA_{\text{conv, } m}(T_m - T_\infty)$$

Observe que el área de superficie de transferencia de calor es $w\Delta x/\cos\theta$ para los nodos de frontera 0 y 5, y el doble de grande para los nodos interiores 1, 2, 3 y 4. Así que:

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{aleta}} &= h\frac{w\Delta x}{\cos\theta}[(T_0 - T_\infty) + 2(T_1 - T_\infty) + 2(T_2 - T_\infty) + 2(T_3 - T_\infty) \\ &\quad + 2(T_4 - T_\infty) + (T_5 - T_\infty)] \\ &= h\frac{w\Delta x}{\cos\theta}[T_0 + 2(T_1 + T_2 + T_3 + T_4) + T_5 - 10\,T_\infty]\ ^\circ\text{C} \\ &= (15\ \text{W/m}^2\cdot\text{K})\frac{(1\ \text{m})(0.01\ \text{m})}{\cos 5.71^\circ}[200 + 2\times 785.7 \\ &\quad + 192.9 - 10\times 25]\ ^\circ\text{C} \\ &= \mathbf{258.4\ W}\end{aligned}$$

c) Si toda la aleta estuviera a la temperatura de la base $T_o = 200$ °C, la tasa total de transferencia de calor desde la aleta para $w = 1$ m sería

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{máx}} &= hA_{\text{aleta, total}}(T_0 - T_\infty) = h(2wL/\cos\theta)(T_0 - T_\infty) \\ &= (15\ \text{W/m}^2\cdot\text{K})[2(1\ \text{m})(0.05\ \text{m})/\cos 5.71^\circ](200 - 25)\ ^\circ\text{C} \\ &= 263.8\ \text{W}\end{aligned}$$

Así que la eficiencia de la aleta se determina a partir de:

$$\eta_{\text{aleta}} = \frac{\dot{Q}_{\text{aleta}}}{\dot{Q}_{\text{máx}}} = \frac{258.4\ \text{W}}{263.8\ \text{W}} = \mathbf{0.98}$$

que es menor a 1, como se esperaba. También se podría determinar la eficiencia de la aleta en este caso a partir de la curva de eficiencia correspondiente del capítulo 3, que se basa en la solución analítica. Se tendría 0.98 para la eficiencia de la aleta, que es idéntico al valor determinado numéricamente arriba.

La formulación de diferencias finitas de problemas de conducción de calor estacionaria da como resultado un sistema de N ecuaciones algebraicas con N temperaturas nodales desconocidas que deben resolverse al mismo tiempo. Cuando N es pequeño (como 2 o 3) se puede usar el *método de eliminación* elemental para eliminar todas las incógnitas, excepto una, y luego despejarla (ejemplo 5-1). Las otras incógnitas se determinan luego por sustitución. Cuando N es grande, que suele ser el caso, el método de eliminación no es práctico, y es necesario un enfoque más sistemático que pueda adaptarse a una computadora.

Existen numerosos enfoques sistemáticos en la literatura, y se clasifican como **métodos directos** e **iterativos**. Los métodos directos se basan en un número fijo de

intervalos bien definidos que dan como resultado la solución sistemática. Los métodos iterativos, por otro lado, se basan en una suposición inicial para la solución que se refina por iteración hasta que se cumple un cierto criterio de convergencia especificado (figura 5-22). Los métodos directos requieren una gran cantidad de memoria de computadora y tiempo de cálculo, y son más adecuados para sistemas con un número relativamente pequeño de ecuaciones. Los requisitos de memoria de la computadora para los métodos iterativos son mínimos y, por tanto, se prefieren para sistemas grandes. Sin embargo, la convergencia de métodos iterativos a la solución deseada puede representar un problema.

Uno de los métodos iterativos más simples es la iteración de *Gauss-Seidel*. El método aplicado a un sistema de N ecuaciones algebraicas con N temperaturas nodales desconocidas es como sigue: 1) escriba las ecuaciones de diferencias finitas explícitamente para cada nodo (la temperatura nodal en el lado izquierdo y todos los demás términos en el lado derecho de la ecuación), 2) haga una suposición inicial razonable para cada temperatura nodal desconocida, 3) use las ecuaciones explícitas para calcular nuevos valores para cada temperatura nodal; *use siempre los valores más recientes para la temperatura para cada nodo en el lado derecho de la ecuación explícita de diferencias finitas,* y 4) repita el proceso hasta que se logre la convergencia dentro de algún error tolerable (es decir, un criterio de convergencia especificado). El método se ilustra en la tabla 5-2 resolviendo las cinco ecuaciones de diferencias finitas dadas en el ejemplo 5-2 para las cinco temperaturas nodales. Como se muestra en la tabla 5-2, la primera fila es la estimación inicial de las temperaturas nodales. Sustituyendo en las ecuaciones explícitas se obtienen los resultados que se muestran en la segunda fila, y así sucesivamente. Las temperaturas nodales se consideran convergentes en la quinta iteración, ya que las sucesivas sexta y séptima iteraciones no aportan ningún cambio en las temperaturas. En comparación con las temperaturas calculadas en el ejemplo 5-2*a*, las obtenidas con el método iterativo Gauss-Seidel están en acuerdo dentro de 0.3 °C. La pequeña discrepancia entre los dos métodos se debe a error de redondeo (al retener un número limitado de dígitos durante los cálculos).

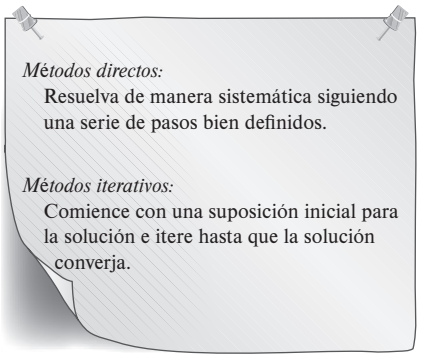


FIGURA 5-22

Dos categorías generales de métodos de solución para resolver sistemas de ecuaciones algebraicas.

TABLA 5-2

Aplicación del método iterativo de *Gauss-Seidel* a las ecuaciones de diferencias finitas del ejemplo 5-2

Ecuaciones de diferencias finitas en forma explícita

$T_1 = 0.4371T_2 + 112.4137$
$T_2 = 0.5826T_1 + 0.4161T_3 + 0.0348$
$T_3 = 0.6238T_2 + 0.3743T_4 + 0.0521$
$T_4 = 0.7470T_3 + 0.2490T_5 + 0.1041$
$T_5 = 0.9921T_4 + 0.2073$

Iteración	*Temperatura nodal,* °C				
	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5
Estimación inicial	195.0	195.0	195.0	195.0	195.0
1	197.6	196.3	195.5	194.7	193.4
2	198.2	196.9	195.8	194.5	193.2
3	198.5	197.2	195.9	194.5	193.2
4	198.6	197.3	195.9	194.5	193.2
5	198.7	197.3	195.9	194.5	193.2
6	198.7	197.3	195.9	194.5	193.2
7	198.7	197.3	195.9	194.5	193.2

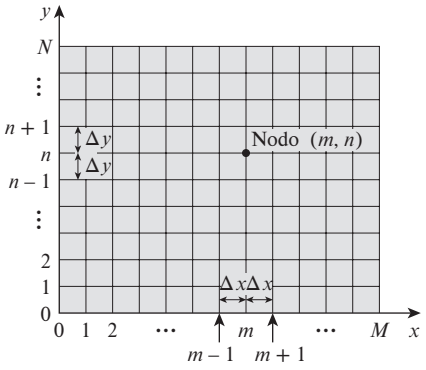


FIGURA 5-23

Red nodal para la formulación de diferencias finitas de conducción bidimensional en coordenadas rectangulares.

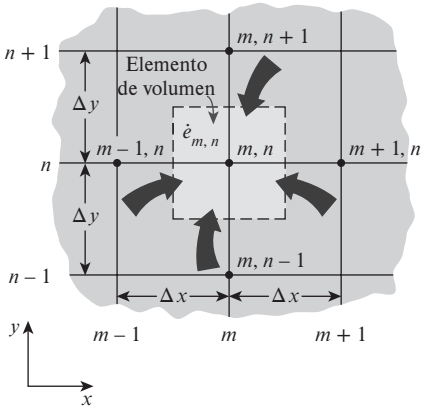


FIGURA 5-24

Elemento de volumen de un nodo interior general (*m, n*) para conducción bidimensional en coordenadas rectangulares.

5-4 ▪ CONDUCCIÓN DE CALOR ESTACIONARIA BIDIMENSIONAL

En la sección 5-3 se consideró la conducción de calor unidimensional y se supuso que la conducción de calor en otras direcciones era insignificante. Muchos problemas de transferencia de calor pueden resolverse como unidimensionales, pero no siempre es el caso. Algunas veces también es necesario considerar la transferencia de calor en otras direcciones cuando la variación de temperatura es significativa. En esta sección se considera la formulación numérica y la solución de conducción de calor estacionaria bidimensional en coordenadas rectangulares utilizando el método de diferencias finitas. El enfoque presentado aquí puede extenderse a casos tridimensionales.

Considere una *región rectangular* donde la conducción de calor es importante en las direcciones x y y. Ahora divida el plano xy de la región en una malla rectangular de puntos nodales separados por Δx y Δy en las direcciones x y y, respectivamente, como se muestra en la figura 5-23, y considere una profundidad unitaria de $\Delta z = 1$ en la dirección z. El objetivo es determinar las temperaturas en los nodos, y es conveniente numerarlos y describir su posición mediante sus números en lugar de las coordenadas reales. Un esquema de numeración lógica para problemas en dos dimensiones es la *notación de doble subíndice* (m, n) donde $m = 0, 1, 2, \ldots, M$ es el número de nodos en la dirección x y $n = 0, 1, 2, \ldots, N$ es el número de nodos en la dirección y. Las coordenadas del nodo (m, n) son: $x = m\Delta x$ y $y = n\Delta y$, y la temperatura en el nodo (m, n) se indica por $T_{m,n}$.

Ahora considere un *elemento de volumen* de tamaño $\Delta x \times \Delta y \times 1$ centrado alrededor de un nodo interior general (m, n) en una región donde se produce calor a una tasa de $\dot{e}$ y la conductividad térmica k es constante, como se muestra en la figura 5-24. Suponiendo que la dirección de la conducción de calor sea *hacia* el nodo en consideración en todas las superficies, el equilibrio de energía en el elemento de volumen puede expresarse como:

$$\begin{pmatrix}\text{Razón de conducción de calor}\\ \text{en las superficies izquierda,}\\ \text{superior, derecha e inferior)}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{Razón de generación}\\ \text{de calor dentro}\\ \text{del elemento}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Razón de cambio del}\\ \text{contenido energético}\\ \text{del elemento}\end{pmatrix}$$

o

$$\dot{Q}_{\text{cond, izq}} + \dot{Q}_{\text{cond, arriba}} + \dot{Q}_{\text{cond, derecha}} + \dot{Q}_{\text{cond, abajo}} + \dot{E}_{\text{gen, elemento}} = \frac{\Delta E_{\text{elemento}}}{\Delta t} = 0 \qquad \textbf{(5-31)}$$

para el caso *estacionario*. Una vez más, suponiendo que las temperaturas entre los nodos adyacentes varían linealmente y observando que el área de transferencia de calor es $A_x = \Delta y \times 1 = \Delta y$ en la dirección x y $A_y = \Delta x \times 1 = \Delta x$ en la dirección y, la relación del balance de energía anterior se convierte en:

$$k\Delta y\frac{T_{m-1,n} - T_{m,n}}{\Delta x} + k\Delta x\frac{T_{m,n+1} - T_{m,n}}{\Delta y} + k\Delta y\frac{T_{m+1,n} - T_{m,n}}{\Delta x} + k\Delta x\frac{T_{m,n-1} - T_{m,n}}{\Delta y} + \dot{e}_{m,n}\Delta x\Delta y = 0 \qquad \textbf{(5-32)}$$

Dividiendo cada término entre $\Delta x \times \Delta y$ y simplificando queda:

$$\frac{T_{m-1,n} - 2T_{m,n} + T_{m+1,n}}{\Delta x^2} + \frac{T_{m,n-1} - 2T_{m,n} + T_{m,n+1}}{\Delta y^2} + \frac{\dot{e}_{m,n}}{k} = 0 \qquad \textbf{(5-33)}$$

para $m = 1, 2, 3, \ldots, M - 1$ y $n = 1, 2, 3, \ldots, N - 1$. Esta ecuación es idéntica a la 5-12 obtenida antes al reemplazar las derivadas en la ecuación diferencial con diferencias para un nodo interior (m, n). Una región rectangular de M nodos igualmente espaciados en la dirección x y N nodos igual de espaciados en la dirección y tiene un total de $(M + 1)\ (N + 1)$ nodos y se puede usar la ecuación 5-33 para obtener las ecuaciones de diferencias finitas en todos los nodos interiores.

En el análisis de diferencias finitas se usa una **malla cuadrada** para simplificar (excepto cuando las magnitudes de los gradientes de temperatura en las direcciones x y y son muy diferentes) y, por tanto, Δx y Δy se consideran iguales. Entonces $\Delta x = \Delta y = l$, y la relación anterior se simplifica a:

$$T_{m-1,\,n} + T_{m+1,\,n} + T_{m,\,n+1} + T_{m,\,n-1} - 4T_{m,\,n} + \frac{\dot{e}_{m,\,n} l^2}{k} = 0 \qquad \textbf{(5-34)}$$

Es decir, la formulación de diferencias finitas de un nodo interior se obtiene *sumando las temperaturas de los cuatro puntos más cercanos* del nodo, *restando cuatro veces la temperatura del nodo* en sí y sumando el término de generación de calor. También se puede expresar en esta forma, que es más fácil de recordar:

$$T_{\text{izquierda}} + T_{\text{arriba}} + T_{\text{derecha}} + T_{\text{abajo}} - 4T_{\text{nodo}} + \frac{\dot{e}_{\text{nodo}} l^2}{k} = 0 \qquad \textbf{(5-35)}$$

Cuando no se genera calor en el medio, la ecuación de diferencias finitas para un nodo interior se simplifica aún más: $T_{\text{nodo}} = (T_{\text{izquierda}} + T_{\text{arriba}} + T_{\text{derecha}} + T_{\text{abajo}}) / 4$, es decir, la *temperatura de cada nodo interno es el promedio aritmético de las temperaturas de los cuatro nodos vecinos*. Esta afirmación también es cierta para los problemas tridimensionales, excepto que los nodos interiores en ese caso tendrán seis nodos vecinos en lugar de cuatro.

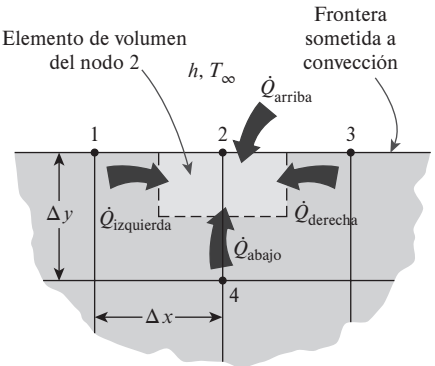
Nodos en la frontera

El desarrollo de la formulación de diferencias finitas de nodos en la frontera en problemas de dos (o tres) dimensiones es similar al desarrollo en el caso unidimensional discutido antes. La región se divide entre los nodos formando elementos de volumen alrededor de los nodos, y se escribe un *balance de energía* para cada nodo en la frontera. Se pueden manejar varias condiciones de frontera como se discutió para una pared plana, excepto que los elementos de volumen en el caso bidimensional implican la transferencia de calor en la *dirección y* así como en la *dirección x*. Las superficies aislantes se consideran también como "espejos", y se puede usar el concepto de imagen especular para tratar los nodos en las fronteras aislados como nodos interiores.

Para transferencia de calor en *condiciones estacionarias*, la ecuación básica por considerar al escribir un *balance de energía* en un elemento de volumen es (figura 5-25):

$$\sum_{\text{Sobre todos los lados}} \dot{Q} + \dot{e} V_{\text{elemento}} = 0 \qquad \textbf{(5-36)}$$

ya sea que el problema sea en una, dos o tres dimensiones. Suponiendo, por conveniencia en la formulación, que todas las transferencias de calor se realizarán *hacia* el elemento de volumen desde todas las superficies, excepto para el flujo de calor especificado, cuya dirección ya se especifica. Esto se demuestra en el ejemplo 5-3 para diversas condiciones de frontera.



$$\dot{Q}_{\text{izquierda}} + \dot{Q}_{\text{arriba}} + \dot{Q}_{\text{derecha}} + \dot{Q}_{\text{abajo}} + \dot{e}_2 V_2 = 0$$

FIGURA 5-25

La formulación de diferencias finitas de un nodo en la frontera se obtiene escribiendo el balance de energía de su elemento de volumen.

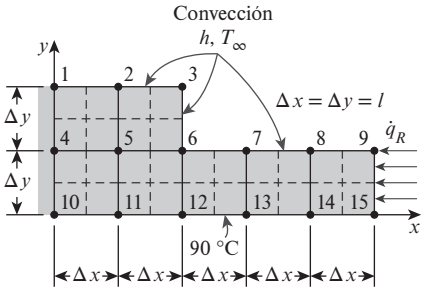
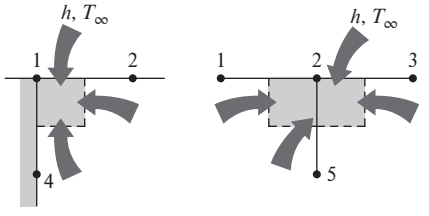


FIGURA 5-26

Esquema para el ejemplo 5-3 y la red nodal (se indican con líneas discontinuas las fronteras de los elementos de volumen de los nodos).



a) Nodo 1 *b*) Nodo 2

FIGURA 5-27

Esquemas para los balances de energía en los elementos de volumen de los nodos 1 y 2.

EJEMPLO 5-3 **Conducción estacionaria de calor bidimensional en barras en L**

Considere la transferencia de calor estacionaria en un cuerpo sólido en forma de L cuya sección transversal se muestra en la figura 5-26. La transferencia de calor en la dirección normal al plano del papel es insignificante y, por tanto, la transferencia de calor en el cuerpo es bidimensional. La conductividad térmica del cuerpo es $k = 15$ W/m·K, y el calor se genera en el cuerpo a una razón de $\dot{e} = 2 \times 10^6$ W/m^3. La superficie izquierda del cuerpo está aislada, y la superficie inferior se mantiene a una temperatura uniforme de 90 °C. Toda la superficie superior se somete a convección al aire ambiente a $T_\infty = 25$ °C con un coeficiente de convección $h = 80$ W/m^2·K. La superficie derecha está sujeta a flujo de calor a una tasa uniforme $\dot{q}_R = 5\,000$ W/m^2. La red nodal del problema consiste en 15 nodos igualmente espaciados con $\Delta x = \Delta y = 1.2$ cm, como se muestra en la figura. Cinco de los nodos están en la superficie inferior y, por tanto, se conocen sus temperaturas. Obtenga las ecuaciones de diferencias finitas en los nueve nodos restantes y resuelva las ecuaciones para determinar las temperaturas nodales.

SOLUCIÓN Se considera la transferencia de calor en una barra sólida larga en forma de L con condiciones de frontera específicas. Las nueve temperaturas nodales desconocidas se determinarán con el método de diferencias finitas.

Suposiciones **1** La transferencia de calor es estacionaria y bidimensional, como se indicó. **2** La conductividad térmica es constante. **3** La generación de calor es uniforme. **4** La transferencia de calor por radiación es insignificante.

Propiedades La conductividad térmica es $k = 15$ W/m·K.

Análisis Todos los nodos son en la frontera, excepto el 5, que es un nodo interior; por tanto, es preciso confiar en los balances de energía para obtener las ecuaciones de diferencias finitas. Pero primero se forman los elementos de volumen dividiendo la región entre los nodos de manera equitativa dibujando líneas discontinuas entre ellos. Si se considera que el elemento de volumen representado por un nodo interior debe ser de *tamaño completo* (es decir, $\Delta x \times \Delta y \times 1$), entonces el elemento representado por un nodo en la frontera regular como el nodo 2 tendrá la *mitad del tamaño* (es decir, $\Delta x \times \Delta y/2 \times 1$), y un nodo de esquina como el nodo 1 tendrá un *cuarto del tamaño* (es decir, $\Delta x/2 \times \Delta y/2 \times 1$). Con la ecuación 5-36 en mente para el balance energético, las ecuaciones de diferencias finitas para cada uno de los nueve nodos se obtienen de la siguiente manera:

a) Nodo 1. El elemento de volumen de este nodo de esquina está aislado a la izquierda y sometido a convección en la parte superior y a conducción en las superficies derecha e inferior. Un balance de energía en este elemento da (figura 5-27*a*):

$$0 + h\frac{\Delta x}{2}(T_\infty - T_1) + k\frac{\Delta y}{2}\frac{T_2 - T_1}{\Delta x} + k\frac{\Delta x}{2}\frac{T_4 - T_1}{\Delta y} + \dot{e}_1\frac{\Delta x}{2}\frac{\Delta y}{2} = 0$$

Tomando $\Delta x = \Delta y = l$, se simplifica a:

$$-\left(2 + \frac{hl}{k}\right)T_1 + T_2 + T_4 = -\frac{hl}{k}T_\infty - \frac{\dot{e}_1 l^2}{2k}$$

b) Nodo 2. El elemento de volumen de este nodo en la frontera está sujeto a convección en la parte superior y a conducción en las superficies derecha, inferior e izquierda. Un balance de energía en este elemento da (figura 5-27*b*):

$$h\Delta x(T_\infty - T_2) + k\frac{\Delta y}{2}\frac{T_3 - T_2}{\Delta x} + k\Delta x\frac{T_5 - T_2}{\Delta y} + k\frac{\Delta y}{2}\frac{T_1 - T_2}{\Delta x} + \dot{e}_2\Delta x\frac{\Delta y}{2} = 0$$

Tomando $\Delta x = \Delta y = l$, se simplifica a:

$$T_1 - \left(4 + \frac{2hl}{k}\right) T_2 + T_3 + 2T_5 = -\frac{2hl}{k} T_\infty - \frac{\dot{e}_2 l^2}{k}$$

c) Nodo 3. El elemento de volumen de este nodo de esquina está sujeto a convección en las superficies superior y derecha, y a conducción en las superficies inferior e izquierda. Un balance de energía en este elemento da (figura 5-28*a*):

$$h\left(\frac{\Delta x}{2} + \frac{\Delta y}{2}\right)(T_\infty - T_3) + k\frac{\Delta x}{2}\frac{T_6 - T_3}{\Delta y} + k\frac{\Delta y}{2}\frac{T_2 - T_3}{\Delta x} + \dot{e}_3\frac{\Delta x}{2}\frac{\Delta y}{2} = 0$$

Tomando $\Delta x = \Delta y = l$, se simplifica a:

$$T_2 - \left(2 + \frac{2hl}{k}\right) T_3 + T_6 = -\frac{2hl}{k} T_\infty - \frac{\dot{e}_3 l^2}{2k}$$

d) Nodo 4. Este nodo está en la frontera aislada y puede tratarse como un nodo interior al reemplazar el aislamiento con un espejo. Esto coloca una imagen reflejada del nodo 5 a la izquierda del nodo 4. Observando que $\Delta x = \Delta y = l$, la relación general del nodo interior para el caso bidimensional estacionario (ecuación 5-35) da (figura 5-28*b*):

$$T_5 + T_1 + T_5 + T_{10} - 4T_4 + \frac{\dot{e}_4 l^2}{k} = 0$$

y, observando que $T_{10} = 90$ °C

$$T_1 - 4T_4 + 2T_5 = -90 - \frac{\dot{e}_4 l^2}{k}$$

e) Nodo 5. Este es un nodo interior, y dado que $\Delta x = \Delta y = l$, la formulación de diferencias finitas de este nodo se obtiene directamente de la ecuación 5-35, es decir (figura 5-29*a*):

$$T_4 + T_2 + T_6 + T_{11} - 4T_5 + \frac{\dot{e}_5 l^2}{k} = 0$$

y, como $T_{11} = 90$ °C, se tiene:

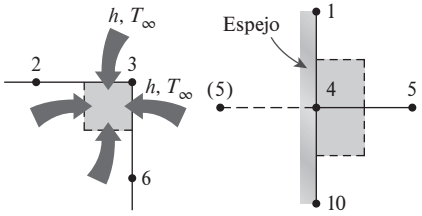
$$T_2 + T_4 - 4T_5 + T_6 = -90 - \frac{\dot{e}_5 l^2}{k}$$

f) Nodo 6. El elemento de volumen de este nodo de esquina interior está sujeto a convección en la superficie expuesta en forma de L y a conducción en las otras superficies. Un balance de energía en este elemento da (figura 5-29*b*):

$$h\left(\frac{\Delta x}{2} + \frac{\Delta y}{2}\right)(T_\infty - T_6) + k\frac{\Delta y}{2}\frac{T_7 - T_6}{\Delta x} + k\Delta x\frac{T_{12} - T_6}{\Delta y} + k\Delta y\frac{T_5 - T_6}{\Delta x} + k\frac{\Delta x}{2}\frac{T_3 - T_6}{\Delta y} + \dot{e}_6\frac{3\Delta x\Delta y}{4} = 0$$

Tomando $\Delta x = \Delta y = l$ y observando que $T_{12} = 90$ °C, se simplifica a:

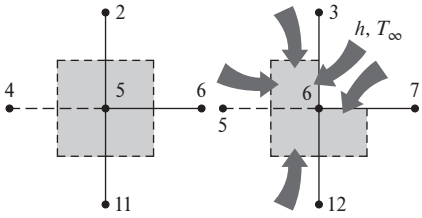
$$T_3 + 2T_5 - \left(6 + \frac{2hl}{k}\right) T_6 + T_7 = -180 - \frac{2hl}{k} T_\infty - \frac{3\dot{e}_6 l^2}{2k}$$



a) Nodo 3 *b*) Nodo 4

FIGURA 5-28

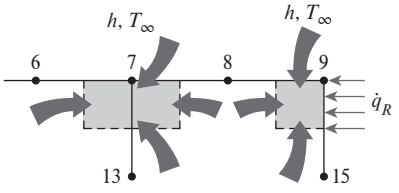
Esquemas para los balances de energía en los elementos de volumen de los nodos 3 y 4.



a) Nodo 5 *b*) Nodo 6

FIGURA 5-29

Esquemas para los balances de energía en los elementos de volumen de los nodos 5 y 6.



a) Nodo 7 *b*) Nodo 9

FIGURA 5-30

Esquemas para los balances de energía en los elementos de volumen de los nodos 7 y 9.

g) Nodo 7. El elemento de volumen de este nodo en la frontera está sujeto a convección en la parte superior y a conducción en las superficies derecha, inferior e izquierda. Un balance de energía en este elemento da (figura 5-30*a*):

$$h\Delta x(T_\infty - T_7) + k\frac{\Delta y}{2}\frac{T_8 - T_7}{\Delta x} + k\Delta x\frac{T_{13} - T_7}{\Delta y} + k\frac{\Delta y}{2}\frac{T_6 - T_7}{\Delta x} + \dot{e}_7\Delta x\frac{\Delta y}{2} = 0$$

Tomando $\Delta x = \Delta y = l$ y observando que $T_{13} = 90$ °C, se simplifica a:

$$T_6 - \left(4 + \frac{2hl}{k}\right)T_7 + T_8 = -180 - \frac{2hl}{k}T_\infty - \frac{\dot{e}_7 l^2}{k}$$

h) Nodo 8. Este nodo es idéntico al 7, y la formulación de diferencias finitas se puede obtener a partir de la del nodo 7, cambiando los números de nodo en 1 (es decir, reemplazando el subíndice m con $m + 1$). Da:

$$T_7 - \left(4 + \frac{2hl}{k}\right)T_8 + T_9 = -180 - \frac{2hl}{k}T_\infty - \frac{\dot{e}_8 l^2}{k}$$

i) Nodo 9. El elemento de volumen de este nodo de esquina está sujeto a convección en la superficie superior, a flujo de calor en la superficie derecha y a conducción en las superficies inferior e izquierda. Un balance de energía en este elemento da (figura 5-30*b*):

$$h\frac{\Delta x}{2}(T_\infty - T_9) + \dot{q}_R\frac{\Delta y}{2} + k\frac{\Delta x}{2}\frac{T_{15} - T_9}{\Delta y} + k\frac{\Delta y}{2}\frac{T_8 - T_9}{\Delta x} + \dot{e}_9\frac{\Delta x}{2}\frac{\Delta y}{2} = 0$$

Tomando $\Delta x = \Delta y = l$ y observando que $T_{15} = 90$ °C, se simplifica a:

$$T_8 - \left(2 + \frac{hl}{k}\right)T_9 = -90 - \frac{\dot{q}_R l}{k} - \frac{hl}{k}T_\infty - \frac{\dot{e}_9 l^2}{2k}$$

Esto completa el desarrollo de la formulación de diferencias finitas para este problema. Sustituyendo las cantidades dadas, el sistema de nueve ecuaciones para la determinación de nueve temperaturas nodales desconocidas queda:

$$\begin{aligned}
-2.064T_1 + T_2 + T_4 &= -11.2\\
T_1 - 4.128T_2 + T_3 + 2T_5 &= -22.4\\
T_2 - 2.128T_3 + T_6 &= -12.8\\
T_1 - 4T_4 + 2T_5 &= -109.2\\
T_2 + T_4 - 4T_5 + T_6 &= -109.2\\
T_3 + 2T_5 - 6.128T_6 + T_7 &= -212.0\\
T_6 - 4.128T_7 + T_8 &= -202.4\\
T_7 - 4.128T_8 + T_9 &= -202.4\\
T_8 - 2.064T_9 &= -105.2
\end{aligned}$$

que es un sistema de nueve ecuaciones algebraicas con nueve incógnitas. Usando un solucionador de ecuaciones, se determina que su solución es:

$$\begin{aligned}
T_1 &= 112.1\ ^\circ\text{C} & T_2 &= 110.8\ ^\circ\text{C} & T_3 &= 106.6\ ^\circ\text{C}\\
T_4 &= 109.4\ ^\circ\text{C} & T_5 &= 108.1\ ^\circ\text{C} & T_6 &= 103.2\ ^\circ\text{C}\\
T_7 &= 97.3\ ^\circ\text{C} & T_8 &= 96.3\ ^\circ\text{C} & T_9 &= 97.6\ ^\circ\text{C}
\end{aligned}$$

Observe que la temperatura más alta está en el nodo 1 y la más baja en el 8. Esto es consistente con nuestras expectativas, ya que el nodo 1 está más alejado de la superficie inferior, que se mantiene a 90 °C, y tiene un lado aislado, y el nodo 8 tiene el área expuesta más grande en relación con su volumen, mientras que está cerca de la superficie a 90 °C.

Fronteras irregulares

En problemas con geometrías simples, podemos llenar toda la región usando elementos de volumen simples como tiras para una pared plana y elementos rectangulares para la conducción bidimensional en una región rectangular. También podemos utilizar elementos de carcasas cilíndricas o esféricas para cubrir completamente cuerpos cilíndricos y esféricos. Sin embargo, muchas geometrías encontradas en la práctica, como los álabes de la turbina o los bloques de motor, no tienen formas simples, y es difícil llenar tales geometrías que tienen fronteras irregulares con elementos de volumen simples. Una forma práctica de tratar con tales geometrías es reemplazar la geometría irregular con una serie de elementos de volumen simples, como se muestra en la figura 5-31. Este enfoque simple es a menudo satisfactorio para fines prácticos, especialmente cuando los nodos están muy cerca de la frontera. Existen enfoques disponibles más sofisticados para el manejo de fronteras irregulares, y son comúnmente incorporados en los paquetes de software comercial.

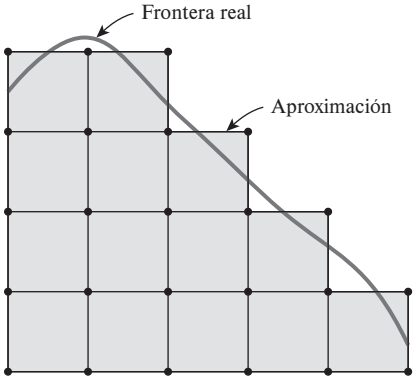


FIGURA 5-31
Aproximación de una frontera irregular con una malla rectangular.

EJEMPLO 5-4 **Pérdida de calor a través de chimeneas**

Los gases de combustión calientes de un horno fluyen a través de una chimenea cuadrada hecha de concreto ($k = 1.4$ W/m·K). La sección de flujo de la chimenea es de 20 × 20 cm, y el espesor de la pared es de 20 cm. La temperatura promedio de los gases calientes en la chimenea es $T_i = 300$ °C, y el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección dentro de la chimenea es $h_i = 70$ W/m^2·K. La chimenea pierde calor desde su superficie exterior hacia el aire ambiente a $T_o = 20$ °C por convección con un coeficiente de transferencia de calor de $h_o = 21$ W/m^2·K y al cielo por radiación. La emisividad de la superficie exterior de la pared es $\varepsilon = 0.9$, y se estima que la temperatura efectiva del cielo es 260 K. Utilizando el método de diferencias finitas con $\Delta x = \Delta y = 10$ cm y considerando todas las ventajas de simetría posibles, determine las temperaturas en los puntos nodales de una sección transversal y la razón de pérdida de calor para una sección de la chimenea de 1 m de largo.

SOLUCIÓN Se considera la transferencia de calor a través de una chimenea cuadrada. Las temperaturas nodales y la razón de pérdida de calor por unidad de longitud se determinarán con el método de diferencias finitas.

Suposiciones **1** La transferencia de calor es estacionaria, pues no hay indicios de cambio con el tiempo. **2** La transferencia de calor a través de la chimenea es bidimensional, ya que la altura de esta es grande en relación con su sección transversal, por lo que la conducción de calor a través de la chimenea en la dirección axial es insignificante. Es tentador simplificar aún más el problema al considerar que la transferencia de calor en cada pared es unidimensional, lo que sería el caso si las paredes fueran delgadas y, por tanto, los efectos de las esquinas fueran insignificantes. Esta suposición no puede justificarse en este caso, ya que las paredes son muy gruesas y las secciones de las

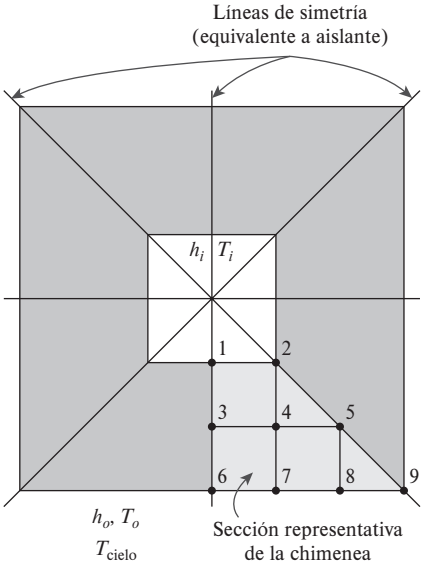


FIGURA 5-32

Esquema de la chimenea discutida en el ejemplo 5-4 y la red nodal para una sección representativa.

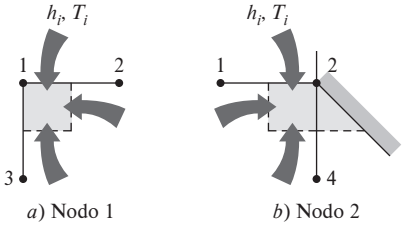


FIGURA 5-33

Esquemas de los balances de energía en los elementos de volumen de los nodos 1 y 2.

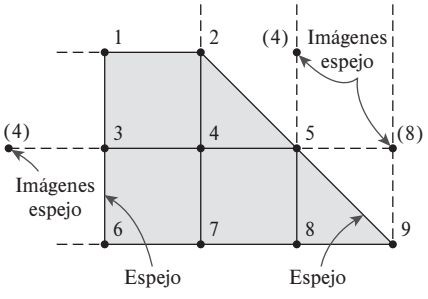


FIGURA 5-34

Conversión de los nodos en la frontera 3 y 5 a lo largo de líneas de simetría en nodos interiores usando imágenes especulares.

esquinas constituyen una porción considerable de la estructura de la chimenea. **3** La conductividad térmica es constante.

Propiedades Las propiedades de la chimenea son: $k = 1.4$ W/m·K y $\varepsilon = 0.9$.

Análisis La sección transversal de la chimenea se muestra en la figura 5-32. El aspecto más llamativo de este problema es la notoria simetría sobre las líneas horizontales y verticales que pasan por el punto medio de la chimenea, así como los ejes diagonales, como se muestra en la figura. Por tanto, debe considerarse solo un octavo de la geometría en la solución cuya red nodal consiste en nueve nodos igualmente espaciados.

El calor no puede cruzar una línea de simetría, así que estas pueden tratarse como superficies aisladas y, por tanto, como "espejos" en la formulación de las diferencias finitas. Luego, los nodos en el punto medio de las líneas de simetría se pueden tratar como nodos interiores mediante imágenes especulares. Seis de los nodos son nodos en la frontera, por lo que hay que escribir balances de energía para obtener sus formulaciones de diferencias finitas. Primero se divide la región entre los nodos de manera equitativa dibujando líneas discontinuas entre los nodos a través del medio. Entonces, la región alrededor de un nodo rodeado por la frontera o las líneas discontinuas, representa el elemento de volumen del nodo. Considerando una profundidad unitaria y utilizando el enfoque de balance de energía para los nodos en la frontera (suponiendo nuevamente que toda la transferencia de calor es hacia el elemento de volumen por conveniencia) y la fórmula para los nodos interiores, las ecuaciones de diferencias finitas para los nueve nodos se determinan de la siguiente manera:

a) Nodo 1. En la frontera interior, sujeto a convección, figura 5-33*a*

$$0 + h_i \frac{\Delta x}{2}(T_i - T_1) + k \frac{\Delta y}{2} \frac{T_2 - T_1}{\Delta x} + k \frac{\Delta x}{2} \frac{T_3 - T_1}{\Delta y} + 0 = 0$$

Tomando $\Delta x = \Delta y = l$, se simplifica a

$$-\left(2 + \frac{h_i l}{k}\right) T_1 + T_2 + T_3 = -\frac{h_i l}{k} T_i$$

b) Nodo 2. En la frontera interior, sujeto a convección, figura 5-33*b*

$$k \frac{\Delta y}{2} \frac{T_1 - T_2}{\Delta x} + h_i \frac{\Delta x}{2}(T_i - T_2) + 0 + k \Delta x \frac{T_4 - T_2}{\Delta y} = 0$$

Tomando $\Delta x = \Delta y = l$, se simplifica a:

$$T_1 - \left(3 + \frac{h_i l}{k}\right) T_2 + 2T_4 = -\frac{h_i l}{k} T_i$$

c) Nodos 3, 4 y 5. (Nodos interiores, figura 5-34)

$$\text{Nodo 3: } T_4 + T_1 + T_4 + T_6 - 4T_3 = 0$$
$$\text{Nodo 4: } T_3 + T_2 + T_5 + T_7 - 4T_4 = 0$$
$$\text{Nodo 5: } T_4 + T_4 + T_8 + T_8 - 4T_5 = 0$$

d) Nodo 6. (En la frontera exterior, sujeto a convección y radiación)

$$0 + k \frac{\Delta x}{2} \frac{T_3 - T_6}{\Delta y} + k \frac{\Delta y}{2} \frac{T_7 - T_6}{\Delta x}$$
$$+ h_o \frac{\Delta x}{2}(T_o - T_6) + \varepsilon \sigma \frac{\Delta x}{2}(T_{\text{cielo}}^4 - T_6^4) = 0$$

Tomando $\Delta x = \Delta y = l$, se simplifica a

$$T_2 + T_3 - \left(2 + \frac{h_o l}{k}\right) T_6 = -\frac{h_o l}{k} T_o - \frac{\varepsilon\sigma l}{k}(T_{\text{cielo}}^4 - T_6^4)$$

e) Nodo 7. (En la frontera exterior, sujeto a convección y radiación, figura 5-35)

$$k\frac{\Delta y}{2}\frac{T_6 - T_7}{\Delta x} + k\Delta x\frac{T_4 - T_7}{\Delta y} + k\frac{\Delta y}{2}\frac{T_8 - T_7}{\Delta x} + h_o\Delta x(T_o - T_7) + \varepsilon\sigma\Delta x(T_{\text{cielo}}^4 - T_7^4) = 0$$

Tomando $\Delta x = \Delta y = l$, se simplifica a

$$2T_4 + T_6 - \left(4 + \frac{2h_o l}{k}\right) T_7 + T_8 = -\frac{2h_o l}{k} T_o - \frac{2\varepsilon\sigma l}{k}(T_{\text{cielo}}^4 - T_7^4)$$

f) Nodo 8. Igual que el nodo 7, excepto que desplaza los números de nodo hacia arriba por 1 (reemplace 4 con 5, 6 con 7, 7 con 8 y 8 con 9 en la última relación)

$$2T_5 + T_7 - \left(4 + \frac{2h_o l}{k}\right) T_8 + T_9 = -\frac{2h_o l}{k} T_o - \frac{2\varepsilon\sigma l}{k}(T_{\text{cielo}}^4 - T_8^4)$$

g) Nodo 9. (En la frontera exterior, sujeto a convección y radiación, figura 5-35)

$$k\frac{\Delta y}{2}\frac{T_8 - T_9}{\Delta x} + 0 + h_o\frac{\Delta x}{2}(T_o - T_9) + \varepsilon\sigma\frac{\Delta x}{2}(T_{\text{cielo}}^4 - T_9^4) = 0$$

Tomando $\Delta x = \Delta y = l$, se simplifica a

$$T_8 - \left(1 + \frac{h_o l}{k}\right) T_9 = -\frac{h_o l}{k} T_o - \frac{\varepsilon\sigma l}{k}(T_{\text{cielo}}^4 - T_9^4)$$

Este problema implica radiación, la cual requiere temperatura absoluta y, por tanto, todas las temperaturas deben expresarse en Kelvin. Alternativamente, se podría usar °C para todas las temperaturas siempre que las cuatro temperaturas en el término de radiación se expresen en la forma $(T + 273)^4$. Sustituyendo las cantidades dadas, el sistema de nueve ecuaciones con nueve temperaturas nodales desconocidas expresado en una forma adecuada para usar un método de iteración queda como:

$$T_1 = (T_2 + T_3 + 2\,865)/7$$
$$T_2 = (T_1 + 2T_4 + 2\,865)/8$$
$$T_3 = (T_1 + 2T_4 + T_6)/4$$
$$T_4 = (T_2 + T_3 + T_5 + T_7)/4$$
$$T_5 = (2T_4 + 2T_8)/4$$
$$T_6 = (T_2 + T_3 + 456.2 - 0.3645 \times 10^{-9}\, T_6^4)/3.5$$
$$T_7 = (2T_4 + T_6 + T_8 + 912.4 - 0.729 \times 10^{-9}\, T_7^4)/7$$
$$T_8 = (2T_5 + T_7 + T_9 + 912.4 - 0.729 \times 10^{-9}\, T_8^4)/7$$
$$T_9 = (T_8 + 456.2 - 0.3645 \times 10^{-9}\, T_9^4)/2.5$$

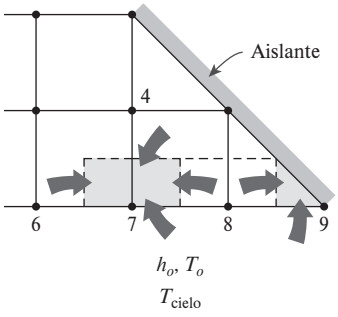


FIGURA 5-35

Esquemas para los balances de energía en los elementos de volumen de los nodos 7 y 9.

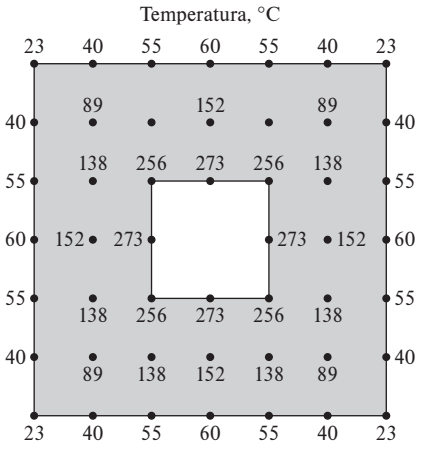


FIGURA 5-36
Variación de temperatura en la chimenea.

que es un sistema de ecuaciones *no lineales*. Usando el método de iteración de Gauss-Seidel o un solucionador de ecuaciones, su solución es:

$T_1 = 545.7\ \text{K} = 272.6\ ^\circ\text{C}$ $T_2 = 529.2\ \text{K} = 256.1\ ^\circ\text{C}$ $T_3 = 425.2\ \text{K} = 152.1\ ^\circ\text{C}$
$T_4 = 411.2\ \text{K} = 138.0\ ^\circ\text{C}$ $T_5 = 362.1\ \text{K} = 89.0\ ^\circ\text{C}$ $T_6 = 332.9\ \text{K} = 59.7\ ^\circ\text{C}$
$T_7 = 328.1\ \text{K} = 54.9\ ^\circ\text{C}$ $T_8 = 313.1\ \text{K} = 39.9\ ^\circ\text{C}$ $T_9 = 296.5\ \text{K} = 23.4\ ^\circ\text{C}$

La variación de la temperatura en la chimenea se muestra en la figura 5-36.

Considere que las temperaturas son más altas en la pared interior (pero menores a 300 °C) y más bajas en la pared exterior (pero mayores a 260 K), como se esperaba.

La temperatura promedio en la superficie exterior de la chimenea ponderada por el área superficial es:

$$T_{\text{pared, afuera}} = \frac{(0.5T_6 + T_7 + T_8 + 0.5T_9)}{(0.5 + 1 + 1 + 0.5)}$$

$$= \frac{0.5 \times 332.9 + 328.1 + 313.1 + 0.5 \times 296.5}{3} = 318.6\ \text{K}$$

Así que, la razón de pérdida de calor a través de una sección de 1 m de largo de la chimenea se puede determinar aproximadamente a partir de:

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{chimenea}} &= h_o A_o (T_{\text{pared, afuera}} - T_o) + \varepsilon\sigma A_o (T^4_{\text{pared, afuera}} - T^4_{\text{cielo}}) \\ &= (21\ \text{W/m}^2\cdot\text{K})[4 \times (0.6\ \text{m})(1\ \text{m})](318.6 - 293)\text{K} \\ &\quad + 0.9(5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}^4) \\ &\quad [4 \times (0.6\ \text{m})(1\ \text{m})](318.6\ \text{K})^4 - (260\ \text{K})^4 \\ &= 1\ 291 + 702 = \mathbf{1993\ W}\end{aligned}$$

También se podría determinar la transferencia de calor usando la temperatura promedio de la pared interna, que es (272.6 + 256.1)/2 = 264.4 °C, y aplicando la ley de enfriamiento de Newton en esa superficie:

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{chimenea}} &= h_i A_i (T_i - T_{\text{pared, dentro}}) \\ &= (70\ \text{W/m}^2\cdot\text{K})[4 \times (0.2\ \text{m})(1\ \text{m})](300 - 264.4)\,^\circ\text{C} = 1\ 994\ \text{W}\end{aligned}$$

La diferencia entre los dos resultados se debe a la naturaleza aproximada del análisis numérico.

Discusión Se utiliza un modelo numérico relativamente burdo para resolver este problema y mantener las complicaciones en un nivel manejable. La precisión de la solución obtenida puede mejorarse con una malla más fina y, por tanto, mayor número de nodos. Además, cuando se trata de radiación, es más preciso (pero más laborioso) determinar las pérdidas de calor para cada nodo y sumarlas en lugar de usar la temperatura promedio.

5-5 ▪ CONDUCCIÓN TRANSITORIA DE CALOR

Hasta ahora, en este capítulo se ha aplicado el método de diferencias finitas a problemas *estacionarios* de transferencia de calor. En esta sección se amplía el método para resolver problemas *transitorios.*

Se aplica el método de diferencias finitas a problemas estacionarios *discretizando* el problema en las variables espaciales y resolviendo las temperaturas en puntos *discretos* llamados nodos. La solución obtenida es válida en cualquier momento, ya que en condiciones estables las temperaturas no cambian con el tiempo. Sin embargo,

en problemas transitorios, las temperaturas cambian con el tiempo y la posición, y la solución de diferencias finitas de los problemas transitorios requiere una *discretización en el tiempo* además de la discretización en el espacio, como se muestra en la figura 5-37. Esto se realiza seleccionando un intervalo de tiempo adecuado Δt y resolviendo las temperaturas nodales desconocidas repetidamente para cada Δt hasta que se obtenga la solución en el momento deseado. Por ejemplo, considere un objeto de metal caliente que se saca del horno a una temperatura inicial T_i en el momento $t = 0$ y se deja enfriar en el aire ambiente. Si se elige un intervalo de tiempo $\Delta t = 5$ min, la determinación de la distribución de temperatura en la pieza de metal después de 3 h requiere la determinación de las temperaturas $3 \times 60/5 = 36$ veces, o en 36 intervalos de tiempo. Así que el tiempo de cálculo de este problema es 36 veces mayor que el de un problema estacionario. Elegir un Δt más pequeño aumenta la precisión de la solución, pero también el tiempo de cálculo.

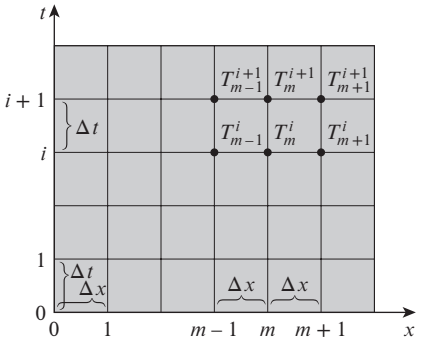


FIGURA 5-37

La formulación de diferencias finitas de problemas dependientes del tiempo implica puntos discretos en el tiempo y en el espacio.

En problemas transitorios, el *superíndice i* se usa como el *índice* o *contador* de intervalos de tiempo, con $i = 0$ correspondiente a la condición inicial especificada.

En el caso de la pieza de metal caliente discutida antes, $i = 1$ corresponde a $t = 1 \times \Delta t = 5$ min, $i = 2$ corresponde a $t = 2 \times \Delta t = 10$ min, y un intervalo de tiempo general i corresponde a $t_i = i\Delta t$. La notación T_m^i se usa para representar la temperatura en el nodo m en el intervalo de tiempo i.

La formulación de problemas de conducción de calor transitorios difiere de la de los problemas estacionarios en que los problemas transitorios implican un *término adicional* que representa el *cambio en el contenido de energía* del medio con el tiempo. Este término adicional aparece como una primera derivada de la temperatura respecto al tiempo en la ecuación diferencial y como un cambio en el contenido de energía interna durante Δt en la formulación de balance de energía. Los nodos y los elementos de volumen en problemas transitorios se seleccionan como en el caso estacionario y, una vez más, suponiendo por conveniencia que toda la transferencia de calor se realiza *en* el elemento, el balance de energía en un elemento de volumen durante un intervalo de tiempo Δt puede expresarse como:

$$\left(\begin{array}{c}\text{Calor transferido al}\\ \text{elemento de volumen}\\ \text{desde todas sus}\\ \text{superficies durante } \Delta t\end{array}\right) + \left(\begin{array}{c}\text{Calor generado}\\ \text{dentro del elemento}\\ \text{de volumen}\\ \text{durante } \Delta t\end{array}\right) = \left(\begin{array}{c}\text{Cambio en el}\\ \text{contenido de energía}\\ \text{del elemento de}\\ \text{volumen durante } \Delta t\end{array}\right)$$

o,

$$\Delta t \times \sum_{\text{Todos los lados}} \dot{Q} + \Delta t \times \dot{E}_{\text{gen,elemento}} = \Delta E_{\text{elemento}} \qquad \textbf{(5-37)}$$

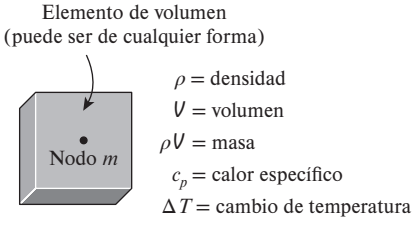
donde la razón de transferencia de calor $\dot{Q}$ normalmente consiste en términos de conducción para nodos interiores, pero puede involucrar convección, flujo de calor y radiación para nodos en la frontera.

Observando que el elemento $\Delta E_{\text{elemento}} = mc_p\Delta T = \rho V_{\text{elemento}}\, c_p \Delta T$, donde ρ es la densidad y c_p el calor específico del elemento, y dividiendo la relación anterior por Δt da:

$$\sum_{\text{Todos los lados}} \dot{Q} + \dot{E}_{\text{gen, elemento}} = \frac{\Delta E_{\text{elemento}}}{\Delta t} = \rho V_{\text{elemento}}\, c_p \frac{\Delta T}{\Delta t} \qquad \textbf{(5-38)}$$

o, para cualquier nodo m en el medio y su elemento de volumen:

$$\sum_{\text{Todos los lados}} \dot{Q} + \dot{E}_{\text{gen, elemento}} = \rho V_{\text{elemento}}\, c_p \frac{T_m^{i+1} - T_m^i}{\Delta t} \qquad \textbf{(5-39)}$$



$$\Delta U = \rho V c_p \Delta T = \rho V c_p (T_m^{i+1} - T_m^i)$$

FIGURA 5-38

Cambio en el contenido de energía del elemento de volumen de un nodo durante un intervalo de tiempo Δt.

donde T_m^i y T_m^{i+1} son las temperaturas del nodo m en los momentos $t_i = i\Delta t$ y $t_{i+1} = (i + 1)\Delta t$, respectivamente, y $T_m^{i+1} - T_m^i$ representa el cambio de temperatura del nodo durante el intervalo de tiempo Δt entre los intervalos de tiempo i e $i + 1$ (figura 5-38).

Tenga en cuenta que la relación $(T_m^{i+1} - T_m^i)/\Delta t$ es simplemente la aproximación de diferencias finitas de la derivada parcial $\partial T/\partial t$ que aparece en las ecuaciones diferenciales de problemas transitorios. Por tanto, se obtendría el mismo resultado para la formulación de diferencias finitas si se siguiera un enfoque matemático estricto en lugar del enfoque de balance de energía utilizado. También tenga en cuenta que las formulaciones de diferencias finitas de problemas estacionarios y transitorios difieren por el término único en el lado derecho del signo igual, y el formato de ese término es el mismo en todos los sistemas de coordenadas, independientemente de si la transferencia de calor es en una, dos o tres dimensiones. Para el caso especial de $T_m^{i+1} = T_m^i$ (es decir, la temperatura no cambia en el tiempo), la formulación se reduce a la del caso estacionario, como se esperaba.

Las temperaturas nodales en problemas transitorios por lo general cambian durante cada intervalo de tiempo, y puede que se pregunte si debe usar temperaturas en el intervalo de tiempo *anterior i* o en el *nuevo* intervalo de tiempo $i + 1$ para los términos en el lado izquierdo de la ecuación 5-39. Ambos son enfoques razonables y se usan en la práctica. El enfoque de diferencias finitas se llama **método explícito** en el primer caso y **método implícito** en el segundo, y se expresan como (figura 5-39):

Método explícito
$$\sum_{\text{Todos los lados}} \dot{Q}^i + \dot{E}^i_{\text{gen, elemento}} = \rho V_{\text{elemento}} c_p \frac{T_m^{i+1} - T_m^i}{\Delta t} \qquad \textbf{(5-40)}$$

Método implícito
$$\sum_{\text{Todos los lados}} \dot{Q}^{i+1} + \dot{E}^{i+1}_{\text{gen, elemento}} = \rho V_{\text{elemento}} c_p \frac{T_m^{i+1} - T_m^i}{\Delta t} \qquad \textbf{(5-41)}$$

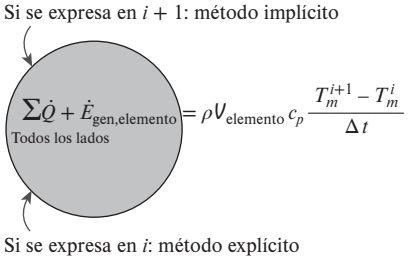


FIGURA 5-39

La formulación de métodos explícitos e implícitos difiere en el intervalo de tiempo (anterior o nuevo) en el que se expresan los términos de transferencia de calor y generación de calor.

La derivada del tiempo se expresa en forma de *diferencia hacia adelante* en el caso explícito y en forma de *diferencia hacia atrás* en el caso implícito. Por supuesto, también es posible mezclar las dos formulaciones fundamentales de las ecuaciones 5-40 y 5-41 y encontrar formulaciones más elaboradas, pero tales formulaciones ofrecen poca información y están más allá del alcance de este texto. Ambas formulaciones son expresiones entre las temperaturas nodales antes y después de un intervalo de tiempo y se basan en la determinación de las nuevas temperaturas T_m^{i+1} utilizando las *temperaturas anteriores* T_m^i. *Las formulaciones explícitas e implícitas proporcionadas aquí son bastante generales y se pueden usar en cualquier sistema de coordenadas independientemente de la dimensión de la transferencia de calor.* Los elementos de volumen en casos multidimensionales tienen más superficies y, por tanto, implican más términos en la suma.

Los métodos explícitos e implícitos tienen sus ventajas y desventajas, y un método no es necesariamente mejor que el otro. A continuación, verá que el *método explícito* es fácil de implementar pero impone un límite en el intervalo de tiempo permitido para evitar inestabilidades en la solución. Por otro lado, el *método implícito* requiere que las temperaturas nodales se resuelvan simultáneamente para cada intervalo de tiempo, pero no impone ningún límite en la magnitud del intervalo de tiempo. Limitamos la discusión a casos unidimensionales y bidimensionales para mantener la complejidad en un nivel manejable, pero el análisis puede extenderse a casos tridimensionales y otros sistemas de coordenadas.

Conducción de calor transitoria en una pared plana

Considere la conducción de calor unidimensional transitoria en una pared plana de grosor L con generación de calor $\dot{e}(x, t)$ que puede variar con el tiempo y la posi-

ción y una conductividad constante k con un tamaño de malla de $\Delta x = L/M$ y nodos 0, 1, 2, . . . , M en la dirección x, como se muestra en la figura 5-40. Teniendo en cuenta que el elemento de volumen de un nodo interior general m implica la conducción de calor desde dos lados, y el volumen del elemento es $V_{\text{elemento}} = A\Delta x$, la formulación de diferencias finitas transitoria para un nodo interior se puede expresar sobre la base de la ecuación 5-39 como:

$$kA\frac{T_{m-1}-T_m}{\Delta x}+kA\frac{T_{m+1}-T_m}{\Delta x}+\dot{e}_m A\Delta x=\rho A\Delta x c_p\frac{T_m^{i+1}-T_m^i}{\Delta t} \quad \textbf{(5-42)}$$

Al cancelar el área de la superficie A y multiplicar por $\Delta x/k$, se simplifica a:

$$T_{m-1}-2T_m+T_{m+1}+\frac{\dot{e}_m\Delta x^2}{k}=\frac{\Delta x^2}{\alpha\Delta t}(T_m^{i+1}-T_m^i) \quad \textbf{(5-43)}$$

donde $\alpha = k/\rho c_p$ es la *difusividad térmica* del material de la pared. Ahora definimos un **número de malla de Fourier** adimensional como:

$$\tau=\frac{\alpha\Delta t}{\Delta x^2} \quad \textbf{(5-44)}$$

Así que la ecuación 5-43 se reduce a:

$$T_{m-1}-2T_m+T_{m+1}+\frac{\dot{e}_m\Delta x^2}{k}=\frac{T_m^{i+1}-T_m^i}{\tau} \quad \textbf{(5-45)}$$

Note que el lado izquierdo de esta ecuación es la formulación de diferencias finitas del problema para el caso estable. Esto no es sorprendente, ya que la formulación debe reducirse al caso estable para $T_m^{i+1} = T_m^i$. Además, todavía no estamos comprometidos con una formulación explícita o implícita, ya que no indicamos el intervalo de tiempo en el lado izquierdo de la ecuación. Ahora obtenemos la formulación *explícita* de diferencias finitas expresando el lado izquierdo en el intervalo de tiempo i como:

$$T_{m-1}^i-2T_m^i+T_{m+1}^i+\frac{\dot{e}_m^i\Delta x^2}{k}=\frac{T_m^{i+1}-T_m^i}{\tau} \quad \text{(explícito)} \quad \textbf{(5-46)}$$

Esta ecuación se puede resolver *explícitamente* para la nueva temperatura T_m^{i+1} (y, por tanto, el nombre del método *explícito*) para dar:

$$T_m^{i+1}=\tau(T_{m-1}^i+T_{m+1}^i)+(1-2\tau)\,T_m^i+\tau\frac{\dot{e}_m^i\Delta x^2}{k} \quad \textbf{(5-47)}$$

para todos los nodos interiores $m = 1, 2, 3, \ldots, M - 1$ en una pared plana. Expresando el lado izquierdo de la ecuación 5-45 en el intervalo de tiempo $i + 1$ en lugar de i daría la formulación *implícita* de diferencias finitas como:

$$T_{m-1}^{i+1}-2T_m^{i+1}+T_{m+1}^{i+1}+\frac{\dot{e}_m^{i+1}\Delta x^2}{k}=\frac{T_m^{i+1}-T_m^i}{\tau} \quad \text{(implícito)} \quad \textbf{(5-48)}$$

que puede reorganizarse como:

$$\tau T_{m-1}^{i+1}-(1+2\tau)T_m^{i+1}+\tau T_{m+1}^{i+1}+\tau\frac{\dot{e}_m^{i+1}\Delta x^2}{k}+T_m^i=0 \quad \textbf{(5-49)}$$

La aplicación de la formulación explícita o implícita en cada uno de los $M - 1$ nodos interiores proporciona $M - 1$ ecuaciones. Las dos ecuaciones restantes se

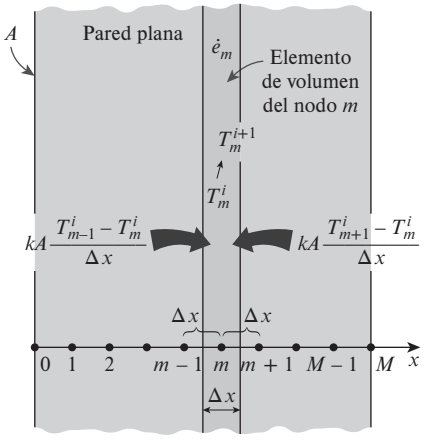


FIGURA 5-40

Puntos nodales y elementos de volumen para la formulación de diferencias finitas transitorias de conducción unidimensional en una pared plana.

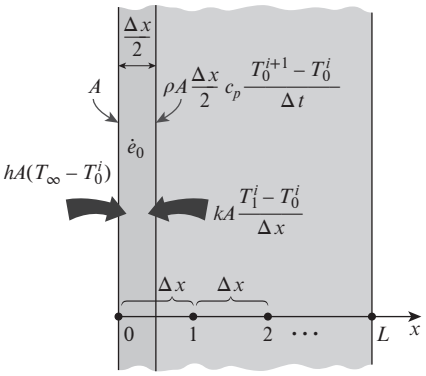


FIGURA 5-41

Esquema para la formulación explícita de diferencias finitas para la condición de convección en la frontera izquierda de una pared plana.

obtienen aplicando el mismo método a los dos nodos en la frontera a menos que las temperaturas en la frontera se especifiquen como constantes (invariantes con el tiempo). Por ejemplo, la formulación de la condición de frontera de convección en la frontera izquierda (nodo 0) para el caso explícito se puede expresar como (figura 5-41):

$$hA(T_\infty - T_0^i) + kA\frac{T_1^i - T_0^i}{\Delta x} + \dot{e}_0^i A\frac{\Delta x}{2} = \rho A\frac{\Delta x}{2}c_p\frac{T_0^{i+1} - T_0^i}{\Delta t} \qquad \textbf{(5-50)}$$

la cual se simplifica a:

$$T_0^{i+1} = \left(1 - 2\tau - 2\tau\frac{h\Delta x}{k}\right)T_0^i + 2\tau T_1^i + 2\tau\frac{h\Delta x}{k}T_\infty + \tau\frac{\dot{e}_0^i\Delta x^2}{k} \qquad \textbf{(5-51)}$$

En el caso sin generación de calor y $\tau = 0.5$, que es el límite superior del criterio de estabilidad para el método explícito unidimensional (discutido en la siguiente subsección), la formulación explícita de diferencias finitas para un nodo interior general se reduce a $[T_m^{i+1} = (T_{m-1}^i + T_{m+1}^i)/2]$, que tiene la interesante interpretación de que *la temperatura de un nodo interior en el nuevo intervalo de tiempo es simplemente el promedio de las temperaturas de sus nodos vecinos en el intervalo de tiempo anterior.*

Una vez que se completa la formulación (explícita o implícita) y se especifica la condición inicial, la solución de un problema transitorio se obtiene *avanzando* en el tiempo con un tamaño de intervalo Δt de la siguiente manera: seleccione un intervalo de tiempo adecuado Δt y determine las temperaturas nodales a partir de la condición inicial. Tomando las temperaturas iniciales como la solución *anterior* T_m^i en $t = 0$, obtenga la nueva solución T_m^{i+1} en todos los nodos en el tiempo $t = \Delta t$ utilizando las relaciones de diferencias finitas transitorias.

Ahora con la solución obtenida en $t = \Delta t$ como la *solución previa* T_m^i, obtenga la nueva solución T_m^{i+1} en $t = 2\Delta t$ usando las mismas relaciones. Repita el proceso hasta obtener la solución en el momento deseado:

Criterio de estabilidad para el método explícito: limitación en Δt

El método explícito es fácil de usar, pero adolece de una característica indeseable que restringe su utilidad: no es incondicionalmente estable, y el mayor valor permisible del intervalo de tiempo Δt está limitado por el criterio de estabilidad. Si el intervalo de tiempo Δt no es lo bastante pequeño, las soluciones obtenidas por el método explícito pueden oscilar ampliamente y divergir de la solución real. Para evitar tales oscilaciones divergentes en temperaturas nodales, el valor de Δt debe mantenerse por debajo de un cierto límite superior establecido por el **criterio de estabilidad**. Se puede demostrar matemáticamente o mediante un argumento físico basado en la segunda ley de la termodinámica, que *el criterio de estabilidad se cumple si los coeficientes de todos los* T_m^i *en las expresiones* T_m^{i+1} (llamados **coeficientes primarios**) *son mayores o iguales a cero para todos los nodos m* (figura 5-42). Por supuesto, todos los términos que implican T_m^i para un nodo particular deben agruparse antes de aplicar este criterio.

Formulación explícita:

$$T_0^{i+1} = a_0 T_0^i + \cdots$$
$$T_1^{i+1} = a_1 T_1^i + \cdots$$
$$\vdots$$
$$T_m^{i+1} = a_m T_m^i + \cdots$$
$$\vdots$$
$$T_M^{i+1} = a_M T_M^i + \cdots$$

Criterio de estabilidad:

$$a_m \geq 0,\ m = 0, 1, 2, \ldots m, \ldots M$$

FIGURA 5-42

El criterio de estabilidad del método explícito requiere que todos los coeficientes primarios sean positivos o cero.

Diferentes ecuaciones para diferentes nodos pueden dar como resultado diferentes restricciones en el tamaño del intervalo de tiempo Δt, y debe usarse el criterio más restrictivo en la solución del problema. Un enfoque práctico es identificar la ecuación con el *coeficiente primario más pequeño*, ya que es el más restrictivo, y determinar los valores permitidos de Δt aplicando el criterio de estabilidad solo a esa ecuación. Un valor de Δt obtenido de esta manera también satisface el criterio de estabilidad para todas las demás ecuaciones en el sistema.

Por ejemplo, en el caso de la conducción de calor unidimensional transitoria en una pared plana con temperaturas de superficie especificadas, las ecuaciones explícitas de diferencias finitas para todos los nodos (que son *nodos interiores*) se obtienen de la ecuación 5-47. El coeficiente de T_m^i en la expresión T_m^{i+1} es $1 - 2\tau$, que es independiente del número de nodo m, y por tanto el criterio de estabilidad para todos los nodos en este caso es $1 - 2\tau \geq 0$ o:

$$\tau = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2} \leq \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \text{nodos interiores, transferencia de calor uni-} \\ \text{dimensional en coordenadas rectangulares} \end{pmatrix} \quad \textbf{(5-52)}$$

Cuando se conoce el material del medio y, por tanto, su difusividad térmica α y se especifica el valor del tamaño de malla Δx, el mayor valor permitido del intervalo de tiempo Δt puede determinarse a partir de esta relación. Por ejemplo, en el caso de una pared de ladrillos ($\alpha = 0.45 \times 10^{-6}$ m^2/s) con un tamaño de malla de $\Delta x = 0.01$ m, el límite superior del intervalo de tiempo es:

$$\Delta t \leq \frac{1}{2} \frac{\Delta x^2}{\alpha} = \frac{(0.01 \text{ m})^2}{2(0.45 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s})} = 111 \text{ s} = 1.85 \text{ min}$$

Los nodos en la frontera que implican convección y/o radiación son más restrictivos que los nodos interiores y, por tanto, requieren intervalos de tiempo más pequeños. Así que debe usarse el nodo frontera más restrictivo en la determinación del intervalo de tiempo máximo permitido Δt cuando se resuelve un problema transitorio con el método explícito. Por ejemplo, la formulación explícita de diferencias finitas para la condición de frontera de convección en la frontera izquierda (nodo 0) de la pared plana que se muestra en la figura 5-41, expresada por la ecuación 5-51, es más restrictivo que la formulación explícita de diferencias finitas para los nodos interiores presentados por la ecuación 5-47. Por tanto, en este caso, el criterio de estabilidad para todos los nodos se convierte en:

$$1 - 2\tau - 2\tau \frac{h \Delta x}{k} \geq 0 \quad \text{o} \quad \tau \leq \frac{1}{2(1 + h\Delta x/k)}$$

Para obtener una mejor comprensión del criterio de estabilidad, considere la formulación explícita de diferencias finitas para un nodo interior de una pared plana (ecuación 5-47) para el caso *sin* generación de calor,

$$T_m^{i+1} = \tau(T_{m-1}^i + T_{m+1}^i) + (1 - 2\tau)T_m^i$$

Suponga que en algún intervalo de tiempo i las temperaturas T_{m-1}^i y T_{m+1}^i son iguales pero menores que T_m^i (digamos, $T_{m-1}^i = T_{m+1}^i = 50\,^\circ\text{C}$ y $T_m^i = 80\,^\circ\text{C}$. En el siguiente intervalo de tiempo, se espera que la temperatura del nodo m esté entre los dos valores (por ejemplo, 70 °C). Sin embargo, si el valor de τ excede 0.5 (digamos, $\tau = 1$), la temperatura del nodo m en el siguiente intervalo de tiempo será menor que la temperatura de los nodos vecinos (20 °C), lo cual es físicamente imposible y viola la segunda ley de la termodinámica (figura 5-43). Al requerir que la nueva temperatura del nodo m permanezca por encima de la temperatura de los nodos vecinos es equivalente a requerir que el valor de τ permanezca por debajo de 0.5.

El método implícito es *estable incondicionalmente* y, por tanto, se puede usar cualquier intervalo de tiempo con ese método (por supuesto, cuanto menor sea el intervalo de tiempo, mejor será la precisión de la solución). La desventaja del método implícito es que da como resultado un conjunto de ecuaciones que deben resolverse *simultáneamente* para cada intervalo de tiempo. Ambos métodos se usan en la práctica.

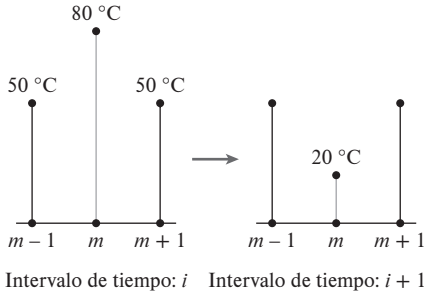


FIGURA 5-43

La violación del criterio de estabilidad en el método explícito puede resultar en la violación de la segunda ley de la termodinámica y, por tanto, en la divergencia de la solución.

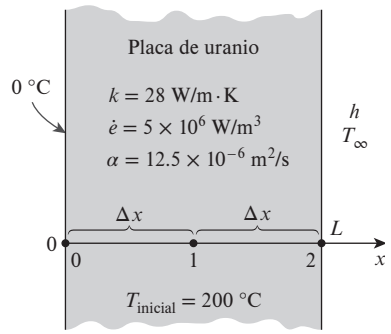


FIGURA 5-44

Esquema del ejemplo 5-5.

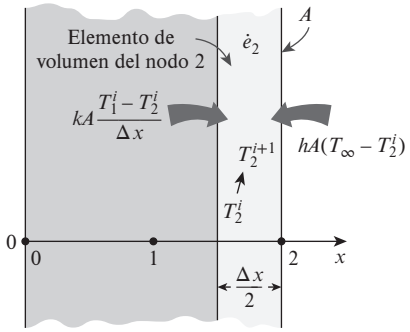


FIGURA 5-45

Esquema para la formulación explícita de diferencias finitas para la condición de convección en la frontera derecha de una pared plana.

EJEMPLO 5-5 **Conducción de calor transitoria en una placa grande de uranio**

Considere una placa grande de uranio de espesor $L = 4$ cm, conductividad térmica $k = 28$ W/m·K y difusividad térmica $\alpha = 12.5 \times 10^{-6}$ m^2/s que inicialmente está a una temperatura uniforme de 200 °C. Se genera calor de manera uniforme en la placa a una tasa estacionaria de $\dot{e} = 5 \times 10^6$ W/m^3. En el tiempo $t = 0$, un lado de la placa se pone en contacto con agua helada y se mantiene a 0 °C en todo momento, mientras que el otro lado se somete a convección a un ambiente a $T_\infty = 30$ °C con un coeficiente de transferencia de calor $h = 45$ W/m^2·K, como se muestra en la figura 5-44. Considerando un total de tres nodos igualmente espaciados en el medio, dos en las fronteras y uno en el punto medio, calcule la temperatura de la superficie expuesta de la placa 2.5 minutos después del inicio del enfriamiento utilizando *a)* el método explícito y *b)* el método implícito.

SOLUCIÓN Se resolvió este problema en el ejemplo 5-1 para el caso estacionario, y aquí se repite para el caso transitorio para demostrar la aplicación de los métodos transitorios de diferencias finitas. Una vez más, suponemos la transferencia de calor unidimensional en coordenadas rectangulares y una conductividad térmica constante. El número de nodos se especifica en $M = 3$ y se eligen para estar en las dos superficies de la placa y en el punto medio, como se muestra en la figura. Entonces el espacio nodal Δx se convierte en:

$$\Delta x = \frac{L}{M-1} = \frac{0.04 \text{ m}}{3-1} = 0.02 \text{ m}$$

Numeramos los nodos como 0, 1 y 2. La temperatura en el nodo 0 se da como $T_0 = 0$ °C en todo momento, y deben determinarse las temperaturas en los nodos 1 y 2. Este problema involucra solo dos temperaturas nodales desconocidas y, por tanto, se necesitan solo dos ecuaciones para determinarlas de manera unívoca. Estas ecuaciones se obtienen aplicando el método de diferencias finitas a los nodos 1 y 2.

a) El nodo 1 es interior, y la formulación *explícita* de diferencias finitas en ese nodo se obtiene directamente de la ecuación 5-47 seleccionando $m = 1$:

$$T_1^{i+1} = \tau(T_0 + T_2^i) + (1 - 2\tau)T_1^i + \tau\frac{\dot{e}_1 \Delta x^2}{k} \qquad \textbf{a)}$$

El nodo 2 es un nodo en la frontera sujeto a convección, y la formulación de diferencias finitas en ese nodo se obtiene escribiendo un balance de energía en el elemento de volumen de espesor $\Delta x/2$ en esa frontera, suponiendo que la transferencia de calor es *hacia* el medio en todos los lados (figura 5-45):

$$hA(T_\infty - T_2^i) + kA\frac{T_1^i - T_2^i}{\Delta x} + \dot{e}_2 A\frac{\Delta x}{2} = \rho A\frac{\Delta x}{2}c_p\frac{T_2^{i+1} - T_2^i}{\Delta t}$$

Dividiendo todo entre $kA/2\Delta x$ y usando las definiciones de difusividad térmica $\alpha = k/\rho c_p$ y el número adimensional de malla de Fourier, $\tau = \alpha\Delta t/\Delta x^2$ da:

$$\frac{2h\Delta x}{k}(T_\infty - T_2^i) + 2(T_1^i - T_2^i) + \frac{\dot{e}_2 \Delta x^2}{k} = \frac{T_2^{i+1} - T_2^i}{\tau}$$

que se puede resolver para T_2^{i+1} para dar:

$$T_2^{i+1} = \left(1 - 2\tau - 2\tau\frac{h\Delta x}{k}\right)T_2^i + \tau\left(2T_1^i + 2\frac{h\Delta x}{k}T_\infty + \frac{\dot{e}_2 \Delta x^2}{k}\right) \qquad \textbf{b)}$$

Tenga en cuenta que no se utiliza el superíndice i para cantidades que no cambian con el tiempo. A continuación, se debe determinar el límite superior

para el intervalo de tiempo Δt a partir del criterio de estabilidad, que requiere que el coeficiente de T_1^i en la ecuación *a)* y el coeficiente de T_2^i en la segunda ecuación sea mayor o igual a cero. El coeficiente de T_2^i es menor en este caso y, por tanto, el criterio de estabilidad para este problema puede expresarse como:

$$1 - 2\tau - 2\tau\frac{h\Delta x}{k} \geq 0 \rightarrow \tau \leq \frac{1}{2(1 + h\Delta x/k)} \rightarrow \Delta t \leq \frac{\Delta x^2}{2\alpha(1 + h\Delta x/k)}$$

ya que $\tau = \alpha\Delta t/\Delta x^2$. Sustituyendo las cantidades dadas, encontramos que el valor máximo permitido del intervalo de tiempo es:

$$\Delta t \leq \frac{(0.02\ \text{m})^2}{2(12.5 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s})[1 + (45\ \text{W/m}^2\cdot\text{K})(0.02\ \text{m})/28\ \text{W/m}\cdot\text{K}]} = 15.5\ \text{s}$$

Por tanto, se puede utilizar cualquier intervalo de tiempo inferior a 15.5 s para resolver este problema. Elija el intervalo de tiempo para que sea $\Delta t = 15$ s. Entonces el número de malla de Fourier se convierte en:

$$\tau = \frac{\alpha\Delta t}{\Delta x^2} = \frac{(12.5 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s})(15\ \text{s})}{(0.02\ \text{m})^2} = 0.46875 \qquad (\text{para } \Delta t = 15\ \text{s})$$

Sustituyendo este valor de τ y las otras cantidades, las diferencias finitas explícitas de las ecuaciones *a)* y *b)* se reducen a:

$$T_1^{i+1} = 0.0625T_1^i + 0.46875T_2^i + 33.482$$
$$T_2^{i+1} = 0.9375T_1^i + 0.032366T_2^i + 34.386$$

La temperatura inicial del medio en $t = 0$ e $i = 0$ es de 200 °C en todo momento, y por tanto $T_1^0 = T_2^0 = 200$ °C. Luego, las temperaturas nodales en T_1^1 y T_2^1 en $t = \Delta t = 15$ s se determinan a partir de estas ecuaciones, es decir:

$$T_1^1 = 0.0625\,T_1^0 + 0.46875\,T_2^0 + 33.482$$
$$= 0.0625 \times 200 + 0.46875 \times 200 + 33.482 = 139.7\ ^\circ\text{C}$$
$$T_2^1 = 0.9375\,T_1^0 + 0.032366\,T_2^0 + 34.386$$
$$= 0.9375 \times 200 + 0.032366 \times 200 + 34.386 = 228.4\ ^\circ\text{C}$$

Del mismo modo, las temperaturas nodales T_1^2 y T_2^2 en $t = 2\Delta t = 2 \times 15 = 30$ s son:

$$T_1^2 = 0.0625\,T_1^1 + 0.46875\,T_2^1 + 33.482$$
$$= 0.0625 \times 139.7 + 0.46875 \times 228.4 + 33.482 = 149.3\ ^\circ\text{C}$$
$$T_2^2 = 0.9375\,T_1^1 + 0.032366\,T_2^1 + 34.386$$
$$= 0.9375 \times 139.7 + 0.032366 \times 228.4 + 34.386 = 172.8\ ^\circ\text{C}$$

Continuando de la misma manera, se determinan las temperaturas en los nodos 1 y 2 para $i = 1, 2, 3, 4, 5, \ldots, 40$ y se dan en la tabla 5-3; por tanto, la temperatura en la superficie de la frontera expuesta 2.5 minutos después del inicio del enfriamiento es:

$$T_L^{2.5\ \text{min}} = T_2^{10} = \mathbf{139.0\ °C}$$

b) El nodo 1 es un nodo interior, y la formulación implícita de diferencias finitas en ese nodo se obtiene directamente de la ecuación 5-49, al elegir $m = 1$:

$$\tau T_0 - (1 + 2\tau)T_1^{i+1} + \tau T_2^{i+1} + \tau\frac{\dot{e}_0\Delta x^2}{k} + T_1^i = 0 \qquad \textbf{c)}$$

TABLA 5-3

Variación en el tiempo de las temperaturas nodales en el ejemplo 5-5 obtenidas por el método *explícito*

Intervalo de tiempo, i	Tiempo, s	*Temperatura del nodo, en* °C	
		T_1^i	T_2^i
0	0	200.0	200.0
1	15	139.7	228.4
2	30	149.3	172.8
3	45	123.8	179.9
4	60	125.6	156.3
5	75	114.6	157.1
6	90	114.3	146.9
7	105	109.5	146.3
8	120	108.9	141.8
9	135	106.7	141.1
10	150	106.3	139.0
20	300	103.8	136.1
30	450	103.7	136.0
40	600	103.7	136.0

El nodo 2 es un nodo en la frontera sujeto a convección, y la formulación implícita de diferencias finitas en ese nodo se puede obtener de esta formulación expresando el lado izquierdo de la ecuación en el intervalo de tiempo $i + 1$ en lugar de i, es decir,

$$\frac{2h\Delta x}{k}(T_\infty - T_2^{i+1}) + 2(T_1^{i+1} - T_2^{i+1}) + \frac{\dot{e}_2\Delta x^2}{k} = \frac{T_2^{i+1} - T_2^i}{\tau}$$

que se puede reorganizar como:

$$2\tau T_1^{i+1} - \left(1 + 2\tau + 2\tau\frac{h\Delta x}{k}\right)T_2^{i+1} + 2\tau\frac{h\Delta x}{k}T_\infty + \tau\frac{\dot{e}_2\Delta x^2}{k} + T_2^i = 0 \qquad \textbf{d)}$$

De nuevo, no usamos el superíndice i o $i + 1$ para cantidades que no cambian con el tiempo. El método implícito no impone ningún límite en el intervalo del tiempo, y por tanto se puede elegir cualquier valor. Sin embargo, otra vez se elige $\Delta t = 15$ s, y por tanto $\tau = 0.46875$, para hacer posible una comparación con la parte *a*). Sustituyendo este valor de τ y las otras cantidades dadas, las dos ecuaciones implícitas de diferencias finitas desarrolladas en este caso se reducen a:

$$-1.9375T_1^{i+1} + 0.46875T_2^{i+1} + T_1^i + 33.482 = 0$$
$$0.9375T_1^{i+1} - 1.9676T_2^{i+1} + T_2^i + 34.386 = 0$$

Nuevamente, $T_1^0 = T_2^0 = 200\ ^\circ\text{C}$ en $t = 0$ e $i = 0$ debido a la condición inicial, y para $i = 0$, estas dos ecuaciones se reducen a:

$$-1.9375T_1^1 + 0.46875T_2^1 + 200 + 33.482 = 0$$
$$0.9375T_1^1 - 1.9676T_2^1 + 200 + 34.386 = 0$$

Las temperaturas nodales desconocidas T_1^1 y T_2^1 en $t = \Delta t = 15$ s se determinan resolviendo estas dos ecuaciones simultáneamente, y se obtiene:

$$T_1^1 = 168.8\ ^\circ\text{C} \quad \text{y} \quad T_2^1 = 199.6\ ^\circ\text{C}$$

Del mismo modo, para $i = 1$, estas ecuaciones se reducen a:

$$-1.9375T_2^1 + 0.46875T_2^2 + 168.8 + 33.482 = 0$$
$$0.9375T_1^2 - 1.9676T_2^2 + 199.6 + 34.386 = 0$$

Las temperaturas nodales desconocidas T_1^2 y T_2^2 en $t = \Delta t = 2 \times 15 = 30$ s se determinan resolviendo estas dos ecuaciones simultáneamente, y se obtiene:

$$T_1^2 = 150.5\ ^\circ\text{C} \quad \text{y} \quad T_2^2 = 190.6\ ^\circ\text{C}\, T_1^2$$

Continuando de esta manera, se determinan las temperaturas en los nodos 1 y 2 para $i = 2, 3, 4, 5, \ldots, 40$, las cuales se enumeran en la tabla 5-4. La temperatura en la superficie de la frontera expuesta (nodo 2) 2.5 min después del inicio del enfriamiento es:

$$T_L^{2.5\ \text{min}} = T_2^{10} = \mathbf{143.9\ ^\circ\text{C}}$$

que está cerca del resultado obtenido por el método explícito. Podría usarse cualquiera de los métodos para obtener resultados satisfactorios para problemas transitorios, excepto, tal vez, por los primeros intervalos de tiempo. Se prefiere el método implícito cuando es deseable usar intervalos de tiempo largos, y se prefiere el método explícito cuando se desea evitar la solución simultánea de un sistema de ecuaciones algebraicas.

TABLA 5-4

Variación en el tiempo de las temperaturas nodales en el ejemplo 5-5 obtenidas por el método *implícito*

Intervalo de tiempo, i	Tiempo, s	*Temperatura del nodo* °C	
		T_1^i	T_2^i
0	0	200.0	200.0
1	15	168.8	199.6
2	30	150.5	190.6
3	45	138.6	180.4
4	60	130.3	171.2
5	75	124.1	163.6
6	90	119.5	157.6
7	105	115.9	152.8
8	120	113.2	149.0
9	135	111.0	146.1
10	150	109.4	143.9
20	300	104.2	136.7
30	450	103.8	136.1
40	600	103.8	136.1

EJEMPLO 5-6 Almacenamiento de energía solar en paredes de Trombe

Las paredes gruesas de mampostería pintadas de color oscuro, llamadas paredes de Trombe, se usan comúnmente en los lados sur de casas solares pasivas para absorber la energía solar, almacenarla durante el día y liberarla en la casa durante la noche (figura 5-46). La idea fue propuesta por E. L. Morse de Massachusetts en 1881, y lleva el nombre del profesor Félix Trombe de Francia, quien la utilizó en sus diseños en la década de 1970. Por lo general, se colocan una o dos capas de vidrio que transmite la mayor parte de la energía solar, al mismo tiempo que bloquea las pérdidas de calor desde la superficie expuesta de la pared hacia el exterior.

Además, se instalan ventilaciones de aire en la parte inferior y superior de las paredes de Trombe de modo que el aire de la casa entre en el canal de flujo paralelo entre la pared de Trombe y los vidrios, se eleve a medida que se caliente y entre en la habitación a través de la ventilación superior.

Considere una casa en Reno, Nevada, cuya pared sur consiste en una pared de Trombe de 1 pie de espesor, su conductividad térmica es $k = 0.40$ Btu/h·pie·°F y su difusividad térmica es $\alpha = 4.78 \times 10^{-6}$ pie^2/s. En la tabla 5-5 se muestra la variación de la temperatura ambiente T_{ext} y el flujo de calor solar $\dot{q}_{solar}$ incidente en una superficie vertical orientada al sur durante todo el día para un día típico en enero en intervalos de 3 h. La pared de Trombe tiene una vidriera simple con un producto de absorción-transmisividad de $\kappa = 0.77$ (es decir, 77% de la energía solar incidente es absorbida por la superficie expuesta de la pared de Trombe), y se determina el coeficiente combinado promedio de transferencia de calor para la pérdida de calor de la pared de Trombe al ambiente en $h_{ext} = 0.7$ Btu/h·pie^2·°F. El interior de la casa se mantiene a $T_{int} = 70$ °F en todo momento, y el coeficiente de transferencia de calor en la superficie interior de la pared de Trombe es $h_{int} = 1.8$ Btu/h·pie^2·°F. Además, las rejillas de ventilación en la pared de Trombe se mantienen cerradas, y la única transferencia de calor entre el aire en la casa y la pared de Trombe es a través de la superficie interior de la pared. Suponiendo que la temperatura de la pared de Trombe varía linealmente entre 70 °F en la superficie interior y 30 °F en la superficie exterior a las 7 a. m. y utilizando el método explícito de diferencias finitas con un espaciado nodal uniforme de $\Delta x = 0.2$ pies, determine la distribución de temperatura a lo largo del espesor de la pared de Trombe después de 12, 24, 36 y 48 h. Además, determine la cantidad neta de calor transferido a la casa desde la pared de Trombe durante el primero y segundo días. Suponga que la pared tiene 10 pies de alto y 25 pies de largo.

SOLUCIÓN Se considera el calentamiento solar pasivo de una casa a través de una pared de Trombe. Se determinará la distribución de temperatura en la pared en intervalos de 12 h y la cantidad de transferencia de calor durante el primero y segundo días.

Suposiciones **1** La transferencia de calor es unidimensional, ya que la superficie de exposición de la pared es grande en relación con su espesor. **2** La conductividad térmica es constante. **3** Los coeficientes de transferencia de calor son constantes.

Propiedades Las propiedades del muro que se dan son $k = 0.40$ Btu/h·pie·°F, $\alpha = 4.78 \times 10^{-6}$ pie^2/s y $\kappa = 0.77$.

Análisis El espacio nodal se indica como $\Delta x = 0.2$ pies y, por tanto, el número total de nodos a lo largo de la pared de Trombe es:

$$M = \frac{L}{\Delta x} + 1 = \frac{1 \text{ pie}}{0.2 \text{ pie}} + 1 = 6$$

Se numeraron los nodos como 0, 1, 2, 3, 4 y 5, con el nodo 0 en la superficie interior de la pared de Trombe y el 5 en la superficie exterior, como se muestra en la figura 5-47. Los nodos 1 a 4 son nodos interiores, y las formulaciones

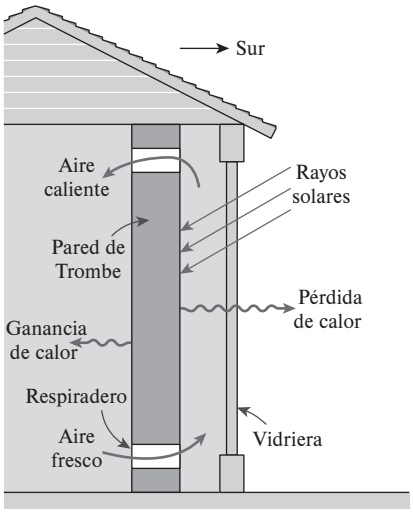


FIGURA 5-46
Esquema de una pared de Trombe (ejemplo 5-6).

TABLA 5-5

Variación por hora de la temperatura ambiente promedio mensual y flujo de calor solar incidente en una superficie vertical para enero en Reno, Nevada

Hora del día	Temperatura ambiente, °F	Radiación solar, Btu/h·ft^2
7 a. m.-10 a. m.	33	114
10 a. m.-1 p. m.	43	242
1 p. m.-4 p. m.	45	178
4 p. m.-7 p. m.	37	0
7 a. m.-10 p. m.	32	0
10 p. m.-1 a. m.	27	0
1 a. m.-4 a. m.	26	0
4 a. m.-7 a. m.	25	0

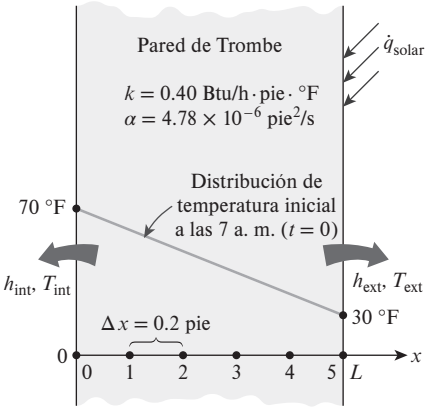


FIGURA 5-47

Red nodal para la pared de Trombe discutida en el ejemplo 5-6.

explícitas de diferencias finitas de estos nodos se obtienen directamente de la ecuación 5-47, es decir,

$$\text{Nodo 1 } (m=1): \quad T_1^{i+1} = \tau(T_0^i + T_2^i) + (1-2\tau)T_1^i \qquad \textbf{(1)}$$

$$\text{Nodo 2 } (m=2): \quad T_2^{i+1} = \tau(T_1^i + T_3^i) + (1-2\tau)T_2^i \qquad \textbf{(2)}$$

$$\text{Nodo 3 } (m=3): \quad T_3^{i+1} = \tau(T_2^i + T_4^i) + (1-2\tau)T_3^i \qquad \textbf{(3)}$$

$$\text{Nodo 4 } (m=4): \quad T_4^{i+1} = \tau(T_3^i + T_5^i) + (1-2\tau)T_4^i \qquad \textbf{(4)}$$

La superficie interior está sujeta a convección y, por tanto, la formulación explícita del nodo 0 se puede obtener directamente de la ecuación 5-51, es decir,

$$T_0^{i+1} = \left(1 - 2\tau - 2\tau\frac{h_{int}\Delta x}{k}\right) T_0^i + 2\tau T_1^i + 2\tau\frac{h_{int}\Delta x}{k} T_{int}$$

Sustituyendo las cantidades h_{int}, Δx, k y T_{int}, que no cambian con el tiempo, en esta ecuación se obtiene:

$$T_0^{i+1} = (1 - 3.80\tau)\,T_0^i + \tau(2T_1^i + 126.0) \qquad \textbf{(5)}$$

La superficie exterior de la pared de Trombe está sujeta a convección, así como a flujo de calor. La formulación explícita de diferencias finitas en esa frontera se obtiene escribiendo un balance de energía en el elemento de volumen representado por el nodo 5,

$$h_{ext}A(T_{ext}^i - T_5^i) + \kappa A\,\dot{q}_{solar}^{\,i} + kA\frac{T_4^i - T_5^i}{\Delta x} = \rho A\frac{\Delta x}{2}c_p\frac{T_5^{i+1} - T_5^i}{\Delta t} \qquad \textbf{(5-53)}$$

la cual se simplifica a:

$$T_5^{i+1} = \left(1 - 2\tau - 2\tau\frac{h_{ext}\,\Delta x}{k}\right) T_5^i + 2\tau T_4^i + 2\tau\frac{h_{ext}\,\Delta x}{k}T_{ext}^i + 2\tau\frac{\kappa\dot{q}_{solar}^{\,i}\Delta x}{k} \qquad \textbf{(5-54)}$$

donde $\tau = \alpha\Delta t/\Delta x^2$ es el número adimensional de malla de Fourier. Tenga en cuenta que se conserva el superíndice i para cantidades que varían con el tiempo. Sustituyendo las cantidades h_{ext}, Δx, k y κ, que no cambian con el tiempo, en esta ecuación se obtiene:

$$T_5^{i+1} = (1 - 2.70\tau)\,T_5^i + \tau(2T_4^i + 0.70\,T_{ext}^i + 0.770\,\dot{q}_{solar}^{\,i}) \qquad \textbf{(6)}$$

donde la unidad de $\dot{q}_{solar}^{\,i}$ se mide en unidades de Btu/h · pie^2.

A continuación, se debe determinar el límite superior del intervalo de tiempo Δt a partir del criterio de estabilidad, ya que estamos utilizando el método explícito. Esto requiere la identificación del coeficiente primario más pequeño en el sistema. Los nodos en la frontera son más restrictivos que los nodos interiores y, por tanto, se examinan las formulaciones de los nodos en la frontera 0 y 5 solamente. El coeficiente primario más pequeño, el más restrictivo en este caso, es el coeficiente de T_0^i en la formulación del nodo 0, ya que $1 - 3.8\,\tau < 1 - 2.7\tau$, por tanto el criterio de estabilidad para este problema puede expresarse como:

$$1 - 3.80\,\tau \geq 0 \rightarrow \tau = \frac{\alpha\Delta x}{\Delta x^2} \leq \frac{1}{3.80}$$

Sustituyendo las cantidades dadas, se encuentra que el valor máximo permitido del intervalo de tiempo es:

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x^2}{3.80\alpha} = \frac{(0.2 \text{ pie})^2}{3.80 \times (4.78 \times 10^{-6} \text{ pie}^2/\text{s})} = 2\,202 \text{ s}$$

Se puede utilizar cualquier intervalo de tiempo inferior a 2 202 s para resolver este problema. Por conveniencia, elija el intervalo de tiempo $\Delta t = 900$ s = 15 min. Entonces el número de malla de Fourier se convierte en:

$$\tau = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2} = \frac{(4.78 \times 10^{-6}\ \text{pie}^2/\text{s})(900\ \text{s})}{(0.2\ \text{pie})^2} = 0.10755 \qquad (\text{para } \Delta t = 15\ \text{min})$$

Inicialmente (a las 7 a. m. o $t = 0$), se dice que la temperatura de la pared varía linealmente entre 70 °F en el nodo 0 y 30 °F en el nodo 5. Teniendo en cuenta que hay cinco espacios nodales de igual longitud, el cambio de temperatura entre dos nodos vecinos es (70 − 30)°F/5 = 8° F. Por tanto, las temperaturas nodales iniciales son:

$$T_0^0 = 70\ ^\circ\text{F}, \quad T_1^0 = 62\ ^\circ\text{F}, \quad T_2^0 = 54\ ^\circ\text{F},$$
$$T_3^0 = 46\ ^\circ\text{F}, \quad T_4^0 = 38\ ^\circ\text{F}, \quad T_5^0 = 30\ ^\circ\text{F}$$

Entonces, las temperaturas nodales en $t = \Delta t = 15$ min (a las 7:15 a. m.) se determinan a partir de estas ecuaciones:

$$\begin{aligned}
T_0^1 &= (1 - 3.80\tau)\, T_0^0 + \tau(2T_1^0 + 126.0) \\
&= (1 - 3.80 \times 0.10755)\, 70 + 0.10755(2 \times 62 + 126.0) = 68.3\ ^\circ\text{F} \\
T_1^1 &= \tau(T_0^0 + T_2^0) + (1 - 2\tau)T_1^0 \\
&= 0.10755(70 + 54) + (1 - 2 \times 0.10755)62 = 62\ ^\circ\text{F} \\
T_2^1 &= \tau(T_1^0 + T_3^0) + (1 - 2\tau)T_2^0 \\
&= 0.10755(62 + 46) + (1 - 2 \times 0.10755)54 = 54\ ^\circ\text{F} \\
T_3^1 &= \tau(T_2^0 + T_4^0) + (1 - 2\tau)T_3^0 \\
&= 0.10755(54 + 38) + (1 - 2 \times 0.10755)46 = 46\ ^\circ\text{F} \\
T_4^1 &= \tau(T_3^0 + T_5^0) + (1 - 2\tau)T_4^0 \\
&= 0.10755(46 + 30) + (1 - 2 \times 0.10755)38 = 38\ ^\circ\text{F} \\
T_5^1 &= (1 - 2.70\tau)\, T_5^0 + \tau(2T_4^0 + 0.70\, T_{\text{ext}}^0 + 0.770\, \dot{q}_{\text{solar}}^0) \\
&= (1 - 2.70 \times 0.10755)\, 30 + 0.10755(2 \times 38 + 0.70 \times 33 + 0.770 \times 114) \\
&= 41.4\ ^\circ\text{F}
\end{aligned}$$

Tenga en cuenta que la temperatura de la superficie interna de la pared de Trombe bajó 1.7 °F y la temperatura de la superficie externa aumentó 11.4 °F durante el primer intervalo, mientras que las temperaturas en los nodos interiores permanecieron constantes. Esto es típico de problemas transitorios en medios que no implican generación de calor. Las temperaturas nodales en los siguientes intervalos de tiempo se determinan de manera similar con la ayuda de una computadora. Tenga en cuenta que los datos de la temperatura ambiente y la radiación solar incidente cambian cada 3 h, lo cual corresponde a 12 intervalos de tiempo, y esto debe reflejarse en el programa de la computadora. Por ejemplo, el valor de $\dot{q}_{\text{solar}}^i$ debe tomarse como $\dot{q}_{\text{solar}}^i = 114$ para $i = 1 - 12$, $\dot{q}_{\text{solar}}^i = 242$ para $i = 13 - 24$, $\dot{q}_{\text{solar}}^i = 178$ para $i = 25 - 36$, y $\dot{q}_{\text{solar}}^i = 0$ para $i = 37 - 96$.

La tabla 5-6 muestra los resultados después de 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42 y 48 h y se representan en la figura 5-48 para el primer día. Tenga en cuenta que la temperatura interior de la pared de Trombe cae en las primeras horas de la mañana, pero luego aumenta a medida que la energía solar absorbida por la superficie exterior se difunde a través de la pared. La temperatura de la superficie exterior de la pared de Trombe aumenta de 30 a 142 °F en solo 6 h debido a la energía solar absorbida, pero luego cae a 53 °F a la mañana siguiente como resultado de la pérdida de calor por la noche. Por tanto, vale la pena cubrir la superficie exterior por la noche para minimizar las pérdidas de calor.

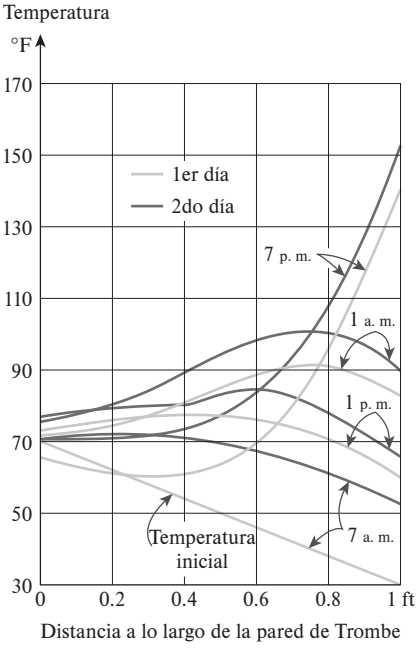


FIGURA 5-48

Variación de temperaturas en la pared de Trombe discutida en el ejemplo 5-6.

TABLA 5-6

Temperaturas en los nodos de una pared de Trombe en varios momentos

Tiempo	Intervalo de tiempo i	*Temperaturas nodales, °F*					
		T_0	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5
0 h (7 a. m.)	0	70.0	62.0	54.0	46.0	38.0	30.0
6 h (1 a. m.)	24	65.3	61.7	61.5	69.7	94.1	142.0
12 h (7 a. m.)	48	71.6	74.2	80.4	88.4	91.7	82.4
18 h (1 a. m.)	72	73.3	75.9	77.4	76.3	71.2	61.2
24 h (7 a. m.)	96	71.2	71.9	70.9	67.7	61.7	53.0
30 h (1 a. m.)	120	70.3	71.1	74.3	84.2	108.3	153.2
36 h (7 a. m.)	144	75.4	81.1	89.4	98.2	101.0	89.7
42 h (1 a. m.)	168	75.8	80.7	83.5	83.0	77.4	66.2
48 h (7 a. m.)	192	73.0	75.1	72.2	66.0	66.0	56.3

La tasa de transferencia de calor desde la pared de Trombe al interior de la casa durante cada intervalo de tiempo se determina a partir de la ley de Newton utilizando la temperatura promedio en la superficie interna de la pared (nodo 0) como:

$$Q^{\,i}_{\substack{\text{pared}\\ \text{de Trombe}}} = \dot{Q}^{\,i}_{\substack{\text{pared}\\ \text{de Trombe}}}\,\Delta t = h_{\text{int}} A(T_0^i - T_{\text{int}})\,\Delta t = h_{\text{int}} A[(T_0^i + T_0^{i-1})/2 - T_{\text{int}}]\Delta t$$

Por tanto, la cantidad de transferencia de calor durante el primer intervalo de tiempo ($i = 1$) o durante el primer periodo de 15 minutos es:

$$\begin{aligned} Q^{\,1}_{\substack{\text{pared}\\ \text{de Trombe}}} &= h_{\text{int}} A[(T_0^1 + T_0^0)/2 - T_{\text{int}}]\,\Delta t \\ &= (1.8\ \text{Btu/h}\cdot\text{pie}^2\cdot{}^\circ\text{F})(10 \times 25\ \text{pie}^2)[(68.3 + 70)/2 - 70\ {}^\circ\text{F}](0.25\ \text{h}) \\ &= -95.6\ \text{Btu} \end{aligned}$$

El signo negativo indica que el calor se transfiere a la pared de Trombe desde el aire de la casa, lo que representa una pérdida de calor. Luego, la transferencia de calor total durante un periodo especificado se determina sumando las cantidades transferidas de calor para cada intervalo de tiempo como:

$$Q_{\text{pared de Trombe}} = \sum_{i=1}^{I} Q^{\,i}_{\text{pared de Trombe}} = \sum_{i=1}^{I} h_{\text{int}} A[(T_0^i + T_0^{i-1})/2 - T_{\text{int}}]\Delta t \quad \textbf{(5-55)}$$

donde I es el número total de intervalos de tiempo en el periodo especificado. En este caso, $I = 48$ para 12 h, 96 para 24 h, y así sucesivamente. Siguiendo el enfoque descrito aquí y usando una computadora, se determina que la cantidad de transferencia de calor entre la pared de Trombe y el interior de la casa es:

$Q_{\substack{\text{Pared}\\ \text{de Trombe}}} = -17\,048$ después de 12 h (17 048 Btu perdidos perdidas durante el primer periodo de 12 h)

$Q_{\substack{\text{Pared}\\ \text{de Trombe}}} = -2\,483$ después de 24 h (14 565 Btu ganados durante el segundo periodo de 12 h)

$Q_{\substack{\text{Pared}\\ \text{de Trombe}}} = 5\,610$ después de 36 h (8 093 Btu ganados durante el tercer periodo de 12 h)

$Q_{\substack{\text{Pared}\\ \text{de Trombe}}} = 34\,400$ después de 48 h (28 790 Btu ganados durante el cuarto periodo de 12 h)

Por tanto, la casa pierde 2 483 Btu a través de la pared de Trombe el primer día como resultado de la baja temperatura de arranque, pero entrega un total de 36 883 Btu de calor a la casa el segundo día. Se puede demostrar que la pared de Trombe entregará aún más calor a la casa durante el tercer día, ya que comenzará el día a una temperatura promedio más alta.

Conducción de calor transitoria bidimensional

Considere una región rectangular en la que la conducción de calor es importante en las direcciones x y y, y considere una profundidad unitaria $\Delta z = 1$ en la dirección z. Se puede generar calor en el medio a una razón de $\dot{e}(x, y, t)$, que puede variar con el tiempo y la posición, y se supone que la conductividad térmica k del medio es constante. Ahora divida el plano xy de la región en una *malla rectangular* de puntos nodales espaciados Δx y Δy en las direcciones x e y, respectivamente, y considere un nodo interior general (m, n) cuyas coordenadas son $x = m\Delta x$ y $y = n\Delta y$, como se muestra en la figura 5-49. Observe que el elemento de volumen centrado en el nodo interior general (m, n) implica la conducción de calor desde cuatro lados (derecho, izquierdo, superior e inferior) y el volumen del elemento es $V_{\text{elemento}} = \Delta x \times \Delta y \times 1 = \Delta x \Delta y$, la formulación de diferencias finitas transitoria para un nodo interior general se puede expresar sobre la base de la ecuación 5-39 como

$$k\Delta y \frac{T_{m-1,\,n} - T_{m,\,n}}{\Delta x} + k\Delta x \frac{T_{m,\,n+1} - T_{m,\,n}}{\Delta y} + k\Delta y \frac{T_{m+1,\,n} - T_{m,\,n}}{\Delta x} + k\Delta x \frac{T_{m,\,n-1} - T_{m,\,n}}{\Delta y} + \dot{e}_{m,\,n}\Delta x \Delta y = \rho \Delta x \Delta y\, c_p \frac{T_m^{i+1} - T_m^i}{\Delta t} \tag{5-56}$$

Para una malla cuadrada ($\Delta x = \Delta y = l$) y al dividir cada término por k, se tiene, después de simplificar,

$$T_{m-1,\,n} + T_{m+1,\,n} + T_{m,\,n+1} + T_{m,\,n-1} - 4T_{m,\,n} + \frac{\dot{e}_{m,\,n} l^2}{k} = \frac{T_m^{i+1} - T_m^i}{\tau} \tag{5-57}$$

donde nuevamente $\alpha = k/\rho c_p$ es la difusividad térmica del material y $\tau = \alpha \Delta t / l^2$ es el número adimensional de malla de Fourier. También se puede expresar en términos de temperaturas en los nodos vecinos en la siguiente forma fácil de recordar:

$$T_{\text{izquierda}} + T_{\text{arriba}} + T_{\text{derecha}} + T_{\text{abajo}} - 4T_{\text{nodo}} + \frac{\dot{e}_{\text{nodo}} l^2}{k} = \frac{T_{\text{nodo}}^{i+1} - T_{\text{nodo}}^i}{\tau} \tag{5-58}$$

Otra vez, el lado izquierdo de esta ecuación es simplemente la formulación de diferencias finitas del problema para el *caso estacionario*, como se esperaba. Además, todavía no estamos comprometidos con la formulación explícita o implícita, ya que no se indicó el intervalo de tiempo en el lado izquierdo de la ecuación. Ahora se obtiene la formulación *explícita* de diferencias finitas expresando el lado izquierdo en el intervalo de tiempo i como:

$$T_{\text{izquierda}}^i + T_{\text{arriba}}^i + T_{\text{derecha}}^i + T_{\text{abajo}}^i - 4T_{\text{nodo}}^i + \frac{\dot{e}_{\text{nodo}}^{\,i} l^2}{k} = \frac{T_{\text{nodo}}^{i+1} - T_{\text{nodo}}^i}{\tau} \tag{5-59}$$

Expresando el lado izquierdo en el intervalo de tiempo $i + 1$ en lugar de i daría la formulación implícita. La ecuación 5-59 se puede resolver *explícitamente* para la nueva temperatura T_{node}^{i+1} *para dar:*

$$T_{\text{nodo}}^{i+1} = \tau(T_{\text{izquierda}}^i + T_{\text{arriba}}^i + T_{\text{derecha}}^i + T_{\text{abajo}}^i) + (1 - 4\tau)T_{\text{nodo}}^i + \tau \frac{e_{\text{nodo}}^{\,i} l^2}{k} \tag{5-60}$$

para todos los nodos interiores (m, n) donde $m = 1, 2, 3, \ldots, M - 1$ y $n = 1, 2, 3, \ldots, N - 1$ en el medio. En el caso de ausencia de generación de calor y $\tau = 1/4$, que es el límite superior del criterio de estabilidad para el método explícito bidimensional (véase la ecuación 5-61), la formulación explícita de diferencias finitas para un nodo interior general se reduce a $T_{\text{nodo}}^{i+1} = (T_{\text{izquierda}}^i + T_{\text{arriba}}^i + T_{\text{derecha}}^i + T_{\text{abajo}}^i)/4$, lo cual significa que *la temperatura de un nodo interior en el nuevo intervalo de tiempo*

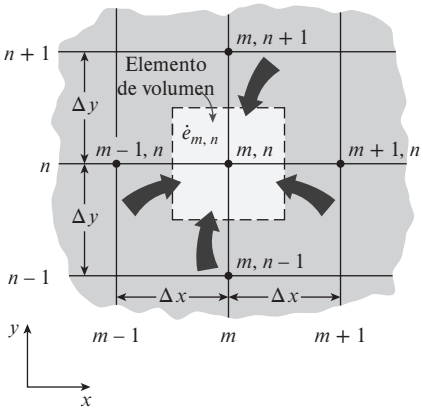


FIGURA 5-49

Elemento de volumen de un nodo interior general (m, n) para la conducción transitoria bidimensional en coordenadas rectangulares.

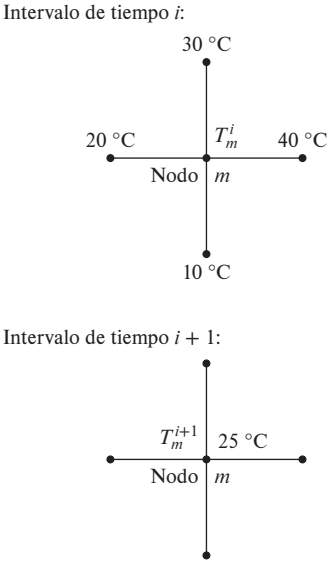


FIGURA 5-50

En el caso sin generación de calor y $\tau = ¼$, la temperatura de un nodo interior en el nuevo intervalo de tiempo es el promedio de las temperaturas de sus nodos vecinos en el intervalo de tiempo anterior.

es simplemente el promedio de las temperaturas de sus nodos vecinos en el intervalo de tiempo anterior (figura 5-50).

El criterio de estabilidad que requiere que el coeficiente de T_m^i en la expresión T_m^{i+1} sea mayor o igual a cero para todos los nodos es igualmente válido para casos de dos o tres dimensiones y limita severamente el tamaño del intervalo de tiempo Δt que se puede usar con el método explícito. En el caso de transferencia de calor bidimensional transitoria en coordenadas rectangulares, el coeficiente de T_m^i en la expresión de T_m^{i+1} es $1 - 4\tau$ y, por tanto, el criterio de estabilidad para todos los nodos interiores en este caso es $1 - 4\tau > 0$, o:

$$\tau = \frac{\alpha \Delta t}{l^2} \le \frac{1}{4} \quad \text{(nodos interiores, transferencia de calor bidimensional en coordenadas rectangulares)} \tag{5-61}$$

donde $\Delta x = \Delta y = l$. Cuando se conoce el material del medio y, por tanto, su difusividad térmica α y se especifica el valor del tamaño de malla l, el valor máximo permitido del intervalo de tiempo Δt se puede determinar a partir de la relación anterior. Nuevamente, los nodos en la frontera que involucran convección y/o radiación son más restrictivos que los nodos interiores y, por tanto, requieren intervalos de tiempo más pequeños. Así que debe usarse el nodo en la frontera más restrictivo en la determinación del intervalo de tiempo máximo permitido Δt cuando se resuelve un problema transitorio con el método explícito.

La aplicación de la ecuación 5-60 a cada uno de los $(M - 1) \times (N - 1)$ nodos interiores da $(M - 1) \times (N - 1)$ ecuaciones. Las ecuaciones restantes se obtienen aplicando el método a los nodos en la frontera a menos que, por supuesto, las temperaturas en la frontera se especifiquen como constantes. El desarrollo de la formulación de diferencias finitas de nodos en la frontera en problemas bidimensionales (o tridimensionales) transitorios es similar al desarrollo en el caso unidimensional discutido antes. De nuevo, la región se divide entre los nodos formando elementos de volumen alrededor de los nodos, y se escribe un balance de energía para cada nodo en la frontera con base en la ecuación 5-39; esto se ilustra en el ejemplo 5-7.

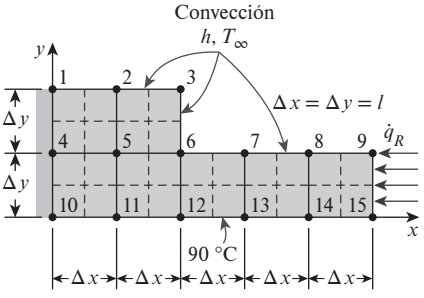


FIGURA 5-51

Esquema de la red nodal para el ejemplo 5-7.

EJEMPLO 5-7 **Conducción transitoria de calor bidimensional en barras en L**

Considere la transferencia de calor transitoria bidimensional en un cuerpo sólido en forma de L que está inicialmente a una temperatura uniforme de 90 °C y cuya sección transversal se da en la figura 5-51. La conductividad térmica y la difusividad del cuerpo son $k = 15$ W/m·K y $\alpha = 3.2 \times 10^{-6}$ m^2/s, respectivamente, y el calor se genera en el cuerpo a una tasa $\dot{e} = 2 \times 10^6$ W/m^3. La superficie izquierda del cuerpo está aislada y la superficie inferior se mantiene a una temperatura uniforme de 90 °C en todo momento. En el tiempo $t = 0$, toda la superficie superior se somete a convección al aire ambiente a $T_\infty = 25$ °C con un coeficiente de convección $h = 80$ W/m^2·K y la superficie derecha se somete a flujo de calor a una tasa uniforme de $\dot{q}_R = 5\,000$ W/m^2. La red nodal del problema consiste en 15 nodos igualmente espaciados con $\Delta x = \Delta y = 1.2$ cm, como se muestra en la figura. Cinco de los nodos están en la superficie inferior y, por tanto, se conocen sus temperaturas. Usando el método explícito, determine la temperatura en la esquina superior (nodo 3) del cuerpo después de 1, 3, 5, 10 y 60 min.

SOLUCIÓN Este es un problema transitorio de transferencia de calor bidimensional en coordenadas rectangulares, y se resolvió en el ejemplo 5-3 para el caso estacionario. Por tanto, la solución debe acercarse a la solución para el caso estacionario cuando el tiempo sea lo suficientemente grande. La conductividad térmica y la tasa de generación de calor son constantes. Todos los

nodos están en la frontera excepto el nodo 5, que es un nodo interior. Por tanto, tenemos que basarnos en los balances de energía para obtener las ecuaciones de diferencias finitas. La región se divide entre los nodos de manera equitativa como se muestra en la figura, y las ecuaciones explícitas de diferencias finitas se determinan sobre la base del balance de energía para el caso transitorio expresado como:

$$\sum_{\text{Todos los lados}} \dot{Q}^{i} + \dot{e}\, V_{\text{elemento}} = \rho V_{\text{elemento}}\, c_p \frac{T_m^{i+1} - T_m^{i}}{\Delta t}$$

Las cantidades h, T_∞, $\dot{e}$ y $\dot{q}_R$ no cambian con el tiempo, por lo que no es necesario usar el superíndice i para ellas. Además, las expresiones de balance de energía se simplifican usando las definiciones de difusividad térmica $\alpha = k/\rho c_p$ y el número adimensional de malla de Fourier $\tau = \alpha \Delta t / l^2$, donde $\Delta x = \Delta y = l$.

a) Nodo 1. (Nodo en la frontera sujeto a convección y aislamiento, figura 5-52*a*)

$$h\frac{\Delta x}{2}(T_\infty - T_1^i) + k\frac{\Delta y}{2}\frac{T_2^i - T_1^i}{\Delta x} + k\frac{\Delta x}{2}\frac{T_4^i - T_1^i}{\Delta y} + \dot{e}_1\frac{\Delta x}{2}\frac{\Delta y}{2} = \rho\frac{\Delta x}{2}\frac{\Delta y}{2}c_p\frac{T_1^{i+1} - T_1^i}{\Delta t}$$

Dividiendo entre $k/4$ y simplificando,

$$\frac{2hl}{k}(T_\infty - T_1^i) + 2(T_2^i - T_1^i) + 2(T_4^i - T_1^i) + \frac{\dot{e}_1 l^2}{k} = \frac{T_1^{i+1} - T_1^i}{\tau}$$

que se puede resolver para T_1^{i+1} para dar:

$$T_1^{i+1} = \left(1 - 4\tau - 2\tau\frac{hl}{k}\right)T_1^i + 2\tau\left(T_2^i + T_4^i + \frac{hl}{k}T_\infty + \frac{\dot{e}_1 l^2}{2k}\right)$$

b) Nodo 2. (Nodo en la frontera sujeto a convección, figura 5-52*b*)

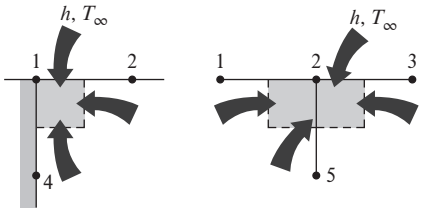
$$h\Delta x(T_\infty - T_2^i) + k\frac{\Delta y}{2}\frac{T_3^i - T_2^i}{\Delta x} + k\Delta x\frac{T_5^i - T_2^i}{\Delta y} + k\frac{\Delta y}{2}\frac{T_1^i - T_2^i}{\Delta x} + \dot{e}_2\Delta x\frac{\Delta y}{2} = \rho\Delta x\frac{\Delta y}{2}c_p\frac{T_2^{i+1} - T_2^i}{\Delta t}$$

Al dividir entre $k/2$, simplificar y resolver para T_2^{i+1} da:

$$T_2^{i+1} = \left(1 - 4\tau - 2\tau\frac{hl}{k}\right)T_2^i + \tau\left(T_1^i + T_3^i + 2T_5^i + \frac{2hl}{k}T_\infty + \frac{\dot{e}_2 l^2}{k}\right)$$

c) Nodo 3. (Nodo de frontera sujeto a convección en dos lados, figura 5–53*a*)

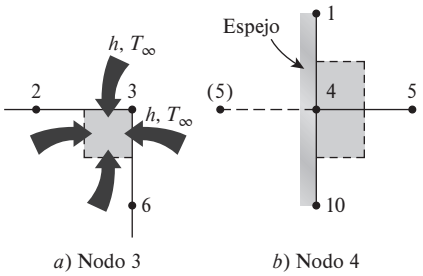
$$h\left(\frac{\Delta x}{2} + \frac{\Delta y}{2}\right)(T_\infty - T_3^i) + k\frac{\Delta x}{2}\frac{T_6^i - T_3^i}{\Delta y} + k\frac{\Delta y}{2}\frac{T_2^i - T_3^i}{\Delta x} + \dot{e}_3\frac{\Delta x}{2}\frac{\Delta y}{2} = \rho\frac{\Delta x}{2}\frac{\Delta y}{2}c_p\frac{T_3^{i+1} - T_3^i}{\Delta t}$$



a) Nodo 1 *b*) Nodo 2

FIGURA 5-52

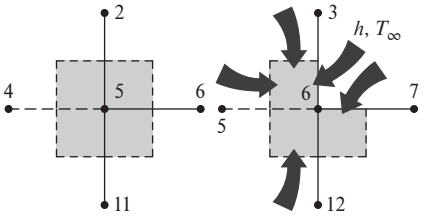
Esquemas para el balance de energía en los elementos de volumen de los nodos 1 y 2.



a) Nodo 3 *b*) Nodo 4

FIGURA 5-53

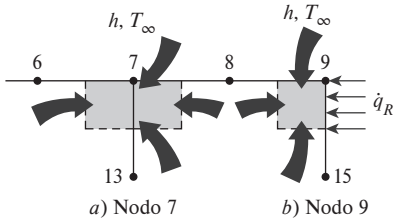
Esquemas para el balance de energía en los elementos de volumen de los nodos 3 y 4.



a) Nodo 5 *b*) Nodo 6

FIGURA 5-54

Esquemas para el balance de energía en los elementos de volumen de los nodos 5 y 6.



a) Nodo 7 *b*) Nodo 9

FIGURA 5-55

Esquemas para el balance de energía en los elementos de volumen de los nodos 7 y 9.

Al dividir entre $k/4$, simplificar y resolver para T_3^{i+1} da:

$$T_3^{i+1} = \left(1 - 4\tau - 4\tau\frac{hl}{k}\right) T_3^i + 2\tau\left(T_2^i + T_6^i + 2\frac{hl}{k}T_\infty + \frac{\dot{e}_3 l^2}{2k}\right)$$

d) Nodo 4. (En la frontera aislada, y puede tratarse como un nodo interior, figura 5-53*b*). Observando que $T_{10} = 90$ °C, la ecuación 5-60 da:

$$T_4^{i+1} = (1 - 4\tau)\, T_4^i + \tau\left(T_1^i + 2T_5^i + 90 + \frac{\dot{e}_4 l^2}{k}\right)$$

e) Nodo 5. (Nodo interior, figura 5-54*a*). Tomando en cuenta que $T_{11} = 90$ °C, la ecuación 5-60 da:

$$T_5^{i+1} = (1 - 4\tau)\, T_5^i + \tau\left(T_2^i + T_4^i + T_6^i + 90 + \frac{\dot{e}_5 l^2}{k}\right)$$

f) Nodo 6. (Nodo de la frontera sujeto a convección en dos lados, figura 5-54*b*)

$$h\left(\frac{\Delta x}{2} + \frac{\Delta y}{2}\right)(T_\infty - T_6^i) + k\frac{\Delta y}{2}\frac{T_7^i - T_6^i}{\Delta x} + k\Delta x\frac{T_{12}^i - T_6^i}{\Delta y} + k\Delta y\frac{T_5^i - T_6^i}{\Delta x}$$
$$+ \frac{\Delta x}{2}\frac{T_3^i - T_6^i}{\Delta y} + \dot{e}_6\frac{3\Delta x\Delta y}{4} = \rho\frac{3\Delta x\Delta y}{4}c_p\frac{T_6^{i+1} - T_6^i}{\Delta t}$$

Al dividir entre $3k/4$, simplificar y resolver para T_6^{i+1} da:

$$T_6^{i+1} = \left(1 - 4\tau - 4\tau\frac{hl}{3k}\right) T_6^i$$
$$+ \frac{\tau}{3}\left(2T_3^i + 4T_5^i + 2T_7^i + 4\times 90 + 4\frac{hl}{k}T_\infty + 3\frac{\dot{e}_6 l^2}{k}\right)$$

g) Nodo 7. (Nodo de la frontera sujeto a convección, figura 5-55*a*)

$$h\Delta x(T_\infty - T_7^i) + k\frac{\Delta y}{2}\frac{T_8^i - T_7^i}{\Delta x} + k\Delta x\frac{T_{13}^i - T_7^i}{\Delta y}$$
$$+ k\frac{\Delta y}{2}\frac{T_6^i - T_7^i}{\Delta x} + \dot{e}_7\Delta x\frac{\Delta y}{2} = \rho\Delta x\frac{\Delta y}{2}c_p\frac{T_7^{i+1} - T_7^i}{\Delta t}$$

Al dividir entre $k/2$, simplificar y resolver para T_7^{i+1} da:

$$T_7^{i+1} = \left(1 - 4\tau - 2\tau\frac{hl}{k}\right) T_7^i + \tau\left(T_6^i + T_8^i + 2\times 90 + \frac{2hl}{k}T_\infty + \frac{\dot{e}_2 l^2}{k}\right)$$

h) Nodo 8. Este nodo es idéntico al 7, y la formulación de diferencias finitas de este nodo puede obtenerse de la del nodo 7 recorriendo los números de nodo en 1 (es decir, reemplazando el subíndice m por el subíndice $m + 1$). Da:

$$T_8^{i+1} = \left(1 - 4\tau - 2\tau\frac{hl}{k}\right) T_8^i + \tau\left(T_7^i + T_9^i + 2\times 90 + \frac{2hl}{k}T_\infty + \frac{\dot{e}_8 l^2}{k}\right)$$

i) Nodo 9. (Nodo en la frontera sujeto a convección en dos lados, figura 5-55*b*)

$$h\frac{\Delta x}{2}(T_\infty - T_9^i) + \dot{q}_R\frac{\Delta y}{2} + k\frac{\Delta x}{2}\frac{T_{15}^i - T_9^i}{\Delta y}$$
$$+ \frac{k\Delta y}{2}\frac{T_8^i - T_9^i}{\Delta x} + \dot{e}_9\frac{\Delta x}{2}\frac{\Delta y}{2} = \rho\frac{\Delta x}{2}\frac{\Delta y}{2}c_p\frac{T_9^{i+1} - T_9^i}{\Delta t}$$

Al dividir por $k/4$, simplificar y resolver para T_9^{i+1} da:

$$T_9^{i+1} = \left(1 - 4\tau - 2\tau\frac{hl}{k}\right)T_9^i + 2\tau\left(T_8^i + 90 + \frac{\dot{q}_R l}{k} + \frac{hl}{k}T_\infty + \frac{\dot{e}_9 l^2}{2k}\right)$$

Esto completa la formulación de diferencias finitas del problema. A continuación, se debe determinar el límite superior del intervalo de tiempo Δt a partir del criterio de estabilidad, que requiere que el coeficiente de T_m^i en la expresión de T_m^{i+1} (el coeficiente primario) sea mayor o igual a cero para todos los nodos. El coeficiente primario más pequeño en las nueve ecuaciones anteriores es el coeficiente de T_3^i en la expresión para T_3^{i+1} y, por tanto, el criterio de estabilidad para este problema puede expresarse como:

$$1 - 4\tau - 4\tau\frac{hl}{k} \geq 0 \quad \rightarrow \quad \tau \leq \frac{1}{4(1 + hl/k)} \quad \rightarrow \quad \Delta t \leq \frac{l^2}{4\alpha(1 + hl/k)}$$

dado que $\tau = \alpha\Delta t/l^2$. Sustituyendo las cantidades dadas, se determina que el valor máximo permitido del intervalo de tiempo es:

$$\Delta t \leq \frac{(0.012\ \text{m})^2}{4(3.2 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s})[1 + (80\ \text{W/m}^2\cdot\text{K})(0.012\ \text{m})/(15\ \text{W/m}\cdot\text{K})]} = 10.6\ \text{s}$$

Por tanto, se puede utilizar cualquier intervalo de tiempo inferior a 10.6 s para resolver este problema. Por conveniencia, elija el intervalo de tiempo $\Delta t = 10$ s. Así que el número de malla de Fourier se convierte en:

$$\tau = \frac{\alpha\Delta t}{l^2} = \frac{(3.2 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s})(10\ \text{s})}{(0.012\ \text{m})^2} = 0.222\ (\text{para } \Delta t = 10\ \text{s})$$

Sustituyendo este valor de τ y las otras cantidades dadas, se pueden simplificar las ecuaciones desarrolladas de diferencias finitas transitorias:

$$T_1^{i+1} = 0.0836T_1^i + 0.444(T_2^i + T_4^i + 11.2)$$
$$T_2^{i+1} = 0.0836T_2^i + 0.222(T_1^i + T_3^i + 2T_5^i + 22.4)$$
$$T_3^{i+1} = 0.0552T_3^i + 0.444(T_2^i + T_6^i + 12.8)$$
$$T_4^{i+1} = 0.112T_4^i + 0.222(T_1^i + 2T_5^i + 109.2)$$
$$T_5^{i+1} = 0.112T_5^i + 0.222(T_2^i + T_4^i + T_6^i + 109.2)$$
$$T_6^{i+1} = 0.0931T_6^i + 0.074(2T_3^i + 4T_5^i + 2T_7^i + 424)$$
$$T_7^{i+1} = 0.0836T_7^i + 0.222(T_6^i + T_8^i + 202.4)$$
$$T_8^{i+1} = 0.0836T_8^i + 0.222(T_7^i + T_9^i + 202.4)$$
$$T_9^{i+1} = 0.0836T_9^i + 0.444(T_8^i + 105.2)$$

Usando la condición inicial especificada como la solución para el tiempo $t = 0$ (para $i = 0$), utilizando en orden estas nueve ecuaciones se obtiene la solución a intervalos de 10 s. Se determina que la solución en el nodo de la esquina superior (nodo 3) es 100.2, 105.9, 106.5, 106.6 y 106.6 °C a 1, 3, 5, 10 y 60 min, respectivamente. Las últimas tres soluciones son prácticamente idénticas a la solución para el caso estable obtenido en el ejemplo 5-3. Esto indica que se alcanzan condiciones estables en el medio después de casi 5 min.

TEMA DE INTERÉS ESPECIAL*

Control del error numérico

Si se comparan los resultados numéricos con los resultados exactos para la distribución de temperatura en un cilindro, encontraremos que los resultados obtenidos por el método numérico son aproximados, y pueden o no estar lo suficientemente cerca de los valores exactos (verdaderos) de la solución. La diferencia entre una solución numérica y la solución exacta es el **error** involucrado en la solución numérica, y se debe principalmente a dos fuentes:

- El **error de discretización** (también llamado error de *truncamiento* o *formulación*), causado por las aproximaciones utilizadas en la formulación del método numérico.
- El **error de redondeo**, causado por el uso por parte de la computadora de un número limitado de dígitos significativos y el redondeo continuo (o truncado) de los dígitos que no puede retener.

A continuación se discuten ambos tipos de errores.

Error de discretización

El error de discretización involucrado en los métodos numéricos se debe a reemplazar las *derivadas* con *diferencias* en cada paso, o reemplazar la distribución de temperatura real entre dos nodos adyacentes con un segmento de línea recta.

Considere la variación de la solución de un problema de transferencia de calor transitoria con el tiempo en un punto nodal especificado. Las soluciones numéricas y reales (exactas) coinciden al comienzo del primer intervalo de tiempo, como se esperaba, pero la solución numérica se desvía de la solución exacta a medida que aumenta el tiempo t. La diferencia entre las dos soluciones en $t = \Delta t$ se debe solo a la aproximación en el primer intervalo y se denomina *error de discretización local*. Uno esperaría que la situación empeorara con cada intervalo, ya que el segundo usa el resultado erróneo del primer intervalo como punto de partida y agrega un segundo error de discretización local encima, como se muestra en la figura 5-56. La acumulación de los errores de discretización local continúa con el número creciente de intervalos de tiempo, y el error de discretización total en cualquier intervalo se denomina *error de discretización acumulado* o *global*. Note que los errores de discretización local y global son idénticos para el primer intervalo. El error de discretización global por lo general aumenta con el número creciente de intervalos, pero puede ocurrir lo contrario cuando la solución cambia de dirección con frecuencia, dando lugar a errores de discretización local de signos opuestos, que tienden a cancelarse entre sí.

Para tener una idea sobre la magnitud del error de discretización local, considere la expansión en serie de Taylor de la temperatura en el tiempo t_i en un punto nodal específico m.

$$T(x_m, t_i + \Delta t) = T(x_m, t_i) + \Delta t \frac{\partial T(x_m, t_i)}{\partial t} + \frac{1}{2}\Delta t^2 \frac{\partial^2 T(x_m, t_i)}{\partial t^2} + \ldots \qquad \textbf{(5-62)}$$

La formulación de diferencias finitas de la derivada en el tiempo en el mismo punto nodal se expresa como:

$$\frac{\partial T(x_m, t_i)}{\partial t} \cong \frac{T(x_m, t_i + \Delta t) - T(x_m, t_i)}{\Delta t} = \frac{T_m^{i+1} - T_m^i}{\Delta t} \qquad \textbf{(5-63)}$$

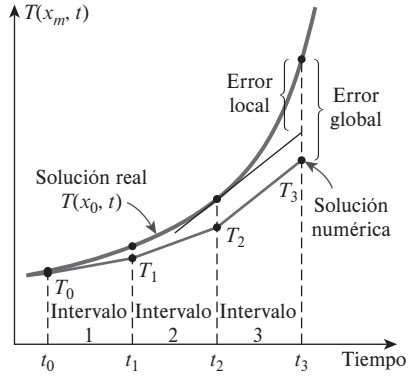


FIGURA 5-56

Errores de discretización local y global del método de diferencias finitas en el tercer intervalo en un punto nodal especificado.

* Esta sección puede omitirse sin perder continuidad.

o

$$T(x_m, t_i + \Delta t) \cong T(x_m, t_i) + \Delta t \frac{\partial T(x_m, t_i)}{\partial t} \quad \textbf{(5-64)}$$

que se asemeja a la *expansión de la serie de Taylor* terminada hasta los dos primeros términos. Así que el tercer término y los términos posteriores en la expansión de la serie de Taylor representan el error involucrado en la aproximación de diferencias finitas. Para un intervalo de tiempo suficientemente pequeño, estos términos decaen rápidamente a medida que aumenta el orden de la derivada, y sus contribuciones se hacen cada vez más pequeñas. El primer término que se ignora en la expansión de la serie de Taylor es proporcional a Δt^2 y, por tanto, el error de discretización local de esta aproximación, que es el error involucrado en cada intervalo, también es proporcional a Δt^2.

El error de discretización local es el error de formulación asociado con un solo intervalo y da una idea sobre la precisión del método utilizado. Sin embargo, los resultados de la solución obtenidos en cada intervalo, excepto en el primero, implican el *error acumulado* hasta ese punto, y el error local por sí solo no tiene mucha importancia. Lo que en realidad se necesita saber es el error de discretización global. En el peor de los casos, el error de discretización acumulado después de I intervalos de tiempo durante un periodo t_0 es $i(\Delta t)^2 = (t_0/\Delta t)(\Delta t)^2 = t_0 \Delta t$, que es proporcional a Δt. En conclusión, el error de discretización local es proporcional al cuadrado del tamaño del intervalo, Δt^2, mientras que el error de discretización global es proporcional al tamaño del intervalo Δt. Así que, cuanto menor sea el tamaño de la malla (o el tamaño del intervalo de tiempo en problemas transitorios), menor será el error y, por tanto, la aproximación será más precisa. Por ejemplo, reducir a la mitad el tamaño del intervalo reducirá a la mitad el error de discretización global. Debe quedar claro a partir de las discusiones anteriores que el error de discretización puede minimizarse disminuyendo el tamaño del intervalo en el espacio o el tiempo tanto como sea posible. El error de discretización se aproxima a cero a medida que las cantidades de diferencia como Δx y Δt se aproximan a las cantidades diferenciales dx y dt.

Error de redondeo

Si hubiera una computadora que pudiera retener un número infinito de dígitos para todos los números, la diferencia entre la solución exacta y la aproximada (numérica) en cualquier punto se debería completamente a un error de discretización. Pero cada computadora (o calculadora) representa números usando un número finito de dígitos significativos. El valor predeterminado del número de dígitos significativos para muchas computadoras es siete, lo que se conoce como *precisión simple*. Pero el usuario puede efectuar los cálculos utilizando 15 dígitos significativos para los números, si lo desea, lo que se conoce como *precisión doble*. Por supuesto, realizar cálculos con doble precisión requerirá más memoria de la computadora y un mayor tiempo de ejecución.

En el modo de precisión simple con siete dígitos significativos, una computadora registra el número 44444.666666 como 44444.67 o 44444.66, según el método de redondeo que utilice. En el primer caso, se dice que los dígitos en exceso se *redondean* al número entero más cercano, mientras que en el segundo caso se dice que se *truncan*. Por tanto, los números $a = 44444.12345$ y $b = 44444.12032$ son equivalentes para una computadora que hace cálculos utilizando siete dígitos significativos. Tal computadora daría $a - b = 0$ en lugar del valor verdadero 0.00313.

El error debido a la retención de un número limitado de dígitos durante los cálculos se denomina **error de redondeo**. Este error es de naturaleza aleatoria, y no

Dados:

$a = 7777777$
$b = -7777776$
$c = 0.4444432$

Encontrar: $D = a + b + c$
$E = a + c + b$

Solución:

$D = 7777777 - 7777776 + 0.4444432$
$= 1 + 0.4444432$
$= 1.444443$ (Resultado correcto)

$E = 7777777 + 0.4444432 - 7777776$
$= 7777777 - 7777776$
$= 1.000000$ (Error en 30.8%)

FIGURA 5-57

Una operación aritmética simple realizada con una computadora en precisión simple, usando siete dígitos significativos, da como resultado un error de 30.8% cuando se invierte el orden de la operación.

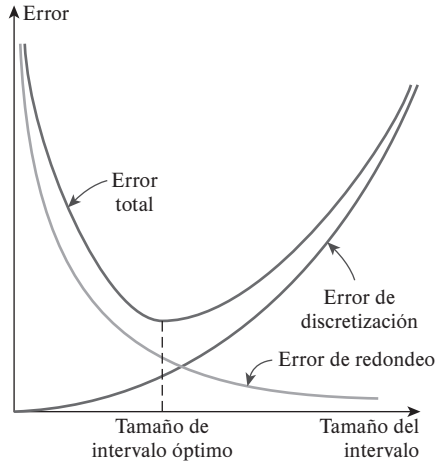


FIGURA 5-58

A medida que disminuye el tamaño del intervalo de malla o tiempo, el error de discretización disminuye pero el error de redondeo aumenta.

hay una manera fácil y sistemática de predecirlo. Depende del número de cálculos, el método de redondeo, el tipo de computadora e incluso la secuencia de cálculos.

En álgebra usted aprendió que $a + b + c = a + c + b$, lo que parece bastante razonable.

Pero esto no es necesariamente cierto para los cálculos realizados con una computadora, como se muestra en la figura 5-57. Tenga en cuenta que cambiar la secuencia de cálculos da como resultado un error de 30.8% en solo dos operaciones. Considerando que cualquier problema importante involucra miles o incluso millones de tales operaciones realizadas en secuencia, nos damos cuenta de que el error de redondeo acumulado tiene el potencial de causar un error grave sin dar señales de advertencia. Los programadores experimentados son muy conscientes de este peligro y estructuran sus programas para evitar la acumulación del error de redondeo; por ejemplo, es más seguro multiplicar un número por 10 que sumarlo 10 veces. Además, es mucho más seguro comenzar cualquier proceso de suma con los números más pequeños y continuar con números más grandes. Esta regla es particularmente importante cuando se evalúan series con una gran cantidad de términos con signos alternados.

El error de redondeo es proporcional al *número de cálculos* realizados durante la solución. En el método de diferencias finitas, el número de cálculos aumenta a medida que disminuye el tamaño de la malla o el tamaño del intervalo de tiempo. Reducir a la mitad el tamaño del intervalo de malla o de tiempo, por ejemplo, duplica el número de cálculos y, por tanto, el error de redondeo acumulado.

Control del error en métodos numéricos

El error total en cualquier resultado obtenido por un método numérico es la suma del *error de discretización*, que disminuye al disminuir el tamaño del intervalo, y el *error de redondeo*, que aumenta al disminuir el tamaño del intervalo, como se muestra en la figura 5-58. Por tanto, disminuir demasiado el tamaño del intervalo para obtener resultados más precisos puede ser contraproducente y dar resultados menos precisos debido a un aumento más rápido en el error de redondeo. Es importante no dejar que el error de redondeo se salga de control evitando una gran cantidad de cálculos con números muy pequeños.

En la práctica, no se conoce la solución exacta del problema, por tanto, no se puede determinar la magnitud del error involucrado en el método numérico. Saber que el error de discretización global es proporcional al tamaño del intervalo tampoco es de gran ayuda, ya que no hay una manera fácil de determinar el valor de la constante de proporcionalidad. Además, el error de discretización global por sí solo no tiene sentido sin una estimación real del error de redondeo. Así que se recomiendan los siguientes procedimientos prácticos para evaluar la precisión de los resultados obtenidos por un método numérico.

- Comience los cálculos con un tamaño razonable de malla Δx (e intervalo de tiempo Δt para problemas transitorios) según la experiencia. Luego repita los cálculos usando un tamaño de malla de $\Delta x/2$. Si los resultados obtenidos al reducir a la mitad el tamaño de la malla no difieren significativamente de los resultados obtenidos con el tamaño de malla original, el error de discretización está en un nivel aceptable. Pero si la diferencia es mayor de lo que se puede aceptar, entonces hay que repetir los cálculos usando un tamaño de malla $\Delta x/4$ o incluso uno más pequeño en regiones de altos gradientes de temperatura. Continuamos de esta manera hasta que reducir a la mitad el tamaño de la malla no cause ningún cambio significativo en los resultados, lo que indica que el error de discretización se reduce a un nivel aceptable.
- Repita los cálculos con doble precisión manteniendo constante el tamaño de la malla (y el tamaño del intervalo de tiempo en problemas transitorios). Si los cambios no son significativos, el error de redondeo no es un problema. Pero si los

cambios son demasiado grandes para aceptarlos, entonces se intenta reducir el número total de cálculos aumentando el tamaño de la malla o cambiando el orden de los cálculos. Pero si el aumento del tamaño de la malla produce errores de discretización inaceptables, entonces es posible que se tenga que encontrar un compromiso razonable.

Siempre se debe tener en cuenta que los resultados obtenidos por el método numérico pueden no reflejar los puntos problemáticos en ciertos problemas que requieren una consideración especial, como los puntos calientes o áreas de altos gradientes de temperatura. Los resultados que parecen bastante razonables en general pueden tener un error considerable en ciertos lugares. Esta es otra razón para repetir siempre los cálculos al menos dos veces con diferentes tamaños de malla antes de aceptarlos como la solución del problema. La mayoría de los paquetes de software comerciales tienen rutinas integradas que varían el tamaño de la malla según sea necesario para obtener soluciones altamente precisas. Pero es una buena práctica de ingeniería estar al tanto de los posibles peligros de los métodos numéricos y examinar los resultados obtenidos con ojo crítico.

RESUMEN

Los métodos de solución analítica se limitan a problemas altamente simplificados con geometrías simples, y a menudo es necesario utilizar un método numérico para resolver problemas del mundo real con geometrías complicadas o condiciones térmicas no uniformes.

El *método numérico de diferencias finitas* se basa en reemplazar las derivadas con diferencias, y la formulación de diferencias finitas de un problema de transferencia de calor se obtiene seleccionando un número suficiente de puntos en la región, llamados nodos o *puntos nodales*, y escribiendo las ecuaciones de *balance de energía* en elementos de volumen centrados en los nodos.

Para una transferencia de calor *estacionaria*, el balance de energía en un elemento de volumen se puede expresar como:

$$\sum_{\text{Todos los lados}} \dot{Q} + \dot{e}\, V_{\text{elemento}} = 0$$

ya sea que el problema sea en una, dos o tres dimensiones. Por conveniencia en la formulación, siempre se supone que toda la transferencia de calor *hacia* el elemento de volumen se da desde todas las superficies *hacia* el nodo en consideración, excepto el flujo de calor especificado, cuya dirección ya está definida. Las formulaciones de diferencias finitas para un nodo interior general en condiciones *estacionarias* se expresan para algunas geometrías de la siguiente manera:

Conducción estacionaria unidimensional en una pared plana:

$$\frac{T_{m-1} - 2T_m + T_{m+1}}{(\Delta x)^2} + \frac{\dot{e}_m}{k} = 0$$

Conducción estacionaria bidimensional en coordenadas rectangulares:

$$T_{\text{izquierda}} + T_{\text{superior}} + T_{\text{derecha}} + T_{\text{inferior}} - 4\,T_{\text{nodo}} + \frac{\dot{e}_{\text{nodo}} l^2}{k} = 0$$

donde Δx es el espacio nodal para la pared plana y $\Delta x = \Delta y = l$ es el espacio nodal para el caso bidimensional. Los límites aislados se pueden ver como espejos en la formulación y, por tanto, los nodos en las fronteras aisladas se pueden tratar como nodos interiores mediante el uso de imágenes especulares.

La formulación de diferencias finitas en el nodo 0 en la frontera izquierda de una pared plana para conducción de calor unidimensional estacionaria puede expresarse como:

$$\dot{Q}_{\text{superficie izquierda}} + kA\,\frac{T_1 - T_0}{\Delta x} + \dot{e}_0(A\,\Delta x/2) = 0$$

donde $A\Delta x/2$ es el volumen, $\dot{e}_0$ es la razón de generación de calor por unidad de volumen en $x = 0$, y A es el área de transferencia de calor. La forma del primer término depende de la condición de frontera en $x = 0$ (convección, radiación, flujo de calor especificado, etc.).

La formulación de diferencias finitas de los problemas de conducción de calor generalmente da como resultado un sistema de N ecuaciones algebraicas en N temperaturas nodales desconocidas que deben resolverse al mismo tiempo.

La formulación de diferencias finitas de problemas de conducción de calor *transitoria* se basa en un balance de energía que también explica la variación del contenido de energía del elemento de volumen durante un intervalo de tiempo Δt. Los términos de transferencia de calor y generación de calor se expresan en el intervalo de tiempo anterior i en el *método explícito*, y en el nuevo intervalo de tiempo $i + 1$ en el *método implícito*. Para un nodo general m, las formulaciones de diferencias finitas se expresan como:

$$\sum_{\text{Todos los lados}} \dot{Q}^i + \dot{e}^i_m V_{\text{elemento}} = \rho\, V_{\text{elemento}}\, c_p \frac{T_m^{i+1} - T_m^i}{\Delta t}$$

Método implícito:

$$\sum_{\text{Todos los lados}} \dot{Q}^{i+1} + \dot{e}_m^{i+1} V_{\text{elemento}} = \rho V_{\text{elemento}} c_p \frac{T_m^{i+1} - T_m^i}{\Delta t}$$

donde T_m^i y T_m^{i+1} son las temperaturas del nodo m en los momentos $t_i = i\Delta t$ y $t_{i+1} = (i + 1)\Delta t$, respectivamente, y $T_m^{i+1} - T_m^i$ representa el cambio de temperatura del nodo durante el intervalo de tiempo Δt entre los pasos de tiempo i e $i + 1$. Las formulaciones explícitas e implícitas dadas aquí son bastante generales y se pueden usar en cualquier sistema de coordenadas, independientemente de que la transferencia de calor sea en una, dos o tres dimensiones.

La formulación explícita de un nodo interior general para la transferencia de calor en una o dos dimensiones en coordenadas rectangulares se puede expresar como:

Caso unidimensional:

$$T_m^{i+1} = \tau(T_{m-1}^i + T_{m+1}^i) + (1 - 2\tau)T_m^i + \tau\frac{\dot{e}_m^i \Delta x^2}{k}$$

Caso bidimensional:

$$T_{\text{nodo}}^{i+1} = \tau(T_{\text{izquierda}}^i + T_{\text{arriba}}^i + T_{\text{derecha}}^i + T_{\text{abajo}}^i) + (1 - 4\tau)T_{\text{nodo}}^i + \tau\frac{\dot{e}_{\text{nodo}}^i l^2}{k}$$

donde $\tau = \alpha\Delta t/\Delta x^2$ es el *número adimensional de malla de Fourier* y $\alpha = k/\rho c_p$ es la *difusividad térmica* del medio.

El método implícito es inherentemente estable y puede usarse cualquier valor de Δt con ese método como intervalo de tiempo. El valor más grande del intervalo de tiempo Δt en el método explícito está limitado por el *criterio de estabilidad*, expresado como: *los coeficientes de todos los términos T_m^i en las expresiones de T_m^{i+1} (llamados coeficientes primarios) deben ser mayores o iguales a cero para todos nodos m.* El valor máximo de Δt se determina aplicando el criterio de estabilidad a la ecuación con el coeficiente primario más pequeño, ya que es el más restrictivo. Para problemas con temperaturas especificadas o flujos de calor en todas las fronteras, el criterio de estabilidad se puede expresar como $\tau \leq \frac{1}{2}$ para problemas unidimensionales y $\tau \leq \frac{1}{4}$ para problemas bidimensionales en coordenadas rectangulares.

BIBLIOGRAFÍA Y LECTURAS RECOMENDADAS

1. D. A. Anderson, J. C. Tannehill, y R. H. Pletcher. *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*. Nueva York: Hemisphere, 1984.
2. C. A. Brebbia. *The Boundary Element Method for Engineers*. Nueva York: Halsted Press, 1978.
3. G. E. Forsythe y W. R. Wasow. *Finite Difference Methods for Partial Differential Equations*. Nueva York: John Wiley & Sons, 1960.
4. B. Gebhart. *Heat Conduction and Mass Diffusion*. Nueva York: McGraw-Hill, 1993.
5. K. H. Huebner y E. A. Thornton. *The Finite Element Method for Engineers*. 2a. ed. Nueva York: John Wiley & Sons, 1982.
6. Y. Jaluria y K. E. Torrance. *Computational Heat Transfer*. Nueva York: Hemisphere, 1986.
7. W. J. Minkowycz, E. M. Sparrow, G. E. Schneider y R. H. Pletcher. *Handbook of Numerical Heat Transfer*. Nueva York: John Wiley & Sons, 1988.
8. G. E. Myers. *Analytical Methods in Conduction Heat Transfer*. Nueva York: McGraw-Hill, 1971.
9. D. H. Norrie y G. DeVries. *An Introduction to Finite Element Analysis*. Nueva York: Academic Press, 1978.
10. M. N. Özişik. *Finite Difference Methods in Heat Transfer*. Boca Ratón, FL: CRC Press, 1994.
11. S. V. Patankhar. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. Nueva York: Hemisphere, 1980.
12. T. M. Shih. *Numerical Heat Transfer*. Nueva York: Hemisphere, 1984.

PROBLEMAS*

¿Por qué métodos numéricos?

5-1C Con computadoras poderosas y paquetes de software fácilmente disponibles, ¿considera que la obtención de soluciones analíticas para problemas de ingeniería desaparecerá de los planes de estudio para ingenieros?

5-2C ¿Cuáles son las limitaciones de los métodos de solución analítica?

5-3C Considere un problema de conducción de calor que se pueda resolver analíticamente, resolviendo la ecuación diferencial que lo rige y aplicando las condiciones de frontera, y numéricamente, mediante un paquete de software disponible en su computadora. ¿Qué enfoque usaría para resolver este problema? Explique su razonamiento.

5-4C ¿En qué se basa el método de balance de energía?, ¿cómo difiere del método formal de diferencias finitas? Para una red nodal específica, ¿darán lugar estos dos métodos el mismo conjunto de ecuaciones u otro diferente?

* Los problemas señalados con una "C" son preguntas conceptuales en las que se alienta a los estudiantes a responderlas todas. Los problemas designados con una "I" están en unidades del sistema inglés, y los usuarios del SI pueden ignorarlos. Los problemas con el icono son de naturaleza integral y están destinados a resolverse con el software adecuado. Los problemas con el icono PtD son problemas de prevención a través del diseño (*Prevention through Design*). Los problemas con el icono C&S son de códigos y estándares (*Codes and Standards*).

5-5C ¿Cómo difieren los métodos de solución numérica de los analíticos? ¿Cuáles son las ventajas y desventajas de los métodos numéricos y analíticos?

5-6C Dos ingenieros deben resolver un problema real de transferencia de calor en una fábrica de manufactura. El ingeniero A hace los supuestos de simplificación necesarios y resuelve el problema analíticamente, mientras que el ingenierwo B lo resuelve numéricamente utilizando un potente software. El ingeniero A afirma que resolvió el problema exactamente y, por tanto, sus resultados son mejores, mientras que el ingeniero B afirma que utilizó un modelo más realista, por tanto, sus resultados son mejores. Para resolver la disputa, se le pide que resuelva el problema experimentalmente en un laboratorio. ¿Qué ingeniero que estará en lo correcto, según los resultados del experimento? Explique.

Formulación de diferencias finitas de ecuaciones diferenciales

5-7C Defina estos términos utilizados en la formulación de diferencias finitas: nodo, red nodal, elemento de volumen, espacio nodal y ecuación en diferencias.

5-8 La formulación de diferencias finitas de conducción de calor bidimensional estacionaria en un medio con generación de calor y conductividad térmica constante está dada por:

$$\frac{T_{m-1,\,n} - 2T_{m,\,n} + T_{m+1,\,n}}{\Delta x^2} + \frac{T_{m,\,n-1} - 2T_{m,\,n} + T_{m,\,n+1}}{\Delta y^2} + \frac{\dot{e}_{m,\,n}}{k} = 0$$

en coordenadas rectangulares. Adapte esta relación para un caso tridimensional.

5-9 Para una conducción de calor unidimensional, en estado estacionario, con conductividad térmica variable y con generación de calor interna uniforme, desarrolle una formulación de diferencias finitas generalizada para los nodos interiores, con el nodo en la frontera de la superficie izquierda expuesto a flujo de calor estacionario y el nodo en la frontera de la superficie derecha expuesto a un ambiente con convección. La conductividad variable se modela de tal manera que la conductividad térmica varía linealmente con la temperatura como $k(T) = k_o\,(1 + \beta T)$ donde T es la temperatura promedio entre los dos nodos.

5-10 En muchas aplicaciones de ingeniería, la variación en las propiedades térmicas es significativa, en especial cuando hay grandes gradientes de temperatura o el material no es homogéneo. Para tener en cuenta estas variaciones en las propiedades térmicas, desarrolle una formulación de diferencias finitas para un nodo interno en el caso de una ecuación tridimensional de conducción de calor en estado estacionario con conductividad térmica variable.

5-11 Considere la conducción de calor unidimensional estacionaria en una pared plana con generación de calor variable y conductividad térmica constante. La red nodal del medio consta de los nodos 0, 1, 2, 3 y 4 con una separación nodal uniforme de Δx. Usando la forma de diferencias finitas de la primera derivada (*no* el enfoque de balance de energía), obtenga la formulación de diferencias finitas de los nodos en la frontera para el caso de flujo de calor uniforme $\dot{q}_0$ en la frontera izquierda (nodo 0) y convección en la frontera derecha (nodo 4) con un coeficiente de convección h y una temperatura ambiente de T_∞.

5-12 Considere una conducción de calor unidimensional estacionaria en una pared plana con generación de calor variable y conductividad térmica constante, como se muestra en la figura P5-12. La red nodal del medio consta de los nodos 0, 1, 2, 3, 4 y 5 con una separación nodal uniforme de Δx. Usando la forma de diferencias finitas de la primera derivada (*no* el enfoque de balance de energía), obtenga la formulación de diferencias finitas de los nodos en la frontera para el caso donde hay aislante en la frontera izquierda (nodo 0) y radiación en la derecha (nodo 5) con una emisividad ε y la temperatura de los alrededores de T_{alred}.

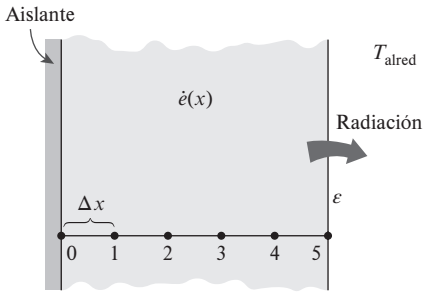


FIGURA P5-12

Conducción de calor estacionario unidimensional

5-13C Explique cómo se obtiene la forma de diferencias finitas de un problema de conducción de calor mediante el método de equilibrio de energía.

5-14C ¿Cuáles son los pasos básicos para resolver un sistema de ecuaciones con el método Gauss-Seidel?

5-15C Considere un medio en el que la formulación de diferencias finitas de un nodo interior general se da en su forma más simple como:

$$\frac{T_{m-1} - 2T_m + T_{m+1}}{\Delta x^2} + \frac{\dot{e}_m}{k} = 0$$

a) ¿La transferencia de calor en este medio es estacionaria o transitoria?
b) ¿La transferencia de calor es en una, dos o tres dimensiones?
c) ¿Hay generación de calor en el medio?
d) ¿El espaciado nodal es constante o variable?
e) ¿La conductividad térmica del medio es constante o variable?

5-16C ¿Cómo se maneja una frontera aislada en la formulación de un problema por diferencias finitas? ¿Cómo difiere una línea de simetría de una frontera aislada en la formulación de diferencias finitas?

5-17C ¿Cómo se puede tratar un nodo en una frontera aislada como un nodo interior en la formulación de diferencias finitas de una pared plana? Explique.

5-18C En la formulación del balance de energía del método de diferencias finitas, se recomienda suponer que toda la transfe-

rencia de calor en las fronteras del elemento de volumen se efectúa dentro del elemento de volumen incluso para una conducción de calor estacionaria. ¿Es esa una recomendación válida, aunque parezca violar el principio de conservación de la energía?

5-19 Considere una conducción de calor estacionaria en una pared plana cuya superficie izquierda (nodo 0) se mantiene a 40 °C mientras la superficie derecha (nodo 8) está sujeta a un flujo de calor de 3 000 W/m^2. Exprese la formulación de diferencias finitas de los nodos en la frontera 0 y 8 para el caso sin generación de calor. Obtenga también la formulación de diferencias finitas para la tasa de transferencia de calor en la frontera izquierda.

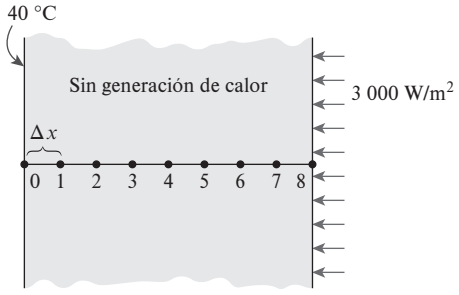


FIGURA P5-19

5-20 Considere la conducción de calor estacionaria en una pared plana con generación de calor variable y conductividad térmica constante. La red nodal del medio consta de los nodos 0, 1, 2, 3 y 4 con una separación nodal uniforme Δx. Usando el enfoque de balance de energía, obtenga la formulación de diferencias finitas de los nodos en la frontera para el caso de flujo de calor uniforme $\dot{q}_0$ en la frontera izquierda (nodo 0) y convección en la frontera derecha (nodo 4) con un coeficiente de convección h y temperatura ambiente de T_∞.

5-21 Considere la conducción de calor unidimensional estacionaria en una pared plana con generación de calor variable y conductividad térmica constante. La red nodal del medio consta de los nodos 0, 1, 2, 3, 4 y 5 con una separación nodal uniforme Δx. Usando el enfoque de balance de energía, obtenga la formulación de diferencias finitas de los nodos en la frontera para el caso de aislante en la frontera izquierda (nodo 0) y radiación en la frontera derecha (nodo 5) con una emisividad ε y la temperatura de los alrededores T_{alred}.

5-22 Considere conducción de calor unidimensional estacionaria en una pared plana compuesta que consta de dos capas A y B en contacto perfecto en la interfase. La pared no tiene generación de calor. La red nodal del medio consta de los nodos 0, 1 (en la interfase) y 2 con un espacio nodal uniforme Δx. Usando el enfoque de balance de energía, obtenga la formulación de diferencias finitas de este problema para el caso de aislante en la frontera izquierda (nodo 0) y radiación en la frontera derecha (nodo 2) con una emisividad ε y temperatura alrededor T_{alred}.

5-23 Considere conducción de calor unidimensional estacionaria en una aleta de pasador, de diámetro constante D, con conductividad térmica constante. La aleta está perdiendo calor por convección al aire ambiente con temperatura T_∞ con un coeficiente de convección h, y por radiación a las superficies alrededor a una temperatura promedio T_{alred}. La red nodal de la aleta consta de nodos 0 (en la base), 1 (en medio) y 2 (en la punta de la aleta) con un espaciado nodal uniforme Δx. Utilizando el enfoque de equilibrio de energía, obtenga la formulación de diferencias finitas de este problema para determinar T_1 y T_2 para el caso de temperatura especificada en la base de la aleta y transferencia de calor insignificante en la punta de la misma. Todas las temperaturas están en °C.

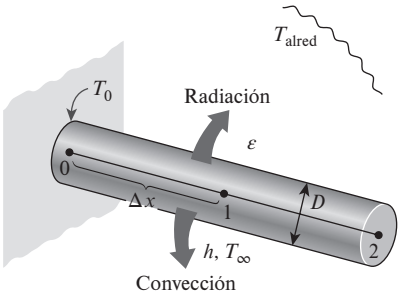


FIGURA P5-23

5-24 Considere conducción de calor unidimensional estacionaria en una pared plana con generación de calor variable y conductividad térmica variable. La red nodal del medio consiste en los nodos 0, 1 y 2 con una separación nodal uniforme Δx. Utilizando el enfoque de equilibrio de energía, obtenga la formulación de diferencias finitas de este problema para el caso de flujo de calor $\dot{q}_0$ especificado hacia la pared y convección en la frontera izquierda (nodo 0) con un coeficiente de convección h, temperatura del ambiente T_∞, y radiación en la frontera derecha (nodo 2) con emisividad ε y la temperatura de la superficie alrededor de T_{alred}.

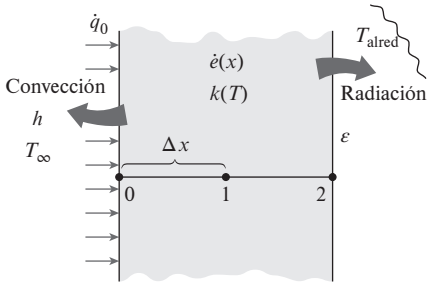


FIGURA P5-24

5-25 Considere conducción de calor unidimensional estacionaria en una aleta de pasador de diámetro constante D con conductividad térmica constante. La aleta pierde calor por convección al aire ambiente a temperatura T_∞ con un coeficiente de transferencia de calor h. La red nodal de la aleta consta de los nodos 0 (en la base), 1 (en medio) y 2 (en la punta de la aleta) con una separación nodal uniforme Δx. Utilizando el enfoque de equilibrio de energía, obtenga la formulación de diferencias finitas de este problema para determinar T_1 y T_2 para el caso de

temperatura especificada en la base de la aleta y transferencia de calor insignificante en la punta de la misma. Todas las temperaturas están en °C.

5-26 Considere conducción de calor unidimensional estacionaria en una pared plana con generación de calor variable y conductividad térmica estacionaria. La red nodal del medio consta de los nodos 0, 1, 2, 3, 4 y 5 con una separación nodal uniforme Δx. Se especifica la temperatura en la frontera derecha (nodo 5). Utilizando el enfoque de balance de energía, obtenga la formulación de diferencias finitas del nodo 0 en la frontera izquierda para el caso de convección combinada, radiación y flujo de calor en la frontera izquierda con emisividad ε, coeficiente de convección h, temperatura ambiente T_∞, temperatura de los alrededores T_{alred} y flujo de calor uniforme $\dot{q}_0$. Además, obtenga la formulación de diferencias finitas para la tasa de transferencia de calor en la frontera derecha.

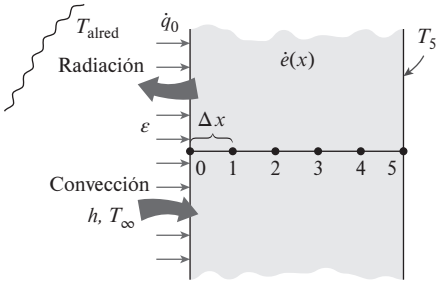


FIGURA P5-26

5-27 Considere la placa base de una plancha doméstica de 800 W que tiene un espesor $L = 0.6$ cm, un área base $A = 160$ cm^2 y una conductividad térmica $k = 20$ W/m·K. La superficie interna de la placa base está sujeta a un flujo de calor uniforme generado por los calentadores de resistencia en el interior. Cuando se alcanzan condiciones de funcionamiento estacionarias, la temperatura de la superficie exterior de la placa se mide en 85 °C. Sin tener en cuenta ninguna pérdida de calor a través de la parte superior de la plancha y tomando el espacio nodal como 0.2 cm, *a*) obtenga la formulación de diferencias finitas para los nodos y *b*) determine la temperatura de la superficie interna de la placa resolviendo esas ecuaciones. *Respuesta: b*) 100 °C

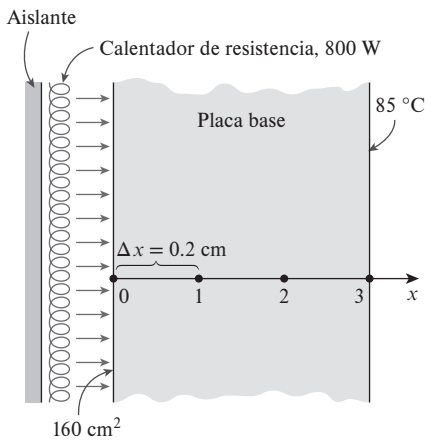


FIGURA P5-27

5-28 Considere una pared plana grande de espesor $L = 0.3$ m, conductividad térmica $k = 1.8$ W/m·K y área de superficie $A = 24$ m^2. El lado izquierdo de la pared está sujeto a un flujo de calor $\dot{q}_0 = 350$ W/m^2, mientras que la temperatura en esa superficie se mide como $T_0 = 60$ °C. Suponiendo una transferencia de calor unidimensional estacionaria y tomando la separación nodal como 6 cm, *a*) obtenga la formulación de diferencias finitas para los seis nodos y *b*) determine la temperatura de la otra superficie de la pared resolviendo esas ecuaciones.

5-29 Considere una pared plana grande de espesor $L = 0.4$ m, conductividad térmica $k = 2.3$ W/m·K y área de superficie $A = 20$ m^2. El lado izquierdo de la pared se mantiene a una temperatura constante de 95 °C, mientras que el lado derecho pierde calor por convección al aire alrededor a $T_\infty = 15$ °C con un coeficiente de transferencia de calor $h = 18$ W/m^2·K. Suponiendo una transferencia de calor unidimensional estacionaria y tomando la separación nodal como 10 cm, *a*) obtenga la formulación de diferencias finitas para todos los nodos, *b*) determine las temperaturas nodales resolviendo esas ecuaciones y *c*) evalúe la tasa de transferencia de calor a través de la pared.

5-30I Una placa de acero grande que tiene un espesor $L = 5$ pulg, conductividad térmica $k = 7.2$ Btu/h·pie·°F y emisividad $\varepsilon = 0.6$ yace en el suelo. La superficie expuesta de la placa intercambia calor por convección con el aire ambiente a $T_\infty = 80$ °F con un coeficiente promedio de transferencia de calor $h = 3.5$ Btu/h·pie^2·°F, así como por radiación con el cielo abierto a una temperatura del cielo equivalente $T_{\text{cielo}} = 510$ R. La temperatura del suelo por debajo de cierta profundidad (por ejemplo, 3 pies) no se ve afectada por las condiciones climáticas del exterior y permanece bastante constante a 50 °F en ese lugar. La conductividad térmica del suelo puede determinarse que es $k_{\text{suelo}} = 0.49$ Btu/h·pie·°F, y se puede suponer que la placa de acero está en perfecto contacto con el suelo. Suponiendo una transferencia de calor unidimensional estacionaria y tomando los espacios nodales como 1 pulg en la placa y 0.6 pie en el suelo, *a*) obtenga la formulación de diferencias finitas para los 11 nodos que se muestran en la figura P5-30E y *b*) determine la temperatura de la superficie superior e inferior de la placa resolviendo esas ecuaciones.

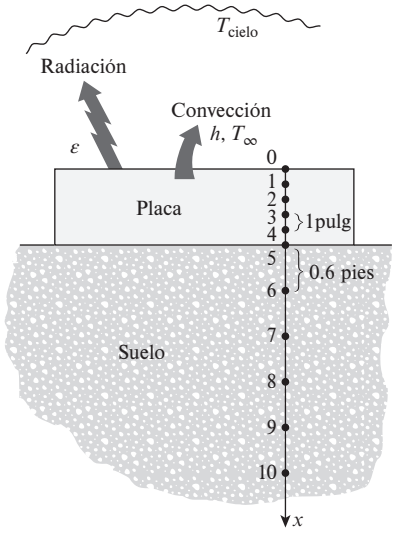


FIGURA P5-30I

5-31I Repita el problema 5-30E ignorando la transferencia de calor por radiación desde la superficie superior. *Respuestas: b*) 78.7 °F, 78.4 °F

5-32 Una placa de acero de conductividad térmica de 1 m de largo y 0.1 m de espesor de conductividad térmica 35 W/m · K está bien aislada en ambos lados, mientras que la superficie superior está expuesta a un flujo de calor uniforme de 5 500 W/m^2. La superficie inferior se enfría por convección mediante un fluido a 10 °C que tiene un coeficiente de transferencia de calor por convección de 150 W/m^2 · K. Suponiendo una conducción de calor unidimensional en la dirección lateral, encuentre la temperatura en el punto medio de la placa. Discretice el espesor de la placa en cuatro partes iguales.

5-33 C&S Una placa no metálica (k = 3 W/m · K) está unida a una placa de acero inoxidable ASTM A240 904L (k = 13 W/m · K). La placa no metálica y la de acero inoxidable tienen espesores de 1 cm y 3 cm, respectivamente. La placa no metálica está atornillada a la placa de acero inoxidable con una serie de pernos de aleación de aluminio ASTM B211 6061. La superficie superior de la placa no metálica está expuesta a transferencia de calor por convección con el aire a 20 °C y h = 50 W/m^2 · K. La superficie inferior de la placa de acero inoxidable está expuesta a convección con vapor a 260 °C y h = 300 W/m^2 · K. De acuerdo con el código ASME para tuberías de proceso (ASME B31.3 2014, tabla A-2M), la temperatura máxima de uso para los pernos B211 6061 es 204 °C, mientras que la temperatura máxima de uso para la placa ASTM A240 904L es 260 °C (ASME B31.3 2014, tabla A-1M). Usando el método de diferencias finitas con una separación nodal uniforme Δx = 5 mm a lo largo de los espesores de las placas, determine la temperatura en cada nodo. Grafique la distribución de temperatura en función de x. ¿El uso de la placa ASTM A240 904L y los pernos ASTM B211 6061 cumplirían con el código ASME para tuberías de proceso?

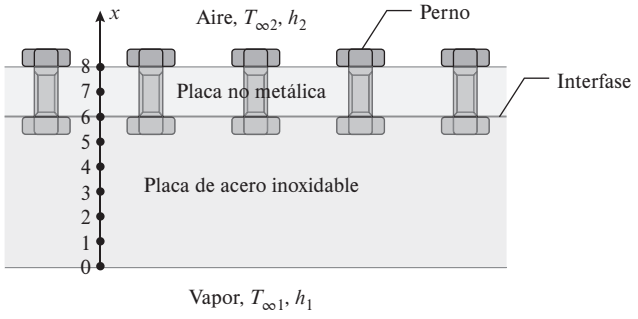


FIGURA P5-33

5-34 C&S Una placa no metálica (k = 0.05 W/m · K) está unida en la superficie superior de una placa de cobre-silicio ASME SB-96 (k = 36 W/m · K). La placa no metálica y la placa ASME SB-96 tienen espesores de 20 mm y 30 mm, respectivamente. La superficie inferior de la placa ASME SB-96 (superficie 1) se somete a un flujo de calor uniforme de 150 W/m^2. La superficie superior de la placa no metálica (superficie 2) está expuesta a convección a una temperatura del aire de 15 °C y un coeficiente de transferencia de calor por convección de 5 W/m^2 · K. Las aleaciones de cobre-silicio no siempre son adecuadas para aplicaciones donde estén expuestas a ciertas temperaturas medias y altas. Por tanto, el código ASME para calderas y recipientes a presión (ASME BPVC.IV-2015, HF 300) limita el equipo construido con placa ASME SB-96 para operar a una temperatura que no exceda los 93 °C. Usando el método de diferencias finitas con una separación nodal uniforme Δx = 5 mm a lo largo de los espesores de las placas, determine la temperatura en cada nodo. Grafique la distribución de temperatura en función de x. ¿El uso de la placa ASME SB-96 en estas condiciones cumpliría con el código de calderas y recipientes a presión de ASME? ¿Cuál es el valor más bajo del coeficiente de transferencia de calor por convección para el aire de modo que la placa ASME SB-96 esté por debajo de 93 °C?

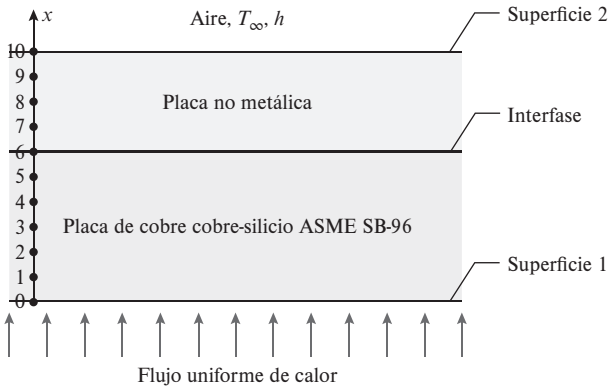


FIGURA P5-34

5-35 C&S Una placa de acero inoxidable (k = 13 W/m · K, 1 cm de espesor) está unida a otra placa ASME SB-96 de cobre y silicio (k = 36 W/m · K, 3 cm de espesor) para formar una pared plana. La superficie inferior de la placa ASME SB-96 (superficie 1) se somete a un flujo de calor uniforme de 750 W/m^2. La superficie superior de la placa de acero inoxidable (superficie 2) está expuesta a transferencia de calor por convección con aire a T_∞ = 20 °C, y a radiación térmica con los alrededores a T_{alred} = 20 °C. El coeficiente combinado de transferencia de calor para convección y radiación es h_{comb} = 7.76 W/m^2 · K. El código ASME para calderas y recipientes a presión (ASME BPVC.IV-2015, HF 300) limita el equipo construido con placa ASME SB-96 para operar a una temperatura que no exceda los 93 °C. Usando el método de diferencias finitas con una separación nodal uniforme Δx = 5 mm a lo largo de los espesores de las placas, determine la temperatura en cada nodo. ¿El uso de la placa ASME SB-96 en estas condiciones cumpliría con el código de calderas y recipientes a presión de ASME? ¿Cuál es el flujo de calor más alto al que se puede someter la superficie del fondo de manera que la placa ASME SB-96 opere todavía por debajo de 93 °C?

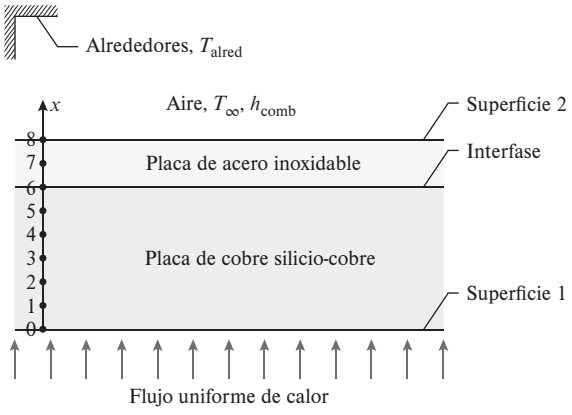


FIGURA P5-35

5-36 C&S Una pared compuesta está hecha de placas de acero inoxidable (k_1 = 13 W/m·K, 30 mm de espesor), concreto (k_2 = 1.1 W/m·K, 30 mm de espesor) y un material no metálico (k_3 = 0.1 W/m·K, 15 mm de espesor). La placa de concreto se intercala entre la placa de acero inoxidable en la parte inferior y la placa no metálica en la parte superior. Una serie de pernos de latón naval ASTM B21 están atornillados a la placa no metálica, y la superficie superior de la placa está expuesta a la transferencia de calor por convección con aire a 20 °C y h = 20 W/m^2·K. En la superficie inferior, la placa de acero inoxidable se somete a un flujo de calor uniforme de 2 000 W/m^2. El código ASME para tuberías de proceso (ASME B31.3-2014, tabla A-2M) limita la temperatura máxima de uso para los pernos ASTM B21 a 149 °C. Utilizando el método de diferencias finitas, con una separación nodal uniforme Δx_1 = 10 mm para las placas de acero inoxidable y concreto, y Δx_2 = 5 mm para la placa no metálica, determine la temperatura en cada nodo. Grafique la distribución de temperatura en función de x a lo largo de los espesores de la placa. ¿Cumplirán los pernos ASTM B21 en la placa no metálica con el código ASME?

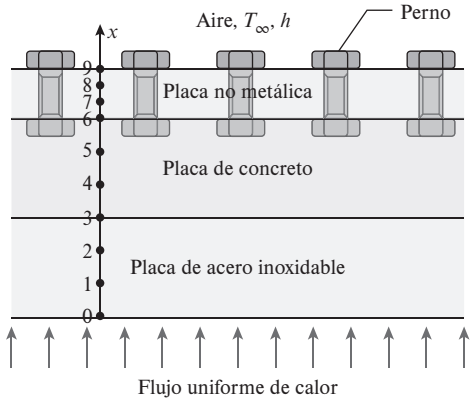


FIGURA P5-36

5-37 Considere una placa de uranio grande de 5 cm de espesor y conductividad térmica k = 34 W/m·K en la que el calor se genera de manera uniforme a una tasa estacionaria $\dot{e}$ = 6 × 10^5 W/m^3. Un lado de la placa está aislado, mientras que el otro lado está sujeto a convección a un ambiente a 30 °C con un coeficiente de transferencia de calor h = 60 W/m^2·K. Considerando seis nodos igualmente espaciados con una separación nodal de 1 cm, *a)* obtenga la formulación de diferencias finitas de este problema y *b*) determine las temperaturas nodales en condiciones estacionarias resolviendo esas ecuaciones.

5-38 Repita el problema 5-37 con el software adecuado.

5-39 Considere la conducción de calor unidimensional en estado estacionario en una pared compuesta por dos materiales diferentes A (k = 45 W/m·K) y B (k = 28 W/m·K). Hay un elemento calefactor que pasa a través del material A que genera calor uniforme a una tasa de 70 000 W/m^3. El espesor total de la pared es de 20 cm, siendo A y B de 10 cm cada uno. Usando un espaciado nodal uniforme de 2.5 cm, *a*) obtenga una formulación de diferencias finitas para el caso de flujo de calor uniforme estacionario de 4 500 W/m^2 hacia la superficie interior (izquierda) de la pared, mientras que la superficie exterior (derecha) está expuesta a una condición de radiación combinada (ε = 0.9) y convección en la frontera (h = 70 W/m^2·K). Suponga que la temperatura de los alrededores es igual a la temperatura ambiente a 10 °C, y determine *b*) la distribución de temperatura a través del espesor de la pared usando las condiciones de frontera del inciso *a*).

5-40 Una pared plana de acero inoxidable (k = 15.1 W/m·K) de espesor 1 m experimenta una generación de calor uniforme de 1 000 W/m^3. El lado izquierdo de la pared se mantiene a una temperatura constante de 70 °C, y el lado derecho de la pared se expone a una temperatura ambiente de 0 °C con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 250 W/m^2·K. Usando un espaciado nodal uniforme de 0.2 m, *a*) obtenga las ecuaciones de diferencias finitas y *b*) determine las temperaturas nodales resolviendo esas ecuaciones.

5-41 Considere una placa de acero inoxidable de 2 m de largo y 0.7 m de ancho cuyo espesor es de 0.1 m. La superficie izquierda de la placa está expuesta a un flujo de calor uniforme de 2 000 W/m^2, mientras que la superficie derecha de la placa está expuesta a un ambiente convectivo a 0 °C con h = 400 W/m^2·K. Se puede suponer que la conductividad térmica de la placa de acero inoxidable varía linealmente con la temperatura como $k(T) = k_o\,(1 + \beta T)$ donde k_o = 48 W/m·K y β = 9.21 × 10^{-4} °C^{-1}. La placa de acero inoxidable experimenta una generación de calor volumétrica uniforme a una tasa de 8 × 10^5 W/m^3. Suponiendo una transferencia de calor unidimensional en estado estacionario, determine la distribución de temperatura a lo largo del espesor de la placa.

5-42 Una pared plana con una temperatura superficial de 350 °C está acoplada con aletas rectangulares rectas (k = 235 W/m·K). Las aletas están expuestas al aire ambiente a 25 °C, y el coeficiente de transferencia de calor por convección es 154 W/m^2·K. Cada aleta tiene una longitud de 50 mm, una base de 5 mm de espesor y un ancho de 100 mm. Para una sola aleta, utilizando una separación nodal uniforme de 10 mm, determine *a*) las ecuaciones de diferencias finitas, *b*) las temperaturas nodales resolviendo las ecuaciones de diferencias finitas, y *c*) la tasa de transferencia de calor y compare el resultado con la solución analítica.

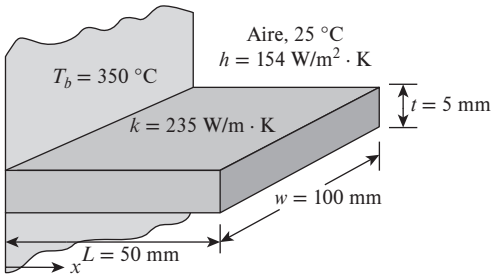


FIGURA P5-42

5-43 Considere una cuchara de acero inoxidable (k = 15.1 W/m · K, ε = 0.6) que está parcialmente sumergida en agua hirviendo a 100 °C en una cocina a 32 °C. El mango de la cuchara tiene una sección transversal de aproximadamente 0.2 cm × 1 cm y se extiende 18 cm en el aire desde la superficie libre del agua. La cuchara pierde calor por convección al aire ambiente con un coeficiente de transferencia de calor promedio h = 13 W/m^2 · K, así como por radiación a las superficies alrededor a una temperatura promedio de T_{alred} = 295 K. Suponiendo transferencia de calor unidimensional estacionaria a lo largo de la cuchara y tomando el espacio nodal como 3 cm, *a*) obtenga la formulación de diferencias finitas para todos los nodos, *b*) determine la temperatura de la punta de la cuchara resolviendo esas ecuaciones y *c*) determine la tasa de transferencia de calor desde las superficies expuestas de la cuchara.

5-44 Una aleta circular de sección transversal uniforme, con un diámetro de 10 mm y una longitud de 50 mm, se une a una pared con una temperatura superficial de 350 °C. La aleta está hecha de material con conductividad térmica de 240 W/m · K, está expuesta a una condición de aire ambiente a 25 °C y el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 250 W/m^2 · K. Suponga transferencia de calor unidimensional estacionaria a lo largo de la aleta y que el espacio nodal es uniforme de 10 mm. *a*) Utilizando el enfoque de balance de energía, obtenga las ecuaciones de diferencias finitas para determinar las temperaturas nodales, *b*) determine las temperaturas nodales a lo largo de la aleta resolviendo esas ecuaciones y compare los resultados con la solución analítica y *c*) calcule la tasa de transferencia de calor y compare el resultado con la solución analítica.

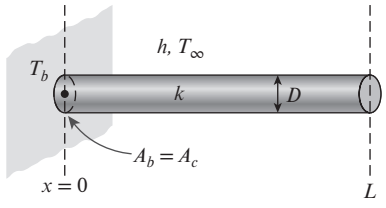


FIGURA P5-44

5-45 Una aleta de aluminio cilíndrica con una punta adiabática se une a una pared con temperatura superficial de 300 °C, y está expuesta a una temperatura ambiente de 15 °C con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 150 W/m^2 · K. La aleta tiene una sección transversal uniforme de diámetro de 1 cm, longitud de 5 cm y conductividad térmica de 237 W/m · K. Suponga transferencia de calor unidimensional estacionaria a lo largo de la aleta y que el espacio nodal sea uniforme 10 mm, *a*) obtenga las ecuaciones de diferencias finitas para usar con el método iterativo de Gauss-Seidel y *b*) determine las temperaturas nodales utilizando el método iterativo de Gauss-Seidel y compare los resultados con la solución analítica.

5-46 C&S Una placa de acero inoxidable está conectada a una placa aislante mediante barras cuadradas de acero inoxidable ASTM A479 904L. Cada barra cuadrada tiene un espesor de 1 cm y una longitud de 5 cm. Las barras están expuestas a transferencia de calor por convección con un gas caliente. La temperatura del gas caliente es de 300 °C con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 25 W/m^2 · K. Se sabe que la conductividad térmica para el acero inoxidable ASTM A479 904L es 12 W/m · K. La placa de acero inoxidable mantiene una temperatura uniforme de 100 °C. De acuerdo con el código ASME para tuberías de proceso (ASME B31.3 2014, tabla A-1M), la temperatura máxima de uso de la barra de acero inoxidable ASTM A479 904L es de 260 °C. Usando el método de diferencias finitas con una separación nodal uniforme Δx = 5 mm a lo largo de la barra, determine la temperatura en cada nodo. Compare los resultados numéricos con la solución analítica. Grafique la distribución de temperatura a lo largo de la barra. ¿Estaría alguna parte de las barras ASTM A479 904L por encima de la temperatura máxima de uso de 260 °C?

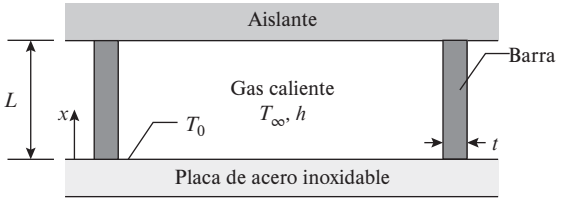


FIGURA P5-46

5-47 Una aleta circular (k = 240 W/m · K) de sección transversal uniforme, con un diámetro de 10 mm y una longitud de 50 mm, se une a una pared con una temperatura superficial de 350 °C. La punta de la aleta tiene una temperatura de 200 °C, está expuesta a una condición de aire ambiente de 25 °C y el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 250 W/m^2 · K. Suponga transferencia de calor unidimensional estacionaria a lo largo de la aleta y que el espacio nodal es uniforme de 10 mm. *a*) Utilizando el enfoque de equilibrio de energía, obtenga las ecuaciones de diferencias finitas para determinar las temperaturas nodales, y *b*) determine las temperaturas nodales a lo largo de la aleta resolviendo esas ecuaciones, y compare los resultados con la solución analítica.

5-48 C&S Una placa de acero inoxidable está conectada a una placa de cobre mediante pernos largos de cobre-silicio ASTM B98 de 9.5 mm de diámetro. La porción de los pernos expuestos a la transferencia de calor por convección con gas caliente tiene 5 cm de largo. La temperatura del gas para la convección es de 500 °C con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 50 W/m^2 · K. Se sabe que la conductividad térmica de los pernos es de 36 W/m · K. La placa de acero inoxidable tiene una temperatura uniforme de 100 °C, y la placa de cobre tiene una temperatura uniforme de 80 °C. De acuerdo

con el código ASME para tuberías de proceso (ASME B31.3 2014, tabla A-2M), la temperatura máxima de uso para un perno de cobre-silicio ASTM B98 es de 149 °C. Usando el método de diferencias finitas con una separación nodal uniforme $\Delta x = 5$ mm a lo largo del perno, determine la temperatura en cada nodo. Grafique la distribución de temperatura a lo largo del perno. Compare los resultados numéricos con la solución analítica. ¿Estaría alguna parte de los pernos ASTM B98 por encima de la temperatura máxima de uso de 149 °C?

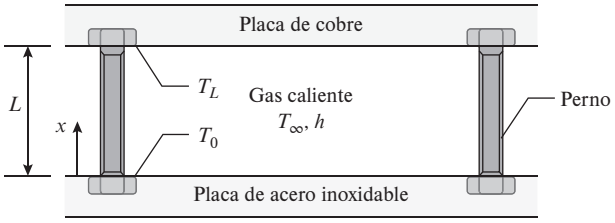


FIGURA P5-48

5-49 C&S Una placa no metálica está conectada a una placa de acero inoxidable mediante pernos de acero inoxidable ASTM A437 B4B largos de 9.5 mm de diámetro. La porción de los pernos expuestos a la transferencia de calor por convección con un fluido criogénico mide 5 cm de largo. La temperatura del fluido para la convección es de −50 °C con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 100 W/m$^2 \cdot$K. Se sabe que la conductividad térmica de los pernos es de 23.9 W/m $\cdot$ K. Tanto la placa de acero inoxidable como la de no metal mantienen una temperatura uniforme de 0 °C. De acuerdo con el código ASME para tuberías de proceso (ASME B31.3-2014, tabla A-2M), la temperatura mínima adecuada para los pernos de acero inoxidable ASTM A437 B4B es −30 °C. Usando el método de diferencias finitas con una separación nodal uniforme $\Delta x = 5$ mm a lo largo del perno, determine la temperatura en cada nodo. Compare los resultados numéricos con la solución analítica. Grafique la distribución de temperatura a lo largo del perno. ¿Estaría alguna parte de los pernos ASTM A437 B4B a una temperatura inferior a la mínima adecuada de −30 °C?

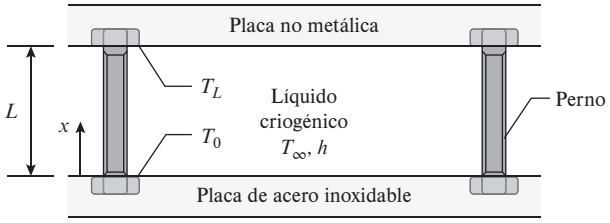


FIGURA P5-49

5-50 Un motor de CC suministra energía mecánica a un eje giratorio de acero inoxidable ($k = 15.1$ W/m $\cdot$ K) con una longitud de 25 cm y un diámetro de 25 mm. El motor de CC está en un entorno a una temperatura ambiente de 20 °C y un coeficiente de transferencia de calor por convección de 25 W/m$^2 \cdot$K, y la temperatura en la base del eje del motor es de 90 °C. Usando un espaciado nodal uniforme de 5 cm a lo largo del eje del motor, determine las ecuaciones de diferencias finitas y las temperaturas nodales resolviendo esas ecuaciones.

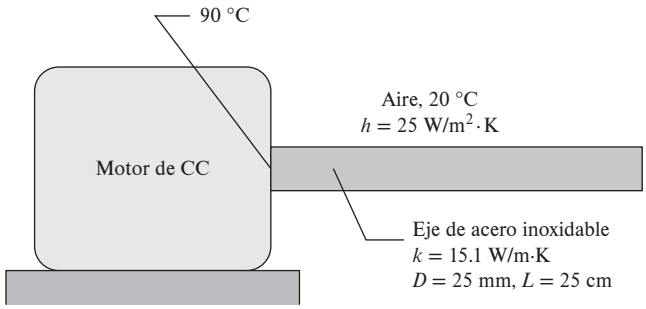


FIGURA P5-50

5-51 Se debe enfriar un lado de una placa vertical de 2 m de altura y 3 m de ancho a 80 °C uniendo aletas de aluminio ($k = 237$ W/m $\cdot$ K) de perfil rectangular en un ambiente a 35 °C. Las aletas tienen 2 cm de largo, 0.3 cm de espesor y 0.4 cm de separación, como se muestra en la figura P5-51. El coeficiente de transferencia de calor entre las aletas y el aire alrededor para convección y radiación combinadas se estima en 30 W/m$^2 \cdot$K. Suponiendo una transferencia de calor unidimensional estacionaria a lo largo de la aleta y tomando el espacio nodal como 0.5 cm, determine *a*) la formulación de diferencias finitas de este problema, *b*) las temperaturas nodales a lo largo de la aleta resolviendo estas ecuaciones, *c*) tasa de transferencia de calor desde una sola aleta, y *d*) la tasa de transferencia de calor desde toda la superficie con aletas de la placa.

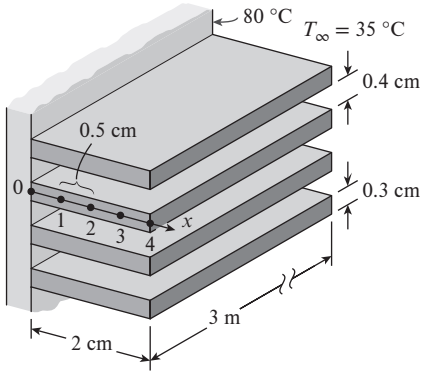


FIGURA P5-51

5-52 Se enfría una superficie caliente a 100 °C uniendo aletas de pasador de aluminio de 3 cm de largo y 0.25 cm de diámetro ($k = 237$ W/m $\cdot$ K) con una distancia de centro a centro de 0.6 cm. La temperatura del medio alrededor es de 30 °C, y el coeficiente combinado de transferencia de calor en las superficies es de 35 W/m$^2 \cdot$K. Suponiendo una transferencia de calor unidimensional estacionaria a lo largo de la aleta y tomando el espacio nodal como 0.5 cm, determine *a*) la formulación de diferencias finitas de este problema, *b*) las temperaturas nodales a lo largo de la aleta resolviendo estas ecuaciones, *c*) tasa de transferencia de calor desde una sola aleta y *d*) la tasa de transferencia de calor desde una sección de la placa de 1 m × 1 m.

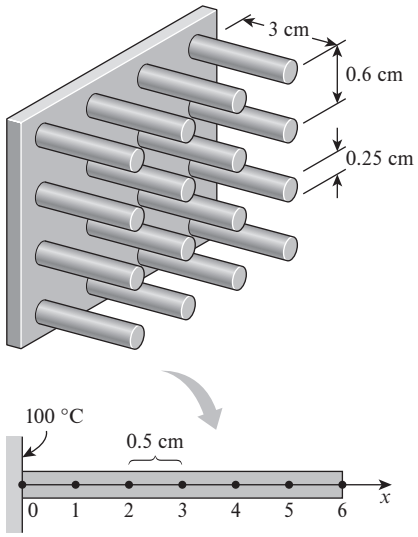


FIGURA P5-52

5-53 Repita el problema 5-52 utilizando aletas de cobre (k = 386 W/m · K) en lugar de aluminio. *Respuestas: b*) 98.6 °C, 97.5 °C, 96.7 °C, 96.0 °C, 95.7 °C, 95.5 °C

5-54 Considere una aleta de aleación de aluminio (k = 180 W/m · K) de sección transversal triangular cuya longitud es L = 5 cm, espesor de la base es b = 1 cm y ancho w en la dirección normal al plano. La base de la aleta se mantiene a una temperatura T_0 = 180 °C. La aleta pierde calor por convección al aire ambiente a T_∞ = 25 °C con un coeficiente de transferencia de calor de h = 25 W/m^2 · K y por radiación a las superficies a los alrededores a una temperatura promedio de T_{alred} = 290 K. Usando el método de diferencias finitas con seis nodos igualmente espaciados a lo largo de la aleta en la dirección x, determine *a*) las temperaturas en los nodos y *b*) la tasa de transferencia de calor desde la aleta para w = 1 m. Tome la emisividad de la superficie de la aleta como 0.9 y suponga una transferencia de calor estacionaria y unidimensional en la aleta. *Respuestas: a*) 177.0 °C, 174.1 °C, 171.2 °C, 168.4 °C, 165.5 °C; *b*) 537 W

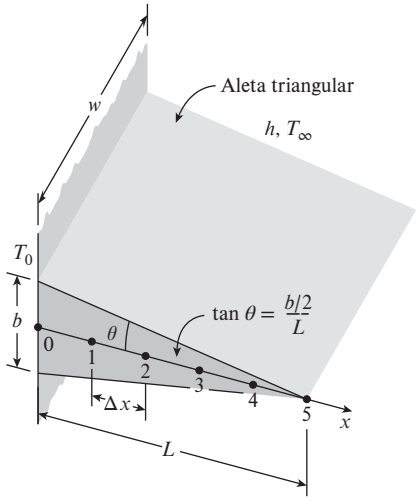


FIGURA P5-54

5-55 Reconsidere el problema 5-54. Usando el software apropiado, investigue el efecto de la temperatura base de la aleta sobre la temperatura de la punta de la aleta y la tasa de transferencia de calor desde la aleta. Varíe la temperatura en la base de la aleta en un rango de 100 a 200 °C. Grafique la temperatura de la punta de la aleta y la tasa de transferencia de calor en función de la temperatura en la base de la aleta, y analice los resultados.

5-56 Dos tubos de vapor hechos de hierro fundido de 3 m de largo y 0.4 cm de espesor (k = 52 W/m · K, ε = 0.8) de 10 cm de diámetro externo, están conectados entre sí mediante dos bridas de 1 cm de diámetro externo 20 cm. El vapor fluye dentro de la tubería a una temperatura promedio de 250 °C con un coeficiente de transferencia de calor de 180 W/m^2 · K. La superficie exterior de la tubería está expuesta a convección con aire ambiente a 12 °C con un coeficiente de transferencia de calor de 25 W/m^2 · K, así como a radiación con las superficies de los alrededores a una temperatura promedio de T_{alred} = 290 K. Suponiendo una conducción de calor estacionaria en una dimensión a lo largo de las bridas y tomando el espacio nodal como 1 cm a lo largo de la brida, *a*) obtenga la formulación de diferencias finitas para todos los nodos, *b*) determine la temperatura en la punta de la brida resolviendo esas ecuaciones, y *c*) determine la tasa de transferencia de calor desde las superficies expuestas de la brida.

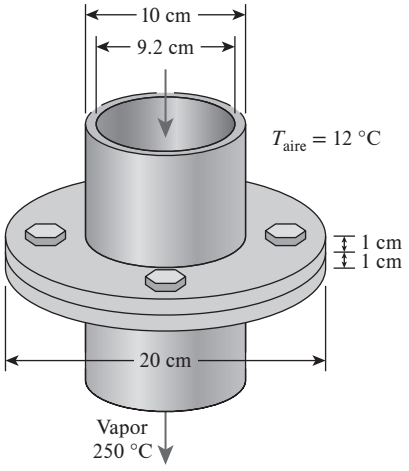


FIGURA P5-56

5-57 Reconsidere el problema 5-56. Usando el software apropiado, investigue los efectos de la temperatura del vapor y el coeficiente de transferencia de calor exterior sobre la temperatura de la punta de la brida y la tasa de transferencia de calor desde las superficies expuestas de la brida. Varíe la temperatura del vapor en un rango de 150 a 300 °C y el coeficiente de transferencia de calor de 15 a 60 W/m^2 · K. Grafique la temperatura de la punta de la brida y la tasa de transferencia de calor en función de la temperatura del vapor y el coeficiente de transferencia de calor, y analice los resultados.

5-58 Usando el software apropiado, resuelva estos sistemas de ecuaciones algebraicas.

a) $3x_1 - x_2 + 3x_3 = 0$
$-x_1 + 2x_2 + x_3 = 3$
$2x_1 - x_2 - x_3 = 2$

b) $4x_1 - 2x_2^2 + 0.5x_3 = -2$
$x_1^3 - x_2 + x_3 = 11.964$
$x_1 + x_2 + x_3 = 3$

Respuestas: a) $x_1 = 2$, $x_2 = 3$, $x_3 = -1$, *b*) $x_1 = 2.33$, $x_2 = 2.29$, $x_3 = -1.62$

5-59 Usando el software apropiado, resuelva estos sistemas de ecuaciones algebraicas.

a) $3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 6$
$x_1 + 2x_2 - x_4 = -3$
$-2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 = 2$
$3x_2 + x_3 - 4x_4 = -6$

b) $3x_1 + x_2^2 + 2x_3 = 8$
$-x_1^2 + 3x_2 + 2x_3 = -6.293$
$2x_1 - x_2^4 + 4x_3 = -12$

5-60 Usando el software apropiado, resuelva estos sistemas de ecuaciones algebraicas.

a) $4x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = -6$
$x_1 + 3x_2 - x_3 + 4x_4 = -1$
$-x_1 + 2x_2 + 5x_4 = 5$
$2x_2 - 4x_3 - 3x_4 = -5$

b) $2x_1 + x_2^4 - 2x_3 + x_4 = 1$
$x_1^2 + 4x_2 + 2x_3^2 - 2x_4 = -3$
$-x_1 + x_2^4 + 5x_3 = 10$
$3x_1 - x_3^2 + 8x_4 = 15$

Conducción de calor estacionaria bidimensional

5-61C ¿Qué es una frontera irregular? ¿Cuál es una forma práctica de trabajar superficies de fronteras irregulares con el método de diferencias finitas?

5-62C Considere un medio en el que la formulación de diferencias finitas de un nodo interior general se da en su forma más simple como:

$$T_{\text{nodo}} = (T_{\text{izquierda}} + T_{\text{arriba}} + T_{\text{derecha}} + T_{\text{abajo}})/4$$

a) ¿La transferencia de calor en este medio es estacionaria o transitoria?
b) ¿La transferencia de calor es en 1, 2 o 3 dimensiones?
c) ¿Hay generación de calor en el medio?
d) ¿El espaciado nodal es constante o variable?
e) ¿La conductividad térmica del medio es constante o variable?

5-63C Considere un medio en el que la formulación de diferencias finitas de un nodo interior general se da en su forma más simple como:

$$T_{\text{izquierda}} + T_{\text{arriba}} + T_{\text{derecha}} + T_{\text{abajo}} - 4\,T_{\text{nodo}} + \frac{\dot{e}_{\text{nodo}} l^2}{k} = 0$$

a) ¿La transferencia de calor en este medio es estacionaria o transitoria?
b) ¿La transferencia de calor es en 1, 2 o 3 dimensiones?
c) ¿Hay generación de calor en el medio?
d) ¿El espaciado nodal es constante o variable?
e) ¿La conductividad térmica del medio es constante o variable?

5-64 Comenzando con el balance de energía en un elemento de volumen, obtenga la ecuación de diferencias finitas bidimensional estacionaria para un nodo interior general en coordenadas rectangulares para $T(x, y)$ en el caso de conductividad térmica variable y generación de calor uniforme.

5-65 Considere transferencia de calor bidimensional estacionaria en una sección transversal cuadrada (3 cm × 3 cm) con las temperaturas prescritas en las superficies superior, derecha, inferior e izquierda de 100, 200, 300 y 500 °C, respectivamente. Usando un tamaño de malla uniforme $\Delta x = \Delta y$, determine *a*) las ecuaciones de diferencias finitas y *b*) las temperaturas nodales con el método iterativo de Gauss-Seidel.

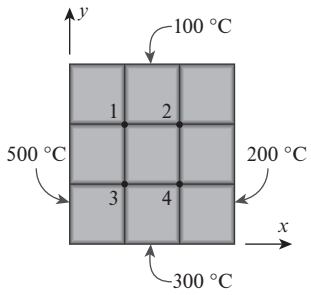


FIGURA P5-65

5-66 Considere transferencia de calor bidimensional estacionaria en un cuerpo sólido largo cuya sección transversal se da en la figura. Las temperaturas medidas en los puntos seleccionados de las superficies externas son las que se muestran. La conductividad térmica del cuerpo es $k = 45$ W/m · K, y no hay generación de calor. Usando el método de diferencias finitas con un tamaño de malla $\Delta x = \Delta y = 2.0$ cm, determine las temperaturas en los puntos indicados en el medio. *Sugerencia:* aproveche la simetría.

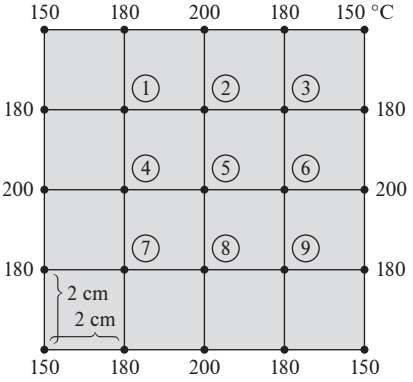


FIGURA P5-66

5-67 Considere transferencia de calor bidimensional estacionaria en una barra sólida larga de *a*) secciones transversales cuadradas y *b*) rectangulares como se muestra en la figura. Las temperaturas medidas en los puntos seleccionados de las superficies externas son las que se indican. La conductividad térmica del cuerpo es $k = 20$ W/m·K, y no hay generación de calor. Usando el método de diferencias finitas con un tamaño de malla $\Delta x = \Delta y = 1.0$ cm, determine las temperaturas en los puntos indicados en el medio. *Respuestas: a*) $T_1 = 185$ °C, $T_2 = T_3 = T_4 = 190$ °C

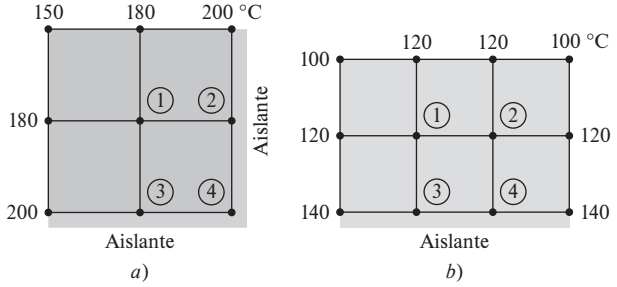


FIGURA P5-67

5-68 Considere conducción de calor bidimensional estacionaria en una sección transversal cuadrada (3 cm × 3 cm, $k = 20$ W/m·K, $\alpha = 6.694 \times 10^{-6}$ m^2/s) con una temperatura constante prescrita de 100 y 300 °C en las superficies superior e inferior, respectivamente. La superficie izquierda está expuesta a un flujo de calor estacionario de 1 000 W/m^2, mientras que la superficie derecha está en contacto con un entorno convectivo ($h = 45$ W/m^2·K) a 20 °C. Usando un tamaño de malla uniforme $\Delta x = \Delta y$, determine *a*) las ecuaciones de diferencias finitas y *b*) las temperaturas nodales utilizando el método de iteración Gauss-Seidel.

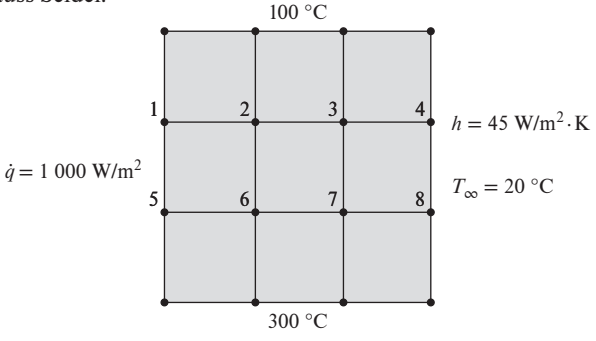


FIGURA P5-68

5-69 Considere la transferencia de calor bidimensional estacionaria en una sección transversal rectangular (60 cm × 30 cm) con las temperaturas prescritas igual a 0 °C en las superficies izquierda, derecha e inferior, y en la superficie superior se da como 100 sen(πx/60). Usando un tamaño de malla uniforme $\Delta x = \Delta y$, determine *a*) las ecuaciones de diferencias finitas y *b*) las temperaturas nodales.

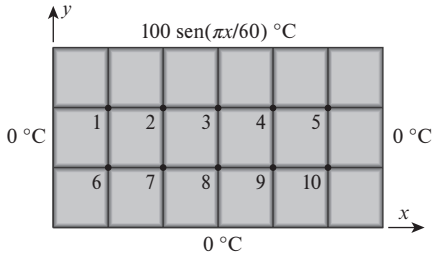


FIGURA P5-69

5-70 Considere un bloque de metal rectangular ($k = 35$ W/m·K) de dimensiones 100 cm × 75 cm sometido a una variación de temperatura sinusoidal en su superficie superior mientras su superficie inferior está aislada. Los dos lados del bloque de metal están expuestos a un ambiente convectivo a 15 °C y tienen un coeficiente de transferencia de calor de 50 W/m^2·K. La distribución de temperatura sinusoidal en la superficie superior se da como 100 sen($\pi x/L$). Usando un tamaño de malla uniforme $\Delta x = \Delta y = 25$ cm, determine *a*) las ecuaciones de diferencias finitas y *b*) las temperaturas nodales.

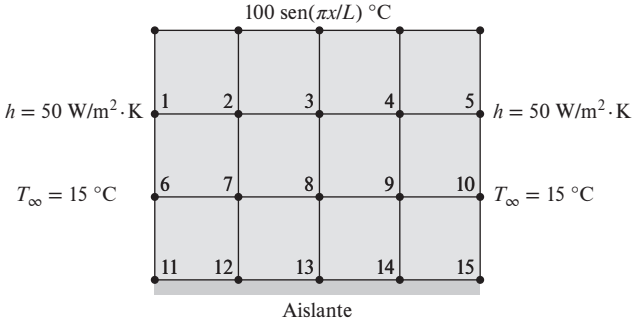


FIGURA P5-70

5-71 Considere una barra larga de sección transversal rectangular (60 mm × 90 mm de lado) y de conductividad térmica de 1 W/m·K. La superficie superior está expuesta a un proceso de convección con aire a 100 °C y un coeficiente de transferencia de calor por convección de 100 W/m^2·K, mientras que las superficies restantes se mantienen a 50 °C. Utilizando un espaciado de cuadrícula de 30 mm y el método de iteración Gauss-Seidel, determine las temperaturas en los nodos 1, 2 y 3 que se muestran en la figura P5-71. Use una estimación inicial de 0 °C para todas las temperaturas nodales y un criterio de convergencia de 0.35 °C.

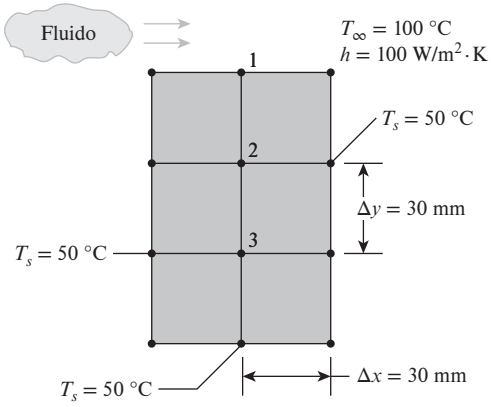


FIGURA P5-71

5-72 Considere la transferencia de calor bidimensional estacionaria en un cuerpo sólido largo cuya sección transversal se da en la figura P5-72. Las temperaturas en los nodos seleccionados y las condiciones térmicas en las fronteras son las que se muestran. La conductividad térmica del cuerpo es $k = 150$ W/m · K, y el calor se genera en el cuerpo de manera uniforme a una razón de $\dot{e} = 3 \times 10^7$ W/m^3. Usando el método de diferencias finitas con un tamaño de malla de $\Delta x = \Delta y = 10$ cm, determine *a*) las temperaturas en los nodos 1, 2, 3 y 4 y *b*) la tasa de pérdida de calor desde la superficie superior a través de una sección del cuerpo de 1 m de longitud.

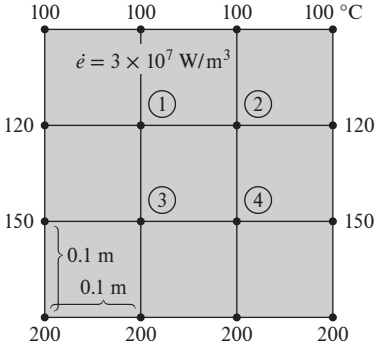


FIGURA P5-72

5-73 Repita el problema 5-72 utilizando el software apropiado.

5-74 Reconsidere el problema 5-72. Usando el software apropiado, investigue los efectos de la conductividad térmica y la tasa de generación de calor en las temperaturas en los nodos 1 y 3 y la tasa de pérdida de calor desde la superficie superior. Varíe la conductividad térmica en un rango de 10 a 400 W/m · K y la tasa de generación de calor de 10^5 a 10^8 W/m^3. Grafique las temperaturas en los nodos 1 y 3, la tasa de pérdida de calor en función de la conductividad térmica y la tasa de generación de calor, y analice los resultados.

5-75 La figura P5-75 muestra las temperaturas en estado estacionario (K) en tres puntos nodales de un sistema bidimensional con conductividad térmica $k = 20$ W/m · K. El espaciado de la cuadrícula es de 5 mm. El sistema 2D experimenta una tasa de generación de calor volumétrica uniforme de 5×10^7 W/m^3. Los lados superior y derecho del sistema están aislados, mientras que los lados izquierdo e inferior se mantienen a una temperatura constante de 300 K. Determine T_1, T_2 y T_3 (K).

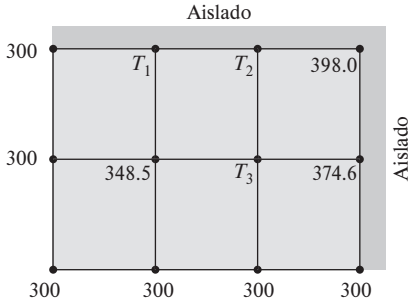


FIGURA P5-75

5-76 Considere transferencia de calor bidimensional estacionaria en un cuerpo sólido largo cuya sección transversal se muestra en la figura P5-76. Las temperaturas en los nodos seleccionados y las condiciones térmicas en las fronteras son las que se muestran. La conductividad térmica del cuerpo es $k = 45$ W/m · K, y el calor se genera en el cuerpo de manera uniforme a una tasa $\dot{e} = 4 \times 10^6$ W/m^3 Usando el método de diferencias finitas con un tamaño de malla $\Delta x = \Delta y = 4$ cm, determine *a*) las temperaturas en los nodos 1, 2 y 3 y *b*) la tasa de pérdida de calor desde la superficie inferior a través de la sección del cuerpo de 1 m de largo.

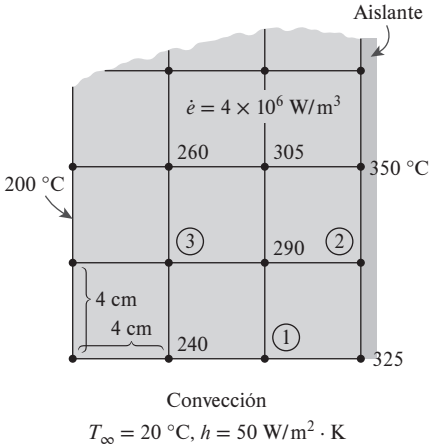


FIGURA P5-76

5-77 Repita el problema 5-76 utilizando el software apropiado.

5-78 Considere un bloque constante de 5 m de largo ($k = 23$ W/m · K), 30 cm de alto y 50 cm de ancho (figura P5-78). El bloque está completamente sumergido en agua helada a 0 °C que se agita bien, y el coeficiente de transferencia de calor es tan alto que las temperaturas en ambos lados del bloque pueden considerarse 0 °C. La superficie inferior de la barra está

cubierta con un material de baja conductividad para que la transferencia de calor a través de la superficie inferior sea insignificante. La superficie superior del bloque se calienta uniformemente mediante un calentador de resistencia de 8 kW. Usando el método de diferencias finitas con un tamaño de malla de $\Delta x = \Delta y = 10$ cm y aprovechando la simetría, *a*) obtenga la formulación de diferencias finitas de este problema para la transferencia de calor bidimensional estacionaria, *b*) determine las temperaturas nodales desconocidas resolviendo esas ecuaciones, y *c*) determine la tasa de transferencia de calor del bloque al agua helada.

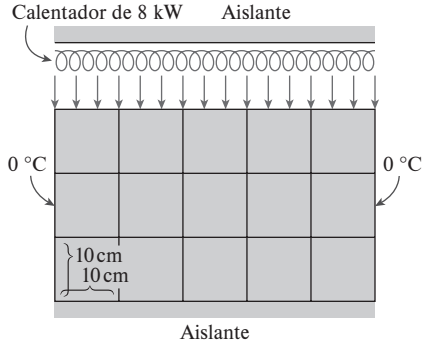


FIGURA P5-78

5-79 Considere la transferencia de calor bidimensional estacionaria en una barra sólida larga ($k = 25$ W/m · K) de sección transversal cuadrada (3 cm × 3 cm) con las temperaturas prescritas en las superficies superior, derecha, inferior e izquierda dadas como: 100, 200, 300 y 500 °C, respectivamente. Se genera calor en la barra de manera uniforme a una tasa $\dot{e} = 5 \times 10^6$ W/m^3. Usando un tamaño de malla uniforme $\Delta x = \Delta y = 1$ cm, determine *a*) las ecuaciones de diferencias finitas y *b*) las temperaturas nodales con el método iterativo de Gauss-Seidel.

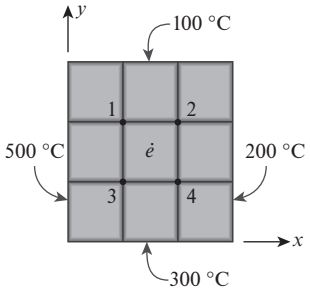


FIGURA P5-79

5-80I Considere transferencia de calor bidimensional estacionaria en una barra larga y sólida de sección transversal cuadrada en la que el calor se genera de manera uniforme a una tasa $\dot{e} = 0.19 \times 10^5$ Btu/h · pie^3. La sección transversal de la barra tiene un tamaño de 0.5 pie × 0.5 pie, y su conductividad térmica es $k = 16$ Btu/h · pie · °F. Los cuatro lados de la barra están sujetos a convección con el aire ambiente a $T_\infty = 70$ °F con un coeficiente de transferencia de calor $h = 7.9$ Btu/h · pie^2 · °F. Usando el método de diferencias finitas con un tamaño de malla $\Delta x = \Delta y = 0.25$ pie, determine *a*) las temperaturas en los nueve nodos y *b*) la tasa de pérdida de calor de la barra a través de una sección de 1 pie de largo. *Respuesta: b*) 4750 Btu/h

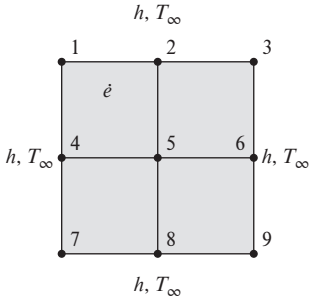


FIGURA P5-80I

5-81 Los gases de combustión calientes que emite un horno fluyen a través de una chimenea de concreto ($k = 1.4$ W/m · K) de sección transversal rectangular. La sección de flujo de la chimenea es de 20 cm × 40 cm y el espesor de la pared es de 10 cm. La temperatura promedio de los gases calientes en la chimenea es $T_i = 280$ °C, y el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección dentro de la chimenea es $h_i = 75$ W/m^2 · K. La chimenea está perdiendo calor desde su superficie exterior hacia el aire ambiente a $T_0 = 15$ °C por convección con un coeficiente de transferencia de calor de $h_o = 18$ W/m^2 · K y hacia el cielo por radiación. La emisividad de la superficie exterior de la pared es $\varepsilon = 0.9$, y la temperatura efectiva del cielo se estima en 250 K.

Usando el método de diferencias finitas con $\Delta x = \Delta y = 10$ cm y aprovechando al máximo la simetría, *a*) obtenga la formulación de diferencias finitas de este problema para la transferencia de calor bidimensional estacionaria, *b*) determine las temperaturas en los puntos nodales de una sección transversal y *c*) evalúe la tasa de pérdida de calor para una sección de la chimenea de 1 m de largo.

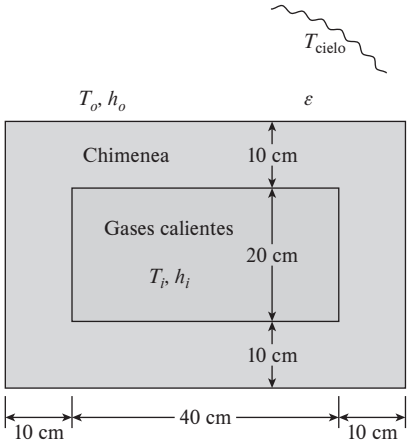


FIGURA P5-81

5-82 Repita el problema 5-81 ignorando la transferencia de calor por radiación desde las superficies externas de la chimenea.

5-83 Un calentador eléctrico de película delgada de 500 W de espesor insignificante y dimensiones de 100 mm × 100 mm se intercala entre dos losas hechas de aleación de cobre (k = 120 W/m · K) y acero inoxidable (k = 15 W/m · K). Las dos placas, de cobre y acero inoxidable con un espesor de 50 mm y 50 mm, están rodeadas de aire con coeficientes de transferencia de calor de 75 W/m^2 · K y 25 W/m^2 · K, respectivamente. Las placas se someten a una temperatura constante de 50 y 30 °C en la superficie superior e inferior, respectivamente, como se muestra en la figura P5-83. La temperatura del aire alrededor se mantiene a 20 °C. Determine *a*) la formulación de diferencias finitas en cada nodo y *b*) la ubicación de la temperatura máxima.

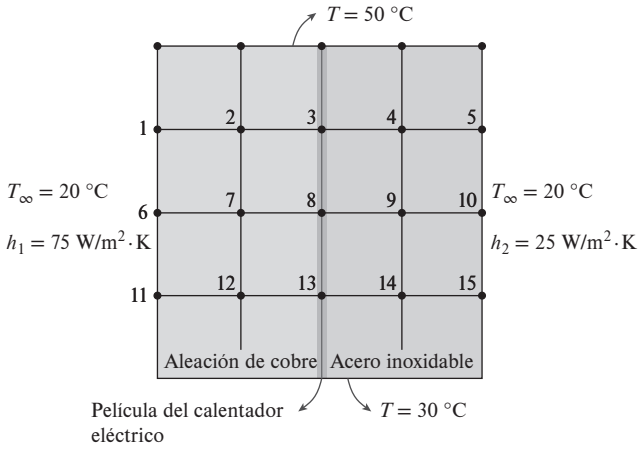


FIGURA P5-83

5-84 La pared de un intercambiador de calor separa agua caliente a T_A = 90 °C de agua fría a T_B = 10 °C. Para extender el área de transferencia de calor, se maquinan crestas bidimensionales en el lado frío de la pared, como se muestra en la figura P5-84. Esta geometría causa tensiones térmicas no uniformes, que pueden volverse críticas para el inicio de grietas a lo largo de las líneas entre dos crestas. Para predecir las tensiones térmicas, se debe determinar el campo de temperatura dentro de la pared. Los coeficientes de convección son lo suficientemente altos como para que la temperatura de la superficie sea igual a la del agua en cada lado de la pared.

a) Identifique la sección más pequeña de la pared que puede analizarse para encontrar el campo de temperatura en toda la pared.

b) Para el dominio encontrado en el inciso *a*), construya una cuadrícula bidimensional con $\Delta x = \Delta y$ = 5 mm y escriba la ecuación matricial $AT = C$ (los elementos de las matrices A y C deben ser números). No resuelva para T.

c) Un termopar montado en el punto M lee 46.9 °C. Determine las otras temperaturas desconocidas en la cuadrícula definida en el inciso *b*).

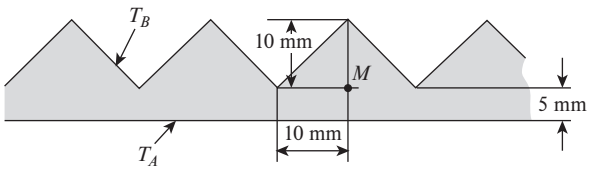


FIGURA P5-84

5-85 Considere transferencia de calor bidimensional estacionaria en dos barras sólidas largas cuyas secciones transversales se muestran en la figura P5-85. Las temperaturas medidas en los puntos seleccionados en las superficies externas son las que se muestran. La conductividad térmica del cuerpo es k = 20 W/m · K, y no hay generación de calor. Usando el método de diferencias finitas con un tamaño de malla $\Delta x = \Delta y$ = 1.0 cm, determine las temperaturas en los puntos indicados en el medio. *Sugerencia*: aproveche la simetría. *Respuestas: b*) $T_1 = T_4$ = 93 °C, $T_2 = T_3$ = 86 °C

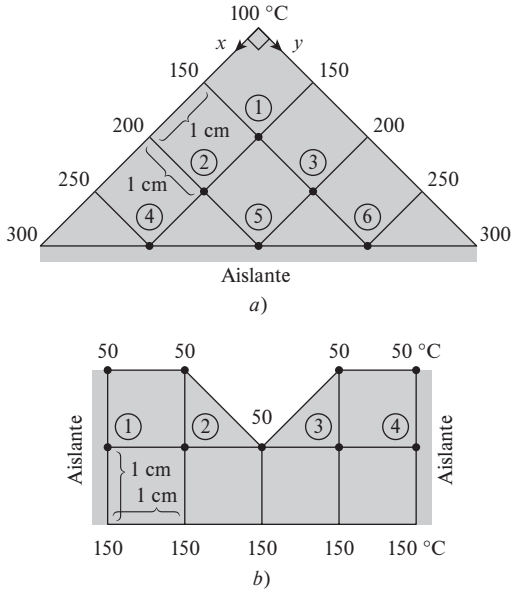


FIGURA P5-85

5-86 Considere una presa de concreto larga (k = 0.6 W/m · K, α_s = 0.7) de sección transversal triangular cuya superficie expuesta está sujeta a flujo de calor solar $\dot{q}_s$ = 800 W/m^2 y a convección y radiación al ambiente a 25 °C con un coeficiente combinado de transferencia de calor de 30 W/m^2 · K. La sección vertical de la presa de 2 m de altura se somete a convección por agua a 15 °C con un coeficiente de transferencia de calor de 150 W/m^2 · K, y la transferencia de calor a través de la base de 2 m de longitud se considera insignificante. Utilizando el método de diferencias finitas con un tamaño de malla $\Delta x = \Delta y$ = 1 m, y suponiendo una transferencia de calor bidimensional estacionaria, determine la temperatura de la parte superior, media e inferior de la superficie expuesta de la presa. *Respuestas:* 21.3 °C, 43.2 °C, 43.6 °C

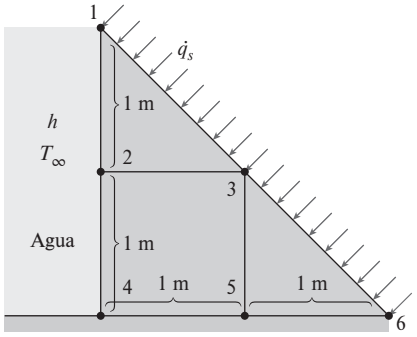


FIGURA P5-86

5-87 Considere una barra sólida larga cuya conductividad térmica es $k = 5$ W/m·K y cuya sección transversal se da en la figura P5-87. La superficie superior de la barra se mantiene a 50 °C, mientras que la superficie inferior se mantiene a 120 °C. La superficie izquierda está aislada, y las tres superficies restantes están sujetas a convección con aire ambiente a $T_\infty = 25$ °C con un coeficiente de transferencia de calor $h = 40$ W/m^2·K. Usando el método de diferencias finitas con un tamaño de malla $\Delta x = \Delta y = 10$ cm, *a*) obtenga la formulación de diferencias finitas de este problema para la transferencia de calor bidimensional estacionaria y *b*) determine las temperaturas nodales desconocidas resolviendo esas ecuaciones. *Respuestas: b*) 78.8 °C, 72.7 °C, 64.6 °C

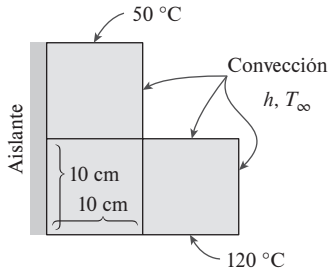


FIGURA P5-87

5-88 Considere transferencia de calor bidimensional estacionaria en un cuerpo sólido en forma de L cuya sección transversal se da en la figura P5-88. La conductividad térmica del cuerpo es $k = 45$ W/m·K, y el calor se genera en el cuerpo a una tasa $\dot{e} = 5 \times 10^6$ W/m^3. La superficie derecha del cuerpo está aislada y la superficie inferior se mantiene a una temperatura uniforme de 180 °C. Toda la superficie superior se somete a convección con aire ambiente a $T_\infty = 30$ °C con un coeficiente de transferencia de calor $h = 55$ W/m^2·K, y la superficie izquierda se somete a flujo de calor a una tasa uniforme de $\dot{q}_L = 8\,000$ W/m^2. La red nodal del problema consiste en 13 nodos igualmente espaciados con $\Delta x = \Delta y = 1.5$ cm. Cinco de los nodos están en la superficie inferior y, por tanto, se conocen sus temperaturas. *a*) Obtenga las ecuaciones de diferencias finitas en los ocho nodos restantes, y *b*) determine las temperaturas nodales resolviendo esas ecuaciones.

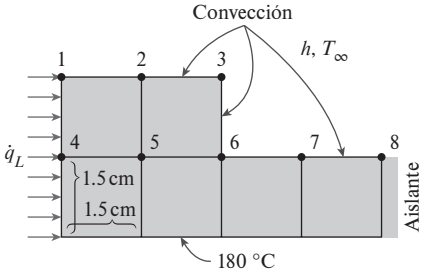


FIGURA P5-88

5-89 Como se muestra en la figura P5-89, una barra en forma de T ($k = 28$ W/m·K) en posición invertida se une a una superficie que se mantiene a 200 °C. Los dos lados de la parte inferior de la barra T están aislados, mientras que el resto de los lados están sujetos a un ambiente convectivo con $h = 30$ W/m^2·K y temperatura ambiente de 10 °C. El tamaño de la malla es uniforme para la porción larga de la barra, mientras que se duplica en la dirección x para la porción inferior de la barra T. Suponiendo condiciones de estado estacionario y sin generación interna de calor, determine *a*) la formulación de diferencias finitas para cada nodo y *b*) las temperaturas nodales. *Sugerencia*: aproveche la simetría.

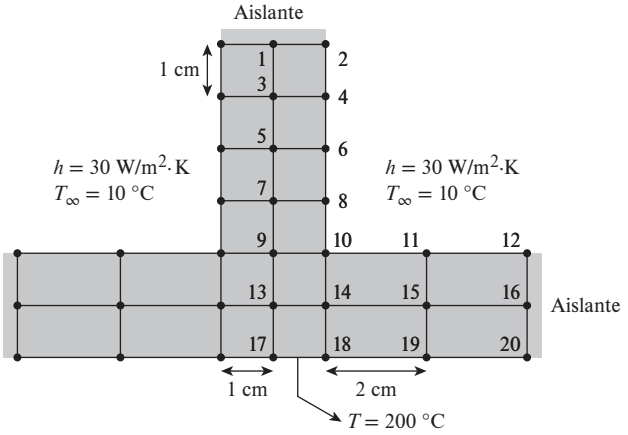


FIGURA P5-89

5-90 La *sinterización* es un proceso metalúrgico que se utiliza para crear objetos metálicos con mejores propiedades físicas manteniendo el material en polvo en un molde y calentándolo a una temperatura ligeramente inferior a su punto de fusión. Dos materiales, níquel ($k = 90.7$ W/m·K) y cobre ($k = 401$ W/m·K), están incrustados en un molde de acero inoxidable ($k = 15.1$ W/m·K), como se muestra en la figura P5-90. La superficie inferior del acero inoxidable se mantiene a una temperatura no uniforme mientras que sus dos lados están aislados. La superficie superior de níquel y cobre está expuesta a un ambiente convectivo con $h = 125$ W/m^2·K y una temperatura ambiente de 15 °C. Suponiendo una conducción de calor en estado estacionaria y un tamaño de malla de 1.5 cm, desarrolle ecuaciones de diferencias finitas para diferentes nodos y determine las tempe-

raturas nodales. La densidad del material en polvo después de la sinterización es de aproximadamente 99% de la densidad del metal original y, por tanto, puede considerarse un material sólido continuo para todos los fines prácticos. *Sugerencia*: utilice el concepto de imagen especular para los nodos en la frontera aislados.

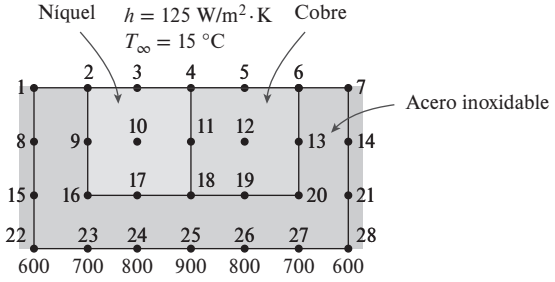


FIGURA P5-90

5-91I Considere transferencia de calor bidimensional estacionaria en un cuerpo sólido con ranura en V cuya sección transversal se muestra en la figura P5-91E. Las superficies superiores de la ranura se mantienen a 32 °F, mientras que la superficie inferior se mantiene a 212 °F. Las superficies laterales de la ranura están aisladas. Usando el método de diferencias finitas con un tamaño de malla de $\Delta x = \Delta y = 1$ pie y aprovechando la simetría, determine las temperaturas en medio de las superficies aisladas.

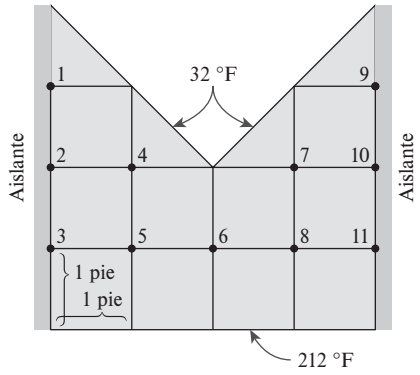


FIGURA P5-91I

5-92I Reconsidere el problema 5-91I. Use un software apropiado, e investigue los efectos de las temperaturas en las superficies superior e inferior sobre la temperatura en medio de la superficie aislada. Varíe las temperaturas en las superficies superior e inferior en un rango de 32 a 212 °F. Grafique la temperatura en medio de la superficie aislada como función de las temperaturas en las superficies superior e inferior, y discuta los resultados.

Conducción de calor transitorio

5-93C **¿En** qué difiere la formulación de diferencias finitas de un problema de conducción de calor transitoria y la de un problema de conducción de calor estacionaria?, ¿qué representa el término $\rho A \Delta x c_p (T_m^{i+1} - T_m^i)/\Delta t$ en la formulación de diferencias finitas transitoria?

5-94C ¿Cuáles son los dos métodos básicos de solución de problemas transitorios basados en la diferenciación finita?, ¿cómo difieren los términos de transferencia de calor en la formulación del balance de energía en los dos métodos?

5-95C La formulación explícita de diferencias finitas de un nodo interior general para la conducción de calor transitoria en una pared plana está dada por:

$$T_{m-1}^i - 2T_m^i + T_{m+1}^i + \frac{\dot{e}_m^i \Delta x^2}{k} = \frac{T_m^{i+1} - T_m^i}{\tau}$$

Obtenga la formulación de diferencias finitas para el caso estacionario simplificando la relación anterior.

5-96C Considere la conducción de calor unidimensional transitoria en una pared plana que se resolverá mediante el método explícito. Si ambos lados de la pared están a temperaturas especificadas, exprese el criterio de estabilidad para este problema en su forma más simple.

5-97C Considere conducción de calor unidimensional transitoria en una pared plana que se resolverá mediante el método explícito. Si ambos lados de la pared están sujetos al flujo de calor especificado, exprese el criterio de estabilidad para este problema en su forma más simple.

5-98C La formulación explícita de diferencias finitas de un nodo interior general para la conducción de calor bidimensional transitoria está dada por:

$$T_{\text{nodo}}^{i+1} = \tau(T_{\text{izquierda}}^i + T_{\text{arriba}}^i + T_{\text{derecha}}^i + T_{\text{abajo}}^i) + (1 - 4\tau)T_{\text{nodo}}^i + \tau \frac{\dot{e}_{\text{nodo}}^i l^2}{k}$$

Obtenga la formulación de diferencias finitas para el caso estacionario simplificando la relación anterior.

5-99C ¿Existe alguna limitación en el tamaño del paso de tiempo Δt en la solución de problemas de conducción transitoria de calor utilizando *a*) el método explícito y *b*) el método implícito?

5-100C Exprese el criterio general de estabilidad para el método explícito de solución de problemas de conducción de calor transitorios.

5-101C Considere la conducción de calor bidimensional transitoria en una región rectangular que se resolverá mediante el método explícito. Si todas las fronteras de la región están aisladas o a temperaturas específicas, exprese el criterio de estabilidad para este problema en su forma más simple.

5-102C El método implícito es incondicionalmente estable y, por tanto, puede usarse cualquier valor del paso de tiempo Δt en la solución de problemas de conducción de calor transitorios. Para minimizar el tiempo de cálculo, alguien sugiere usar un valor muy grande de Δt ya que no hay peligro de inestabilidad. ¿Está de acuerdo con esta sugerencia? Explique.

5-103 Comenzando con un balance de energía en un elemento de volumen, obtenga la ecuación de diferencias finitas explícita

transitoria bidimensional para un nodo interior general en coordenadas rectangulares para $T(x, y, t)$ para el caso de conductividad térmica constante y sin generación de calor.

5-104 Comenzando con un balance de energía en un elemento de volumen, obtenga la ecuación de diferencias finitas implícita transitoria bidimensional para un nodo interior general en coordenadas rectangulares para $T(x, y, t)$ para el caso de conductividad térmica constante y sin generación de calor.

5-105 Comenzando con el balance de energía de un elemento de volumen de un disco, obtenga la ecuación de diferencias finitas explícita transitoria unidimensional para un nodo interior general para $T(z, t)$ en un cilindro cuya superficie lateral está aislada para el caso de conductividad térmica constante con generación uniforme de calor.

5-106 Considere la conducción de calor transitoria en una pared plana cuya superficie izquierda (nodo 0) se mantiene a 80 °C mientras que la superficie derecha (nodo 6) está sujeta a un flujo de calor solar de 600 W/m^2. La pared está inicialmente a una temperatura uniforme de 50 °C. Exprese la formulación explícita de diferencias finitas de los nodos en la frontera 0 y 6 para el caso de no haber generación de calor. Además, obtenga la formulación de diferencias finitas para la cantidad total de transferencia de calor en la frontera izquierda durante los primeros tres intervalos de tiempo.

5-107 Considere la conducción de calor transitoria en una pared plana con generación de calor variable y conductividad térmica constante. La red nodal del medio consta de los nodos 0, 1, 2, 3 y 4 con una separación nodal uniforme Δx. La pared está inicialmente a una temperatura especificada. Usando el enfoque de balance de energía, obtenga la formulación explícita de diferencias finitas de los nodos en la frontera para el caso de flujo de calor uniforme $\dot{q}_0$ en la frontera izquierda (nodo 0) y convección en la frontera derecha (nodo 4) con un coeficiente de convección h y una temperatura ambiente de T_∞. No simplifique.

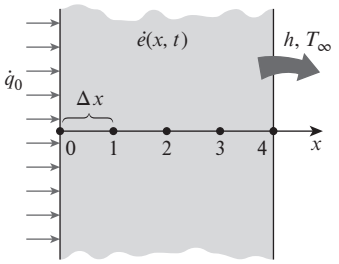


FIGURA P5-107

5-108 Repita el problema 5-107 para el caso de formulación implícita.

5-109 Considere la conducción de calor transitoria en una pared plana con generación de calor variable y conductividad térmica constante. La red nodal del medio consta de los nodos 0, 1, 2, 3, 4 y 5 con una separación nodal uniforme de Δx. La pared está inicialmente a una temperatura especificada. Utilizando el enfoque de balance de energía, obtenga la formulación explícita de diferencias finitas de los nodos en la frontera para el caso de aislante en la frontera izquierda (nodo 0) y radiación en la frontera derecha (nodo 5) con una emisividad ε y la temperatura en los alrededores de T_{alred}.

5-110 Considere la conducción de calor transitoria en una pared plana con generación de calor variable y conductividad térmica constante. La red nodal del medio consta de los nodos 0, 1, 2, 3 y 4 con una separación nodal uniforme de Δx. La pared está inicialmente a una temperatura especificada. Se especifica la temperatura en la frontera derecha (nodo 4). Utilizando el enfoque de balance de energía, obtenga la formulación explícita de diferencias finitas del nodo en la frontera 0 para el caso de convección combinada, radiación y flujo de calor en la frontera izquierda con una emisividad ε, coeficiente de convección h, temperatura ambiente de T_∞, temperatura de los alrededores de T_{alred}, y flujo de calor uniforme $\dot{q}_0$ hacia la pared. Además, obtenga la formulación de diferencias finitas para la cantidad total de transferencia de calor en la frontera derecha durante los primeros 20 intervalos.

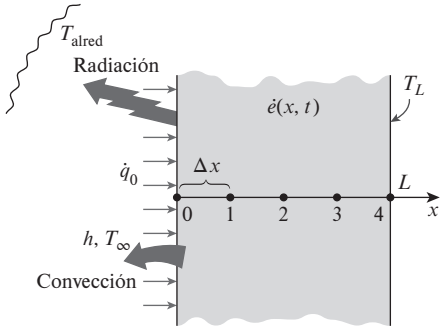


FIGURA P5-110

5-111 Considere la conducción de calor transitoria unidimensional en una pared plana compuesta que consta de dos capas A y B en contacto perfecto en la interfase. La pared no genera calor e inicialmente está a una temperatura especificada. La red nodal del medio consta de los nodos 0, 1 (en la interfase) y 2 con un espacio nodal uniforme Δx. Utilizando el enfoque de equilibrio de energía, obtenga la formulación explícita de diferencias finitas de este problema para el caso del aislante en la frontera izquierda (nodo 0) y radiación en el frontera derecha (nodo 2) con una emisividad ε y la temperatura alrededor de T_{alred}.

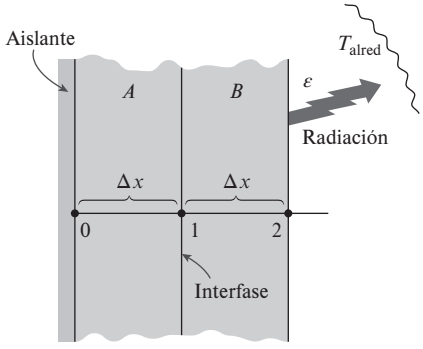


FIGURA P5-111

5-112 Considere la conducción de calor unidimensional transitoria en una aleta de pasador de diámetro constante D con conductividad térmica constante. La aleta está perdiendo calor por convección al aire ambiente en T_∞ con un coeficiente de transferencia de calor h y por radiación a las superficies alrededor a una temperatura promedio de T_{alred}. La red nodal de la aleta consta de los nodos 0 (en la base), 1 (en el medio) y 2 (en la punta de la aleta) con una separación nodal uniforme de Δx. Utilizando el enfoque de equilibrio de energía, obtenga la formulación explícita de diferencias finitas de este problema para el caso de una temperatura especificada en la base de la aleta y una transferencia de calor insignificante en la punta de la misma.

5-113 Repita el problema 5-112 para el caso de formulación implícita.

5-114 Una placa de latón caliente tiene su superficie superior enfriada por una corriente de aire a una temperatura de 15 °C y un coeficiente de transferencia de calor por convección de 220 W/m$^2\cdot$K. La placa de latón de 10 cm de espesor (ρ = 8 530 kg/m^3, c_p = 380 J/kg·K, k = 110 W/m·K y $\alpha = 33.9 \times 10^{-6}$ m^2/s) tenía una temperatura inicial uniforme de 650 °C, y la superficie inferior de la placa está aislada. Usando un espaciado nodal uniforme de Δx = 2.5 cm y un paso de tiempo de Δt = 10 s, determine *a*) las ecuaciones implícitas de diferencias finitas y *b*) las temperaturas nodales de la placa de latón después de 10 segundos de enfriamiento.

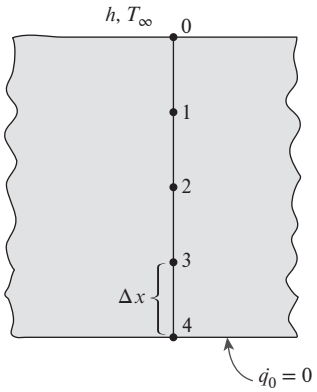


FIGURA P5-114

5-115 Considere una placa grande de uranio de espesor L = 9 cm, conductividad térmica k = 28 W/m·K y difusividad térmica $\alpha = 12.5 \times 10^{-6}$ m^2/s que inicialmente está a una temperatura uniforme de 100 °C. El calor se genera de manera uniforme en la placa a una tasa estacionaria $\dot{e} = 10^6$ W/m^3. En el tiempo t = 0, el lado izquierdo de la placa está aislado mientras que el otro lado está sujeto a convección con un ambiente a T_∞ = 20 °C con un coeficiente de transferencia de calor h = 35 W/m$^2\cdot$K. Usando el enfoque explícito de diferencias finitas con un espaciado nodal uniforme Δx = 1.5 cm, determine *a*) la distribución de temperatura en la placa después de 5 minutos y *b*) cuánto tiempo tomará para alcanzar las condiciones estacionarias en la placa.

5-116 Reconsidere el problema 5-115. Usando el software apropiado, investigue el efecto del tiempo de enfriamiento en las temperaturas de los lados izquierdo y derecho de la placa. Varíe el tiempo en un rango de 5 a 60 min. Grafique las temperaturas en las superficies izquierda y derecha en función del tiempo y analice los resultados.

5-117I Considere una casa cuyas ventanas están hechas de vidrio de 0.375 pulg de espesor (k = 0.48 Btu/h·pie·°F y $\alpha = 4.2 \times 10^{-6}$ pie^2/s). Inicialmente, toda la casa, incluidas las paredes y las ventanas, está a la temperatura exterior de T_o = 35 °F. Se observa que las ventanas están empañadas porque la temperatura interior está por debajo de la temperatura del punto de rocío de 54 °F. Ahora se enciende el calentador y la temperatura del aire en la casa se eleva a T_i = 72 °F a una velocidad de aumento de 2 °F por minuto. Se puede considerar que los coeficientes de transferencia de calor en las superficies interna y externa de la pared son h_i = 1.2 y h_o = 2.6 Btu/h·pie$^2\cdot$°F, respectivamente, y se puede suponer que la temperatura exterior permanece constante. Usando el método explícito de diferencias finitas con un tamaño de malla de Δx = 0.125 pulg, determine cuánto tiempo tomará para que la niebla en las ventanas se despeje (es decir, para que la temperatura de la superficie interna del vidrio de la ventana alcance 54 °F).

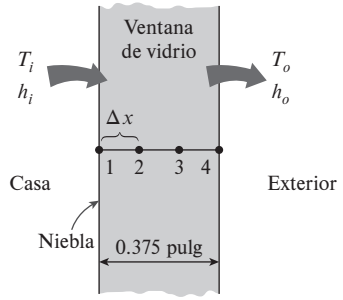


FIGURA P5-117I

5-118 C&S Una serie de pernos largos de acero inoxidable (ASTM A437 B4B) se fijan en una placa de metal con un espesor de 4 cm. Los pernos tienen una conductividad térmica de 23.9 W/m·K, un calor específico de 460 J/kg·K y una densidad de 7.8 g/cm^3. Para la placa de metal, el calor específico, la conductividad térmica y la densidad son 500 J/kg·K, 16.3 W/m·K y 8 g/cm^3, respectivamente. La superficie superior de la placa se expone ocasionalmente a fluido criogénico a –70 °C con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 300 W/m$^2\cdot$K. La superficie inferior de la placa está expuesta a convección con aire a 10 °C y un coeficiente de transferencia de calor por convección de 10 W/m$^2\cdot$K. Los tornillos se fijan a la placa de metal desde la superficie inferior, y la distancia medida desde la superficie superior de la placa hasta las puntas de los tornillos es de 1 cm. El código ASME para tuberías de proceso limita la temperatura mínima adecuada para el perno de acero inoxidable ASTM A437 B4B a –30 °C (ASME B31.3-2014, tabla A-2M). Si la temperatura inicial de la placa es de 10 °C y la superficie superior de la placa está expuesta al fluido criogénico durante 9 minutos, ¿seguirían cumpliendo los pernos sujetos a la placa con el código ASME? Usando las formulaciones explícitas de diferencias finitas con un espaciado nodal uniforme de Δx = 1 cm, determine la tem-

peratura en cada nodo mientras dure la exposición de la superficie superior al fluido criogénico. Grafique las temperaturas nodales en función del tiempo.

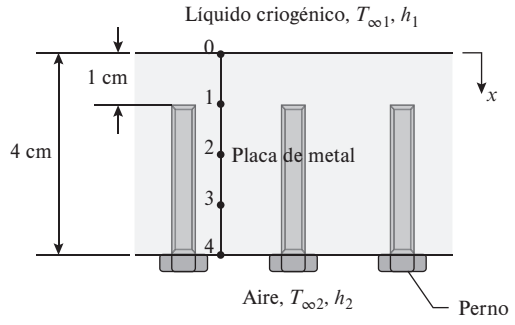


FIGURA P5-118

5-119 C&S Un tubo de cloruro de polivinilo clorado (CPVC) ASTM F441 está incrustado en una placa de metal con un espesor de 4 cm. La placa de metal tiene una conductividad térmica de 26.9 W/m · K, un calor específico de 460 J/kg · K y una densidad de 7.73 g/cm^3. La superficie superior de la placa se expone ocasionalmente a fluido caliente a 300 °C con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 200 W/m^2 · K. La superficie inferior de la placa está bien aislada. La distancia medida desde la superficie superior de la placa hasta la superficie del tubo es de 1 cm. El código ASME para tuberías de proceso limita la temperatura máxima de uso para el tubo de CPVC ASTM F441 a 93.3 °C (ASME B31.3-2014, tabla B-1). Si la temperatura inicial de la placa es de 20 °C y la superficie superior de la placa está expuesta al fluido caliente durante 5 minutos, ¿el tubo de CPVC incrustado en la placa seguirá cumpliendo con el código ASME? Usando las formulaciones explícitas de diferencias finitas con un espaciado nodal uniforme $\Delta x = 1$ cm, determine la temperatura en cada nodo durante la exposición de la superficie superior al fluido caliente. Grafique las temperaturas nodales en función del tiempo.

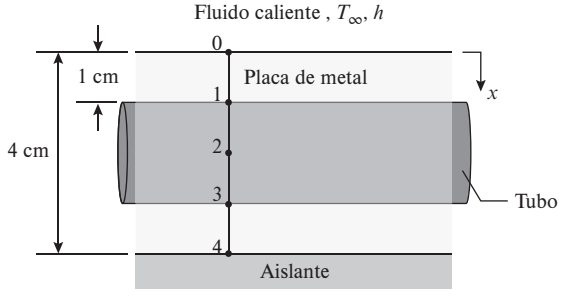


FIGURA P5-119

5-120 El techo de una casa consiste en una losa de concreto de 15 cm de espesor ($k = 1.4$ W/m · K y $\alpha = 0.69 \times 10^{-6}$ m^2/s) que tiene 18 m de ancho y 32 m de largo. Una tarde a las 6 p. m., se observa que la losa está a una temperatura uniforme de 18 °C. Se pronostica que las temperaturas promedio del aire ambiente y del cielo nocturno durante toda la noche serán de 6 °C y 260 K, respectivamente. Los coeficientes de transferencia de calor por convección en las superficies interior y exterior del techo pueden considerarse $h_i = 5$ W/m^2 · K y $h_o = 12$ W/m^2 · K, respectivamente. La casa y las superficies interiores de las paredes y el piso se mantienen a una temperatura constante de 20 °C durante la noche, y la emisividad de ambas superficies del techo de concreto es de 0.9. Teniendo en cuenta las transferencias de calor por radiación y convección y utilizando el método explícito de diferencias finitas con un paso de tiempo $\Delta t = 5$ min y un tamaño de malla $\Delta x = 3$ cm, determine las temperaturas de las superficies interior y exterior del techo a las 6 a. m. y determine la tasa promedio de transferencia de calor a través del techo durante esa noche.

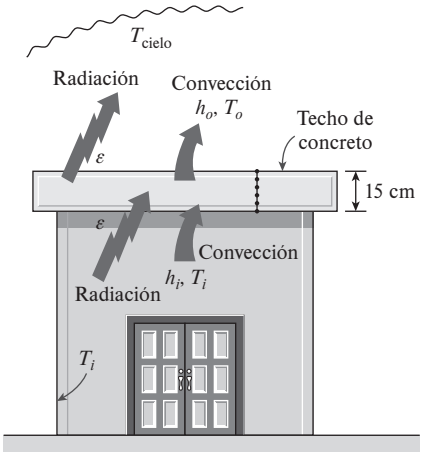


FIGURA P5-120

5-121 Considere un refrigerador cuyas dimensiones exteriores son 1.80 m × 0.8 m × 0.7 m. Las paredes del refrigerador están construidas con aislante de uretano de 3 cm de espesor ($k = 0.026$ W/m · K y $\alpha = 0.36 \times 10^{-6}$m^2/s) intercaladas entre dos capas de chapa de metal con un espesor insignificante. El espacio refrigerado se mantiene a 3 °C, y los coeficientes promedio de transferencia de calor en las superficies interna y externa de la pared son 6 W/m^2 · K y 9 W/m^2 · K, respectivamente. La transferencia de calor a través de la superficie inferior del refrigerador es insignificante. La temperatura de la cocina permanece constante a aproximadamente 25 °C. Inicialmente, el refrigerador contiene 15 kg de alimentos con un calor específico promedio de 3.6 kJ/kg · K. Ahora se produce un mal funcionamiento y, como resultado, el refrigerador deja de funcionar durante 6 h. Suponiendo que la temperatura del contenido del refrigerador, incluido el aire del interior, se eleva de manera uniforme durante este periodo, pronostique la temperatura dentro del refrigerador después de 6 h cuando llegue el técnico. Use el método explícito de diferencias finitas con un paso de tiempo $\Delta t = 1$ min y un tamaño de malla $\Delta x = 1$ cm, e ignore efectos de borde (es decir, suponga una transferencia de calor unidimensional en las paredes).

5-122 Reconsidere el problema 5-121. Usando el software apropiado, grafique la temperatura dentro del refrigerador en función del tiempo de calentamiento mientras el tiempo varía de 1 a 10 h, y discuta los resultados.

5-123 Considere la transferencia de calor transitoria bidimensional en una barra sólida en forma de L que está inicialmente

a una temperatura uniforme de 140 °C y cuya sección transversal se muestra en la figura P5-123. La conductividad térmica y la difusividad del cuerpo son $k = 15$ W/m·K y $\alpha = 3.2 \times 10^{-6}$ m^2/s, respectivamente, y se genera calor en el cuerpo a una tasa $\dot{e} = 2 \times 10^7$ W/m^3. La superficie derecha del cuerpo está aislada y la superficie inferior se mantiene a una temperatura uniforme de 140 °C en todo momento. En el tiempo $t = 0$, toda la superficie superior se somete a convección con aire ambiente a $T_\infty = 25$ °C con un coeficiente de transferencia de calor de $h = 80$ W/m^2·K, y la superficie izquierda se somete a un flujo de calor uniforme a una tasa $\dot{q}_L = 8\,000$ W/m^2. La red nodal del problema consiste en 13 nodos igualmente espaciados con $\Delta x = \Delta y = 1.5$ cm. Usando el método explícito, determine la temperatura en la esquina superior (nodo 3) del cuerpo después de 2, 5 y 30 minutos.

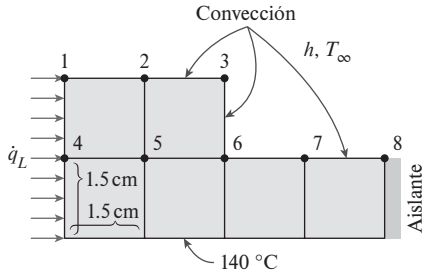


FIGURA P5-123

5-124 Reconsidere el problema 5-123. Usando el software apropiado, grafique la temperatura en la esquina superior en función del tiempo de calentamiento, mientras varía de 2 min a 30 min, y discuta los resultados.

5-125 Considere una barra sólida y larga ($k = 28$ W/m·K y $\alpha = 12 \times 10^{-6}$ m^2/s) de sección transversal cuadrada que inicialmente está a una temperatura uniforme de 32 °C. La sección transversal de la barra tiene un tamaño de 20 cm × 20 cm, y el calor se genera de manera uniforme a una tasa $\dot{e} = 8 \times 10^5$ W/m^3. Los cuatro lados de la barra están sujetos a convección al aire ambiente a $T_\infty = 30$ °C con un coeficiente de transferencia de calor $h = 45$ W/m^2·K. Usando el método explícito de diferencias finitas con un tamaño de malla $\Delta x = \Delta y = 10$ cm, determine la temperatura de la línea central de la barra *a*) después de 20 min y *b*) después de que se establecen condiciones estacionarias.

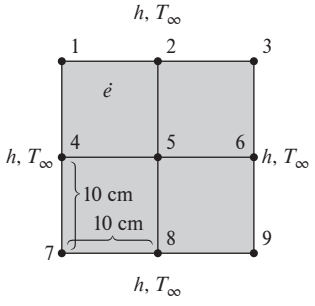


FIGURA P5-125

5-126 C&S Una barra cuadrada larga de acero inoxidable (ASTM A479 904L) es parte de un componente en un equipo de proceso a altas temperaturas. La barra tiene un espesor de 5 cm, y su calor específico, conductividad térmica y densidad son 500 J/kg·K, 12 W/m·K y 7.9 g/cm^3, respectivamente. Ocasionalmente, la barra se sumerge en fluido caliente a 300 °C con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 288 W/m^2·K. De acuerdo con el código ASME para tuberías de proceso, la temperatura máxima de uso para la barra ASTM A479 904L es 260 °C (ASME B31.3 2014, tabla A-1M). Si la temperatura inicial de la barra es de 20 °C y se sumerge en el fluido caliente durante 7 minutos, ¿cumplirá con el código ASME? ¿Cuánto tiempo le tomará a la barra alcanzar la temperatura máxima de uso? Usando las formulaciones explícitas de diferencias finitas con un espaciado nodal uniforme $\Delta x = \Delta y = 2.5$ cm, determine la temperatura en cada nodo mientras la barra esté sumergida en el fluido caliente. Grafique las temperaturas nodales en función del tiempo.

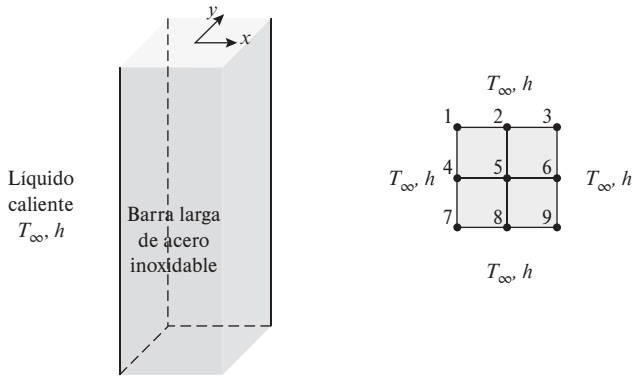


FIGURA P5-126

5-127 Una molestia común en los automóviles en los meses de invierno es la formación de niebla que bloquea la vista en las superficies de vidrio. Una forma práctica de resolver este problema es soplar aire caliente o conectar calentadores de resistencia eléctrica a las superficies internas. Considere la ventanilla trasera de un automóvil que consiste en un vidrio de 0.4 cm de espesor ($k = 0.84$ W/m·K y $\alpha = 0.39 \times 10^{-6}$ m^2/s). Los cables pelados del calentador, de espesor insignificante, están adheridos a la superficie interna del vidrio, separados por 4 cm. Cada cable genera calor a una razón de 25 W/m por unidad de longitud. Inicialmente, todo el automóvil, incluidas sus ventanas, está a la temperatura exterior de $T_o = -3$ °C. Los coeficientes de transferencia de calor en las superficies interna y externa del vidrio pueden tomarse como $h_i = 6$ W/m^2·K y $h_o = 20$ W/m^2·K, respectivamente. Utilizando el método explícito de diferencias finitas con un tamaño de malla de $\Delta x = 0.2$ cm a lo largo del espesor y $\Delta y = 1$ cm en la dirección normal a los cables del calentador, determine la distribución de temperatura en todo el vidrio 15 minutos después de encender los calentadores de banda. Además, determine la distribución de temperatura cuando se alcancen condiciones estacionarias.

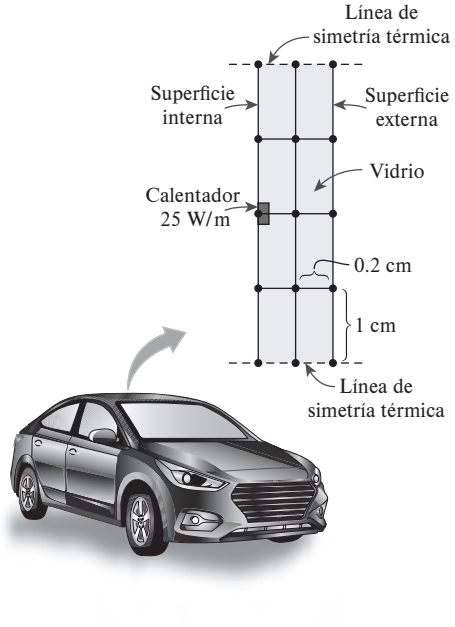


FIGURA P5-127

5-128 Repita el problema 5-127 usando el método implícito con un paso de tiempo de 1 min.

5-129 Revise el problema 5-68 de conducción de calor bidimensional en una sección transversal cuadrada. *a*) Desarrolle una formulación explícita de diferencias finitas para un caso de conducción de calor transitorio bidimensional y *b*) encuentre las temperaturas nodales después de 15 s.

5-130 El *temple por aplacado* es un proceso mecánico en el cual los metales ferrosos o las aleaciones se calientan primero y luego se enfrían rápidamente para mejorar sus propiedades físicas y evitar la transformación de fase. Considere calentar uniformemente un bloque de aleación de cobre de 40 cm × 20 cm (k = 120 W/m · K, $\alpha = 3.91 \times 10^{-6}$ m^2/s) hasta que alcance una temperatura de 800 °C. Luego se sumerge repentinamente en un tanque de agua a 15 °C con h = 100 W/m$^2 \cdot$K para el proceso de enfriamiento. Sin embargo, la superficie superior del metal no está sumergida en el agua y está expuesta al aire a 15 °C con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 10 W/m$^2 \cdot$K. Usando una formulación explícita de diferencias finitas, calcule la distribución de temperatura en el bloque de aleación de cobre después de que hayan transcurrido 10 minutos usando Δt = 10 s y un tamaño de malla uniforme de $\Delta x = \Delta y$ = 10 cm.

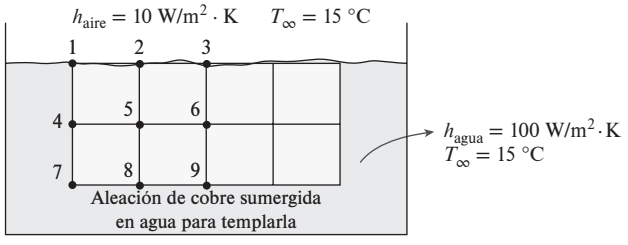


FIGURA P5-130

5-131 Considere una tira de cerámica de 2 cm × 4 cm (k = 3 W/m · K, ρ = 1 600 kg/m^3 y c_p = 800 J/kg · K) incrustada en material de muy alta conductividad, como se muestra en la figura P5-131. Los dos lados de la línea de cerámica se mantienen a una temperatura constante de 300 °C. La superficie inferior de la tira está aislada, mientras que la superficie superior está expuesta a un ambiente convectivo con h = 200 W/m$^2 \cdot$K y temperatura ambiente de 50 °C. Inicialmente en t = 0, la tira de cerámica está a una temperatura uniforme de 300 °C. Usando la formulación implícita de diferencias finitas y un paso de tiempo de 2 s, determine las temperaturas nodales después de 12 s para un tamaño de malla uniforme de 1 cm.

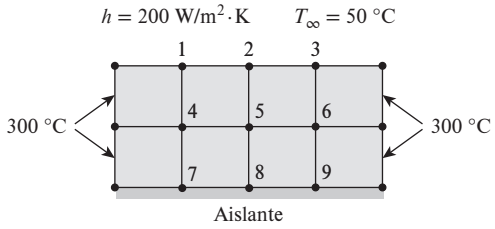


FIGURA P5-131

Tema especial: Control del error numérico

5-132C ¿Por qué los resultados obtenidos usando un método numérico difieren de los resultados exactos obtenidos analíticamente?, ¿cuáles son las causas de esta diferencia?

5-133C ¿Cuál es la causa del error de discretización? ¿Cómo difiere el error de discretización global del error de discretización local?

5-134C ¿Puede el error de discretización global (acumulado) ser menor que el error local durante un paso? Explique.

5-135C ¿Cómo se relaciona la formulación de diferencias finitas para la primera derivada con la expansión de la serie de Taylor de la función respuesta?

5-136C Explique por qué el error de discretización local del método de diferencias finitas es proporcional al cuadrado del tamaño del paso. También explique por qué el error de discretización global es proporcional al tamaño del paso mismo.

5-137C ¿Qué causa el error de redondeo?, ¿qué tipos de cálculos son más susceptibles al este error?

5-138C ¿Qué sucede con la discretización y los errores de redondeo a medida que disminuye el tamaño del paso?

5-139C Sugiera algunas formas prácticas de reducir el error de redondeo.

5-140C ¿Cuál es una forma práctica de verificar si el error de redondeo ha sido significativo en los cálculos?

5-141C ¿Cuál es una forma práctica de verificar si el error de discretización ha sido significativo en los cálculos?

Problemas de revisión

5-142 Comenzando con un balance de energía en el elemento de volumen, obtenga la ecuación de diferencias finitas tridimensional estacionaria para un nodo interior general en coordenadas rectangulares para $T(x, y, z)$ para el caso de conductividad térmica constante y generación de calor uniforme.

5-143 Comenzando con un balance de energía en el elemento de volumen, obtenga la ecuación de diferencias finitas explícita transitoria tridimensional para un nodo interior general en coordenadas rectangulares para $T(x, y, z, t)$ para el caso de conductividad térmica constante y sin generación de calor.

5-144 Considere la conducción de calor unidimensional estacionaria en una pared plana con generación de calor variable y conductividad térmica constante. La red nodal del medio consiste en nodos 0, 1, 2 y 3 con un espaciado nodal uniforme de Δx. Se especifica la temperatura en la frontera izquierda (nodo 0). Usando el enfoque de balance de energía, obtenga la formulación de diferencias finitas del nodo frontera 3 en la frontera derecha para el caso de convección y radiación combinadas con una emisividad de ε, coeficiente de convección de h, temperatura ambiente de T_∞ y temperatura de los alrededores T_{alred}. Además, obtenga la formulación de diferencias finitas para la tasa de transferencia de calor en la frontera izquierda.

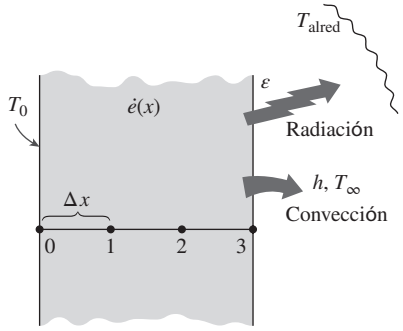


FIGURA P5-144

5-145 Considere la conducción de calor transitoria unidimensional en una pared plana con generación de calor variable y conductividad térmica variable. La red nodal del medio consiste en los nodos 0, 1 y 2 con una separación nodal uniforme Δx. Usando el enfoque de balance de energía, obtenga la formulación explícita de diferencias finitas de este problema para el caso de flujo de calor especificado $\dot{q}_0$ y convección en la frontera izquierda (nodo 0) con un coeficiente de convección h y temperatura ambiente T_∞, y radiación en la frontera derecha (nodo 2) con emisividad ε y temperatura de los alrededores T_{alred}.

5-146 Repita el problema 5-145 para el caso de formulación implícita.

5-147 Considere la conducción de calor unidimensional estable en una aleta de pasador de diámetro constante D con conductividad térmica constante. La aleta está perdiendo calor por convección con el aire ambiente a T_∞ (en °C) con un coeficiente de convección h, y por radiación a las superficies alrededor a una temperatura promedio de T_{alred} (en K). La red nodal de la aleta consta de los nodos 0 (en la base), 1 (en medio) y 2 (en la punta de la aleta) con una separación nodal uniforme Δx. Usando el enfoque de balance de energía, obtenga la formulación de diferencias finitas de este problema para el caso de una temperatura especificada en la base de la aleta y transferencia de calor por convección y radiación en la punta de la aleta.

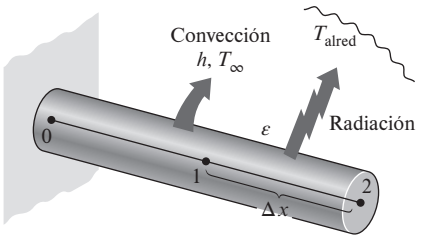


FIGURA P5-147

5-148I Considere una pared plana grande de espesor $L = 0.3$ pie y conductividad térmica $k = 1.2$ Btu/h · pie · °F en el espacio exterior. La pared está cubierta con un material que tiene una emisividad $\varepsilon = 0.80$ y una absorción solar $\alpha_s = 0.60$. La superficie interna de la pared se mantiene a 520 R en todo momento, mientras que la superficie externa está expuesta a la radiación solar que incide a una tasa $\dot{q}_s = 350$ Btu/h · pie^2. La superficie externa también está perdiendo calor por radiación al espacio profundo a 0 R. Usando un espaciado nodal uniforme $\Delta x = 0.1$ pie, *a*) obtenga la formulación de diferencias finitas para conducción de calor unidimensional estacionaria y *b*) determine las temperaturas nodales resolviendo esas ecuaciones. *Respuesta: b*) 528 R, 535 R, 543 R

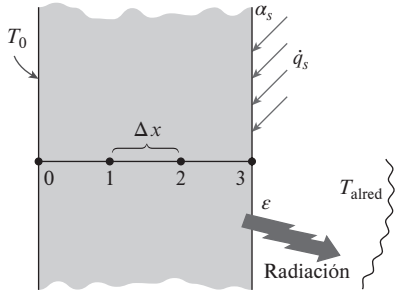


FIGURA P5-148I

5-149 Considere un elemento de combustible nuclear ($k = 57$ W/m · K) que puede modelarse como una pared plana con un espesor de 4 cm. El elemento combustible genera 3×10^7 W/m^3 de calor de manera uniforme. Ambas superficies laterales del elemento combustible se enfrían mediante un líquido con una temperatura de 80 °C y un coeficiente de transferencia de calor por convección de 8 000 W/m^2 · K. Usando un espaciado nodal uniforme de 8 mm, *a*) obtenga las ecuaciones de diferencias finitas, *b*) determine las temperaturas nodales resolviendo esas ecuaciones y *c*) compare las temperaturas de la superficie de ambos lados del elemento combustible con la solución analítica.

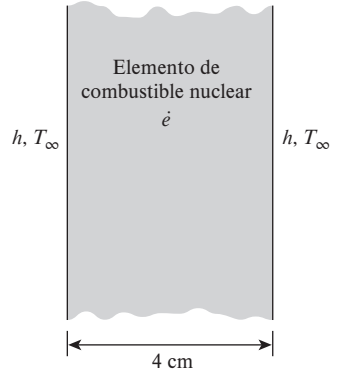


FIGURA P5-149

5-150 Un elemento combustible ($k = 67$ W/m · K) que puede modelarse como una pared plana tiene un espesor de 4 cm. El elemento combustible genera 5×10^7 W/m^3 de calor de manera uniforme. Ambas superficies laterales del elemento combustible se enfrían por líquido con una temperatura de 90 °C y un coeficiente de transferencia de calor por convección de 5 000 W/m^2 · K. Use un espaciado nodal uniforme de 4 mm y utilice la línea de simetría en el centro de la pared plana para determinar *a*) las ecuaciones de diferencias finitas y *b*) las temperaturas nodales resolviendo esas ecuaciones.

5-151 Considere la transferencia de calor bidimensional estacionaria en una barra larga y sólida ($k = 25$ W/m · K) de sección transversal cuadrada (2 cm × 2 cm) con calor generado en la barra de manera uniforme a una tasa $\dot{e} = 3 \times 10^6$ W/m^3. Las superficies izquierda e inferior mantienen una temperatura constante de 200 °C. Las superficies superior y derecha están sujetas a convección con una temperatura ambiente de 100 °C y un coeficiente de transferencia de calor de 250 W/m^2 · K. Usando un tamaño de malla uniforme $\Delta x = \Delta y = 1$ cm, determine *a*) las ecuaciones de diferencias finitas y *b*) las temperaturas nodales con el método iterativo de Gauss-Seidel.

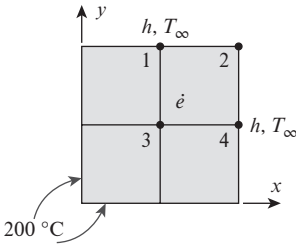


FIGURA P5-151

5-152 Una barra bidimensional tiene la geometría que se muestra en la figura P5-152 con temperatura T_A especificada en la superficie superior y T_B en las superficies inferiores, y aislamiento en los lados. La conductividad térmica de la parte superior de la barra es k_A, mientras que la de la parte inferior es k_B. Para una cuadrícula definida por $\Delta x = \Delta y = l$, escriba la forma más simple de la ecuación matricial, $AT = C$, utilizada para encontrar el campo de temperatura en estado estacionario en la sección transversal de la barra. Identifique en la figura los nodos de la cuadrícula donde establezca el balance de energía.

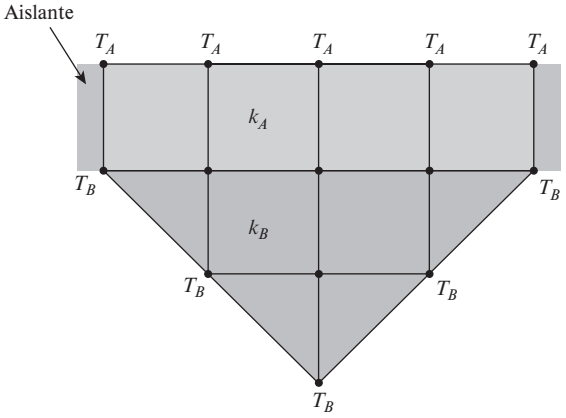


FIGURA P5-152

5-153 Comenzando con un balance de energía en un elemento de volumen de un disco, deduzca la ecuación de diferencias finitas implícita transitoria unidimensional para un nodo interior general para $T(z, t)$ en un cilindro cuya superficie lateral está sujeta a convección con un coeficiente de convección h y una temperatura ambiente T_∞ para el caso de conductividad térmica constante con generación de calor uniforme.

5-154 Se debe enfriar una superficie caliente a 120 °C uniéndole aletas de pasador de aluminio de 8 cm de largo y 0.8 cm de diámetro ($k = 237$ W/m · K y $\alpha = 97.1 \times 10^{-6}$ m^2/s) con una distancia de centro a centro de 1.6 cm. La temperatura del medio alrededor es de 15 °C, y el coeficiente de transferencia de calor en las superficies es de 35 W/m^2 · K. Inicialmente, las aletas están a una temperatura uniforme de 30 °C, y en el tiempo $t = 0$, la temperatura de la superficie caliente se eleva a 120 °C. Suponiendo conducción de calor unidimensional a lo largo de la aleta y tomando el espacio nodal como $\Delta x = 2$ cm y un paso de tiempo $\Delta t = 0.5$ s, determine las temperaturas nodales después de 10 min utilizando el método explícito de diferencias finitas. Además, determine cuánto tiempo llevará alcanzar condiciones estacionarias.

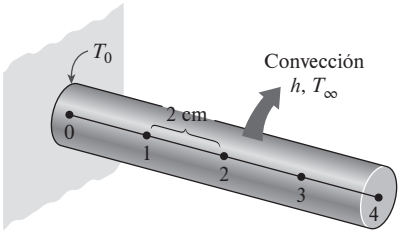


FIGURA P5-154

5-155 La radiación solar incidente en un gran cuerpo de agua limpia ($k = 0.61$ W/m · K y $\alpha = 0.15 \times 10^{-6}$ m^2/s) como un lago, un río o un estanque es absorbida principalmente por el agua, y la cantidad de absorción varía con la profundidad. Para radiación solar incidente a un ángulo de 45° en un estanque grande de 1 m de profundidad cuya superficie del fondo es negra (reflectividad cero), por ejemplo, 2.8% de la energía solar se refleja en la atmósfera, 37.9% es absorbida por la superficie inferior, y el 59.3% restante es absorbida por el cuerpo de agua. Si se considera que el estanque tiene cuatro capas de igual espesor (0.25 m en este caso), se puede demostrar que 47.3% de la energía solar incidente es absorbida por la capa superior, 6.1% por la capa media superior, 3.6% por la capa media inferior, y 2.4% por la capa inferior [para más información, vea Çengel y Özişik, *Solar Energy,* 33, no. 6 (1984), pp. 581-591]. La radiación absorbida por el agua puede tratarse convenientemente como generación de calor en el análisis de transferencia de calor del estanque.

Considere un gran estanque de 1 m de profundidad que está inicialmente a una temperatura uniforme de 15 °C en todo momento. La energía solar incide en la superficie del estanque a

45° a una tasa promedio de 500 W/m^2 durante un periodo de 4 h. Suponiendo que no haya corrientes de convección en el agua y utilizando el método explícito de diferencias finitas con un tamaño de malla $\Delta x = 0.25$ m y un paso de tiempo $\Delta t = 15$ min, determine la distribución de temperatura en el estanque en las condiciones más favorables (es decir, sin pérdidas de calor de las superficies superiores o inferiores del estanque). La energía solar absorbida por la superficie del fondo del estanque puede tratarse como un flujo de calor hacia el agua en esa superficie en este caso.

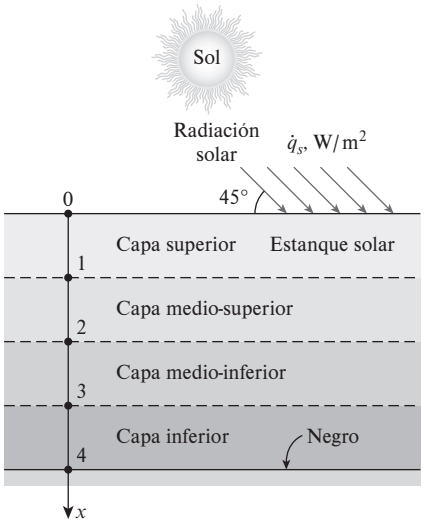


FIGURA P5-155

5-156 Reconsidere el problema 5-155. La absorción de radiación solar en ese caso puede expresarse con mayor precisión como un polinomio de cuarto grado como

$$\dot{e}(x) = \dot{q}_s(0.859 - 3.415x + 6.704x^2 - 6.339x^3 + 2.278x^4), \text{W/m}^3$$

donde $\dot{q}_s$ es el flujo solar incidente en la superficie del estanque en W/m^2 y x es la distancia desde la superficie libre del estanque en m. Resuelva el problema 5-155 utilizando esta relación para la absorción de la radiación solar.

5-157 Se enfría la superficie superior de una placa de latón caliente mediante un chorro de aire a una temperatura de 15 °C y un coeficiente de transferencia de calor por convección de 220 W/m$^2\cdot$K. La placa de latón de 10 cm de espesor ($\rho = 8\,530$ kg/m^3, $c_p = 380$ J/kg·K, $k = 110$ W/m·K y $\alpha = 33.9 \times 10^{-6}$ m^2/s) tenía una temperatura inicial uniforme de 650 °C, y la superficie inferior de la placa está aislada. Usando un espaciado nodal uniforme $\Delta x = 2.5$ cm, determine *a*) las ecuaciones explícitas de diferencias finitas, *b*) el valor máximo permitido del intervalo de tiempo, *c*) la temperatura en el plano central de la placa de latón después de 1 minuto de enfriamiento, y *d*) compare el resultado en *c*) con la solución analítica aproximada expuesta en el capítulo 4.

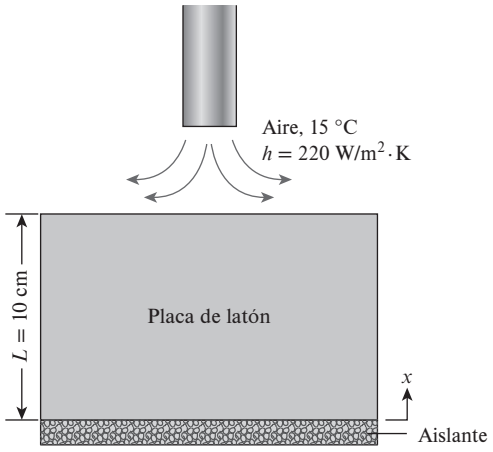


FIGURA P5-157

5-158 Considere un elemento de combustible nuclear de uranio ($k = 35$ W/m·K, $\rho = 19\,070$ kg/m^3 y $c_p = 116$ J/kg·K) de radio 10 cm que experimenta una generación de calor volumétrica a una tasa de 4×10^5 W/m^3 debido a la reacción de fisión nuclear. El elemento de combustible nuclear inicialmente a una temperatura de 500 °C está encerrado dentro de un revestimiento de material de acero inoxidable ($k = 15$ W/m·K, $\rho = 8\,055$ kg/m^3 y $c_p = 480$ J/kg·K) de espesor 4 cm. El elemento combustible se enfría pasando agua pesada a presión sobre la superficie del revestimiento. El agua a presión tiene una temperatura aparente de 50 °C y el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 1 000 W/m$^2\cdot$K. Suponiendo una conducción de calor transitoria unidimensional en coordenadas cartesianas, determine la temperatura en la barra de combustible y en el revestimiento después de 10, 20 y 30 min. Use la formulación implícita de diferencias finitas con un tamaño de malla uniforme de 2 cm y un intervalo de tiempo de 1 min.

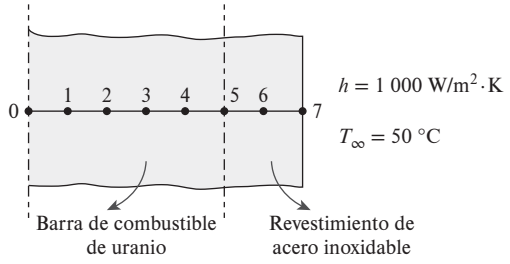


FIGURA P5-158

5-159 Comenzando con un balance de energía en un elemento de volumen, obtenga la ecuación de diferencias finitas explícita transitoria bidimensional para un nodo interior general en coordenadas rectangulares para $T(x, y, t)$ para el caso de conductividad térmica constante y generación de calor uniforme.

5-160 Una barra larga de acero tiene la sección transversal que se muestra en la figura P5-160. La barra se retira de un horno de tratamiento térmico a $T_i = 700$ °C y se coloca en el fondo de un tanque lleno de agua a 10 °C. Para intensificar la

transferencia de calor, el agua circula vigorosamente, lo que crea una temperatura prácticamente constante $T_s = 10$ °C en todos los lados de la barra, excepto en el lado inferior, que es adiabático. Las propiedades de la barra son $c_p = 430$ J/kg·K, $k = 40$ W/m·K y $\rho = 8\ 000$ kg/m^3.

a) Escriba las ecuaciones de diferencias finitas para las temperaturas desconocidas en la cuadrícula utilizando el método explícito. Agrupe todas las cantidades constantes en un término. Identifique parámetros adimensionales como Bi y Fo, si corresponde.

b) Determine el rango de intervalos de tiempo para los cuales el esquema explícito es numéricamente estable.

c) Para $\Delta t = 10$ s, determine el campo de temperatura en $t = 10$ s y 20 s. Complete la tabla a continuación.

Nodo	T(10 s)	T(20 s)
1	_____	_____
2	_____	_____
3	_____	_____
4	_____	_____
5	_____	_____
6	_____	_____
7	_____	_____

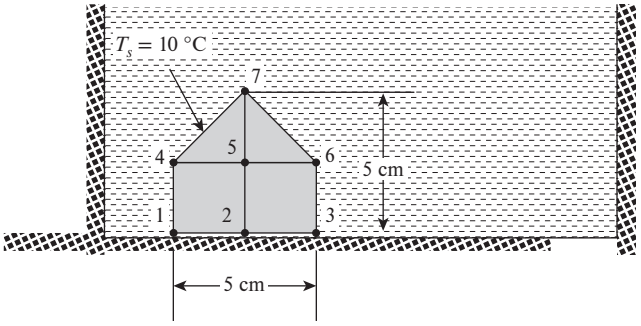


FIGURA P5-160

Problemas de examen sobre Fundamentos de ingeniería (FI)

5-161 La conducción de calor de diferencia directa inestable para una aleta de pasador de área constante (A) con el perímetro p, cuando se expone al aire a temperatura T_0 con un coeficiente de transferencia de calor por convección h, es

$$T_m^{*+1} = \frac{k}{\rho c_p \Delta x^2}\left[T_{m-1}^* + T_{m+1}^* + \frac{hp\Delta x^2}{A}T_0\right] - \left[1 - \frac{2k}{\rho c_p \Delta x^2} - \frac{hp}{\rho c_p A}\right]T_m^*$$

Para que esta ecuación produzca una solución estable, la cantidad $\dfrac{2k}{\rho c_p \Delta x^2} + \dfrac{hp}{\rho c_p A}$ debe ser:

a) negativo, *c*) positivo, *e*) < 1
b) cero, *d*) > 1,

5-162 Actúa aire a temperatura T_0 sobre la superficie superior del sólido rectangular que se muestra en la figura P5-162 con un coeficiente de transferencia de calor por convección h. La ecuación de conducción de calor de diferencias finitas en estado estacionario correcta para el nodo 3 de este sólido es:

a) $T_3 = [(k/2\Delta)(T_2 + T_4 + T_7) + hT_0]/[(k/\Delta) + h]$
b) $T_3 = [(k/2\Delta)(T_2 + T_4 + 2T_7) + hT_0]/[(2k/\Delta) + h]$
c) $T_3 = [(k/\Delta)(T_2 + T_4) + hT_0]/[(2k/\Delta) + h]$
d) $T_3 = [(k/\Delta)(T_2 + T_4 + T_7) + hT_0]/[(k/\Delta) + h]$
e) $T_3 = [(k/\Delta)(2T_2 + 2T_4 + T_7) + hT_0]/[(k/\Delta) + h]$

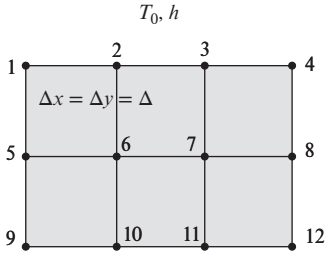


FIGURA P5-162

5-163 ¿Cuál es la ecuación de conducción de calor de diferencia directa inestable correcta del nodo 6 del sólido rectangular que se muestra en la figura P5-163 si su temperatura en el momento anterior (Δt) es T^*_6?

a) $T_6^{i+1} = [k\Delta t/(\rho c_p \Delta^2)](T_5^* + T_2^* + T_7^* + T_{10}^*) + [1 - 4k\Delta t/(\rho c_p \Delta^2)]T_6^*$

b) $T_6^{i+1} = [k\Delta t/(\rho c_p \Delta^2)](T_5^* + T_2^* + T_7^* + T_{10}^*) + [1 - k\Delta t/(\rho c_p \Delta^2)]T_6^*$

c) $T_6^{i+1} = [k\Delta t/(\rho c_p \Delta^2)](T_5^* + T_2^* + T_7^* + T_{10}^*) + [2k\Delta t/(\rho c_p \Delta^2)]T_6^*$

d) $T_6^{i+1} = [2k\Delta t/(\rho c_p \Delta^2)](T_5^* + T_2^* + T_7^* + T_{10}^*) + [1 - 2k\Delta t/(\rho c_p \Delta^2)]T_6^*$

e) $T_6^{i+1} = [2k\Delta t/(\rho c_p \Delta^2)](T_5^* + T_2^* + T_7^* + T_{10}^*) + [1 - 4k\Delta t/(\rho c_p \Delta^2)]T_6^*$

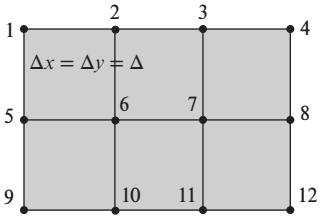


FIGURA P5-163

5-164 ¿Cuál es la ecuación de conducción de calor de diferencias finitas en estado estacionario correcta del nodo 6 del sólido rectangular que se muestra en la figura P5-164?

a) $T_6 = (T_1 + T_3 + T_9 + T_{11})/2$
b) $T_6 = (T_5 + T_7 + T_2 + T_{10})/2$
c) $T_6 = (T_1 + T_3 + T_9 + T_{11})/4$
d) $T_6 = (T_2 + T_5 + T_7 + T_{10})/4$
e) $T_6 = (T_1 + T_2 + T_9 + T_{10})/4$

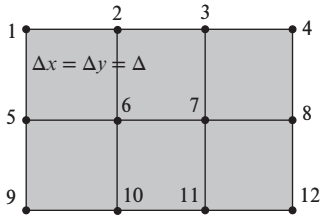


FIGURA P5-164

5-165 Para mejorar la precisión de la solución de diferencias finitas para la temperatura del sólido rectangular que se muestra en la figura P5-165, la altura de las celdas es la mitad del ancho de la celda. Así que la ecuación correcta de conducción de calor de diferencias finitas en estado estacionario para la celda 6 es:

a) $T_6 = 0.1(T_5 + T_7) + 0.4(T_2 + T_{10})$
b) $T_6 = 0.25(T_5 + T_7) + 0.25(T_2 + T_{10})$
c) $T_6 = 0.5(T_5 + T_7) + 0.5(T_2 + T_{10})$
d) $T_6 = 0.4(T_5 + T_7) + 0.1(T_2 + T_{10})$
e) $T_6 = 0.5(T_5 + T_7) + 0.5(T_2 + T_{10})$

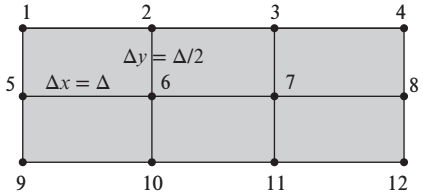


FIGURA P5-165

5-166 Para mejorar la precisión de la solución de diferencias finitas para la temperatura del sólido rectangular que se muestra en la figura P5-166, la altura de las celdas es la mitad del ancho de la celda. Si la superficie izquierda está expuesta al aire a T_0 con un coeficiente de transferencia de calor h, la diferencia finita correcta de balance de energía de conducción de calor para el nodo 5 es:

a) $2T_1 + 2T_9 + T_6 - T_5 + h\Delta/k(T_0 - T_5) = 0$
b) $2T_1 + 2T_9 + T_6 - 2T_5 + h\Delta/k(T_0 - T_5) = 0$
c) $2T_1 + 2T_9 + T_6 - 3T_5 + h\Delta/k(T_0 - T_5) = 0$
d) $2T_1 + 2T_9 + T_6 - 4T_5 + h\Delta/k(T_0 - T_5) = 0$
e) $2T_1 + 2T_9 + T_6 - 5T_5 + h\Delta/k(T_0 - T_5) = 0$

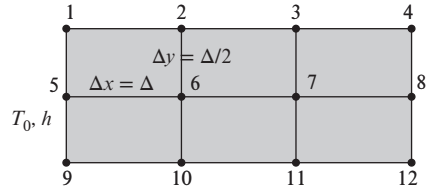


FIGURA P5-166

Problemas de diseño y ensayo

5-167 Escriba un ensayo de dos páginas sobre el método de elementos finitos y explique por qué se usa en la mayoría de los paquetes de software de ingeniería comercial. También explique cómo se compara con el método de diferencias finitas.

5-168 En el mercado hay disponibles numerosos paquetes de software profesional para realizar análisis de transferencia de calor, y se anuncian ampliamente en revistas profesionales como la revista *Mechanical Engineering* publicada por la Sociedad Estadounidense de Ingenieros Mecánicos (ASME). Su compañía decide comprar dicho paquete de software y le pide que prepare un informe sobre los paquetes disponibles, sus costos, capacidades, facilidad de uso y compatibilidad con el hardware disponible y otros softwares, así como la reputación de la compañía de software, sus antecedentes, salud financiera, atención al cliente, capacitación y perspectivas de futuro, entre otras cosas. Después de una investigación preliminar, seleccione los tres paquetes principales y prepare un informe completo sobre ellos.

5-169 Diseñe una placa de descongelación para acelerar la descongelación de alimentos planos, como filetes congelados y vegetales envasados, y evalúe su desempeño utilizando el método de diferencias finitas. Compare su diseño con las placas de descongelación actualmente disponibles en el mercado. La placa debe funcionar bien y debe ser adecuada para su compra y uso como utensilio doméstico, duradera, fácil de limpiar, fácil de fabricar y asequible. Se espera que los alimentos congelados estén a una temperatura inicial de –18 °C al inicio del proceso de descongelación y a 0 °C al final con todo el hielo derretido. Especifique el material, la forma, el tamaño y el espesor de la placa propuesta. Justifique sus recomendaciones mediante cálculos. Tome en su análisis las temperaturas del ambiente y de la superficie alrededor igual a 20 °C y el coeficiente de transferencia de calor por convección como 15 $W/m^2 \cdot K$. Para un caso típico, determine el tiempo de descongelación con y sin la placa.

5-170 Diseñe una caja de seguridad resistente al fuego cuyas dimensiones exteriores sean 0.5 m × 0.5 m × 0.5 m, que proteja su contenido (que puede arder) del fuego que puede durar hasta 2 h. Suponga que la caja estará expuesta a un entorno a una temperatura promedio de 700 °C con un coeficiente combinado de transferencia de calor de 70 $W/m^2 \cdot K$, y la temperatura dentro de la caja debe estar por debajo de 150 °C al final de 2 h. La cavidad de la caja debe ser lo más grande posible mientras se cumplan las restricciones de diseño, y el material del aislante seleccionado debe soportar las altas temperaturas a las que estará expuesto. El costo, la durabilidad y la resistencia también son consideraciones importantes en la selección de los materiales aislantes.

Elemento de diseño: "Icono de C&S © McGraw-Hill Education; Icono de PtD © McGraw-Hill Education; arte de la computadora © McGraw-Hill Education"

CAPÍTULO

6

FUNDAMENTOS DE LA CONVECCIÓN

Hasta el momento, se ha considerado que la *conducción* es el mecanismo de transferencia de calor a través de un sólido o un fluido en reposo. Ahora se estudiará a la *convección* que constituye el mecanismo de transferencia de calor a través de un fluido, en presencia de un movimiento masivo de este.

La convección se clasifica en *natural* (o *libre*) y *forzada*, dependiendo de cómo se inicia el movimiento del fluido. En la convección forzada, el fluido es inducido a fluir sobre una superficie o dentro de una tubería por medios externos, como una bomba o un ventilador. En la convección natural, cualquier movimiento de un fluido es causado por medios naturales, como el efecto de flotación, el cual se manifiesta como la elevación de fluido caliente y la caída del fluido frío. La convección también se clasifica como externa e interna, dependiendo en si el fluido es forzado a circular sobre una superficie o dentro de una tubería.

Este capítulo comienza con una descripción física general del mecanismo de convección. Después se analiza las *capas límite de velocidad* y *térmica*, el *flujo laminar* y el *turbulento.* Se continúa con el estudio de los *números adimensionales de Reynolds, Prandtl* y *Nusselt* y su significado físico. Posteriormente, se deducen las *ecuaciones de convección* sobre la base de la conservación de masa, de la cantidad de movimiento, energía, y se obtienen soluciones para el caso de *flujo sobre una placa plana*. Después se adimensionalizan las ecuaciones de convección, para obtener las formas funcionales de fricción y los coeficientes de convección. Por último, se presentan analogías entre la cantidad de movimiento y la transferencia de calor.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al terminar de estudiar este capítulo, usted será capaz de:

- Comprender el mecanismo físico de la convección y su clasificación.
- Visualizar el desarrollo de las capas límite de velocidad y térmica durante el flujo sobre superficies.
- Obtener un conocimiento práctico sobre los números adimensionales de Reynolds, Prandtl y Nusselt.
- Distinguir entre un flujo laminar y uno turbulento, así como obtener un conocimiento práctico de los mecanismos de cantidad de movimiento y transferencia de calor durante el flujo turbulento.
- Deducir las ecuaciones diferenciales que rigen la convección con base en la masa, cantidad de movimiento y balances de energía, y resolver dichas ecuaciones para algunos casos sencillos como el flujo laminar sobre una placa plana.
- Adimensionalizar las ecuaciones de convección y obtener las formas funcionales de fricción y los coeficientes de transferencia de calor.
- Utilizar analogías entre la cantidad de movimiento y transferencia de calor, así como determinar el coeficiente de transferencia de calor a partir de su conocimiento sobre el coeficiente de fricción.

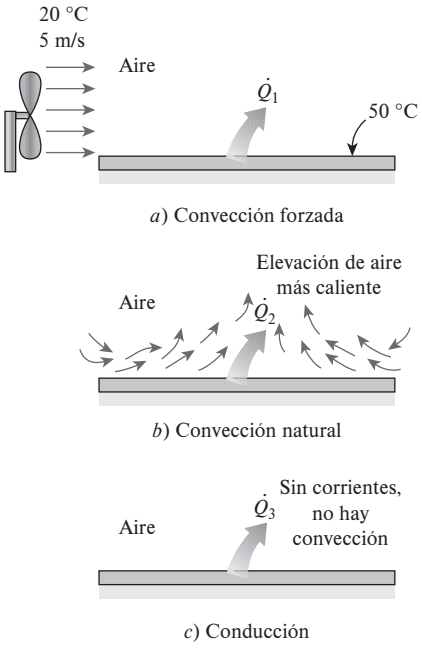


FIGURA 6-1

Transferencia de calor de una superficie caliente hacia el fluido circundante por convección y por conducción.

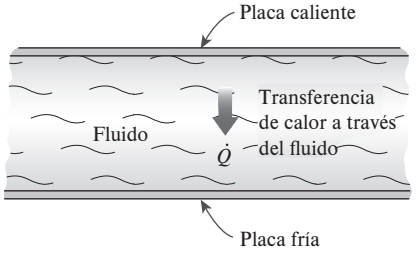


FIGURA 6-2

Transferencia de calor mediante un fluido que se encuentra entre dos placas paralelas.

6-1 ▪ MECANISMO FÍSICO DE LA CONVECCIÓN

En el capítulo 1 se mencionó que existen tres mecanismos básicos de transferencia de calor: conducción, convección y radiación. La conducción y la convección son similares en que ambos requieren un medio material. Sin embargo, son diferentes en el sentido de que la convección necesita el movimiento de un fluido.

La transferencia de calor a través de un sólido es siempre por conducción, puesto que las moléculas de un sólido permanecen en posiciones relativamente fijas. Sin embargo, la transferencia de calor a través de un líquido o un gas puede llevarse a cabo por conducción o por convección, dependiendo del movimiento masivo del fluido. La transferencia de calor a través de un fluido es por convección cuando hay movimiento masivo del fluido, y por conducción en ausencia de este; por tanto, la conducción en un fluido puede verse como el caso límite de convección correspondiente al caso de fluido en reposo (figura 6-1).

La transferencia de calor por convección es complicada por el hecho de que involucra fluido en movimiento, así como conducción de calor. El movimiento del fluido mejora la transferencia de calor, puesto que este pone en contacto partes del fluido que son más calientes y frías, iniciando la conducción a velocidades más elevadas y en un mayor número de sitios en un fluido. Por tanto, la velocidad de transferencia de calor a través de un fluido es mucho más elevada por convección que por conducción. De hecho, a medida que la velocidad del fluido es más elevada, la velocidad de transferencia de calor será mayor.

Con el fin de aclarar este punto, considere la transferencia de calor estable a través de un fluido contenido entre dos placas paralelas que se mantienen a diferentes temperaturas, como se muestra en la figura 6-2. Las temperaturas del fluido y de la placa son las mismas en los puntos de contacto debido a la continuidad de la temperatura. Suponiendo que no existe movimiento de fluido, la energía de las moléculas del fluido más caliente cercanas a la placa caliente se transfiere a las moléculas del fluido más frío adyacente. Dicha energía se transfiere a la siguiente capa de moléculas de fluido más frías; después se transfiere a la siguiente capa de moléculas de fluido más frías. De nuevo es transferida a la siguiente capa del fluido más frío y así, de forma sucesiva, hasta que finalmente llega a la otra placa; esto es lo que pasa durante la conducción a través de un fluido. Ahora, mediante una jeringa obtenga el fluido cercano a la placa caliente e inyéctelo cerca de la placa fría, realícelo repetidas veces. Esto acelerará el proceso de transferencia de calor de manera considerable, puesto que parte de la energía será transportada al otro lado como resultado del movimiento del fluido.

Considere el enfriamiento de un bloque caliente con un ventilador que sopla aire sobre su superficie. Se sabe que el calor será transferido del bloque caliente hacia el aire más frío en los alrededores, y que el bloque de un momento a otro se enfriará. También se sabe que el bloque se enfriará más rápido si el ventilador se pone a trabajar a una velocidad más elevada. Si se reemplaza aire por agua, la transferencia de calor por convección mejorará aún más.

La experiencia ha demostrado que la transferencia de calor por convección depende significativamente de las propiedades del fluido, *viscosidad dinámica* μ, *conductividad térmica k, densidad* ρ *y calor específico* c_p, *así como también de la velocidad del fluido V.* También depende de la *geometría* y la *dureza* de la superficie sólida, además del *tipo de flujo del fluido* (tal como laminar o turbulento). Por tanto, es de esperarse que las relaciones de transferencia de calor por convección sean muy complejas debido a la dependencia de la convección de muchas variables. Esto no es una sorpresa, puesto que la convección es el mecanismo más complejo de la transferencia de calor.

A pesar de la complejidad de la convección, se ha observado que la velocidad de transferencia de calor por convección es proporcional a la diferencia de temperatura

y se expresa de manera apropiada por medio de la **Ley del enfriamiento de Newton** como:

$$\dot{q}_{\text{conv}} = h(T_s - T_\infty) \quad (\text{W/m}^2) \tag{6-1}$$

o

$$\dot{Q}_{\text{conv}} = hA_s(T_s - T_\infty) \qquad (\text{W}) \tag{6-2}$$

donde:

h = coeficiente de transferencia de calor por convección, $\text{W/m}^2 \cdot \text{K}$
A_s = área de la transferencia de calor, m^2
T_s = temperatura de la superficie, °C
T_μ = temperatura del fluido suficientemente alejado de la superficie, °C.

A juzgar por sus unidades, el **coeficiente de transferencia de calor** por **convección** h puede definirse *como la razón de transferencia de calor entre la superficie de un sólido y un fluido por unidad de área superficial y por unidad de diferencia en la temperatura.*

No se deje llevar por la simple apariencia de esta relación, ya que el coeficiente de transferencia de calor por convección h, depende de las variables antes mencionadas y, por consiguiente, es difícil de determinar.

El flujo de fluidos a menudo está confinado por superficies sólidas y es importante comprender que la presencia de estas superficies afecta el flujo de fluidos. Considere el flujo de un fluido en una tubería estacionaria o sobre una superficie sólida que es no porosa (es decir, impermeable al fluido). Todas las observaciones experimentales indican que un fluido en movimiento se detiene totalmente en la superficie y toma un valor de velocidad igual a cero en relación con la superficie. Esto significa que el fluido en contacto directo con un sólido se "adhiere" a la superficie debido a los efectos viscosos, y no hay ningún deslizamiento. A esto se le conoce con el nombre de **condición de no deslizamiento**.

La figura 6-3, obtenida de un video, muestra claramente la evolución de un gradiente de velocidad como resultado de un fluido que se adhiere a la superficie de un cuerpo romo. La capa que se adhiere a la superficie disminuye la velocidad de la capa del fluido adyacente debido a las fuerzas viscosas entre las capas del fluido, las cuales disminuyen la velocidad de la capa siguiente y así sucesivamente. Por tanto, la condición de no deslizamiento es responsable del desarrollo del perfil de velocidad. La región de flujo adyacente a la pared en la que los efectos viscosos (y, por tanto, los gradientes de velocidad) son significativos, se llama **capa límite**. La propiedad del fluido responsable de la condición de no deslizamiento y el desarrollo de la capa límite es la *viscosidad*, y esta se estudia brevemente en la sección 6-2.

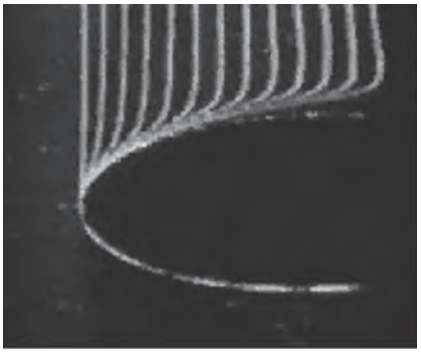


FIGURA 6-3

Desarrollo de un perfil de velocidad debido a la condición de no deslizamiento a medida que un fluido fluye sobre un cuerpo romo.

Cortesía de HHR-Hydroscience & Engineering.

Una capa de fluido adyacente a una superficie en movimiento tiene la misma velocidad. Una consecuencia de la condición de no deslizamiento es que todos los perfiles de velocidad deben tener valores de cero respecto a la superficie en los puntos de contacto entre un fluido y la superficie sólida (figura 6-4). Otra consecuencia de la condición de no deslizamiento es el *arrastre superficial,* que es la fuerza que un fluido ejerce sobre una superficie en la dirección del flujo.

Una implicación de la condición de no deslizamiento es que la transferencia de calor de la superficie del sólido hacia la capa de fluido adyacente a la superficie es por *conducción pura,* puesto que la capa de fluido esta inmóvil y puede expresarse como:

$$\dot{q}_{\text{conv}} = \dot{q}_{\text{cond}} = -k_{\text{fluido}} \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} \qquad (\text{W/m}^2) \tag{6-3}$$

donde T representa la distribución de temperatura en el fluido y $(\partial T/\partial y)_{y=0}$ es el *gradiente de temperatura* en la superficie. Posteriormente, el calor se aleja *por con-*

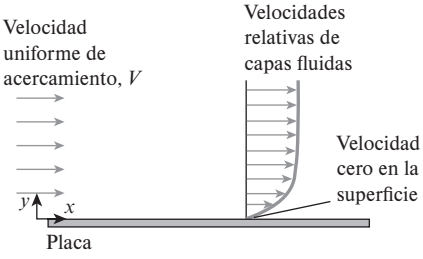


FIGURA 6-4

Un fluido que fluye sobre una superficie estacionaria se llega a detener completamente en su superficie debido a la condición de no deslizamiento.

FIGURA 6-5

Wilhelm Nusselt (1882-1957), fue un ingeniero alemán que nació en Nuremberg, Alemania. Estudió mecánica en la Universidad Técnica de Berlín-Charlottenburg y Munich y realizó estudios avanzados en matemáticas y física. Su tesis doctoral fue sobre la "Conductividad de materiales aislantes", la cual concluyó en 1907. En 1915, Nusselt publicó su artículo pionero: "Las leyes básicas sobre la transferencia de calor", en la que propuso por primera vez los grupos adimensionales ahora conocidos como los parámetros principales en la teoría de la similitud de la transferencia de calor. Sus famosos trabajos tuvieron que ver con la condensación de la película de vapor en superficies verticales, la combustión de carbón pulverizado y la analogía entre la transferencia de calor y masa en la evaporación. Entre sus trabajos matemáticos más conocidos se encuentran las soluciones para la transferencia laminar de calor en la región de entrada de los tubos, y el intercambio de calor en flujos cruzados, así como en la teoría básica de los regeneradores.

Fuente: Wikipedia

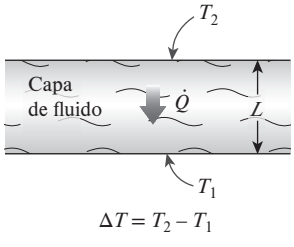


FIGURA 6-6

Transferencia de calor a través de una capa de fluido de espesor L y diferencia de temperatura ΔT.

vección de la superficie como resultado del movimiento del fluido. Note que la transferencia de calor por convección de la superficie de un sólido hacia un fluido es resultado de la transferencia de calor por conducción de esa superficie del sólido hacia la capa del fluido adyacente a la superficie. Por tanto, se igualan las ecuaciones 6-1 y 6-3 relacionadas con el flujo de calor, y se obtiene:

$$h = \frac{-k_{\text{fluido}}(\partial T/\partial y)_{y=0}}{T_s - T_\infty} \quad (\text{W/m}^2 \cdot \text{K}) \tag{6-4}$$

para la determinación del *coeficiente de transferencia de calor por convección* cuando la distribución de temperatura dentro del fluido es conocida.

El coeficiente de transferencia de calor por convección, en general, varía a lo largo de la dirección del flujo (o dirección x). El coeficiente de transferencia de calor por convección *promedio o medio* para una superficie en tales casos se determina al promediar los coeficientes de transferencia de calor por convección *locales* en toda la superficie.

Número de Nusselt

En estudios sobre convección, es una práctica muy común adimensionar las ecuaciones gobernantes y combinar las variables, las cuales se agrupan en *números adimensionales,* con la finalidad de reducir el número total de variables. También es una práctica muy común adimensionar el coeficiente de transferencia de calor h con el número de Nusselt, el cual se define como:

$$\text{Nu} = \frac{hL_c}{k} \tag{6-5}$$

donde k es la conductividad térmica del fluido y L_c es la *longitud característica*. El número de Nusselt se conoce así en honor de Wilhelm Nusselt (figura 6-5), quien realizó contribuciones muy importantes a la transferencia de calor convectiva en la primera mitad del siglo XX, y es conocido como el *coeficiente adimensional de transferencia de calor por convección.*

Para comprender el significado físico del número de Nusselt, considere una capa de fluido de espesor L y diferencia de temperatura $\Delta T = T_2 - T_1$, como se muestra en la figura 6-6. La transferencia de calor a través de la capa de fluido es por *convección* cuando el fluido involucra algún tipo de movimiento, y por *conducción* cuando la capa de fluido no tiene movimiento. Para cualquiera de los dos casos, el flujo de calor (la velocidad de transferencia de calor por unidad de área superficial) es:

$$\dot{q}_{\text{conv}} = h\Delta T \tag{6-6}$$

y

$$\dot{q}_{\text{cond}} = k\frac{\Delta T}{L} \tag{6-7}$$

La razón de ambas ecuaciones es:

$$\frac{\dot{q}_{\text{conv}}}{\dot{q}_{\text{cond}}} = \frac{h\Delta T}{k\Delta T/L} = \frac{hL}{k} = \text{Nu} \tag{6-8}$$

lo cual es el número de Nusselt, así que el número de Nusselt representa el incremento de la transferencia de calor a través de una capa de fluido como resultado de la convección en relación con la conducción a través de la misma capa de fluido. A medida que el número de Nusselt se incremente, más eficaz es la convección. Un número de Nusselt de Nu = 1 para una capa de fluido representa transferencia de calor a través de esta por conducción pura.

La convección forzada se usa en nuestra vida diaria más a menudo de lo que se piensa (figura 6-7). Se recurre a la convección forzada siempre que se desea aumentar la velocidad de transferencia de calor de un objeto caliente. Por ejemplo, encender el ventilador en los días de un verano cálido para ayudar a que nuestro cuerpo se enfríe de manera más eficaz. A mayor velocidad del ventilador, mejor se siente. Se *agita* nuestra sopa o se *sopla* una rebanada de pizza caliente para que se enfríe más rápido. El aire en los días de invierno con mucho viento se siente mucho más frío de lo que en realidad es. La solución más simple a los problemas de calentamiento en los circuitos electrónicos es utilizar un ventilador suficientemente grande para enfriarlos.

FIGURA 6-7
Se recurre a la convección forzada siempre que se necesite incrementar la razón de transferencia de calor.

EJEMPLO 6-1 **Cálculo de la transferencia de calor a partir del perfil de temperaturas**

Durante el flujo de aire a $T_\infty = 20\ ^\circ\text{C}$ sobre la superficie de una placa que se mantiene a una temperatura constante de $T_S = 160\ ^\circ\text{C}$, el perfil de temperatura adimensional dentro de la capa de aire que circula sobre la placa se calcula de la siguiente manera:

$$\frac{T(y) - T_\infty}{T_s - T_\infty} = e^{-ay}$$

donde $a = 3\ 200\ \text{m}^{-1}$ y y es la distancia vertical medida a partir de la superficie de la placa en metros (figura 6-8). Determine el flujo de calor en la superficie de la placa y el coeficiente de transferencia de calor por convección.

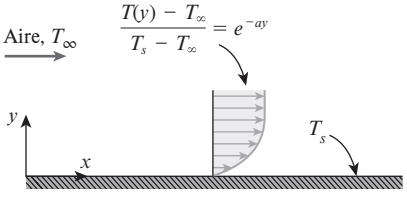


FIGURA 6-8
Esquema para el ejemplo 6-1.

SOLUCIÓN El flujo de aire sobre una placa plana tiene un determinado perfil de temperatura. Se debe calcular el flujo de calor sobre la superficie de la placa y el coeficiente de transferencia de calor por convección.

Suposiciones **1** El perfil de temperatura adimensional representa la variación de temperatura sobre toda la placa. **2** La transferencia de calor por radiación es despreciable.

Propiedades La conductividad térmica del aire en la temperatura de la película es $T_f = (T_s + T_\infty)/2 = (160\ ^\circ\text{C} + 20\ ^\circ\text{C})/2 = 90\ ^\circ\text{C}$ es $k = 0.03024\ \text{W/m} \cdot \text{K}$ (tabla A-15).

Análisis Observando que la transferencia de calor desde la superficie de la placa hacia el aire es por conducción, el flujo de calor desde la superficie del sólido hacia la capa de fluido adyacente y la superficie se determina por medio de:

$$\dot{q} = \dot{q}_{\text{cond}} = -k_{\text{fluido}} \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}$$

donde el gradiente de temperatura en la superficie de la placa es:

$$\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} = (T_s - T_\infty)a[e^{-ay}]_{y=0} = (T_s - T_\infty)(-a)$$
$$= (160\ ^\circ\text{C} - 20\ ^\circ\text{C})(-3\ 200\ \text{m}^{-1}) = -4.48 \times 10^5\ ^\circ\text{C/m}$$

Sustituyendo, se determina que el flujo de calor es:

$$\dot{q} = -(0.03024\ \text{W/m} \cdot \text{K})(-4.48 \times 10^5\ ^\circ\text{C/m}) = \mathbf{1.35 \times 10^4\ W/m^2}$$

Entonces, el coeficiente de transferencia de calor por convección es:

$$h = \frac{-k_{\text{fluido}}(\partial T/\partial y)_{y=0}}{T_s - T_\infty} = \frac{-(0.03024\ \text{W/m}\cdot\text{K})(-4.48 \times 10^5\ ^\circ\text{C/m})}{(160\ ^\circ\text{C} - 20\ ^\circ\text{C})} = \mathbf{96.8\ W/m^2\cdot K}$$

Discusión El coeficiente de transferencia de calor por convección se puede determinar a partir de la ley del enfriamiento de Newton, $\dot{q} = h(T_s - T_\infty)$.

6-2 ▪ CLASIFICACIÓN DE LOS FLUJOS DE FLUIDOS

La transferencia de calor por convección está relacionada con la mecánica de fluidos, que es la ciencia que trata con el comportamiento de fluidos en reposo o en movimiento y de la interacción de los fluidos con sólidos u otros fluidos en las fronteras. Existe una variedad de problemas sobre flujo de fluidos que se encuentran en la práctica, y es conveniente clasificarlos con base en algunas características en común para hacer factible su estudio en grupos. Existen varias maneras de clasificar los problemas sobre flujo de fluidos, aquí se presentan algunas categorías generales.

Región viscosa de flujo en comparación con la no viscosa

Cuando dos capas de fluido se mueven una en relación con otra, se desarrolla una fuerza de fricción entre ellas y la capa más lenta trata de desacelerar a la más rápida. Esta resistencia interna al flujo es cuantificada por una propiedad del fluido llamada *viscosidad*, que es una medida de la adhesividad interna del fluido. La viscosidad es causada por las fuerzas de cohesión entre las moléculas en los líquidos y por colisiones moleculares en los gases. No existe fluido con viscosidad cero y, por tanto, todos los flujos de fluido involucran efectos viscosos en algún grado. A los flujos en los que los efectos de la fricción son significativos se les llama **flujos viscosos**. Sin embargo, en muchos flujos de interés práctico existen *regiones* (por lo general no cercanas a las superficies sólidas) donde las fuerzas viscosas son despreciables comparadas con las fuerzas inerciales o de presión. Despreciar los términos viscosos en dichas **regiones de flujo no viscoso** simplifica el análisis, sin que esto signifique pérdida de precisión.

El desarrollo de la región de flujo viscoso y no viscoso resultado de insertar una placa plana paralela a una corriente de fluido con velocidad uniforme se muestra en la figura 6-9. El fluido se adhiere a la placa por ambos lados debido a la condición de no deslizamiento y la delgada capa límite en la que los efectos viscosos están muy cercanos a la superficie de la placa se conoce como *región de flujo viscoso*. La región de flujo en ambos lados, alejada de la placa y que no es afectada por la presencia de esta, se denomina *región de flujo no viscoso.*

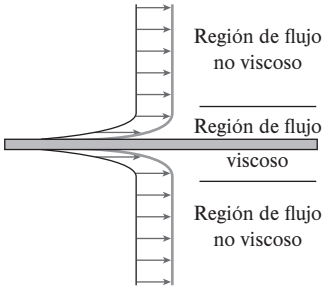


FIGURA 6-9

Flujo de fluido de una corriente uniforme sobre una placa plana y las regiones de flujo viscoso (próximas a la placa en ambos lados) y el flujo no viscoso (alejándose de la placa).

Flujo interno en comparación con el externo

Un flujo de fluidos se clasifica como interno o externo, en función de si es forzado a fluir en un canal confinado o sobre una superficie. El flujo de un fluido no confinado sobre la superficie de una placa, un alambre o una tubería, es un **flujo externo**. El flujo dentro de una tubería o ducto es un **flujo interno** si el fluido está completamente limitado por superficies sólidas. El flujo de agua en una tubería, por ejemplo, es un flujo interno y el flujo de aire sobre una pelota o sobre una tubería expuesta durante un día con viento constituye un flujo externo (figura 6-10). Al flujo de líqui-

dos por un ducto se le llama *flujo de canal abierto,* si el ducto está solo parcialmente lleno con el líquido y existe una superficie libre. Los flujos de agua en ríos y las zanjas de irrigación son ejemplos de dichos flujos.

Los flujos internos son dominados por la influencia de viscosidad en toda la extensión del campo de flujo. En los flujos externos, los efectos de la viscosidad están limitados a las capas límite cercanas a superficies sólidas y a las regiones de la estela que se encuentra detrás de los cuerpos.

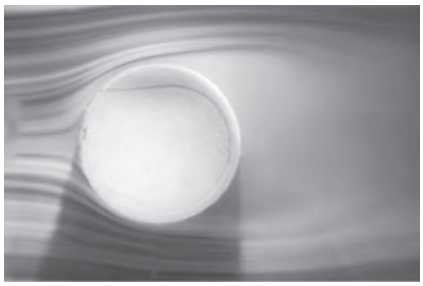


FIGURA 6-10

Flujo externo sobre una pelota de tenis y la región turbulenta de estela detrás de ella.

Cortesía de NASA Ames Research Center y Cislunar Aerospace, Inc.

Flujo compresible en comparación con el incompresible

Un flujo se clasifica como *compresible o incompresible,* dependiendo de la variación de su densidad durante el flujo. La incompresibilidad es una aproximación y se dice que un fluido es **incompresible** si su densidad permanece casi constante durante todo el proceso. Por tanto, el volumen de cada porción de fluido permanece sin cambio a lo largo de su movimiento, cuando el flujo (o el fluido) es incompresible.

Las densidades de los líquidos son esencialmente constantes, de modo que el flujo de líquidos es incompresible; a los líquidos por lo general se les llama *sustancias incompresibles*. Por ejemplo, una presión de 210 atm provoca que la densidad de agua líquida a 1 atm cambie en solo 1%. Por otro lado, los gases son altamente compresibles. Un cambio de presión de 0.01 atm, provoca un cambio de 1% en la densidad del aire atmosférico.

Los flujos líquidos son incompresibles con un alto nivel de precisión; sin embargo, el grado de variación en la densidad de los flujos de gases y el consecuente nivel de aproximación en que se incurre al modelarlos como incompresibles dependen del número de Mach, definido como $\text{Ma} = V/c$, donde c es la **velocidad del sonido** cuyo valor es 346 m/s en el aire a temperatura ambiente al nivel del mar. A menudo, los flujos de gases se consideran incompresibles si los cambios en su densidad se encuentran por debajo de 5%, lo cual es común cuando $\text{Ma} < 0.3$, así que los efectos de compresibilidad del aire pueden ser despreciables a velocidades por debajo de 100 m/s. Observe que el flujo de un gas no es necesariamente un flujo compresible.

Los pequeños cambios en densidad de los líquidos que corresponden a grandes cambios de presión pueden tener aún consecuencias importantes. El irritante "golpe de ariete hidráulico" en una tubería de agua, por ejemplo, es causado por las vibraciones de la tubería generadas por la reflexión de las ondas de presión que se presentan después de que se han cerrado repentinamente las válvulas.

Flujo laminar en comparación con flujo turbulento

Algunos flujos son suaves y ordenados, mientras que otros son muy caóticos. Al movimiento de fluidos altamente ordenado, caracterizado por capas ordenadas de fluido se llama **laminar**. La palabra *laminar* proviene del movimiento de partículas de fluido adyacentes en forma de "láminas". El flujo de fluidos con alta viscosidad, como los aceites a bajas velocidades, por lo general, es un flujo laminar. Al movimiento altamente desordenado de los fluidos que presenta altas velocidades y se caracteriza por fluctuaciones en su velocidad se le conoce como flujo **turbulento** (figura 6-11). El flujo de fluidos de baja viscosidad, como el aire, a altas velocidades es típicamente turbulento. El régimen del flujo influye en gran medida en la potencia requerida para el bombeo. A un flujo que se alterna entre laminar y turbulento se le llama **de transición**.

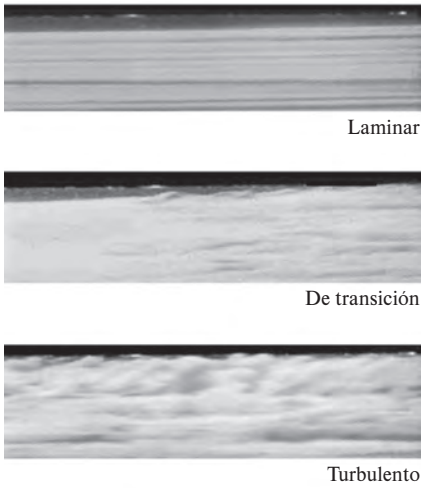


FIGURA 6-11

Flujos laminar, de transición y turbulento.

©Henri Werlé–ONERA, the French Aerospace Lab

Flujo natural (o no forzado) en comparación con flujo forzado

Se dice que un flujo de fluidos es natural o forzado, en función de cómo se inicia el movimiento de ese fluido. En **el fluido forzado**, el fluido es obligado a fluir sobre una superficie o en una tubería por medios externos como, por ejemplo, una bomba

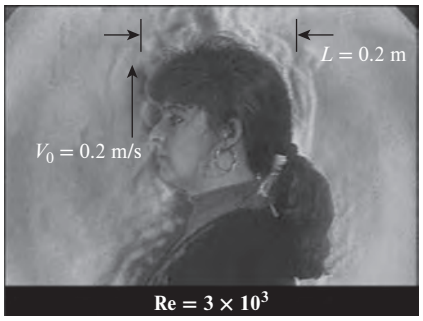


FIGURA 6-12

En esta imagen estrioscópica, surgiendo aire cálido y ligero, adyacente al cuerpo de la persona, denota que los humanos y los animales de sangre caliente están rodeados de columnas térmicas de aire cálido ascendente.

G.S. Settles, Gas Dynamics Lab, Penn State University. Usada con permiso.

o un ventilador. En los **fluidos naturales**, cualquier movimiento del fluido se debe a medios naturales como el efecto de flotabilidad, el cual se manifiesta como el ascenso del fluido más caliente (y, por tanto, más ligero) y el descenso del fluido más frío (y, por tanto, más denso) (figura 6-12). Por ejemplo, en los colectores solares para el calentamiento de agua se utiliza el efecto termosifón, que es utilizado para reemplazar las bombas al colocar el tanque de agua lo suficientemente arriba con respecto a los colectores solares.

Flujo estacionario en comparación con flujo no estacionario

En la ingeniería se utilizan los *términos estacionario* y *uniforme,* por lo que es importante tener una idea clara de sus significados. El término **estacionario** implica *que no se presenta ningún cambio respecto al tiempo.* Lo opuesto al estacionario es **no estacionario.**

El término **uniforme** implica que no se presenta *ningún cambio en relación con la ubicación* a lo largo de una región específica. Estos significados son consistentes con el uso en la vida cotidiana (novia estable, distribución uniforme, etcétera).

Los términos *no estacionario* y *transitorio* a menudo se usan de forma intercambiable; sin embargo, estos términos no son sinónimos. En mecánica de fluidos, *no estacionario* es el término más general que se aplica a cualquier flujo que no es estable, pero **transitorio** se utiliza típicamente para flujos en desarrollo. Por ejemplo, cuando se enciende el motor de un automóvil se presentan efectos transitorios (la presión aumenta dentro del motor, el flujo se acelera, etc.) hasta que el motor se normaliza y opera de manera estable. El término **periódico** se refiere al tipo de flujo no estacionario en el que el flujo oscila respecto a una media estable.

Muchos dispositivos, como turbinas, compresores, quemadores, condensadores e intercambiadores de calor, operan por periodos muy prolongados en las mismas condiciones y, por tanto, se clasifican como *dispositivos de flujo estacionario*. (Observe que el campo de flujo cercano a los álabes de una turbomáquina es no estacionario; pero cuando se clasifican los dispositivos se considera el campo de flujo total, en lugar de los detalles en algunos puntos). Durante un flujo estacionario, las propiedades del fluido pueden cambiar de un punto a otro dentro del dispositivo; sin embargo, en cualquier punto fijo, estas permanecen constantes. Por tanto, el volumen, la masa y la cantidad total de energía de un dispositivo con flujo estacionario o una porción de flujo permanecen constantes durante una operación estacionaria.

Las condiciones de flujo estacionario pueden aproximarse mucho en dispositivos diseñados para su operación continua, como turbinas, bombas, quemadores, condensadores e intercambiadores de calor de las plantas de generación de energía eléctrica o de sistemas de refrigeración. Algunos dispositivos cíclicos, como motores reciprocantes o compresores, no satisfacen las condiciones de flujo estacionario, puesto que el flujo en las entradas y salidas es pulsante y no estacionario en su admisión y su salida. Sin embargo, las propiedades del fluido varían respecto al tiempo de forma periódica y el flujo a través de dichos dispositivos puede aún analizarse como un proceso de flujo estacionario utilizando los valores promediados en el tiempo para las propiedades.

Flujo unidimensional, bidimensional y tridimensional

Un campo de flujo está mejor caracterizado por la distribución de velocidad, y se dice que un flujo es unidimensional, bidimensional o tridimensional si su velocidad varía en una, dos o tres direcciones de coordenadas espaciales, respectivamente. Un flujo de fluido típico involucra una geometría tridimensional, y la velocidad puede variar en las tres direcciones, dando lugar al flujo tridimensional [$\vec{V}(x, y, z)$ en coordenadas rectangulares o $\vec{V}(r, \theta, z)$ en coordenadas cilíndricas]. Sin embargo, la

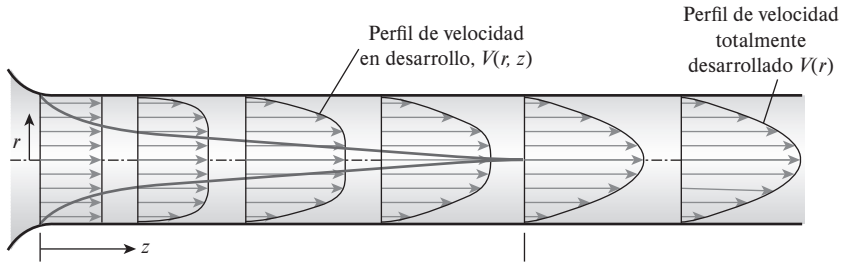


FIGURA 6-13

Desarrollo del perfil de velocidad en una tubería, $V = V(r, z)$ donde el flujo es bidimensional en la región de entrada y se vuelve unidimensional corriente abajo, cuando el perfil de velocidad totalmente se desarrolla, y permanece inalterado en la dirección del flujo, $V = V(r)$.

variación de la velocidad en ciertas direcciones puede ser pequeña en relación con la variación en las otras, y se puede ignorar, con un error despreciable. En dichos casos, el flujo puede modelarse de manera apropiada como unidimensional o bidimensional, que son más fáciles de analizar.

Considere un flujo estacionario de un fluido a través de una tubería conectada a un tanque de gran tamaño. La velocidad del fluido en cualquier punto de la superficie de la tubería es cero debido a la condición de no deslizamiento y el flujo bidimensional en la región de entrada de la tubería, puesto que la velocidad varía en ambas direcciones r y z. El perfil de velocidad se desarrolla totalmente y permanece inalterado después de recorrer cierta distancia, desde la entrada (alrededor de 10 diámetros de tubería en el caso de flujo turbulento y menor a esta distancia en el flujo laminar, como se muestra en la figura 6-13) y se dice que el flujo en esta región está *totalmente desarrollado*. El flujo totalmente desarrollado en una tubería circular es *unidimensional,* puesto que la velocidad varía en la dirección radial r, pero no en las direcciones angular θ o axial z, como se muestra en la figura 6-13. Es decir, el perfil de velocidad es el mismo en cualquier punto axial al eje z, y es simétrico respecto al eje de la tubería.

Observe que la dimensionalidad del flujo también depende de la elección del sistema de coordenadas y de su orientación. Por ejemplo, el flujo en una tubería es unidimensional en coordenadas cilíndricas, mientras que en coordenadas cartesianas es bidimensional, lo que demuestra la importancia de seleccionar el sistema de coordenadas más adecuado. Note que aun en este flujo sencillo, la velocidad no puede ser uniforme a la largo de la sección transversal de la tubería debido a la condición de no deslizamiento. Sin embargo, en la entrada bien redondeada de la tubería, el perfil de velocidad puede aproximarse como si fuera casi uniforme en la tubería, ya que la velocidad es casi uniforme para todo radio, excepto en el caso de los puntos muy cercanos a la pared de la tubería.

6-3 ▪ CAPA LÍMITE DE VELOCIDAD

Considere el flujo paralelo de un fluido sobre una *placa plana,* como se muestra en la figura 6-14. Las superficies ligeramente contorneadas, como los álabes de las turbinas, pueden considerarse placas planas con una precisión razonable. La coordenada x se mide a lo largo de la superficie de la placa, desde *su borde*, en la dirección del flujo, y la y se mide respecto a la superficie en la dirección perpendicular. El fluido se aproxima a la placa en la dirección x a una velocidad uniforme V, la cual es prácticamente idéntica a la velocidad de corriente libre sobre la placa alejándose de la superficie (este no sería el caso para el flujo cruzado sobre objetos romos, en el caso de un cilindro).

Para propósitos de estudio, se puede considerar que el fluido consta de capas adyacentes apiladas unas sobre otras. La velocidad de las partículas en la primera capa de fluido adyacente a la placa se hace cero debido a la condición de no deslizamiento. Esta capa inmóvil disminuye la velocidad de las partículas de la capa

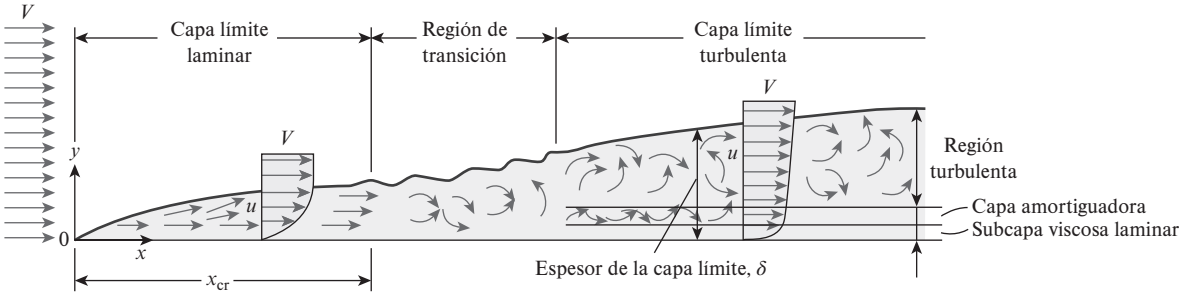


FIGURA 6-14

Desarrollo de la capa límite para un flujo sobre una placa plana y los diferentes regímenes de flujo. *Cortesía de la Universidad de Delaware.*

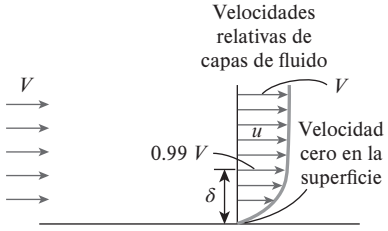


FIGURA 6-15

El desarrollo de una capa límite sobre una superficie se debe a la condición de no deslizamiento y a la fricción.

vecina como resultado de la fricción entre las partículas de dichas capas de fluido adjuntas a diferentes velocidades. Esta capa de fluido, entonces, disminuye la velocidad de las moléculas de la capa siguiente y así sucesivamente. Por tanto, la presencia de la placa se siente hasta cierta distancia normal δ respecto a la placa más allá de la cual la velocidad de la corriente libre permanece esencialmente inalterada. Como resultado, la componente x de la velocidad del fluido u, varía desde 0, en $y = 0$, hasta casi V, en $y = \delta$ (figura 6-15).

A la región del flujo por arriba de la capa limitada por δ en la se sienten los efectos de las fuerzas de corte viscosas causadas por la viscosidad del fluido se le conoce con el nombre de **capa límite de velocidad**. *El espesor de la capa límite* δ se define desde la distancia y se toma, respecto a la superficie, a partir de que $u = 0.99V$.

La línea hipotética de $u = 0.99V$ divide el flujo sobre una placa en dos regiones: la **región de la capa límite**, en la que los efectos viscosos y los cambios de velocidad son significativos, y la **región de flujo no viscoso**, en la que los efectos de fricción son despreciables y la velocidad permanece esencialmente constante.

Esfuerzo cortante superficial

Se tiene el flujo de un fluido sobre la superficie de una placa. La capa de fluido en contacto con la superficie trata de arrastrar la placa por efecto de la fricción, ejerciendo una *fuerza de fricción* sobre ella. De manera similar, una capa de fluido más rápida tratará de arrastrar a la capa adyacente más lenta y ejercerá una fuerza de fricción entre las dos capas. La fuerza de fricción por unidad de área se llama **esfuerzo cortante** y se identifica con la letra τ. Estudios experimentales indican que el esfuerzo de corte en la mayoría de los fluidos es proporcional al *gradiente de velocidad,* y el esfuerzo cortante superficial se expresa como:

$$\tau_w = \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0} \qquad (\mathrm{N/m^2}) \qquad \textbf{(6-9)}$$

donde la constante de proporcionalidad μ es la **viscosidad dinámica** del fluido, cuya unidad es kg/m · s (o, lo que es equivalente a, $\mathrm{N \cdot s/m^2}$ o Pa · s, o poise = 0.1 Pa · s).

Los fluidos que obedecen la relación lineal se llaman **fluidos newtonianos**, en honor a sir Isaac Newton, quien los describió por primera vez en 1687 (figura 1-36). Los fluidos más comunes como el agua, el aire, la gasolina y los aceites, son fluidos newtonianos. La sangre y los plásticos líquidos son ejemplos de fluidos no newtonianos. En este libro se estudian solo los primeros.

En el campo de estudio de flujo de fluidos y la transferencia de calor, la razón de la viscosidad dinámica y la densidad aparecen comúnmente. Por conveniencia, a esta razón se le conoce con el nombre de **viscosidad cinemática** ν y se expresa como

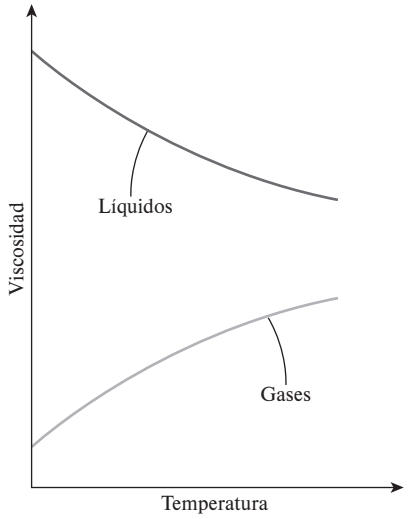


FIGURA 6-16

La viscosidad de los líquidos disminuye y la de los gases aumenta en función de la temperatura.

$\nu = \mu/\rho$. Dos unidades comunes de viscosidad cinemática son m^2/s y el *stoke* (1 stoke = 1 cm^2/s = 0.0001 m^2/s).

La viscosidad de un fluido es una medida de su *resistencia a la deformación,* y depende en gran medida de la temperatura. Las viscosidades de los líquidos *disminuyen* con la temperatura, mientras que las viscosidades de los gases *aumentan* con la misma (figura 6-16). Las viscosidades de algunos fluidos a 20 °C se describen en forma de lista en la tabla 6-1. Observe que las viscosidades de diferentes fluidos difieren varios órdenes de magnitud entre sí.

La determinación del esfuerzo cortante superficial τ_w de la ecuación 6-9 no es práctica, puesto que requiere un conocimiento del perfil de la velocidad del flujo. Un método más práctico en un flujo externo consiste en relacionar τ_w con la velocidad ascendente V como:

$$\tau_w = C_f \frac{\rho V^2}{2} \quad (\text{N/m}^2) \tag{6-10}$$

donde C_f es el **coeficiente de fricción** adimensional o **coeficiente de fricción de piel**, cuyos valores en la mayoría de los casos se determina experimentalmente y ρ es la densidad del fluido. Observe que el coeficiente de fricción, en general, varía en función de la ubicación a lo largo de la superficie. Una vez que se dispone del coeficiente de fricción promedio sobre una superficie dada, la fuerza de fricción sobre la superficie completa se determina a partir de:

$$F_f = C_f A_s \frac{\rho V^2}{2} \quad (\text{N}) \tag{6-11}$$

donde A_s es el área superficial.

El coeficiente de fricción es un parámetro importante de los estudios sobre transferencia de calor, puesto que está relacionado con el coeficiente de transferencia de calor y con los requisitos de potencia de una bomba o un ventilador.

TABLA 6-1

Viscosidades dinámicas de algunos fluidos a 1 atm y 20 °C (a menos que se especifique)

Fluido	Viscosidad dinámica μ, kg/m · s
Glicerina:	
−20 °C	134.0
0 °C	10.5
20 °C	1.52
40 °C	0.31
Aceite para motor:	
SAE 10W	0.10
SAE 10W30	0.17
SAE 30	0.29
SAE 50	0.86
Mercurio	0.0015
Alcohol etílico	0.0012
Agua:	
0 °C	0.0018
20 °C	0.0010
100 °C (líquido)	0.00028
100 °C (vapor)	0.000012
Sangre, 37 °C	0.00040
Gasolina	0.00029
Amoniaco	0.00015
Aire	0.000018
Hidrógeno, 0 °C	0.0000088

6-4 ▪ CAPA LÍMITE TÉRMICA

Se ha visto que se desarrolla una capa límite de velocidad cuando un fluido fluye sobre una superficie como resultado de que la capa de fluido adyacente a la superficie tome la velocidad de esta (es decir, velocidad cero relativa con la superficie). Asimismo, se define la capa límite de velocidad como la región en la que la velocidad del fluido varía de cero a $0.99V$. De manera similar, se desarrolla una *capa límite térmica* cuando un fluido a una temperatura específica fluye sobre una superficie a una temperatura diferente, como se muestra en la figura 6-17.

Considere el flujo de un fluido a una temperatura uniforme T_∞ sobre una placa plana isotérmica a una temperatura T_s. Las partículas de fluido en la capa adyacente a la superficie alcanzan el equilibrio térmico con la placa y asumen la temperatura T_s de la superficie. Dichas partículas de fluido después intercambian energía con partículas en la capa de fluido adjunta, y así sucesivamente. Como resultado, se desarrolla un perfil de temperatura en el campo del fluido que varía en el rango desde T_s en la superficie hasta T_∞ suficientemente lejos de la superficie. La región de flujo sobre la superficie en la que la variación de temperatura en la dirección normal a la superficie es significativa se llama **capa límite térmica**. El *espesor* de la capa de la frontera térmica δ_t a cualquier punto a lo largo de la superficie se define como la *distancia desde la superficie, en la que la diferencia de temperatura* $T - T_s$ *es igual a* $0.99\,(T_\infty - T_s)$. Observe que para el caso especial de $T_s = 0$, se tiene $T = 0.99T_\infty$ en el borde exterior de la capa límite térmica, lo que es análogo a $u = 0.99V$ para la capa límite de velocidad.

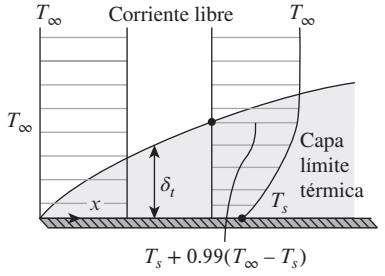


FIGURA 6-17

Capa límite térmica sobre una placa plana (el fluido es más caliente que la superficie de la placa).

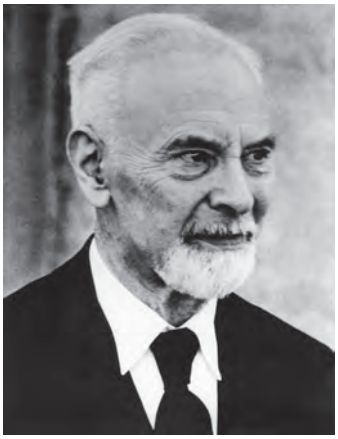


FIGURA 6-18

Ludwig Prandtl (1875-1953) fue un físico alemán famoso por su trabajo en aeronáutica que nació en Freising, Bavaria. Su descubrimiento en 1904 de la capa límite, que se adhiere a la superficie de un cuerpo móvil dentro de un fluido, condujo a la comprensión del arrastre por fricción y de la forma en la que la aerodinámica reduce el arrastre de las alas de un avión, material básico de la aeronáutica y de otros cuerpos en movimiento. También realizó importantes contribuciones a las teorías de flujo supersónico y de turbulencia, y contribuyó en gran medida al desarrollo de los túneles de viento y numeroso equipo aerodinámico. El **número de Prandtl** adimensional fue nombrado en su honor.

© *ullstein bild Dtl/Getty Images*

El espesor de la capa límite térmica se incrementa en la dirección del flujo, ya que los efectos de la transferencia de calor se sienten a distancias más grandes respecto a la superficie.

La velocidad de transferencia de calor por convección en cualquier punto a lo largo de la superficie está directamente relacionada con el gradiente de temperatura en ese punto. Por tanto, la forma del perfil de temperatura en la capa límite térmica determina la transferencia de calor por convección entre la superficie sólida y el fluido que fluye sobre dicha superficie. En el flujo sobre una superficie calentada (o enfriada), tanto la capa límite de velocidad como la térmica se desarrollan simultáneamente. Dado que la velocidad del fluido tendrá una gran influencia sobre el perfil de temperatura, el desarrollo de la capa límite de velocidad en relación con la térmica tendrá un enorme efecto en la transferencia de calor por convección.

Número de Prandtl

El espesor relativo de las capas límite de velocidad y térmica se describen por medio del parámetro *adimensional* llamado **número de Prandtl**, y se define como:

$$\text{Pr} = \frac{\text{Difusividad molecular de la cantidad de movimiento}}{\text{Difusividad molecular del calor}} = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu c_p}{k} \qquad \textbf{(6-12)}$$

Recibe este nombre en honor de Ludwig Prandtl (figura 6-18), quien introdujo el concepto de capa límite en 1904 e hizo contribuciones importantes a la teoría de capas límite. Los números de Prandtl de los fluidos se encuentran en el rango de menos de 0.01 para metales líquidos, hasta más de 100 000 para aceites pesados (tabla 6-2). Observe que el número de Prandtl está en el orden de 10 para el agua.

Los números de Prandtl de los gases están alrededor de 1, lo cual indica que tanto la cantidad de movimiento, como el calor se disipan a través del fluido aproximadamente a la misma velocidad. El calor se difunde muy rápido en metales líquidos ($\text{Pr} \ll 1$) y muy lentamente en aceites ($\text{Pr} \gg 1$) en relación con la cantidad de movimiento. Como consecuencia, la capa límite térmica es mucho más gruesa en los metales líquidos y muy delgada para los aceites, en relación con la capa límite de velocidad.

Los metales líquidos son una clase especial de fluidos con números de Prandtl muy bajos (tabla 6-2). Los números de Prandtl tan bajos se deben a la alta conductividad térmica de dichos fluidos, dado que el calor específico y la viscosidad de los metales líquidos son muy comparables con otros fluidos comunes. Se ha puesto un especial interés en los metales líquidos como refrigerantes en aplicaciones donde grandes cantidades de calor deben extraerse de un espacio relativamente pequeño, como en el caso de un reactor nuclear. Los metales líquidos, además de tener valores de conductividad térmica elevados, tienen una alta capacidad térmica, una baja presión de vapor y un punto de fusión bajo. Dichos metales permanecen en su estado líquido a temperaturas más altas en comparación con los fluidos convencionales. Esto los hace más atractivos para su uso en intercambiadores de calor compactos. Pero, los metales líquidos son corrosivos por naturaleza, y al contacto con el aire o con el agua puede generar resultados muy peligrosos. Se han desarrollado medidas apropiadas para el manejo de dichos metales.

TABLA 6-2

Rangos típicos del número de Prandtl para fluidos comunes

Fluido	Pr
Metales líquidos	0.004-0.030
Gases	0.7-1.0
Agua	1.7-13.7
Fluidos orgánicos ligeros	5-50
Aceites	50-100 000
Glicerina	2 000-100 000

6-5 ▪ FLUJO LAMINAR Y TURBULENTO

Si usted ha estado conviviendo con fumadores, probablemente haya notado que el humo del cigarro se eleva, formando como una columna regular los primeros centímetros y, después comienza a fluctuar aleatoriamente en todas direcciones a medida

que continúa elevándose. Otras columnas de humo se comportan de manera similar (figura 6-19). De forma semejante, una inspección cuidadosa del flujo en una tubería revela que el flujo del fluido sigue líneas de corriente a bajas velocidades, pero se vuelve caótico a medida que la velocidad aumenta más allá de un valor crítico, como se muestra en la figura 6-20. Se dice en el primer caso que el régimen del fluido es **laminar** y está caracterizado por *líneas de corriente suaves y un movimiento altamente ordenado*, y en el segundo caso es **turbulento**, y se caracteriza por *fluctuaciones en la velocidad y un movimiento totalmente desordenado.* La **transición** entre el flujo laminar y el turbulento no ocurre súbitamente; en lugar de eso, primero se presenta en alguna región en la que el flujo fluctúa entre laminar y turbulento antes de convertirse en turbulento totalmente. La mayoría de los flujos que se pueden encontrar en la práctica son turbulentos. El flujo laminar puede encontrarse en fluidos de alta viscosidad como los aceites, que fluyen en muy estrechos pasajes o tuberías.

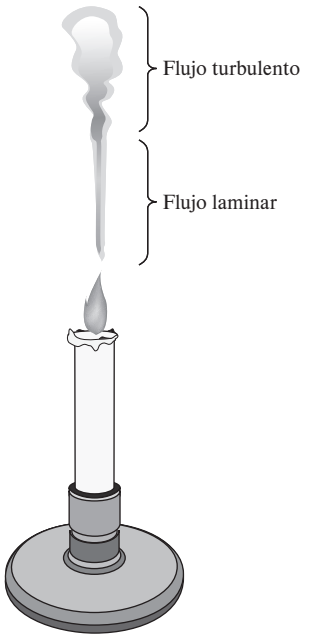


FIGURA 6-19
Regímenes de flujo laminar y flujo turbulento del humo de una vela.

Se puede constatar la existencia de estos regímenes de flujo laminar, de transición y turbulento inyectando una línea de tinte en el flujo dentro de un tubo de vidrio, como el científico británico Osborne Reynolds (figura 6-21) lo hizo hace más de un siglo. Se observa que la línea de tinte forma *una línea recta y suave* a bajas velocidades, cuando el flujo es laminar (es posible que se vea un poco borrosa pero es por la difusión molecular), *tiene ráfagas de fluctuación* en el régimen de transición y *zigzaguea* con rapidez *y de forma aleatoria* cuando el flujo se vuelve totalmente turbulento. Esta trayectoria en zigzag y la dispersión del tinte son indicadores de las fluctuaciones en el flujo principal y del mezclado rápido de las partículas de fluido de las capas adyacentes.

En la figura 6-14 también se dan perfiles típicos de velocidad promedio en flujo laminar y turbulento. Observe que el perfil de velocidad en flujo turbulento está mucho más lleno que en el de flujo laminar, el cual tiene una caída repentina cerca de la superficie. La capa límite turbulenta consta de cuatro regiones, caracterizadas por la distancia que hay hasta la pared. La capa muy delgada junto a la pared donde los efectos viscosos son dominantes se llama **subcapa viscosa**. El perfil de velocidad en esta capa es casi *lineal*, y el flujo se muestra en líneas suaves de corriente. Enseguida de la subcapa viscosa está la **capa intermedia,** en la cual los efectos turbulentos se vuelven significativos, pero el flujo es aún dominado por los efectos viscosos. Arriba de la capa intermedia se encuentra la **capa superpuesta**, en la que los efectos de la turbulencia son mucho más significativos, pero, aún no son dominantes. Y arriba de la capa superpuesta se encuentra la **capa turbulenta**, en la cual los efectos turbulentos dominan sobre los viscosos.

El *mezclado intenso* del fluido en el flujo turbulento, como resultado de las fluctuaciones rápidas, mejora la transferencia de calor y de la cantidad de movimiento entre las partículas de ese fluido, lo cual incrementa la fuerza de fricción sobre la superficie, así como la velocidad de transferencia de calor por convección. Asimismo, provoca que la capa límite se agrande. Tanto el coeficiente de fricción como el de transferencia de calor alcanzan sus valores máximos cuando el flujo se vuelve *totalmente turbulento*. Por tanto, no es de sorprenderse que se realicen esfuerzos especiales en el diseño de coeficientes de transferencia de calor asociados con el flujo turbulento. Sin embargo, mejorar la transferencia de calor en el flujo turbulento no es fácil. Será necesario utilizar una bomba de mayor capacidad con el fin de contrarrestar las fuerzas de fricción más intensas asociadas con las elevadas velocidades de transferencia de calor.

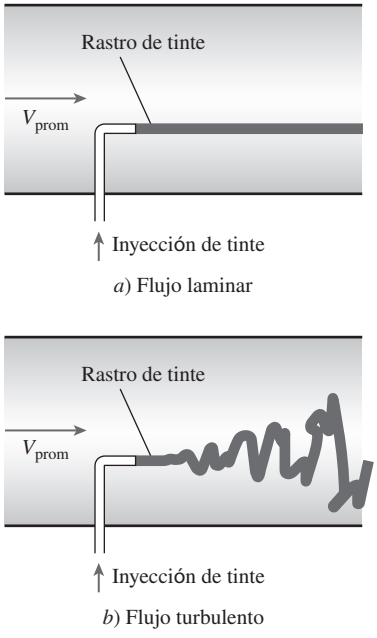


FIGURA 6-20
Comportamiento de un fluido coloreado inyectado en un flujo, para los flujos laminar y turbulento dentro de una tubería.

Número de Reynolds

La transición de flujo laminar a turbulento depende de *la geometría y de la rugosidad superficial, de la velocidad del flujo, de la temperatura de la superficie y del tipo de*

FIGURA 6-21

Osborne Reynolds (1842-1912), un ingeniero y físico inglés mejor conocido por sus trabajos en el área hidráulica e hidrodinámica, nació en Belfast, Irlanda. Los estudios de Reynolds sobre condensación y la transferencia de calor entre sólidos y fluidos provocaron revoluciones en el diseño de quemadores y condensadores, y su trabajo sobre bombas de turbina sentó las bases para su rápido desarrollo. Su artículo clásico acerca de "La Ley de resistencia en canales paralelos" (1883) investigó la transición de flujo laminar a flujo turbulento. En 1886, también formuló "La teoría de la lubricación" y después, en 1889, desarrolló un modelo matemático que se convirtió en la norma en el área de trabajo con turbulencia. Sus otros estudios incluyen la explicación del radiómetro, y una determinación absoluta con precisión del equivalente mecánico del calor. En su honor, la razón adimensional lleva su nombre, el **número de Reynolds** proporciona un criterio para la similitud dinámica y para el correcto modelado en muchos experimentos sobre flujo de fluidos.

©*Paul Fearn/Alamy*

fluido, entre otras cosas. Después de los experimentos exhaustivos en los años 1880, Osborne Reynolds descubrió que el régimen del flujo depende principalmente de la razón de *las fuerzas inerciales y las fuerzas viscosas del fluido.* Esta razón se conoce como **número de Reynolds** (figura 6-21), el cual es una cantidad *adimensional* y se expresa para un flujo externo como (figura 6-22):

$$\text{Re} = \frac{\text{Fuerzas inerciales}}{\text{Fuerzas viscosas}} = \frac{VL_c}{\nu} = \frac{\rho VL_c}{\mu} \qquad \textbf{(6-13)}$$

donde V es la corriente de velocidad superior (equivalente a la velocidad libre de una placa plana), L_c es la longitud característica de la geometría, y $\nu = \mu/\rho$ es la viscosidad cinemática del fluido. Para una placa plana, la longitud característica es la distancia x desde el borde hacia adelante. Observe que la viscosidad cinemática tiene la unidad m^2/s, la cual es idéntica a la unidad de difusividad térmica, y que puede concebirse como la *difusividad viscosa o la difusividad para la cantidad de movimiento.*

En el caso de números de Reynolds muy *grandes*, las fuerzas de inercia son proporcionales a la densidad y a la velocidad del fluido, son grandes respecto a las fuerzas viscosas y, por tanto, estas últimas no pueden evitar las fluctuaciones aleatorias y rápidas del fluido. Pero, en el caso de números de Reynolds *pequeños* o *moderados,* las fuerzas viscosas son suficientemente grandes para suprimir dichas fluctuaciones y mantener el fluido "alineado"; así que en el primer caso el flujo es turbulento y en el segundo es *laminar.*

El número de Reynolds en el cual el flujo se vuelve turbulento, se llama **número de Reynolds crítico**. El valor de dicho número es distinto para las diferentes geometrías y condiciones de flujo. Para un flujo que circula sobre una placa plana, el valor generalmente aceptado de número de Reynolds crítico es $\text{Re}_{cr} = Vx_{cr}/\nu = 5 \times 10^5$, donde x_{cr} es la distancia respecto al borde de la placa en la que se presenta la transición entre flujo laminar y turbulento. Sin embargo, el valor Re_{cr} puede cambiar de manera significativa dependiendo del nivel de turbulencia en la corriente libre.

6-6 ▪ TRANSFERENCIA DE CALOR Y DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO EN EL FLUJO TURBULENTO

La mayoría de los flujos que se estudian en la práctica de la ingeniería son turbulentos, por tanto, es importante comprender cómo afecta la turbulencia al esfuerzo cortante superficial y a la transferencia de calor. Sin embargo, el flujo turbulento es un complejo mecanismo dominado por las fluctuaciones, y a pesar de las enormes cantidades de trabajo realizado en esta área por parte de los investigadores, la teoría del flujo turbulento aún no se comprende en su totalidad. Por ende, debemos confiar en experimentos y en correlaciones empíricas y semiempíricas desarrolladas para las diferentes situaciones encontradas.

El flujo turbulento está caracterizado por fluctuaciones aleatorias y rápidas de regiones desordenadas en torbellinos de fluido, llamadas **remolinos.** Estas fluctuaciones proporcionan un mecanismo adicional para la transferencia de cantidad de movimiento y de energía. En el flujo laminar, las partículas de fluido fluyen o se desplazan de una manera ordenada a lo largo de las líneas de la trayectoria, y la cantidad de movimiento y la energía son transferidas a través de las líneas de corriente por medio de difusión molecular. En el flujo turbulento, los remolinos transportan masa, cantidad de movimiento y energía hacia otras regiones de flujo, con mayor rapidez que la difusión molecular, mejorando enormemente la transferencia de masa, la cantidad de movimiento y el calor. Como resultado de lo anterior, el flujo turbulento está asociado con valores más elevados de los coeficientes de fricción, transferencia de calor y de transferencia de masa (figura 6-23).

Aun cuando el flujo promedio sea estacionario, el movimiento de remolinos en un flujo turbulento causa fluctuaciones significativas en los valores de velocidad, temperatura, presión e incluso en densidad (en un flujo compresible). La figura 6-24 muestra la variación de la componente u de la velocidad instantánea respecto al tiempo, en un lugar específico, puede medirse con una sonda anemométrica de hilo caliente u otro dispositivo sensible. Se puede observar que los valores instantáneos de la velocidad fluctúan alrededor de un valor promedio, lo cual sugiere que la velocidad puede expresarse como la suma de *un valor promedio* $\overline{u}$ *y un componente fluctuante* u',

$$u = \overline{u} + u' \tag{6-14}$$

Este es también el caso de otras propiedades, como la componente de la velocidad v, en la dirección y, y donde $v = \overline{v} + v'$, $P = \overline{P} + P'$, y $T = \overline{T} + T'$. El valor promedio de una propiedad en una ubicación se determina promediándola en un intervalo de tiempo suficientemente grande, de tal forma que los niveles promedio en el tiempo se estabilicen en un valor constante. Por tanto, el tiempo promedio de las componentes fluctuantes es cero, por ejemplo $\overline{u'} = 0$. La magnitud de u' es por lo general, un porcentaje de $\overline{u}$, pero las altas frecuencias de los remolinos (en el orden de miles por segundo) las hacen muy efectivas para el transporte de la cantidad de movimiento, energía térmica y masa. En el flujo turbulento *estacionario* promediado en el tiempo, los valores promedio de las propiedades (indicadas por medio de un guion en la parte superior) son independientes del tiempo. Las fluctuaciones caóticas de partículas de fluido desempeñan un papel muy importante en la caída de presión, y estos movimientos aleatorios deben considerarse en el análisis junto con la velocidad promedio.

Quizá la primera idea que viene a la mente es determinar el esfuerzo cortante de una manera análoga al flujo laminar, a partir de $\tau = -\mu\, d\overline{u}/dr$, donde $\overline{u}(r)$ es el perfil de la velocidad promedio del flujo turbulento. Pero, estudios experimentales han demostrado que este no es el caso y que el esfuerzo cortante es mucho más grande debido a las fluctuaciones turbulentas. Por tanto, es conveniente pensar que el esfuerzo cortante turbulento está constituido por dos partes: el *componente laminar*, que incluye la fricción entre capas en la dirección del flujo (expresada como $\tau_{\text{lam}} = \mu(d\overline{u}/dr)$, y el *componente turbulento*, que incluye la fricción entre las partículas fluctuantes del fluido y el volumen del fluido (expresado como τ_{turb} y está relacionado con los componentes de fluctuación de la velocidad).

Se tiene flujo turbulento en una tubería horizontal y el movimiento de los remolinos hacia arriba de las partículas del fluido en una capa de menor velocidad hacia una capa adyacente de mayor velocidad, a través de un área diferencial dA como resultado de la fluctuación de velocidad v', como se muestra en la figura 6-25. La razón de flujo de masa de las partículas de fluido que se eleva a través de dA es $\rho v'$ y su efecto neto sobre la capa dA es una reducción en su velocidad de flujo promedio debido a la transferencia de la cantidad de movimiento de las partículas de fluido con velocidad de flujo promedio menor. Esta transferencia de cantidad de movimiento provoca que la velocidad horizontal de las partículas de fluido se incremente por u' y, por tanto, provoque que su cantidad de movimiento en la dirección horizontal se incremente a una razón de $(\rho v' dA)u'$, la cual debe ser igual a la disminución a la cantidad de movimiento de la capa superior del fluido.

Al notar que la fuerza en una dirección determinada es igual a la rapidez de cambio de la cantidad de movimiento en esa dirección, la fuerza horizontal que actúa sobre un elemento de fluido que esté arriba de dA debido a la circulación de partículas de fluido a través de dA es $\delta F = (\rho v' dA)(-u') = -\rho u' v' dA$. Por tanto, la fuerza cortante por unidad de área debida al movimiento del remolino de las partículas de fluido $\delta F/dA = -\rho u' v'$ puede concebirse como el esfuerzo cortante turbulento instantáneo. Entonces, el **esfuerzo cortante turbulento** puede expresarse

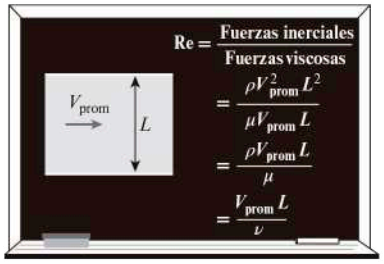
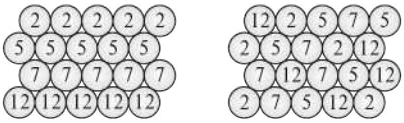


FIGURA 6-22

El número de Reynolds puede verse como la razón de las fuerzas inerciales entre las fuerzas viscosas que actúan en un elemento de un fluido.



a) Antes de la turbulencia

b) Después de la turbulencia

FIGURA 6-23

El mezclado intenso en el flujo turbulento pone en contacto estrecho a las partículas del fluido a diferentes temperaturas y, de este modo, mejora la transferencia de calor.

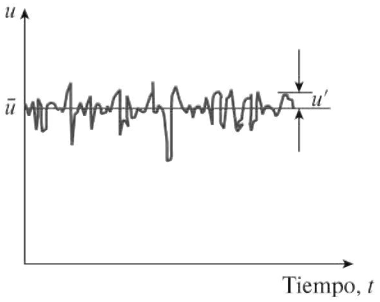


FIGURA 6-24

Fluctuaciones de la componente u de la velocidad respecto al tiempo en un lugar específico del flujo turbulento.

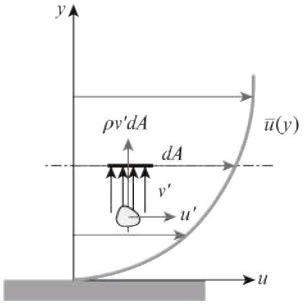


FIGURA 6-25

Una partícula de fluido moviéndose hacia arriba a través de un área diferencial dA como resultado de la fluctuación de la velocidad v'.

como $\tau_{\text{turb}} = -\rho\overline{u'v'}$ donde $\overline{u'v'}$ es el tiempo promedio del producto de las componentes de velocidad fluctuantes u' y v'. De manera similar, considerando que $h = c_pT$ representa la energía del fluido y T' es la temperatura de los remolinos en relación con el valor medio, la velocidad del transporte de energía térmica por remolinos turbulentos es $\dot{q}_{\text{turb}} = \rho c_p\overline{v'T'}$. Observe que $\overline{u'v'} \neq 0$, a pesar de que $\overline{u'} = 0$ y $\overline{v'} = 0$ (de donde $\overline{u'v'} = 0$), y estudios experimentales demuestran que $\overline{u'v'}$ es por lo general una cantidad negativa. Los términos $-\rho\overline{u'v'}$ o $-\rho\overline{u'^2}$ se llaman **esfuerzos de Reynolds** o **esfuerzos turbulentos.**

El movimiento de remolinos aleatorios de grupos de partículas se asemeja al movimiento aleatorio de moléculas en un gas, que chocan entre sí, después de haber recorrido cierta distancia e intercambiado cantidad de movimiento y calor en el proceso. Por tanto, el transporte de cantidad de movimiento y calor por medio de remolinos en las capas límite turbulentas es análogo a la difusión molecular de cantidad de movimiento y de calor. Entonces, el esfuerzo cortante superficial turbulento y la transferencia de calor turbulento pueden expresarse de una manera análoga como:

$$\tau_{\text{turb}} = -\rho\overline{u'v'} = \mu_t\frac{\partial\overline{u}}{\partial y} \qquad \text{y} \qquad \dot{q}_{\text{turb}} = \rho c_p\overline{v'T'} = -k_t\frac{\partial T}{\partial y} \tag{6-15}$$

donde μ_t se llama **viscosidad turbulenta** (o de **remolino**), la cual representa el transporte de cantidad de movimiento por los remolinos del flujo turbulento, y k_t se conoce como **conductividad térmica turbulenta (**o de **remolino)**, la cual incluye el transporte de energía térmica por medio de remolinos turbulentos. Entonces, el esfuerzo cortante total y el flujo de calor total puede expresarse apropiadamente como:

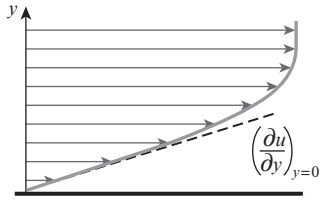
$$\tau_{\text{total}} = (\mu + \mu_t)\frac{\partial\overline{u}}{\partial y} = \rho(\nu + \nu_t)\frac{\partial\overline{u}}{\partial y} \tag{6-16}$$

$$\dot{q}_{\text{total}} = -(k + k_t)\frac{\partial\overline{T}}{\partial y} = -\rho c_p(\alpha + \alpha_t)\frac{\partial\overline{T}}{\partial y} \tag{6-17}$$

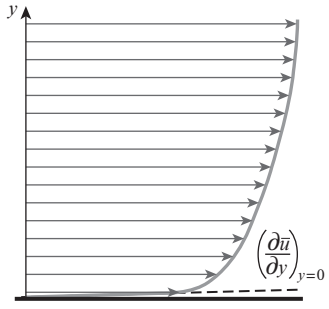
donde $\nu_t = \mu_t/\rho$ es la **viscosidad cinemática del remolino** (o **difusividad del remolino por la cantidad de movimiento)** y $\alpha_t = k_t/\rho c_p$ es la **difusividad térmica del remolino (**o **difusividad del remolino por el calor)**.

El movimiento de remolino y, por consiguiente, su difusividad de remolino, son mucho más grandes que sus contrapartes moleculares en la región central de una capa límite turbulenta. El movimiento de remolino pierde su intensidad cerca de la pared y se debilita debido a la condición de no deslizamiento. Por tanto, los perfiles de velocidad y temperatura cambian muy lentamente en la región central de una capa límite turbulenta, pero son muy desiguales en la capa delgada adyacente a la superficie, resultando en grandes gradientes de velocidad y temperatura en la superficie de la pared. Así que no es de sorprenderse que el esfuerzo cortante superficial y el flujo de calor por la pared sean mucho más grandes en el flujo turbulento que en el laminar (figura 6-26).

Las difusividades moleculares ν y α (así como μ y k) son propiedades del fluido y sus valores se pueden consultar en las tablas de los manuales sobre fluidos. Sin embargo, las difusividades de remolino ν_t y α_t (así como también μ_t y k_t) *no* son propiedades del fluido y sus valores dependen de las condiciones del flujo. Las difusividades de remolino ν_t y α_t disminuyen hacia la superficie y son cero en esta. Sus valores oscilan desde cero en la superficie hasta varios miles de veces los valores de las difusividades moleculares en la región central.



Flujo laminar



Flujo turbulento

FIGURA 6-26

Los gradientes de velocidad en la superficie y el esfuerzo cortante superficial son mucho más grandes para el flujo turbulento que para el laminar, a pesar de que la capa límite turbulenta es más gruesa que la laminar para el mismo valor de la velocidad de flujo libre.

6-7 ▪ DEDUCCIÓN DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES DE CONVECCIÓN*

En esta sección se deducen las ecuaciones que rigen el flujo de fluidos en las capas límite. Para mantener el análisis a un nivel controlable, se supone que el flujo es estacionario y bidimensional, y que el fluido es newtoniano con propiedades constantes (densidad, viscosidad, conductividad térmica, etcétera).

Considere el flujo paralelo de un fluido sobre una superficie. Se toma la dirección del flujo a lo largo de la superficie como x y la dirección perpendicular a la superficie como y, se selecciona un elemento diferencial de volumen de longitud dx, altura dy y profundidad unitaria en la dirección z (perpendicular) para el análisis (figura 6-27). El fluido fluye sobre la superficie a una velocidad uniforme libre de corrientes V, pero la velocidad dentro de la capa límite es bidimensional: la componente x de la velocidad es u y la componente y es v. Observe que $u = u(x, y)$ y $v = v(x, y)$ en un flujo bidimensional estacionario.

A continuación se aplican tres leyes fundamentales a este elemento de fluido: Conservación de la masa, cantidad de movimiento y de la energía, con el fin de obtener las ecuaciones de continuidad, de la cantidad de movimiento y de la energía, para el flujo laminar en capas límite.

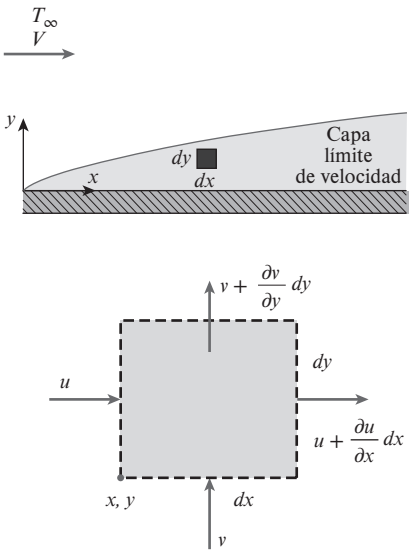


FIGURA 6-27

Volumen de control diferencial utilizado en la deducción del balance de masa en la capa límite de velocidad para un flujo bidimensional sobre una superficie.

Ecuación de continuidad

El principio de la conservación de la masa es simplemente un enunciado que dice que la masa no se crea ni se destruye durante un proceso, y se debe tomar en cuenta toda la masa durante un análisis. En un flujo estacionario, la cantidad de masa dentro del volumen de control permanece constante, y la conservación de la masa puede expresarse como:

$$\begin{pmatrix}\text{Razón de flujo de masa de}\\ \text{entrada al volumen de control}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Razón de flujo de masa de}\\ \text{salida del volumen de control}\end{pmatrix} \quad \textbf{(6-18)}$$

Tomando en cuenta que la velocidad del flujo de masa es igual al producto de la densidad, la velocidad promedio y el área de la sección transversal perpendicular al flujo, la razón a la cual el fluido entra al volumen de control desde la superficie izquierda es $\rho u(dy \cdot 1)$. La razón a la cual el fluido sale del volumen de control desde la superficie derecha puede expresarse como:

$$\rho\left(u + \frac{\partial u}{\partial x}dx\right)(dy \cdot 1) \quad \textbf{(6-19)}$$

Considerando lo anterior para la dirección y y sustituyendo los resultados en la ecuación 6-18, se obtiene:

$$\rho u(dy \cdot 1) + \rho v(dx \cdot 1) = \rho\left(u + \frac{\partial u}{\partial x}dx\right)(dy \cdot 1) + \rho\left(v + \frac{\partial v}{\partial y}dy\right)(dx \cdot 1) \quad \textbf{(6-20)}$$

Simplificando y dividiendo entre $dx \cdot dy \cdot 1$ se obtiene:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad \textbf{(6-21)}$$

A esta ecuación se le conoce con el nombre de ecuación *de conservación de masa* en forma diferencial, la cual es también conocida como la **ecuación de continuidad** o de

* Esta sección y las siguientes en este capítulo tratan de los aspectos teóricos de la convección y pueden omitirse y utilizarse como referencia, si así se desea, sin perder continuidad.

balance de masa para el flujo de un fluido bidimensional, estacionario con densidad constante.

Ecuaciones de la cantidad de movimiento

Las formas diferenciales de las ecuaciones del movimiento en la capa límite de la velocidad se obtienen al aplicar la segunda ley de Newton del movimiento a un elemento diferencial de volumen de control en la capa límite. La segunda ley de Newton es una expresión para el balance de la cantidad de movimiento y puede enunciarse como: *la fuerza neta que actúa sobre el volumen de control es igual a la masa multiplicada por la aceleración del elemento del fluido dentro del volumen de control, lo cual es también igual a la razón neta de la cantidad de movimiento del flujo que sale del volumen de control.*

Las fuerzas que actúan en el volumen de control constan de las *fuerzas del cuerpo,* que actúan a través de todo el volumen de control (como las fuerzas de gravedad, eléctricas y magnéticas) y son proporcionales al volumen del cuerpo, y las *fuerzas superficiales* que actúan en la superficie de control como las fuerzas de presión debidas a la presión hidrostática y los esfuerzos cortantes debidos a los efectos viscosos) y son proporcionales al área superficial. Las fuerzas superficiales aparecen a medida que el volumen de control se aísla de sus alrededores para su análisis y el efecto del cuerpo separado es reemplazado por una fuerza en ese punto. Note que la presión representa a la fuerza de compresión aplicada en el elemento de fluido por el fluido circundante y este siempre está dirigido hacia la superficie.

Aquí se expresa la segunda ley de Newton del movimiento para el volumen de control como:

$$(\text{Masa})\begin{pmatrix}\text{Aceleración en una}\\ \text{dirección específica}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Fuerza neta (del cuerpo}\\ \text{y superficial) actuando en esa dirección}\end{pmatrix} \quad \textbf{(6-22)}$$

O también,

$$\delta m \cdot a_x = F_{\text{superficial, } x} + F_{\text{del cuerpo, } x} \quad \textbf{(6-23)}$$

donde la masa del elemento del fluido dentro del volumen de control es:

$$\delta m = \rho(dx \cdot dy \cdot 1) \quad \textbf{(6-24)}$$

Observando que el flujo es estacionario y bidimensional y que, por tanto, $u = u(x, y)$, la diferencial total de u es:

$$du = \frac{\partial u}{\partial x}dx + \frac{\partial u}{\partial y}dy \quad \textbf{(6-25)}$$

Entonces, la aceleración del elemento del fluido en la dirección x es:

$$a_x = \frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial u}{\partial y}\frac{dy}{dt} = u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} \quad \textbf{(6-26)}$$

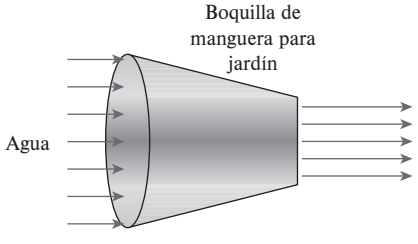


FIGURA 6-28

Durante el flujo estacionario, un fluido no puede acelerarse respecto al tiempo, pero sí puede acelerarse respecto al espacio.

Usted puede pensar que la aceleración es cero en un flujo estacionario, puesto que la aceleración es la razón de cambio de la velocidad respecto al tiempo, y en un flujo estacionario no existe ningún cambio con el tiempo. Pues bien, la boquilla de una manguera para regar jardines señala que este razonamiento es incorrecto. Aun cuando el flujo es estacionario a una velocidad de flujo de masa constante, el agua se acelera a través de la boquilla (figura 6-28). *Estacionario* significa que no hay ningún cambio respecto al tiempo en un lugar específico (y por tanto, $\partial u/\partial t = 0$), pero el valor de una cantidad puede cambiar de un lugar a otro (y por consiguiente, $\partial u/\partial x$ y $\partial u/\partial y$ pueden ser diferentes de cero). En el caso de una boquilla, la velocidad del agua permanece constante en un punto específico, pero cambia en su tra-

yecto de la entrada a la salida (el agua se acelera a lo largo de la boquilla, lo cual constituye la razón de por qué colocamos una boquilla en la manguera del jardín).

Las fuerzas que actúan en la superficie son causadas por los efectos de presión y viscosidad. En un flujo bidimensional, el esfuerzo viscoso en cualquier punto sobre una superficie imaginaria dentro del fluido puede resolverse con dos componentes perpendiculares: una perpendicular a la superficie, llamada *esfuerzo normal* (la cual no debe confundirse con la presión) y la otra a lo largo de la superficie de la pared llamada *esfuerzo cortante*. El esfuerzo normal está relacionado con los gradientes de velocidad $\partial u/\partial x$ y $\partial v/\partial y$, los cuales son mucho menores que $\partial u/\partial y$, con el cual está relacionado el esfuerzo cortante. Despreciando los esfuerzos normales, por simplicidad, las fuerzas superficiales que actúan sobre el volumen de control en la dirección x son las que se muestran en la figura 6-29. Entonces, la fuerza superficial neta que actúa en la dirección x es:

$$F_{\text{superficial, } x} = \left(\frac{\partial \tau}{\partial y} dy\right)(dx \cdot 1) - \left(\frac{\partial P}{\partial x} dx\right)(dy \cdot 1) = \left(\frac{\partial \tau}{\partial y} - \frac{\partial P}{\partial x}\right)(dx \cdot dy \cdot 1)$$
$$= \left(\mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial P}{\partial x}\right)(dx \cdot dy \cdot 1) \qquad \textbf{(6-27)}$$

puesto que $\tau = \mu(\partial u/\partial y)$. Sustituyendo las ecuaciones 6-24, 6-26 y 6-27 en la ecuación 6-23 y dividiendo entre $dx \cdot dy \cdot 1$ se obtiene:

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = \mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial P}{\partial x} \qquad \textbf{(6-28)}$$

Esta es la relación para el **balance de la cantidad de movimiento** en la dirección x y se conoce como **ecuación de cantidad de movimiento en la dirección *x***. También se puede obtener el mismo resultado si se utilizan las relaciones de flujo de cantidad de movimiento en el lado izquierdo de esta ecuación en lugar de la masa por la aceleración. Si existe una fuerza del cuerpo que actúe en la dirección x, esta se puede sumar al lado derecho de la ecuación siempre y cuando se exprese por unidad de volumen del fluido.

En una capa límite, la componente de velocidad en la dirección del flujo es mucho mayor que en la dirección perpendicular y, por tanto, $u \gg v$, y $\partial v/\partial x$ y $\partial v/\partial y$ son despreciables. Asimismo, u varía de manera significativa, respecto a y en la dirección perpendicular, desde cero en la superficie de la pared hasta casi el valor de la corriente libre a través de la capa límite relativamente delgada, mientras que la variación de u con x a lo largo del fluido es típicamente pequeña; por tanto, $\partial u/\partial y \gg \partial u/\partial x$. De manera similar, si el fluido y la pared se encuentran a temperaturas diferentes, y el fluido es calentado o enfriado durante el flujo, la conducción de calor se presenta principalmente en la dirección perpendicular a la superficie y, por tanto, $\partial T/\partial y \gg \partial T/\partial x$. Es decir, los gradientes de velocidad y temperatura perpendiculares a la superficie son mucho mayores que los que se encuentran a lo largo de la superficie. Estas simplificaciones se conocen como las **aproximaciones de la capa límite,** y facilitan en gran medida el análisis, con poca pérdida de precisión, y hace posible obtener soluciones analíticas para cierto tipo de problemas de flujo (figura 6-30).

Cuando los efectos gravitatorios y otras fuerzas del cuerpo son despreciables en las aproximaciones de la capa límite, es válida la aplicación de la segunda ley de Newton del movimiento sobre el elemento de volumen en la dirección y, dado que *la ecuación cantidad de movimiento en la dirección y es:*

$$\frac{\partial P}{\partial y} = 0 \qquad \textbf{(6-29)}$$

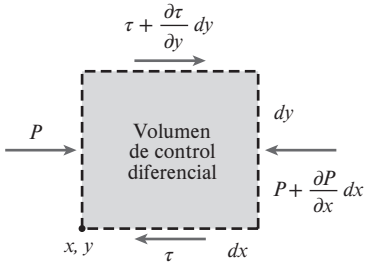


FIGURA 6-29

El volumen de control diferencial utilizado en la deducción de la ecuación de la cantidad de movimiento en la dirección x, en la capa límite de velocidad en un flujo bidimensional sobre una superficie.

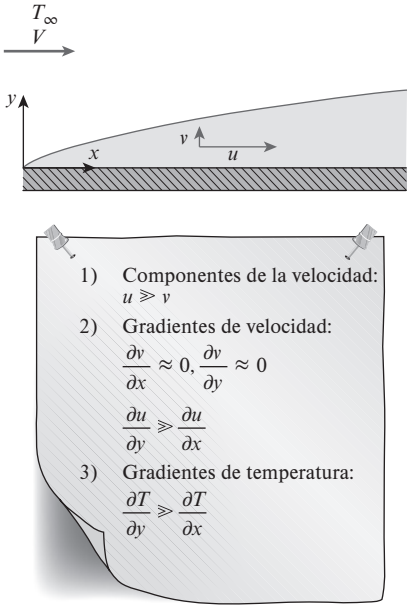


FIGURA 6-30

Aproximaciones de la capa límite.

Es decir, *la variación de la presión en la dirección perpendicular a la superficie es despreciable* y, entonces, $P = P(x)$ y $\partial P/\partial x = dP/dx$. Así se puede decir que, para una x determinada, la presión en la capa límite es igual a la presión en la corriente libre, y la presión determinada por un análisis independiente del flujo del fluido en la corriente libre (por lo general es más fácil debido a la ausencia de efectos viscosos) puede utilizarse fácilmente en el análisis de capa límite de frontera.

Las componentes de la velocidad en la región de corriente libre de una placa plana son $u = V =$ constante y $v = 0$. Al sustituir estos valores en las ecuaciones de la cantidad de movimiento en la dirección x (ecuación 6-28) se da $\partial P/\partial x = 0$. Así que, para el flujo sobre la placa plana, la presión permanece constante sobre toda la placa (tanto dentro como fuera de la capa límite).

Ecuación de la conservación de la energía

El balance de energía de cualquier sistema que experimenta algún proceso se expresa como $E_{\text{ent}} - E_{\text{sal}} = \Delta E_{\text{sistema}}$, lo cual establece que el cambio en el contenido de energía de un sistema durante un proceso es igual a la diferencia entre la energía de entrada y la que sale. Durante *un proceso de flujo estacionario,* el contenido de energía total de un volumen de control permanece constante (y por tanto, $\Delta E_{\text{sistema}} = 0$), y la cantidad de energía que entra al volumen de control en todas sus formas debe ser igual a la cantidad de energía que sale de él. Entonces, en términos de razones, la ecuación de energía general se reduce para un proceso de flujo estacionario a $\dot{E}_{\text{ent}} - \dot{E}_{\text{sal}} = 0$.

Dado que la energía puede ser transferida por medio de calor, trabajo y masa, el balance de energía para un volumen de control con flujo estacionario puede escribirse explícitamente como:

$$(\dot{E}_{\text{ent}} - \dot{E}_{\text{sal}})_{\text{por calor}} + (\dot{E}_{\text{ent}} - \dot{E}_{\text{sal}})_{\text{por trabajo}} + (\dot{E}_{\text{ent}} - \dot{E}_{\text{sal}})_{\text{por masa}} = 0 \qquad \textbf{(6-30)}$$

La energía total de una corriente de un fluido en movimiento por unidad de masa es $e_{\text{corriente}} = h + ke + pe$, donde h es la entalpía (que es la suma de la energía interna y la energía del flujo), $pe = gz$ es la energía potencial y $ke = V^2/2 = (u^2 + v^2)/2$ es la energía cinética por unidad de masa del fluido. Las energías cinética y potencial son por lo general muy pequeñas en relación con la entalpía y, por tanto, es una práctica muy común despreciarlas (además, se puede demostrar que si la energía cinética se incluye en el análisis, todos los términos se cancelan entre sí). Se supone que la densidad ρ, el calor específico c_p, la viscosidad μ y la conductividad térmica k del fluido son constantes. Entonces, la energía del fluido por unidad de masa puede expresarse como: $e_{\text{corriente}} = h = c_p T$.

La energía es una cantidad escalar y, por tanto, las interacciones de energía en todas direcciones pueden combinarse en una ecuación. Dado que la velocidad de flujo de la masa del fluido que entra al volumen de control desde el lado izquierdo es $\rho u(dy \cdot 1)$, la velocidad de transferencia de energía hacia el volumen de control por la masa en la dirección x es, de la figura 6-31,

$$\begin{aligned}(\dot{E}_{\text{ent}} - \dot{E}_{\text{sal}})_{\text{por masa, } x} &= (\dot{m}e_{\text{corriente}})_x - \left[(\dot{m}e_{\text{corriente}})_x + \frac{\partial(\dot{m}e_{\text{corriente}})_x}{\partial x}dx\right] \\ &= -\frac{\partial[\rho u(dy \cdot 1)c_p T]}{\partial x}dx = -\rho c_p\left(u\frac{\partial T}{\partial x} + T\frac{\partial u}{\partial x}\right)dxdy\end{aligned} \qquad \textbf{(6-31)}$$

Se repite este procedimiento para la dirección y, y sumando los resultados, se determina que la razón de transferencia de energía neta hacia el volumen de control multiplicada por la masa es:

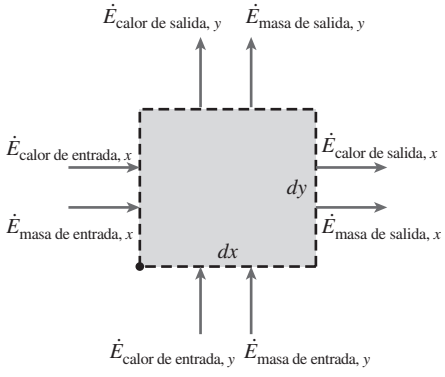


FIGURA 6-31

Transferencias de energía por flujo de calor y masa, asociadas a un volumen de control diferencial en la capa límite térmica en un flujo bidimensional estacionario.

$$(\dot{E}_{\text{ent}} - \dot{E}_{\text{sal}})_{\text{por calor}} = -\rho c_p \left(u\frac{\partial T}{\partial x} + T\frac{\partial u}{\partial x} \right) dxdy - \rho c_p \left(v\frac{\partial T}{\partial y} + T\frac{\partial v}{\partial y} \right) dxdy$$
$$= -\rho c_p \left(u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial x} \right) dxdy \qquad \textbf{(6-32)}$$

puesto que $\partial u/\partial x + \partial v/\partial y = 0$ de acuerdo con la ecuación de continuidad.

La razón neta de conducción de calor hacia el elemento de volumen en la dirección x es:

$$(\dot{E}_{\text{ent}} - \dot{E}_{\text{sal}})_{\text{por calor } x} = \dot{Q}_x - \left(\dot{Q}_x + \frac{\partial \dot{Q}_x}{\partial x} dx \right) = -\frac{\partial}{\partial x} \left(-k(dy \cdot 1)\frac{\partial T}{\partial x} \right) dx$$
$$= k\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} dxdy \qquad \textbf{(6-33)}$$

Repitiendo este procedimiento para la dirección y, y sumando los resultados, la razón neta de transferencia de energía hacia el volumen de control por conducción de calor es:

$$(\dot{E}_{\text{ent}} - \dot{E}_{\text{sal}})_{\text{por calor}} = k\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} dxdy + k\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} dxdy = k\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) dxdy \qquad \textbf{(6-34)}$$

Otro mecanismo de transferencia de energía hacia y desde el fluido, en el volumen de control, es el trabajo realizado por las fuerzas del cuerpo y superficiales. El trabajo realizado por una fuerza del cuerpo se calcula multiplicando esta fuerza por la velocidad en la dirección de la fuerza, y del volumen del elemento del fluido, y dicho trabajo debe ser considerado solo en presencia de efectos gravitacionales, eléctricos o magnéticos significativos. Las fuerzas superficiales consisten en las fuerzas debidas a la presión del fluido y a los esfuerzos cortantes viscosos. El trabajo realizado por presión (el trabajo del flujo) ya se ha tomado en cuenta en el análisis anterior utilizando la entalpía para la energía microscópica del fluido en lugar de la energía interna. Los esfuerzos cortantes, que resultan de los efectos viscosos, por lo general son muy pequeños, y pueden despreciarse en muchos casos. Este es especialmente el caso de aplicaciones que involucran velocidades bajas y moderadas.

Entonces, la ecuación de energía para el flujo bidimensional estacionario de un fluido con propiedades constantes y esfuerzos cortantes despreciables se obtiene sustituyendo las ecuaciones 6-32 y 6-34 en la ecuación 6-30:

$$\rho c_p \left(u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} \right) = k\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \qquad \textbf{(6-35)}$$

la cual establece que *la energía neta transferida por convección por el fluido que sale del volumen de control es igual a la energía neta transferida que entra al volumen de control por medio de la conducción de calor.*

Cuando los esfuerzos cortantes viscosos no son despreciables, su efecto es incluido expresando la ecuación de energía como:

$$\rho c_p \left(u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} \right) = k\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \mu\Phi \qquad \textbf{(6-36)}$$

donde la función de *disipación viscosa* Φ se obtiene después de un complejo análisis [consulte el libro avanzado de Schlichting (1979) para estudiar los detalles] como:

$$\Phi = 2\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \qquad \textbf{(6-37)}$$

La disipación viscosa puede tener un papel dominante en el flujo de alta velocidad, en especial cuando la viscosidad del fluido es alta (como lo es el flujo de aceite en chumaceras de uso exhaustivo). Esto se manifiesta con un incremento significativo en la temperatura del fluido debido a la conversión de energía cinética en energía térmica. La disipación viscosa representa un aspecto muy significativo en los vuelos en aeronaves a altas velocidades.

Para el caso especial de un fluido estancado, $u = v = 0$, la ecuación de energía se reduce, como era de esperarse, a la ecuación de conducción de calor bidimensional estacionario:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \qquad \textbf{(6-38)}$$

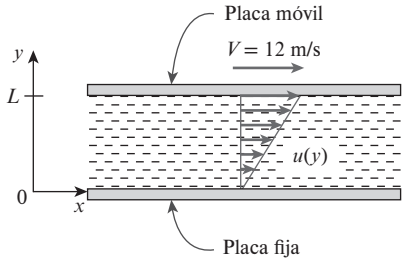


FIGURA 6-32
Esquema para el ejemplo 6-2.

EJEMPLO 6-2 **Elevación de la temperatura del aceite en una chumacera**

El flujo de aceite en una chumacera puede aproximarse a un flujo paralelo entre dos placas grandes, en el que una de ellas se mueve y la otra está estacionaria. Dichos flujos se conocen con el nombre de flujos Couette.

Se tienen dos placas isotérmicas separadas por una película de aceite de 2 mm de espesor. La placa superior se mueve a una velocidad constante de 12 m/s, mientras que la placa inferior es estacionaria. Ambas placas se mantienen a una temperatura de 20 °C. *a*) Obtenga las relaciones para las distribuciones de velocidad y temperatura del aceite. *b*) Determine la temperatura máxima del aceite y el flujo de calor del aceite hacia cada una de las placas (figura 6-32).

SOLUCIÓN Se tiene un flujo paralelo de aceite entre dos placas. Se van a calcular las distribuciones de velocidad y temperatura, la temperatura máxima y la razón de transferencia de calor total.

Suposiciones **1** Prevalecen condiciones de operación estacionarias. **2** El aceite es una sustancia incompresible con propiedades constantes. **3** Las fuerzas del cuerpo, como la gravedad, son despreciables. **4** Las placas son grandes, por lo que no hay variación en la dirección *z*.

Propiedades Las propiedades del aceite a 20 °C son (tabla A-13):

$$k = 0.145\ \text{W/m}\cdot\text{K} \quad \text{y} \quad \mu = 0.8374\ \text{kg/m}\cdot\text{s} = 0.8374\ \text{N}\cdot\text{s/m}^2$$

Análisis *a)* Se toma el *eje x* como la dirección del flujo y *y* como la dirección perpendicular. Se trata de un flujo paralelo entre dos placas y, por tanto, $v = 0$. Entonces, la ecuación de continuidad (ecuación 6-21) se reduce a:

Continuidad
$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad \rightarrow u = u(y)$$

Por tanto, la componente *x* de la velocidad no cambia en la dirección del flujo (es decir, el perfil de velocidad permanece constante). Puesto que $u = u(y)$, $v = 0$ y $\partial P/\partial x = 0$ (el flujo se conserva por el movimiento de la placa superior más que por el gradiente de presión), la ecuación de la cantidad de movimiento en la dirección *x* (ecuación 6-28) se reduce a:

Cantidad de movimiento en la dirección x:
$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = \mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial P}{\partial x} \quad \rightarrow \quad \frac{d^2 u}{dy^2} = 0$$

Esta ecuación diferencial ordinaria de segundo orden se integra dos veces, dando:

$$u(y) = C_1 y + C_2$$

Las velocidades del fluido en las superficies de las placas deben ser iguales a las velocidades de las placas debido a la condición de no deslizamiento; por tanto, las condiciones frontera son $u(0) = 0$ y $u(L) = V$ y aplicándolas se obtiene que la distribución de velocidades es:

$$u(y) = \frac{y}{L} V$$

El calentamiento por fricción debido a la disipación viscosa en este caso es significativo debido a la alta viscosidad del aceite y la velocidad alta de la placa. Las placas son isotérmicas y no existe ningún cambio en la dirección del flujo y, por tanto, la temperatura depende solo de y, $T = T(y)$. También $u = u(y)$ y $v = 0$. Entonces la ecuación de energía con disipación (ecuaciones 6-36 y 6-37) se reduce a:

Energía:
$$0 = k\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 \quad \rightarrow \quad k\frac{d^2T}{dy^2} = -\mu\left(\frac{V}{L}\right)^2$$

Dado que $\partial u/\partial y = V/L$. Al dividir ambos miembros entre k e integrar dos veces se obtiene:

$$T(y) = -\frac{\mu}{2k}\left(\frac{y}{L}V\right)^2 + C_3 y + C_4$$

Al aplicar las condiciones frontera $T(0) = T_0$ y $T(L) = T_0$ se obtiene la distribución de temperatura:

$$T(y) = T_0 + \frac{\mu V^2}{2k}\left(\frac{y}{L} - \frac{y^2}{L^2}\right)$$

b) El gradiente de temperatura se determina al derivar $T(y)$ con respecto a y,

$$\frac{dT}{dy} = \frac{\mu V^2}{2kL}\left(1 - 2\frac{y}{L}\right)$$

La ubicación de la máxima temperatura se determina al hacer $dT/dy = 0$ y despejando y:

$$\frac{dT}{dy} = \frac{\mu V^2}{2kL}\left(1 - 2\frac{y}{L}\right) = 0 \quad \rightarrow \quad y = \frac{L}{2}$$

Por tanto, la máxima temperatura se presenta en el plano central, lo cual no es una sorpresa, ya que ambas placas se mantienen siempre a la misma temperatura. La máxima temperatura es el valor de la temperatura en $y = L/2$,

$$T_{\text{máx}} = T\left(\frac{L}{2}\right) = T_0 + \frac{\mu V^2}{2k}\left(\frac{L/2}{L} - \frac{(L/2)^2}{L^2}\right) = T_0 + \frac{\mu V^2}{8k}$$
$$= 20 + \frac{(0.8374\ \text{N}\cdot\text{s/m}^2)(12\ \text{m/s})^2}{8(0.145\ \text{W/m}\cdot\text{K})}\left(\frac{1\ \text{W}}{1\ \text{N}\cdot\text{m/s}}\right) = \mathbf{124\ °C}$$

El flujo de calor en las placas se determina a partir de la definición de flujo de calor:

$$\dot{q}_0 = -k\left.\frac{dT}{dy}\right|_{y=0} = -k\frac{\mu V^2}{2kL}\Big|(1 - 0) = -\frac{\mu V^2}{2L}$$
$$= -\frac{(0.8374\ \text{N}\cdot\text{s/m}^2)(12\ \text{m/s})^2}{2(0.002\ \text{m})}\left(\frac{1\ \text{kW}}{1\ 000\ \text{N}\cdot\text{m/s}}\right) = \mathbf{-30.1\ kW/m^2}$$

$$\dot{q}_L = -k\left.\frac{dT}{dy}\right|_{y=L} = -k\frac{\mu V^2}{2kL}(1 - 2) = \frac{\mu V^2}{2L} = -\dot{q}_0 = \mathbf{30.1\ kW/m^2}$$

Por tanto, los flujos de calor en las dos placas son iguales en magnitud pero de signo opuesto.

Discusión El incremento de la temperatura de 104 °C confirma nuestra sospecha de que la disipación viscosa es muy significativa. Asimismo, el flujo de calor es equivalente a la velocidad de disipación de energía mecánica; por tanto, la energía mecánica se convierte en energía térmica a una razón de 60.2 kW/m^2 de área de la placa, para contrarrestar y vencer la fricción en el aceite. Por último, los cálculos se realizan utilizando las propiedades del aceite a 20 °C, pero la temperatura del aceite es mucho más alta. Por lo cual, al conocer la enorme dependencia de la viscosidad con la temperatura, los cálculos deben repetirse y utilizar las propiedades a la temperatura promedio de 72 °C para mejorar la precisión.

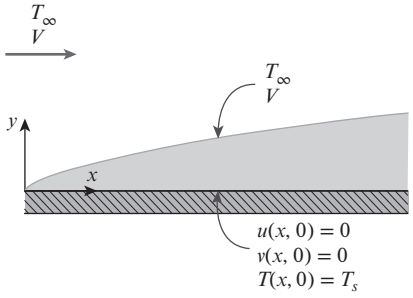


FIGURA 6-33
Condiciones de frontera para un flujo sobre una placa plana.

6-8 ▪ SOLUCIONES DE LAS ECUACIONES DE CONVECCIÓN PARA UNA PLACA PLANA

Considere el flujo laminar de un fluido sobre una *placa plana* como se muestra en la figura 6-33. Las superficies ligeramente contorneadas, como los álabes de una turbina, también pueden aproximarse como placas planas con razonable precisión. La coordenada x se mide a lo largo de la superficie de la placa, desde el borde de la placa en la dirección del flujo, mientras y se mide desde la superficie en la dirección perpendicular. El fluido se aproxima a la placa en la dirección x con una velocidad uniforme, lo cual equivale a la velocidad de la corriente libre V.

Cuando la disipación viscosa es despreciable, las ecuaciones de continuidad, de la cantidad de movimiento y de la energía (ecuaciones 6-21, 6-28 y 6-35) se reducen, para el flujo de un fluido estacionario, incompresible y laminar con propiedades constantes sobre una placa plana, a:

Continuidad:
$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \qquad \textbf{(6-39)}$$

Cantidad de movimiento:
$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \qquad \textbf{(6-40)}$$

Energía
$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \qquad \textbf{(6-41)}$$

con las condiciones frontera (figura 6-25):

$$\begin{array}{lll} \text{En } x = 0: & u(0, y) = V, & T(0, y) = T_\infty \\ \text{En } y = 0: & u(x, 0) = 0, & v(x, 0) = 0,\ T(x, 0) = T_w \\ \text{Como } y \to \infty: & u(x, \infty) = V, & T(x, \infty) = T_\infty \end{array} \qquad \textbf{(6-42)}$$

Cuando se supone que las propiedades del fluido son constantes y, por tanto, independientes de la temperatura, las primeras dos ecuaciones pueden resolverse por separado para encontrar las componentes u y v. Una vez que está disponible la distribución de velocidad, se puede determinar el coeficiente de fricción y el espesor de la capa límite utilizando sus definiciones. Asimismo, una vez conocidos los valores de u y v, la temperatura es la única incógnita en la última ecuación y se puede iniciar a partir de dicha ecuación la distribución de temperatura.

Las ecuaciones de continuidad y de cantidad de movimiento fueron resueltas por primera vez en 1908 por el ingeniero alemán H. Blasius, un discípulo de L. Prandtl. Esto se llevó a cabo transformando las dos ecuaciones diferenciales parciales en una sola ecuación diferencial ordinaria, introduciendo una nueva variable indepen-

diente llamada **variable de similitud**. Para encontrar esta variable, suponiendo que existiera, se requirió más de arte que de ciencia, además de tener una visión profunda del problema.

Al notar que la forma general del perfil de velocidad permanecía estable igual a lo largo de la placa, Blasius dedujo que el perfil de velocidad adimensional u/V debería permanecer inalterado cuando se grafica contra la distancia adimensional y/δ, donde δ es el espesor de la capa límite de la velocidad local a una determinada distancia x; es decir, aunque tanto δ como u varían respecto a x a una determinada y, la velocidad u a un valor fijo de y/δ permanece constante. Blasius también estaba consciente del trabajo de Stokes, respecto a que δ es proporcional a $\sqrt{\nu x/V}$ y, por tanto, definió una *variable de similitud adimensional* como:

$$\eta = y\sqrt{\frac{V}{\nu x}} \tag{6-43}$$

y, dado que $u/V =$ función(η). Entonces introdujo *una función de corriente* $\psi(x, y)$ como:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad \text{y} \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \tag{6-44}$$

de tal forma que la ecuación de continuidad (ecuación 6-39) queda satisfecha automáticamente y, por lo consiguiente, se elimina (esto puede verificarse fácilmente por sustitución directa). A continuación definió una función $f(\eta)$ como la variable dependiente:

$$f(\eta) = \frac{\psi}{V\sqrt{\nu x/V}} \tag{6-45}$$

Entonces, las componentes de la velocidad quedan:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{\partial \psi}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial y} = V\sqrt{\frac{\nu x}{V}}\frac{df}{d\eta}\sqrt{\frac{V}{\nu x}} = V\frac{df}{d\eta} \tag{6-46}$$

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = -V\sqrt{\frac{\nu x}{V}}\frac{df}{d\eta} - \frac{V}{2}\sqrt{\frac{\nu}{Vx}}f = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{V\nu}{x}}\left(\eta\frac{df}{d\eta} - f\right) \tag{6-47}$$

Al derivar estas relaciones u y v de las componentes de la velocidad puede demostrarse que:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{V}{2x}\eta\frac{d^2f}{d\eta^2}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = V\sqrt{\frac{V}{\nu x}}\frac{d^2f}{d\eta^2}, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{V^2}{\nu x}\frac{d^{3f}}{d\eta^3} \tag{6-48}$$

Sustituyendo estas relaciones en la ecuación de la cantidad de movimiento y simplificando, se tiene:

$$2\frac{d^3f}{d\eta^3} + f\frac{d^2f}{d\eta^2} = 0 \tag{6-49}$$

la cual es una ecuación diferencial no lineal de tercer orden. Por tanto, el sistema de dos ecuaciones diferenciales parciales se transforma en una sola ecuación diferencial ordinaria por medio del uso de una variable de similitud. Con las definiciones de f y η, las condiciones frontera en términos de las variables de similitud se expresan como:

$$f(0) = 0, \quad \left.\frac{df}{d\eta}\right|_{\eta=0} = 0, \quad \text{y} \quad \left.\frac{df}{d\eta}\right|_{\eta=\infty} = 1 \tag{6-50}$$

TABLA 6-3

Función de similitud f y sus derivadas para la capa límite laminar a lo largo de una placa plana

η	f	$\frac{df}{d\eta}=\frac{u}{V}$	$\frac{d^2f}{d\eta^2}$
0	0	0	0.332
0.5	0.042	0.166	0.331
1.0	0.166	0.330	0.323
1.5	0.370	0.487	0.303
2.0	0.650	0.630	0.267
2.5	0.996	0.751	0.217
3.0	1.397	0.846	0.161
3.5	1.838	0.913	0.108
4.0	2.306	0.956	0.064
4.5	2.790	0.980	0.034
5.0	3.283	0.992	0.016
5.5	3.781	0.997	0.007
6.0	4.280	0.999	0.002
∞	∞	1	0

La ecuación transformada con sus condiciones de frontera asociadas no puede resolverse analíticamente y, por lo consiguiente, es necesaria una solución alterna. El problema lo resolvió Blasius en 1908 mediante un método de expansión por series de potencias, y esta solución de enfoque original se conoce como *la solución de Blasius*. Más tarde, el problema se resolvió con mayor precisión aplicando métodos numéricos, y los resultados obtenidos se muestran en la tabla 6-3. El perfil adimensional de la velocidad se puede obtener al graficar u/V contra η. Los resultados por este análisis simplificado concuerdan con los experimentales.

Recuerde que se definió el espesor de la capa límite como la distancia desde la superficie para la cual $u/V = 0.99$. En la tabla 6-3 se muestra que el valor de η correspondiente a $u/V = 0.99$ es $\eta = 4.91$. Al sustituir $\eta = 4.91$ y $y = \delta$ en la definición de la variable de similitud (ecuación 6-43) resulta $4.91 = \delta\sqrt{V/\nu x}$. Entonces, el espesor de la capa límite de la velocidad queda:

$$\delta = \frac{4.91}{\sqrt{V/\nu x}} = \frac{4.91x}{\sqrt{\mathrm{Re}_x}} \tag{6-51}$$

puesto que $\mathrm{Re}_x = Vx/\nu$, donde x es la distancia desde el borde de la placa. Observe que el espesor de la capa límite aumenta al incrementarse la viscosidad cinemática ν y al aumentar la distancia x; sin embargo, disminuye al aumentar la velocidad de flujo libre V. Por tanto, una velocidad de flujo libre grande elimina la capa límite y la hace más delgada.

El esfuerzo cortante sobre la pared puede determinarse a partir de su definición y por la relación $\partial u/\partial y$ de la ecuación 6-48:

$$\tau_w = \mu\left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0} = \mu V\sqrt{\frac{V}{\nu x}}\left.\frac{d^2f}{d\eta^2}\right|_{\eta=0} \tag{6-52}$$

Al sustituir el valor de la segunda derivada de f en $\eta = 0$ de la tabla 6-3 da:

$$\tau_w = 0.332V\sqrt{\frac{\rho\mu V}{x}} = \frac{0.332\rho V^2}{\sqrt{\mathrm{Re}_x}} \tag{6-53}$$

Entonces, el coeficiente de fricción local superficial es:

$$C_{f,x} = \frac{\tau_w}{\rho V^2/2} = 0.664\ \mathrm{Re}_x^{-1/2} \tag{6-54}$$

Note que a diferencia del espesor de la capa límite, el esfuerzo cortante superficial y el coeficiente de fricción superficial disminuyen a lo largo de la placa siguiendo la expresión $x^{-1/2}$.

Ecuación de energía

Al conocer el perfil de velocidades, se está preparado para resolver la ecuación de energía para la distribución de temperatura, para el caso de una temperatura constante en la pared T_s. Al inicio, se introduce la temperatura θ adimensional como:

$$\theta(x, y) = \frac{T(x, y) - T_s}{T_\infty - T_s} \tag{6-55}$$

Dado que tanto T_s como T_∞ son constantes, al sustituir en la ecuación de energía 6-41 da:

$$u\frac{\partial\theta}{\partial x} + v\frac{\partial\theta}{\partial y} = \alpha\frac{\partial^2\theta}{\partial y^2} \tag{6-56}$$

Los perfiles de temperatura para el flujo sobre una placa plana isotérmica son similares, igual que los perfiles de velocidad, y por tanto, se espera que exista una solución similar para la temperatura. Además, el espesor de la capa límite térmica es proporcional a $\sqrt{\nu x/V}$, igual que el espesor de la capa límite de la velocidad, de modo que la variable de similitud es también η, y $\theta = \theta(\eta)$. Al utilizar la regla de la cadena y sustituir las expresiones para u y v de las ecuaciones 6-46 y 6-47 en la ecuación de energía, se obtiene:

$$V\frac{df}{d\eta}\frac{d\theta}{d\eta}\frac{\partial\eta}{\partial x} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{Vy}{x}}\left(\eta\frac{df}{d\eta}f\right)\frac{d\theta}{d\eta}\frac{\partial\eta}{dy} = \alpha\frac{d^2\theta}{d\eta^2}\left(\frac{\partial\eta}{\partial y}\right)^2 \tag{6-57}$$

Al reducir y observar que $\Pr = \nu/\alpha$ se obtiene:

$$2\frac{d^2\theta}{d\eta^2} + \Pr f\frac{d\theta}{d\eta} = 0 \tag{6-58}$$

con las condiciones frontera $\theta(0) = 0$ y $\theta(\infty) = 1$. La obtención de la ecuación para θ como función de η solo confirma que los perfiles de temperatura son similares y, dado esto, existe una solución similar. De nuevo, no se puede obtener una solución de forma cerrada para este problema con valores en la frontera, y se debe resolver numéricamente.

Es importante hacer notar que para $\Pr = 1$, esta ecuación se reduce a la ecuación 6-49, cuando θ se reemplaza por $df/d\eta$, lo cual es equivalente a u/V (ecuación 6-46). Las condiciones de frontera para θ y $df/d\eta$ también son idénticas. Por tanto, se concluye que las capas límite de velocidad y térmica coinciden, y los perfiles adimensionales de la velocidad y temperatura (u/V y θ) son idénticos para un flujo de fluidos estacionario, incompresible y laminar con propiedades constantes y $\Pr = 1$ sobre una placa plana isotérmica (figura 6-34). El valor del gradiente de temperatura en la superficie ($y = 0$ o $\eta = 0$) es, con base en la tabla 6-3, $d\theta/d\eta = d^2f/d\eta^2 = 0.332$.

La ecuación 6-58 está resuelta para varios valores del número de Prandtl. En el caso de $\Pr > 0.6$, el valor del gradiente de temperatura adimensional en la superficie es proporcional a $\Pr^{1/3}$ y se expresa de la manera siguiente:

$$\left.\frac{d\theta}{d\eta}\right|_{\eta=0} = 0.332\ \Pr^{1/3} \tag{6-59}$$

El gradiente de temperatura en la superficie es:

$$\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} = (T_\infty - T_s)\left.\frac{\partial\theta}{\partial y}\right|_{y=0} = (T_\infty - T_s)\left.\frac{d\theta}{d\eta}\right|_{\eta=0}\left.\frac{\partial\eta}{\partial y}\right|_{y=0} = 0.332\ \Pr^{1/3}(T_\infty - T_s)\sqrt{\frac{V}{\nu x}} \tag{6-60}$$

Entonces, el coeficiente de convección local y el número de Nusselt son:

$$h_x = \frac{\dot{q}_s}{T_s - T_\infty} = \frac{-k(\partial T/\partial y)|_{y=0}}{T_s - T_\infty} = 0.332\ \Pr^{1/3}k\sqrt{\frac{V}{\nu x}} \tag{6-61}$$

y,

$$\mathrm{Nu}_x = \frac{h_x x}{k} = 0.332\ \Pr^{1/3}\mathrm{Re}_x^{1/2} \quad \Pr > 0.6 \tag{6-62}$$

Los valores Nu_x obtenidos a partir de esta relación coinciden con los valores medidos.

Al resolver numéricamente la ecuación 6-58 para el perfil de temperatura con diferentes números de Prandtl y utilizando la definición de capa límite térmica, se

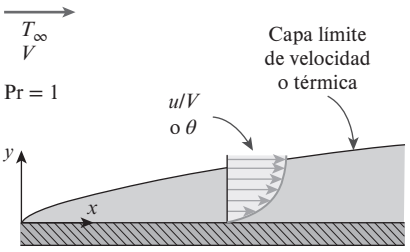


FIGURA 6-34

Cuando $\Pr = 1$, las capas límite de velocidad y térmica coinciden, y los perfiles adimensionales de velocidad y temperatura son idénticos para un flujo laminar, incompresible y estacionario sobre una placa plana.

llega a la conclusión de que $\delta/\delta_t \cong \mathrm{Pr}^{1/3}$. Entonces, el espesor de la capa límite térmica resulta:

$$\delta_t = \frac{\delta}{\mathrm{Pr}^{1/3}} = \frac{4.91x}{\mathrm{Pr}^{1/3}\sqrt{\mathrm{Re}_x}} \tag{6-63}$$

Note que dichas relaciones son válidas solamente para flujo laminar sobre una capa plana isotérmica. Asimismo, debe tomarse en cuenta el efecto de las propiedades variables para evaluarlas en la temperatura de la película definida por $T_f = (T_s + T_\infty)/2$.

La solución de Blasius proporciona conceptos importantes; sin embargo, su valor es histórico en gran medida debido a las limitaciones que involucra. En la actualidad, tanto los flujos laminares como los turbulentos que fluyen sobre superficies se analizan rutinariamente utilizando métodos numéricos.

6-9 ▪ ECUACIONES ADIMENSIONALES DE CONVECCIÓN Y SIMILITUD

Cuando la disipación viscosa es despreciable, las ecuaciones de continuidad, de cantidad de movimiento y de energía para un flujo laminar y estacionario de un fluido con propiedades constantes está dada por las ecuaciones 6-21, 6-28 y 6-35.

A estas ecuaciones y a las condiciones de frontera se les puede adimensionalizar dividiendo todas las variables dependientes e independientes entre cantidades constantes relevantes y con significado: todas las longitudes entre una longitud característica L (la cual es la longitud de una placa), todas las velocidades entre una velocidad de referencia V (la cual es la velocidad de corriente libre para una placa), la presión entre ρV^2 (que es dos veces la presión dinámica de corriente de flujo libre para la placa), y la temperatura entre una diferencia de temperaturas apropiada (la cual es $T_\infty - T_s$ para la placa). Se obtiene:

$$x^* = \frac{x}{L}, \quad y^* = \frac{y}{L}, \quad u^* = \frac{u}{V}, \quad v^* = \frac{v}{V}, \quad P^* = \frac{P}{\rho V^2} \quad \text{y} \quad T^* = \frac{T - T_s}{T_\infty - T_s}$$

donde los asteriscos se usan para expresar a las variables adimensionales. Al insertar dichas variables en las ecuaciones 6-21, 6-28 y 6-41 y simplificar se obtiene:

Continuidad:
$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \tag{6-64}$$

Cantidad de movimiento:
$$u^*\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^*\frac{\partial u^*}{\partial y^*} = \frac{1}{\mathrm{Re}_L}\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} - \frac{dP^*}{dx^*} \tag{6-65}$$

Energía:
$$u^*\frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^*\frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \frac{1}{\mathrm{Re}_L \mathrm{Pr}}\frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} \tag{6-66}$$

con las condiciones de frontera:

$$\begin{aligned} &u^*(0, y^*) = 1, \quad u^*(x^*, 0) = 0, \quad u^*(x^*, \infty) = 1, \quad v^*(x^*, 0) = 0, \\ &T^*(0, y^*) = 1, \quad T^*(x^*, 0) = 0, \quad T^*(x^*, \infty) = 1 \end{aligned} \tag{6-67}$$

donde $\mathrm{Re}_L = VL/\nu$ es el número de Reynolds adimensional y $\mathrm{Pr} = \nu/\alpha$ es el número de Prandtl. Para un tipo de geometría determinado, las soluciones a los problemas con los mismos números de Re y Pr son similares y, por tanto, dichos números sirven como *parámetros de similitud.* Dos fenómenos físicos son *similares,* si tienen las mismas formas adimensionales de las ecuaciones diferenciales y de condición de frontera que las rige (véase el ejemplo 6-3).

Una ventaja principal de adimensionalizar es la reducción significativa en el número de parámetros. El problema original involucra seis parámetros (L, V, T_∞, T_s, ν, α); sin embargo, el problema adimensionalizando involucra a solamente dos parámetros (Re_L y Pr). Para una determinada geometría, los problemas que tienen los mismos valores de parámetros de similitud tienen soluciones idénticas. Por ejemplo, la determinación del coeficiente de transferencia de calor por convección para un flujo sobre una superficie determinada, requiere soluciones numéricas o investigaciones experimentales de varios fluidos, conjuntos de velocidades, longitudes de superficies, temperaturas de pared y corrientes libres. Se puede obtener la misma información con menos análisis, agrupando datos en los números adimensionales Re y Pr. Otra ventaja de los parámetros de similitud es que permiten agrupar los resultados en un número grande de experimentos y reportarlos de forma conveniente en términos de esos parámetros (figura 6-35).

Parámetros antes de adimensionalizar:
L, V, T_∞, T_s, ν, α
Parámetros después de adimensionalizar:
Re, Pr

FIGURA 6-35

El número de parámetros se reduce enormemente adimensionalizando las ecuaciones de convección.

EJEMPLO 6-3 **Cálculo de la razón de transferencia de calor utilizando los parámetros de similitud**

Una superficie de sustentación con una longitud característica de 0.15 m y una temperatura en la superficie de 325 °C se coloca en un flujo de aire a 37 °C con una velocidad de corriente libre de 100 m/s. La razón de transferencia de calor de la superficie de sustentación es 1 600 W. Si una segunda superficie de sustentación con una longitud característica de 0.3 m y una temperatura de superficie de 425 °C se coloca en el flujo de aire a 37 °C con una velocidad de corriente libre de 50 m/s, determine la razón de transferencia de calor desde la segunda superficie de sustentación. Considere que el área de la superficie de sustentación es directamente proporcional a su longitud característica (figura 6-36).

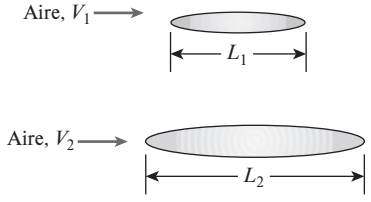


FIGURA 6-36

Esquema para el ejemplo 6-3.

SOLUCIÓN Dos superficies de sustentación con longitudes características y temperaturas diferentes se colocan en un flujo de aire con diferentes velocidades de corriente libre a 37 °C. Determine la razón de transferencia de calor desde la segunda superficie de sustentación.

Suposiciones **1** Prevalecen condiciones de operación estacionarias. **2** Las propiedades son constantes. **3** Ambas superficies de sustentación son geométricamente similares. **4** La superficie A es directamente proporcional a la longitud característica L.

Análisis La relación entre los números de Nusselt, Prandtl y Reynolds está dada por:

$$\mathrm{Nu} = g(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr})$$

$$\text{donde} \qquad \mathrm{Nu} = \frac{hL}{k}, \quad \mathrm{Pr} = \frac{c_p \mu}{k}, \quad \mathrm{Re} = \frac{VL}{\nu}$$

Por lo consiguiente, para las superficies de sustentación 1 y 2 se tiene:

$$Re_1 = \frac{V_1 L_1}{\nu} = \frac{(100\ \mathrm{m/s})(0.15\ \mathrm{m})}{\nu} = \frac{15\ \mathrm{m^2/s}}{\nu} \quad \text{y} \quad \mathrm{Pr}_1 = \frac{c_p \mu}{k}$$

$$\mathrm{Re}_2 = \frac{V_2 L_2}{\nu} = \frac{(50\ \mathrm{m/s})(0.3\ \mathrm{m})}{\nu} = \frac{15\ \mathrm{m^2/s}}{\nu} \quad \text{y} \quad \mathrm{Pr}_2 = \frac{c_p \mu}{k}$$

Como las propiedades del fluido son constantes, se tiene $\mathrm{Re}_1 = \mathrm{Re}_2$ y $\mathrm{Pr}_1 = \mathrm{Pr}_2$, lo cual implica:

$$\mathrm{Nu}_1 = g(\mathrm{Re}_1, \mathrm{Pr}_1) = \mathrm{Nu}_2 = g(\mathrm{Re}_2, \mathrm{Pr}_2) \quad \rightarrow \quad \mathrm{Nu}_1 = \mathrm{Nu}_2$$

De aquí que:

$$\frac{h_1 L_1}{k} = \frac{h_2 L_2}{k} \quad \rightarrow \quad h_2 = h_1 \frac{L_1}{L_2} = \frac{\dot{Q}_1}{A_1 (T_{s,1} - T_\infty)} \frac{L_1}{L_2}$$

$$\dot{Q}_2 = h_2 A_2 (T_{s,2} - T_\infty) = \frac{L_1}{L_2} \frac{A_2}{A_1} \frac{(T_{s,2} - T_\infty)}{(T_{s,1} - T_\infty)} \dot{Q}_1$$

$$\dot{Q}_2 = \frac{(T_{s,2} - T_\infty)}{(T_{s,1} - T_\infty)} \dot{Q}_1 = \frac{(425 - 37)\ ^\circ\text{C}}{(325 - 37)\ ^\circ\text{C}} (1\ 600\ \text{W}) = \mathbf{2\ 156\ W}$$

Discusión La relación de los números de Nusselt $Nu_1 = Nu_2$ es válida debido a que $Re_1 = Re_2$ y $Pr_1 = Pr_2$. Una pequeña variación de ν desde la superficie de sustentación 1 hacia la 2 podría provocar que Re_2 sea diferente a Re_1. Sin embargo, para unas condiciones dadas, el efecto de la propiedad variable es menor.

6-10 ▪ FORMAS FUNCIONALES DE LOS COEFICIENTES DE FRICCIÓN Y CONVECCIÓN

Las tres ecuaciones adimensionales de la capa límite (ecuaciones 6-64, 6-65 y 6-66) involucran tres funciones desconocidas u^*, v^* y T^*, dos variables independientes x^* y y^*, y dos parámetros Re_L y Pr. La presión $P^*(x^*)$ depende de la geometría involucrada (es constante para una placa plana), y tiene el mismo valor dentro y fuera de la capa límite a un valor especifico de x^*. Por tanto, puede determinarse de manera separada a partir de las condiciones de corriente libre, y dP^*/dx^* en la ecuación 6-65 se trata como una función conocida de x^*. Observe que la condición de frontera no introduce ningún nuevo parámetro.

Para una determinada geometría, la solución de u^* puede expresarse como:

$$u^* = f_1(x^*,\ y^*,\ \text{Re}_L) \tag{6-68}$$

Entonces, el esfuerzo cortante superficial es:

$$\tau_w = \mu \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0} = \frac{\mu V}{L} \left.\frac{\partial u^*}{\partial y^*}\right|_{y^*=0} = \frac{\mu V}{L} f_2(x^*,\ \text{Re}_L) \tag{6-69}$$

Al sustituir en su definición, da el coeficiente de fricción local:

$$C_{f,x} = \frac{\tau_w}{\rho V^2/2} = \frac{\mu V/L}{\rho V^2/2} f_2(x^*,\ \text{Re}_L) = \frac{2}{\text{Re}_L} f_2(x^*,\ \text{Re}_L) = f_3(x^*,\ \text{Re}_L) \tag{6-70}$$

Así que el coeficiente de fricción para una determinada geometría puede expresarse en términos del número de Reynolds Re y solo de la variable espacial adimensional x^* (en lugar de expresarse en términos de x, L, V, ρ y μ). Este es un descubrimiento muy importante y demuestra el valor de las ecuaciones adimensionales.

De manera similar, la solución de la ecuación 6-66 para la temperatura adimensional T^* para una determinada geometría puede expresarse como:

$$T^* = g_1(x^*, y^*, \text{Re}_L, \text{Pr}) \tag{6-71}$$

Con la definición de T^*, el coeficiente de transferencia de calor por convección se convierte en:

$$h_x = \frac{-k(\partial T/\partial y)\big|_{y=0}}{T_s - T_\infty} = \frac{-k(T_\infty - T_s)}{L(T_s - T_\infty)} \left.\frac{\partial T^*}{\partial y^*}\right|_{y^*=0} = \frac{k}{L}\left.\frac{\partial T^*}{\partial y^*}\right|_{y^*=0} \quad \textbf{(6-72)}$$

Al sustituir este valor en la relación del número de Nusselt da [o, de forma alternativa, se puede reordenar la relación antes dada de forma adimensional $hL/k = (\partial T^*/\partial y^*)|_{y^*=0}$ y definir el grupo adimensional hL/k como el número de Nusselt]

$$\mathrm{Nu}_x = \frac{h_x x}{k} = \left.\frac{\partial T^*}{\partial y^*}\right|_{y^*=0} = g_2(x^*, \mathrm{Re}_x, \mathrm{Pr}) \quad \textbf{(6-73)}$$

Observe que el número de Nusselt es equivalente al *gradiente de temperatura adimensional en la superficie* y, por tanto, se conoce con justa razón como el coeficiente de transferencia de calor adimensional (figura 6-37). Asimismo, el número de Nusselt para una geometría determinada puede expresarse en términos del número de Reynolds Re, Prandtl Pr y la variable espacial x^*, y dicha relación pueden utilizarse para diferentes fluidos que fluyen a velocidades diferentes sobre geometrías similares con longitudes diferentes.

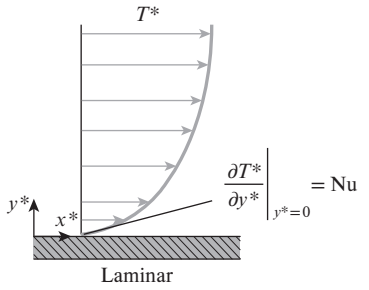


FIGURA 6-37
El número de Nusselt es equivalente al gradiente de temperatura adimensional en la superficie.

Los coeficientes promedio de fricción y de transferencia de calor se determinan integrando $C_{f,x}$ y Nu_x sobre toda la superficie de un cuerpo dado, con respecto a x^* desde 0 hasta 1. La integración elimina la dependencia de x^* y el coeficiente de fricción promedio y el número de Nusselt pueden expresarse como:

$$C_f = f_4(\mathrm{Re}_L) \quad \text{y} \quad \mathrm{Nu} = g_3(\mathrm{Re}_L, \mathrm{Pr}) \quad \textbf{(6-74)}$$

Estas relaciones son extremadamente valiosas, ya que establecen que, para una determinada geometría, el coeficiente de fricción puede solo expresarse en función del número de Reynolds y el número de Nusselt está en función de los números de Reynolds y Prandtl solamente (figura 6-38). Por tanto, los investigadores pueden estudiar un problema con un número mínimo de experimentos y reportar sus mediciones sobre fricción y coeficiente de transferencia de calor de manera apropiada en términos de los números de Reynolds y Prandtl. Por ejemplo, una relación de coeficiente de fricción obtenida con aire para una determinada superficie, puede también utilizarse para agua con el mismo número de Reynolds. Sin embargo, se debe tener presente que la validez de estas relaciones está limitada por las restricciones de las ecuaciones de capa límite utilizadas en este análisis.

Número de Nusselt local:
Nu_x = función (x^*, Re_x, Pr)
Número de Nusselt promedio:
Nu = función (Re_L, Pr)
Una forma común del número de Nusselt:
$\mathrm{Nu} = C\,\mathrm{Re}_L^m \mathrm{Pr}^n$

FIGURA 6-38
Para una geometría dada, el número de Nusselt promedio es función de los números de Reynolds y Prandtl.

Los datos experimentales de la transferencia de calor a menudo pueden representarse con una precisión razonable por medio de una relación sencilla de las leyes de potencias de la siguiente forma:

$$\mathrm{Nu} = C\,\mathrm{Re}_L^m \mathrm{Pr}^n \quad \textbf{(6-75)}$$

donde m y n son exponentes constantes (por lo regular entre 0 y 1), y el valor de la constante C depende de la geometría. A veces se utilizan relaciones más complejas con el fin de obtener una mejor precisión.

6-11 ▪ ANALOGÍAS ENTRE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO Y LA TRANSFERENCIA DE CALOR

En el análisis de la convección forzada es importante la determinación de las cantidades C_f (para calcular el esfuerzo cortante superficial) y Nu (para calcular la razón de transferencia de calor). Así que es necesario contar con una relación entre C_f y

Perfiles: $u^* = T^*$

Gradientes: $\left.\frac{\partial u^*}{\partial y^*}\right|_{y^*=0} = \left.\frac{\partial T^*}{\partial y^*}\right|_{y^*=0}$

Analogía: $C_{f,x}\frac{\mathrm{Re}_x}{2} = \mathrm{Nu}_x$

FIGURA 6-39

Cuando Pr = 1 y $\partial P^*/\partial x^* \approx 0$, los perfiles de velocidad y temperatura adimensionales son idénticos y Nu se relaciona con C_f por la analogía de Reynolds.

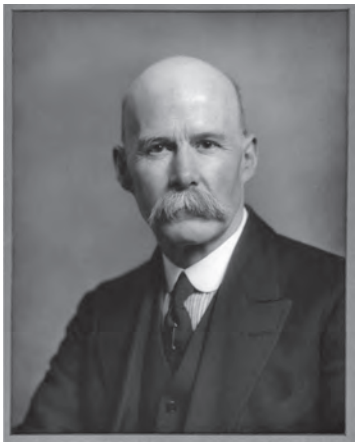


FIGURA 6-40

Sir Thomas Edward Stanton (1865-1931) fue un ingeniero británico nacido en Atherstone, en Warwickshire, Inglaterra. De 1891 a 1896 trabajó en el laboratorio de Osborne Reynolds en Owens College, Manchester, Inglaterra. El campo de interés de Stanton fue el flujo de fluidos y la fricción, y el problema relacionado con la transmisión de calor. De 1902 a 1907 llevó a cabo un programa de investigación exhaustivo respecto a las fuerzas del viento sobre estructuras como puentes y techos. Después de 1908, el año en el que los hermanos Wright realizaron sus primeros vuelos en aeroplano a Europa, Stanton se dedicó a los problemas de diseño de aeroplanos y dirigibles, y de disipación de calor de las máquinas enfriadas por aire. El coeficiente de transferencia de calor adimensional llamado **número de Stanton** recibió ese nombre en su honor.

Cortesía de la Universidad de Bristol, Facultad de Ingeniería.

Nu, de tal forma que se pueda determinar por cálculo uno de ellos en función del otro. Estas relaciones se desarrollan con base en la similitud entre la cantidad de movimiento y del calor en las capas límite, a estas se les conoce como la *analogía de Reynolds* (figura 6-20) y *de Chilton-Colburn.*

Es preciso reconsiderar las ecuaciones de cantidad de movimiento y de energía adimensionales para un flujo de fluidos laminar, incompresible y estacionario con propiedades constantes y disipación viscosa despreciable (ecuaciones 6-65 y 6-66). Cuando Pr = 1 (este es aproximadamente el caso para los gases) y $\partial P^*/\partial x^* = 0$ (cuando $u = V =$ constante en la corriente libre, y en el flujo sobre una placa plana), dichas ecuaciones se simplifican en:

Cantidad de movimiento:
$$u^*\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^*\frac{\partial u^*}{\partial y^*} = \frac{1}{\mathrm{Re}_L}\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \qquad \textbf{(6-76)}$$

Energía:
$$u^*\frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^*\frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \frac{1}{\mathrm{Re}_L}\frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} \qquad \textbf{(6-77)}$$

las cuales tienen exactamente la misma forma para la velocidad u^* y temperatura T^* adimensionales. Las condiciones frontera para u^* y T^* son idénticas. Así que cabe señalar que las funciones u^* y T^* en la superficie deben ser iguales entre sí:

$$\left.\frac{\partial u^*}{\partial y^*}\right|_{y^*=0} = \left.\frac{\partial T^*}{\partial y^*}\right|_{y^*=0} \qquad \textbf{(6-78)}$$

Entonces, a partir de las ecuaciones 6-69, 6-70 y 6-73, se obtiene:

$$C_{f,x}\frac{\mathrm{Re}_x}{2} = \mathrm{Nu}_x \quad (\mathrm{Pr} = 1) \qquad \textbf{(6-79)}$$

la cual se conoce como **analogía de Reynolds** (figura 6-39). Esta representación es muy importante, ya que permite calcular el coeficiente de transferencia de calor de los fluidos con Pr ≈ 1, a partir de conocer el coeficiente de fricción, el cual es más fácil de medir. La analogía de Reynolds también se expresa de manera alterna como:

$$\frac{C_{f,x}}{2} = \mathrm{St}_x \quad (\mathrm{Pr} = 1) \qquad \textbf{(6-80)}$$

donde

$$\mathrm{St} = \frac{h}{\rho c_p V} = \frac{\mathrm{Nu}}{\mathrm{Re}_L \mathrm{Pr}} \qquad \textbf{(6-81)}$$

el cual se define como el **número de Stanton** (figura 6-40), que es también un coeficiente de transferencia de calor adimensional.

La analogía de Reynolds es limitada debido a las restricciones Pr = 1 y $\partial P^*/\partial x^* = 0$, y es conveniente contar con una analogía aplicable en un amplio rango de Pr. Esto se logra agregando una corrección al número de Prandtl.

El coeficiente de fricción y el número de Nusselt para una placa plana se determinó en la sección 6-8 como:

$$C_{f,x} = 0.664\,\mathrm{Re}_x^{-1/2} \qquad \text{y} \qquad \mathrm{Nu}_x = 0.332\,\mathrm{Pr}^{1/3}\,\mathrm{Re}_x^{1/2} \qquad \textbf{(6-82)}$$

Al determinar ambas razones y reordenar los términos de la relación que se desea, se obtiene la **analogía de Reynolds modificada** o **analogía de Chilton-Colburn**.

$$C_{f,x}\frac{\mathrm{Re}_x}{2} = \mathrm{Nu}_x\,\mathrm{Pr}^{-1/3} \qquad \text{o} \qquad \frac{C_{f,x}}{2} = \mathrm{St}_x\,\mathrm{Pr}^{2/3} = j_H \qquad \textbf{(6-83)}$$

para $0.6 < \text{Pr} < 60$. Aquí j_H se llama el *factor j de Colburn* (figura 6-41). A pesar de que esta relación se desarrolla utilizando relaciones para el flujo laminar sobre una placa plana (para la cual $\partial P^*/\partial x^* = 0$), estudios experimentales muestran que también es aplicable de manera aproximada a flujos turbulentos sobre una superficie, inclusive en la presencia de gradientes de presión. Sin embargo, para el caso de un flujo laminar, la analogía no es aplicable a menos que $\partial P^*/\partial x^* \approx 0$. Por tanto, no se aplica para un flujo laminar en una tubería. También se han desarrollado analogías más precisas entre C_f y Nu; sin embargo, son más complejas y están fuera del alcance de este libro. Las analogías que se proporcionan pueden utilizarse para cantidades locales y promedio.

FIGURA 6-41

Allan Philip Colburn (1904-1955), fue un ingeniero estadounidense que nació en Madison, Wisconsin. Su trabajo de investigación fue sobre la condensación de vapor de agua a partir de corrientes de aire saturado. Conjuntó por primera vez en Estados Unidos los fundamentos de ingeniería de la cantidad de movimiento, transferencia de calor y masa, y los principios de la termodinámica para enfrentar este problema complejo. El parámetro adimensional empírico se nombró en su honor como **factor *j* de Colburn** ($j_H = \text{St}_x\text{Pr}^{2/3}$).

Cortesía de la Universidad de Delaware.

EJEMPLO 6-4 **Cálculo del coeficiente de convección a partir de la medición del arrastre de un fluido en movimiento**

Una placa plana de 2 m × 3 m está suspendida en un cuarto y está sujeta a un flujo de aire paralelo a sus superficies a lo largo de su lado de 3 m de longitud. La temperatura y la velocidad del aire de la corriente libre son 20 °C y 7 m/s. La medición de la fuerza de arrastre total que actúa sobre la placa es de 0.86 N. Determine el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio sobre la placa (figura 6-42).

SOLUCIÓN Una placa plana está sujeta a un flujo de aire y se mide la fuerza de arrastre que actúa en dicha placa. Se va a calcular el coeficiente de convección promedio.

Suposiciones **1** Existen condiciones de operación estacionarias. **2** Los efectos de los bordes son despreciables. **3** La presión atmosférica local es 1 atm.

Propiedades Las propiedades del aire a 20 °C y 1 atm son (tabla A-15):

$$\rho = 1.204 \text{ kg/m}^3, \qquad c_p = 1.007 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}, \qquad \text{Pr} = 0.7309$$

Análisis El flujo se lleva a cabo a lo largo del lado que mide 3 m de la placa, por lo que la longitud característica es $L = 3$ m. Ambos lados de la placa están expuestos al flujo de aire, y por consiguiente, el área total es:

$$A_s = 2WL = 2(2 \text{ m})(3 \text{ m}) = 12 \text{ m}^2$$

En el caso de placas planas, la fuerza de arrastre es equivalente a la fuerza de fricción. El coeficiente de fricción promedio C_f puede calcularse a partir de la ecuación 6-11 con:

$$F_f = C_f A_s \frac{\rho V^2}{2}$$

Al despejar C_f y sustituir, se obtiene:

$$C_f = \frac{F_f}{\rho A_s V^2/2} = \frac{0.86 \text{ N}}{(1.204 \text{ kg/m}^3)(12 \text{ m}^2)(7 \text{ m/s})^2/2}\left(\frac{1 \text{ kg}\cdot\text{m/s}^2}{1 \text{ N}}\right) = 0.00243$$

Entonces, el coeficiente de transferencia de calor promedio se determina a partir de la analogía de Reynolds modificada (ecuación 6-83) como:

$$h = \frac{C_f \rho V c_p}{2 \text{ Pr}^{2/3}} = \frac{0.00243}{2}\frac{(1.204 \text{ kg/m}^3)(7 \text{ m/s})(1007 \text{ J/kg}\cdot\text{K})}{0.7309^{2/3}} = \mathbf{12.7 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}}$$

Discusión Este ejemplo demuestra la gran utilidad de las analogías de transferencia de la cantidad de movimiento y de calor en el sentido de que el coeficiente de transferencia de calor por convección se puede obtener a partir del conocimiento del coeficiente de fricción, el cual es más fácil de calcular.

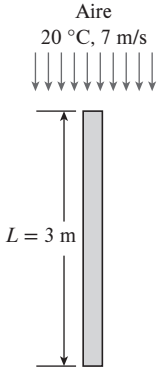


FIGURA 6-42

Esquema para el ejemplo 6-4.

TEMA DE INTERÉS ESPECIAL*

*Transferencia de calor a microescala**

Las consideraciones de transferencia de calor tienen un papel crucial, en el diseño y en la operación de muchos dispositivos modernos. Nuevos enfoques y métodos de análisis se han desarrollado para comprender y controlar (mejorar o eliminar) dichas interacciones energéticas. La modulación típica se presenta controlando activamente el fenómeno superficial o enfocando la energía volumétrica. En esta sección se estudia y muestra un ejemplo de transferencia de calor a microescala.

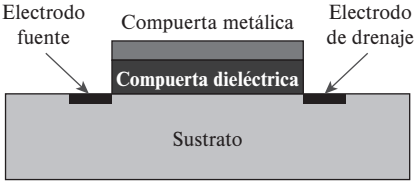
Invenciones recientes en sistemas a microescala ($\sim 10^{-6}$ m) y nanoescala ($\sim 10^{-9}$ m) han demostrado tener enormes beneficios en procesos de flujo de fluidos y de transferencia de calor. Estos dispositivos son extremadamente diminutos y son solo visibles a través del microscopio electrónico. La comprensión detallada de los mecanismos que rigen estos sistemas será la parte medular de la realización de muchas y nuevas tecnologías del futuro. Entre algunos ejemplos se incluyen sensores químicos y biológicos, el almacenamiento por hidrógeno, dispositivos para la exploración del espacio y la detección de drogas. Sin embargo, el desarrollo de dispositivos a nivel micro y nanoescalas representa varios desafíos. Por ejemplo, el conocimiento de la transferencia de calor clásica tiene su origen en el enfoque del equilibrio térmico y las ecuaciones se deducen a partir del medio continuo. A medida que la escala de longitud del sistema se hace más diminuta, la transferencia de calor a través de estas partículas en sistemas a nanoescala ya no representa un proceso en equilibrio, y el método del equilibrio basado en un continuo ya no es válido. Por tanto, una comprensión precisa y general de los conceptos de transferencia de calor se convierte en algo muy esencial.

Tanto las escalas de longitud como la de tiempo son cruciales en la transferencia de calor a micro y nanoescalas. El significado de la escala de longitud se hace más evidente por el hecho de que el área superficial por unidad de volumen de un objeto se incrementa a medida que la escala de longitud del objeto disminuye. Lo anterior significa que la transferencia de calor a través de la superficie asume un orden de magnitud más importante a nivel de microescala que en objetos grandes. El transporte de energía térmica en equipo electrónico y termoeléctrico a menudo se presenta con un rango de escalas de longitud que va desde los milímetros a los nanómetros. Por ejemplo, en un circuito microelectrónico (como el MOSFET de la figura 6-43) se genera calor en una región de drenaje de tamaño nanométrico y finalmente se conduce a los alrededores a través de sustratos cuyo espesor es del orden milimétrico. Es claro que los mecanismos de conversión y transporte de energía en dispositivos involucran una amplia gama de escalas de longitud y, por tanto, son difíciles de modelar.

Las escalas de tiempo también desempeñan un papel importante en los mecanismos de transporte de energía. Por ejemplo, los láseres de pulso ultracorto (en picosegundos y femtosegundos) son ampliamente aplicables para las industrias del procesamiento de materiales. En este caso, las diminutas escalas de tiempo permiten la interacción localizada entre láser-material que favorece la deposición y el transporte de altas energías.

La aplicabilidad del modelo del medio continuo se determina por el valor local del número adimensional de Knudsen (Kn), el cual se define como la relación de la trayectoria libre media (mfp), del medio portador de calor a la escala de longitud de referencia del sistema (por ejemplo, la longitud de difusión térmica). Los efectos a microescala se hacen importantes cuando el mfp es comparable o mayor a la longitud de referencia del dispositivo, digamos a $Kn > 0.001$. Como resultado, las propiedades termofísicas de los materiales dependen de la estructura, y los procesos de

* Subrata Roy contribuyó en esta sección con Computational Plasma Dynamics Laboratory, Mechanical Engineering, Kettering University, Flint, MI.



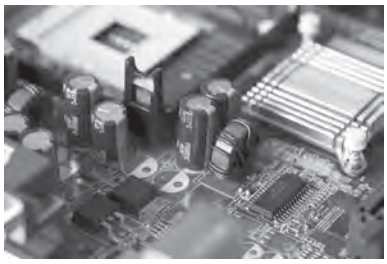


FIGURA 6-43

Transistor de efecto de campo metal-óxido semiconductor (MOSFET) utilizado en microelectrónica.

Foto: ©*Ferenc Szelepcsenyi/Alamy*

conducción de calor dejan de ser un fenómeno local, y en lugar de esto, exhiben efectos de radiación de largo alcance.

El modelo de conducción macroscópico convencional de Fourier infringe esta característica no local de transferencia de calor a microescala y, para su análisis, son necesarios otros métodos de análisis. El modelo más apropiado en la actualidad es el concepto del *fonón*. La energía térmica en un material sólido uniforme puede interpretarse como las vibraciones de una red regular de átomos íntimamente unidos dentro del material. Estos átomos exhiben modos colectivos de ondas sonoras (fonones), los cuales transportan energía a la velocidad del sonido en un material. Atendiendo a los principios de la mecánica cuántica, los fonones exhiben propiedades parecidas a las partículas de bosones con un spin de cero (dualidad onda-partícula). Los fonones desempeñan un papel importante en muchas de las propiedades físicas de los sólidos, por ejemplo, las conductividades térmica y eléctrica. En los sólidos aislados, los fonones son también el mecanismo principal por medio del cual se lleva a cabo la conducción de calor.

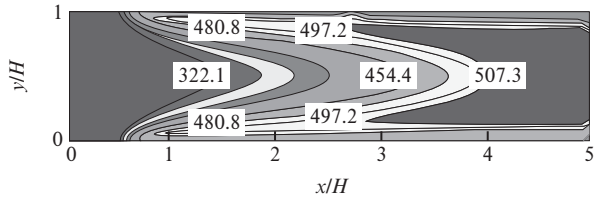
La variación de temperatura cerca de la superficie limitante es un factor primordial en la transferencia de calor a través de la superficie. Sin embargo, cuando el medio continuo deja de ser válido, la ley del enfriamiento de Newton convencional, en la que se usa la temperatura del fluido en la superficie necesita modificarse. Específicamente, a diferencia de lo que sucede con los objetos en macroescala, donde las temperaturas de la superficie y del fluido adyacente son iguales ($T_w = T_g$), en los microdispositivos existe un salto de temperaturas y los dos valores son diferentes. Una relación bien conocida para calcular el salto de temperatura en la superficie de una configuración microgeometrica la dedujo Von Smoluchowski en 1898:

$$T_g - T_w = \frac{2-\sigma_T}{\sigma_T}\left[\frac{2\gamma}{\gamma+1}\right]\frac{\lambda}{\mathrm{Pr}}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_w \qquad \textbf{(6-84)}$$

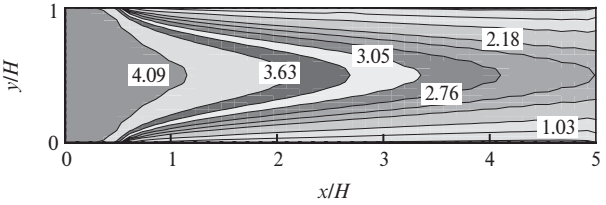
donde T es la temperatura en K, σ_T es el coeficiente de acomodamiento térmico e indica la fracción molecular reflejada difusivamente desde la superficie, γ es la razón de calor específica y Pr es el número de Prandtl. Una vez que se conoce este valor, la razón de transferencia de calor se calcula a partir de:

$$-k\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_w = \frac{\sigma_T\sqrt{2\pi RT}}{2-\sigma_T}\left[\frac{\gamma+1}{2\gamma}\right]\frac{5\rho c_p}{16}(T_w - T_g) \qquad \textbf{(6-85)}$$

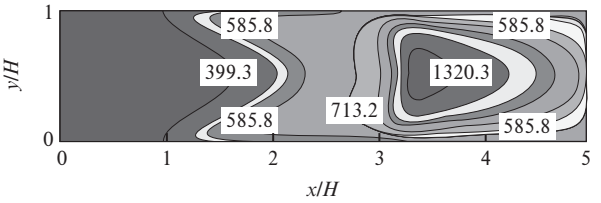
Como ejemplo, la distribución de temperatura y los contornos del número de Mach, dentro de un microtubo de ancho $H = 1.2$ μm se muestran en la figura 6-44 para un flujo supersónico de nitrógeno y helio. Para el gas nitrógeno con un Kn = 0.062 a la entrada, la temperatura del gas (T_g) adyacente a la superficie difiere sustancialmente de la temperatura constante de la pared, como se muestra en la figura 6-44*a*, donde T_w es 323 K y T_g es casi de 510 K. El efecto de esta transferencia de calor en la pared disminuye el número de Mach, como se muestra en la figura 6-44*b;* sin embargo, el flujo permanece supersónico. Para el gas helio con un Kn = 0.14 y una temperatura de pared más baja de 298 K, la temperatura del gas inmediatamente



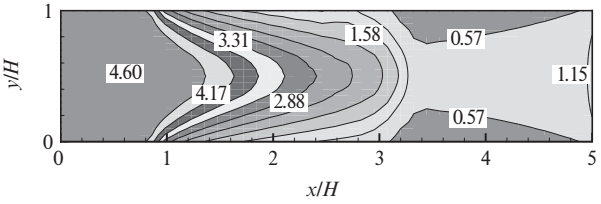
a) Temperatura de gas nitrógeno en K para Kn = 0.062



b) Velocidad del gas nitrógeno en relación con la velocidad del sonido (número de Mach)



c) Temperatura del gas helio en K para Kn = 0.14



d) Velocidad del gas helio en relación con la velocidad del sonido (número de Mach)

FIGURA 6-44

Características térmicas de los fluidos dentro de un microcanal.

De Raju y Roy, 2005.

adyacente a la pared es aún mayor, de hasta 586 K, como se muestra en la figura 6-44*c.* Esto genera un flujo de calor superficial muy elevado el cual no se alcanza en aplicaciones en macroescalas. Como se muestra en la figura 6-44*d*, la transferencia de calor es muy alta como para bloquear el flujo.

1. D. G. Cahill, W. K. Ford, K. E. Goodson, *et al*., "Nanoscale Thermal Transport."*Journal of Applied Physics* 93, núm. 2 (2003), pp. 793–817.

2. R. Raju y S. Roy, "Hydrodynamic Study of High Speed Flow and Heat Transfer Through a Microchannel."*Journal of Thermophysics and Heat Transfer* 19, núm. 1 (2005), pp. 106–113.

3. S. Roy, R. Raju, H. Chuang, B. Kruden y M. Meyyappan, "Modeling Gas Flow Through Microchannels and Nanopores." *Journal of Applied Physics* 93, núm. 8 (2003), pp. 4870–4879.

4. M. von Smoluchowski, "Ueber Wärmeleitung in Verdünnten Gasen,"*Annalen der Physik und Chemi.* 64 (1898), pp. 101–130.

5. C. L. Tien, A. Majumdar y F. Gerner. Microscale *Energy Trans- port*. Nueva York: Taylor & Francis Publishing, 199

RESUMEN

La transferencia de calor por convección se expresa por *la ley del enfriamiento de Newton como:*

$$\dot{Q}_{\text{conv}} = hA_s(T_s - T_\infty)$$

donde h es el coeficiente de transferencia de calor por convección, T_s es la temperatura de superficie y T_∞ es la temperatura de corriente libre. El coeficiente de convección también se expresa como:

$$h = \frac{-k_{\text{fluido}}(\partial T/\partial y)_{y=0}}{T_s - T_\infty}$$

El número de Nusselt, el cual es un coeficiente de transferencia de calor adimensional, se define como:

$$\text{Nu} = \frac{hL_c}{k}$$

donde k es la conductividad térmica del fluido y L_c es la longitud característica.

El movimiento de fluido perfectamente ordenado caracterizado por líneas de corriente se llama *laminar*. El movimiento del fluido altamente desordenado, que por lo general ocurre a elevadas velocidades caracterizado por fluctuaciones de velocidad se llama *turbulento*. Las fluctuaciones aleatorias y rápidas de grupos de partículas del fluido se llaman *remolinos,* y proporcionan un mecanismo adicional para la transferencia de la cantidad de movimiento y de calor.

La región del flujo por encima de la placa limitada por δ, en la cual se sienten los efectos de las fuerzas de corte viscosas causadas por la viscosidad del fluido se llama *capa límite de la velocidad*. *El espesor de la capa límite,* δ, se define como la distancia desde la superficie a la cual $u = 0.99V$. La línea hipotética de $u = 0.99$V divide el flujo sobre una placa en la *región de la capa límite* en la cual los efectos viscosos y los cambios de velocidad son significativos, y la *región de flujo no viscoso,* en la que los efectos de la fricción son despreciables.

La fuerza de fricción por unidad de área se llama *esfuerzo cortante* y en la superficie de la pared este se expresa como:

$$\tau_w = \mu \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0} \quad \text{o} \quad \tau_w = C_f \frac{\rho V^2}{2}$$

donde μ es la viscosidad dinámica, V es la velocidad corriente arriba y C_f *es* el *coeficiente de fricción* adimensional. La propiedad $\nu = \mu/\rho$ es la viscosidad cinemática. La fuerza de fricción sobre toda la superficie se determina a partir de:

$$F_f = C_f A_s \frac{\rho V^2}{2}$$

La región de flujo sobre la superficie en la cual la variación de temperatura en dirección perpendicular a esta superficie es significativa se conoce como *capa límite térmica.* El *espesor* de la capa límite térmica δ_t en cualquier punto a lo largo de la superficie es la distancia a partir de la superficie, a la cual la diferencia de temperatura $T - T_s$ es igual a 0.99 (T_∞ T_s). El espesor relativo de las capas límite de velocidad y térmica se describe mejor por medio *del número de Prandtl* adimensional, el cual se define como:

$$\text{Pr} = \frac{\text{Difusividad molecular de la cantidad de movimiento}}{\text{Difusividad molecular del calor}} = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu c_p}{k}$$

Para un flujo externo, el *número de Reynolds* adimensional se expresa como:

$$\text{Re} = \frac{\text{Fuerzas inerciales}}{\text{Fuerzas viscosas}} = \frac{VL_c}{\nu} = \frac{\rho V L_c}{\mu}$$

Para una placa plana, la longitud característica es la distancia x respecto al borde inicial. El número de Reynolds al cual el flujo se convierte en turbulento se llama *número de Reynolds crítico*. Para el flujo sobre una placa plana su valor es $\text{Re}_{\text{cr}} = Vx_{\text{cr}}/\nu = 5 \times 10^5$.

Las ecuaciones de continuidad, de cantidad de movimiento y energía para un flujo incompresible, bidimensional y estacionario con propiedades constantes se determina a partir de balances de masa, de la cantidad de movimiento y energía como:

Continuidad : $$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

Cantidad de movimiento en dirección x: $$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = \mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial P}{\partial x}$$

Energía : $$\rho c_p\left[u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y}\right] = k\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) + \mu\Phi$$

donde la *función de disipación viscosa* Φ es,

$$\Phi = 2\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2\right] + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)^2$$

Mediante aproximaciones a la capa límite y una variable de similitud, estas ecuaciones pueden resolverse para un flujo incompresible estacionario y paralelo que fluye sobre una placa plana, y se obtienen los resultados siguientes:

Espesor de la capa límite de la velocidad: $$\delta = \frac{4.91}{\sqrt{V/\nu x}} = \frac{4.91x}{\sqrt{\text{Re}_x}}$$

Coeficiente de fricción local: $$C_{f,x} = \frac{\tau_w}{\rho V^2/2} = 0.664\ \text{Re}_x^{-1/2}$$

Número de Nusselt local $$\text{Nu}_x = \frac{h_x x}{k} = 0.332\ \text{Pr}^{1/3}\ \text{Re}_x^{1/2}$$

Espesor de la capa límite térmica $$\delta_t = \frac{\delta}{\text{Pr}^{1/3}} = \frac{4.91x}{\text{Pr}^{1/3}\sqrt{\text{Re}_x}}$$

El coeficiente de fricción promedio y el número de Nusselt se expresan en forma funcional como:

$$C_f = f(\mathrm{Re}_L) \quad \text{y} \quad \mathrm{Nu} = g(\mathrm{Re}_L, \mathrm{Pr})$$

El número de Nusselt puede expresarse por medio de una relación de las leyes de potencias de la forma:

$$\mathrm{Nu} = C\,\mathrm{Re}_L^m\,\mathrm{Pr}^n$$

donde m y n son exponentes constantes y el valor de la constante C depende de la geometría del cuerpo. *La analogía de Reynolds* relaciona el coeficiente de convección con el coeficiente de fricción para fluidos con $\mathrm{Pr} \approx 1$ y se expresa como:

$$C_{f,x}\frac{\mathrm{Re}_x}{2} = \mathrm{Nu}_x \qquad \text{o} \qquad \frac{C_{f,x}}{2} = \mathrm{St}_x$$

donde,

$$\mathrm{St} = \frac{h}{\rho c_p V} = \frac{\mathrm{Nu}}{\mathrm{Re}_L\,\mathrm{Pr}}$$

es el *número de Stanton.* La analogía se extiende hacia otros números de Prandtl por medio de la *analogía de Reynolds modificada o la analogía de Chilton-Colburn,* expresada como:

$$C_{f,x}\frac{\mathrm{Re}_x}{2} = \mathrm{Nu}_x\mathrm{Pr}^{-1/3}$$

o

$$\frac{C_{f,x}}{2} = \mathrm{St}_x\mathrm{Pr}^{2/3} = j_H \quad (0.6 < \mathrm{Pr} < 60)$$

Estas analogías también son aproximaciones aplicables para el flujo turbulento sobre una superficie, aun en presencia de gradientes de presión.

BIBLIOGRAFÍA Y LECTURAS RECOMENDADAS

1. H. Blasius. "The Boundary Layers in Fluids with Little Friction (en alemán)." *Z. Math. Phys*. 56, núm. 1 (1908); pp. 1–37; Traducción al inglés en el memorándum número 1256 del National Advisory Committee for Aeronautics Technical, febrero de 1950.
2. Y. A. Çengel y J. M. Cimbala. *Fluid Mechanics: Fundamentals and Applications*. 4a. ed. Nueva York: McGraw-Hill Education, 2018.
3. W. M. Kays, M. E. Crawford y B. Weigand. *Convective Heat and Mass Transfer*. 4a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 2005.
4. O. Reynolds. "On the Experimental Investigation of the Circumstances Which Determine Whether the Motion of Water Shall Be Direct or Sinuous, and the Law of Resistance in Parallel Channels." *Discusiones filosóficas de la Royal Society of London* 174 (1883), pp. 935–982.
5. H. Schlichting. *Boundary Layer Theory*. 7a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1979.
6. G.G. Stokes. "On the Effect of the Internal Friction of Fluids on the Motion of Pendulums." *Discusiones filosóficas en Cambridge*, IX, 8, 1851.

PROBLEMAS*

Mecanismo y tipos de convección

6-1C Defina flujo incompresible y fluido incompresible. ¿El flujo de un fluido compresible debe considerarse por criterio como compresible?

6-2C ¿Qué es convección forzada?, ¿en qué difiere de la convección natural? ¿La convección causada por el viento es forzada o natural?

6-3C ¿Qué es la convección forzada externa?, ¿en qué difiere de la convección forzada interna? ¿Puede un sistema de transferencia de calor involucrar convección interna y externa a la vez? Describa un ejemplo.

6-4C ¿En cuál tipo de transferencia de calor el coeficiente de transferencia por convección usualmente es el más elevado, en la natural o en la forzada?, ¿por qué?

6-5C Si se tiene una papa caliente horneada, ¿se enfriará con mayor rapidez o lentitud cuando se sopla el aire que proviene de nuestros pulmones sobre la papa, en lugar de dejar que se enfríe de manera natural con el aire más frío de una habitación? Explique.

6-6C ¿Cuál es el significado físico del número de Nusselt?, ¿cómo se define?

6-7C ¿Cuándo la transferencia de calor a través de un fluido es por conducción y cuándo por convección?, ¿para qué caso la razón de transferencia de calor es más elevada?, ¿de qué forma el coeficiente de transferencia de calor por convección difiere de la conductividad térmica de un fluido?

6-8 Un hombre promedio tiene una superficie corporal de 1.8 m^2 con una temperatura en su piel de 33 °C. El coeficiente de transferencia de calor por convección para una persona vestida que camina en una zona donde hay aire estático es de $h = 8.6V^{0.53}$ para $0.5 < V < 2$ m/s, donde V es la velocidad al caminar,

* Los problemas señalados con una "C" son preguntas conceptuales en las que se alienta a los estudiantes a responderlas todas. Los problemas designados con una "I" están en unidades del sistema inglés, y los usuarios del SI pueden ignorarlos. Los problemas con el icono son de naturaleza integral y están destinados a resolverse con el software adecuado. Los problemas con el icono PtD son problemas de prevención a través del diseño (*Prevention through Design*). Los problemas con el icono C&S son de códigos y estándares (*Codes and Standards*).

en m/seg. Suponiendo que la temperatura superficial promedio de la persona vestida es de 30 °C, determine la razón de pérdida de calor por convección de ese hombre si camina en aire estático a 7 °C a una velocidad al caminar de *a*) 0.5 m/s, *b*) 1.0 m/s, *c*) 1.5 m/s y *d*) 2.0 m/s.

6-9 El coeficiente de transferencia de calor por convección de una persona vestida que está parada con aire en movimiento se expresa como $h = 14.8V^{0.69}$ para $0.15 < V < 1.5$ m/s, donde V es la velocidad del aire. Para una persona con una superficie corporal de 1.7 m^2 y una temperatura superficial promedio de 29 °C, determine la velocidad de pérdida de calor de esa persona cuando está soplando el viento a 10 °C por convección, a velocidades de *a*) 0.5 m/s, *b*) 1.0 m/s y *c*) 1.5 m/s.

6-10 Durante el enfriamiento por aire de papas hervidas, el coeficiente de transferencia de calor por convección, radiación y evaporación combinadas se determina experimentalmente y se obtienen los resultados siguientes:

Velocidad del aire, m/s	Coeficiente de transferencia de calor, $W/m^2 \cdot K$
0.66	14.0
1.00	19.1
1.36	20.2
1.73	24.4

Considere una papa hervida con un diámetro de 8 cm a una temperatura inicial de 20 °C. La papa se enfría por medio de aire refrigerado a 5 °C a una velocidad de 1 m/seg. Calcule la velocidad inicial de la transferencia de calor de la papa hervida y el valor inicial del gradiente de temperatura en la superficie de la papa.

6-11 La superficie superior de una placa sólida de 50 cm de espesor ($k = 237$ $W/m^2 \cdot K$) es enfriada con agua, a una temperatura de 20 °C. La superficie superior e inferior de la placa sólida se mantienen a temperaturas constantes de 60 °C y 120 °C, respectivamente. Determine el coeficiente de transferencia de calor por convección del agua y el gradiente de temperatura del agua en la superficie superior de la placa.

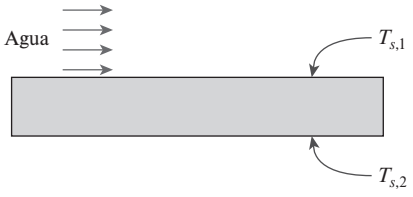


FIGURA P6-11

6-12 Considere un flujo de aire sobre la superficie de una placa que se mantiene a una temperatura de 220 °C. El perfil de temperatura del flujo de aire está dado por;

$$T(y) = T_\infty - (T_\infty - T_s)\exp\left(-\frac{V}{\alpha_{\text{fluido}}}y\right)$$

El flujo de aire a 1 atm se desplaza a una velocidad y una temperatura de 0.08 m/seg y 20 °C, respectivamente. Determine el flujo de calor sobre la superficie de la placa y el coeficiente de transferencia de calor por convección del flujo de aire.

6-13 Durante el enfriamiento con aire, sobre naranjas, uvas y toronjas, el coeficiente de transferencia de calor por convección, radiación y evaporación combinados, para velocidades de aire de $0.11 < V < 0.33$ m/s se obtienen experimentalmente y se expresa como $h = 5.05\, k_{aire}\, \text{Re}^{1/3}/D$, donde el diámetro D es la longitud característica. Las naranjas se enfrían por medio de aire refrigerado que está a 3 °C y 1 atm, con una velocidad de 0.3 m/seg. Determine *a*) la razón de transferencia de calor inicial de la naranja con 7 cm de diámetro inicialmente a 15 °C, con una conductividad térmica de 0.7 $W/m^2 \cdot K$, *b*) el valor del gradiente inicial de temperatura dentro de la naranja y hacia su superficie, y *c*) el valor del número de Nusselt.

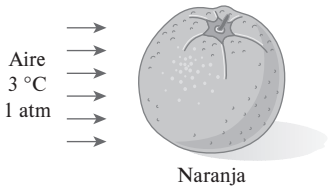


FIGURA P6-13

6-14 Durante el enfriamiento con aire de esferas de acero, el coeficiente de transferencia de calor por convección se determina experimentalmente como una función de la velocidad del aire es $h = 17.9V^{0.54}$ para $0.5 < V < 2$ m/s, donde h y V están en $W/m^2 \cdot K$ y m/seg, respectivamente. Considere una esfera de acero con un diámetro de 24 mm inicialmente a 300 °C con una conductividad térmica de 15 $W/m \cdot K$. Las esferas de acero se enfrían con aire que se encuentra a una temperatura de 10 °C y a una velocidad de 1.5 m/s. Determine los valores iniciales del flujo de calor y del gradiente de temperatura en la superficie de la esfera de acero.

6-15 C&S La superficie de una placa de cobre ASTM B152 de 1 m × 1 m se enfría por medio de aire a 20 °C. El aire fluye en dirección paralela a la superficie de la placa a una velocidad de 0.5 m/seg. El coeficiente de transferencia de calor por convección local a lo largo de la superficie de la placa está correlacionada con $h_x = 1.36x^{-0.5}$, donde h_x y x tienen unidades $W/m^2 \cdot K$ y m, respectivamente. La temperatura de uso máximo para la placa de cobre ASTM B152 es 260 °C (ASME Code for Process Piping, ASME B313-2014, Table A-1M). Evalúe el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio h en la placa. Si la razón de transferencia de calor por convección es 700 W, ¿el uso de la placa ASTM B152 estaría cumpliendo con el ASME Code for Process Piping?

6-16 C&S En un equipo criogénico fluye gas frío en dirección paralela a la superficie de una placa de acero inoxidable ASTM A240 410S de 1 m × 1m. El coeficiente de transferencia de calor por convección promedio de la superficie está correlacionada con la velocidad del gas como $h = 6.5V^{0.8}$, donde h y V tienen unidades $W/m^2 \cdot K$ y m/seg, respectivamente. La temperatura del gas frío es de −50 °C. La temperatura mínima apropiada para la placa ASTM A240 410S es −30 °C (ASME Code for Process Piping, ASME B31.3-2014, Table A-1M). Para evitar que la temperatura de la placa se vaya por debajo de −30 °C, se calienta a una razón de 840 W. Determine la velocidad máxima que el gas puede alcanzar, sin enfriar la placa

por debajo de la temperatura que marca el ASME Code for Process Piping.

6-17 C&S Dos placas metálicas están conectadas por medio de una tuerca ASTM B98 de cobre-silicio. Un gas caliente a 200 °C fluye entre las placas y a lo largo del tornillo. El diámetro del tornillo es 9.5 mm y la longitud del tornillo expuesto al gas caliente es 10 cm. El coeficiente de transferencia de calor por convección promedio está correlacionado con la velocidad del gas, de $h = 24.6V^{0.62}$, donde h y V tienen unidades de W/m$^2\cdot$K y m/seg, respectivamente. La temperatura máxima de uso del tornillo ASTM B98 es a 149 °C (ASME Code for Process Piping, ASME B31.3-2014, Table A-2M). Si la velocidad del gas es 10.4 m/seg, determine la razón de pérdida de calor mínima que se requiere para evitar que la superficie del tornillo alcance una temperatura mayor a su temperatura máxima de uso.

6-18 C&S Dos placas metálicas están conectadas por medio de una barra de acero inoxidable ASTM A479 904L. Fluye gas caliente a 400 °C entre las placas y a lo largo de la barra. La sección de la barra cuadrada tiene un ancho de 2 cm y una longitud de 10 cm, que está expuesta al gas caliente. El coeficiente de transferencia de calor por convección promedio de la barra en un flujo cruzado se correlaciona con la velocidad del gas con $h = 13.6V^{0.675}$, donde h y V tienen las unidades W/m$^2\cdot$K y m/seg, respectivamente. La temperatura máxima de uso del tornillo ASTM A479 904L es a 260 °C (ASME Code for Process Piping, ASME B31.3-2014, Table A-1M). La temperatura de la barra se mantiene por medio de un mecanismo de enfriamiento, con la capacidad de remover calor a una razón de 100 W. Determine la velocidad máxima que el gas puede alcanzar sin calentar la barra de acero inoxidable por encima de su temperatura máxima de uso que establece el ASME Code for Process Piping.

6-19 Una planta de manufactura de rodamientos usa aire para enfriar los rodamientos fabricados de acero cromado ($k = 40$ W/m$\cdot$K). El coeficiente de transferencia de calor por convección, para enfriarlos, está experimentalmente determinado con la función de la velocidad del aire de $h = 18.05V^{0.56}$, donde h y V están en W/m$^2\cdot$K y m/seg, respectivamente. En un momento dado, durante este proceso la temperatura del aire es 5 °C y un rodamiento de acero cromado tiene una temperatura en su superficie de 450 °C. Utilizando el software adecuado, determine el efecto de la velocidad del aire (V) en el gradiente de temperatura en la superficie de rodamiento. Variando la velocidad del aire de 0.2 a 2.4 m/seg con incrementos de 0.2 m/seg, grafique el gradiente de temperatura en la superficie de rodamiento, en función de la velocidad del aire.

6-20 La superficie de una placa de metal se enfría por medio de convección forzada. Determine la relación del gradiente de temperatura en el fluido y el gradiente de temperatura en la superficie de la placa metálica.

6-21 Una placa metálica se enfría con aire ($k_{\text{fluido}} = 0.259$ W/m$\cdot$K) en su superficie superior, mientras que la superficie inferior está sujeta a un flujo de calor uniforme de 1 000 W/m^2. Determine el gradiente de temperatura en el aire en la superficie superior de la placa metálica.

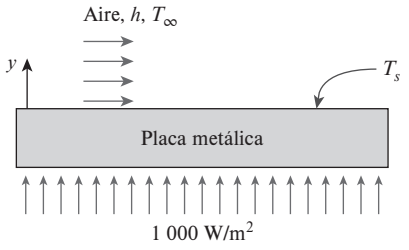


FIGURA P6-21

6-22 La superficie superior de una placa metálica ($k_{\text{placa}} = 237$ W/m$\cdot$K) se enfría con aire ($k_{\text{aire}} = 0.243$ W/m$\cdot$K), mientras que la superficie inferior está expuesta a vapor caliente a una temperatura de 100 °C, con un coeficiente de transferencia de calor de 30 W/m$^2\cdot$K. Si la temperatura de la superficie inferior de la placa es de 80 °C, determine el gradiente de temperatura del aire y el gradiente de temperatura en la placa en su superficie superior.

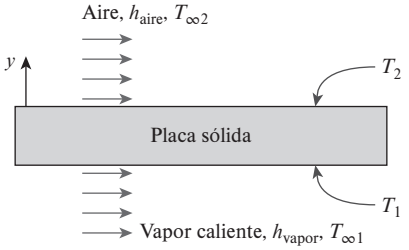


FIGURA P6-22

6-23 Al enfriar con aire una placa plana ($k = 1.4$ W/m$\cdot$K), el coeficiente de transferencia de calor por convección está dado en función de su velocidad como $h = 27V^{0.85}$, donde h y V están en W/m$^2\cdot$K y m/seg, respectivamente. A cierto tiempo, la temperatura en la superficie de la placa es de 75 °C y la temperatura del aire ($k = 0.0266$ W/m$\cdot$K) es de 5 °C. Utilizando el software adecuado, determine el efecto de la velocidad del aire (V) en el gradiente de temperatura del aire en la superficie de la placa. Variando su velocidad de 0 a 1.2 m/seg en incrementos de 0.1 m/seg, grafique la temperatura del aire y los gradientes de temperatura en la superficie de la placa, en función de la velocidad del aire.

6-24 Una placa metálica ($k = 180$ W/m$\cdot$K, $\rho = 2\,800$ kg/m^3 y $c_p = 880$ J/kg$\cdot$K) con un espesor de 1 cm, se enfría con aire a 5 °C con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 30 W/m$^2\cdot$K. Si la temperatura inicial de la placa es de 300 °C, determine el gradiente de temperatura de la placa en la superficie después de que hayan transcurrido 2 minutos de enfriamiento. *Sugerencia*: utilice el análisis de sistemas concentrados para calcular la temperatura en la superficie de la placa. Asegúrese de verificar la aplicación de este método en este problema.

6-25 Aire a una temperatura de 5 °C con un coeficiente de transferencia de calor de 30 W/m$^2\cdot$K es utilizado para enfriar placas metálicas que salen de un horno de tratamiento por calor a una temperatura inicial de 300 °C. Las placas ($k = 180$ W/m$\cdot$K, $\rho = 2\,800$ kg/m^3 y $c_p = 880$ J/kg$\cdot$K) tienen un espesor de 10 mm. Utilizando el software apropiado, determine

el efecto del tiempo de enfriamiento en el gradiente de temperatura sobre la superficie de las placas metálicas. Ahora variando el tiempo de enfriamiento de 0 a 3 000 segundos, grafique el gradiente de temperatura en la superficie de las placas en función del tiempo de enfriamiento. *Sugerencia*: utilice el análisis de sistemas concentrados para calcular la temperatura en la superficie de la placa. Asegúrese de verificar la aplicación de este método en este problema.

6-26 Una tira de acero inoxidable de 5 mm de espesor (k = 21 W/m·K, ρ = 8 000 kg/m^3 y c_p = 570 J/kg·K) es tratada con calor a medida que se mueve a través de un horno a una velocidad de 1 cm/seg. La temperatura del aire en el horno se mantiene a 900 °C con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 80 W/m^2·K. Si la longitud del horno es de 3 m y la tira de acero inoxidable entra al horno a 20 °C, calcule el gradiente de temperatura en la superficie de la tira a la mitad del horno. *Sugerencia*: utilice el análisis de sistemas concentrados para calcular la temperatura en la superficie de la placa. Asegúrese de verificar la aplicación de este método en este problema.

6-27 Una tira de acero alargada es transportada desde un horno de 3 m de longitud para su tratamiento térmico, a una velocidad de 0.01 m/seg. La tira de acero (k = 21 W/m·K, ρ = 8 000 kg/m^3 y c_p = 570 J/kg·K) tiene un espesor de 5 mm y entra al horno a una temperatura inicial de 20 °C. Dentro del horno, la temperatura del aire se mantiene a 900 °C con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 80 W/m^2·K. Utilizando un software, determine el gradiente de temperatura en la superficie de la tira de acero como una función de su ubicación dentro del horno. Variando la ubicación de la tira en el horno de $0 \le x \le 3$ m con incrementos de 0.2 m, grafique el gradiente de temperatura en la superficie de la tira en función de su ubicación dentro del horno. *Sugerencia*: utilice el método de sistemas concentrados para calcular la temperatura en la superficie de la placa. Asegúrese de verificar la aplicación de este método en este problema.

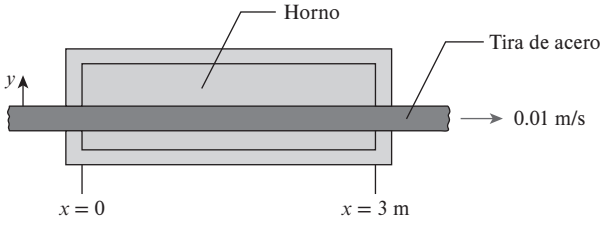


FIGURA P6-27

Capa límite de la velocidad y regímenes de flujo

6-28C ¿Qué es la condición de no deslizamiento?, ¿cuál es la causa?

6-29C ¿Qué es un fluido newtoniano? ¿El agua es un fluido newtoniano?

6-30C ¿Qué es viscosidad? ¿Cuál es el efecto de la viscosidad en los líquidos y gases? ¿La viscosidad dinámica es típicamente mayor en un líquido que en un gas?

6-31C Considere dos esferas de vidrio pequeñas e idénticas que se dejan caer en dos contenedores idénticos, uno está lleno con agua y el otro con aceite. ¿Qué esfera llegará primero al fondo del contenedor?, ¿por qué?

6-32C ¿De qué forma varía la viscosidad dinámica de *a*) los líquidos y, *b*) los gases con la temperatura?

6-33C ¿Qué propiedad de un fluido es responsable del desarrollo de la capa límite de velocidad? ¿Para qué tipo de fluidos no habrá capa límite de velocidad en una placa plana?

6-34C ¿Cuál es el significado físico del número de Prandtl? ¿El valor del número de Prandtl depende del tipo de flujo o de la geometría del flujo? ¿El número de Prandtl del aire cambia con la presión?, ¿cambia con la temperatura?

6-35C ¿Se desarrollará una capa límite térmica en el flujo de un fluido, sobre una superficie, si ambos se encuentran a la misma temperatura?

6-36C ¿Cuál es el significado físico del número de Reynolds?, ¿cómo se define este para un flujo externo sobre una placa de longitud L?

6-37C ¿En qué forma difiere el flujo turbulento de uno laminar?, ¿para cuál flujo el coeficiente de transferencia de calor es mayor?

6-38C ¿Qué representa el coeficiente de fricción en el flujo sobre una placa plana?, ¿cómo se relaciona la fuerza de arrastre que actúa sobre la placa?

6-39C ¿Cuál es el mecanismo físico que provoca que el factor de fricción sea mayor en un flujo turbulento?

6-40C ¿Qué es la viscosidad turbulenta?, ¿qué la causa?

6-41C ¿Qué es la conductividad térmica turbulenta?

6-42 Se tiene el flujo de un fluido sobre una superficie con un perfil de velocidad dado por:

$$u(y) = 100(y + 2y^2 - 0.5y^3) \text{ m/s}$$

Determine el esfuerzo cortante en la superficie de la pared si el fluido es *a*) aire a 1 atm y, *b)* agua, ambos a 20 °C. Asimismo, calcule la relación del esfuerzo cortante superficial para los dos fluidos e interprete el resultado.

6-43 Considere el flujo de un fluido sobre una superficie con los perfiles de velocidad y temperatura, dados por las expresiones:

$$u(y) = C_1(y + y^2 - y^3)$$
$$T(y) = C_2 - e^{-2C_2 y}$$

donde los coeficientes C_1 y C_2 son constantes. Determine las expresiones para los coeficientes de fricción (C_f) y de transferencia de calor por convección (h).

6-44 El aire fluye sobre una placa plana de 1 m de longitud, con una velocidad de 7 m/seg, se tiene un coeficiente de fricción dado por $C_f = 0.664\ (Vx/\nu)^{-0.5}$, donde x es la ubicación a lo largo de la placa. Determine el esfuerzo cortante superficial y el gradiente de velocidad del aire sobre la superficie de la placa a la mitad de esta. Evalúe las propiedades del aire a 20 °C y 1 atm.

6-45 El coeficiente de fricción del aire que fluye sobre una placa plana está dado por $Cf = 0.664\ (Vx/\nu))^{-0.5}$, donde x es la ubicación a lo largo de la placa. Utilizando el

software adecuado determine el efecto de la velocidad del aire (V) sobre el esfuerzo de corte superficial (τ_w) en los puntos de la placa $x = 0.5$ m y 1 m. Ahora varíe la velocidad del aire de 0.5 a 6 m/seg con incrementos de 0.5 m/seg, grafique el esfuerzo de corte superficial en función de la velocidad del aire a $x = 0.5$ m y 1 m. Evalúe las propiedades del aire a 20 °C y 1 atm.

6-46 Fluye aire a 5 m/s sobre una placa plana, con un coeficiente de fricción dado por $Cf = 0.664\ (Vx/\nu)^{-0.5}$, donde x es la ubicación a lo largo de la placa. Utilizando el software apropiado, determine el efecto de la ubicación a lo largo de la placa (x) del esfuerzo cortante superficial (τ_w). Variando x de 0.01 a 1 m, grafique el esfuerzo cortante superficial en función de x. Evalúe las propiedades del aire a 20 °C y 1 atm.

6-47 Hay una placa plana dentro de un túnel de viento, fluye aire a 1 atm y 20 °C con una velocidad de corriente libre de 60 m/seg. ¿Cuál es la longitud mínima de la placa necesaria para que el número de Reynolds alcance un valor de 2×10^7? Si el número de Reynolds crítico es 5×10^5, ¿qué tipo de régimen de flujo experimentará el flujo del aire a 0.2 m respecto al inicio del borde?

6-48 Fluye aire sobre una placa plana a 40 m/seg, 25 °C y 1 atm de presión. *a*) ¿Qué longitud de placa deberá utilizarse para alcanzar un número de Reynolds de 1×10^8 en el extremo de la placa? *b*) Si el número de Reynolds crítico es 5×10^5, ¿a qué distancia respecto al borde inicial de la placa se presenta la transición?

6-49 Fluye un fluido con una velocidad de corriente libre de 5 m/seg sobre una placa plana, donde el número de Reynolds crítico es 5×10^5. Determine la distancia respecto al borde inicial a la que ocurre la transición de flujo laminar a flujo turbulento en el aire (a 1 atm), en agua líquida, metanol y aceite para motor, todos a 20 °C y mercurio a 25 °C.

6-50I Fluye un fluido con una velocidad de corriente libre de 1 pie/seg sobre una placa plana, donde el número de Reynolds crítico es 5×10^5. Determine la distancia respecto al borde inicial a la que ocurre la transición de flujo laminar a turbulento en el aire (a 1 atm), agua líquida, isobutano, aceite para motor y mercurio. Evalúe todas las propiedades a 50 °F.

Ecuaciones de convección y soluciones de similitud

6-51C Considere un flujo incompresible, bidimensional, laminar y estacionario con propiedades constantes y un número de Prandtl unitario. Para una determinada geometría, ¿es adecuado deducir que los coeficientes de fricción y transferencia de calor promedio dependen solo del número de Reynolds?

6-52C Exprese la ecuación de continuidad para un flujo bidimensional estacionario, con sus propiedades constantes y explique lo que representa cada término.

6-53C ¿La aceleración de una partícula en un fluido es cero en el flujo estacionario? Explique por qué.

6-54C Para el flujo bidimensional estacionario, ¿cuáles son las aproximaciones de la capa límite?

6-55C ¿Para qué tipo de fluidos y flujos es probable que sea significativo el término de disipación viscosa en la ecuación de energía?

6-56C Para un flujo bidimensional estacionario sobre una placa plana isotérmica en la dirección x, exprese las condiciones de frontera para los componentes de velocidad u y v, y la temperatura T en la superficie de la placa y en el borde de la capa límite.

6-57C ¿Qué es una variable de similitud y para qué se usa? ¿Para qué tipos de funciones se puede esperar que exista una solución de similitud para un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales?

6-58C Si hay un flujo bidimensional, laminar y estacionario sobre una placa isotérmica. ¿El espesor de la capa límite de velocidad se incrementa o disminuye con *a*) la distancia respecto al borde inicial, *b*) la velocidad de la corriente libre y, *c*) la viscosidad cinemática?

6-59C Considere un flujo bidimensional, laminar y estacionario sobre una placa isotérmica. ¿El esfuerzo cortante superficial se incrementa, disminuye o permanece constante con la distancia al inicio del borde?

6-60C ¿Cuáles son las ventajas de adimensionar las ecuaciones de la convección?

6-61C ¿En qué condiciones de frontera puede una superficie curva ser analizada como una placa plana en el flujo de fluidos y la convección?

6-62 Si una flecha de 5 cm de diámetro gira a 5 600 rpm en una chumacera de 25 cm de longitud, en una zona libre de 0.5 mm. Determine la potencia requerida para hacer girar la flecha si el fluido en la zona libre es *a*) aire, *b*) agua y *c*) aceite a 40 °C y 1 atm.

6-63 El flujo de aceite en una chumacera puede considerarse como un flujo paralelo entre dos placas isotérmicas grandes, una de ellas moviéndose a una velocidad constante de 8 m/s y la otra estacionaria. Considere que dicho flujo tiene una separación uniforme de 0.7 mm entre placas. Las temperaturas de la placa superior e inferior son de 40 y 15 °C, respectivamente. Simplificando y resolviendo las ecuaciones de continuidad, de cantidad de movimiento y energía, determine *a*) las distribuciones de velocidad y temperatura en el aceite, *b)* la temperatura máxima y dónde se tiene, y *c*) el flujo de calor del aceite hacia cada una de las placas.

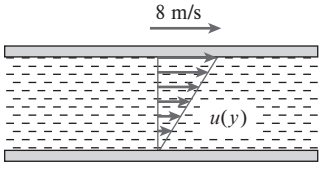


FIGURA P6-63

6-64 Repita el problema 6-63 considerando una separación de 0.5 mm.

6-65 Considere el flujo de un fluido entre dos placas paralelas isotérmicas grandes separadas entre sí por una distancia L. La placa superior se desliza con velocidad constante V y se mantiene a una temperatura T_0 en tanto que la placa inferior está estacionaria y aislada. Al simplificar y resolver las ecuaciones de continuidad, cantidad de movimiento y de la energía, obtenga

relaciones para la temperatura máxima del fluido, la distancia donde se presenta y el flujo de calor en la placa superior.

6-66 Repita el problema 6-65, y con los resultados de este problema, obtenga una relación para la razón de generación de calor $\dot{e}_{gen}$ en W/m^3. Después, exprese el problema de la convección, como equivalente de conducción, en la capa del aceite. Compruebe su modelo mediante la solución del problema de la conducción y obtenga la relación de temperatura máxima, comprobando que debe ser idéntica a la obtenida en el análisis de la convección.

6-67 Una flecha de 6 cm de diámetro gira a 3 000 rpm en una chumacera de 20 cm de largo, con una zona libre uniforme de 0.2 mm. En condiciones de operación en la chumacera y en la flecha estables, la capa de aceite se encuentra a una temperatura de 50 °C, la viscosidad y conductividad térmica del aceite lubricante son 0.05 N·s/m^2 y 0.17 W/m·K. Al simplificar y resolver las ecuaciones de continuidad, de cantidad de movimiento y de la energía, determine *a*) la temperatura máxima del aceite, *b*) la razón de transferencia de calor hacia la chumacera y la flecha y, *c*) la potencia mecánica perdida por la disipación viscosa en el aceite. Trate el problema como un flujo paralelo entre dos grandes placas, una de ellas se mueve a velocidad constante y la otra se mantiene estacionaria. *Respuestas:* *a*) 53.3 °C, *b*) 419 W, *c*) 838 W

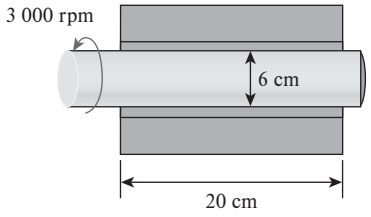


FIGURA P6-67

6-68 Repita el problema 6-67 al suponer que la flecha llega a su temperatura máxima, y por tanto, la transferencia de calor hacia la flecha es despreciable y la superficie de la chumacera debe mantenerse a 50 °C.

6-69 Ahora repita el problema 6-67. Utilizando el software apropiado, investigue el efecto de la velocidad de la flecha en la potencia mecánica perdida por medio de la disipación viscosa. La velocidad de rotación de la flecha varía de 0 a 6 000 rpm. Grafique la potencia perdida contra la velocidad de la flecha en rpm y analice los resultados.

6-70 Una flecha de 4 cm de diámetro gira a 5 200 rpm en una chumacera de hierro fundido de 15 cm de longitud y 8 cm de diámetro exterior (k = 70 W/m·K) con una zona libre uniforme de 0.6 mm llena de aceite lubricante (μ = 0.03 N·s/m^2 y k = 0.14 W/m·K). La chumacera es enfriada por su exterior por un líquido refrigerante y su superficie se mantiene a 40 °C. Si se desprecia la conducción de calor a través de la flecha y se supone transferencia de calor unidimensional, determine *a*) la razón de la transferencia de calor del refrigerante, *b*) la temperatura de la superficie de la flecha, y *c*) la potencia mecánica perdida por la disipación viscosa del aceite. Trate el problema como un flujo paralelo entre dos grandes placas, donde una de ellas se mueve a velocidad constante y la otra permanece estacionaria.

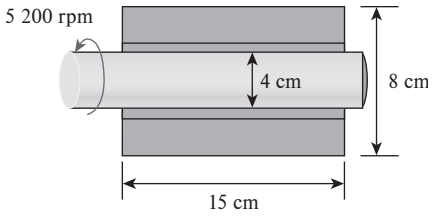


FIGURA P6-70

6-71 Repita el problema 6-70 para una zona libre de 1 mm.

6-72I Fluye glicerina a 50 °F sobre una placa plana a una velocidad de corriente libre de 6 pies/seg. Determine los espesores de la capa límite de velocidad y térmica a una distancia de 0.5 pies desde el borde inicial. Asimismo, calcule la razón del espesor de la frontera entre la velocidad y la capa límite térmica para este flujo e interprete el resultado.

6-73 Fluye agua a 20 °C con una velocidad de 0.5 m/s entre dos placas planas paralelas, colocadas a 1 m de distancia entre sí. Encuentre las distancias desde la entrada a la cual las placas límite de velocidad y térmica se encuentran.

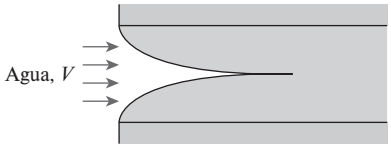


FIGURA P6-73

6-74I Considere un flujo laminar en la capa límite sobre una placa plana. Determine los cocientes δ/δ_t para el aire (a 1 atm), el agua líquida, isobutano, el aceite para motor y el mercurio. Evalúe todas las propiedades a 50 °F.

6-75 Para una capa límite laminar, es de esperar que $\delta/\delta_t \approx \text{Pr}^n$, donde n es un exponente positivo. Considere un flujo de capa límite laminar sobre una placa plana con aire a 100 °C y 1 atm, donde el espesor de la capa límite térmica es aproximadamente 15% mayor que el espesor de la capa límite de velocidad. Calcule la relación δ/δ_t si el fluido es aceite para motor (no usado) con las mismas condiciones de flujo.

6-76 Fluye aire a 10 °C y 1 atm sobre una placa de 0.3 m de longitud a 70 °C, con velocidad de 3.0 m/s. Utilizando el software apropiado, obtenga la gráfica combinada de lo siguiente para el rango de x = 0.0 m a $x = x_{cr}$.

a) La capa límite hidrodinámica en función de x.
b) La capa límite térmica en función de x.

6-77 Fluye agua líquida a 15 °C sobre una placa de 0.3 m de ancho y 65 °C, con velocidad de 3.0 m/s. Utilizando el software adecuado, grafique *a*) la capa límite hidrodinámica y *b*) la capa límite térmica, en función de x, para el rango entre x = 0.0 m a $x = x_{cr}$. Use el número de Reynolds crítico de 500 000.

6-78 Está fluyendo agua líquida saturada a 5 °C sobre una placa plana, con una velocidad de 1 m/s. Utilizando un software adecuado, determine el efecto de la ubicación a lo largo de la placa (x) en los espesores de las capas límite térmica

y de velocidad. Variando x de $0 < x \leq 0.5$ m, grafique los espesores de la capa límite térmica y de velocidad en función de x. Analice los resultados.

6-79 Mercurio a 0 °C fluye sobre una placa plana con una velocidad de 0.1 m/s. Utilizando el software adecuado, calcule el efecto de la ubicación a lo largo de la placa (x) en los espesores de las capas límite térmica y de velocidad. Variando x en el rango $0 < x \leq 0.5$ m, grafique los espesores de las capas límite térmica y de velocidad en función de x. Analice los resultados.

6-80 Fluye vapor de agua a 0 °C y 1 atm sobre una placa plana con una velocidad de 10 m/s. Utilizando el software adecuado, determine el efecto de la ubicación a lo largo de la placa (x) en los espesores de las capas límite térmica y de velocidad. Variando x en el rango $0 < x \leq 0.5$ m, grafique los espesores de las capas límite térmica y de velocidad en función de x. Analice los resultados.

6-81 Considere el flujo laminar de un gas ideal sobre una placa plana, donde el número de Nusselt local puede expresarse como $\mathrm{Nu}_x = 0.332\,\mathrm{Re}_x^{1/2}\,\mathrm{Pr}^{1/3}$. Utilizando la expresión para el número de Nusselt local, demuestre que puede reescribirse en términos del coeficiente de transferencia de calor por convección local como $h_x = C[V/(xT)]^m$, donde C y m son constantes.

6-82 Fluye aire sobre una placa plana de 1 m de longitud con una velocidad de 3 m/s. Determine los coeficientes de transferencia de calor por convección y los números de Nusselt en $x = 0.5$ m y 0.75 m. Evalúe las propiedades del aire a 40 °C y 1 atm.

6-83 C&S Gas criogénico fluye a 5 m/s en paralelo sobre la superficie de una placa de acero inoxidable ASTM A240 410S. La temperatura del gas es −50 °C y la longitud de 1 m. La temperatura mínima apropiada para la placa ASTM A240 410S es −30 °C (ASME Code for Process Piping, ASME B31.3-2014, Table A-1M). Con la idea de diseñar un calentador, determine el flujo de calor total sobre la superficie de la placa necesario para mantener la temperatura de la superficie en −30 °C. Utilice las propiedades del gas para el análisis: $c_p = 1.002$ kJ/kg·K, $k = 0.02057$ W/m·K, $\mu = 1.527 \times 10^{-5}$ y $\rho = 1.514$ kg/m^3.

6-84 C&S La superficie superior de una placa de cobre-silicio ASME SB-96 está sujeta a convección con aire caliente que fluye a 7.5 m/s en paralelo a la superficie de la placa. La longitud de la placa es 1 m y la temperatura del aire caliente es 200 °C. El ASME Boiler and Pressure Vessel Code (ASME BPVC.IV-2015, HF-300) impone una limitación en cuanto a que el equipo construido bajo la norma ASME SB-96 debe operar a una temperatura que no exceda 93 °C. Con la idea de diseñar un mecanismo de enfriamiento que evite que la temperatura de la superficie exceda los 93 °C, determine la variación del flujo de calor local en la superficie de la placa para $0 < x \leq 1$ m. Grafique el flujo de calor local en la superficie de la placa para $0 < x \leq 1$ m. Utilice las propiedades del aire para el análisis: $c_p = 1.016$ kJ/kg · K, $k = 0.03419$ W/m·K, $\mu = 2.371 \times 10^{-5}$ kg/m · s y $\rho = 0.8412$ kg/m^3.

6-85 C&S La superficie superior de una placa de cobre ASTM B152 está sujeta a convección con aire caliente que fluye a 6 m/s en dirección paralela a su superficie. La longitud es 1 m, y la temperatura del aire caliente es 400 °C. La máxima temperatura de uso para la placa de cobre ASTM B152 es 260 °C (ASME Code for Process Piping, ASME B31.3-2014, Table A-1M). Determine la variación del flujo de calor local con el espesor de la capa límite térmica sobre la superficie de la placa para $0 < x \leq 1$ m:

a) Grafique el espesor de la capa límite térmica sobre la superficie de la placa para $0 < x \leq 1$ m.
b) Grafique el flujo de calor local en función del espesor de la capa límite térmica sobre la superficie de la placa.

Analice los resultados. Utilice las propiedades del aire para el análisis: $c_p = 1.052$ kJ/kg·K, $k = 0.04601$ W/m·K, $\mu = 3.035 \times 10^{-5}$ kg/m·s y $\rho = 0.5852$ kg/m^3.

6-86 Fluye aire con una temperatura de 20 °C sobre una placa plana ($k = 15$ W/m·K) a una velocidad de 3 m/s. La temperatura de la superficie de esta se mantiene a 60 °C. Utilizando el software adecuado, determine el efecto de la ubicación a lo largo de la placa (x) sobre el coeficiente de transferencia de calor y el gradiente de temperatura en su superficie. Variando el valor de x en el rango $0 < x \leq 0.5$ m, grafique el coeficiente de transferencia de calor y el gradiente de temperatura en su superficie, en función de x. Evalúe las propiedades del aire a 40 °C y 1 atm.

6-87 Para un flujo laminar sobre una placa plana, el coeficiente de calor local varía con $h_x = Cx^{-0.5}$, donde x se mide respecto al borde inicial de la placa y C es una constante. Determine el cociente del coeficiente de transferencia de calor por convección promedio sobre toda la placa, cuya longitud es L, y el coeficiente de transferencia de calor por convección local en el extremo de la placa.

6-88I Una superficie de sustentación con una longitud característica de 0.2 pies se coloca en el flujo de aire a 1 atm y 60 °F, con una velocidad de corriente libre de 150 pies/s y un coeficiente de transferencia de calor por convección de 21 Btu/h·pie^2·°F. Si una segunda superficie de sustentación con longitud característica de 0.4 pies se coloca en el flujo de aire a 1 atm y 60 °F con una velocidad de corriente libre de 75 pies/s, determine el flujo de calor proveniente de la segunda superficie de sustentación. Ambas superficies de sustentación se mantienen a una temperatura superficial constante de 180 °F.

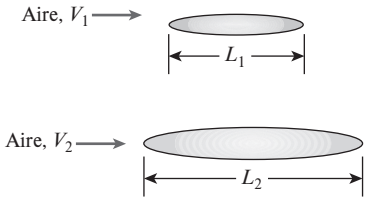


FIGURA P6-88I

6-89 Se tienen dos objetos con forma irregular con longitudes características diferentes. La longitud característica del primer objeto es $L_1 = 0.5$ m, y se mantiene a una temperatura superficial uniforme de $T_{s,1} = 350$ K. Este primer objeto se coloca en aire atmosférico a una temperatura de $T_{\infty,1} = 250$ K y una velocidad del aire $V_1 = 20$ m/s. El flujo de calor promedio del primer objeto en estas condiciones es 8 000 W/m^2. El segundo objeto tiene una longitud característica de $L_2 = 2.5$ m y se mantiene a una temperatura superficial uniforme de $T_{s,2} = 350$ K y

se coloca en aire atmosférico a una temperatura de $T_{\infty,2} = 250$ K y la velocidad del aire es $V_2 = 4$ m/s. Determine el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio del segundo objeto.

Analogías entre la cantidad de movimiento y la transferencia de calor

6-90C ¿Cómo se expresa la analogía de Reynolds? ¿Cuál es su valor? ¿Cuáles son sus limitaciones?

6-91C ¿Cómo se expresa la analogía de Reynolds modificada? ¿Cuál es su valor?,¿Cuáles son sus limitaciones?

6-92 Un avión vuela a una altitud de 10 km donde las condiciones atmosféricas son −50 °C y 26.5 kPa con velocidad de 800 km/h. Cada ala del avión puede modelarse como una placa plana de 25 m × 3 m, y el coeficiente de fricción de las alas es de 0.0016. Utilizando la analogía de transferencia de cantidad de movimiento y de calor, determine el coeficiente de transferencia de calor de las alas en las condiciones dadas.
Respuesta: 89.6 W/m$^2 \cdot$K

6-93 Una superficie de sustentación metálica de sección transversal elíptica tiene una masa de 50 kg, un área de 12 m^2 y un calor específico de 0.50 kJ/kg·K. La superficie de sustentación está sujeta a un flujo de aire de 1 atm, 25 °C y 5 m/s a lo largo de su lado de 3 m de longitud. Se observa que la temperatura promedio de la superficie de sustentación disminuye de 160 a 150 °C, dentro de los 2 minutos de enfriamiento. Suponga que la temperatura superficial de la superficie de sustentación es igual a su temperatura promedio, y usando la analogía de transferencia de cantidad de movimiento y de calor, determine el coeficiente de fricción promedio en la superficie de sustentación. Use las propiedades del aire a 25 °C y 1 atm.
Respuesta: 0.000363

6-94 Repita el problema 6-93 para una velocidad de flujo de aire de 10 m/s.

6-95 El parabrisas de 0.6 m de altura y 1.8 m de largo de un auto se calienta eléctricamente y está sujeto a vientos paralelos a 1 atm, 0 °C y 80 km/h. Se observa que el consumo de potencia eléctrica es de 70 W cuando la temperatura de la superficie expuesta del parabrisas es de 4 °C. Despreciando la radiación y la transferencia de calor de la superficie interior y usando la analogía de transferencia de cantidad de movimiento y de calor, determine la fuerza de arrastre que el viento ejerce sobre el parabrisas. Evalúe con las propiedades del aire a 2 °C y 1 atm.

6-96 Una placa plana de 5 m × 5 m se mantiene a una temperatura constante de 80 °C y está sujeta a un flujo paralelo de aire a 1 atm, 20 °C y 10 m/s. Se mide la fuerza de arrastre total que actúa sobre la superficie superior de la placa y se obtiene un valor de 2.4 N. Usando la analogía de la cantidad de movimiento y de calor, determine el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio y la razón de transferencia de calor entre la superficie superior de la placa y el aire. Evalúe las propiedades del aire a 50 °C y 1 atm.

6-97 Aire (1 atm, 5 °C), con una velocidad de corriente libre de 2 m/s, fluye paralelamente a una placa plana estacionaria delgada de 1 m × 1 m sobre las superficies superior e inferior. La placa plana tiene una temperatura superficial uniforme de 35 °C. Si la fuerza de fricción ejercida sobre la placa plana es de 0.1 N, determine la razón de transferencia de calor de la placa. Evalúe con las propiedades del aire a 20 °C y 1 atm.
Respuesta: 1 862 W

FIGURA P6-97

6-98 Fluye aire a 1 atm y 20 °C sobre la superficie superior de una hoja metálica de 0.2 m × 0.5 m de espesor. La velocidad de la corriente de aire es de 100 m/s y la hoja metálica se calienta eléctricamente con un flujo de calor uniforme de 6 100 W/m^2. Si la fuerza de fricción en la hoja metálica es de 0.3 N, determine la temperatura superficial de la hoja metálica. Evalúe con las propiedades del aire a 100 °C y 1 atm. ¿Es esta una buena suposición?

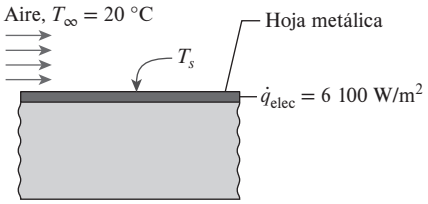


FIGURA P6-98

6-99 C&S La superficie superior de una placa de cobre-silicio ASME SB-96 está sujeta a convección con aire caliente, que fluye a 6.5 m/s paralelamente sobre la superficie de la placa. La placa es cuadrada con una longitud de 1 m, y la temperatura del aire caliente es de 200 °C. El ASME Boiler and Pressure Vessel Code (ASME BPVC.IV-2015, HF-300) limita a que el equipo construido con placa ASME SB-96 no deba operarse a una temperatura que exceda los 93 °C. A partir de un experimento en túnel de viento, el coeficiente de fricción promedio para la superficie superior de la placa es 0.0023. Con la finalidad de diseñar un mecanismo de enfriamiento para evitar que la temperatura de la superficie de la placa excediera los 93 °C, determine la razón de pérdida de calor mínima que se requiere para evitar que la superficie de la placa exceda los 93 °C. Use las propiedades del aire para su análisis: $c_p = 1.016$ kJ/kg·K, $k = 0.03419$ W/m·K, $\mu = 2.371 \times 10^{-5}$ kg/m·s y $\rho = 0.8412$ kg/m^3.

6-100 Aire a 1 atm fluye sobre una placa plana, con velocidad de corriente libre de 70 m/s. Si el coeficiente de transferencia de calor por convección, se correlaciona por medio de $Nu_x = 0.03\ Re_x^{0.8}\ Pr^{1/3}$, determine el coeficiente de fricción y el esfuerzo cortante superficial en un punto ubicado a 2 m con respecto al borde inicial. Evalúe con las propiedades del aire a 20 °C y 1 atm.

6-101 Se enfrían placas metálicas con aire que sopla paralelamente sobre ellas. El coeficiente de fricción promedio sobre cada placa es $Cf = 1.33\ (Re_L)^{-0.5}$ para $Re_L < 5 \times 10^5$. La longitud de cada una de las placas al flujo de aire es de 1 m. Determine el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio de la placa, si la velocidad del aire es de 5 m/s. Evalúe las propiedades del aire a 20 °C y 1 atm.

6-102 Una placa plana está sujeta a un flujo de aire paralelo a su superficie. El coeficiente de fricción promedio sobre la placa está dado por,

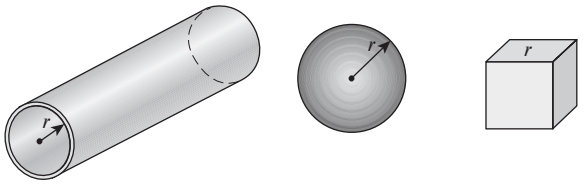
$C_f = 1.33\ (\mathrm{Re}_L)^{-1/2}$ para $\mathrm{Re}_L < 5 \times 10^5$ (flujo laminar)

$C_f = 0.074\ (\mathrm{Re}_L)^{-1/5}$ para $5 \times 10^5 \le \mathrm{Re}_L \le 10^7$ (flujo turbulento)

La longitud de la placa paralela al flujo de aire es de 1 m. Utilice el software apropiado y determine el efecto que tiene la velocidad del aire en el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio. Variando la velocidad del aire $0 < V \le 20$ m/s, grafique dicho coeficiente de transferencia de calor en función de la velocidad del aire. Evalúe con las propiedades del aire a 20 °C y 1 atm.

Tema especial: Transferencia de calor a microescala

6-103 Utilizando un cilindro, una esfera y un cubo como ejemplos, demuestre que la velocidad de transferencia de calor es inversamente proporcional al tamaño nominal del objeto. Es decir, la transferencia de calor por unidad de área aumenta a medida que el tamaño del objeto disminuye.



a) Cilindro *b*) Esfera *c*) Cubo

FIGURA P6-103

6-104 Determine el flujo de calor en la pared de un microcanal de 1 μm de ancho, si la temperatura de la pared es de 50 °C y la temperatura promedio del gas cercana a la pared es de 100 °C para los casos en los que:

a) $\sigma_T = 1.0$, $\gamma = 1.667$, $k = 0.15$ W/m·K, $\lambda/\mathrm{Pr} = 0.5$
b) $\sigma_T = 0.8$, $\gamma = 2$, k = 0.1 W/m·K, $\lambda/\mathrm{Pr} = 5$

6-105 Si $(\partial T/\partial y)_w = 65$ K/m, calcule el número de Nusselt para un microcanal de 1.2 μm de ancho si la temperatura de la pared es de 50 °C y está rodeada por *a*) aire del ambiente a una temperatura de 30 °C, *b*) gas nitrógeno a una temperatura de −100 °C.

Problemas de repaso

6-106I Evalúe el número de Prandtl a partir de los datos siguientes: $c_p = 0.5$ Btu/lbm·R, $k = 2$ Btu/h·pie·R, $\mu = 0.3$ lbm/pie·s.

6-107 Un fluido fluye a 5 m/s sobre una placa plana ancha de 15 cm de longitud. Para cada sustancia de la siguiente lista calcule el número de Reynolds en el extremo inferior de la placa. Indique si el flujo en ese punto es laminar o turbulento. Suponga que todos los fluidos están a 50 °C. *a*) Aire, *b*) CO_2, *c*) Agua, *d*) Aceite de motor (no usado).

6-108I Fluye un fluido sobre una placa plana con una velocidad de corriente libre constante. El número de Reynolds crítico es 5×10^5 y la distancia al borde inicial, a la cual ocurre la transición de flujo laminar a turbulento, es $x_{cr} = 7$ pies. Determine la longitud característica (L_c) a la cual el número de Reynolds es 1×10^5.

6-109 Se tiene un flujo Couette de un fluido con una viscosidad de $\mu = 0.8$ N·s/m^2 y una conductividad térmica de $k_f = 0.145$ W/m·K. La placa inferior es estacionaria y está hecha de un material cuya conductividad térmica es $k_p = 1.5$ W/m·K y espesor $b = 3$ mm. Su superficie exterior se mantiene a $T_s = 50$ °C. La placa superior está aislada y se mueve a una velocidad uniforme $V = 7$ m/s. La distancia entre las placas es $L = 5$ mm.

a) Determine la función de distribución de temperatura, *T(y),* del fluido ($0 < y < L$).

b) Calcule la temperatura máxima del fluido, así como la temperatura del fluido en las superficies de contacto con las placas superior e inferior.

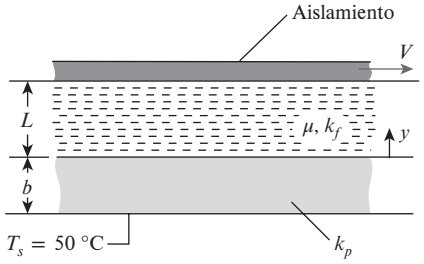


FIGURA P6-109

6-110 Fluye aceite para motor a 15 °C sobre una placa de 0.3 m de ancho a 65 °C a una velocidad de 3.0 m/s. Utilizando el software apropiado grafique *a*) la capa límite hidrodinámica y, *b*) la capa límite térmica en función de x, en la misma gráfica para el rango desde $x = 0.0$ m hasta $x = x_{cr}$. Use el número de Reynolds crítico de 500 000.

6-111 El objeto 1 tiene una longitud característica de 0.5 m y se coloca en un flujo de aire a 1 atm y 20 °C, con una velocidad de flujo libre de 50 m/s. La transferencia del flujo de calor del objeto 1, cuando se coloca en el flujo de aire se mide y se obtiene un valor de 12 000 W/m^2. Si el objeto 2 tiene la misma forma y geometría que el objeto 1 (con una longitud característica de 5 m) y se coloca en el flujo de aire a 1 atm y 20 °C con una velocidad de corriente libre de 5 m/s, determine el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio del objeto 2. Ambos objetos se mantienen a una temperatura superficial constante de 120 °C.

6-112 Una barra rectangular con longitud característica de 0.5 m, se coloca en un flujo de corriente libre donde los coeficientes de transferencia de calor por convección son 100 W/m^2·K y 50 W/m^2·K cuando las velocidades de corriente libre eran de 25 m/s y 5 m/s, respectivamente. Si el número de Nusselt puede expresarse como $\mathrm{Nu} = C\ \mathrm{Re}^m\ \mathrm{Pr}^n$, donde C, m y n son constantes, determine los coeficientes de transferencia de calor por convección de barras similares con *a*) $L = 1$m y $V = 5$ m/s, y *b*) $L = 2$m y $V = 50$ m/s.

6-113 En un esfuerzo de evitar la formación de hielo sobre la superficie de un ala, se instalan calentadores eléctricos dentro de ella. Con una longitud característica de 2.5 m, esta tiene un coeficiente de fricción de 0.001. Si el ala se mueve a una velocidad de 200 m/s a través del aire a 1 atm y –20 °C, determine el flujo de calor necesario para mantener la superficie del ala a una temperatura por arriba de 0 °C. Evalúe con las propiedades del aire a –10 °C y 1 atm.

6-114 Un tablero de circuito impreso de 15 cm × 20 cm, se enfría por medio de convección forzada de aire a 1 atm. El calor proveniente del tablero se estima sea de 1 000 W/m^2. Si la velocidad de la corriente de aire es de 3 m/s y el esfuerzo cortante superficial del tablero de circuito impreso es de 0.075 N/m^2, determine la diferencia entre la temperatura en la superficie del tablero y la temperatura de la corriente de aire. Evalúe con las propiedades del aire a 40 °C y 1 atm.

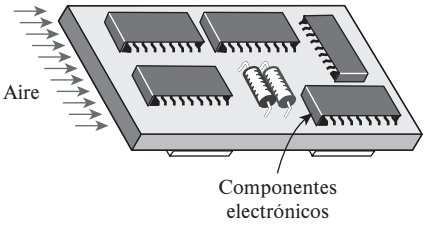


FIGURA P6-114

6-115 Fluye aire atmosférico a una velocidad de 10 m/s y 20 °C, con un flujo paralelo sobre una superficie plana de calentamiento, que se mantiene a una temperatura de 80 °C. La superficie del calentador es 0.30 m^2. La fuerza de arrastre inducida por el flujo de aire del calentador se mide con el valor de 0.2 N. Usando la analogía de transferencia de cantidad de movimiento y de calor, determine la potencia eléctrica necesaria para mantener la temperatura prescrita de la superficie del calentador en un valor de 80 °C. Evalúe con las propiedades del aire a 50 °C y 1 atm.

Problemas de examen sobre Fundamentos de ingeniería (FI)

6-116 ¿Por cuál de los números adimensionales siguientes se determina la transición de flujo laminar a turbulento en la convección forzada?

a) Grasshof *c*) Reynolds *e*) Mach
b) Nusselt *d*) Stanton

6-117 El número_____ es un parámetro adimensional significativo para la convección forzada, y el número_____ es un parámetro adimensional significativo para la convección natural.

a) Reynolds, Grashof *d*) Reynolds, Schmidt
b) Reynolds, Mach *e*) Grashof, Sherwood
c) Reynolds, Eckert

6-118 En cualquier situación de convección natural o forzada, la velocidad del fluido que fluye es cero donde el fluido moja cualquier superficie estacionaria. La magnitud del flujo de calor donde el fluido moja una superficie estacionaria está dada por:

a) $k(T_{\text{fluido}} - T_{\text{pared}})$ *b*) $k\left.\dfrac{dT}{dy}\right|_{\text{pared}}$

c) $k\left.\dfrac{d^2T}{dy^2}\right|_{\text{pared}}$ *d*) $h\left.\dfrac{dT}{dy}\right|_{\text{pared}}$

e) Ninguna de ellas

6-119 El coeficiente de fricción C_f de un fluido que fluye a través de una superficie en términos del esfuerzo cortante superficial, τ_w, está dado por:

a) $2\rho V^2/\tau_w$ *b*) $2\tau_w/\rho V^2$ *c*) $2\tau_w/\rho V^2\Delta T$
d) $4\tau_w/\rho V^2$ *e*) Ninguno de ellos

6-120 La mayoría de las correlaciones para el coeficiente de transferencia de calor por convección usa el número de Nusselt adimensional, el cual se define como:

a) h/k *c*) hL_c/k *e*) $k/\rho c_p$
b) k/h *d*) kL_c/h

6-121 Para las mismas condiciones iniciales, uno puede esperar que las capas límite térmica laminar y la cantidad de movimiento sobre una placa plana, tengan el mismo espesor cuando el número de Prandtl del fluido que circula es:

a) Cercano a cero *d*) Grande
b) Pequeño *e*) Muy grande
c) Aproximadamente uno

6-122 Se espera que el coeficiente de transferencia de calor para un flujo turbulento sea _____ que para un flujo laminar.

a) menor *b*) el mismo *c*) mayor

6-123 Un calentador de agua eléctrico ($k = 0.61$ W/m · K) utiliza convección natural para transferir calor desde su resistencia eléctrica de 110 V, con dimensiones de 1 cm de diámetro por 0.65 m de largo hacia el agua. Durante su operación, la temperatura superficial de este calentador es de 120 °C, mientras que la temperatura del agua es de 35 °C, y el número de Nusselt (con base en el diámetro) es 6. Si se considera solamente la superficie lateral del calentador (y por tanto, $A = \pi DL$), la corriente que circula a través del elemento de calentamiento eléctrico es:

a) 3.2 A *c*) 4.6 A *e*) 6.6 A
b) 3.7 A *d*) 5.8 A

6-124 En flujo turbulento, uno puede estimar el número de Nusselt utilizando la analogía entre la transferencia de calor y la cantidad de movimiento (analogía de Colburn). Esta analogía relaciona el número de Nusselt con el coeficiente de fricción, C_f, como

a) $\text{Nu} = 0.5\, C_f \text{Re}\, \text{Pr}^{1/3}$ *d*) $\text{Nu} = C_f \text{Re}\, \text{Pr}^{2/3}$
b) $\text{Nu} = 0.5\, C_f \text{Re}\, \text{Pr}^{2/3}$ *e*) $\text{Nu} = C_f \text{Re}^{1/2}\, \text{Pr}^{1/3}$
c) $\text{Nu} = C_f \text{Re}\, \text{Pr}^{1/3}$

Problemas de diseño y ensayo

6-125 Diseñe un experimento para medir la viscosidad de líquidos utilizando un embudo vertical con un depósito cilíndrico de altura h y una sección de flujo angosto de diámetro D y longitud L. Establezca las suposiciones apropiadas, obtenga una relación para la viscosidad en términos de cantidades fácilmente medibles, como la densidad y el caudal volumétrico.

6-126 Una fábrica está equipada con un túnel de viento y puede medir el coeficiente de fricción de superficies planas y superficies de sustentación. Diseñe un experimento para determinar el coeficiente de transferencia de calor medio de una superficie, utilizando datos sobre el coeficiente de fricción

Elemento de diseño: "Icono de C&S © McGraw-Hill Education; Icono de PtD © McGraw-Hill Education; arte de la computadora © McGraw-Hill Education"

CAPÍTULO

7

CONVECCIÓN FORZADA EXTERNA

En el capítulo 6 se consideraron los aspectos generales y teóricos de la convección forzada, con énfasis en la formulación diferencial y las soluciones analíticas.

En este capítulo se estudian los aspectos prácticos de la convección forzada hacia o desde superficies planas o curvas sometidas a un *flujo externo*, caracterizadas por capas límite de crecimiento libre rodeadas por una región de flujo libre que no involucra gradientes de velocidad y temperatura.

Este capítulo se inicia con una descripción general del flujo externo, con énfasis en el arrastre de fricción y de presión, la separación del flujo y la evaluación de los coeficientes promedio de arrastre y convección, para continuar con *flujo paralelo sobre placas planas.* En el capítulo 6 se resolvieron las ecuaciones de capa límite para un flujo constante, laminar y paralelo sobre una placa plana, y se obtuvieron relaciones para el coeficiente de fricción local y el número de Nusselt. Usando estas relaciones como punto de partida, se determina el coeficiente de fricción promedio y el número de Nusselt. También se analiza el flujo turbulento sobre placas planas con y sin longitud inicial sin calefacción.

A continuación se considera el *flujo cruzado sobre cilindros y esferas*, y se presentaron gráficas y correlaciones empíricas para los coeficientes de arrastre y los números de Nusselt así como su importancia. Finalmente, se estudia el *flujo cruzado sobre bancos de tubos* en configuraciones alineadas y escalonadas, y se presentan las correlaciones para la caída de presión y el número promedio de Nusselt para ambas configuraciones.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al terminar de estudiar este capítulo, usted deberá ser capaz de:

- Distinguir entre flujo interno y externo.
- Desarrollar una comprensión intuitiva del arrastre de fricción y arrastre de presión, y evaluar los coeficientes promedio de arrastre y convección en el flujo externo.
- Evaluar el arrastre y la transferencia de calor asociados con el flujo sobre una placa plana para flujo laminar y turbulento.
- Calcular la fuerza de arrastre ejercida sobre cilindros y esferas durante el flujo cruzado, y el coeficiente promedio de transferencia de calor.
- Determinar la caída de presión y el coeficiente promedio de transferencia de calor asociados con el flujo a través de un banco de tubos para configuraciones en línea y escalonadas.

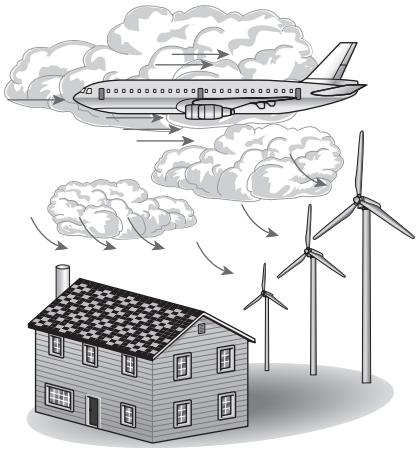


FIGURA 7-1

En la práctica, se encuentra flujo alrededor de distintos cuerpos.

7-1 ▪ ARRASTRE Y TRANSFERENCIA DE CALOR EN FLUJO EXTERNO

En la práctica, suele ocurrir flujo de fluidos sobre cuerpos sólidos, y es responsable de muchos fenómenos físicos, como la *fuerza de arrastre* que actúa sobre automóviles, líneas eléctricas, árboles y tuberías submarinas; la *sustentación* desarrollada por las alas de un avión; la *corriente ascendente* de lluvia, nieve, granizo y partículas de polvo en vientos fuertes; y el *enfriamiento* de láminas de metal o plástico, tuberías de agua caliente y vapor, y alambres extruidos (figura 7-1). Así que es importante desarrollar una buena comprensión del flujo externo y la convección forzada externa en el diseño mecánico y térmico de muchos sistemas de ingeniería, como aviones, automóviles, edificios, componentes electrónicos y álabes de turbinas.

Los campos de flujo y las geometrías para la mayoría de los problemas de flujo externo son demasiado complicados para ser resueltos analíticamente, por tanto, hay que confiar en las correlaciones basadas en datos experimentales. La disponibilidad de computadoras de alta velocidad ha permitido realizar rápidamente series de "experimentos numéricos" al resolver numéricamente las ecuaciones que los rigen y luego recurrir a pruebas y experimentos costosos, y que requieren mucho tiempo, solo en las etapas finales del diseño. En este capítulo nos basamos en relaciones desarrolladas de manera experimental.

La velocidad del fluido relativa a un cuerpo sólido sumergido lo suficientemente lejos del cuerpo (fuera de la capa límite) se denomina **velocidad de flujo libre**. Por lo general, se considera que es igual a la **velocidad corriente arriba** V, también llamada **velocidad de aproximación**, que es la velocidad del fluido que se aproxima muy por delante del cuerpo. Esta idealización es casi exacta para cuerpos muy delgados, como una placa plana paralela al flujo, pero es solo aproximada para cuerpos romos, como un cilindro grande. La velocidad del fluido varía desde cero en la superficie (la condición de no deslizamiento [antideslizante]) hasta el valor de flujo libre lejos de la superficie, y el subíndice "infinito" sirve como un recordatorio de que este es el valor a una distancia donde la presencia del cuerpo no es importante. La velocidad corriente arriba, en general, puede variar con la ubicación y el tiempo (por ejemplo, el viento que sopla más allá de un edificio). Pero en el diseño y análisis, por lo general se supone que la velocidad corriente arriba es *uniforme* y *constante* por conveniencia, y esto es lo que se hará en este capítulo.

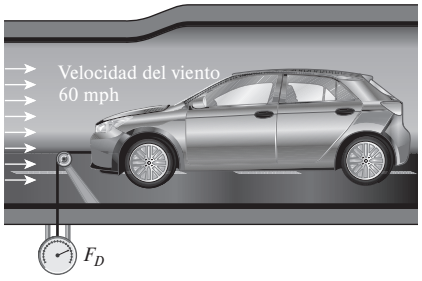


FIGURA 7-2

Esquema para medir la fuerza de arrastre que actúa sobre un automóvil en un túnel de viento.

Arrastre por fricción y presión

Es una experiencia común el que un cuerpo encuentre cierta resistencia cuando se ve obligado a moverse a través de un fluido, en especial un líquido. Es posible que haya visto fuertes vientos derribando árboles, líneas eléctricas e incluso remolques, y haya sentido el fuerte "empuje" que ejerce el viento sobre su cuerpo. Experimenta la misma sensación cuando extiende el brazo por la ventana de un automóvil en movimiento. La fuerza que ejerce un fluido que fluye sobre un cuerpo en la dirección del flujo se llama **arrastre** (figura 7-2).

Un fluido estacionario ejerce solo fuerzas de presión normales sobre la superficie de un cuerpo inmerso en él. Sin embargo, un fluido en movimiento también ejerce fuerzas de corte tangenciales en la superficie debido a la condición de no deslizamiento causada por los efectos viscosos. Ambas fuerzas, en general, tienen componentes en la dirección del flujo y, por tanto, la fuerza de arrastre se debe a los efectos combinados de la presión y las fuerzas cortantes en la pared en la dirección del flujo. Los componentes de presión y las fuerzas cortantes en la pared en la dirección *normal* de flujo tienden a mover el cuerpo en esa dirección, y su suma se llama **elevación** o sustentación.

En general, tanto la fricción en la superficie (fuerza cortante en la pared) como la presión contribuyen al arrastre y a la sustentación. En el caso especial de una

placa delgada y plana alineada paralela a la dirección del flujo, la fuerza de arrastre depende solo del corte en la pared y es independiente de la presión. Sin embargo, cuando la placa plana se coloca de manera perpendicular a la dirección del flujo, la fuerza de arrastre depende solo de la presión, y es independiente de la fuerza cortante, ya que el esfuerzo cortante en este caso actúa en la dirección normal al flujo (figura 7-3). Para cuerpos delgados como las alas, la fuerza cortante actúa casi paralela a la dirección del flujo. La fuerza de arrastre en estos cuerpos delgados se debe principalmente a las fuerzas cortantes (la fricción superficial).

La fuerza de arrastre F_D depende de la densidad ρ del fluido, la velocidad corriente arriba V, y el tamaño, la forma y la orientación del cuerpo, entre otras cosas. Las características del arrastre de un cuerpo se representan por el **coeficiente de arrastre** adimensional C_D definido como:

Coeficiente de arrastre:
$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho V^2 A} \tag{7-1}$$

donde A es el *área frontal* (el área proyectada en un plano perpendicular a la dirección del flujo) para cuerpos romos, cuerpos que tienden a bloquear el flujo. El área frontal de un cilindro de diámetro D y longitud L, por ejemplo, es $A = LD$. Para flujo paralelo sobre placas planas o perfiles aerodinámicos delgados, A es el área superficial. El coeficiente de arrastre es principalmente una función de la forma del cuerpo, pero también puede depender del número de Reynolds y de la rugosidad de la superficie.

La fuerza de arrastre es la fuerza neta ejercida por un fluido sobre un cuerpo en la dirección del flujo debido a los efectos combinados de las fuerzas cortantes y fuerzas de presión en la pared. La parte del arrastre que se debe directamente al esfuerzo cortante en la pared τ_w se llama **arrastre por fricción superficial** (o simplemente *arrastre por fricción*), ya que es causada por efectos de fricción, y la parte que se debe directamente a la presión P se llama **arrastre por presión** (también llamado *arrastre de forma* debido a su fuerte dependencia de la forma del cuerpo). Cuando se conocen los coeficientes de arrastre por fricción y por presión, el coeficiente de arrastre total se determina simplemente sumando:

$$C_D = C_{D,\,\text{fricción}} + C_{D,\,\text{presión}} \tag{7-2}$$

El *arrastre por fricción* es el componente de la fuerza cortante superficial en la dirección del flujo y, por tanto, depende de la orientación del cuerpo, así como de la magnitud del esfuerzo cortante de la pared τ_w. El arrastre por fricción es *cero* para una superficie perpendicular al flujo, y es *máxima* para una superficie paralela al flujo, ya que en este caso, el arrastre por fricción es igual a la fuerza de corte total en la superficie. Para flujo paralelo sobre una placa plana, el coeficiente de arrastre es igual al *coeficiente de arrastre por fricción*, o simplemente el *coeficiente de fricción* (figura 7-4). Es decir:

Placa plana:
$$C_D = C_{D,\,\text{fricción}} = C_f \tag{7-3}$$

Una vez que se conoce el coeficiente de fricción promedio C_f, se puede determinar la fuerza de arrastre (o fricción) sobre la superficie a partir de la ecuación 7-1. En este caso, A es el área superficial de la placa expuesta al flujo de fluido. Cuando ambos lados de una placa delgada están sujetos a flujo, A se convierte en el área total de las superficies superior e inferior. Tenga en cuenta que el coeficiente de fricción, en general, varía con la ubicación a lo largo de la superficie.

El arrastre por fricción es una función importante de la viscosidad, y un fluido "idealizado" con viscosidad cero produciría un arrastre de fricción cero, ya que el esfuerzo cortante en la pared sería cero. El arrastre de presión también sería cero en este caso para flujo constante, independientemente de la forma del cuerpo, ya

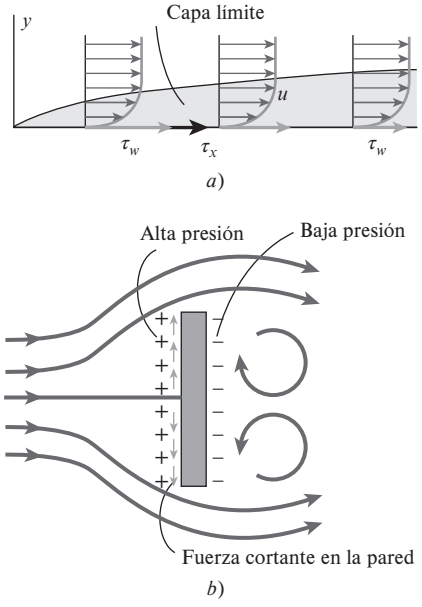


FIGURA 7-3

a) La fuerza de arrastre que actúa sobre una placa plana paralela al flujo depende solo de las fuerzas cortantes en la pared. *b*) La fuerza de arrastre que actúa sobre una placa plana normal al flujo depende solo de la presión, y es independiente del esfuerzo cortante en la pared, el cual actúa de manera perpendicular al flujo de corriente libre.

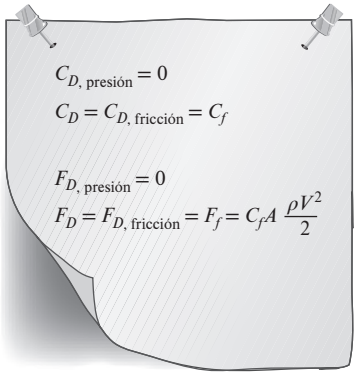


FIGURA 7-4

Para flujo paralelo sobre una placa plana, el arrastre de presión es cero, y el coeficiente de arrastre es igual al coeficiente de fricción, y la fuerza de arrastre es igual a la fuerza de fricción.

que no hay pérdidas de presión. Para el flujo en la dirección horizontal, por ejemplo, la presión a lo largo de una línea horizontal es constante (al igual que en los fluidos estacionarios), ya que la velocidad corriente arriba es constante y no existe una fuerza de presión neta que actúe sobre el cuerpo en la dirección horizontal. El arrastre total es cero para el caso del flujo de fluido no viscoso ideal.

Con números de Reynolds pequeños, la mayor parte del arrastre se debe al arrastre por fricción. Este es el caso de cuerpos altamente aerodinámicos, como los perfiles de ala de avión. El arrastre de fricción también es proporcional al área superficial. Por tanto, los cuerpos con mayor área superficial experimentan un arrastre de fricción mayor. Los aviones comerciales grandes, por ejemplo, reducen su área de superficie total y el arrastre total, retrayendo sus extensiones de ala cuando alcanzan altitudes de crucero para ahorrar combustible. El coeficiente de arrastre por fricción es independiente de la *rugosidad de la superficie* en flujo laminar, pero es una función importante de la rugosidad de la superficie en flujo turbulento, debido a que los elementos rugosos de la superficie sobresalen más en la capa límite.

La resistencia por presión es proporcional al área frontal y a la *diferencia* entre las presiones que actúan en la parte delantera y trasera del cuerpo sumergido. Así que la resistencia de presión suele ser dominante para cuerpos romos, insignificante para cuerpos aerodinámicos, como perfiles de ala de avión, y cero para placas planas y delgadas paralelas al flujo.

FIGURA 7-5

Región de separación para el flujo alrededor de una pelota de tenis y la región de la estela.

Cortesía de NASA Ames Research Center y Cislunar Aerospace, Inc.

Cuando un fluido se separa de un cuerpo, forma una región aparte entre el cuerpo y la corriente de fluido. Esta región de baja presión detrás del cuerpo, donde ocurren la recirculación y los reflujos, se llama **región de separación**. Cuanto mayor es la región de separación, mayor es el arrastre por presión. Los efectos de la separación del flujo se manifiestan mucho más abajo en el flujo como una reducción en la velocidad (respecto de la velocidad corriente arriba). La región de flujo que va detrás del cuerpo, donde se sienten los efectos del cuerpo sobre la velocidad, se llama **estela** (figura 7-5). La región de separación llega a su fin cuando se vuelven a unir las dos corrientes de flujo; por tanto, la región de separación es un volumen cerrado, mientras que la estela sigue creciendo detrás del cuerpo hasta que el fluido en la región de la estela recupera su velocidad y el perfil de velocidad se vuelve nuevamente casi plano. Los efectos viscosos y rotacionales son los más significativos en la capa límite, la región de separación y la estela.

Transferencia de calor

Los fenómenos que afectan la fuerza de arrastre también afectan la transferencia de calor, y este efecto aparece en el número de Nusselt. Al adimensionalizar las ecuaciones de la capa límite, se mostró en el capítulo 6 que los números de Nusselt locales y promedio tienen la forma funcional:

$$\mathrm{Nu}_x = f_1(x^*, \mathrm{Re}_x, \mathrm{Pr}) \quad \text{y} \quad \mathrm{Nu} = f_2(\mathrm{Re}_L, \mathrm{Pr}) \qquad \textbf{(7-4}\boldsymbol{a}\textbf{, }\boldsymbol{b}\textbf{)}$$

A menudo, los datos experimentales para transferencia de calor se representan convenientemente con una precisión razonable por una simple relación de ley de potencia de la forma:

$$\mathrm{Nu} = C\,\mathrm{Re}_L^m\,\mathrm{Pr}^n \qquad \textbf{(7-5)}$$

donde m y n son exponentes constantes, y el valor de la constante C depende de la geometría y del flujo.

La temperatura del fluido en la capa límite térmica varía de T_s en la superficie a aproximadamente T_∞ en el borde exterior de la capa. Las propiedades del fluido también varían con la temperatura y, por tanto, con la posición a través de la capa límite. Para tener en cuenta la variación de las propiedades con la temperatura,

generalmente se evalúan las propiedades del fluido a la llamada **temperatura de película**, definida como:

$$T_f = \frac{T_s + T_\infty}{2} \tag{7-6}$$

la cual es el *promedio aritmético* de las temperaturas en la superficie y en la región de flujo libre. Se supone que las propiedades del fluido permanecen constantes en esos valores durante todo el flujo. Una forma alternativa de tener en cuenta la variación de las propiedades con la temperatura, es evaluar todas las propiedades a la temperatura de flujo libre y multiplicar la relación del número de Nusselt en la ecuación 7-5 por $(\mathrm{Pr}_\infty/\mathrm{Pr}_s)^r$ o $(\mu_\infty/\mu_s)^r$ donde r es una constante determinada experimentalmente.

Los coeficientes locales de arrastre y convección varían a lo largo de la superficie como resultado de los cambios en las capas límite de velocidad en la dirección del flujo. Por lo general, estamos interesados en la fuerza de arrastre y la tasa de transferencia de calor para *toda* la superficie, que se puede determinar utilizando el coeficiente *promedio* de fricción y convección. Por tanto, se presentan correlaciones tanto para coeficientes de fricción y convección locales (identificados con el subíndice x) y los coeficientes promedio de fricción y convección. Cuando se conocen las relaciones para los coeficientes locales de fricción y convección se pueden determinar los coeficientes de fricción y convección *promedio* para toda la superficie integrando:

$$C_f = \frac{1}{L}\int_0^L C_{f,x}\,dx \tag{7-7}$$

y

$$h = \frac{1}{L}\int_0^L h_x\,dx \tag{7-8}$$

Cuando se conocen los coeficientes promedio de arrastre y convección, la fuerza de arrastre se puede determinar a partir de la ecuación 7-1, y la tasa de transferencia de calor hacia o desde una superficie isotérmica se puede determinar a partir de:

$$\dot{Q} = hA_s(T_s - T_\infty) \tag{7-9}$$

donde A_s es el área superficial.

7-2 ▪ FLUJO PARALELO SOBRE PLACAS PLANAS

Considere el flujo paralelo de un fluido sobre una placa plana de longitud L en la dirección del flujo, como se muestra en la figura 7-6. La coordenada x se mide a lo largo de la superficie de la placa desde el borde de ataque en la dirección del flujo. El fluido se acerca a la placa en la dirección x con una velocidad uniforme V y temperatura T_∞. El flujo en las capas límite de velocidad comienza como laminar, pero si la placa es lo suficientemente larga, el flujo se vuelve turbulento a una distancia x_{cr} del borde de ataque donde el número de Reynolds alcanza su valor crítico para la transición.

La transición del flujo laminar a flujo turbulento depende de la *geometría de la superficie*, de la *rugosidad de la superficie*, de la *velocidad corriente arriba*, de la *temperatura de la superficie* y del *tipo de fluido*, entre otras cosas, y se caracteriza mejor por el número de Reynolds.

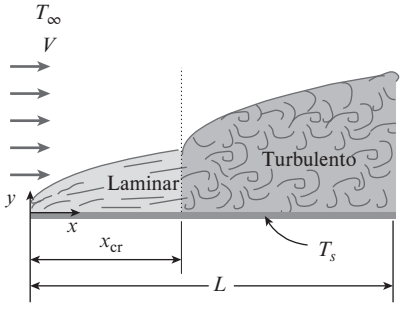


FIGURA 7-6

Regiones laminar y turbulenta de la capa límite durante el flujo sobre una placa plana.

El número de Reynolds a una distancia x del borde de ataque de una placa plana se expresa como:

$$\mathrm{Re}_x = \frac{\rho V x}{\mu} = \frac{V x}{\nu} \tag{7-10}$$

Observe que el valor del número de Reynolds varía para una placa plana a lo largo del flujo, alcanzando el valor $\mathrm{Re}_L = VL/\nu$ al final de la placa.

Para el flujo sobre una placa plana, la transición de laminar a turbulento comienza aproximadamente para $\mathrm{Re} \cong 1 \times 10^5$, pero no se vuelve completamente turbulento hasta que el número de Reynolds alcanza valores mucho más altos, típicamente alrededor de 3×10^6. En análisis en la ingeniería, un valor generalmente aceptado para el número crítico de Reynolds es:

$$\mathrm{Re}_{\mathrm{cr}} = \frac{\rho V x_{\mathrm{cr}}}{\mu} = 5 \times 10^5 \tag{7-11}$$

El valor real del número de Reynolds crítico en ingeniería para una placa plana puede variar de 10^5 a 3×10^6, dependiendo de la rugosidad de la superficie, el nivel de turbulencia y la variación de presión a lo largo de la superficie.

Coeficiente de fricción

En el capítulo 6 se determinó mediante un análisis que el espesor de la capa límite y el coeficiente de fricción local en la ubicación x para el flujo laminar sobre una placa plana es:

$$\textit{Laminar:} \qquad \delta = \frac{4.91x}{\mathrm{Re}_x^{1/2}} \quad \text{y} \quad C_{f,x} = \frac{0.664}{\mathrm{Re}_x^{1/2}}, \quad \mathrm{Re}_x < 5 \times 10^5 \tag{7-12a, b}$$

Las relaciones correspondientes para flujo turbulento determinadas experimentalmente son:

$$\textit{Turbulento:} \quad \delta = \frac{0.38x}{\mathrm{Re}_x^{1/5}} \quad \text{y} \quad C_{f,x} = \frac{0.059}{\mathrm{Re}_x^{1/5}}, \quad 5 \times 10^5 \le \mathrm{Re}_x \le 10^7 \tag{7-13a, b}$$

donde x es la distancia desde el borde delantero de la placa y $\mathrm{Re}_x = Vx/\nu$ es el número de Reynolds en la posición x. Observe que $C_{f,x}$ es proporcional a $\mathrm{Re}_x^{-1/2}$ y, por tanto, a $x^{-1/2}$ para el flujo laminar. Por tanto, se considera que $C_{f,x}$ es *infinito* en el borde de ataque ($x = 0$) y disminuye por un factor de $x^{-1/2}$ en la dirección del flujo. Los coeficientes de fricción locales son más altos en el flujo turbulento que en el flujo laminar debido a la intensa mezcla que ocurre en la capa límite turbulenta. Note que $C_{f,x}$ alcanza sus valores más altos cuando el flujo se vuelve completamente turbulento, y luego disminuye en un factor de $x^{-1/5}$ en la dirección del flujo.

El coeficiente de fricción *promedio* sobre toda la placa se determina sustituyendo las relaciones anteriores en la ecuación 7-7 y realizando las integrales correspondientes (figura 7-7). Se obtiene:

$$\textit{Laminar:} \qquad C_f = \frac{1.33}{\mathrm{Re}_L^{1/2}} \quad \mathrm{Re}_L < 5 \times 10^5 \tag{7-14}$$

$$\textit{Turbulento:} \qquad C_f = \frac{0.074}{\mathrm{Re}_L^{1/5}} \quad 5 \times 10^5 \le \mathrm{Re}_L \le 10^7 \tag{7-15}$$

La primera relación da el coeficiente de fricción promedio para toda la placa cuando el flujo es *laminar* sobre *toda* la placa. Considere que el coeficiente de fricción promedio sobre toda la placa en caso de flujo laminar es el doble del valor del

$$\begin{aligned} C_f &= \frac{1}{L}\int_0^L C_{f,x}\,dx \\ &= \frac{1}{L}\int_0^L \frac{0.664}{\mathrm{Re}_x^{1/2}}\,dx \\ &= \frac{0.664}{L}\int_0^L \left(\frac{Vx}{\nu}\right)^{-1/2} dx \\ &= \frac{0.664}{L}\left(\frac{V}{\nu}\right)^{-1/2} \left.\frac{x^{1/2}}{\frac{1}{2}}\right|_0^L \\ &= \frac{2 \times 0.664}{L}\left(\frac{V}{\nu L}\right)^{-1/2} \\ &= \frac{1.33}{\mathrm{Re}_L^{1/2}} \end{aligned}$$

FIGURA 7-7

El coeficiente de fricción promedio sobre una superficie se determina integrando el coeficiente de fricción local sobre toda la superficie. Los valores mostrados aquí son para una capa límite laminar de placa plana.

coeficiente de fricción local al final de la placa, $C_f = 2C_{f,\,x\,=\,L}$. La segunda relación da el coeficiente de fricción promedio para toda la placa solo cuando el flujo es *turbulento* sobre *toda* la placa, o cuando la región de flujo laminar de la placa es demasiado pequeña en relación con la región de flujo turbulento (es decir, $x_{cr} \ll L$).

En algunos casos, una placa plana es lo suficientemente larga para que el flujo se vuelva turbulento, pero no lo suficiente como para ignorar la región de flujo laminar. En tales casos, el coeficiente de fricción *promedio* sobre toda la placa se determina realizando la integración de la ecuación 7-7 en dos partes: use la ecuación 7-12*b* para la región laminar, $0 \le x \le x_{cr}$ y la ecuación 7-13*b* para la región turbulenta $x_{cr} < x \le L$ como:

$$C_f = \frac{1}{L}\left(\int_0^{x_{cr}} C_{f,\,x\ \text{laminar}}\,dx + \int_{x_{cr}}^{L} C_{f,\,x,\,\text{turbulento}}\,dx\right) \qquad \textbf{(7-16)}$$

Observe que se incluyó la región de transición con la región turbulenta. Nuevamente, tomando el número crítico de Reynolds como $Re_{cr} = 5 \times 10^5$ y realizando las integrales de la ecuación 7-16, después de sustituir las expresiones indicadas, se encuentra que el coeficiente de fricción *promedio* sobre toda la placa es:

$$C_f = \frac{0.074}{Re_L^{1/5}} - \frac{1\,742}{Re_L} \qquad 5 \times 10^5 \le Re_L \le 10^7 \qquad \textbf{(7-17)}$$

Para una capa límite completamente turbulenta ($Re_{cr} = 0$) o una x_{cr} muy corta ($L \gg x_{cr}$ o $Re_L \gg Re_{cr}$), la ecuación 7-17 se simplifica en la ecuación para flujo turbulento, ecuación 7-15. Las constantes en la ecuación 7-17 serán diferentes para números críticos de Reynolds diferentes. Además, se supone que las superficies son *lisas* y que la corriente libre *no presenta turbulencias*. Para el flujo laminar, el coeficiente de fricción depende solo del número de Reynolds, y la rugosidad de la superficie no tiene ningún efecto. Sin embargo, para flujo turbulento, la rugosidad de la superficie hace que el coeficiente de fricción se multiplique varias veces, hasta el punto de que en un régimen completamente turbulento, el coeficiente de fricción es una función de la rugosidad de la superficie y es independiente del número de Reynolds (figura 7-8). Este es también el caso del flujo en una tubería.

Rugosidad relativa, ε/L	Coeficiente de fricción C_f
0.0*	0.0029
1×10^{-5}	0.0032
1×10^{-4}	0.0049
1×10^{-3}	0.0084

*Superficie lisa para $Re = 10^7$. Los otros valores son calculados a partir de la ecuación 7–18 para un flujo completamente rugoso

FIGURA 7-8

Para flujo turbulento, la rugosidad de la superficie puede ocasionar que el coeficiente de fricción aumente en un factor importante.

Schlichting (1979) presenta una curva de ajuste a datos experimentales para el coeficiente de fricción promedio en este régimen como:

Superficie rugosa, turbulenta: $$C_f = \left(1.89 - 1.62 \log\frac{\varepsilon}{L}\right)^{-2.5} \qquad \textbf{(7-18)}$$

donde ε es la rugosidad de la superficie y L es la longitud de la placa en la dirección del flujo. En ausencia de una mejor relación, la relación anterior se puede usar para flujo turbulento en superficies rugosas para $Re > 10^6$, especialmente cuando $\varepsilon/L > 10^{-4}$.

Coeficiente de transferencia de calor

En el capítulo 6 se determinó el número de Nusselt local en una posición x para flujo laminar sobre una placa plana en el caso de temperatura de pared constante, resolviendo la ecuación de energía diferencial, y se obtuvo:

Laminar: $$Nu_x = \frac{h_x x}{k} = 0.332\,Re_x^{0.5}\,Pr^{1/3} \qquad Pr > 0.6, \quad Re_x < 5 \times 10^5 \qquad \textbf{(7-19)}$$

Por otro lado, de la parte experimental se obtiene que la relación correspondiente para el flujo turbulento es:

Turbulento: $$Nu_x = \frac{h_x x}{k} = 0.0296\,Re_x^{0.8}\,Pr^{1/3} \qquad \begin{matrix} 0.6 \le Pr \le 60 \\ 5 \times 10^5 \le Re_x \le 10^7 \end{matrix} \qquad \textbf{(7-20)}$$

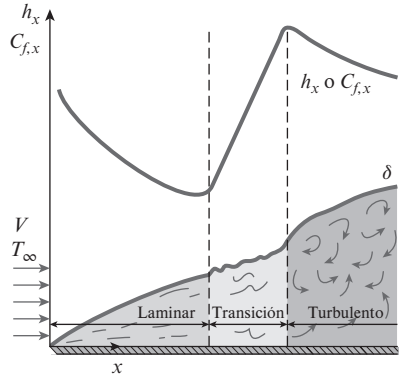


FIGURA 7-9

Variación de los coeficientes de fricción local y de transferencia de calor para el flujo sobre una placa plana.

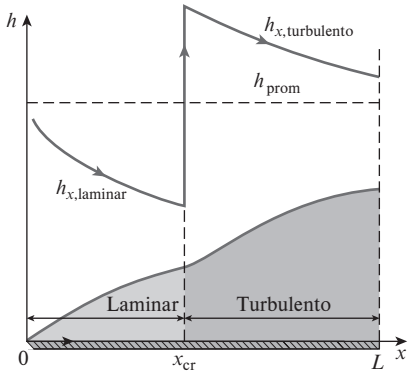


FIGURA 7-10

Representación gráfica del coeficiente promedio de transferencia de calor para una placa plana con flujo combinado laminar y turbulento.

Tenga en cuenta que h_x es proporcional a $\text{Re}_x^{0.5}$ y, por tanto, a $x^{-0.5}$ para flujo laminar; h_x es *infinito* en el borde de ataque ($x = 0$) y disminuye en un factor de $x^{-0.5}$ en la dirección del flujo. La figura 7-9 muestra la variación del grosor de la capa límite δ y los coeficientes de transferencia de calor y fricción a lo largo de una placa plana isotérmica. Los coeficientes locales de fricción y transferencia de calor son más altos en un flujo turbulento que en un flujo laminar. Además, h_x alcanza sus valores más altos cuando el flujo se vuelve completamente turbulento, y luego disminuye en un factor de $x^{-0.2}$ en la dirección del flujo, como se muestra en la figura.

El número de Nusselt *promedio* sobre toda la placa se determina sustituyendo las relaciones anteriores en la ecuación 7-8 y realizando las integraciones correspondientes. Se obtiene:

$$\textit{Laminar:} \qquad \text{Nu} = \frac{hL}{k} = 0.664\ \text{Re}_L^{0.5}\ \text{Pr}^{1/3} \qquad \text{Re}_L < 5 \times 10^5,\ \text{Pr} > 0.6 \tag{7-21}$$

$$\textit{Turbulento:} \qquad \text{Nu} = \frac{hL}{k} = 0.037\ \text{Re}_L^{0.8}\ \text{Pr}^{1/3} \qquad \begin{matrix} 0.6 \le \text{Pr} \le 60 \\ 5 \times 10^5 \le \text{Re}_L \le 10^7 \end{matrix} \tag{7-22}$$

La primera relación da el coeficiente promedio de transferencia de calor para toda la placa cuando el flujo es *laminar* sobre *toda* la placa. Tenga en cuenta que el número de Nusselt promedio sobre toda la placa en caso de flujo laminar es el doble del valor del número de Nusselt local al final de la placa, $\text{Nu} = 2\text{Nu}_{x=L}$ o $h = 2h_{x=L}$. Esto solo es cierto para flujo laminar y no es válido para flujo turbulento. La segunda relación da el coeficiente promedio de transferencia de calor para toda la placa solo cuando el flujo es *turbulento* sobre *toda* la placa, o cuando la región de flujo laminar de la placa es muy pequeña en relación con la región de flujo turbulento.

En algunos casos, una placa plana es lo suficientemente larga para que el flujo se vuelva turbulento, pero no lo suficiente como para ignorar la región de flujo laminar. En tales casos, el coeficiente *promedio* de transferencia de calor sobre toda la placa se determina integrando la ecuación 7-8 en dos partes: use la ecuación 7-19 para la región laminar $0 \le x \le x_{\text{cr}}$ y la ecuación 7-20 para la región turbulenta $x_{\text{cr}} \le x \le L$ como:

$$h = \frac{1}{L}\left(\int_0^{x_{\text{cr}}} h_{x,\,\text{laminar}}\ dx + \int_{x_{\text{cr}}}^{L} h_{x,\,\text{turbulento}}\, dx\right) \tag{7-23}$$

De nuevo, tomando el número de Reynolds crítico como $\text{Re}_{\text{cr}} = 5 \times 10^5$ e integrando la ecuación 7-23 después de sustituir las expresiones indicadas, se encuentra que el número de Nusselt *promedio* en *toda* la placa es (figura 7-10)

$$\text{Nu} = \frac{hL}{k} = (0.037\ \text{Re}_L^{0.8} - 871)\text{Pr}^{1/3} \qquad \begin{matrix} 0.6 \le \text{Pr} \le 60 \\ 5 \times 10^5 \le \text{Re}_L \le 10^7 \end{matrix} \tag{7-24}$$

Para una capa límite completamente turbulenta ($\text{Re}_{\text{cr}} = 0$) o una capa límite muy corta x_{cr} ($L \gg x_{\text{cr}}$ o $\text{Re}_L \gg \text{Re}_{\text{cr}}$), la ecuación 7-24 se simplifica en la ecuación para flujo turbulento, ecuación 7-22. Las constantes en la ecuación 7-24 serán diferentes para diferentes números de Reynolds críticos.

Los *metales líquidos*, como el mercurio, tienen altas conductividades térmicas y se usan comúnmente en aplicaciones que requieren altas tasas de transferencia de calor. Los metales líquidos tienen números de Prandtl muy pequeños y no puede aplicarse la ecuación 7-19. Sin embargo, para este caso, la capa límite térmica se desarrolla mucho más rápido que la capa límite de velocidad. Entonces, podemos suponer que la velocidad en la capa límite térmica es constante en el valor de flujo libre y resolver la ecuación de energía. Se encuentra que:

$$\text{Nu}_x = 0.565(\text{Re}_x\,\text{Pr})^{1/2} = 0.565\ \text{Pe}_x^{1/2} \qquad \text{Pr} \le 0.05,\ \text{Pe}_x \ge 100 \tag{7-25}$$

donde $\text{Pe}_x = \text{Re}_x\text{Pr}$ es el **número** adimensional **de Peclet** (figura 7-11).

Es deseable tener una correlación única que se aplique a *todos los fluidos*, incluidos los metales líquidos. Mediante el ajuste de datos existentes, Churchill y Ozoe (1973) propusieron la siguiente relación para el flujo laminar sobre una placa plana isotérmica, la cual se aplica a *todos los números de Prandtl* y se afirma que es precisa al $\pm 1\%$,

$$\mathrm{Nu}_x = \frac{h_x x}{k} = \frac{0.3387\ \mathrm{Pr}^{1/3}\ \mathrm{Re}_x^{1/2}}{[1 + (0.0468/\mathrm{Pr})^{2/3}]^{1/4}} \qquad \mathrm{Re}_x\,\mathrm{Pr} \geq 100 \tag{7-26}$$

con $\mathrm{Nu} = 2\mathrm{Nu}_{x\,=\,L}$. Para el caso de *flujo de calor uniforme*, se cambia el valor 0.3387 por 0.4637 y 0.0468 por 0.02052. Las propiedades todavía se evalúan a la temperatura de película.

Estas relaciones se han obtenido para el caso de superficies *isotérmicas*, pero también podrían usarse para el caso de superficies no isotérmicas suponiendo que la temperatura de la superficie sea constante en algún valor promedio. Además, se supone que las superficies son *lisas* y que la corriente libre *no es turbulenta.* El efecto de las propiedades variables puede explicarse evaluando todas las propiedades a la temperatura de película.

FIGURA 7-11

Jean Claude Eugene Peclet (1793-1857), físico francés, nacido en Besançon, Francia. Fue uno de los primeros estudiosos de *La Ecole Normale* en París. Sus publicaciones fueron famosas por su claridad de estilo, puntos de vista agudos y experimentos bien realizados. El **número adimensional de Peclet** lleva su nombre en su honor.

© Classic Image / Alamy

Placa plana con longitud inicial sin calentamiento

Hasta ahora hemos limitado nuestra consideración a situaciones en las que toda la placa se calienta desde el borde de ataque. Pero muchas aplicaciones prácticas involucran superficies con una sección inicial sin calentamiento de longitud ξ, como se muestra en la figura 7-12, de modo que no hay transferencia de calor para $0 < x < \xi$. En tales casos, la capa límite de velocidad comienza a desarrollarse en el borde delantero ($x = 0$), pero la capa límite térmica comienza a desarrollarse donde comienza el calentamiento ($x = \xi$).

Considere una placa plana cuya sección caliente se mantiene a una temperatura constante ($T = T_s$ constante para $x > \xi$). Usando métodos de solución integral, se encuentra que los números de Nusselt locales para los flujos laminar y turbulento son:

Laminar:
$$\mathrm{Nu}_x = \frac{\mathrm{Nu}_{x\,(\text{para } \xi=0)}}{[1 - (\xi/x)^{3/4}]^{1/3}} = \frac{0.332\ \mathrm{Re}_x^{0.5}\ \mathrm{Pr}^{1/3}}{[1 - (\xi/x)^{3/4}]^{1/3}} \tag{7-27}$$

Turbulento:
$$\mathrm{Nu}_x = \frac{\mathrm{Nu}_{x\,(\text{para } \xi=0)}}{[1 - (\xi/x)^{9/10}]^{1/9}} = \frac{0.0296\ \mathrm{Re}_x^{0.8}\ \mathrm{Pr}^{1/3}}{[1 - (\xi/x)^{9/10}]^{1/9}} \tag{7-28}$$

para $x > \xi$. Para $\xi = 0$, estas relaciones para Nu_x se reducen a $\mathrm{Nu}_{x\,(\text{para } \xi\,=\,0)}$, que es la relación del número de Nusselt para una placa plana con una longitud inicial sin calentar. Así que los términos entre paréntesis en el denominador sirven como factores de corrección para placas con longitud inicial sin calentamiento.

La determinación del número de Nusselt promedio para la sección caliente de una placa requiere la integración de las relaciones anteriores de los números de Nusselt locales, lo que no puede hacerse analíticamente; por tanto, las integraciones deben hacerse numéricamente. Los resultados de las integraciones numéricas se han correlacionado para el número de Nusselt promedio (Ameel, 1997) como:

Laminar:
$$\mathrm{Nu} = \mathrm{Nu}_{(\text{para } \xi=0)} \frac{L}{L - \xi}[1 - (\xi/L)^{3/4}]^{2/3} \tag{7-29}$$

Turbulento:
$$\mathrm{Nu} = \mathrm{Nu}_{(\text{para } \xi=0)} \frac{L}{L - \xi}[1 - (\xi/L)^{9/10}]^{8/9} \tag{7-30}$$

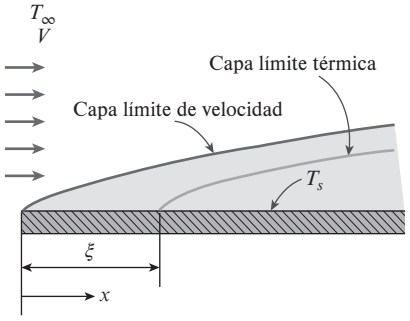


FIGURA 7-12

Flujo sobre una placa plana con una longitud inicial sin calentamiento.

La cantidad $\mathrm{Nu}_{(\text{para } \xi = 0)}$ es el número de Nusselt promedio para una placa de longitud L cuando el calentamiento comienza en el borde delantero de la placa. Para flujo laminar, se puede obtener de la ecuación 7-21; para flujo turbulento, se obtiene de la ecuación 7-22 (suponiendo flujo turbulento sobre toda la superficie). Tenga en cuenta que Nu es igual a hL/k, donde h se promedia solo sobre la porción calentada de la placa, que tiene la longitud $(L - \xi)$. Para determinar la tasa total de transferencia de calor desde la placa, debe multiplicarse el valor promedio de h sobre la porción calentada de la placa por el área de la sección calentada.

Flujo de calor uniforme

Cuando se somete una placa plana a un *flujo de calor uniforme* en lugar de a una temperatura uniforme, el número de Nusselt local viene dado por:

$$\textit{Laminar:} \quad \mathrm{Nu}_x = 0.453\,\mathrm{Re}_x^{0.5}\,\mathrm{Pr}^{1/3} \qquad \mathrm{Pr} > 0.6, \qquad \mathrm{Re}_x < 5 \times 10^5 \tag{7-31}$$

$$\textit{Turbulento:} \quad \mathrm{Nu}_x = 0.0308\,\mathrm{Re}_x^{0.8}\,\mathrm{Pr}^{1/3} \quad 0.6 \le \mathrm{Pr} \le 60, \quad 5 \times 10^5 \le \mathrm{Re}_x \le 10^7 \tag{7-32}$$

Estas relaciones dan valores que son 36% más altos para flujo laminar y 4% más altos para flujo turbulento, en relación con el caso de la placa isotérmica. Cuando la placa involucra una longitud inicial no caliente, las relaciones desarrolladas para el caso de temperatura superficial uniforme aún se pueden emplear siempre que las ecuaciones 7-31 y 7-32 se usen para $\mathrm{Nu}_{x\ (\text{para } \xi = 0)}$ en las ecuaciones 7-27 y 7-28, respectivamente. Para obtener el número de Nusselt *promedio* para una placa plana sometida a un *flujo de calor uniforme*, es suficientemente preciso usar las ecuaciones del número de Nusselt promedio desarrolladas para el caso de superficies isotérmicas para flujo laminar (ecuación 7-21) y para flujo turbulento (ecuación 7-22).

Cuando se conoce el flujo de calor $\dot{q}_s$, la tasa de transferencia de calor hacia o desde la placa y la temperatura superficial a una distancia x se determinan a partir de:

$$\dot{Q} = \dot{q}_s A_s \tag{7-33}$$

y

$$\dot{q}_s = h_x[T_s(x) - T_\infty)] \rightarrow T_s(x) = T_\infty + \frac{\dot{q}_s}{h_x} \tag{7-34}$$

donde A_s es el área superficial de transferencia de calor.

Soluciones generales para placas y fluidos en movimiento simultáneo

Los resultados presentados hasta ahora en este capítulo corresponden principalmente al caso de un fluido que pasa sobre una placa estacionaria. Sin embargo, en algunas circunstancias, tanto la placa como el fluido están en movimiento. Por ejemplo, en el procesamiento térmico de material en láminas como papel, linóleo, láminas poliméricas, tejas para techos, materiales aislantes y alfombras de fibra fina, la lámina se mueve paralela a su propio plano. La hoja móvil puede inducir movimiento en el fluido alrededor o, alternativamente, el fluido puede tener un movimiento de convección forzada independiente paralelo al de la lámina. Sparrow y Abraham (2005) presentan correlaciones desarrolladas para las soluciones generalizadas para este escenario.

EJEMPLO 7-1 **Flujo de aceite caliente sobre una placa plana**

Considere aceite de motor a 60 °C que fluye sobre la superficie superior de una placa plana de 5 m de longitud cuya temperatura es de 20 °C con una velocidad de 2 m/s (figura 7-13). Determine la fuerza de arrastre total y la tasa de transferencia de calor por unidad de ancho de toda la placa.

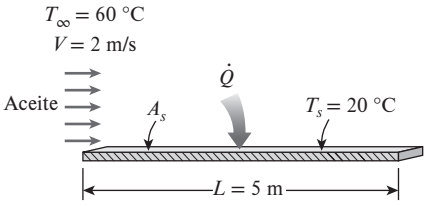


FIGURA 7-13
Esquema para el ejemplo 7-1.

SOLUCIÓN El aceite de motor fluye sobre la placa plana. Se determinará la fuerza de arrastre total y la tasa de transferencia de calor por unidad de ancho de la placa.

Suposiciones **1** El flujo es estacionario e incompresible. **2** El número crítico de Reynolds es $\text{Re}_{cr} = 5 \times 10^5$.

Propiedades Las propiedades del aceite de motor a la temperatura de película $T_f = (T_s + T_\infty)/2 = (20 + 60)/2 = 40$ °C son (tabla A-13):

$$\rho = 876 \text{ kg/m}^3 \qquad \text{Pr} = 2\,962$$
$$k = 0.1444 \text{ W/m} \cdot \text{K} \qquad \nu = 2.485 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$$

Análisis Tomando en cuenta que $L = 5$ m, el número de Reynolds al final de la placa es:

$$\text{Re}_L = \frac{VL}{\nu} = \frac{(2 \text{ m/s})(5 \text{ m})}{2.485 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}} = 4.024 \times 10^4$$

que es menor que el número de Reynolds crítico; así que tenemos un *flujo laminar* sobre toda la placa, y el coeficiente de fricción promedio es:

$$C_f = 1.33 \text{ Re}_L^{-0.5} = 1.33 \times (4.024 \times 10^4)^{-0.5} = 0.00663$$

Considerando que el arrastre por presión es cero y, por tanto, $C_D = C_f$ para el flujo paralelo sobre una placa plana, la fuerza de arrastre que actúa sobre la placa por unidad de ancho se convierte en:

$$F_D = C_f A \frac{\rho V^2}{2} = 0.00663(5 \times 1 \text{ m}^2) \frac{(876 \text{ kg/m}^3)(2 \text{ m/s})^2}{2} \left(\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right) = \mathbf{58.1 \text{ N}}$$

La fuerza de arrastre total que actúa sobre toda la placa se puede determinar multiplicando el valor obtenido antes por el ancho de la placa. Esta fuerza por unidad de ancho corresponde al peso de una masa de aproximadamente 6 kg; por tanto, una persona que aplica una fuerza igual y opuesta a la placa para evitar que se mueva sentirá que usa tanta fuerza como sea necesaria para evitar que caiga una masa de 6 kg.

Del mismo modo, el número de Nusselt se determina utilizando las relaciones de flujo laminar para una placa plana,

$$\text{Nu} = \frac{hL}{k} = 0.664 \text{ Re}_L^{0.5} \text{ Pr}^{1/3} = 0.664 \times (4.024 \times 10^4)^{0.5} \times 2\,962^{1/3} = 1\,913$$

Entonces,

$$h = \frac{k}{L} \text{Nu} = \frac{0.144 \text{ W/m} \cdot \text{K}}{5 \text{ m}} (1\,913) = 55.25 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

y

$$\dot{Q} = hA_s(T_\infty - T_s) = (55.25 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K})(5 \times 1 \text{ m}^2)(60 - 20) \text{ °C} = \mathbf{11\,050 \text{ W}}$$

Discusión Observe que la transferencia de calor siempre es del medio de temperatura más alta al de temperatura más baja. En este caso, es desde el aceite a la placa. La tasa de transferencia de calor es por metro de ancho de la placa. La transferencia de calor para toda la placa se puede obtener multiplicando el valor obtenido por el ancho real de la placa.

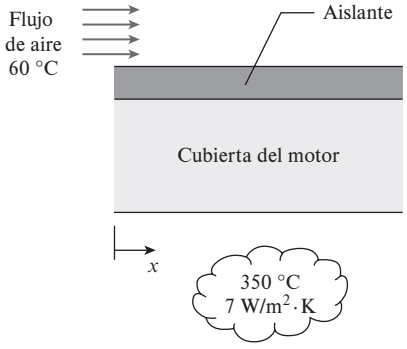


FIGURA 7-14
Esquema para el ejemplo 7-2.

PtD ***EJEMPLO 7-2*** **Prevención de riesgos de incendio en caso de fugas de aceite**

El calor disipado de un motor en funcionamiento puede causar regiones calientes en su superficie. Si la superficie exterior de un motor está situada en un lugar donde es posible una fuga de aceite, cuando el aceite filtrado entra en contacto con los puntos calientes por encima de la temperatura de autoignición del aceite, este último puede encenderse de manera espontánea. Considere una cubierta del motor hecha de una placa de acero inoxidable con un espesor de 1 cm y una conductividad térmica de 14 W/m·K. La placa de acero inoxidable está cubierta con un aislante de 5 mm de espesor (k = 0.5 W/m·K). La superficie interna de la cubierta del motor está expuesta a aire caliente a 350 °C, con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 7 W/m^2·K (figura 7-14). Se enfría la superficie exterior del motor de 2 m de largo soplando aire en paralelo sobre ella a 7 m/s en un entorno donde el aire ambiente está a 60 °C. Para evitar riesgos de incendio en caso de una fuga de aceite en la cubierta del motor, debe mantenerse la superficie de esta por debajo de 180 °C. Se ha determinado que la capa de aislante de 5 mm de espesor no es suficiente para mantener la superficie de la cubierta del motor por debajo de 180 °C. Para resolver este problema, uno de los supervisores de la planta sugirió ajustar la capacidad del ventilador para aumentar la velocidad del aire de enfriamiento en 10%. Determine si este es un método viable para mantener la superficie de la cubierta del motor por debajo de 180 °C. Evalúe las propiedades del aire a 120 °C.

SOLUCIÓN En este ejemplo, los conceptos de prevención mediante el diseño (PtD; por sus siglas en inglés) se aplican junto con el análisis de convección forzada externa y resistencia térmica. Se somete una cubierta de motor con una capa de aislante a transferencia de calor por convección en las superficies interna y externa. Para evitar peligro de incendio, se sugiere aumentar la velocidad del aire de enfriamiento en 10% para mantener la superficie exterior del motor a una temperatura por debajo de 180 °C. Se debe evaluar la efectividad de este método.

Suposiciones **1** Las propiedades térmicas de la placa y el aislante son constantes. **2** Existe conducción de calor unidimensional a través de la placa. **3** La temperatura de la superficie de la placa es uniforme. **4** La resistencia de contacto térmico en la interfase es insignificante. **5** Los efectos de radiación son insignificantes. **6** La presión atmosférica local es de 1 atm. **7** El número de Reynolds crítico es $\mathrm{Re}_{cr} = 5 \times 10^5$.

Propiedades La conductividad térmica del acero inoxidable y del aislante son k_{ai} = 14 W/m·K y k_{ais} = 0.5 W/m·K, respectivamente. Las propiedades del aire se evalúan a T_f = 120 °C: k = 0.03235 W/m·K, $\nu = 2.522 \times 10^{-5}$ m^2/s, y Pr = 0.7073 (de la tabla A-15).

Análisis Cuando la velocidad del aire de enfriamiento se incrementa en 10% (7.7 m/s), el número de Reynolds para la placa de 2 m de largo es:

$$\mathrm{Re}_L = \frac{VL}{\nu} = \frac{(7.7\ \mathrm{m/s})(2\ \mathrm{m})}{2.522 \times 10^{-5}\ \mathrm{m^2/s}} = 610\,626 > 5 \times 10^5$$

Con el número de Reynolds entre $5 \times 10^5 < \mathrm{Re}_L < 10^7$, la ecuación apropiada es la relación combinada laminar y turbulenta para el número de Nusselt:

$$\begin{aligned}\mathrm{Nu} &= \frac{hL}{k} = (0.037\,\mathrm{Re}_L^{0.8} - 871)\mathrm{Pr}^{1/3} \\ &= [0.037(610\,626)^{0.8} - 871](0.7073)^{1/3} \\ &= 625.77\end{aligned}$$

El coeficiente de transferencia de calor por convección en la superficie exterior del motor es:

$$h = \mathrm{Nu}\frac{k}{L} = 625.77\left(\frac{0.03235\ \mathrm{W/m\cdot K}}{2\ \mathrm{m}}\right) = 10.122\ \mathrm{W/m^2\cdot K}$$

Del capítulo 3 se sabe que las resistencias térmicas para las diferentes capas son:

$R_{\mathrm{conv},\,i} = \dfrac{1}{h_i A}$ (resistencia de convección de la superficie interior),

$R_{\mathrm{ai}} = \dfrac{L_{\mathrm{ai}}}{k_{\mathrm{ai}} A}$ (resistencia de la capa de acero inoxidable),

$R_{\mathrm{ais}} = \dfrac{L_{\mathrm{ais}}}{k_{\mathrm{ais}} A}$ (resistencia de la capa aislante),

$R_{\mathrm{conv},\,o} = \dfrac{1}{h_o A}$ (resistencia de convección de superficie exterior)

Entonces,

$$\begin{aligned} A R_{\mathrm{total}} &= A(R_{\mathrm{conv},\,i} + R_{\mathrm{ai}} + R_{\mathrm{ais}} + R_{\mathrm{conv},\,o}) = \frac{1}{h_i} + \frac{L_{\mathrm{ai}}}{k_{\mathrm{ai}}} + \frac{L_{\mathrm{ais}}}{k_{\mathrm{ais}}} + \frac{1}{h_o} \\ &= \frac{1}{7\ \mathrm{W/m^2\cdot K}} + \frac{0.01\ \mathrm{m}}{14\ \mathrm{W/m\cdot K}} + \frac{0.005\ \mathrm{m}}{0.5\ \mathrm{W/m\cdot K}} + \frac{1}{10.122\ \mathrm{W/m^2\cdot K}} \\ &= 0.25237\ \mathrm{m^2\cdot K/W} \end{aligned}$$

y

$$A R_{\mathrm{conv},\,o} = \frac{1}{h_o} = \frac{1}{10.122\ \mathrm{W/m^2\cdot K}} = 0.09879\ \mathrm{m^2\cdot K/W}$$

Así que el flujo de calor a través de las capas es:

$$\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{A} = \frac{T_{\infty,\,i} - T_{\infty,\,o}}{A R_{\mathrm{total}}} = \frac{T_{s,\,o} - T_{\infty,\,o}}{A R_{\mathrm{conv},\,o}} \rightarrow T_{s,\,o} = \frac{R_{\mathrm{conv},\,o}}{R_{\mathrm{total}}}(T_{\infty,\,i} - T_{\infty,\,o}) + T_{\infty,\,o}$$

La temperatura de la superficie exterior es:

$$T_{s,\,o} = \frac{0.09879\ \mathrm{m^2\cdot K/W}}{0.25237\ \mathrm{m^2\cdot K/W}}(350 - 60)^{\circ}\mathrm{C} + 60\ ^{\circ}\mathrm{C} = \mathbf{173.5\ ^{\circ}C}$$

Efectivamente, el método sugerido sí es viable.

Discusión El aumento de la velocidad del aire de enfriamiento de 7 m/s a 7.7 m/s (solo en 10%) mantuvo la temperatura de la superficie exterior del motor por debajo del límite de peligro de incendio de 180 °C. Otro método que podría explorarse sería aumentar el espesor de aislante:

EJEMPLO 7-3 Enfriamiento de láminas de plástico por aire forzado

La sección de formación de una planta de plásticos genera una lámina continua de plástico que mide 4 pies de ancho y 0.04 pulg de espesor, a una velocidad de 30 pies/min. La temperatura de la lámina de plástico es de 200 °F

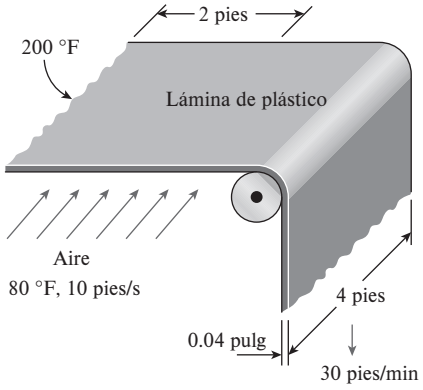


FIGURA 7-15
Esquema para el ejemplo 7-3.

cuando se expone al aire circundante, y se somete una sección de 2 pies de largo de la lámina de plástico a un flujo de aire a 80 °F a una velocidad de 10 pies/s en ambos lados a lo largo de sus superficies normales a la dirección de movimiento de la lámina, como se muestra en la figura 7-15. Determine *a*) la tasa de transferencia de calor de la lámina de plástico al aire por convección forzada y por radiación y *b*) la temperatura de la lámina de plástico al final de la sección de enfriamiento. Tome la densidad, el calor específico y la emisividad de la lámina de plástico como $\rho = 75$ lbm/pie^3, $c_p = 0.4$ Btu/lbm·°F y $\varepsilon = 0.9$.

SOLUCIÓN Las láminas de plástico se enfrían cuando salen de la sección de formación de la planta. Se determinará la tasa de pérdida de calor de la lámina de plástico por convección y radiación, y la temperatura de salida de la lámina de plástico.

Suposiciones **1** Existen condiciones de funcionamiento estacionarias. **2** El número de Reynolds crítico es $\text{Re}_{cr} = 5 \times 10^5$. **3** El aire es un gas ideal. **4** La presión atmosférica local es de 1 atm. **5** Las superficies circundantes están a la temperatura del aire de la habitación.

Propiedades Las propiedades de la lámina de plástico se indican en el planteamiento del problema. Las propiedades del aire a la temperatura de película $T_f = (T_s + T_\infty)/2 = (200 + 80)/2 = 140$ °F y 1 atm de presión son (tabla A-15E)

$$k = 0.01623 \text{ Btu/h·pie·°F} \qquad \text{Pr} = 0.7202$$
$$\nu = 0.204 \times 10^{-3} \text{ pie}^2\text{/s}$$

Análisis *a*) Se espera que la temperatura de la lámina de plástico baje un poco a medida que fluye a través de la sección de enfriamiento de 2 pies de largo, pero en este momento se desconoce la magnitud de esa disminución; por tanto, para comenzar se supone que la lámina de plástico es isotérmica a 200 °F. Si es necesario, se repetirán los cálculos para tener en cuenta la disminución de temperatura de la lámina de plástico. Observando que $L = 4$ pies, el número de Reynolds al final del flujo de aire a través de lámina de plástico es:

$$\text{Re}_L = \frac{VL}{\nu} = \frac{(10 \text{ pies/s})(4 \text{ pies})}{0.204 \times 10^{-3} \text{ pie}^2\text{/s}} = 1.961 \times 10^5$$

que es menor que el número de Reynolds crítico; por tanto, hay *flujo laminar* sobre toda la lámina, y el número de Nusselt se determina a partir de las relaciones de flujo laminar para una placa plana, es decir,

$$\text{Nu} = \frac{hL}{k} = 0.664 \text{ Re}_L^{0.5} \text{ Pr}^{1/3} = 0.664 \times (1.961 \times 10^5)^{0.5} \times (0.7202)^{1/3} = 263.6$$

Así que:

$$h = \frac{k}{L}\text{Nu} = \frac{0.01623 \text{ Btu/h·pie·°F}}{4 \text{ pie}} (263.6) = 1.07 \text{ Btu/h·pie}^2\text{·°F}$$
$$A_s = (2 \text{ pies})(4 \text{ pies})(2 \text{ lados}) = 16 \text{ pies}^2$$

y

$$\dot{Q}_{\text{conv}} = hA_s(T_s - T_\infty)$$
$$= (1.07 \text{ Btu/h·pie}^2\text{·°F})(16 \text{ pie}^2)(200 - 80) \text{ °F}$$
$$= 2\,054 \text{ Btu/h}$$
$$\dot{Q}_{\text{rad}} = \varepsilon\sigma A_s(T_s^4 - T_{\text{alred}}^4)$$
$$= (0.9)(0.1714 \times 10^{-8} \text{ Btu/h·pie}^2\text{·R}^4)(16 \text{ pies}^2)[(660 \text{ R})^4 - (540 \text{ R})^4]$$
$$= 2\,585 \text{ Btu/h}$$

Por tanto, la tasa de enfriamiento de la lámina de plástico por convección y radiación combinada es:

$$\dot{Q}_{\text{total}} = \dot{Q}_{\text{conv}} + \dot{Q}_{\text{rad}} = 2\,054 + 2\,585 = \mathbf{4\,639\ Btu/h}$$

b) Para determinar la temperatura de la lámina de plástico al final de la sección de enfriamiento, es necesario conocer la masa del plástico que se despliega por unidad de tiempo (o el caudal másico), el cual se determina a partir de:

$$\dot{m} = \rho A_c V_{\text{plástico}} = (75\ \text{lbm/pie}^3)\left(\frac{4 \times 0.04}{12}\text{pie}^2\right)\left(\frac{30}{60}\text{pie/s}\right) = 0.5\ \text{lbm/s}$$

Luego, mediante un balance de energía en la sección enfriada de la lámina de plástico se obtiene:

$$\dot{Q} = \dot{m}c_p(T_2 - T_1) \rightarrow T_2 = T_1 + \frac{\dot{Q}}{\dot{m}c_p}$$

Observando que $\dot{Q}$ es una cantidad negativa (pérdida de calor) para la lámina de plástico y sustituyendo, la temperatura de la lámina de plástico a medida que sale de la sección de enfriamiento es:

$$T_2 = 200\ °\text{F} + \frac{-4\,639\ \text{Btu/h}}{(0.5\ \text{lbm/s})(0.4\ \text{Btu/lbm}\cdot°\text{F})}\left(\frac{1\ \text{h}}{3\,600\,\text{s}}\right) = \mathbf{193.6\ °F}$$

Discusión La temperatura promedio de la lámina de plástico cae aproximadamente 6.4 °F cuando pasa a través de la sección de enfriamiento. Se pueden repetir ahora los cálculos tomando la temperatura promedio de la lámina de plástico como 196.8 °F en lugar de 200 °F para tener una mejor precisión, pero el cambio en los resultados será insignificante debido al pequeño cambio en la temperatura.

EJEMPLO 7-4 Transferencia de calor desde una placa plana con una longitud inicial sin calentamiento

Considere el flujo de una corriente de aire a 1 atm, con una velocidad de 4 m/s, en dirección paralela a una placa plana de 2 m de longitud donde hay un tramo inicial sin calentamiento de 0.5 m. La corriente de aire tiene una temperatura de 20 °C, y la sección calentada de la placa plana se mantiene a una temperatura constante de 80 °C. Determine *a*) el número de Nusselt promedio y el coeficiente de transferencia de calor por convección para la sección caliente, y *b*) la tasa de transferencia de calor por unidad de ancho de la sección caliente.

SOLUCIÓN Fluye una corriente de aire en paralelo sobre una placa plana donde hay una longitud inicial sin calentamiento. Se debe determinar el número de Nusselt promedio, el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio y la tasa de transferencia de calor por unidad de ancho para la sección caliente.

Suposiciones **1** Existen condiciones de funcionamiento estacionarias. **2** La temperatura de la superficie es uniforme en toda la sección calentada. **3** Las propiedades térmicas son constantes. **4** El número de Reynolds crítico es $\text{Re}_{cr} = 5 \times 10^5$.

Propiedades Las propiedades del aire a la temperatura de película $T_f = (T_s + T_\infty)/2 = (80 + 20)/2 = 50\ ^\circ\text{C}$ y a 1 atm de presión son (tabla A-15E):

$$k = 0.02735\ \text{W/m}\cdot\text{K} \qquad \text{Pr} = 0.7228 \qquad \nu = 1.798 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s}$$

Análisis *a*) El número de Reynolds en $L = 2$ m es:

$$\text{Re}_L = \frac{VL}{\nu} = \frac{(4\ \text{m/s})(2\ \text{m})}{1.798 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s}} = 4.449 \times 10^5$$

Como $\text{Re}_L < 5 \times 10^5$, el flujo sobre toda la placa es laminar. Usando la relación adecuada para el número de Nusselt, se puede determinar el número de Nusselt promedio sobre la sección caliente:

$$\text{Nu} = \text{Nu}_{(\text{para } \xi = 0)} \frac{L}{L - \xi}[1 - (\xi/L)^{3/4}]^{2/3}$$

donde

$$\text{Nu}_{(\text{para } \xi = 0)} = 0.664\ \text{Re}_L^{0.5}\ \text{Pr}^{1/3} = 0.664(4.449 \times 10^5)^{0.5}(0.7228)^{1/3} = 397.5$$

entonces

$$\text{Nu} = (397.5)\frac{2\ \text{m}}{2\ \text{m} - 0.5\ \text{m}}[1 - (0.5\ \text{m}/2\ \text{m})^{3/4}]^{2/3} = \mathbf{396.2}$$

El coeficiente de transferencia de calor por convección promedio sobre la sección caliente es:

$$h = \text{Nu}\frac{k}{L} = 396.2\left(\frac{0.02735\ \text{W/m}\cdot\text{K}}{2\ \text{m}}\right) = \mathbf{5.42\ W/m^2\cdot K}$$

b) La tasa de transferencia de calor por unidad de ancho (w) para la sección caliente es:

$$\dot{Q} = hA(T_s - T_\infty) = h(L - \xi)w(T_s - T_\infty)$$
$$\dot{Q}/w = (5.42\ \text{W/m}^2\cdot\text{K})(2\ \text{m} - 0.5\ \text{m})(80 - 20)\text{K} = \mathbf{487.8\ W/m}$$

Discusión La transferencia de calor en este caso es desde la superficie hacia la corriente de aire (desde la temperatura más alta a la temperatura más baja). Una vez que se conoce el ancho real de la placa, se puede determinar la transferencia de calor para toda la placa. Para la placa con una longitud inicial sin calentar, la capa límite térmica comienza a crecer hasta la sección caliente, mientras que la capa límite de velocidad comienza en el borde de ataque.

7-3 ▪ FLUJO A TRAVÉS DE CILINDROS Y ESFERAS

Es común encontrar en la práctica flujo a través de cilindros y esferas. Por ejemplo, los tubos en un intercambiador de calor de tubos y coraza involucran tanto el *flujo interno* a través de los tubos como el *flujo externo* sobre estos, y ambos flujos deben considerarse en el análisis del intercambiador de calor. Además, muchos deportes como el futbol, el tenis y el golf implican flujo alrededor de pelotas esféricas.

La longitud característica de un cilindro circular o esfera se toma como el *diámetro externo D*. Por tanto, el número de Reynolds se define como $\text{Re} = \text{Re}_D = VD/\nu$, donde V es la velocidad uniforme del fluido a medida que se acerca al cilindro o esfera. El número de Reynolds crítico para flujo a través de un cilindro circular o esfera es aproximadamente $\text{Re}_{cr} \cong 2 \times 10^5$; es decir, la capa límite permanece laminar durante aproximadamente $\text{Re} \lesssim 2 \times 10^5$, y se vuelve turbulenta para $\text{Re} \gtrsim 2 \times 10^5$.

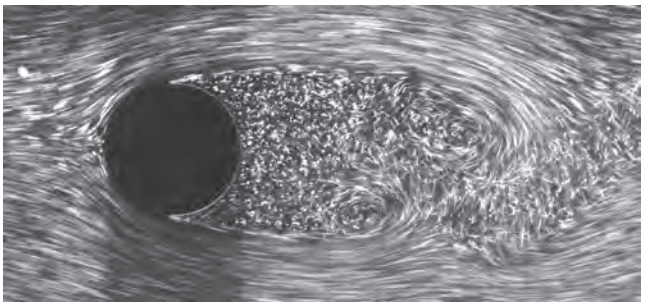


FIGURA 7-16

Separación de la capa límite laminar con una estela turbulenta; flujo sobre un cilindro circular con Re = 2 000.

© Henri Werlé – ONERA, el laboratorio aeroespacial francés.

El flujo cruzado sobre un cilindro exhibe patrones de flujo complejos, como se muestra en la figura 7-16. El fluido que se aproxima al cilindro se ramifica y rodea al cilindro, formando una capa límite que se envuelve alrededor del cilindro. Las partículas de fluido en el plano medio golpean al cilindro en el punto de estancamiento, deteniendo completamente el fluido y elevando así la presión en ese punto. La presión disminuye en la dirección del flujo mientras aumenta la velocidad del fluido.

A velocidades muy bajas corriente arriba ($\mathrm{Re} \lesssim 1$), el fluido envuelve completamente el cilindro, y los dos brazos del fluido se encuentran en el lado posterior del cilindro de manera ordenada. Así, el fluido sigue la curvatura del cilindro. A velocidades más altas, el fluido todavía abraza al cilindro en el lado frontal, pero es demasiado rápido para permanecer unido a la superficie cuando se acerca a la parte superior (o inferior) del cilindro. Como resultado, la capa límite se separa de la superficie, formando una región de separación detrás del cilindro. El flujo en la región de la estela se caracteriza por la formación periódica de vórtices y presiones mucho más bajas que la presión del punto de estancamiento.

La naturaleza del flujo a través de un cilindro o esfera afecta el coeficiente de arrastre total C_D. Tanto el *arrastre por fricción* como el *arrastre por presión* pueden ser significativos. La alta presión alrededor del punto de estancamiento y la baja presión en el lado opuesto en la estela producen una fuerza neta sobre el cuerpo en la dirección del flujo. La fuerza de arrastre se debe principalmente al arrastre por fricción con números de Reynolds bajos ($\mathrm{Re} < 10$) y al arrastre por presión con números de Reynolds altos ($\mathrm{Re} > 5\,000$). Ambos efectos son significativos para números de Reynolds intermedios.

A partir del análisis dimensional, se puede demostrar que los coeficientes de arrastre promedio C_D para un cilindro circular liso y para una esfera es una función del número de Reynolds, $C_D = f(\mathrm{Re}_D)$, como se muestra en la figura 7-17. Las curvas exhiben diferentes comportamientos para diferentes rangos del número de Reynolds:

- Para $\mathrm{Re} \lesssim 1$, tenemos un flujo progresivo y el coeficiente de arrastre disminuye al aumentar el número de Reynolds. Para una esfera, es $C_D = 24/\mathrm{Re}$. No hay separación de flujo en este régimen.
- Aproximadamente a $\mathrm{Re} = 10$, comienza a ocurrir separación en la parte posterior del cuerpo con desprendimiento de vórtices comenzando en aproximadamente $\mathrm{Re} \cong 90$. La región de separación aumenta al incrementarse el número de Reynolds hasta aproximadamente $\mathrm{Re} = 10^3$. En este punto, el arrastre se debe sobre todo al arrastre por presión (alrededor de 95%). El coeficiente de arrastre continúa disminuyendo al aumentar el número de Reynolds en este rango de $10 < \mathrm{Re} < 10^3$. (Una disminución en el coeficiente de arrastre no siempre indica una disminución en el arrastre. La fuerza de arrastre es proporcional al cuadrado de la velocidad, y el aumento en la velocidad para números de Reynolds más altos por lo general compensa la disminución en el coeficiente de arrastre).
- En el rango moderado de $10^3 < \mathrm{Re} < 10^5$, el coeficiente de arrastre permanece relativamente constante. Este comportamiento es característico de los cuerpos

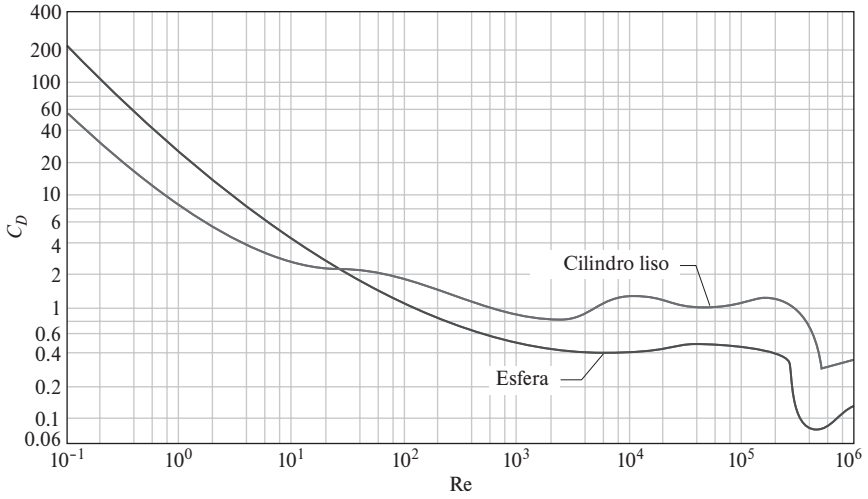


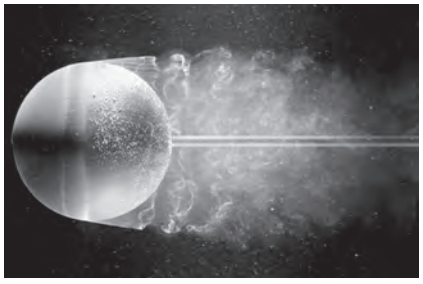
FIGURA 7-17

Coeficiente de arrastre promedio para flujo cruzado sobre un cilindro circular liso y una esfera lisa.

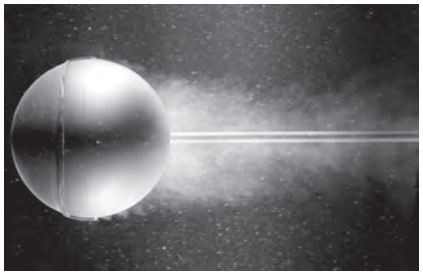
Fuente: H. Schlichting, Boundary Layer Theory *7a. ed. Copyright © 1979 The McGraw-Hill Companies, Inc.*

romos. El flujo en la capa límite es laminar en este rango, pero el flujo en la región separada más allá del cilindro o esfera es altamente turbulento, con una estela amplia y turbulenta.

- En algún lugar en el rango de $10^5 < \text{Re} < 10^6$ (por lo general alrededor de 2×10^5) ocurre una caída repentina en el coeficiente de arrastre. Esta gran reducción en C_D se debe a que el flujo en la capa límite se vuelve *turbulento*, lo que mueve el punto de separación más hacia la parte posterior del cuerpo, reduciendo el tamaño de la estela y, por tanto, la magnitud del arrastre por presión. Esto contrasta con los cuerpos aerodinámicos, que experimentan un aumento en el coeficiente de arrastre (sobre todo debido al arrastre por fricción) cuando la capa límite se vuelve turbulenta.



a)



b)

FIGURA 7-18

Visualización del flujo sobre *a*) una esfera lisa con Re = 15 000 y *b*) una esfera con Re = 30 000 con un cable posterior. Se nota claramente el retraso en la separación de la capa límite al comparar las dos fotografías.

© Henri Werlé – ONERA, el laboratorio aeroespacial francés.

La separación del flujo ocurre a aproximadamente $\theta \cong 80°$ (medidos desde el punto de estancamiento frontal del cilindro) cuando la capa límite es *laminar*, y a aproximadamente $\theta \cong 140°$ si la capa es *turbulenta* (figura 7-18). El retraso de la separación en el flujo turbulento es causado por las fluctuaciones rápidas del fluido en la dirección transversal, lo que permite que la capa límite turbulenta viaje más lejos a lo largo de la superficie antes de que ocurra la separación, lo que resulta en una estela más estrecha y un arrastre por presión más pequeño. Tenga en cuenta que el flujo turbulento tiene un perfil de velocidad más completo que en el caso laminar, y por eso requiere un gradiente de presión adverso más fuerte para superar el impulso adicional cerca de la pared. En el rango de números de Reynolds donde el flujo cambia de laminar a turbulento, incluso la fuerza de arrastre F_D disminuye a medida que aumenta la velocidad (y, por tanto, aumenta el número de Reynolds). Esto da como resultado una disminución repentina en la resistencia de un cuerpo que vuela (a veces llamada *resistencia de crisis*) y en inestabilidades en el vuelo.

Efecto de la rugosidad de la superficie

Ya se mencionó que la *rugosidad de la superficie*, en general, aumenta el coeficiente de arrastre en flujo turbulento. Este es precisamente el caso para cuerpos aerodinámicos. Sin embargo, para cuerpos romos, como un cilindro circular o una esfera, un aumento en la rugosidad de la superficie en realidad puede *disminuir* el coeficiente de arrastre, como se muestra en la figura 7-19 para una esfera. Esto se logra al activar la capa límite en turbulencia con un número de Reynolds más bajo y, por tanto,

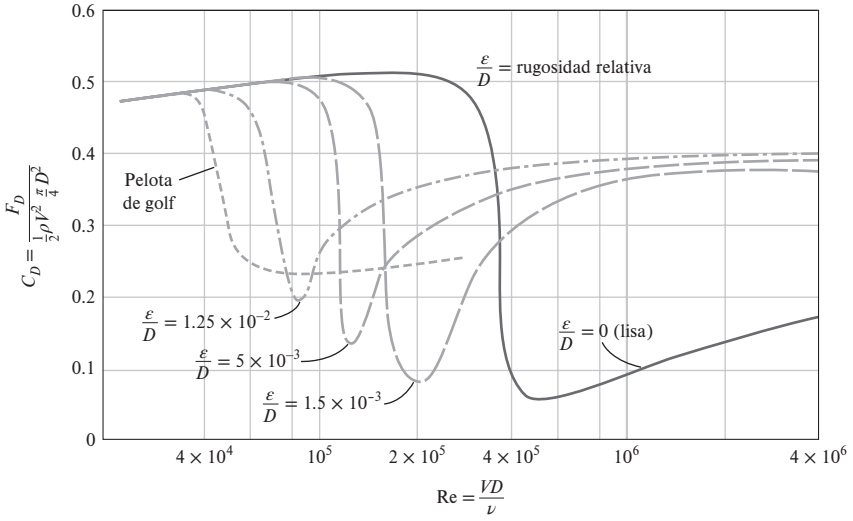


FIGURA 7-19

Efecto de la rugosidad de la superficie en el coeficiente de arrastre de una esfera.

Fuente: Blevins, 1984.

hacer que el líquido se cierre detrás del cuerpo, reduciendo la estela y disminuyendo de manera considerable la presión de arrastre. Esto da como resultado un coeficiente de arrastre mucho menor y, por tanto, fuerza de arrastre menor para un cilindro o esfera con superficie rugosa en un cierto rango del número de Reynolds, en comparación con un objeto liso, del mismo tamaño y a la misma velocidad. Para $\text{Re} = 2 \times 10^5$, por ejemplo, $C_D \cong 0.1$ para una esfera rugosa con $\varepsilon/D = 0.0015$, mientras que $C_D \cong 0.5$ para una esfera lisa. Por tanto, el coeficiente de arrastre en este caso se reduce en un factor de 5 simplemente al hacer la superficie rugosa. Sin embargo, considere que para $\text{Re} = 10^6$, $C_D \cong 0.4$ para una esfera muy rugosa, mientras que $C_D \cong 0.1$ para la esfera lisa. Obviamente, al hacer más rugosa la esfera en este caso aumentará la resistencia en un factor de 4 (figura 7-20).

La discusión anterior muestra que la rugosidad de la superficie se puede usar a nuestro favor para reducir la resistencia, pero también puede ser contraproducente si no se tiene cuidado, en particular, si no se opera en el rango correcto del número de Reynolds. Con esta consideración, las pelotas de golf se hacen más rugosas intencionalmente para inducir *turbulencia* a números de Reynolds más bajos para aprovechar la fuerte *caída* en el coeficiente de arrastre al inicio de la turbulencia en la capa límite (el rango de velocidad típico de las pelotas de golf es de 15 a 150 m/s, y el número de Reynolds es menor que 4×10^5). El número de Reynolds crítico para pelotas de golf con hoyuelos es de alrededor de 4×10^4. Que ocurra flujo turbulento en este número de Reynolds reduce el coeficiente de arrastre de una pelota de golf a la mitad, como se muestra en la figura 7-19. Para un golpe dado, esto significa que la pelota alcanza una mayor distancia. Los golfistas experimentados también le dan un giro a la pelota durante el golpe, lo que ayuda a que la pelota rugosa desarrolle una fuerza de sustentación y, por tanto, viaje más alto y más lejos. Se puede dar un argumento similar para una pelota de tenis; sin embargo, para una pelota de tenis de mesa, las distancias son muy pequeñas y las pelotas nunca alcanzan las velocidades en el rango turbulento, por tanto, las pelotas de tenis de mesa tienen superficies lisas.

Una vez que se conoce el coeficiente de arrastre, se puede determinar la fuerza de arrastre que actúa sobre un cuerpo en flujo cruzado a partir de la ecuación 7-1 donde A es el *área frontal* ($A = LD$ para un cilindro de longitud L y $A = \pi D^2/4$ para una esfera). Debe tenerse en cuenta que la turbulencia de flujo libre y las perturbaciones de otros cuerpos en el flujo (como el flujo sobre conjuntos de tubos) pueden afectar de modo significativo los coeficientes de arrastre.

	C_D	
Re	Superficie lisa	Superficie rugosa, $\varepsilon/D = 0.0015$
2×10^5	0.5	0.1
10^6	0.1	0.4

FIGURA 7-20

La rugosidad de la superficie puede aumentar o disminuir el coeficiente de arrastre de un objeto esférico, dependiendo del valor del número de Reynolds.

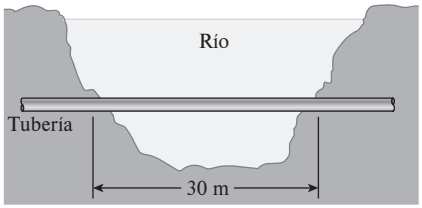


FIGURA 7-21
Esquema para el ejemplo 7-5.

EJEMPLO 7-5 **Fuerza de arrastre que actúa sobre una tubería en un río**

Una tubería de 2.2 cm de diámetro exterior debe atravesar un río en una sección de 30 m de ancho mientras está sumergida por completo en agua (figura 7-21). La velocidad de flujo promedio del agua es de 4 m/s, y su temperatura es de 15 °C. Determine la fuerza de arrastre ejercida sobre la tubería por el río.

SOLUCIÓN Una tubería está sumergida en un río. Se determinará la fuerza de arrastre que actúa sobre la tubería.

Suposiciones **1** La superficie exterior de la tubería es lisa, de modo que se puede usar la figura 7-17 para determinar el coeficiente de arrastre. **2** El flujo de agua en el río es constante. **3** La dirección del flujo de agua es perpendicular a la tubería. **4** No se considera turbulencia en el flujo del río.

Propiedades La densidad y la viscosidad dinámica del agua a 15 °C son $\rho = 999.1\ \text{kg/m}^3$ y $\mu = 1.138 \times 10^{-3}\ \text{kg/m}\cdot\text{s}$ (tabla A-9).

Análisis Observando que $D = 0.022$ m, el número de Reynolds es:

$$\text{Re} = \frac{VD}{\nu} = \frac{\rho VD}{\mu} = \frac{(999.1\ \text{kg/m}^3)(4\ \text{m/s})(0.022\ \text{m})}{1.138 \times 10^{-3}\ \text{kg/m}\cdot\text{s}} = 7.73 \times 10^4$$

De la figura 7-17, el coeficiente de arrastre correspondiente a este valor es $C_D = 1.0$. Además, el área frontal para el flujo más allá de un cilindro es $A = LD$. Así que la fuerza de arrastre que actúa sobre la tubería se convierte en:

$$F_D = C_D A\frac{\rho V^2}{2} = 1.0(30 \times 0.022\ \text{m}^2)\,\frac{(999.1\ \text{kg/m}^3)(4\ \text{m/s})^2}{2}\left(\frac{1\ \text{N}}{1\ \text{kg}\cdot\text{m/s}^2}\right)$$
$$= 5\,275\ \text{N} \cong \mathbf{5.30\ kN}$$

Discusión Esta fuerza es equivalente al peso de una masa de más de 500 kg; por tanto, la fuerza de arrastre que ejerce el río sobre la tubería es equivalente a colgar un total de más de 500 kg de masa en la tubería apoyada en sus extremos con una separación de 30 m. Deben tomarse las precauciones necesarias si la tubería no puede soportar esta fuerza. Si el río fluye a una velocidad más rápida o si las fluctuaciones turbulentas en el río fueran más importantes, la fuerza de arrastre sería aún mayor. También pueden ser significativas fuerzas *inestables* en la tubería. Leer los valores C_D de la figura 7-17 para un cilindro liso en flujo cruzado a veces puede ser difícil. Hooman y Dukhan (2013) propusieron una correlación simple, $C_D = 1 + (6/\text{Re})$ para el rango de números de Reynolds de $10^2 < \text{Re} < 10^5$.

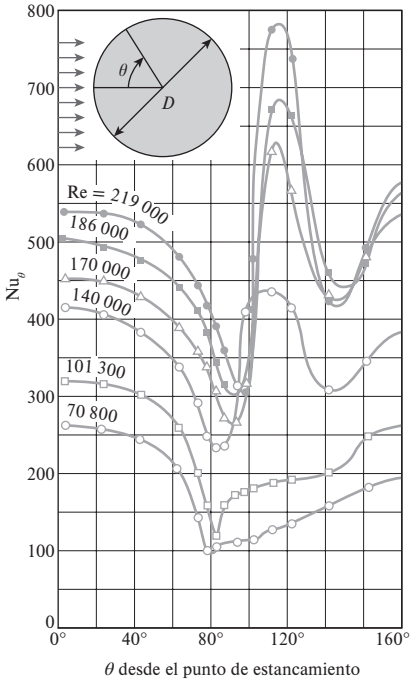


FIGURA 7-22
Variación del coeficiente de transferencia de calor local a lo largo de la circunferencia de un cilindro circular en flujo cruzado de aire.

Fuente: Giedt, 1949.

Coeficiente de transferencia de calor

Los flujos a través de cilindros y esferas, en general, implican la *separación del flujo*, lo cual es difícil de manejar analíticamente; por tanto, tales flujos deben estudiarse de manera experimental o numérica. De hecho, el flujo a través de cilindros y esferas ha sido estudiado experimentalmente por muchos investigadores, y se han desarrollado varias correlaciones empíricas para el coeficiente de transferencia de calor.

El complicado patrón de flujo a través de un cilindro influye mucho en la transferencia de calor. La figura 7-22 muestra la variación del número de Nusselt local Nu_θ alrededor de la periferia de un cilindro sometido a flujo cruzado de aire. Observe que para todos los casos el valor de Nu_θ comienza relativamente alto en el

punto de estancamiento ($\theta = 0°$), pero disminuye al aumentar θ como resultado del engrosamiento de la capa límite laminar. En las dos curvas en la parte inferior, correspondientes a Re = 70 800 y 101 300, Nu_θ alcanza un mínimo para $\theta \approx 80°$, que es el punto de separación en el flujo laminar. Luego Nu_θ aumenta al aumentar θ como resultado de la intensa mezcla en la región de flujo separada (la estela). Las curvas en la parte superior correspondientes a Re = 140 000 a 219 000 difieren de las dos primeras curvas en que tienen dos mínimos para Nu_θ. El fuerte aumento de Nu_θ para aproximadamente $\theta \approx 90°$ se debe a la transición de flujo laminar a turbulento. La disminución posterior de Nu_θ se debe otra vez al engrosamiento de la capa límite. Nu_θ alcanza su segundo mínimo en aproximadamente $\theta \approx 140°$, que es el punto de separación de flujo en flujo turbulento, y aumenta con θ como resultado de la mezcla intensa en la región de la estela turbulenta.

Las discusiones anteriores sobre los coeficientes de transferencia de calor locales son perspicaces; sin embargo, tienen un valor limitado al realizar cálculos de transferencia de calor, ya que el cálculo de la transferencia de calor requiere el coeficiente *promedio* de transferencia de calor en toda la superficie. De las varias relaciones disponibles en la literatura para el número de Nusselt promedio para el flujo cruzado sobre un cilindro, se presenta la propuesta de Churchill y Bernstein (1977):

$$\mathrm{Nu}_{\mathrm{cil}} = \frac{hD}{k} = 0.3 + \frac{0.62\,\mathrm{Re}^{1/2}\,\mathrm{Pr}^{1/3}}{[1 + (0.4/\mathrm{Pr})^{2/3}]^{1/4}}\left[1 + \left(\frac{\mathrm{Re}}{282\,000}\right)^{5/8}\right]^{4/5} \qquad \textbf{(7-35)}$$

Esta relación es bastante completa, ya que correlaciona bien los datos disponibles para RePr > 0.2. Las propiedades del fluido se evalúan a la *temperatura de película* $T_f = \frac{1}{2}(T_\infty + T_s)$, que es el promedio de la temperatura del flujo libre y de la superficie.

Para el flujo sobre una *esfera*, Whitaker (1972) recomienda la siguiente correlación general:

$$\mathrm{Nu}_{\mathrm{esf}} = \frac{hD}{k} = 2 + [0.4\,\mathrm{Re}^{1/2} + 0.06\,\mathrm{Re}^{2/3}]\mathrm{Pr}^{0.4}\left(\frac{\mu_\infty}{\mu_s}\right)^{1/4} \qquad \textbf{(7-36)}$$

la cual es válida para $3.5 \le \mathrm{Re} \le 8 \times 10^4$, $0.7 \le \mathrm{Pr} \le 380$ y $1.0 \le (\mu_\infty/\mu_s) \le 3.2$. Las propiedades del fluido en este caso se evalúan a la temperatura de flujo libre T_∞, excepto para μ_s, que se evalúa a la temperatura de la superficie T_s. Aunque las dos relaciones anteriores se consideran bastante precisas, los resultados obtenidos a partir de ellas pueden estar errados hasta en 30%.

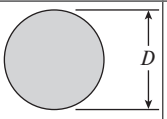
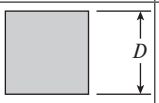
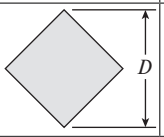
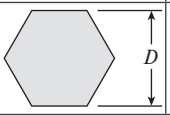
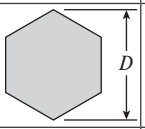
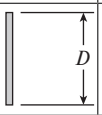
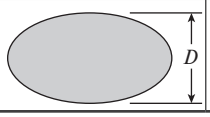
El número de Nusselt promedio para el flujo a través de los cilindros se puede expresar de forma compacta como:

$$\mathrm{Nu}_{\mathrm{cil}} = \frac{hD}{k} = C\,\mathrm{Re}^m\,\mathrm{Pr}^n \qquad \textbf{(7-37)}$$

donde $n = \frac{1}{3}$ y las constantes C y m determinadas experimentalmente se dan en la tabla 7-1 para cilindros circulares y no circulares. En la figura se indica la longitud característica D que debe usarse en el cálculo de los números de Reynolds y Nusselt para diferentes geometrías. Todas las propiedades del fluido se evalúan a la temperatura de película. Los valores presentados en la tabla 7-1 para geometrías no circulares se han actualizado según las recomendaciones de Sparrow y colaboradores (2004). Por otro lado, Tong y colaboradores (2016) proporcionan las correlaciones para cilindros cuadrados y biselados para todas las direcciones posibles de fluido entrante.

TABLA 7-1

Correlaciones empíricas para el número de Nusselt promedio para convección forzada sobre cilindros circulares y no circulares en flujo cruzado

Sección transversal del cilindro	Fluido	Rango de Re	Número de Nusselt
Círculo 	Gas o líquido	0.4-4 4-40 40-4 000 4 000-40 000 40 000-400 000	$Nu = 0.989\,Re^{0.330}\,Pr^{1/3}$ $Nu = 0.911\,Re^{0.385}\,Pr^{1/3}$ $Nu = 0.683\,Re^{0.466}\,Pr^{1/3}$ $Nu = 0.193\,Re^{0.618}\,Pr^{1/3}$ $Nu = 0.027\,Re^{0.805}\,Pr^{1/3}$
Cuadrado 	Gas	3 900-79 000 32 000-1 600 000	$Nu = 0.094\,Re^{0.675}\,Pr^{1/3}$ $Nu = 0.0249\,Re^{0.811}\,Pr^{1/3}$
Cuadrado (inclinado 45°) 	Gas	5 600-111 000 46 000-2 300 000	$Nu = 0.258\,Re^{0.588}\,Pr^{1/3}$ $Nu = 0.0260\,Re^{0.839}\,Pr^{1/3}$
Hexágono 	Gas	4 500-90 700	$Nu = 0.148\,Re^{0.638}\,Pr^{1/3}$
Hexágono (inclinado 45°) 	Gas	5 200-20 400 20 400-105 000	$Nu = 0.162\,Re^{0.638}\,Pr^{1/3}$ $Nu = 0.039\,Re^{0.782}\,Pr^{1/3}$
Placa vertical 	Gas	6 300-23 600	$Nu = 0.257\,Re^{0.731}\,Pr^{1/3}$
Elipse 	Gas	1 400-8 200	$Nu = 0.197\,Re^{0.612}\,Pr^{1/3}$

Fuente: Zukauskas, 1972, Jakob 1949, Sparrow et al., 2004, y Tong et al., 2016.

Las relaciones presentadas aquí son para cilindros *individuales* o cilindros orientados de tal manera que el flujo sobre ellos no se vea afectado por la presencia de otros. Además, son aplicables a superficies *lisas.* La *rugosidad de la superficie* y la *turbulencia de flujo libre* pueden afectar de manera significativa los coeficientes de arrastre y transferencia de calor. La ecuación 7-37 proporciona una alternativa más simple a la ecuación 7-35 para flujo sobre cilindros. Sin embargo, la ecuación 7-35 es más precisa y, por tanto, es preferible usarla en los cálculos siempre que sea posible.

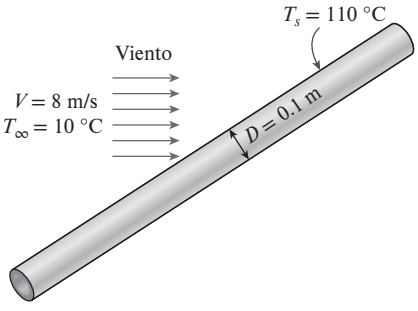


FIGURA 7-23
Esquema para el ejemplo 7-6.

EJEMPLO 7-6 **Pérdida de calor de un tubo de vapor en aire en movimiento**

Una tubería de vapor larga de 10 cm de diámetro, cuya temperatura superficial externa es de 110 °C pasa a través de un área abierta que no está protegida contra los vientos (figura 7-23). Determine la tasa de pérdida de calor de la tubería por unidad de su longitud cuando el aire está a una presión de 1 atm y 10 °C y el viento sopla alrededor de la tubería a una velocidad de 8 m/s.

SOLUCIÓN Una tubería de vapor está expuesta al aire en movimiento. Se determinará la tasa de pérdida de calor del vapor.

Suposiciones **1** Existen condiciones de operación estacionarias. **2** Los efectos de la radiación son insignificantes. **3** El aire es un gas ideal.
Propiedades Las propiedades del aire a la temperatura de película $T_f = (T_s + T_\infty)/2 = (110 + 10)/2 = 60\ ^\circ\text{C}$ y presión de 1 atm son (tabla A- 5):

$$k = 0.02808\ \text{W/m}\cdot\text{K} \qquad \text{Pr} = 0.7202 \qquad \nu = 1.896 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s}$$

Análisis El número de Reynolds es:

$$\text{Re} = \frac{VD}{\nu} = \frac{(8\ \text{m/s})(0.1\ \text{m})}{1.896 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s}} = 4.219 \times 10^4$$

El número de Nusselt se puede determinar a partir de:

$$\text{Nu} = \frac{hD}{k} = 0.3 + \frac{0.62\ \text{Re}^{1/2}\ \text{Pr}^{1/3}}{[1 + (0.4/\text{Pr})^{2/3}]^{1/4}}\left[1 + \left(\frac{\text{Re}}{282\,000}\right)^{5/8}\right]^{4/5}$$

$$= 0.3 + \frac{0.62(4.219 \times 10^4)^{1/2}(0.7202)^{1/3}}{[1 + (0.4/0.7202)^{2/3}]^{1/4}}\left[1 + \left(\frac{4.219 \times 10^4}{282\,000}\right)^{5/8}\right]^{4/5}$$

$$= 124$$

y

$$h = \frac{k}{D}\text{Nu} = \frac{0.02808\ \text{W/m}\cdot\text{K}}{0.1\ \text{m}}(124) = 34.8\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}$$

La tasa de transferencia de calor de la tubería por unidad de longitud queda:

$$A_s = pL = \pi DL = \pi(0.1\ \text{m})(1\ \text{m}) = 0.314\ \text{m}^2$$

$$\dot{Q} = hA_s(T_s - T_\infty) = (34.8\ \text{W/m}^2\cdot\text{K})(0.314\ \text{m}^2)(110 - 10)\ ^\circ\text{C} = \mathbf{1\,093\ W}$$

La tasa de pérdida de calor de toda la tubería se puede obtener multiplicando el valor anterior por la longitud de la tubería en metros.
Discusión La relación numérica más simple de Nusselt en la tabla 7-1 en este caso daría Nu = 128, que es 3% más alto que el valor obtenido antes usando la ecuación 7-35.

EJEMPLO 7-7 Enfriamiento de una esfera de acero por aire forzado

Se extrae del horno una esfera de acero inoxidable de 25 cm de diámetro (ρ = 8 055 kg/m^3, c_p = 480 J/kg·K) a una temperatura uniforme de 300 °C (figura 7-24). Luego, la esfera se somete a un flujo de aire a 1 atm y a 25 °C con una velocidad de 3 m/s. La temperatura de la superficie de la esfera finalmente cae a 200 °C. Determine el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio durante este proceso de enfriamiento y calcule en cuánto tiempo se llevará el proceso.

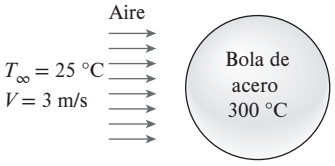


FIGURA 7-24
Esquema para el ejemplo 7-7.

SOLUCIÓN Se enfría con aire forzado una esfera de acero inoxidable caliente. Se debe determinar el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio y el tiempo de enfriamiento.
Suposiciones **1** Existen condiciones de operación estacionarias. **2** Los efectos de la radiación son insignificantes. **3** El aire es un gas ideal. **4** La temperatura de la superficie exterior de la esfera es uniforme en todo momento. **5** La temperatura de la superficie de la esfera durante el enfriamiento está cambiando, por tanto, el coeficiente de transferencia de calor por convección entre

la esfera y el aire también cambiará. Para evitar esta complejidad, se considera que la temperatura de la superficie de la esfera es constante a la temperatura promedio de (300 + 200)/2 = 250 °C en la evaluación del coeficiente de transferencia de calor y se usará el valor obtenido para todo el proceso de enfriamiento.

Propiedades La viscosidad dinámica del aire a la temperatura promedio de la superficie es $\mu_s = \mu_{@\ 250\ ^\circ C} = 2.76 \times 10^{-5}$ kg/m·s. Las propiedades del aire a la temperatura de flujo libre de 25 °C y 1 atm son (tabla A-15):

$$k = 0.02551\ \text{W/m}\cdot\text{K} \qquad \nu = 1.562 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s}$$
$$\mu = 1.849 \times 10^{-5}\ \text{kg/m}\cdot\text{K} \qquad \text{Pr} = 0.7296$$

Análisis El número de Reynolds se determina a partir de:

$$\text{Re} = \frac{VD}{\nu} = \frac{(3\ \text{m/s})\ (0.25\ \text{m})}{1.562 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s}} = 4.802 \times 10^4$$

El número de Nusselt es:

$$\begin{aligned}\text{Nu} = \frac{hD}{k} &= 2 + [0.4\ \text{Re}^{1/2} + 0.06\ \text{Re}^{2/3}]\ \text{Pr}^{0.4} \left(\frac{\mu_\infty}{\mu_s}\right)^{1/4} \\ &= 2 + [0.4\ (4.802 \times 10^4)^{1/2} + 0.06\ (4.802 \times 10^4)^{2/3}](0.7296)^{0.4} \\ &\quad \times \left(\frac{1.849 \times 10^{-5}}{2.76 \times 10^{-5}}\right)^{1/4} \\ &= 135\end{aligned}$$

El coeficiente de transferencia de calor por convección promedio se convierte en:

$$h = \frac{k}{D}\text{Nu} = \frac{0.02551\ \text{W/m}\cdot\text{K}}{0.25\ \text{m}}(135) = \mathbf{13.8\ W/m^2\cdot K}$$

Para estimar el tiempo de enfriamiento de la esfera de 300 a 200 °C, se determina la tasa *promedio* de transferencia de calor a partir de la ley de enfriamiento de Newton usando la temperatura *promedio* de la superficie. Es decir,

$$A_s = \pi D^2 = \pi(0.25\ \text{m})^2 = 0.1963\ \text{m}^2$$

$$\dot{Q}_{\text{prom}} = hA_s(T_{s,\ \text{prom}} - T_\infty) = (13.8\ \text{W/m}^2\cdot\text{K})(0.1963\ \text{m}^2)(250 - 25)\ ^\circ\text{C} = 610\ \text{W}$$

A continuación se determina el calor *total* transferido desde la esfera, que corresponde simplemente al cambio en la energía de la esfera a medida que se enfría de 300 a 200 °C:

$$m = \rho V = \rho\tfrac{1}{6}\pi D^3 = (8055\ \text{kg/m}^3)\ \tfrac{1}{6}\pi(0.25\ \text{m})^3 = 65.9\ \text{kg}$$

$$Q_{\text{total}} = mc_p(T_2 - T_1) = (65.9\ \text{kg})(480\ \text{J/kg}\cdot\text{K})(300 - 200)\ ^\circ\text{C} = 3\ 163\ 000\ \text{J}$$

En estos cálculos, supusimos que toda la esfera está a 200 °C, lo cual no es necesariamente cierto. La región interna de la esfera quizá esté a una temperatura más alta que su superficie. Con esta suposición se determina que el tiempo de enfriamiento es:

$$\Delta t \approx \frac{Q}{\dot{Q}_{\text{prom}}} = \frac{3\ 163\ 000\ \text{J}}{610\ \text{J/s}} = 5\ 185\ \text{s} = \mathbf{1\ h\ 26\ min}$$

Discusión El tiempo de enfriamiento también podría determinarse con mayor precisión utilizando las relaciones estudiadas en el capítulo 4. Pero los supuestos que se hicieron antes para simplificar el problema pueden justificarse si lo que se necesita es solo un valor aproximado. Sería ingenuo creer que el tiempo de enfriamiento sea exactamente 1 h 26 min, pero, utilizando nuestro criterio como ingenieros, es realista esperar que el tiempo de enfriamiento sea entre una y dos horas.

7-4 ▪ FLUJO A TRAVÉS DE BANCOS DE TUBOS

En la práctica es común encontrar flujo cruzado sobre bancos de tubos en equipos de transferencia de calor, como los condensadores y evaporadores de plantas de energía, refrigeradores y sistemas de aire acondicionado. En dichos equipos, un fluido se mueve a través de los tubos mientras que otro se mueve sobre los tubos en una dirección perpendicular.

Para el caso de intercambiador de calor en un banco de tubos, los tubos generalmente se colocan en una coraza (y de ahí el nombre de *intercambiador de calor de coraza y tubos*), especialmente cuando el fluido es un líquido y este fluye a través del espacio entre los tubos y la coraza. Existen muchos tipos de intercambiadores de calor de coraza y tubos, algunos de los cuales se consideran en el capítulo 11. En esta sección se ven los aspectos generales del flujo sobre un banco de tubos, y se trata de desarrollar una mejor comprensión y más intuitiva del rendimiento de los intercambiadores de calor que involucran un banco de tubos.

El flujo *a través* de los tubos puede analizarse considerando el flujo a través de un solo tubo y multiplicando los resultados por el número de tubos. Sin embargo, este no es el caso del flujo *sobre* los tubos, ya que los tubos afectan el patrón de flujo y el nivel de turbulencia aguas abajo y, por tanto, la transferencia de calor hacia o desde ellos, como se muestra en la figura 7-25; por tanto, al analizar la transferencia de calor desde un banco de tubos en flujo cruzado, se deben considerar todos los tubos en el paquete al mismo tiempo.

Los tubos en un banco de tubos generalmente están dispuestos *en línea* o *escalonados* en la dirección del flujo, como se muestra en la figura 7-26. El diámetro exterior del tubo D se toma como la longitud característica. La disposición de los tubos en el banco de tubos se caracteriza por el *paso transversal* S_T, el *paso longitudinal* S_L y el *paso diagonal* S_D entre los centros de los tubos. El paso diagonal se determina a partir de:

$$S_D = \sqrt{S_L^2 + (S_T/2)^2} \tag{7-38}$$

A medida que el fluido ingresa al banco de tubos, el área de flujo disminuye de $A_1 = S_T L$ a $A_T = (S_T - D)L$ entre los tubos y, por tanto, aumenta la velocidad del flujo. En una disposición escalonada, la velocidad puede aumentar aún más en la región diagonal si las filas de tubos están muy cerca una de la otra. En los bancos de tubos, las características del flujo están dominadas por la velocidad máxima $V_{\text{máx}}$ que se produce dentro del banco de tubos en lugar de la velocidad de aproximación V; por tanto, el número de Reynolds se define en términos de la velocidad máxima como:

$$\text{Re}_D = \frac{\rho V_{\text{máx}} D}{\mu} = \frac{V_{\text{máx}} D}{\nu} \tag{7-39}$$

La velocidad máxima se determina a partir de la ley de conservación de la masa, la cual es un requisito al tener un flujo incompresible estacionario. Para la disposición *en línea*, la velocidad máxima se produce en el área de flujo mínimo entre los tubos, y la conservación de la masa se puede expresar como (figura 7-26*a*) $\rho V A_1 = \rho V_{\text{máx}} A_T$ o $V S_T = V_{\text{máx}}(S_T - D)$, entonces la velocidad máxima es:

$$V_{\max} = \frac{S_T}{S_T - D} V \tag{7-40}$$

En la disposición *escalonada*, el fluido que se aproxima a través del área A_1 en la figura 7-26*b* pasa a través del área A_T y luego a través del área $2A_D$ a medida que se enrolla alrededor de la tubería en la siguiente fila. Si $2A_D > A_T$, la velocidad máxima ocurre todavía en A_T entre los tubos, y por tanto la relación para $V_{\text{máx}}$ dada por la

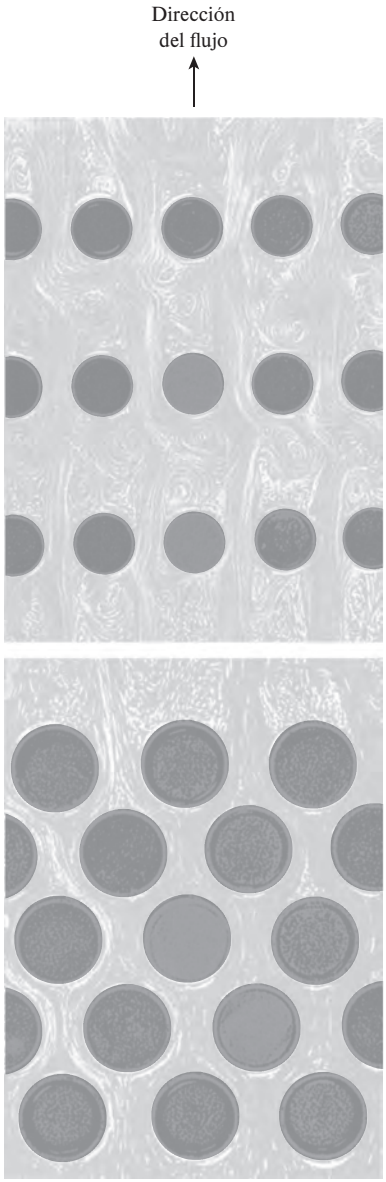


FIGURA 7-25

Patrones de flujo para bancos de tubos en línea y escalonados.

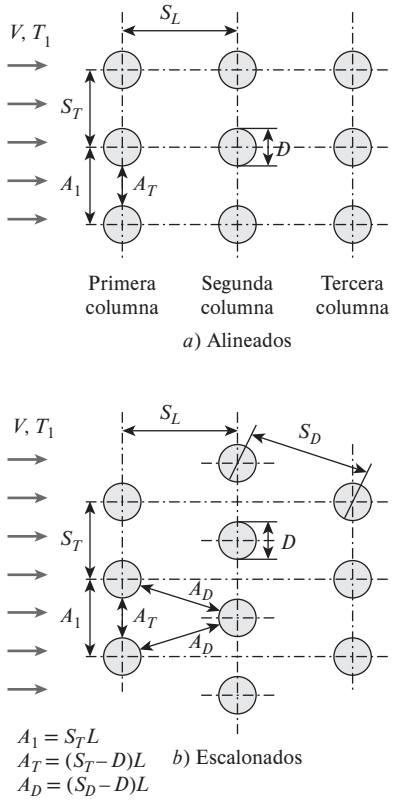


FIGURA 7-26

Disposición de tubos para un banco de tubos en línea y un banco de tubos escalonados (A_1, A_T y A_D son áreas sometidas al flujo en las ubicaciones mostradas, y L es la longitud de los tubos).

ecuación 7-40 también se puede utilizar para bancos de tubos escalonados. Sin embargo, si $2A_D < A_T$ [o, si $2(S_D - D) < (S_T - D)$], la velocidad máxima se produce en las secciones transversales diagonales, y en este caso, la velocidad máxima queda:

$$\textit{Escalonado y } S_D < (S_T + D)/2: \qquad V_{\text{máx}} = \frac{S_T}{2(S_D - D)} V \tag{7-41}$$

dado que $\rho V A_1 = \rho V_{\text{máx}} (2A_D)$ o $VS_T = 2V_{\text{máx}}(S_D - \text{D})$.

La naturaleza del flujo alrededor de un tubo en la primera fila se asemeja al flujo sobre un solo tubo discutido en la sección 7-3, en especial cuando los tubos no están demasiado cerca uno del otro. Por tanto, cada tubo en un banco de tubos que consiste en una sola fila transversal puede tratarse como un solo tubo en flujo cruzado. Sin embargo, la naturaleza del flujo alrededor de un tubo en la segunda fila y las filas posteriores es muy diferente debido a las estelas formadas y a la turbulencia causada por los tubos corriente arriba. El nivel de turbulencia y, por tanto, el coeficiente de transferencia de calor, aumentan con número de fila debido a los efectos combinados de las filas corriente arriba. Pero no hay un cambio significativo en el nivel de turbulencia después de las primeras filas, así que el coeficiente de transferencia de calor permanece constante. Dada su complejidad, el flujo a través de los bancos de tubos se estudia experimentalmente en vez de analíticamente. Estamos interesados en el coeficiente de transferencia de calor promedio para todo el banco de tubos, que depende del número de filas de tubos a lo largo del flujo, así como la disposición y el tamaño de los tubos.

Se han propuesto varias correlaciones, todas basadas en datos experimentales, para el número de Nusselt promedio para flujo cruzado sobre bancos de tubos. Recientemente, Zukauskas (1987) ha propuesto correlaciones cuya forma general es:

$$\text{Nu}_D = \frac{hD}{k} = C\,\text{Re}_D^m\,\text{Pr}^n\,(\text{Pr}/\text{Pr}_s)^{0.25} \tag{7-42}$$

donde los valores de las constantes C, m y n dependen del número de Reynolds. Dichas correlaciones se dan en la tabla 7-2 para bancos de tubos con más de 16 filas ($N_L > 16$), $0.7 < \text{Pr} < 500$ y $0 < \text{Re}_D < 2 \times 10^6$. La incertidumbre en los valores obtenidos del número de Nusselt a partir de estas relaciones es de $\pm 15\%$. Todas las propiedades, excepto Pr_s, deben evaluarse a la temperatura media aritmética del fluido determinada a partir de:

$$T_m = \frac{T_i + T_e}{2} \tag{7-43}$$

donde T_i y T_e son las temperaturas del fluido en la entrada y salida del banco de tubos, respectivamente.

Las relaciones numéricas del número de Nusselt promedio dadas en la tabla 7-2 son para bancos de tubos con más de 16 filas. Esas relaciones también se pueden utilizar para bancos de tubos con $N_L < 16$, siempre que se modifiquen de acuerdo con:

$$\text{Nu}_{D,\,N_L < 16} = F\text{Nu}_D \tag{7-44}$$

donde F es un *factor de corrección* cuyos valores se dan en la tabla 7-3. Para $\text{Re}_D > 1\,000$, el factor de corrección es independiente del número de Reynolds.

Una vez que se conoce el número de Nusselt y, por tanto, el coeficiente de transferencia de calor promedio para todo el banco de tubos, la tasa de transferencia de calor se puede determinar a partir de la ley de enfriamiento de Newton utilizando una diferencia de temperatura adecuada ΔT. El primer pensamiento que viene a la mente es usar $\Delta T = T_s - T_{\text{prom}} = T_s - (T_i + T_e)/2$. Pero esto, en general, predice de más la tasa de transferencia de calor. En el capítulo 8 se muestra que la diferencia de temperatura adecuada para el flujo interno (el flujo sobre los bancos de tubos

TABLA 7-2

Correlaciones de números de Nusselt para flujo cruzado sobre bancos de tubos para $N_L > 16$, $0 < \text{Re}_D < 2 \times 10^6$ y $0.7 < \text{Pr} < 500$*

Arreglo	Rango de Re_D	Correlación
En línea	0-100	$\text{Nu}_D = 0.9\ \text{Re}_D^{0.4}\ \text{Pr}^{0.36}(\text{Pr}/\text{Pr}_s)^{0.25}$
	100-1 000	$\text{Nu}_D = 0.52\ \text{Re}_D^{0.5}\ \text{Pr}^{0.36}(\text{Pr}/\text{Pr}_s)^{0.25}$
	1 000-2×10^5	$\text{Nu}_D = 0.27\ \text{Re}_D^{0.63}\ \text{Pr}^{0.36}(\text{Pr}/\text{Pr}_s)^{0.25}$
	2×10^5-2×10^6	$\text{Nu}_D = 0.333\ \text{Re}_D^{0.8}\ \text{Pr}^{0.4}(\text{Pr}/\text{Pr}_s)^{0.25}$
Escalonado	0-500	$\text{Nu}_D = 1.04\ \text{Re}_D^{0.4}\ \text{Pr}^{0.36}(\text{Pr}/\text{Pr}_s)^{0.25}$
	500-1 000	$\text{Nu}_D = 0.71\ \text{Re}_D^{0.5}\ \text{Pr}^{0.36}(\text{Pr}/\text{Pr}_s)^{0.25}$
	1 00-2×10^5	$\text{Nu}_D = 0.35(S_T/S_L)^{0.2}\ \text{Re}_D^{0.6}\ \text{Pr}^{0.36}(\text{Pr}/\text{Pr}_s)^{0.25}$
	2×10^5-2×10^6	$\text{Nu}_D = 0.031(S_T/S_L)^{0.2}\ \text{Re}_D^{0.8}\ \text{Pr}^{0.36}(\text{Pr}/\text{Pr}_s)^{0.25}$

Fuente: Zukauskas, 1987.

* Todas las propiedades, excepto Pr, se deben evaluar a la temperatura de la media aritmética de las temperaturas de entrada y salida del fluido (Pr_s debe evaluarse a T_s).

TABLA 7-3

Factor de corrección F para usarse en $\text{Nu}_{D,\,N_L<16} = F\,\text{Nu}_D$ para $N_L < 16$ y $\text{Re}_D > 1\ 000$

N_L	1	2	3	4	5	7	10	13
En línea	0.70	0.80	0.86	0.90	0.93	0.96	0.98	0.99
Escalonado	0.64	0.76	0.84	0.89	0.93	0.96	0.98	0.99

Fuente: Zukauskas, 1987.

sigue siendo flujo interno a través de la coraza) es la *diferencia de temperatura media logarítmica* ΔT_{ml}, definida como:

$$\Delta T_{\text{lm}} = \frac{(T_s - T_e) - (T_s - T_i)}{\ln[(T_s - T_e)/(T_s - T_i)]} = \frac{\Delta T_e - \Delta T_i}{\ln(\Delta T_e/\Delta T_i)} \tag{7-45}$$

También se muestra que la temperatura de salida del fluido T_e puede determinarse a partir de:

$$T_e = T_s - (T_s - T_i)\exp\left(-\frac{A_s h}{\dot{m}c_p}\right) \tag{7-46}$$

donde $A_s = N\pi DL$ es el área de la superficie de transferencia de calor y $\dot{m} = \rho V(N_T S_T L)$ es la velocidad de flujo másico del fluido. Aquí N es el número total de tubos en el banco, que es el producto de N_T (número de tubos en el plano transversal) y N_L (número de filas en la dirección del flujo), L es la longitud de los tubos y V es la velocidad del fluido justo antes de ingresar al banco de tubos. De este modo, la tasa de transferencia de calor se puede determinar a partir de:

$$\dot{Q} = hA_s\Delta T_{\text{lm}} = \dot{m}c_p(T_e - T_i) \tag{7-47}$$

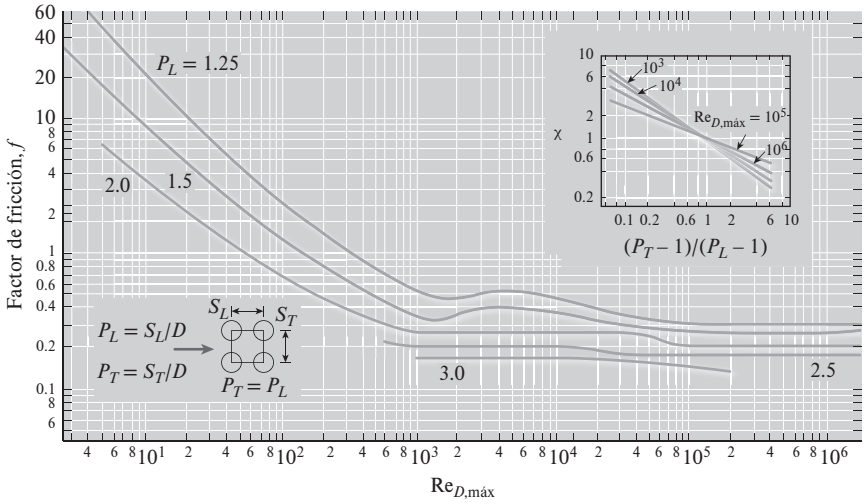
Conviene más usar la segunda relación dado que no requiere el cálculo de ΔT_{ml}.

Caída de presión

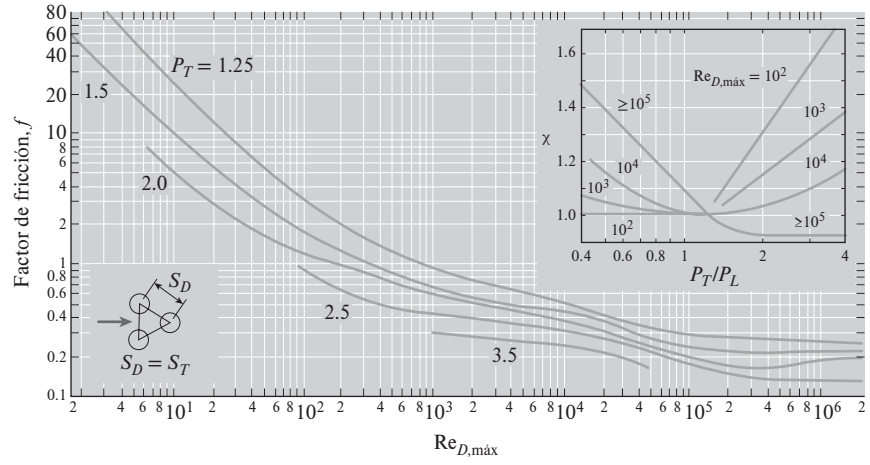
Otra cantidad de interés asociada con los bancos de tubos es la *caída de presión* ΔP, que es la pérdida de presión irreversible entre la entrada y la salida del banco de tubos. Es una medida de la resistencia que ofrecen los tubos al flujo sobre ellos y se expresa como:

$$\Delta P = N_L f \chi \frac{\rho V_{\text{máx}}^2}{2} \tag{7-48}$$

donde f es el factor de fricción y χ el de corrección, ambos graficados en las figuras 7-27a y 7-27b como función del número de Reynolds basado en la velocidad máxima $V_{\text{máx}}$. El factor de fricción en la figura 7-27*a* es para un banco de tubos *cuadrados* en línea ($S_T = S_L$), y el factor de corrección dado en el detalle interno de la gráfica se utiliza para tomar en cuenta los efectos de la desviación de las disposiciones rectangulares en línea respecto a la disposición cuadrada. De manera similar, el factor de fricción en la figura 7-27*b* corresponde a un banco de tubos escalonados *equilátero* ($S_T = S_D$), y el factor de corrección es para tomar en cuenta los efectos de la desviación de la disposición equilátera. Note que $\chi = 1$ para los



a) Arreglo en línea



b) Arreglo escalonado

FIGURA 7-27

Factor de fricción f y factor de corrección χ para bancos de tubos.

Fuente: de Zukauskas y Ulinskas (1985).

arreglos de triángulos equiláteros y cuadrados. Además, la caída de presión ocurre en la dirección del flujo y, por tanto, usamos N_L (el número de filas) en la relación para ΔP.

La potencia requerida para mover un fluido a través de un banco de tubos es proporcional a la caída de presión, y cuando la caída de presión se conoce, la potencia de bombeo requerida para superar la resistencia al flujo se puede determinar a partir de

$$\dot{W}_{\text{bomba}} = \dot{V}\Delta P = \frac{\dot{m}\Delta P}{\rho} \tag{7-49}$$

donde $\dot{V} = V(N_T S_T L)$ es la tasa de flujo volumétrico y $\dot{m} = \rho\dot{V} = \rho V(N_T S_T L)$ es la tasa de flujo másico a través del banco de tubos. Considere que la potencia requerida para mantener fluyendo un fluido a través del banco de tubos (y, por tanto, el costo operativo) es proporcional a la caída de presión. Así, los beneficios de mejorar la transferencia de calor en un banco de tubos a través de una reorganización de los mismos deben sopesarse en comparación con el costo de los requisitos de energía adicionales.

En esta sección limitamos nuestra consideración a los bancos de tubos con superficies base (sin aletas). Los bancos de tubos con superficies aleteadas también se usan comúnmente en la práctica, en especial cuando el fluido es un gas, y en la literatura se pueden encontrar correlaciones para la transferencia de calor y la pérdida de presión para bancos de tubos con aletas rectas, aletas planas, aletas de tira, etcétera.

EJEMPLO 7-8 **Precalentamiento de aire por agua geotérmica en un banco de tubos**

En una instalación industrial, el aire debe precalentarse antes de entrar en un horno, mediante agua geotérmica a 120 °C que fluye a través de tubos en un banco de tubos ubicado en un conducto. El aire ingresa al conducto a 20 °C y 1 atm con una velocidad media de 4.5 m/s, y fluye sobre los tubos en dirección normal. El diámetro exterior de los tubos es de 1.5 cm, y están dispuestos en línea con pasos longitudinales y transversales de $S_L = S_T = 5$ cm. Hay 6 filas en la dirección del flujo con 10 tubos en cada fila, como se muestra en la figura 7-28. Determine la tasa de transferencia de calor por unidad de longitud de los tubos y la caída de presión a través del banco de tubos.

SOLUCIÓN El aire se calienta con agua geotérmica en un banco de tubos. Deben determinarse la tasa de transferencia de calor al aire y la disminución de presión del aire.

Suposiciones **1** Existen condiciones de funcionamiento estables. **2** La temperatura de la superficie de los tubos es igual a la temperatura del agua geotérmica.

Propiedades Se desconoce la temperatura de salida del aire y, por tanto, la temperatura media. Se evalúan las propiedades del aire a una temperatura supuesta de 60 °C (que se revisará más adelante) y a 1 atm (tabla A-15):

$$k = 0.02808 \text{ W/m}\cdot\text{K} \qquad \rho = 1.059 \text{ kg/m}^3$$
$$c_p = 1.007 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K} \qquad \text{Pr} = 0.7202$$
$$\mu = 2.008 \times 10^{-5} \text{ kg/m}\cdot\text{s} \qquad \text{Pr}_s = \text{Pr}_{@120\,^\circ\text{C}} = 0.7073$$

Además, la densidad del aire a la temperatura de entrada de 20 °C (para usarse en el cálculo del flujo másico de entrada) es $\rho_1 = 1.204$ kg/m^3.

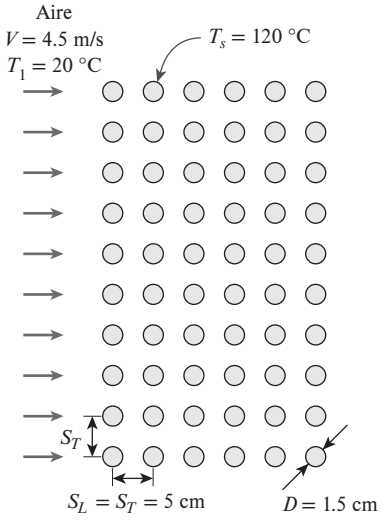


FIGURA 7-28
Esquema para el ejemplo 7-8.

Análisis Se indica que $D = 0.015$ m, $S_L = S_T = 0.05$ m y $V = 4.5$ m/s. Así que la velocidad máxima y el número de Reynolds basado en la velocidad máxima son:

$$V_{\text{máx}} = \frac{S_T}{S_T - D} V = \frac{0.05}{0.05 - 0.015}(4.5 \text{ m/s}) = 6.43 \text{ m/s}$$

$$\text{Re}_D = \frac{\rho V_{\text{máx}} D}{\mu} = \frac{(1.059 \text{ kg/m}^3)(6.43 \text{ m/s})(0.015 \text{ m})}{2.008 \times 10^{-5} \text{ kg/m} \cdot \text{s}} = 5\,086$$

El número de Nusselt promedio se determina utilizando la relación adecuada de la tabla 7-2, es decir:

$$\text{Nu}_D = 0.27 \text{ Re}_D^{0.63} \text{ Pr}^{0.36} (\text{Pr}/\text{Pr}_s)^{0.25}$$

$$= 0.27 (5\,086)^{0.63} (0.7202)^{0.36} (0.7202/0.7073)^{0.25} = 52.1$$

Este número de Nusselt puede utilizarse para bancos de tubos con $N_L > 16$. En nuestro caso, el número de filas es $N_L = 6$, y el factor de corrección correspondiente de la tabla 7-3 es $F = 0.945$. Por tanto, el número de Nusselt promedio y el coeficiente de transferencia de calor para todos los tubos en el banco de tubos queda:

$$\text{Nu}_{D,\, N_L < 16} = F\text{Nu}_D = (0.945)(52.1) = 49.3$$

$$h = \frac{\text{Nu}_{D,\, N_L < 16} k}{D} = \frac{49.3(0.02808 \text{ W/m} \cdot \text{K})}{0.015 \text{ m}} = 92.2 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

El número total de tubos es $N = N_L \times N_T = 6 \times 10 = 60$. Para una unidad de longitud del tubo ($L = 1$ m), el área de superficie de transferencia de calor y el flujo másico de aire (evaluado en la entrada) son:

$$A_s = N\pi DL = 60\pi(0.015 \text{ m})(1 \text{ m}) = 2.827 \text{ m}^2$$

$$\dot{m} = \dot{m}_1 = \rho_1 V(N_T S_T L)$$

$$= (1.204 \text{ kg/m}^3)(4.5 \text{ m/s})(10)(0.05 \text{ m})(1 \text{ m}) = 2.709 \text{ kg/s}$$

Luego, la temperatura de salida del fluido, la diferencia de temperatura media logarítmica y la tasa de transferencia de calor quedan:

$$T_e = T_s - (T_s - T_i) \exp\left(-\frac{A_s h}{\dot{m} c_p}\right)$$

$$= 120 - (120 - 20) \exp\left[-\frac{(2.827 \text{ m}^2)(92.2 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K})}{(2.709 \text{ kg/s})(1\,007 \text{ J/kg} \cdot \text{K})}\right] = 29.11 \text{ °C}$$

$$\Delta T_{\text{lm}} = \frac{(T_s - T_e) - (T_s - T_i)}{\ln[(T_s - T_e)/(T_s - T_i)]} = \frac{(120 - 29.11) - (120 - 20)}{\ln[(120 - 29.11)/(120 - 20)]} = 95.4 \text{ °C}$$

$$\dot{Q} = hA_s \Delta T_{\text{lm}} = (92.2 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K})(2.827 \text{ m}^2)(95.4 \text{ °C}) = \mathbf{2.49 \times 10^4 \text{ W}}$$

La tasa de transferencia de calor también se puede determinar de una manera más simple a partir de:

$$\dot{Q} = hA_s\Delta T_{\text{lm}} = \dot{m}c_p(T_e - T_i)$$

$$= (2.709 \text{ kg/s})(1\,007 \text{ J/kg}\cdot\text{K})(29.11 - 20)\,^\circ\text{C} = 2.49 \times 10^4 \text{ W}$$

Para este banco de tubos cuadrado en línea, el coeficiente de fricción correspondiente a $\text{Re}_D = 5\,086$ y $S_L/D = 5/1.5 = 3.33$ es, de la figura 7-27a, $f = 0.16$. Además, $\chi = 1$ para arreglos cuadrados. Así que la caída de presión a través del banco de tubos queda:

$$\Delta P = N_L f\chi\frac{\rho V_{\text{máx}}^2}{2}$$

$$= 6(0.16)(1)\frac{(1.059 \text{ kg/m}^3)(6.43 \text{ m/s})^2}{2}\left(\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg}\cdot\text{m/s}^2}\right) = \mathbf{21\ Pa}$$

Discusión La temperatura media aritmética del fluido es $(T_i + T_e)/2 = (20 + 29.11)/2 = 24.6\ ^\circ\text{C}$, que no está cerca del valor supuesto inicialmente de 60 °C. Al repetir los cálculos para 25 °C da 2.57×10^4 W para la tasa de transferencia de calor y 23.5 Pa para la caída de presión.

RESUMEN

La fuerza que ejerce un fluido que fluye sobre un cuerpo en la dirección del flujo se llama *arrastre*. La parte del arrastre que se debe directamente al esfuerzo cortante de la pared τ_w se llama *arrastre por fricción en la superficie,* ya que es causada por efectos de fricción, y la parte que se debe directamente a la presión se llama *arrastre por presión* o *arrastre de forma* debido a su fuerte dependencia de la forma o figura del cuerpo.

El *coeficiente de arrastre* C_D es un número adimensional que representa las características de arrastre de un cuerpo, y se define como:

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho V^2 A}$$

donde A es el *área frontal* para cuerpos romos y el área de superficie para flujo paralelo sobre placas planas o perfiles delgados. Para el flujo sobre una placa plana, el número de Reynolds es:

$$\text{Re}_x = \frac{\rho Vx}{\mu} = \frac{Vx}{\nu}$$

La transición de laminar a turbulenta ocurre en el *número de Reynolds crítico*

$$\text{Re}_{x,\text{cr}} = \frac{\rho Vx_{\text{cr}}}{\mu} = 5 \times 10^5$$

Para flujo paralelo sobre una placa plana isotérmica, el coeficiente de fricción local y el número de Nusselt son:

Laminar: $C_{f,x} = \dfrac{0.664}{\text{Re}_x^{1/2}} \quad \text{Re}_x < 5 \times 10^5$

$$\text{Nu}_x = \frac{h_x x}{k} = 0.332\text{Re}_x^{0.5}\,\text{Pr}^{1/3} \quad \text{Pr} > 0.6$$

Turbulento:

$$C_{f,x} = \frac{0.059}{\text{Re}_x^{1/5}} \quad 5 \times 10^5 \le \text{Re}_x \le 10^7$$

$$\text{Nu}_x = \frac{h_x x}{k} = 0.0296\,\text{Re}_x^{0.8}\,\text{Pr}^{1/3} \quad \begin{matrix} 0.6 \le \text{Pr} \le 60 \\ 5 \times 10^5 \le \text{Re}_x \le 10^7 \end{matrix}$$

Las relaciones del coeficiente de fricción *promedio* para el flujo sobre una placa plana son:

Laminar: $C_f = \dfrac{1.33}{\text{Re}_L^{1/2}} \quad \text{Re}_L < 5 \times 10^5$

Turbulento: $C_f = \dfrac{0.074}{\text{Re}_L^{1/5}} \quad 5 \times 10^5 \le \text{Re}_L \le 10^7$

Combinado: $C_f = \dfrac{0.074}{\text{Re}_L^{1/5}} - \dfrac{1\,742}{\text{Re}_L} \quad 5 \times 10^5 \le \text{Re}_L \le 10^7$

Superficie rugosa, turbulenta: $C_f = \left(1.89 - 1.62\log\dfrac{\varepsilon}{L}\right)^{-2.5}$

Las relaciones del número de Nusselt promedio para el flujo sobre una placa plana isotérmica son:

Laminar: $\text{Nu} = \dfrac{hL}{k} = 0.664\ \text{Re}_L^{0.5}\ \text{Pr}^{1/3}$ $\quad \text{Pr} > 0.6,\ \text{Re}_L < 5 \times 10^5$

Turbulento:

$$\text{Nu} = \frac{hL}{k} = 0.037\ \text{Re}_L^{0.8}\ \text{Pr}^{1/3} \quad 0.6 \le \text{Pr} \le 60,\ 5 \times 10^5 \le \text{Re}_L \le 10^7$$

Combinado:

$$\text{Nu} = \frac{hL}{k} = (0.037\ \text{Re}_L^{0.8} - 871)\ \text{Pr}^{1/3} \quad 0.6 \le \text{Pr} \le 60,\ 5 \times 10^5 \le \text{Re}_L \le 10^7$$

Para superficies isotérmicas con una sección de inicio no calentada de longitud ξ, las relaciones del número de Nusselt promedio y local son:

Laminar: $\text{Nu}_x = \dfrac{\text{Nu}_{x\,(\text{para } \xi = 0)}}{[1 - (\xi/x)^{3/4}]^{1/3}} = \dfrac{0.332\ \text{Re}_x^{0.5}\ \text{Pr}^{1/3}}{[1 - (\xi/x)^{3/4}]^{1/3}}$

Turbulento: $\text{Nu}_x = \dfrac{\text{Nu}_{x\,(\text{para } \xi = 0)}}{[1 - (\xi/x)^{9/10}]^{1/9}} = \dfrac{0.0296\ \text{Re}_x^{0.8}\ \text{Pr}^{1/3}}{[1 - (\xi/x)^{9/10}]^{1/9}}$

Laminar: $\text{Nu} = \text{Nu}_{(\text{para } \xi = 0)} \dfrac{L}{L - \xi}\ [1 - (\xi/L)^{3/4}]^{2/3}$

Turbulento: $\text{Nu} = \text{Nu}_{(\text{para } \xi = 0)} \dfrac{L}{L - \xi}\ [1 - (\xi/L)^{9/10}]^{8/9}$

Estas relaciones son para el caso de superficies *isotérmicas*. Cuando una placa plana se somete a un *flujo de calor uniforme*, el número de Nusselt local viene dado por:

Laminar: $\text{Nu}_x = 0.453\ \text{Re}_x^{0.5}\ \text{Pr}^{1/3}$ $\quad \text{Pr} > 0.6,\ \text{Re}_x < 5 \times 10^5$

Turbulento: $\text{Nu}_x = 0.0308\ \text{Re}_x^{0.8}\ \text{Pr}^{1/3}$ $\quad 0.6 \le \text{Pr} \le 60,\ 5 \times 10^5 \le \text{Re}_x \le 10^7$

Los números de Nusselt promedio para flujo cruzado sobre un *cilindro* y una *esfera* son:

$$\text{Nu}_{\text{cil}} = \frac{hD}{k} = 0.3 + \frac{0.62\ \text{Re}^{1/2}\ \text{Pr}^{1/3}}{[1 + (0.4/\text{Pr})^{2/3}]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{\text{Re}}{282\,000}\right)^{5/8}\right]^{4/5}$$

que es válida para Re Pr > 0.2, y

$$\text{Nu}_{\text{esf}} = \frac{hD}{k} = 2 + [0.4\ \text{Re}^{1/2} + 0.06\ \text{Re}^{2/3}]\text{Pr}^{0.4} \left(\frac{\mu_\infty}{\mu_s}\right)^{1/4}$$

que es válida para $3.5 \le \text{Re} \le 8 \times 10^4$, $0.7 \le \text{Pr} \le 380$ y $1.0 \le (\mu_\infty/\mu\text{s}) \le 3.2$. Las propiedades del fluido se evalúan a la temperatura de película $T_f = (T_\infty + T_s)/2$ en el caso de un cilindro, y a la temperatura del flujo libre T_∞ en el caso de una esfera (excepto μ_s, que se evalúa a la temperatura de la superficie T_s).

En bancos de tubos, el número de Reynolds se basa en la velocidad máxima $V_{\text{máx}}$ que está relacionada con la velocidad de aproximación V como:

En línea y escalonada con $S_D < (S_T + D)/2$:

$$V_{\text{máx}} = \frac{S_T}{S_T - D} V$$

Escalonado con $S_D < (S_T + D)/2$:

$$V_{\text{máx}} = \frac{S_T}{2(S_D - D)} V$$

donde S_T es el paso transversal y S_D el paso diagonal. El número de Nusselt promedio para flujo cruzado sobre bancos de tubos se expresa como:

$$\text{Nu}_D = \frac{hD}{k} = C\ \text{Re}_D^m\ \text{Pr}^n\ (\text{Pr}/\text{Pr}_s)^{0.25}$$

donde los valores de las constantes C, m y n dependen del número de Reynolds. Dichas correlaciones se dan en la tabla 7-2. Todas las propiedades, excepto Pr_s, deben evaluarse a la temperatura media aritmética de las temperaturas de entrada y salida del fluido definida como $T_m = (T_i + T_e)/2$.

El número de Nusselt promedio para bancos de tubos con menos de 16 filas se expresa como:

$$\text{Nu}_{D,\ N_L < 16} = F\text{Nu}_D$$

donde F es el *factor de corrección* cuyos valores se dan en la tabla 7-3. La tasa de transferencia de calor hacia o desde un banco de tubos se determina a partir de:

$$\dot{Q} = hA_s \Delta T_{\text{lm}} = \dot{m} c_p (T_e - T_i)$$

donde ΔT_{lm} es la diferencia de temperatura media logarítmica definida como:

$$\Delta T_{\text{lm}} = \frac{(T_s - T_e) - (T_s - T_i)}{\ln[(T_s - T_e)/(T_s - T_i)]} = \frac{\Delta T_e - \Delta T_i}{\ln(\Delta T_e/\Delta T_i)}$$

y la temperatura de salida del fluido T_e es:

$$T_e = T_s - (T_s - T_i) \exp\left(-\frac{A_s h}{\dot{m} c_p}\right)$$

donde $A_s = N\pi DL$ es el área de superficie de transferencia de calor y $\dot{m} = \rho V(N_T S_T L)$ es la velocidad del flujo másico del fluido. La caída de presión ΔP para un banco de tubos se expresa como:

$$\Delta P = N_L f \chi \frac{\rho V_{\text{máx}}^2}{2}$$

donde f es el factor de fricción y χ es el factor de corrección, ambos dados en la figura 7-27.

BIBLIOGRAFÍA Y LECTURAS RECOMENDADAS

1. T. A. Ameel. "Average Effects of Forced Convection Over a Flat Plate with an Unheated Starting Length." *International Communications in Heat and Mass Transfer* 24, núm. 8 (1997), pp. 1113-1120.

2. R. D. Blevin. *Applied Fluid Dynamics Handbook*. Nueva York: Van Nostrand Reinhold, 1984.

3. S. W. Churchill y M. Bernstein. "A Correlating Equation for Forced Convection from Gases and Liquids to a Circular Cylinder in Cross Flow." *Journal of Heat Transfer* 99 (1977), pp. 300-306.

4. S. W. Churchill y H. Ozoe. "Correlations for Laminar Forced Convection in Flow over an Isothermal Flat Plate and in Developing and Fully Developed Flow in an Isothermal Tube." *Journal of Heat Transfer* 95 (Feb. 1973), pp. 78-84.

5. W. M. Edmunds. "Residential Insulation." *ASTM Standardization News* (Ene. 1989), pp. 36-39.

6. W. H. Giedt. "Investigation of Variation of Point Unit-Heat Transfer Coefficient Around a Cylinder Normal to an Air Stream." *Transactions of the ASME* 71 (1949), pp. 375-381.

7. "Green and Clean: The Economic, Energy, and Environmental Benefits of Insulation", *Alliance to Save Energy,* April 2001.

8. K. Hooman y N. Dukhan. "A Theoretical Model with Experimental Verification to Predict Hydrodynamics of Foams." *Transport in Porous Media* 100 (2013), pp. 393-406.

9. M. Jakob. *Heat Transfer.* Vol. l. Nueva York: John Wiley & Sons, 1949.

10. W. M. Kays, M. E. Crawford, y B. Weigand. *Convective Heat and Mass Transfer.* 4a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 2005.

11. H. Schlichting. *Boundary Layer Theory,* 7a. ed. Nueva York, McGraw-Hill, 1979.

12. E. M. Sparrow y J. P. Abraham. "Universal Solutions for the Streamwise Variation of the Temperature of a Moving Sheet in the Presence of a Moving Fluid". *International Journal of Heat and Mass Transfer* 48 (2005), pp. 3047-3056.

13. E. M. Sparrow, J. P. Abraham, y J. C. K. Tong. "Archival Correlations for Average Heat Transfer Coefficients for Non-Circular and Circular Cylinders and for Spheres in Crossflow." *International Journal of Heat and Mass Transfer* 47 (2004), pp. 5285-5296.

14. J. C. K. Tong, J. P. Abraham, W. J. Minkowycz y E. M. Sparrow. "A New Archive of Heat Transfer Coefficients from Square and Chamfered Cylinders at Angles of Attack in Crossflow." *International Journal of Thermal Sciences* 105 (2016), pp. 218-223.

15. S. Whitaker. "Forced Convection Heat Transfer Correlations for Flow in Pipe, Past Flat Plates, Single Cylinders, Single Spheres, and for Flow in Packed Beds and Tube Bundles". *AIChE Journal* 18 (1972), pp. 361-371.

16. R. D. Willis. "Photographic Study of Fluid Flow Between Banks of Tubes". *Engineering* (1934), pp. 423-425.

17. A. Zukauskas. "Convection Heat Transfer in Cross Flow". In *Advances in Heat Transfer,* J. P. Hartnett y T. F. Irvine, Jr., (Eds.). Vol. 8. New York: Academic Press, 1972, pp. 93-106.

18. A. Zukauskas. "Heat Transfer from Tubes in Cross Flow". En *Advances in Heat Transfer,* J. P. Hartnett y T. F. Irvine, Jr. (Eds.). Vol. 8. Nueva York: Academic Press, 1972.

19. A. Zukauskas. "Heat Transfer from Tubes in Cross Flow". En *Handbook of Single Phase Convective Heat Transfer,* S. Kakac, R. K. Shah y Win Aung (Eds.). Nueva York: Wiley Interscience, 1987.

20. A. Zukauskas y R. Ulinskas. "Efficiency Parameters for Heat Transfer in Tube 6 (1985), pp. 19-25.

PROBLEMAS*

Fuerza de arrastre y transferencia de calor en flujo externo

7-1C ¿Cuál es la diferencia entre la velocidad corriente arriba y la velocidad de flujo libre?, ¿para qué tipos de flujo son iguales entre sí estas dos velocidades?

7-2C ¿Qué es el arrastre?, ¿qué lo causa?, ¿por qué usualmente tratamos de minimizarlo?

7-3C ¿Qué es el empuje o la sustentación?, ¿qué lo causa?, ¿contribuye el esfuerzo cortante de la pared al empuje?

7-4C Se miden la fuerza de arrastre, la velocidad corriente arriba y la densidad del fluido, durante el flujo sobre un cuerpo dado. Explique cómo determinaría el coeficiente de arrastre. ¿Qué área usaría en dichos cálculos?

7-5C Defina el área frontal de un cuerpo sometido a flujo externo. ¿Cuándo es apropiado usar el área frontal en los cálculos de arrastre y de empuje?

7-6C ¿Cuál es la diferencia entre arrastre por fricción de superficie y arrastre por presión? ¿Qué suele ser más significativo para cuerpos delgados, como los perfiles aerodinámicos?

7-7C ¿Cuál es la diferencia entre cuerpos aerodinámicos y cuerpos romos? ¿Una pelota de tenis, por ejemplo, es un cuerpo aerodinámico o romo?

7-8C ¿Cuál es el efecto de hacer un cuerpo aerodinámico en *a*) el arrastre por fricción y *b*) el arrastre por presión? ¿La resistencia total que actúa sobre un cuerpo disminuye necesariamente como resultado de hacerlo aerodinámico? Explique.

* Los problemas señalados con una "C" son preguntas conceptuales en las que se alienta a los estudiantes a responderlas todas. Los problemas designados con una "I" están en unidades del sistema inglés, y los usuarios del SI pueden ignorarlos. Los problemas con el icono son de naturaleza integral y están destinados a resolverse con el software adecuado. Los problemas con el icono PtD son problemas de prevención a través del diseño (*Prevention through Design*). Los problemas con el icono C&S son de códigos y estándares (*Codes and Standards*).

7-9C ¿Cuál es el efecto de la rugosidad de la superficie en el coeficiente de arrastre de fricción en flujos laminares y turbulentos?

7-10C ¿Qué es la separación de flujo?, ¿cuál es la causa? ¿Cuál es el efecto de la separación de flujo en el coeficiente de arrastre?

Flujo sobre placas planas

7-11C ¿Qué representa el coeficiente de fricción en el flujo sobre una placa plana?, ¿cómo se relaciona con la fuerza de arrastre que actúa sobre la placa?

7-12C Considere el flujo laminar sobre una placa plana. ¿Cambiará el coeficiente de fricción con la distancia desde el borde de ataque?, ¿cambiaría entonces el coeficiente de transferencia de calor?

7-13C ¿Cómo se determinan los coeficientes de fricción promedio y la transferencia de calor promedio en el flujo sobre una placa plana?

7-14 Aire a 25 °C y 1 atm fluye sobre una placa larga y plana con una velocidad de 8 m/s. Determine la distancia desde el borde de ataque de la placa donde el flujo se vuelve turbulento y el grosor de la capa límite en esa ubicación.

7-15 Repita el problema 7-14 con agua en lugar de aire.

7-16 El peso de una placa plana delgada de 50 cm × 50 cm se equilibra con un contrapeso que tiene una masa de 2 kg, como se muestra en la figura. Luego se enciende un ventilador, y el aire a 1 atm y 25 °C fluye hacia abajo sobre ambas superficies de la placa con una velocidad de flujo libre de 8 m/s. Determine la masa del contrapeso que debe agregarse para equilibrar la placa en este caso.

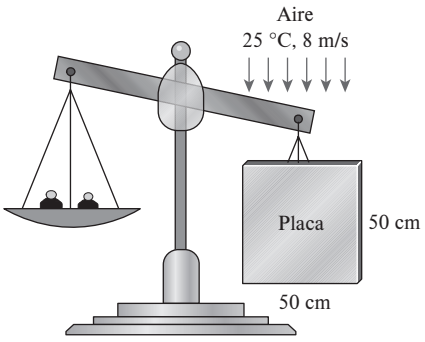


FIGURA P7-16

7-17 Aire a 15 °C y 1 atm fluye sobre una placa de 0.3 m de ancho a 65 °C a una velocidad de 3.0 m/s. Calcule las siguientes cantidades en $x = 0.3$ m:

a) Espesor de la capa límite hidrodinámica, en m
b) Coeficiente de fricción local
c) Coeficiente de fricción promedio
d) Fuerza de arrastre total debido a la fricción, en N
e) Coeficiente de transferencia de calor por convección local, en $W/m^2 \cdot K$
f) Coeficiente de transferencia de calor por convección promedio, en $W/m^2 \cdot K$
g) Tasa de transferencia de calor por convección, en W

7-18 Fluye aceite para motores a 85 °C sobre una placa plana de 10 m de longitud cuya temperatura es de 35 °C con una velocidad de 2.5 m/s. Determine la fuerza de arrastre total y la tasa de transferencia de calor sobre toda la placa por unidad de ancho.

7-19I Fluye aire a 60 °F sobre una placa plana de 10 pies de largo a 7 pies/s. Determine el coeficiente de fricción local y el coeficiente de transferencia de calor a intervalos de 1 pie, y grafique los resultados como función de la distancia desde el borde de ataque.

7-20I Reconsidere el problema 7-19E. Usando el software apropiado, evalúe los coeficientes de fricción local y el coeficiente de transferencia de calor a lo largo de la placa a intervalos de 0.1 pies, y grafíquelos como función de la distancia desde el borde de ataque.

7-21 Considere el flujo laminar de un fluido sobre una placa plana mantenida a temperatura constante. Ahora la velocidad de flujo libre del fluido se duplica. Determine el cambio en la fuerza de arrastre sobre la placa y la tasa de transferencia de calor entre el fluido y la placa. Suponga que el flujo permanece laminar.

7-22 En un experimento, la transferencia de calor local sobre una placa plana se correlacionó con el número de Nusselt local como se expresa mediante la siguiente correlación

$$\mathrm{Nu}_x = 0.035 \mathrm{Re}_x^{0.8} \mathrm{Pr}^{1/3}$$

Determine la relación del coeficiente de transferencia de calor por convección promedio (h) en toda la longitud de la placa respecto al coeficiente de transferencia de calor por convección local (h_x) en $x = L$.

7-23 C&S Fluye vapor de agua caliente en paralelo sobre la superficie superior de una placa de 1 m de largo. La velocidad del vapor de agua es de 10 m/s a una temperatura de 450 °C. Un perno de cobre-silicio (ASTM B98) está incrustado en la placa en la mitad de su longitud. La temperatura máxima de uso para el perno de cobre-silicio ASTM B98 es de 149 °C (Código ASME para tuberías de proceso, ASME B31.3-2014, tabla A-2M). Para idear un mecanismo de enfriamiento cuya función sea evitar que el perno supere la temperatura máxima de uso, es necesario determinar el flujo de calor local en el lugar donde está incrustado el perno. Si la superficie de la placa se mantiene a la temperatura de uso máxima del perno, ¿cuál es el flujo de calor local del vapor de agua caliente en la ubicación del perno?

FIGURA P7-23

7-24 Sobre una placa grande fluye agua a 43.3 °C a una velocidad de 30.0 cm/s. La placa tiene una longitud de 1.0 m (en la dirección del flujo) y su superficie se mantiene a una temperatura uniforme de 10.0 °C. Calcule la tasa de transferencia de calor estacionaria por unidad de ancho de la placa.

7-25 La sección de formación de una planta de plásticos produce una lámina continua de plástico de 1.2 m de ancho y 2 mm de espesor a una tasa de 15 m/min. La temperatura de la lámina de plástico es de 90 °C cuando se expone al aire circundante, y la lámina se somete a un flujo de aire a 30 °C a una velocidad de 3 m/s en ambos lados a lo largo de sus superficies de manera perpendicular a la dirección del movimiento de la hoja. El ancho de la sección de enfriamiento por aire es tal que un punto fijo en la lámina de plástico pasa a través de esa sección en 2 s. Determine la tasa de transferencia de calor de la lámina de plástico al aire.

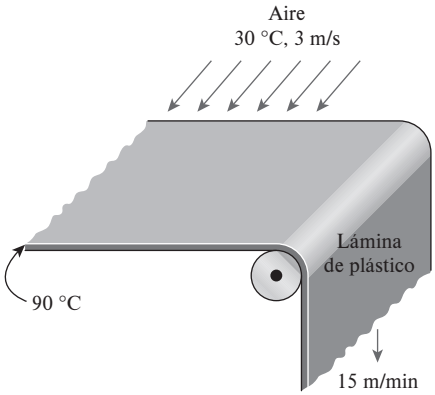


FIGURA P7-25

7-26 Se enfría mediante placas planas gas de escape de dióxido de carbono caliente a 1 atm. El gas a 220 °C fluye en paralelo sobre las superficies superior e inferior de una placa plana de 1.5 m de largo a una velocidad de 3 m/s. Si la temperatura de la superficie de la placa plana se mantiene a 80 °C, determine *a*) el coeficiente de transferencia de calor por convección local a 1 m del borde de ataque, *b*) el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio en toda la placa, y *c*) la transferencia total de flujo de calor a la placa.

7-27 C&S La superficie superior de una placa de cobre ASTM B152 de 1 m x 1 m se enfría con aire a 20 °C. El aire fluye paralelo sobre la superficie de la placa a una velocidad de 0.5 m/s. La temperatura máxima de uso para la placa de cobre ASTM B152 es 260 °C (código ASME para tuberías de proceso, ASME B31.3-2014, tabla A-1M). Determine la tasa de transferencia de calor por convección promedio desde la superficie de la placa que se requiere para evitar que la temperatura de la superficie de la placa suba más allá de la temperatura máxima de uso.

7-28 Se debe enfriar un transformador de 10 cm de largo, 6.2 cm de ancho y 5 cm de alto uniendo un disipador de calor de aluminio pulido de 10 cm × 6.2 cm de ancho (emisividad = 0.03) a su superficie superior. El disipador de calor tiene siete aletas, que tienen 5 mm de alto, 2 mm de grosor y 10 cm de largo. Un ventilador sopla aire a 25 °C en paralelo a los pasos entre las aletas. El disipador de calor debe disipar 12 W de calor, y la temperatura base del disipador de calor no debe superar los 60 °C. Suponiendo que las aletas y la placa base sean casi isotérmicas y que la transferencia de calor por radiación sea insignificante, determine la tasa mínima de flujo libre que debe suministrar el ventilador para evitar el sobrecalentamiento. Suponga que el flujo es laminar sobre toda la superficie aleteada del transformador.

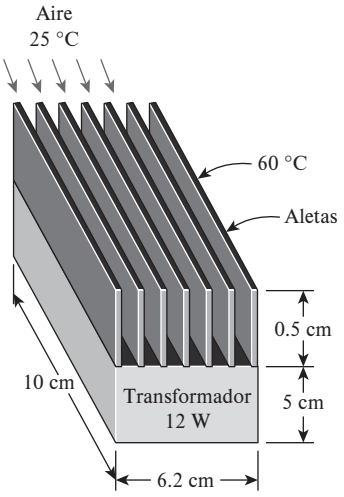


FIGURA P7-28

7-29 Repita el problema 7-28 suponiendo que el disipador de calor esté anodizado de negro y por tanto, tiene una emisividad efectiva de 0.90. En los cálculos de radiación se debe utilizar el área base (10 cm × 6.2 cm), no el área de superficie total.

7-30 Fluye aceite caliente para motores a 150 °C de manera paralela sobre una placa plana a una velocidad de 2 m/s. La temperatura de la superficie de la placa plana de 0.5 m de longitud es constante a 50 °C. Determine *a*) el coeficiente de transferencia de calor por convección local a 0.2 m del borde de ataque y el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio, y *b*) repita el inciso *a*) utilizando la relación de Churchill y Ozoe (1973).

7-31 Se forma un colector solar con placas paralelas que cubren un techo, como se muestra en la figura. Las placas se mantienen a 15 °C, mientras que el aire ambiente a 10 °C fluye sobre el techo con $V = 2$ m/s. Determine la tasa de pérdida de calor por convección de *a*) la primera placa y *b*) la tercera placa.

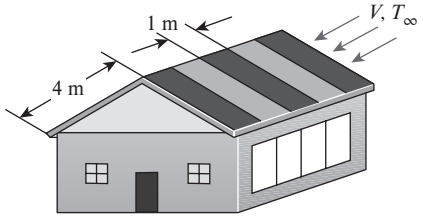


FIGURA P7-31

7-32 Gas hidrógeno a 1 atm fluye en paralelo sobre las superficies superior e inferior de una placa plana de 3 m de largo a una velocidad de 2.5 m/s. La temperatura del

gas es de 120 °C y la temperatura de la superficie de la placa se mantiene a 30 °C. Usando el software apropiado, investigue el coeficiente de transferencia de calor por convección local y el flujo de calor de convección total local a lo largo de la placa. Al variar la ubicación a lo largo de la placa sobre $0.2 \leq x \leq 3$ m, grafique el coeficiente de transferencia de calor por convección local y el flujo de calor por convección total local como funciones de x. Suponga que el flujo es laminar, pero asegúrese de verificar esta suposición.

7-33 Sobre una placa plana fluyen en paralelo dióxido de carbono e hidrógeno como gases ideales a 1 atm y −20 °C. La velocidad de flujo de cada gas es de 1 m/s, y la temperatura de la superficie de la placa de 3 m de largo se mantiene a 20 °C. Usando un software apropiado, evalúe el número de Reynolds local, el número de Nusselt local y el coeficiente de transferencia de calor por convección local a lo largo de la placa para cada gas. Al variar la ubicación a lo largo de la placa en el intervalo $0.2 \leq x \leq 3$ m, grafique el número de Reynolds local, el número de Nusselt local y el coeficiente de transferencia de calor por convección local para cada gas como funciones de x. Analice qué gas tiene un número de Nusselt local más alto y qué gas tiene un coeficiente de transferencia de calor por convección más alto a lo largo de la placa. Suponga que el flujo es laminar, pero asegúrese de verificar esta suposición.

7-34 Se debe enfriar una serie de transistores de potencia, que disipan 5 W de potencia cada uno, montándolos en una placa de aluminio cuadrada de 25 cm × 25 cm y soplando aire a 35 °C sobre la placa con un ventilador a una velocidad de 4 m/s. La temperatura media de la placa no debe superar los 65 °C. Suponiendo que la transferencia de calor desde el lado posterior de la placa sea insignificante e ignorando la radiación, determine la cantidad de transistores que se pueden colocar en esta placa.

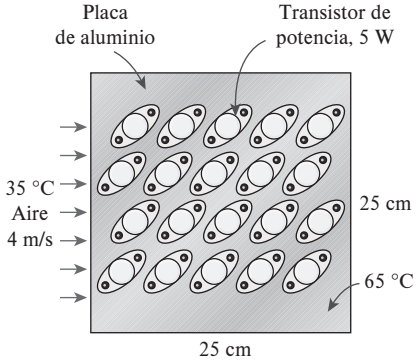


FIGURA P7-34

7-35 Repita el problema 7-34 para una ubicación a una altura de 1 610 m donde la presión atmosférica es 83.4 kPa. *Respuesta:* 5

7-36 C&S Fluye aire en paralelo sobre la superficie superior de una placa de 2 m de largo. La velocidad del aire es de 20 m/s a una temperatura de 250 °C. Dos pernos de cobre-silicio (ASTM B98) están incrustados en la placa: el primer perno a 0.25 m del borde de ataque y el segundo a 1.75 m del borde de ataque. La temperatura de uso máxima para el perno de cobre y silicio ASTM B98 es de 149 °C (código ASME para tuberías de proceso, ASME B31.3-2014, tabla A-2M). Para diseñar un mecanismo de enfriamiento cuya función sea evitar que los tornillos se calienten por encima de la temperatura máxima de uso, es necesario determinar los flujos de calor locales en los lugares donde están incrustados los tornillos. Si la superficie de la placa se mantiene a la temperatura de uso máxima de los pernos, ¿cuáles son los flujos de calor locales del aire en las ubicaciones de ambos pernos?

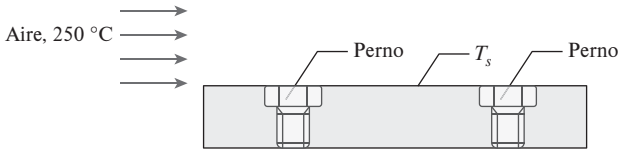


FIGURA P7-36

7-37I Considere un camión de refrigeración que viaja a 70 mph en un lugar donde la temperatura del aire es de 80 °F. El compartimento refrigerado del camión puede considerarse una caja rectangular de 9 pies de ancho, 7 pies de alto y 20 pies de largo. El sistema de refrigeración del camión puede proporcionar 3 toneladas de refrigeración (es decir, puede eliminar el calor a una velocidad de 600 Btu/min). La superficie exterior del camión está recubierta con un material de baja emisividad y, por tanto, la transferencia de calor por radiación es muy pequeña. Determine la temperatura promedio de la superficie externa del compartimento de refrigeración del camión si se observa que el sistema de refrigeración funciona a la mitad de su capacidad. Suponga que el flujo de aire sobre toda la superficie exterior es turbulento y que el coeficiente de transferencia de calor en las superficies delantera y trasera es igual al de las superficies laterales. Para evaluar las propiedades del aire, suponga una temperatura de película de 80 °F. ¿Es esta una buena suposición?

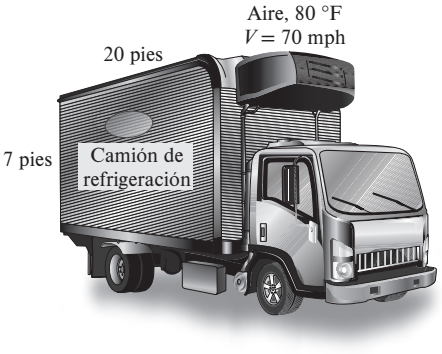


FIGURA P7-37I

7-38 Considere un motor automotriz caliente, que puede aproximarse como un bloque rectangular de 0.5 m de alto, 0.40 m de ancho y 0.8 m de largo. La superficie inferior del bloque está a una temperatura de 100 °C y tiene una emisividad de 0.95. El aire ambiente está a 20 °C, y la superficie de la carretera está a 25 °C. Determine la tasa de transferencia de calor desde la superficie inferior del bloque del motor por convección

y radiación a medida que el automóvil viaja a una velocidad de 80 km/h. Suponga que el flujo es turbulento en toda la superficie debido a la agitación constante del bloque del motor.

7-39 Sobre una placa plana de 3 m de largo fluye en paralelo aire a 1 atm con una velocidad de 7 m/s. El aire tiene una temperatura de flujo libre de 120 °C, y la temperatura de la superficie de la placa se mantiene a 20 °C. Determine la distancia x desde el borde de ataque de la placa donde se alcanza el número de Reynolds crítico ($Re_{cr} = 5 \times 10^5$). Luego, usando el software apropiado, evalúe el coeficiente de transferencia de calor por convección local a lo largo de la placa. Al variar la ubicación a lo largo de la placa en el intervalo $0.2 \leq x \leq 3$ m, trace el coeficiente de transferencia de calor por convección local en función de x, y analice los resultados.

7-40 PtD El calor disipado por una máquina en funcionamiento puede causar puntos calientes en su superficie. Los puntos calientes expuestos que pueden causar quemaduras térmicas en la piel humana se consideran peligros en el lugar de trabajo. Considere una superficie de máquina plana de 1.5 m × 1.5 m que está hecha de aluminio de 5 mm de espesor ($k = 237$ W/m·K). Durante su funcionamiento, la temperatura interna de la superficie de aluminio de la máquina puede ser de hasta 90 °C, mientras que la superficie externa se enfría con aire a 30 °C que fluye en paralelo sobre ella a 10 m/s. Para proteger a los operadores de la máquina de quemaduras térmicas, la superficie de la máquina puede cubrirse con aislante. La interfase de aluminio/aislante tiene una conductancia térmica de contacto de 3 000 W/m^2·K. ¿Cuál es el espesor del aislante (con una conductividad térmica de 0.06 W/m·K) necesario para mantener la temperatura local de la superficie externa a 45 °C o menos? Usando el software apropiado, trace una gráfica del espesor del aislante requerido y el coeficiente de transferencia de calor por convección local a lo largo de la superficie externa en paralelo con el flujo de aire.

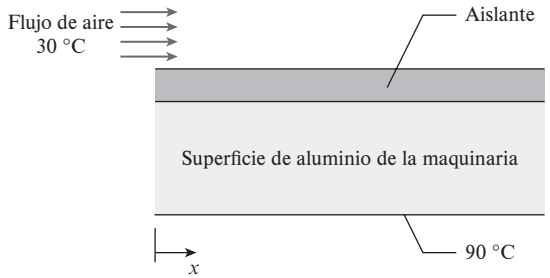


FIGURA P7-40

7-41 Sobre la superficie superior de una placa plana delgada de 0.5 m de largo fluye aire a 1 atm y 20 °C. La velocidad del flujo de aire es de 50 m/s y la placa se mantiene a una temperatura de superficie constante de 180 °C. Determine *a*) el coeficiente de fricción promedio y *b*) el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio. *c*) Repita el inciso *b*) usando la analogía modificada de Reynolds.

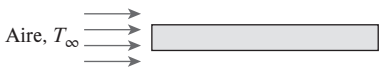


FIGURA P7-41

7-42 C&S En equipos criogénicos, el aire frío fluye en paralelo sobre la superficie de una placa de acero inoxidable ASTM A240 410S de 2 m × 2 m. La velocidad del aire es de 5 m/s a una temperatura de −70 °C. La temperatura mínima adecuada para la placa ASTM A240 410S es −30 °C (código ASME para tuberías de proceso, ASME B31.3-2014, tabla A-1M). La placa se calienta para evitar que la temperatura de su superficie descienda por debajo de −30 °C. Determine la tasa de transferencia de calor promedio requerida para evitar que la superficie de la placa llegue por debajo de la temperatura mínima adecuada.

7-43 Se transporta una hoja de metal de 5 m de largo en un transportador a una velocidad de 5 m/s, mientras que el revestimiento de la superficie superior se cura con lámparas infrarrojas. El recubrimiento en la superficie superior de la tira de metal tiene una capacidad de absorción de 0.6 y una emisividad de 0.7, mientras que la temperatura del aire ambiente es de 25 °C. La transferencia de calor por radiación ocurre solo en la superficie superior, mientras que la transferencia de calor por convección ocurre en las superficies superior e inferior de la lámina de metal. Si las lámparas infrarrojas suministran un flujo de calor constante de 5 000 W/m^2, determine la temperatura de la superficie de la hoja de metal. Evalúe las propiedades del aire a 80 °C.

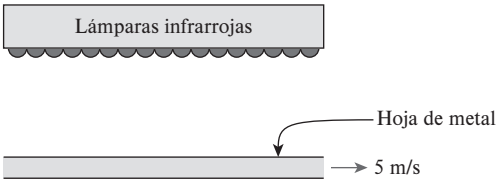


FIGURA P7-43

7-44 Reconsidere el problema 7-43. Usando el software apropiado, evalúe el efecto de la velocidad de la hoja de metal sobre la temperatura de su superficie. Al variar la velocidad de la hoja de metal de 3 a 30 m/s, grafique la temperatura en su superficie en función de la velocidad. Si la temperatura de la superficie de la hoja metálica debe mantenerse por encima de los 100 °C, determine la velocidad mínima necesaria para satisfacer esta condición. Evalúe las propiedades del aire a 80 °C.

7-45 La presión atmosférica local en Denver, Colorado (elevación 1 610 m), es de 83.4 kPa. Fluye aire a esta presión y a 30 °C, con una velocidad de 6 m/s sobre una placa plana de 2.5 m × 8 m cuya temperatura es 120 °C. Determine la tasa de transferencia de calor de la placa si el aire fluye *a)* paralelo al lado de 8 m y *b*) paralelo el lado de 2.5 m.

7-46 Durante un día frío de invierno, el viento a 42 km/h sopla paralelamente a una pared de una casa de 6 m de altura y 10 m de largo. Si el aire exterior está a 5 °C y la temperatura de la superficie de la pared es de 12 °C, determine la tasa de pérdida de calor de esa pared por convección. ¿Cuál sería su respuesta si la velocidad del viento se duplicara? *Respuestas:* 10.8 kW, 19.4 kW

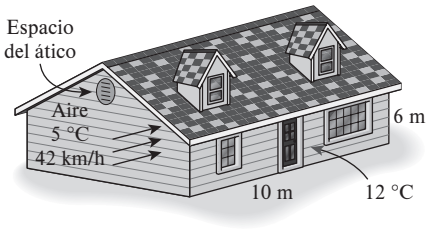


FIGURA P7-46

7-47 Reconsidere el problema 7-46. Con el software apropiado, investigue los efectos de la velocidad del viento y la temperatura del aire exterior en la tasa de pérdida de calor de la pared por convección. Considere que la velocidad del viento varía en un rango de 10 km/h a 80 km/h y la temperatura del aire exterior de 0 a 10 °C. Grafique la tasa de pérdida de calor en función de la velocidad del viento y de la temperatura exterior, y analice los resultados.

7-48I Se sopla aire caliente sobre la superficie interna del parabrisas de un automóvil para descongelar el hielo acumulado en la superficie externa del parabrisas. Considere un parabrisas de automóvil ($k_w = 0.8$ Btu/h·pie·R) con una altura total de 20 pulgadas y un espesor de 0.2 pulgadas. La temperatura ambiente del aire exterior (a 1 atm) es de 8 °F, y la velocidad promedio del flujo de aire sobre la superficie exterior del parabrisas es de 50 mph, mientras que la temperatura ambiente dentro del automóvil es de 77 °F. Determine el valor del coeficiente de transferencia de calor por convección para el aire caliente que sopla sobre la superficie interna del parabrisas que se necesita para hacer que el hielo acumulado comience a derretirse. Suponga que la superficie del parabrisas se puede tratar como una superficie de placa plana.

7-49 La superficie superior del vagón de pasajeros de un tren que se mueve a una velocidad de 95 km/h tiene 2.8 m de ancho y 8 m de largo. La superficie superior está absorbiendo radiación solar a una tasa de 380 W/m^2, y la temperatura del aire ambiente es de 30 °C. Suponiendo que el techo del tren esté perfectamente aislado y que el intercambio de calor de radiación con el entorno sea pequeño en relación con la convección, determine la temperatura de equilibrio de la superficie superior del vagón. *Respuesta:* 37.5 °C

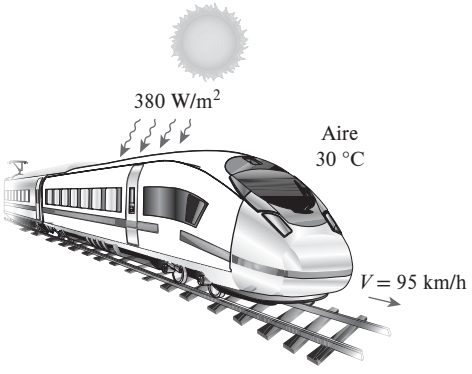


FIGURA P7-49

7-50 Reconsidere el problema 7-49. Con un software apropiado, investigue los efectos de la velocidad del tren y la tasa de absorción de la radiación solar en la temperatura de equilibrio de la superficie superior del vehículo. Varíe la velocidad del tren en un rango de 10 km/h a 120 km/h y la tasa de absorción solar de 100 W/m^2 a 500 W/m^2. Grafique la temperatura de equilibrio como funciones de la velocidad del tren y la tasa de absorción de radiación solar, y discuta los resultados.

7-51 Incide radiación solar sobre la cubierta de vidrio de un colector solar a una tasa de 700 W/m^2. El vidrio transmite 88% de la radiación incidente y tiene una emisividad de 0.90. Dos colectores de 1.2 m de alto y 1 m de ancho pueden satisfacer todas las necesidades de agua caliente de una familia en verano. Los dos colectores están unidos entre sí en un lado para que aparezcan como un solo colector de 1.2 m × 2 m de tamaño. La temperatura de la cubierta de vidrio se mide a 35 °C en un día cuando la temperatura del aire circundante es de 25 °C y el viento sopla a 30 km/h. La temperatura efectiva del cielo para el intercambio de radiación entre la cubierta de vidrio y el cielo abierto es de −40 °C. El agua ingresa a los tubos unidos a la placa absorbente a una tasa de 1 kg/min. Suponiendo que la superficie posterior de la placa absorbente esté fuertemente aislada y que la única pérdida de calor ocurre a través de la cubierta de vidrio, determine *a*) la tasa de pérdida de calor total del colector, *b*) la eficiencia del colector, que es la relación de la cantidad de calor transferido al agua respecto de la energía solar incidente en el colector, y *c*) el aumento de temperatura del agua a medida que fluye a través del colector.

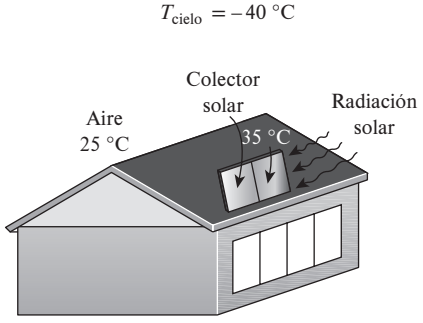


FIGURA P7-51

7-52 PtD Reconsidere el ejemplo 7-2. Otro método que podría explorarse para mantener la temperatura de la superficie exterior del motor por debajo del límite de riesgo de incendio (180 °C) es aumentar el espesor del aislante. Aumente el espesor del aislante en un factor de tres y verifique si este método mantendría la temperatura por debajo del límite requerido para la operación segura del motor. Compare la efectividad de este método con el utilizado en el ejemplo 7-2.

7-53 PtD La superficie exterior de un motor está situada en un lugar donde pueden producirse fugas de aceite. Cuando el aceite filtrado entra en contacto con una superficie caliente que tiene una temperatura superior a su temperatura de autoignición, el aceite puede inflamarse espontáneamente. Considere una cubierta del motor que está hecha de una placa de acero inoxidable con un espesor de 1 cm y una conductividad térmica de 14 W/m·K. La superficie interna de la cubierta del motor está expuesta al aire caliente con un coeficiente de trans-

ferencia de calor por convección de 7 W/m$^2 \cdot$K a una temperatura de 333 °C. La superficie exterior del motor se enfría soplando aire en paralelo sobre la superficie de 2 m de largo a 7.1 m/s, en un entorno donde el aire ambiente está a 60 °C. Para evitar el riesgo de incendio en el caso de una fuga de aceite en la cubierta del motor, se aplica una capa de recubrimiento de barrera térmica (TBC, *thermal barrier coating*) con una conductividad térmica de 1.1 W/m $\cdot$ K en la superficie exterior de la cubierta del motor. ¿Sería suficiente una capa de TBC con un espesor de 4 mm junto con una refrigeración por aire a 7.1 m/s para evitar que la superficie de la cubierta del motor supere los 180 °C máximos para evitar el riesgo de incendio? Evalúe las propiedades del aire a 120 °C.

7-54 PtD De un horno salen placas de metal (k = 180 W/m $\cdot$ K, ρ = 2 800 kg/m^3 y c_p = 880 J/kg $\cdot$ K) con una longitud de 1 m y un grosor de 2 cm y se transportan a través de una cámara de enfriamiento de 10 m a una velocidad de 5 mm/s. Las placas entran en la cámara de enfriamiento a una temperatura inicial de 155 °C. En la cámara de enfriamiento, las placas se enfrían con aire a 10 °C soplando en paralelo sobre ellas. Para evitar quemaduras térmicas, es necesario diseñar el proceso de enfriamiento para que las placas salgan de la cámara de enfriamiento a una temperatura relativamente segura. Determine la velocidad del aire de manera que la temperatura de las placas que salen de la cámara de enfriamiento sea de 45 °C o menos. Suponga un flujo laminar y turbulento combinado (verifique esta suposición). *Sugerencia:* utilice el análisis del sistema agrupado para determinar el tiempo de enfriamiento requerido (verifique la aplicación de dicho método a este problema).

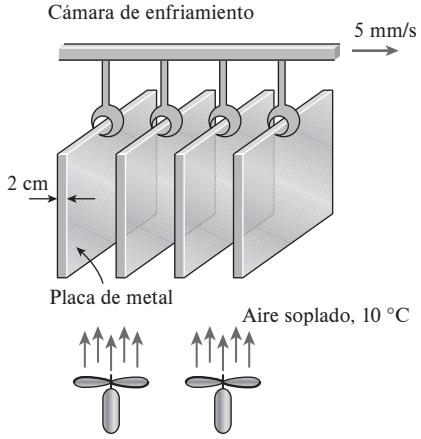


FIGURA P7-54

7-55 Mercurio a 25 °C fluye sobre una placa plana de 3 m de largo y 2 m de ancho mantenida a 75 °C con una velocidad de 0.01 m/s. Determine la tasa de transferencia de calor de toda la placa.

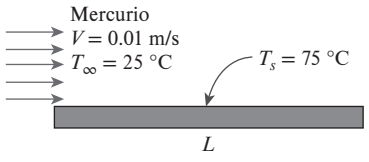


FIGURA P7-55

7-56 Mercurio líquido a 250 °C fluye en paralelo sobre una placa plana a una velocidad de 0.3 m/s. La temperatura de la superficie de la placa plana de 0.1 m de largo es constante a 50 °C. Determine *a*) el coeficiente de transferencia de calor por convección local a 5 cm del borde de ataque y *b*) el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección en toda la placa.

7-57 Sobre una placa plana de 2 m de largo, donde hay una longitud inicial sin calentar de 0.5 m, fluye en paralelo vapor de agua a 250 °C con una velocidad de 5 m/s. La sección calentada de la placa plana se mantiene a una temperatura constante de 50 °C. Determine *a*) el coeficiente de transferencia de calor por convección local en el borde de salida, *b*) el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio para la sección calentada, y *c*) la tasa de transferencia de calor por unidad de ancho para la sección calentada.

7-58 Se monta un chip de silicio de 15 mm $\times$ 15 mm de modo que los bordes están al ras en un sustrato. El chip disipa 1.4 W de potencia de manera uniforme, mientras se usa aire a 20 °C (y 1 atm) con una velocidad de 25 m/s para enfriar la superficie superior del chip. Si el sustrato proporciona una longitud inicial no calentada de 15 mm, determine la temperatura de la superficie en el borde posterior del chip. Evalúe las propiedades del aire a 50 °C.

7-59 C&S En equipos criogénicos, fluye en paralelo gas frío sobre la superficie de una placa de 1 m de largo. La velocidad del gas es de 4 m/s a una temperatura de −70 °C. El gas tiene una conductividad térmica de 0.01979 W/m $\cdot$ K, una viscosidad cinemática de 9.319 $\times$ 10^{-6} m^2/s, y un número de Prandtl de 0.7440. Un perno de acero inoxidable (ASTM A437 B4B) está incrustado en la placa a media longitud. La temperatura mínima adecuada para el perno de acero inoxidable ASTM A437 B4B es −30 °C (código ASME para tuberías de proceso, ASME B31.3-2014, tabla A-2M). Para evitar que el perno llegue por debajo de su temperatura mínima adecuada, la placa se somete a un flujo de calor uniforme de 250 W/m^2. Determine si el flujo de calor a la placa es suficiente para mantener el perno por encima de la temperatura mínima adecuada de −30 °C.

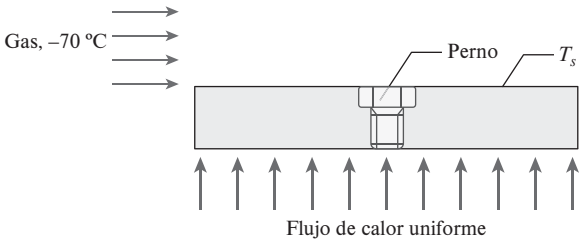


FIGURA P7-59

7-60 La superficie superior de una placa metálica se enfría con flujo de aire en paralelo, mientras que su superficie inferior se somete a un flujo de calor uniforme de 810 W/m^2. El aire tiene una velocidad y temperatura de flujo libre de 2.5 m/s y 15 °C, respectivamente. Determine la temperatura de la superficie de la placa en x = 1.5 m del borde de ataque. *Sugerencia:* la temperatura de la superficie se debe encontrar de forma iterativa. Comience el proceso de iteración con una estimación inicial de 45 °C para la temperatura de la superficie.

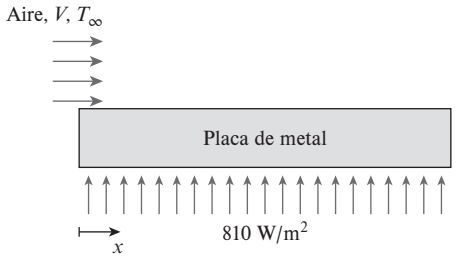


FIGURA P7-60

7-61 Reconsidere el problema 7-60. Con el software adecuado, evalúe el coeficiente de transferencia de calor por convección local, la temperatura local de la superficie y la temperatura local de la película a lo largo de la placa. Al variar la ubicación a lo largo de la placa en el intervalo $0.2 \leq x \leq 3$ m, grafique el coeficiente de transferencia de calor por convección local, la temperatura de la superficie local y la temperatura de la película local como funciones de x.

7-62 Sobre la superficie superior de una placa plana con una longitud de 4 m fluye en paralelo un chorro de aire. La primera mitad de la longitud de la placa, desde el borde de ataque, tiene una temperatura de superficie constante de 50 °C. La segunda mitad de la longitud de la placa está sujeta a un flujo de calor uniforme de 86 W/m^2. El aire tiene una velocidad y temperatura de flujo libre de 2 m/s y 10 °C, respectivamente. Determine los coeficientes locales de transferencia de calor por convección a 1 m y 3 m del borde de ataque. Como primera aproximación, suponga que la capa límite sobre la segunda porción de la placa con flujo de calor uniforme no se ha visto afectada por la primera mitad de la placa con temperatura de superficie constante. Evalúe las propiedades del aire a una temperatura de película de 30 °C. ¿La temperatura de película $T_f = 30$ °C es aplicable en $x = 3$ m?

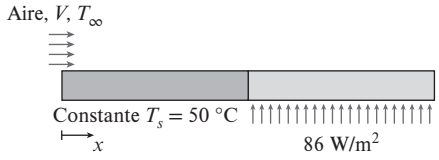


FIGURA P7-62

7-63 Reconsidere el problema 7-62. Utilizando un software adecuado, evalúe el coeficiente de transferencia de calor por convección local, la temperatura de la superficie local y la temperatura local de película a lo largo de la placa. Al variar la ubicación a lo largo de la placa en el intervalo $0.2 \leq x \leq 4$ m, grafique el coeficiente de transferencia de calor por convección local, la temperatura de la superficie local y la temperatura de película local como funciones de x.

7-64 C&S Sobre la superficie superior de una placa de 2 m de largo fluye en paralelo gas caliente. La velocidad del gas es de 17 m/s a una temperatura de 250 °C. El gas tiene una conductividad térmica de 0.03779 W/m · K, una viscosidad cinemática de 3.455×10^{-5} m^2/s, y un número de Prandtl de 0.6974. Dos pernos de cobre-silicio (ASTM B98) están incrustados en la placa: el primer perno a 0.5 m del borde de ataque y el segundo perno a 1.5 m del borde de ataque. La temperatura máxima de uso para el perno de cobre y silicio ASTM B98 es 149 °C (código ASME para tuberías de proceso, ASME B31.3-2014, tabla A-2M). Un dispositivo de enfriamiento elimina el calor de la placa de manera uniforme a 2 000 W/m^2. Determine si el calor que se elimina de la placa es suficiente para mantener los tornillos por debajo de la temperatura máxima de uso de 149 °C.

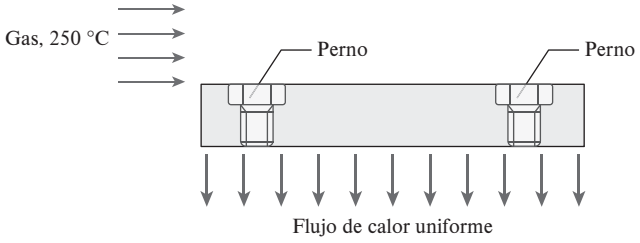


FIGURA P7-64

7-65 Una placa de circuito de 15 cm × 15 cm que disipa 20 W de potencia uniformemente se enfría por aire, que se acerca a la placa de circuito a 20 °C con una velocidad de 6 m/s. Sin tener en cuenta la transferencia de calor desde la superficie posterior de la placa, determine la temperatura de la superficie de los componentes electrónicos *a*) en el borde de ataque y *b*) al final de la placa. Suponga que el flujo es turbulento, ya que se espera que los componentes electrónicos generen turbulencia. Para las evaluaciones de las propiedades del aire, suponga una temperatura de película de 35 °C. ¿Es esta una buena suposición?

Flujo a través de cilindros y esferas

7-66C En el flujo sobre cuerpos romos, como un cilindro, ¿en qué se diferencia el arrastre por presión del arrastre por fricción?

7-67C En flujo sobre cilindros, ¿por qué el coeficiente de arrastre cae repentinamente cuando el flujo se vuelve turbulento?, ¿no se supone que la turbulencia aumenta el coeficiente de arrastre en lugar de disminuirlo?

7-68C ¿Por qué se retrasa la separación del flujo en los cilindros en flujo turbulento?

7-69C Considere flujo laminar de aire alrededor de un cilindro circular caliente. ¿En qué punto del cilindro la transferencia de calor será más alta?, ¿cuál sería su respuesta si el flujo fuera turbulento?

7-70 Considere el flujo de un fluido alrededor de un cilindro mantenido a una temperatura constante. Ahora la velocidad de flujo libre del fluido se duplica. Determine el cambio en la fuerza de arrastre sobre el cilindro y la velocidad de transferencia de calor entre el fluido y el cilindro.

7-71 Una larga tubería de vapor de 12 cm de diámetro, cuya temperatura de superficie externa es de 90 °C, pasa a través de un área abierta que no está protegida contra el viento. Determine la tasa de pérdida de calor de la tubería por unidad de su longitud cuando el aire está a una presión de 1 atm y 7 °C. El viento sopla alrededor de la tubería a una velocidad de 65 km/h.

7-72 C&S Dos placas de metal están conectadas por un perno de cobre-silicio ASTM B98 largo. Fluye aire a 250 °C a 17 m/s entre las placas y a través del perno cilíndrico. El diámetro del perno es de 9.5 mm y la longitud del perno expuesto al aire es de 10 cm. La temperatura máxima de uso para el perno ASTM B98 es 149 °C (código ASME para tuberías de proceso, ASME B31.3-2014, tabla A-2M). La temperatura del perno se mantiene mediante un mecanismo de enfriamiento con la capacidad de eliminar calor a una tasa de 30 W. Determine si el calor extraído del perno es suficiente para mantener el perno a 149 °C o menos.

7-73 Se coloca una varilla cilíndrica larga calentada en un flujo cruzado de aire a 20 °C (1 atm) con una velocidad de 10 m/s. La varilla tiene un diámetro de 5 mm y su superficie tiene una emisividad de 0.95. Si la temperatura ambiente es de 20 °C y el flujo de calor disipado de la barra es de 16 000 W/m^2, determine la temperatura de la superficie de la barra. Evalúe las propiedades del aire a 70 °C.

7-74I Una persona extiende sus brazos descubiertos hacia el aire en movimiento en el exterior a 54 °F y 30 mph para sentir de cerca la naturaleza que le rodea (figura P7-74E). Inicialmente, la temperatura de la piel del brazo es de 84 °F. Tratando el brazo como un cilindro de 2 pies de largo y 3 pulgadas de diámetro, determine la tasa de pérdida de calor del brazo.

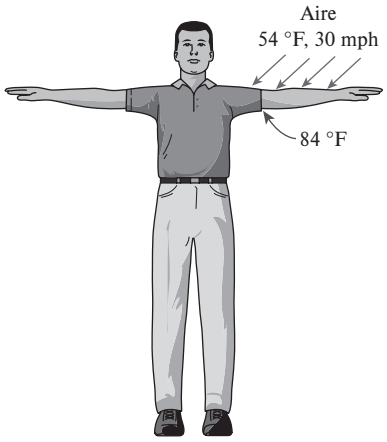


FIGURA P7-74I

7-75I Reconsidere el problema 7-74I. Usando software apropiado, investigue los efectos de la temperatura del aire y la velocidad del viento en la tasa de pérdida de calor del brazo. Considere que la temperatura del aire varía en un rango de 20 a 80 °F y la velocidad del viento de 10 mph a 40 mph. Grafique la tasa de pérdida de calor en función de la temperatura del aire y de la velocidad del viento, y analice los resultados.

7-76 En una planta de energía geotérmica, el agua geotérmica usada a 80 °C ingresa a una tubería no aislada de 15 cm de diámetro y 400 m de largo, a una tasa de 8.5 kg/s y sale a 70 °C antes de reingresar nuevamente a la tierra. El aire en movimiento a 15 °C fluye de manera perpendicular a la tubería. Sin tener en cuenta la radiación, determine la velocidad media del viento en km/h.

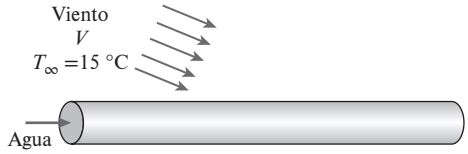


FIGURA P7-76

7-77 C&S En una pieza de equipo criogénico, dos placas de metal están conectadas por un perno largo de acero inoxidable ASTM A437 B4B. Gas frío, a –70 °C, fluye entre las placas y a través del perno cilíndrico. El gas tiene una conductividad térmica de 0.02 W/m · K, una viscosidad cinemática de 9.3×10^{-6} m^2/s, y un número de Prandtl de 0.74. El diámetro del perno es de 9.5 mm, y la longitud del perno expuesto al gas es de 10 cm. La temperatura mínima adecuada para el perno de acero inoxidable ASTM A437 B4B es –30 °C (código ASME para tuberías de proceso, ASME B31.3-2014, tabla A-2M). La temperatura del perno se mantiene mediante un mecanismo de calentamiento capaz de proporcionar calor a 15 W. Determine la velocidad máxima que puede alcanzar el gas sin enfriar el perno por debajo de la temperatura mínima adecuada de –30 °C.

7-78 Una línea de transmisión eléctrica de 5 mm de diámetro transporta una corriente eléctrica de 50 A y tiene una resistencia de 0.002 ohm por metro de longitud. Determine la temperatura de la superficie del cable durante un día con viento cuando la temperatura del aire es de 10 °C y el viento sopla alrededor de la línea de transmisión a 50 km/h.

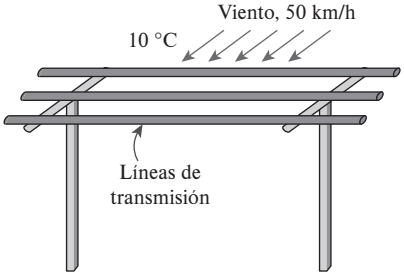


FIGURA P7-78

7-79 Reconsidere el problema 7-78. Usando el software apropiado, investigue el efecto de la velocidad del viento en la temperatura de la superficie del cable. Considere que la velocidad del viento varía en un rango de 10 km/h a 80 km/h. Grafique la temperatura de la superficie en función de la velocidad del viento y analice los resultados.

7-80 Se extruye un alambre de aluminio largo de 3 mm de diámetro a una temperatura de 280 °C. El cable se somete a un flujo de aire cruzado a 20 °C a una velocidad de 6 m/s. Determine la velocidad de transferencia de calor desde el cable al aire por metro de longitud cuando se expone por primera vez al aire.

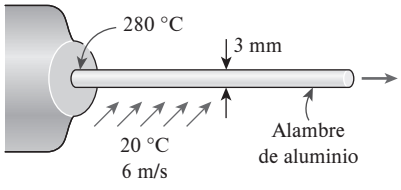


FIGURA P7-80

7-81I Considere a una persona que está tratando de mantenerse templada en un día caluroso de verano encendiendo un ventilador y exponiendo todo su cuerpo al flujo de aire. La temperatura del aire es de 85 °F y el ventilador sopla aire a una velocidad de 6 pies/s. Si la persona realiza un trabajo ligero y genera calor apreciable a una tasa de 300 Btu/h, determine la temperatura promedio de la superficie externa (piel o ropa) de la persona. Puede tratarse el cuerpo humano promedio como un cilindro de 1 pie de diámetro con un área de superficie expuesta de 18 pies^2. Haga caso omiso de cualquier transferencia de calor por radiación. ¿Cuál sería su respuesta si la velocidad del aire se duplica? Evalúe las propiedades del aire a 100 °F. *Respuestas:* 95.1 °F, 91.6 °F

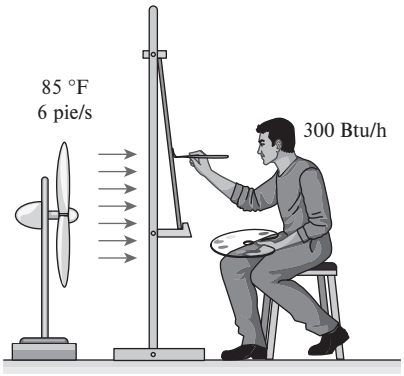


FIGURA P7-81I

7-82I Un cable de resistencia eléctrica de 1.5 pie de largo y 1.5 kW, está hecho de acero inoxidable de 0.1 pulg de diámetro (k = 8.7 Btu/h·pie·°F). El cable de resistencia opera en un ambiente a 85 °F. Determine la temperatura de la superficie del cable si es enfriado por un ventilador que sopla aire a una velocidad de 20 pies/s. Para evaluar las propiedades del aire, la temperatura de la película se debe encontrar de forma iterativa. Como suposición inicial, estime que la temperatura de la película es de 200 °F.

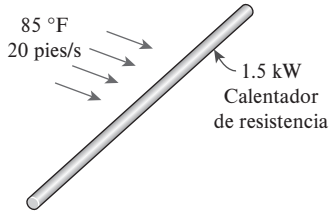


FIGURA P7-82I

7-83 Un componente electrónico cilíndrico de 0.4 W con un diámetro de 0.3 cm y una longitud de 1.8 cm está montado en una placa de circuito y es enfriado por el aire que lo atraviesa a una velocidad de 240 m/min. Si la temperatura del aire es de 35 °C, determine la temperatura de la superficie del componente. Para evaluar las propiedades del aire, suponga una temperatura de película de 50 °C. ¿Es esta una buena suposición?

7-84 Considere un tanque de agua caliente de 50 cm de diámetro y 95 cm de altura. El tanque se coloca en el techo de una casa. El agua dentro del tanque se calienta a 80 °C mediante un colector solar de placa plana durante el día. Luego, el tanque se expone al aire en movimiento a 18 °C con una velocidad promedio de 40 km/h durante la noche. Estime la temperatura del tanque después de un período de 45 minutos. Suponga que la superficie del tanque está a la misma temperatura que el agua en el interior y que el coeficiente de transferencia de calor en las superficies superior e inferior es el mismo que en la superficie lateral. Evalúe las propiedades del aire a 50 °C.

7-85 Reconsidere el problema 7-84. Usando un software apropiado, grafique la temperatura del tanque en función del tiempo de enfriamiento, para el intervalo de tiempo de 30 min a 5 h, y discuta los resultados.

7-86 Durante una visita a cierta planta, se notó que una sección de 12 m de largo de una tubería de vapor de 12 cm de diámetro está completamente expuesta al aire ambiente. Las mediciones de temperatura indican que la temperatura promedio de la superficie externa de la tubería de vapor es de 75 °C cuando la temperatura ambiente es de 5 °C. Considere que también hay vientos ligeros en la zona a 25 km/h. La emisividad de la superficie exterior de la tubería es de 0.8 y la temperatura promedio de las superficies que rodean la tubería, incluido el cielo, se estima en 0 °C. Determine la cantidad de calor perdido por el vapor durante un día de trabajo durante 10 h.

El vapor es suministrado por un generador de vapor que quema gas y tiene una eficiencia de 80%, y la planta visitada paga $1.05/therm de gas natural. Si la tubería está aislada y se ahorra 90% de la pérdida de calor, determine la cantidad de dinero que esta instalación ahorrará en un año como resultado de aislar las tuberías de vapor. Suponga que la planta opera todos los días del año durante 10 h. Indique claramente todas sus suposiciones.

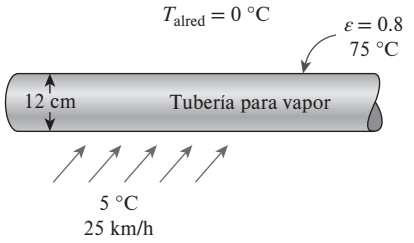


FIGURA P7-86

7-87 Reconsidere el problema 7-86. Parece haber cierta incertidumbre acerca de la temperatura promedio de las superficies que rodean la tubería utilizada en los cálculos de radiación, y se le pide que determine si hay alguna diferencia significativa en la transferencia de calor general. Repita los cálculos considerando que las temperaturas promedio de la superficie circundante son de −20 y 25 °C, respectivamente, y determine el cambio en los valores obtenidos.

7-88 Una botella cilíndrica de 10 cm de diámetro y 30 cm de altura contiene agua fría a 3 °C. La botella se coloca en aire en movimiento a 27 °C. La temperatura del agua es de 11 °C después de 45 minutos de enfriamiento. Sin tener en cuenta los

efectos de la radiación y la transferencia de calor desde las superficies superior e inferior, calcule la velocidad promedio del viento.

7-89 Los gases de escape de una fábrica se descargan a través de una chimenea de escape de 10 m de altura con un diámetro exterior de 1 m. Los gases de escape se descargan a una tasa de 1.2 kg/s, mientras que la caída de temperatura entre la entrada y la salida de la chimenea de escape es de 30 °C, y el calor específico a presión constante de los gases de escape es de 1 600 J/kg·K. En un día en particular, el viento a 27 °C sopla alrededor de la chimenea de escape con una velocidad de 10 m/s, mientras que la superficie externa de la chimenea de escape experimenta radiación con el ambiente a 27 °C. La radiación solar incide en la superficie externa de la chimenea de escape a una tasa de 1 400 W/m^2, y tanto la emisividad como la absorción solar de la superficie externa son 0.9. Determine la temperatura de la superficie exterior de la chimenea de escape. Evalúe las propiedades del aire a 80 °C.

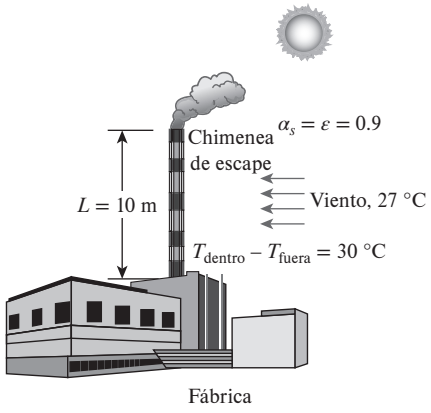


FIGURA P7-89

7-90 PtD La exposición a altas concentraciones de amoniaco gaseoso puede causar daño pulmonar. Para evitar que se escape, el amoniaco se transporta en estado líquido a través de una tubería (k = 25 W/m·K, $D_{i,\text{ tubería}}$ = 2.5 cm, $D_{o,\text{ tubería}}$ = 4 cm y L = 10 m). Dado que el amoniaco líquido tiene un punto de ebullición normal de –33.3 °C, la tubería debe aislarse adecuadamente para evitar que el calor circundante provoque que el amoniaco hierva. La tubería está situada en un laboratorio, donde el aire a 20 °C sopla alrededor de ella con una velocidad de 7 m/s. El coeficiente de transferencia de calor por convección del amoniaco líquido es de 100 W/m^2·K. Calcule el espesor mínimo de aislamiento para la tubería usando un material con k = 0.75 W/m·K necesario para mantener el flujo de amoniaco líquido a una temperatura promedio de –35 °C, mientras se mantiene la temperatura de la superficie exterior de la tubería aislada a 10 °C.

7-91 PtD Una cierta cantidad de aguanieve se transporta en una tubería (k = 15 W/m·K, D_i = 2.5 cm, D_o = 3 cm y L = 5 m) con una temperatura en la superficie interna de 0 °C. La condición ambiental que rodea la tubería tiene una temperatura de 20 °C y un punto de rocío de 100 °C. Un ventilador se encuentra cerca de la tubería, que sopla aire alrededor de la tubería a una velocidad de 2 m/s. Si la temperatura de la superficie exterior de la tubería cae por debajo del punto de rocío, puede producirse condensación en la superficie. Dado que esta tubería se encuentra cerca de dispositivos de alto voltaje, las gotas de agua de la condensación pueden causar un riesgo eléctrico. Para evitar accidentes, la superficie de la tubería debe estar aislada. Calcule el espesor mínimo de aislante para la tubería utilizando un material con k = 0.95 W/m·K para evitar que la temperatura de la superficie exterior caiga por debajo del punto de rocío.

7-92 Considere que fluye aire a 20 °C (1 atm) sobre una esfera de 5 cm de diámetro con una velocidad de 3.5 m/s. Si la temperatura de la superficie de la esfera es constante a 80 °C, determine *a*) el coeficiente de arrastre promedio en la esfera y *b*) la tasa de transferencia de calor desde la esfera.

7-93 Una bola de acero inoxidable (ρ = 8 055 kg/m^3, c_p = 480 J/kg·K) de diámetro D = 15 cm se retira del horno con una temperatura uniforme de 125 °C. Luego, la bola se somete a flujo de aire a una presión de 1 atm y 30 °C con una velocidad de 6 m/s. La temperatura de la superficie de la esfera finalmente cae a 75 °C. Determine el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio durante este proceso de enfriamiento y calcule cuánto tiempo duró este proceso.

7-94 Reconsidere el problema 7-93. Usando un software apropiado, investigue el efecto de la velocidad del aire en el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio y el tiempo de enfriamiento. Varíe la velocidad del aire en un rango de 1 m/s a 10 m/s. Grafique el coeficiente de transferencia de calor y el tiempo de enfriamiento en función de la velocidad del aire, y analice los resultados.

7-95 Una persona promedio genera calor a una tasa de 84 W mientras descansa. Suponiendo que una cuarta parte de este calor se pierde por la cabeza y sin tener en cuenta la radiación, determine la temperatura promedio de la superficie de la cabeza cuando no está cubierta y está sujeta a vientos a 10 °C y 12 km/h. La cabeza se puede aproximar como una esfera de 30 cm de diámetro. Suponga una temperatura superficial de 15 °C para evaluar μ_s. ¿Es esta una buena suposición? *Respuesta:* 14.9 °C.

7-96 Un foco incandescente es un dispositivo económico pero altamente ineficiente que convierte energía eléctrica en luz. Convierte aproximadamente 10% de la energía eléctrica que consume en luz mientras convierte 90% restante en calor. (Un foco fluorescente emitirá la misma cantidad de luz mientras consume solo un cuarto de la energía eléctrica y durará 10 veces más que una bombilla incandescente). La bombilla de vidrio del foco incandescente se calienta muy rápidamente, ya que absorbe todo ese calor, y luego lo disipa a los alrededores por convección y radiación.

Considere una bombilla de 10 cm de diámetro y 100 W enfriada por un ventilador que sopla aire a 30 °C hacia la bombilla a una velocidad de 2 m/s. Las superficies circundantes también están a 30 °C y la emisividad del vidrio es 0.9. Suponiendo que 10% de la energía pasa a través de la bombilla de vidrio como luz con una absorción insignificante y el resto de la energía es absorbida y disipada por la misma bombilla, determine la temperatura de equilibrio de la bombilla de vidrio. Suponga una temperatura superficial de 100 °C para la evaluación de μ_s. ¿Es esta una buena suposición?

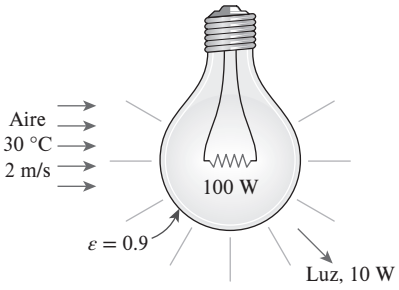


FIGURA P7-96

7-97 Un tanque esférico de 0.4 m de diámetro y de espesor insignificante contiene agua helada a 0 °C. Sobre el tanque fluye aire a 25 °C con una velocidad de 3 m/s. Determine la tasa de transferencia de calor al tanque y la velocidad a la que se derrite el hielo. El calor específico de fusión del agua a 0 °C es 333.7 kJ/kg.

7-98 En cierto experimento, la temperatura de una corriente de aire caliente debe medirse mediante un termopar con una unión esférica. Debido a la naturaleza de este experimento, el tiempo de respuesta del termopar para registrar 99% de la diferencia en la temperatura inicial debe ocurrir dentro de los primeros 5 s. Las propiedades de la unión del termopar son $k = 35$ W/m·K, $\rho = 8\ 500$ kg/m^3 y $c_p = 320$ J/kg·K. El aire caliente tiene una velocidad y una temperatura de flujo libre de 3 m/s y 14 °C, respectivamente. Si la temperatura inicial de la unión del termopar es de 20 °C, determine el diámetro de la unión del termopar que cumplirá con el tiempo de respuesta requerido de 5 s. *Sugerencia:* utilice el análisis del sistema agrupado para determinar el tiempo requerido para que el termopar registre 99% de la diferencia de la temperatura inicial (verifique la aplicación de este método a este problema).

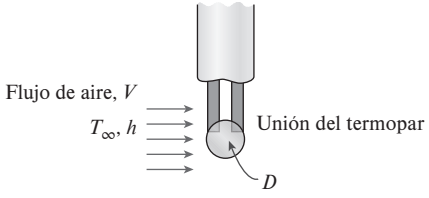


FIGURA P7-98

7-99 Reconsidere el problema 7-98. Usando un software apropiado, evalúe el efecto de la velocidad del aire caliente en el diámetro de la unión del termopar que cumplirá con el tiempo de respuesta requerido de 5 s. Varíe la velocidad del aire caliente de 1 a 10 m/s, y grafique el diámetro de la unión del termopar en función de la velocidad del aire.

7-100 Se utiliza un termopar con un diámetro de unión esférica de 1 mm para medir la temperatura de una corriente de gas hidrógeno. Las propiedades de la unión del termopar son $k = 35$ W/m·K, $\rho = 8\ 500$ kg/m^3 y $c_p = 320$ J/kg·K. El gas de hidrógeno, que se comporta como un gas ideal a 1 atm, tiene una temperatura de flujo libre de 200 °C. Si la temperatura inicial de la unión del termopar es de 10 °C, evalúe el tiempo para que el termopar registre 99% de la diferencia de la temperatura inicial a diferentes velocidades de flujo libre del gas hidrógeno. Usando el software apropiado, lleve a cabo esta evaluación variando la velocidad de flujo libre de 1 a 100 m/s. Luego, grafique el tiempo de respuesta del termopar y el coeficiente de transferencia de calor por convección en función de la velocidad de flujo libre. *Sugerencia:* utilice el análisis del sistema agrupado para determinar el tiempo requerido para que el termopar registre 99% de la diferencia de la temperatura inicial (verifique la aplicación de este método a este problema).

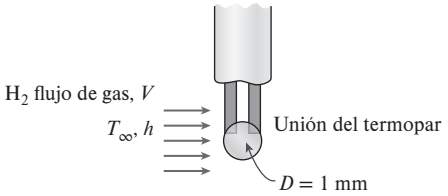


FIGURA P7-100

7-101 PtD Un tanque esférico de vidrio ($k = 1.1$ W/m·K) se llena con productos químicos que experimentan reacción exotérmica. La reacción mantiene la temperatura de la superficie interna del tanque a 80 °C. El tanque tiene un radio interno de 0.5 m y su espesor de pared es de 10 mm. El tanque está situado en un entorno con una temperatura ambiente de 15 °C y un coeficiente de transferencia de calor por convección de 70 W/m^2·K, y la superficie exterior del tanque se está enfriando por el aire que fluye alrededor de él a 5 m/s. Para evitar quemaduras térmicas en las personas que trabajan alrededor del contenedor, es necesario mantener la temperatura de la superficie externa del tanque por debajo de 50 °C. Determine si la temperatura de la superficie exterior del tanque es segura ante los riesgos de quemaduras térmicas.

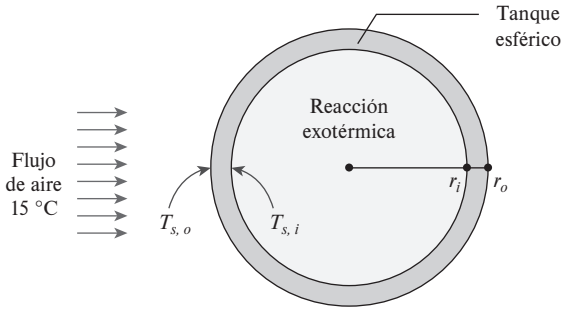


FIGURA P7-101

7-102 Los componentes de un sistema electrónico están ubicados en un conducto horizontal de 1.5 m de longitud cuya sección transversal es de 20 cm × 20 cm. No se permite que los componentes en el conducto entren en contacto directo con el aire de enfriamiento y, por tanto, se enfrían con aire a 30 °C que fluye sobre el conducto con una velocidad de 200 m/min. Si la temperatura de la superficie del conducto no supera los

65 °C, determine la potencia nominal total de los dispositivos electrónicos que se pueden montar en el conducto.

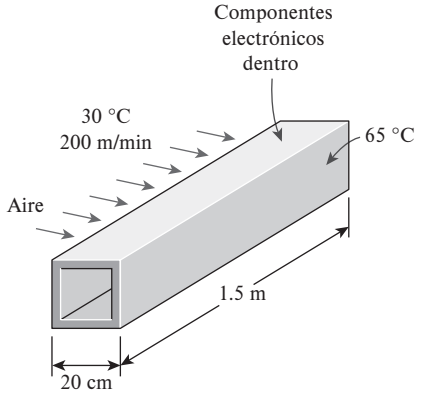


FIGURA P7-102

7-103 Repita el problema 7-102 para una ubicación a una altitud de 3 000 m donde la presión atmosférica es 70.12 kPa.

7-104 C&S Dos placas de metal están conectadas por una barra larga de acero inoxidable ASTM A479 904L. Fluye aire a 340 °C a 25 m/s entre las placas y a través de la barra. La barra tiene una sección transversal cuadrada con un ancho de 10 mm, y la longitud de la barra expuesta al aire caliente es de 10 cm. La temperatura máxima de uso para ASTM A479 904L es 260 °C (código ASME para tuberías de proceso, ASME B31.3-2014, tabla A-1M). La temperatura de la barra se mantiene mediante un mecanismo de enfriamiento capaz de eliminar el calor a una tasa de 50 W. Determine si el calor extraído de la barra es suficiente para mantener la barra a 260 °C o menos.

7-105 La superficie de un letrero en la calle, de 0.2 m × 0.2 m, tiene una capacidad de absorción de 0.6 y una emisividad de 0.7, mientras que el letrero está sujeto a un viento de flujo cruzado a 20 °C con una velocidad de 1 m/s. Incide radiación solar en el letrero de la calle a una tasa de 1 100 W/m^2, y la temperatura ambiente es de 20 °C. Determine la temperatura de la superficie del letrero en la calle. Evalúe las propiedades del aire a 30 °C. Considere la superficie de la señal como una placa vertical en flujo cruzado.

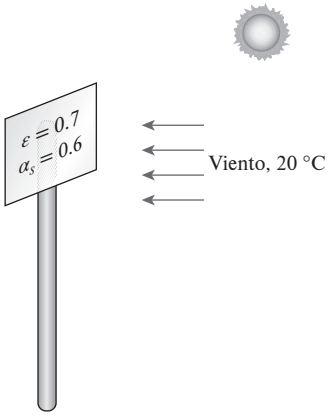


FIGURA P7-105

7-106 Una lámina recubierta se seca con aire caliente que sopla en flujo cruzado sobre la superficie de la lámina. La temperatura de la superficie de la lámina es constante en 90 °C, mientras que la velocidad y la temperatura del aire son 0.3 m/s y 110 °C, respectivamente. La longitud de la lámina sometida al aire caliente que sopla es de 1 m de largo. Determine el coeficiente de transferencia de calor por convección y el flujo de calor agregado a la superficie de la lámina. Considere a la lámina recubierta como una placa vertical en flujo cruzado.

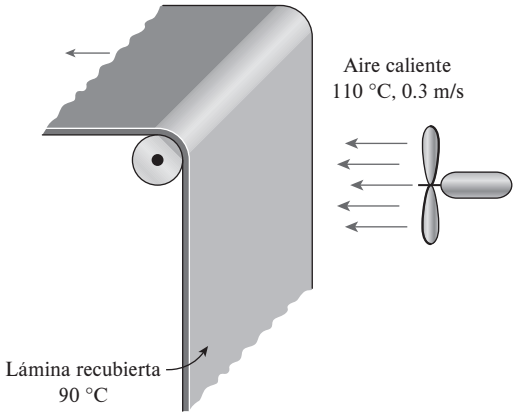


FIGURA P7-106

7-107 Reconsidere el problema 7-106. Usando software apropiado, evalúe el efecto de la velocidad del aire caliente en el coeficiente de transferencia de calor por convección. Varíe la velocidad del aire caliente de 0.15 a 0.35 m/s, grafique el coeficiente de transferencia de calor por convección en función de la velocidad del aire.

Fluidos a través de bancos de tubos

7-108C En el flujo a través de bancos de tubos, ¿cómo varía el coeficiente de transferencia de calor con el número de fila en la dirección del flujo?, ¿cómo varía en la dirección transversal para una fila dada?

7-109C En el flujo a través de bancos de tubos, ¿por qué el número de Reynolds se basa en la velocidad máxima en lugar de la velocidad de aproximación uniforme?

7-110 Un banco de tubos consta de 300 tubos a una distancia de 6 cm entre las líneas centrales de cualquiera de los dos tubos adyacentes. El aire se acerca al banco de tubos en la dirección perpendicular a 20 °C y 1 atm con una velocidad media de 6 m/s. Hay 20 filas en la dirección del flujo con 15 tubos en cada fila con una temperatura de superficie promedio de 140 °C. Para un diámetro de tubo externo de 2 cm, determine el coeficiente promedio de transferencia de calor. Evalúe las propiedades del aire a una temperatura media supuesta de 70 °C y 1 atm.

7-111 Se debe calentar agua a 15 °C hasta que alcance los 65 °C pasándola sobre un conjunto de varillas calefactoras de resistencia de 1 cm de diámetro y 4 m de largo mantenidas a 90 °C. El agua se acerca al conjunto de varillas del calentador en la dirección perpendicular a una velocidad media de 0.8 m/s. Las varillas están dispuestas en línea con pasos longitudinales y

transversales de $S_L = 4$ cm y $S_T = 3$ cm. Determine el número de filas de tubos N_L en la dirección de flujo necesarias para lograr el aumento de temperatura indicado.

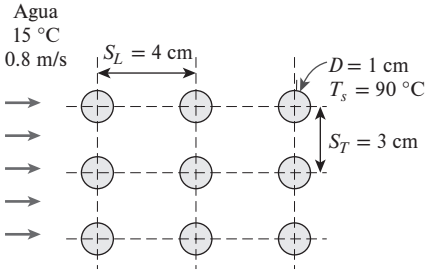


FIGURA P7-111

7-112 Se debe calentar un flujo de aire haciéndolo pasar sobre un banco de tubos de 3 m de largo dentro del cual se condensa vapor a 100 °C. El aire se acerca al banco de tubos en la dirección perpendicular a 20 °C y 1 atm con una velocidad media de 5.2 m/s. El diámetro exterior de los tubos es de 1.6 cm, y los tubos están escalonados con pasos longitudinales y transversales de $S_L = S_T = 4$ cm. Hay 20 filas en la dirección del flujo con 10 tubos en cada fila. Determine *a*) la tasa de transferencia de calor, *b*) la caída de presión a través del banco de tubos y *c*) la tasa de condensación de vapor dentro de los tubos. Evalúe las propiedades del aire a una temperatura media supuesta de 35 °C y 1 atm. ¿Es esta una buena suposición?

7-113 Repita el problema 7-112 para una disposición en línea de los tubos con $S_L = S_T = 6$ cm.

7-114 Se utilizan gases de escape a 1 atm y 300 °C para precalentar agua en una instalación industrial al pasarlos sobre un banco de tubos a través del cual fluye el agua a una velocidad de 6 kg/s. La temperatura media de la pared del tubo es de 80 °C. Los gases de escape se acercan al banco de tubos en la dirección perpendicular a 4.5 m/s. El diámetro exterior de los tubos es de 2.1 cm, y los tubos están dispuestos en línea con pasos longitudinales y transversales de $S_L = S_T = 8$ cm. Hay 16 filas en la dirección del flujo con ocho tubos en cada fila. Utilizando las propiedades del aire para los gases de escape, determine *a*) la tasa de transferencia de calor por unidad de longitud de los tubos, *b*) la caída de presión a través del banco de tubos y *c*) el aumento de temperatura del agua que fluye a través de los tubos por unidad de longitud de los tubos. Evalúe las propiedades del aire a una temperatura media supuesta de 250 °C y 1 atm. ¿Es esta una buena suposición?

7-115 Se debe enfriar aire en la sección del evaporador dentro de un refrigerador, pasándolo sobre un banco de tubos de 0.8 cm de diámetro exterior y 0.8 m de largo dentro del cual se evapora el refrigerante a –20 °C. El aire se acerca al banco de tubos en la dirección perpendicular a 0 °C y 1 atm con una velocidad media de 5 m/s. Los tubos están dispuestos en línea con pasos longitudinales y transversales de $S_L = S_T = 1.5$ cm. Hay 25 filas en la dirección del flujo con 15 tubos en cada fila. Determine *a*) la capacidad de refrigeración de este sistema y *b*) la caída de presión a través del banco de tubos. Evalúe las propiedades del aire a una temperatura media supuesta de −5 °C y 1 atm. ¿Es esta una buena suposición?

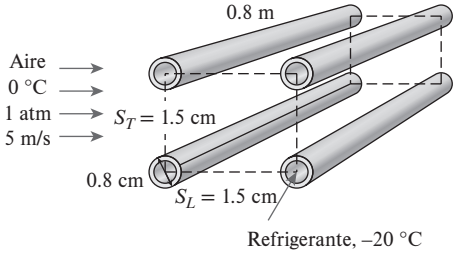


FIGURA P7-115

7-116 Repita el problema 7-115 resolviéndolo para una disposición escalonada con $S_L = S_T = 1.5$ cm, y compare el rendimiento del evaporador para las disposiciones en línea y escalonadas.

7-117 El aire de combustión en una fábrica debe precalentarse, antes de entrar en un horno, con agua caliente a 90 °C que fluye a través de tubos de un banco de tubos ubicado en un conducto. El aire ingresa al conducto a 15 °C y 1 atm con una velocidad media de 4.5 m/s, y fluye sobre los tubos en la dirección perpendicular. El diámetro exterior de los tubos es de 2.2 cm, y los tubos están dispuestos en línea con pasos longitudinales y transversales de $S_L = S_T = 5$ cm. Hay ocho filas en la dirección del flujo con ocho tubos en cada fila. Determine la tasa de transferencia de calor por unidad de longitud de los tubos y la caída de presión a través del banco de tubos. Evalúe las propiedades del aire a una temperatura media supuesta de 20 °C y 1 atm. ¿Es aceptable esta suposición?

7-118 Repita el problema 7-117 para una disposición escalonada con $S_L = S_T = 6$ cm.

Problemas de repaso

7-119 Fluye aire a 15 °C y 1 atm sobre una placa de 0.3 m de ancho a 65 °C a una velocidad de 3.0 m/s. Calcule las siguientes cantidades en $x = x_{cr}$:

a) El espesor de la capa límite hidrodinámica, en m
b) El coeficiente de fricción local
c) El coeficiente de fricción promedio
d) La fuerza de arrastre total debida a la fricción, en N
e) El coeficiente de transferencia de calor por convección local, en $W/m^2 \cdot K$
f) El coeficiente de transferencia de calor por convección promedio, en $W/m^2 \cdot K$
g) La tasa de transferencia de calor por convección, en W

7-120 Fluye aire en paralelo (1 atm, 5 °C) con una velocidad de flujo libre de 2 m/s sobre las superficies superior e inferior de una placa plana delgada estacionaria de 1 m × 1 m. La placa plana tiene una temperatura superficial uniforme de 35 °C. Determine *a*) el coeficiente promedio por fricción, *b*) el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección, y *c*) el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio utilizando la analogía de Reynolds modificada, y compare con el resultado obtenido en *b*).

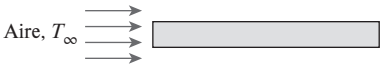


FIGURA P7-120

7-121 Se montan cuatro transistores de potencia, cada uno con una disipación de 10 W, en una delgada placa vertical de aluminio ($k = 237$ W/m · K) de 22 cm × 22 cm de tamaño. El calor generado por los transistores debe ser disipado por ambas superficies de la placa al aire circundante a 20 °C, que es soplado sobre la placa por un ventilador a una velocidad de 5 m/s. Se puede suponer que toda la placa es prácticamente isotérmica, y que el área de superficie expuesta del transistor es igual al área de su base. Determine la temperatura de la placa de aluminio. Evalúe las propiedades del aire a una temperatura de película de 40 °C y 1 atm.

7-122 Fluye aceite a 60 °C a una velocidad de 20 cm/s sobre una placa plana de 5.0 m de largo y 1.0 m de ancho, mantenida a una temperatura constante de 20 °C. Determine la velocidad de transferencia de calor del aceite a la placa si las propiedades promedio del aceite son $\rho = 880$ kg/m^3, $\mu = 0.005$ kg/m · s, $k = 0.15$ W/m · K y $c_p = 2.0$ kJ/kg · K.

7-123I El compartimento de pasajeros de una minivan que viaja a 70 mph puede modelarse como una caja rectangular de 3.2 pies de alto, 6 pies de ancho y 12 pies de largo cuyas paredes tienen un valor aislante de *R*-3 (es decir, una razón de conductividad térmica –espesor de la pared de 3 h · pie^2 · °F/Btu). El interior de la minivan se mantiene a una temperatura promedio de 70 °F durante un viaje por la noche, mientras que la temperatura del aire exterior es de 90 °F.

El coeficiente promedio de transferencia de calor en las superficies interiores de la camioneta es de 1.2 Btu/h · pie^2 · °F. Se puede suponer que el flujo de aire sobre las superficies exteriores es turbulento debido a las intensas vibraciones involucradas, y se puede considerar que el coeficiente de transferencia de calor en las superficies frontal y posterior es igual al de la superficie superior. Sin tener en cuenta ninguna ganancia o pérdida de calor por radiación, determine la tasa de transferencia de calor desde el aire ambiente a la camioneta. Estime que el flujo de aire es completamente turbulento debido a las intensas vibraciones involucradas. Use una temperatura de película de 80 °F para evaluar las propiedades del aire a 1 atm.

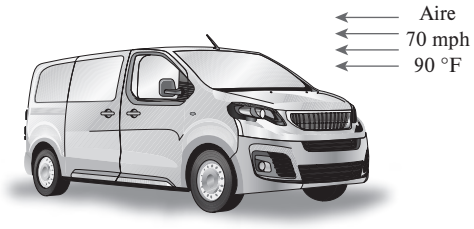


FIGURA P7-123I

7-124 Una placa delgada, cuadrada y plana mide 1.2 m en cada lado. Fluye aire a 10 °C sobre las superficies superior e inferior de una placa muy rugosa en una dirección paralela a un borde, con una velocidad de 48 m/s. La superficie de la placa se mantiene a una temperatura constante de 54 °C. La placa está montada en una báscula que mide una fuerza de arrastre de 1.5 N. Determine la tasa de transferencia de calor total de la placa al aire.

7-125 Considere una casa que se mantiene a una temperatura constante de 22 °C. Una de las paredes de la casa tiene tres ventanas de vidrio de un solo panel que tienen 1.5 m de alto y 1.8 m de largo. El vidrio ($k = 0.78$ W/m · K) tiene un grosor de 0.5 cm, y el coeficiente de transferencia de calor en la superficie interna del vidrio es 8 W/m^2 · K. Ahora comienza a soplar viento a 35 km/h paralelo a la superficie del muro. Si la temperatura del aire exterior es −2 °C, determine la tasa de pérdida de calor a través de las ventanas de esta pared. Suponga que la transferencia de calor por radiación es insignificante. Evalúe las propiedades del aire a una temperatura de película de 5 °C y 1 atm.

7-126 Un motor automotriz puede considerarse como un bloque rectangular de 0.4 m de alto, 0.60 m de ancho y 0.7 m de largo. La superficie inferior del bloque está a una temperatura de 75 °C y tiene una emisividad de 0.92. El aire ambiente está a 5 °C, y la superficie de la carretera está a 10 °C. Determine la tasa de transferencia de calor desde la superficie inferior del bloque del motor por convección y radiación a medida que el automóvil viaja a una velocidad de 60 km/h. Suponga que el flujo es turbulento en toda la superficie debido a la agitación constante del bloque del motor. ¿Cómo se verá afectada la transferencia de calor cuando se haya formado una capa de suciedad de 2 mm de espesor ($k = 3$ W/m · K) en la superficie inferior como resultado de la suciedad y el aceite recogidos por esa superficie con el tiempo? Suponga que la temperatura del metal debajo de la suciedad es todavía de 75 °C.

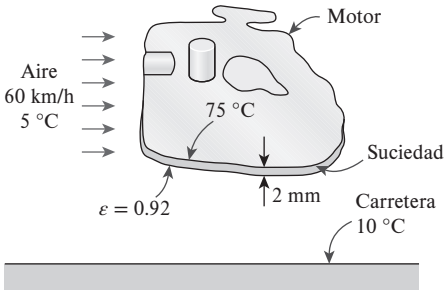


FIGURA P7-126

7-127I Se transporta una hoja de lámina de metal de 15 pies de largo en un transportador a una velocidad de 16 pies/s. Para curar el recubrimiento en la superficie superior de la lámina de metal, se utilizan lámparas infrarrojas que proporcionan un flujo radiante constante de 1 500 Btu/h · pie^2. El recubrimiento en la superficie superior de la hoja de metal tiene una capacidad de absorción de 0.6 y una emisividad de 0.7, mientras que la temperatura del aire ambiente es de 77 °F. La transferencia de calor por radiación ocurre solo en la superficie superior, mientras que la transferencia de calor por convección ocurre en las superficies superior e inferior de la lámina de metal. Deter-

mine la temperatura de la superficie de la hoja de metal. Evalúe las propiedades del aire a 180 °F.

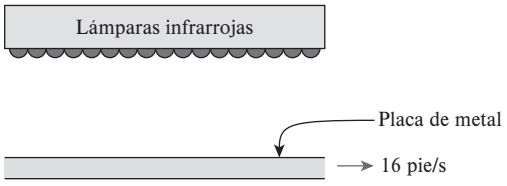


FIGURA P7-127I

7-128 Para descongelar el hielo acumulado en la superficie externa del parabrisas de un automóvil, se sopla aire caliente sobre la superficie interna del parabrisas. Considere un parabrisas de automóvil (k_w = 1.4 W/m·K) con una altura total de 0.5 m y un grosor de 5 mm. La temperatura ambiente del aire exterior (a 1 atm) es −20 °C, y la velocidad promedio del flujo de aire sobre la superficie exterior del parabrisas es de 80 km/h, mientras que la temperatura ambiente dentro del automóvil es de 25 °C. Determine el valor del coeficiente de transferencia de calor por convección para el aire caliente que sopla sobre la superficie interna del parabrisas necesaria para hacer que el hielo acumulado comience a derretirse. Suponga que el parabrisas puede tratarse como una superficie de placa plana.

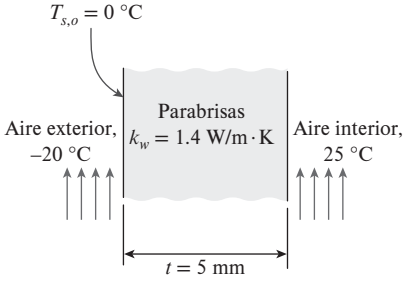


FIGURA P7-128

7-129 La presión atmosférica local en Denver, Colorado (elevación de 1 610 m), es 83.4 kPa. Considere que un flujo de aire a esta presión y 20 °C fluye con una velocidad de 8 m/s sobre una placa plana de 1.5 m × 6 m cuya temperatura es 140 °C. Determine la tasa de transferencia de calor desde la placa si el aire fluye paralelo a *a*) el lado de 6 m de largo y *b*) el lado de 1.5 m.

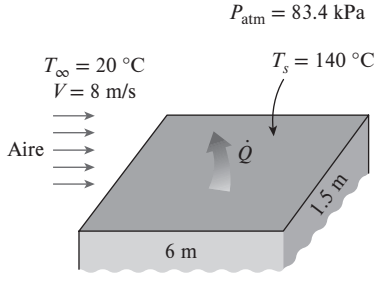


FIGURA P7-129

7-130 Se monta un chip de silicio de 20 mm × 20 mm de modo que los bordes estén al ras en un sustrato. El sustrato proporciona una longitud inicial sin calefacción de 20 mm que produce turbulencia. Un "turbulador" es un dispositivo que dispara la turbulencia en la capa límite de velocidad; por tanto, el flujo es turbulento sobre el chip. Considere flujo de aire a 25 °C (1 atm) con una velocidad de 25 m/s que se utiliza para enfriar la superficie superior del chip. Si la temperatura máxima de la superficie del chip no puede exceder los 75 °C, determine la disipación de potencia máxima permitida en la superficie del chip.

7-131 Fluye una corriente de aire a 1 atm, con una velocidad de 15 m/s de manera paralela sobre una placa plana de 3 m de largo donde hay una longitud inicial sin calentamiento de 1 m. La corriente de aire tiene una temperatura de 20 °C, y la sección caliente de la placa plana se mantiene a una temperatura constante de 80 °C. Determine *a*) el coeficiente de transferencia de calor por convección local en el borde posterior y *b*) el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio para la sección caliente.

7-132 En un esfuerzo por aumentar la eliminación de calor de una superficie caliente a 120 °C, se une a la superficie caliente una aleta cilíndrica (k_f = 237 W/m·K) con un diámetro de 5 mm. Fluye aire a 20 °C (1 atm) alrededor de la aleta con una velocidad de 10 m/s. Determine la tasa máxima posible de transferencia de calor desde la aleta de pasador. Evalúe las propiedades del aire a 70 °C.

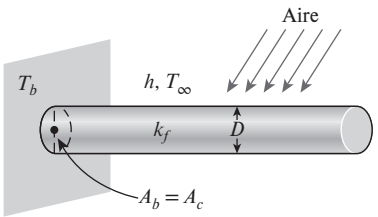


FIGURA P7-132

7-133 Considere a una persona que está tratando de mantenerse fresca en un día caluroso de verano encendiendo un ventilador y exponiendo su cuerpo al flujo de aire. La temperatura del aire es de 32 °C y el ventilador sopla aire a una velocidad de 5 m/s. Las superficies circundantes están a 40 °C, y se puede considerar que la emisividad de la persona es 0.9. Si la persona realiza un trabajo ligero y genera calor apreciable a una tasa de 90 W, determine la temperatura promedio de la superficie externa (piel o ropa) de la persona. El cuerpo humano promedio puede tratarse como un cilindro de 30 cm de diámetro con una superficie expuesta de 1.7 m^2. Evalúe las propiedades del aire a una temperatura de película de 35 °C y 1 atm. *Respuesta:* 36.2 °C

7-134I Un transistor con una altura de 0.32 pulg y un diámetro de 0.22 pulg está montado en una placa de un circuito. El transistor se enfría por el aire que fluye sobre él a una velocidad de 600 pie/min. Si la temperatura del aire es de 120 °F y la temperatura de la caja del transistor no debe superar los 180 °F, determine la cantidad de energía que este transistor puede disipar de manera segura.

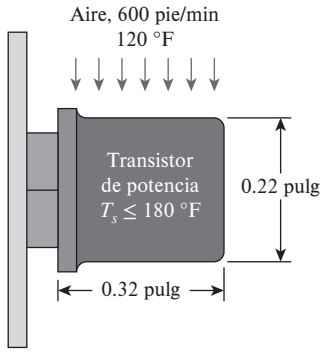


FIGURA P7-134I

7-135 Vapor a 250 °C fluye dentro de una tubería de acero inoxidable ($k = 15$ W/m · K) cuyos diámetros interior y exterior son 4 cm y 4.6 cm, respectivamente. La tubería está cubierta con aislante de fibra de vidrio de 3.5 cm de espesor ($k = 0.038$ W/m · K) cuya superficie externa tiene una emisividad de 0.3. Se pierde calor al aire y a las superficies alrededor a 3 °C por convección y radiación. Tomando el coeficiente de transferencia de calor dentro de la tubería como 80 W/m^2 · K, determine la tasa de pérdida de calor del vapor por unidad de longitud de la tubería cuando fluye aire alrededor de la tubería a 4 m/s. Evalúe las propiedades del aire a una temperatura de 10 °C y 1 atm.

7-136 Se coloca una varilla cilíndrica en un flujo cruzado de aire a 20 °C (1 atm) con una velocidad de 10 m/s. La varilla tiene un diámetro de 5 mm y una temperatura superficial constante de 120 °C. Determine *a*) el coeficiente de arrastre promedio, *b*) el coeficiente de transferencia de calor por convección usando la relación de Churchill y Bernstein, y *c*) el coeficiente de transferencia de calor por convección usando la tabla 7-1.

7-137 Se utiliza un tanque esférico de 0.55 m de diámetro interno hecho de acero inoxidable de 1 cm de espesor ($k = 15$ W/m · K) para almacenar agua helada a 0 °C. El tanque se encuentra al aire libre a 30 °C y está sujeto a vientos de 8 km/h. Suponiendo que todo el tanque de acero esté a 0 °C y, por tanto, que su resistencia térmica sea insignificante, determine *a*) la tasa de transferencia de calor al agua helada en el tanque y *b)* la cantidad de hielo a 0 °C que se derrite durante un periodo de 24 h. El calor específico de fusión del agua a presión atmosférica es $h_{if} = 333.7$ kJ/kg. Haga caso omiso de cualquier transferencia de calor por radiación.

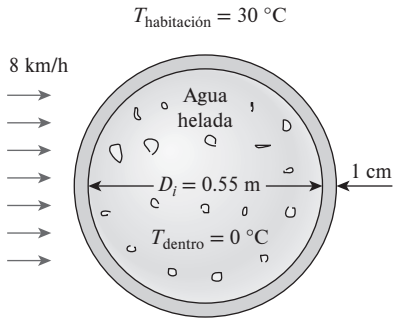


FIGURA P7-137

7-138 Repita el problema 7-137, suponiendo que la superficie interna del tanque esté a 0 °C pero teniendo en cuenta la resistencia térmica del tanque y la transferencia de calor por radiación. Suponga que la temperatura promedio de la superficie circundante para el intercambio de radiación es de 25 °C y que la superficie externa del tanque tiene una emisividad de 0.75. *Respuestas: a*) 379 W, *b*) 98.1 kg

7-139 Los elementos de un calentador eléctrico para cierto conducto están configurados como se muestra en la figura P7-139. Cada elemento tiene una longitud de 200 mm y una temperatura superficial uniforme de 350 °C. El aire atmosférico ingresa al calentador con una velocidad de 8 m/s y a una temperatura de 25 °C. Determine la tasa de transferencia de calor total y la temperatura del aire que sale del calentador. Ignore el cambio en las propiedades del aire como resultado del cambio en la temperatura del calentador. Evalúe las propiedades del aire a una temperatura media supuesta de 35 °C y 1 atm. ¿Es esta una buena suposición?

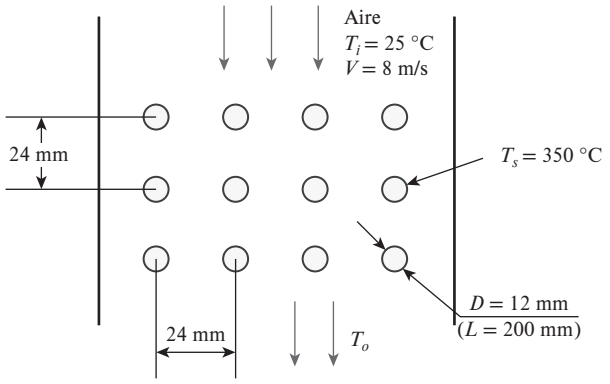


FIGURA P7-139

Problemas del examen de Fundamentos de ingeniería (FI)

7-140 Para el flujo laminar de un fluido a lo largo de una placa plana, uno esperaría el mayor coeficiente de transferencia de calor por convección local para los mismos números de Reynolds y Prandtl cuando:

a) Se mantiene la misma temperatura en la superficie
b) Se mantiene el mismo flujo de calor en la superficie
c) La placa tiene una sección sin calentar
d) La superficie de la placa está pulida
e) Ninguna de las anteriores

7-141 Aire a 20 °C fluye sobre una superficie de 4 m de largo y 3 m de ancho de una placa cuya temperatura es de 80 °C con una velocidad de 7 m/s. La longitud de la superficie para la cual el flujo permanece laminar es:

a) 0.9 m *b*) 1.3 m *c*) 1.8 m
d) 2.2 m *e*) 3.7 m

(Para el aire, use $k = 0.02735$ W/m · K, Pr = 0.7228, $\nu = 1.798 \times 10^{-5}$ m^2/s)

7-142 Aire a 20 °C fluye sobre una superficie de 4 m de largo y 3 m de ancho de una placa cuya temperatura es de 80 °C con

una velocidad de 5 m/s. La tasa de transferencia de calor desde la región de flujo laminar de la superficie es:

a) 950 W *b*) 1 037 W *c*) 2 074 W
d) 2 640 W *e*) 3 075 W

(Para el aire, use $k = 0.02735$ W/m·K, Pr = 0.7228, $\nu = 1.798 \times 10^{-5}$ m^2/s)

7-143 Fluye aceite del motor a 105 °C con una velocidad de 1.5 m/s sobre la superficie de una placa plana cuya temperatura es de 15 °C. La fuerza de arrastre local por unidad de superficie a 0.8 m del borde de ataque de la placa es:

a) 21.8 N/m^2 *b*) 14.3 N/m^2 *c*) 10.9 N/m^2
d) 8.5 N/m^2 *e*) 5.5 N/m^2

Para el aceite, use $\nu = 8.565 \times 10^{-5}$ m^2/s, $\rho = 864$ kg/m^3

7-144 Fluye aire ($k = 0.028$ W/m·K, Pr = 0.7) a 50 °C a lo largo de una placa plana de 1 m de longitud cuya temperatura se mantiene a 20 °C con una velocidad tal que el número de Reynolds al final de la placa es de 10 000. La transferencia de calor por unidad de ancho entre la placa y el aire es:

a) 20 W/m *b*) 30 W/m *c*) 40 W/m
d) 50 W/m *e*) 60 W/m

7-145 Fluye aire a 15 °C sobre una placa plana sometida a un flujo de calor uniforme de 240 W/m^2 con una velocidad de 3.5 m/s. La temperatura de la superficie de la placa a 6 m del borde de ataque es

a) 40.5 °C *b*) 41.5 °C *c*) 58.2 °C
d) 95.4 °C *e*) 134 °C

(Para el aire, use $k = 0.02551$ W/m·K, Pr = 0.7296, $\nu = 1.562 \times 10^{-5}$ m^2/s)

7-146 Fluye aire con una velocidad de 5 m/s a 20 °C sobre una superficie de 4 m de largo y 3 m de ancho de una placa cuya temperatura es de 80 °C. La tasa de transferencia de calor desde la superficie es:

a) 7 383 W *b*) 8 985 W *c*) 11 231 W
d) 14 672 W *e*) 20 402 W

(Para el aire, use $k = 0.02735$ W/m·K, Pr = 0.7228, $\nu = 1.798 \times 10^{-5}$ m^2/s)

7-147 Fluye agua con una velocidad de 1.5 m/s a 75 °C sobre una superficie de 2 m de largo y 2 m de ancho de una placa cuya temperatura es de 5 °C. La fuerza de arrastre total que actúa sobre la placa es:

a) 2.8 N *b*) 12.3 N *c* *c*) 13.7 N
d) 15.4 N *e*) 20.0 N

(Para el agua, use $\nu = 0.658 \times 10^{-6}$ m^2/s, $\rho = 992$ kg/ m^3)

7-148 Fluye aire con una velocidad de 4 m/s a 25 °C sobre un tubo liso de 5 cm de diámetro y 1.7 m de largo. Un refrigerante a −15 °C fluye dentro de la tubería, y la temperatura de la superficie de la tubería es esencialmente la misma que la temperatura del refrigerante en el interior. La fuerza de arrastre ejercida sobre el tubo por el aire es:

a) 0.4 N *b*) 1.1 N *c*) 8.5 N
d) 13 N *e*) 18 N

(Para el aire, use $\nu = 1.382 \times 10^{-5}$ m^2/s, $\rho = 1.269$ kg/m^3)

7-149 Fluye aire con una velocidad de 4 m/s a 25 °C sobre una tubería de 4 cm de diámetro y 1.7 m de largo. Un refrigerante a –15 °C fluye dentro de la tubería, y la temperatura de la superficie de la tubería es esencialmente la misma que la temperatura del refrigerante en el interior. Las propiedades del aire a la temperatura promedio son $k = 0.0240$ W/m·K, Pr = 0.735, $\nu = 1.382 \times 10^{-5}$ m^2/s. La tasa de transferencia de calor a la tubería es:

a) 126 W *b*) 245 W *c*) 302 W
d) 415 W *e*) 556 W

7-150 El agua de una cocina fluye a 10 °C sobre una tubería de 10 cm de diámetro con una velocidad de 1.1 m/s. Un flujo de agua geotérmica ingresa a la tubería a 90 °C y a una tasa de 1.25 kg/s. Para fines de cálculo, suponga que la temperatura de la superficie de la tubería es de 70 °C. Si el agua geotérmica va a salir de la tubería a 50 °C, la longitud requerida de la tubería es:

a) 1.1 m *b*) 1.8 m *c*) 2.9 m
d) 4.3 m *e*) 7.6 m

(Para ambas corrientes de agua, use $k = 0.631$ W/m·K, Pr = 4.32, $\nu = 0.658 \times 10^{-6}$ m^2/s, $c_p = 4\,179$ J/kg·K)

7-151 Viento a 30 °C fluye con una velocidad de 25 km/h sobre un tanque esférico de 0.5 m de diámetro que contiene agua helada a 0 °C. Si el tanque tiene una capa delgada con un material de alta conductividad térmica, la tasa a la que se derrite el hielo es:

a) 4.78 kg/h *b*) 6.15 kg/h *c*) 7.45 kg/h
d) 11.8 kg/h *e*) 16.0 kg/h

(Tome $h_{if} = 333.7$ kJ/kg y use los siguientes datos para el aire: $k = 0.02588$ W/m·K, Pr = 0.7282, $\nu = 1.608 \times 10^{-5}$ m^2/s, $\mu_\infty = 1.872 \times 10^{-5}$ kg/m·s, $\mu_s = 1.729 \times 10^{-5}$ kg/m·s)

7-152 Aire ambiente a 20 °C fluye con una velocidad de 4.2 m/s sobre un objeto esférico caliente de 30 cm de diámetro. Si la temperatura promedio de la superficie del objeto es de 200 °C, el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección durante este proceso es:

a) 8.6 W/m·K *b*) 15.7 W/m·K
c) 18.6 W/m·K *d*) 21.0 W/m·K
e) 32.4 W/m·K

(Para el aire, use $k = 0.2514$ W/m·K, Pr = 0.7309, $\nu = 1.516 \times 10^{-5}$ m^2/s, $\mu_\infty = 1.825 \times 10^{-5}$ kg/m·s, $\mu_s = 2.577 \times 10^{-5}$ kg/m·s)

7-153 Jakob (1949) sugiere que se utilice la siguiente correlación para tubos cuadrados en una situación de flujo cruzado de líquido:

$$\mathrm{Nu} = 0.102\ \mathrm{Re}^{0.675}\ \mathrm{Pr}^{1/3}$$

Fluye agua ($k = 0.61$ W/m·K, Pr = 6) a 50 °C a través de un tubo cuadrado de 1 cm con un número de Reynolds de 10 000 y una temperatura superficial de 75 °C. Si el tubo tiene 3 m de largo, entonces la tasa de transferencia de calor entre el tubo y el agua es:

a) 9.8 kW *b*) 12.4 kW *c*) 17.0 kW
d) 19.6 kW *e*) 24.0 kW

7-154 Fluye aire (Pr = 0.7, k = 0.026 W/m · K) a 200 °C a través de tubos de 3 cm de diámetro cuya temperatura superficial es de 50 °C con un número de Reynolds de 8 000. La correlación de transferencia de calor convectivo de Churchill y Bernstein (1977) para el número promedio de Nusselt en esta situación es:

$$\mathrm{Nu} = 0.3 + \frac{0.62\ \mathrm{Re}^{0.5}\ \mathrm{Pr}^{0.33}}{[1 + (0.4/\mathrm{Pr})^{0.67}]^{0.25}}$$

a) 1.3 kW/m^2 *b*) 2.4 kW/m^2 *c*) 4.1 kW/m^2
d) 5.7 kW/m^2 *e*) 8.2 kW/m^2

7-155 Jakob (1949) sugiere que se utilice la siguiente correlación para tubos cuadrados en una situación de flujo cruzado de líquido:

$$\mathrm{Nu} = 0.102\ \mathrm{Re}^{0.625}\ \mathrm{Pr}^{1/3}$$

Un chorro de agua (k = 0.61 W/m · K, Pr = 6) fluye a través de un tubo cuadrado de 1 cm^2 con un número de Reynolds de 10 000. El coeficiente de transferencia de calor por convección es:

a) 5.7 kW/m^2 · K *b*) 8.3 kW/m^2 · K
c) 11.2 kW/m^2 · K *d*) 15.6 kW/m^2 · K
e) 18.1 kW/m^2 · K

Problemas de diseño y ensayo

7-156 En promedio, las casas superaisladas usan solo 15% del combustible requerido para calentar un espacio habitacional promedio del mismo tamaño usado antes de la crisis energética de la década de 1970. Escriba un ensayo sobre viviendas superaisladas e identifique las características que las hacen tan eficientes energéticamente, así como los problemas asociados con ellas. ¿Considera que las casas superaisladas serán económicamente atractivas en su área de residencia?

7-157 Efectúe el siguiente experimento para determinar el coeficiente de pérdida de calor de su casa o departamento en W/°C o Btu/h · °F. Primero asegúrese de que las condiciones en la casa sean constantes y que la casa esté a la temperatura establecida del termostato. Use un termómetro de exteriores para supervisar la temperatura exterior. Una noche, usando un reloj o un cronómetro, determine cuánto tiempo estuvo encendido el calentador durante un periodo de 3 horas y registre la temperatura promedio al aire libre durante ese periodo. Luego, utilizando la potencia de salida de calor de su calentador, determine la cantidad de calor suministrado. Además, calcule la cantidad de generación de calor en la casa durante ese periodo observando la cantidad de personas, la potencia total de las luces que estaban encendidas y el calor generado por los electrodomésticos y equipos. Usando esa información, calcule la tasa promedio de pérdida de calor de la casa y el coeficiente de pérdida de calor.

7-158 La decisión de invertir en una instalación para ahorrar energía se toma considerando el tiempo necesario para que se recupere la inversión gracias al ahorro de energía proyectado (y, por tanto, su costo). La forma más fácil de decidir esto es calcular el periodo de recuperación simple al dividir el costo de instalación entre el ahorro monetario anual y comparándolo con la vida útil del producto. Este enfoque es adecuado para periodos cortos de recuperación (menos de cinco años) en economías estables con bajas tasas de interés (menos de 10%) ya que el error involucrado no es mayor que las incertidumbres. Sin embargo, si el periodo de recuperación de la inversión es largo, posiblemente sea necesario considerar la *tasa de interés*, si el dinero inicial fue un préstamo, o la *tasa de rendimiento*, si el dinero se invierte en otro propósito, en lugar de la instalación para conservación de energía. Por ejemplo, un periodo de recuperación simple de cinco años corresponde a 5.0, 6.12, 6.64, 7.27, 8.09, 9.919, 10.84 y 13.91 para una tasa de interés (o retorno de la inversión) de 0, 6, 8, 10, 12, 14, 16 y 18%, respectivamente. Averiguando las relaciones adecuadas de los libros de economía para ingeniería, determine los periodos de recuperación de la inversión para las tasas de interés indicadas anteriormente correspondientes a periodos de recuperación simples de 1 a 10 años.

Elemento de diseño: "Icono de C&S © McGraw-Hill Education; Icono de PtD © McGraw-Hill Education; arte de la computadora © McGraw-Hill Education"

CAPÍTULO

8

CONVECCIÓN FORZADA INTERNA

El flujo de líquido o de gas a través de tuberías o ductos, por lo general, se utiliza en aplicaciones de calentamiento y enfriamiento. El fluido en dichas aplicaciones es forzado a fluir por medio de un ventilador o una bomba a través de una sección de flujo lo suficientemente larga para lograr la transferencia de calor deseada. En este capítulo se pone particular atención a la determinación del *factor de fricción* y al *coeficiente de convección*, ya que están directamente relacionados con la *caída de presión* y la *velocidad de transferencia de calor*, respectivamente. Dichas cantidades se utilizan después para determinar el requerimiento de potencia de bombeo y la longitud de tubo requerida.

Existe una diferencia fundamental entre flujos externos e internos. En el caso del *flujo externo*, estudiado en el capítulo 7, el fluido tiene una superficie libre y, por tanto, la capa de frontera sobre la superficie es libre de crecer de manera indefinida. En el caso del *flujo interno*, sin embargo, el fluido está completamente confinado por las superficies interiores del tubo, de modo que existe un límite acerca de cuánto puede crecer la capa de frontera.

Este capítulo inicia con una descripción física general del flujo interno, la *velocidad promedio* y la *temperatura promedio*. Continúa con el estudio de las *longitudes hidrodinámicas* y *térmicas,* el *desarrollo del flujo* y el *flujo desarrollado totalmente.* Más adelante se obtienen los perfiles de temperatura y velocidad para un flujo laminar desarrollado totalmente y se desarrollan relaciones para el factor de fricción y el número de Nusselt. Por último, se presentan las relaciones empíricas para flujos en desarrollo y flujos desarrollados, y se demuestra su uso.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al terminar de estudiar este capítulo, usted deberá ser capaz de:

- Obtener la velocidad promedio a partir del conocimiento del perfil de velocidad, así como la temperatura promedio a partir del conocimiento del perfil de temperatura en un flujo interno.
- Tener una comprensión visual de las diferentes regiones de flujo en el flujo interno, como las regiones de flujo incipiente completamente desarrolladas, y calcular las longitudes hidrodinámicas y térmicas.
- Analizar el calentamiento y enfriamiento de un fluido circulando dentro de un tubo en condiciones de temperatura de superficie constante y de flujo de calor superficial constante, así como trabajar con la diferencia de temperatura media logarítmica.
- Obtener relaciones analíticas para el cálculo del perfil de velocidad, la caída de presión, el factor de fricción y el número de Nusselt en un flujo laminar totalmente desarrollado.
- Determinar el factor de fricción y el número de Nusselt en un flujo turbulento totalmente desarrollado utilizando relaciones empíricas y calcular la caída de presión y la velocidad de transferencia de calor.

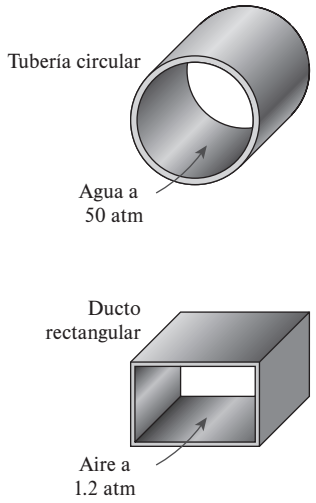


FIGURA 8-1

Las tuberías circulares pueden soportar grandes diferencias de presión entre su interior y su exterior sin que experimenten ninguna distorsión significativa; sin embargo, las tuberías no circulares no lo pueden hacer.

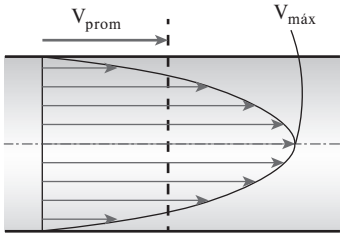


FIGURA 8-2

La velocidad promedio V_{prom} se define como la velocidad a la que pasa un fluido por la sección transversal de un tubo. Para un flujo laminar totalmente desarrollado por una tubería, V_{prom} es igual a la mitad de la velocidad máxima.

8-1 ▪ INTRODUCCIÓN

Los términos *tubería*, *ducto* y *conducto,* por lo general se utilizan de manera intercambiable para secciones de flujo. Las secciones de flujo de secciones circulares se conocen como *tuberías* (especialmente cuando el fluido es un líquido), y las secciones de flujo de secciones no circulares se conocen como *ductos* (en especial cuando el fluido es un gas). Las tuberías de pequeño diámetro se conocen como *tubos*. Dada esta ambigüedad, se utilizan frases más descriptivas (como *tubería circular* o *ducto rectangular*) siempre que sea necesario con el fin de evitar confusión.

Quizás habrá observado que la mayoría de los fluidos, especialmente los líquidos, se transportan a través de *tuberías circulares*. Esto debido a que las tuberías con sección transversal circular pueden soportar diferencias grandes de presión entre el interior y el exterior sin que sufran distorsiones severas. Las *tuberías no circulares* se utilizan por lo general en aplicaciones como los sistemas de calefacción y enfriamiento de edificios donde la diferencia de presión es relativamente pequeña, los costos de fabricación e instalación son más bajos y el espacio disponible está limitado por la tubería existente (figura 8-1). Para un área determinada, el tubo circular proporciona la mayor transferencia de calor para una caída de presión menor, lo cual explica la enorme popularidad de los ductos circulares en los equipos de transferencia de calor.

A pesar de que la teoría de flujo de fluidos es razonablemente bien comprendida, las soluciones teóricas son obtenidas solo para algunos casos sencillos, como el flujo laminar completamente desarrollado en una tubería circular. Por tanto, se debe confiar en los resultados experimentales y en las relaciones empíricas en la mayoría de los problemas sobre flujo de fluidos más que en soluciones analíticas de forma cerrada. Observando que los resultados experimentales se obtienen en condiciones de laboratorio controladas con cuidado y que no hay dos sistemas idénticos en la vida real, no debemos ser tan ingenuos como para considerar los resultados obtenidos como exactos. Un error de 10% (o más) en los cálculos de los factores de fricción realizados utilizando las relaciones presentadas en este capítulo es la norma más que la excepción.

La velocidad del fluido en una tubería cambia de *cero* en la pared debido a que la condición de no deslizamiento tiene un valor máximo en el centro de la tubería. En el flujo de fluidos es conveniente trabajar con una velocidad *promedio* V_{prom}, la cual permanece constante en un flujo incompresible cuando el área transversal de la tubería es constante (figura 8-2). La velocidad promedio en aplicaciones de calentamiento y enfriamiento puede cambiar de alguna forma debido a los cambios de la densidad con la temperatura. Sin embargo, en la práctica, se evalúan las propiedades de los fluidos a una temperatura promedio y se tratan como constantes. La conveniencia de trabajar con propiedades constantes justifica la ligera pérdida en precisión.

Además, la fricción entre las partículas del fluido en una tubería provoca un ligero aumento en la temperatura del fluido como resultado de la energía mecánica que está siendo convertida en energía térmica sensible. Sin embargo, este incremento de temperatura debido al *calentamiento por fricción* es, por lo general, muy pequeño como para garantizar cualquier consideración en los cálculos y, por tanto, no se toma en cuenta. Por ejemplo, en la ausencia de transferencia de calor no se puede detectar ninguna diferencia significativa entre las temperaturas de entrada y de salida de agua que fluye a través de una tubería. La consecuencia principal de la fricción en un flujo de fluidos es la caída de presión y, por tanto, cualquier cambio significativo en el fluido se debe a la transferencia de calor. Sin embargo, el calentamiento por fricción debe considerarse en flujos que involucren fluidos altamente viscosos con gradientes de velocidad grandes.

8-2 ▪ VELOCIDAD Y TEMPERATURA PROMEDIO

En un flujo externo, la velocidad de corriente libre sirvió como una velocidad de referencia conveniente para su uso en la evaluación del número de Reynolds y del coeficiente de fricción. En un flujo interno, no existe corriente libre, de modo que se necesita una alternativa. La velocidad del fluido en un tubo varía desde cero en la superficie debido a la condición de no deslizamiento hasta un máximo en el centro del tubo. Es conveniente trabajar con una **velocidad promedio** o **media** V_{prom}, la cual permanece constante para un flujo incompresible cuando la sección transversal del tubo es constante.

El valor de la velocidad promedio V_{prom} en alguna sección transversal se calcula a partir del requerimiento de que debe cumplirse el principio de la *conservación de la masa* (figura 8-2). Es decir,

$$\dot{m} = \rho V_{\text{prom}} A_c = \int_{A_c} \rho u(r)\, dA_c \tag{8-1}$$

donde $\dot{m}$ es la velocidad de flujo de masa, ρ es la densidad, A_c es la sección transversal y $u(r)$ es el perfil de velocidad. Entonces, la velocidad promedio para un flujo incompresible en una tubería circular de radio R se expresa como:

$$V_{\text{prom}} = \frac{\int_{A_c} \rho u(r)\, dA_c}{\rho A_c} = \frac{\int_0^R \rho u(r) 2\pi r\, dr}{\rho \pi R^2} = \frac{2}{R^2}\int_0^R u(r) r\, dr \tag{8-2}$$

De modo que una vez determinada la velocidad de flujo o el perfil de velocidad, la velocidad promedio se puede calcular fácilmente.

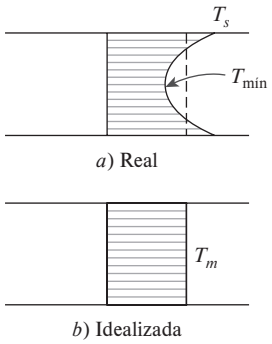
Cuando un fluido es calentado o enfriado a medida que este fluye a través de un tubo, la temperatura del fluido en cualquier sección transversal cambia desde un valor T_s en la superficie de la pared hasta su valor máximo (o mínimo en el caso de calentamiento) en el centro del tubo. En el flujo de fluidos, es conveniente trabajar con **la temperatura promedio** o **media** T_m, la cual permanece constante en la sección transversal. A diferencia de la velocidad media, la temperatura media T_m *cambia* en la dirección del flujo en cualquier momento en el que el fluido sea calentado o enfriado.

El valor de la temperatura media T_m se determina a partir del requerimiento de que se debe cumplir con el principio *de conservación de la energía*; es decir, la energía transportada por un fluido a través de la sección transversal en un flujo real debe ser igual a la energía que sería transportada a través de la misma sección transversal si el fluido estuviera a una temperatura constante T_m. Esto puede expresarse matemáticamente como (figura 8-3):

$$\dot{E}_{\text{fluido}} = \dot{m} c_p T_m = \int_{\dot{m}} c_p T(r)\delta\dot{m} = \int_{A_c} \rho c_p T(r) u(r) dA_c \tag{8-3}$$

donde c_p es el calor específico del fluido. Observe que el producto $\dot{m} c_p T_m$ en cualquier sección transversal a lo largo del tubo representa el *flujo de energía* con el fluido en esa sección transversal. Entonces, la temperatura media de un fluido con densidad y calor específico constantes fluyendo en una tubería circular de radio R puede expresarse como:

$$T_m = \frac{\int_{\dot{m}} c_p T(r)\delta\dot{m}}{\dot{m} c_p} = \frac{\int_0^R c_p T(r)\rho u(r) 2\pi r dr}{\rho V_{\text{prom}}(\pi R^2) c_p} = \frac{2}{V_{\text{prom}} R^2}\int_0^R T(r) u(r)\, r dr \tag{8-4}$$



a) Real

b) Idealizada

FIGURA 8-3

Perfil de temperatura real e idealizado para el flujo a través de un tubo (la velocidad a la que la energía es transportada con el fluido es la misma en ambos casos).

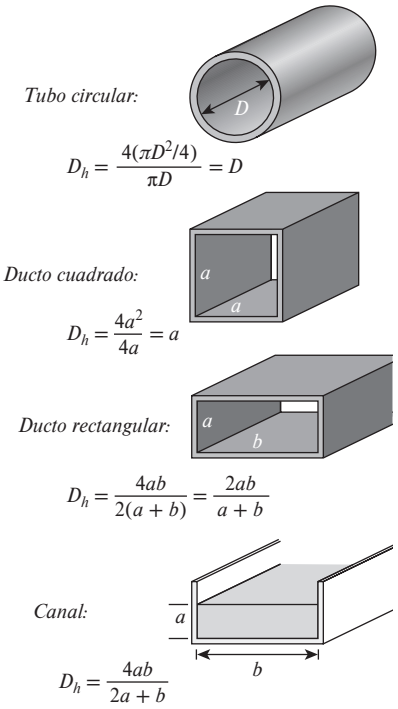


FIGURA 8-4

El diámetro hidráulico $D_h = 4A_c/p$ se define de manera que se reduce al diámetro convencional en el caso de tubos circulares. Cuando existe una superficie libre, como es el caso de un flujo de canal abierto, el perímetro mojado incluye solo las paredes en contacto con el fluido.

Observe que la temperatura media T_m de un fluido cambia durante el calentamiento o el enfriamiento. Asimismo, las propiedades del fluido en el flujo interno por lo general se evalúan a la *temperatura media del fluido abundante,* la cual es el promedio aritmético de la temperatura media a la entrada y a la salida; es decir, $T_b = (T_i + T_e)/2$.

Flujo laminar y turbulento en tubos

El flujo en un tubo puede ser laminar o turbulento, dependiendo de las condiciones del flujo. El flujo de fluidos es aerodinámico y, por tanto, laminar a bajas velocidades; sin embargo, se convierte en turbulento a medida que la velocidad aumenta más allá de un valor crítico. La transición de un flujo laminar a uno turbulento no se presenta súbitamente; en lugar de eso, ocurre en un determinado rango de velocidad donde el flujo fluctúa entre laminar y turbulento antes de convertirse por completo en flujo turbulento. En la mayoría de flujos en tubería que se pueden ver en la práctica, el flujo es turbulento. El flujo laminar se presenta cuando fluidos de muy elevada viscosidad, como el aceite, fluyen en tubos de pequeño diámetro o muy angostos.

Para un flujo en un tubo circular, el número de Reynolds se define como:

$$\mathrm{Re} = \frac{V_{\text{prom}} D}{\nu} = \frac{\rho V_{\text{prom}} D}{\mu} = \frac{\rho D}{\mu}\left(\frac{\dot{m}}{\rho \pi D^2/4}\right) = \frac{4\dot{m}}{\mu \pi D} \qquad \textbf{(8-5)}$$

donde V_{prom} es la velocidad de flujo promedio, D es el diámetro del tubo y $\nu = \mu/\rho$ es la viscosidad cinemática del fluido.

Para un flujo que pasa a través de tubos no circulares, el número de Reynolds, el número de Nusselt y el factor de fricción se basan en el **diámetro hidráulico** D_h definido como (figura 8-4):

$$D_h = \frac{4A_c}{p} \qquad \textbf{(8-6)}$$

donde A_c es la sección transversal del tubo y p es su perímetro mojado. El diámetro hidráulico se define de tal forma que se reduzca al diámetro convencional D para tubos circulares, puesto que:

Tubos circulares: $$D_h = \frac{4A_c}{p} = \frac{4\pi D^2/4}{\pi D} = D$$

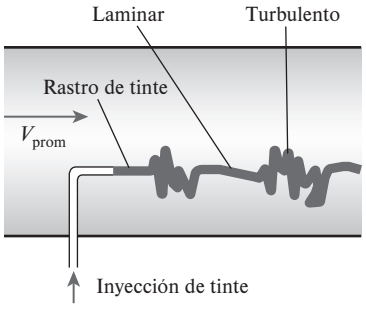


FIGURA 8-5

En la región de flujo transicional, el flujo cambia entre laminar y turbulento de manera aleatoria.

Es deseable tener valores precisos de los números de Reynolds para flujos laminares, transicionales y turbulentos; sin embargo, en la práctica no es así. Esto se debe a que la transición de flujo laminar a turbulento también depende del grado de perturbaciones del flujo provocadas por las *asperezas de la superficie, vibraciones de la tubería* y *fluctuaciones en el flujo.* En casi todas las condiciones prácticas, el flujo en un tubo es laminar para $\mathrm{Re} < 2\,300$, totalmente turbulento para $\mathrm{Re} > 10\,000$ y transicional en cualquier punto entre estos valores. No obstante, debe considerarse que en muchos casos el flujo se puede convertir en totalmente turbulento para $\mathrm{Re} > 4\,000$, como se comentará en el "Tema de interés especial" de este capítulo. Cuando se diseñan redes de tuberías y se calcula la potencia de bombeo, se toma un punto de vista conservador y los flujos con $\mathrm{Re} > 4\,000$ se consideran turbulentos.

En el flujo transicional, el flujo cambia entre laminar y turbulento de una manera muy desordenada (figura 8-5). Se debe tener en mente que el flujo laminar puede mantenerse a números de Reynolds mucho más elevados en tuberías muy parejas, evitando las perturbaciones en el flujo y las vibraciones en el tubo. En dichos expe-

rimentos controlados, el flujo laminar se ha mantenido a valores del número de Reynolds de hasta 100 000.

8-3 ▪ REGIÓN DE ENTRADA

Considere un fluido entrando a una tubería circular a una velocidad uniforme. Debido a la condición de no deslizamiento, las partículas de fluido en la capa en contacto con la pared de la tubería se detienen por completo; esta capa también provoca que las partículas de fluido en las capas adyacentes disminuyan su velocidad gradualmente como resultado de la fricción. Para contrarrestar dicha reducción de velocidad, la velocidad del fluido en la sección central de la tubería tiene que aumentar con el fin de mantener constante la velocidad del flujo de masa a través de la tubería. Como consecuencia, se desarrolla un gradiente de velocidad a lo largo de la tubería.

La región del flujo en la que los efectos de las fuerzas de corte viscosas provocadas por la viscosidad del fluido son percibidos se llama **capa límite de velocidad** o **capa límite**. La superficie de frontera hipotética divide el flujo en una tubería en dos regiones: **región de la capa límite**, en la que los efectos viscosos y los cambios de velocidad son significativos, y la **región de flujo irrotacional (núcleo)**, en la que los efectos friccionales son despreciables y la velocidad permanece esencialmente constante en la dirección radial.

El grosor de esta capa límite aumenta en la dirección del flujo hasta que alcanza el centro de la tubería y, por tanto, llena toda la tubería, como se muestra en la figura 8-6, y la velocidad se convierte en totalmente desarrollada un poco más adelante. La región desde la entrada de la tubería hasta el punto en el que el perfil de velocidad está totalmente desarrollado se llama **región de entrada hidrodinámica**, y la longitud de dicha región se llama **longitud de entrada hidrodinámica** L_h. El flujo en la región de entrada se llama *flujo hidrodinámicamente desarrollado*, puesto que esta es la región donde se desarrolla el perfil de velocidad. La región más allá de la región de entrada en la que el perfil de velocidad se desarrolla totalmente y permanece intacto se llama **región completamente desarrollada hidrodinámicamente**. El perfil de velocidad en la región totalmente desarrollada es *parabólico* en el flujo laminar, y de cierta forma *plano* o lleno en el flujo turbulento debido al movimiento de remolinos y a un mezclado más fuerte en una dirección radial.

Ahora considere un fluido a una temperatura uniforme ingresando a un tubo circular cuya superficie se mantiene a una temperatura diferente. Esta vez, las partículas de fluido en la capa en contacto con la superficie del tubo toman la temperatura de la superficie. Esto inicia la transferencia de calor por convección en el tubo y el desarrollo de una *capa límite térmica* a lo largo del tubo. El espesor de la capa límite también aumenta en la dirección del flujo hasta que la capa límite alcanza el centro del tubo y, por tanto, llena todo el tubo como se muestra en la figura 8-7.

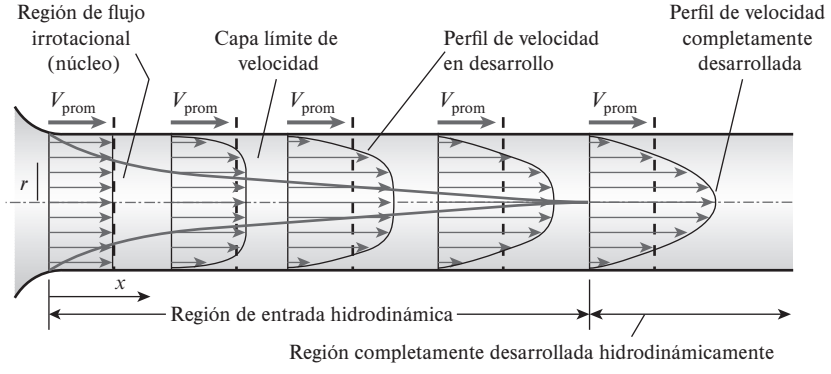


FIGURA 8-6

Desarrollo de la capa límite de velocidad en una tubería. (El perfil de velocidad promedio desarrollado es parabólico en el flujo laminar, como se muestra en la figura; sin embargo, es mucho más plano o lleno en el flujo turbulento).

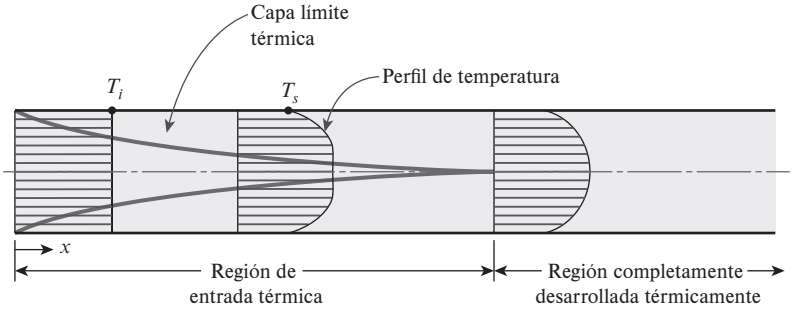


FIGURA 8-7
El desarrollo de la capa de frontera térmica en un tubo. (El fluido en el tubo es enfriado).

La región del flujo sobre la que la capa límite térmica se desarrolla y alcanza el centro del tubo se llama **región de entrada térmica**, y su longitud se llama **longitud de entrada térmica** L_t. El flujo en la región de entrada térmica se llama *flujo térmicamente de desarrollo*, puesto que es la región donde se desarrolla el perfil de temperatura. La región más allá de la región de entrada térmica en la que el perfil de temperatura adimensional expresada como $(T_s - T)/(T_s - T_m)$ permanece intacto se llama **región desarrollada térmicamente.** La región en la que el flujo es tanto hidrodinámica como térmicamente desarrollada, y el perfil de velocidad y el de temperatura adimensional permanecen intactos, se llama *flujo completamente desarrollado*. Es decir,

Completamente desarrollado hidrodinámicamente
$$\frac{\partial u(r, x)}{\partial x} = 0 \longrightarrow u = u(r) \qquad \textbf{(8-7)}$$

Completamente desarrollado térmicamente
$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{T_s(x) - T(r, x)}{T_s(x) - T_m(x)}\right] = 0 \qquad \textbf{(8-8)}$$

La tensión de corte en la pared del tubo τ_w se relaciona con la pendiente del perfil de velocidad en la superficie. Observando que el perfil de velocidad permanece intacto en la región completamente desarrollada hidrodinámicamente, la tensión de corte de la pared también permanece constante en dicha región. Un argumento similar se puede emitir acerca del coeficiente de transferencia de calor en la región totalmente desarrollada térmicamente.

En una región completamente desarrollada térmicamente, la derivada de $(T_s - T)/(T_s - T_m)$ respecto a x es cero por definición y, por tanto, $(T_s - T)/(T_s - T_m)$ es independiente de x. Entonces, la derivada de $(T_s - T)/(T_s - T_m)$ respecto a r debe ser también independiente de x; es decir,

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{T_s - T}{T_s - T_\mathrm{m}}\right)\bigg|_{r=R} = \frac{-(\partial T/\partial r)|_{r=R}}{T_s - T_\mathrm{m}} \neq f(x) \qquad \textbf{(8-9)}$$

El flujo de calor superficial puede expresarse como:

$$\dot{q}_s = h_x(T_s - T_m) = k\frac{\partial T}{\partial r}\bigg|_{r=R} \longrightarrow h_x = \frac{k(\partial T/\partial r)|_{r=R}}{T_s - T_m} \qquad \textbf{(8-10)}$$

la cual, de la ecuación 8-9, es independiente de x; así que se concluye que en la *región completamente desarrollada térmicamente de un tubo, el coeficiente de convección local es constante* (no varía respecto a x). Por ende, tanto *el factor de fricción local* f_x *(el cual se relaciona con la tensión de corte de pared local),* como el coeficiente de convección local h_x, permanecen constantes en las regiones completamente desarrolladas hidrodinámica y térmicamente, como se muestra en la figura 8-8 para un Pr > 1.

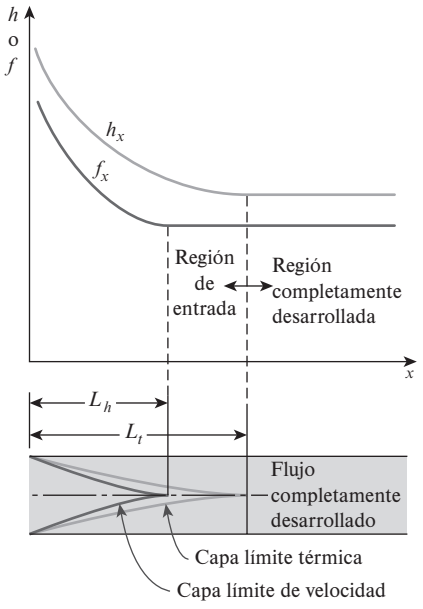


FIGURA 8-8
Variación del factor de fricción y coeficiente de transferencia de calor por convección en la dirección del flujo para un flujo en un tubo (Pr > 1).

Observe que el *perfil de temperatura* en la región completamente desarrollada térmicamente puede variar respecto a x en la dirección del flujo. A diferencia del perfil de velocidad, el de temperatura puede ser diferente en secciones transversales del tubo diferentes en la región desarrollada, y por lo general así es. Sin embargo, el perfil de temperatura adimensional definido antes permanece intacto en la región desarrollada térmicamente cuando la temperatura o flujo de calor en la superficie del tubo permanece constante.

Durante el flujo laminar en el tubo, la magnitud del número de Prandtl adimensional Pr es una medida del crecimiento relativo de las capas de frontera térmica y de velocidad. Para fluidos con $\Pr \approx 1$, como gases, las dos capas de frontera esencialmente coinciden entre sí. Para fluidos con $\Pr \gg 1$, por ejemplo, los aceites, la capa límite de velocidad es mucho mayor que la capa límite térmica. Como resultado, la longitud de entrada hidrodinámica es más pequeña que la longitud de entrada térmica. Lo contrario es válido para fluidos con $\Pr \ll 1$, como metales líquidos.

Se calienta un fluido (o se enfría) en un tubo a medida que fluye a través de este. La tensión de corte de la pared y el coeficiente de transferencia de calor tienen un valor *máximo* a la entrada del tubo donde el espesor de las capas límite es el más pequeño y decrecen gradualmente a los valores completamente desarrollados, como se muestra en la figura 8-8. Por tanto, la caída de presión y el flujo de calor son *muy elevados* en las regiones de entrada de un tubo, y el efecto de la región de entrada es siempre *aumentar* el factor de fricción promedio y el coeficiente de transferencia de calor del tubo entero. Esta mejora puede ser significativa en tubos cortos, pero despreciable para tubos largos.

Longitudes de entrada

La longitud de entrada hidrodinámica, por lo general, se toma como la distancia respecto a la entrada del tubo donde la tensión de corte de la pared (y, por tanto, el factor de fricción) llega a un valor que está dentro de 2% del valor completamente desarrollado. En un *flujo laminar*, las longitudes de entrada hidrodinámica y térmica están dadas como [consulte Kays y Crawford (1993) y Shah y Bhatti (1987)]:

$$L_{h,\,\text{laminar}} \approx 0.05\,\text{Re}\,D \tag{8-11}$$

$$L_{t,\,\text{laminar}} \approx 0.05\,\text{Re}\,\Pr\,D = \Pr\,L_{h,\,\text{laminar}} \tag{8-12}$$

Para $\text{Re} = 20$, la longitud de entrada hidrodinámica es de aproximadamente el tamaño del diámetro; sin embargo, este aumenta de modo lineal con la velocidad. En el caso límite de $\text{Re} = 2\,300$, la longitud de entrada dinámica es $115D$. Cuando el flujo es simultáneamente desarrollado hidrodinámica y térmicamente, se requiere una longitud de entrada térmica más grande que para el flujo completamente desarrollado hidrodinámicamente. Meyer y Everts (2018a) sugieren reemplazar el coeficiente de 0.05 utilizado en la ecuación 8-12 por 0.12 para un flujo laminar por convección forzada desarrollado hidrodinámica y térmicamente de manera simultánea.

En el *flujo turbulento*, la intensa mezcla durante las fluctuaciones aleatorias por lo general eclipsa los efectos de la difusión molecular, y las longitudes de entrada hidrodinámicas y térmicas son casi del mismo tamaño e independientes del número de Prandtl.

La longitud de entrada es, como se esperaba, mucho más corta en el flujo turbulento y su dependencia del número de Reynolds es mucho más débil. En muchos flujos tubulares de interés práctico, los efectos de la entrada son insignificantes más allá de una longitud de tubo de 10 diámetros, y las longitudes de entrada hidrodinámica y térmica son aproximadamente como sigue:

$$L_{h,\,\text{turbulento}} \approx L_{t,\,\text{turbulento}} \approx 10D \tag{8-13}$$

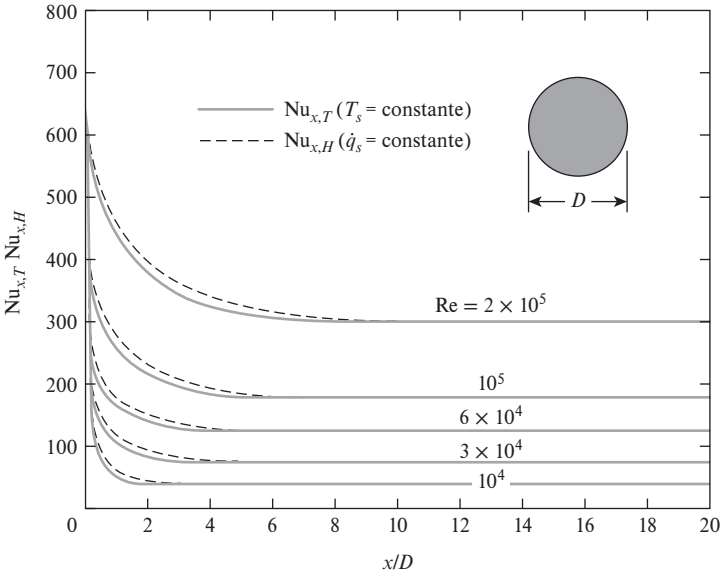


FIGURA 8-9

Variación del número de Nusselt local a lo largo de un tubo en flujo turbulento para temperatura superficial constante y flujo de calor superficial también constante.

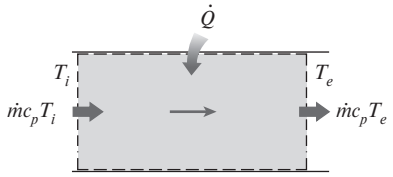
Fuente: Deissler, 1953.

La variación del número de Nusselt local a lo largo de un tubo en flujo turbulento para una temperatura superficial y un flujo de calor superficial constantes está dada en la figura 8-9 para el rango de números de Reynolds encontrados en equipo de transferencia de calor. Observaciones importantes de esta figura:

- Los números de Nusselt y, por tanto, los coeficientes de transferencia de calor por convección, son mucho más grandes en la región de entrada.
- El número de Nusselt alcanza un valor constante a una distancia menor a 10 diámetros, se puede asumir que el flujo está totalmente desarrollado para $x > 10D$.
- Los números de Nusselt para condiciones de temperatura de superficie constante y flujo de calor superficial constante son idénticos en las regiones totalmente desarrolladas y casi idénticas en las regiones de entrada. Así que el número de Nusselt es insensible al tipo de condición de frontera térmica, y las correlaciones para flujo turbulentos pueden utilizarse para cualquier tipo de condición de frontera.

Existen en la literatura correlaciones precisas para los coeficientes de transferencia de calor y de fricción para las regiones de entrada. Sin embargo, los tubos que se utilizan en la práctica en convección forzada son, por lo general, varias veces la longitud de cualquier región de entrada, y el flujo a través de los tubos a menudo se considera totalmente desarrollado para toda la longitud del tubo. Este enfoque simplista proporciona resultados *razonables* para la velocidad de transferencia de calor en tubos largos y resultados *conservadores* en tubos cortos.

Se debe tomar en cuenta que las observaciones anteriores son válidas solo para el flujo turbulento. Los valores del número de Nusselt en el flujo laminar son mucho menores que los de flujo turbulento, la distancia para que el número de Nusselt llegue a un valor constante es típicamente más grande y el flujo es sensible a las condiciones de frontera térmica impuestas al flujo.



Balance de energía:

$$\dot{Q} = \dot{m}c_p(T_e = T_i)$$

FIGURA 8-10

La transferencia de calor hacia un fluido circulando dentro de un tubo es igual al aumento de energía del fluido.

8-4 ▪ ANÁLISIS TÉRMICO GENERAL

Sin interacciones de trabajo (como el calentamiento por resistencia eléctrica), la ecuación de la conservación de la energía para el flujo estacionario de un fluido en un tubo puede expresarse como (figura 8-10):

$$\dot{Q} = \dot{m}c_p(T_e - T_i) \quad \text{(W)} \qquad \textbf{(8-14)}$$

donde T_i y T_e son las temperaturas medias del fluido a la entrada y salida del tubo, respectivamente, y $\dot{Q}$ es la velocidad de transferencia de calor hacia y desde el fluido. Observe que la temperatura del fluido que circula en un tubo permanece constante en ausencia de cualquier interacción de energía a través de la pared del tubo.

Las condiciones térmicas en la superficie pueden aproximarse con precisión razonable a una *temperatura superficial constante* (T_s = constante), o un *flujo de calor superficial constante* ($\dot{q}_s$ = constante). Por ejemplo, la condición de temperatura superficial constante se realiza cuando se presenta un proceso de cambio de fase, como una ebullición o una condensación en la superficie exterior de un tubo. La condición de flujo de calor superficial constante se lleva a cabo cuando el tubo está sujeto a radiación o calentamiento por resistencia eléctrica de manera uniforme en todas direcciones.

El flujo de calor superficial se expresa como:

$$\dot{q}_s = h_x(T_s - T_m) \qquad (\text{W/m}^2) \tag{8-15}$$

donde h_x es el coeficiente de transferencia de calor *local,* y T_s y T_m son las temperaturas superficial y media del fluido en ese punto. Observe que la temperatura media del fluido T_m de un fluido circulando en un tubo debe variar durante los procesos de calentamiento o enfriamiento. Por tanto, cuando $h_x = h$ = constante, la temperatura superficial T_s debe cambiar cuando $\dot{q}_s$ = constante, y el flujo de calor superficial $\dot{q}_s$ debe cambiar cuando T_s = constante. Por tanto, se puede tener T_s = constante o $\dot{q}_s$ = constante en la superficie de un tubo, pero no ambos. A continuación se aborda la transferencia de calor por convección para estos dos casos comunes.

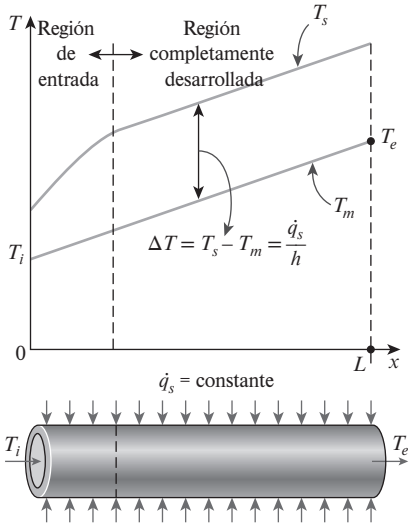


FIGURA 8-11

Variación de la *superficie del tubo* y de las temperaturas *medias del fluido* a lo largo de un tubo para el caso de flujo de calor superficial constante.

Flujo de calor superficial constante ($\dot{q}_s$ = constante)

En el caso de $\dot{q}_s$ = constante, la velocidad de transferencia de calor también puede expresarse como:

$$\dot{Q} = \dot{q}_s A_s = \dot{m}c_p(T_e - T_i) \qquad (\text{W}) \tag{8-16}$$

Entonces, la temperatura media del fluido a la salida del tubo es:

$$T_e = T_i + \frac{\dot{q}_s A_s}{\dot{m}c_p} \tag{8-17}$$

Observe que la temperatura media del fluido aumenta *linealmente* en la dirección del flujo en el caso de flujo de calor superficial constante, puesto que la superficie aumenta linealmente en la dirección del flujo (A_s es igual al perímetro, el cual es constante, multiplicado por la longitud del tubo).

La temperatura superficial en el caso de flujo de calor superficial constante $\dot{q}_s$ puede determinarse a partir de:

$$\dot{q}_s = h(T_s - T_m) \quad \longrightarrow \quad T_s = T_m + \frac{\dot{q}_s}{h} \tag{8-18}$$

En la región completamente desarrollada, la temperatura superficial T_s también se incrementará linealmente en la dirección del flujo, puesto que h es constante y, por tanto, $T_s - T_m$ = constante (figura 8-11). Desde luego, esto es válido cuando las propiedades del fluido permanecen constantes durante el flujo.

La pendiente de la temperatura media del fluido T_m en un diagrama T-x puede determinarse aplicando el balance de energía del flujo estacionario a una rebanada de grosor dx del tubo que se muestra en la figura 8-12. Da:

$$\dot{m}c_p\, dT_m = \dot{q}_s(p\,dx) \quad \longrightarrow \quad \frac{dT_m}{dx} = \frac{\dot{q}_s p}{\dot{m}c_p} = \text{constante} \tag{8-19}$$

donde p es el perímetro del tubo.

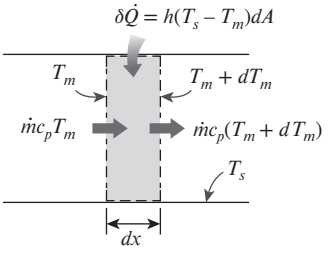


FIGURA 8-12

Interacciones de energía en un volumen de control diferencial de un tubo.

Observando que tanto $\dot{q}_s$ como h son constantes, la diferenciación de la ecuación 8-18 respecto a x da:

$$\frac{dT_m}{dx} = \frac{dT_s}{dx} \tag{8-20}$$

Asimismo, el requerimiento de que el perfil de temperatura adimensional permanece intacto en la región completamente desarrollada da:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{T_s - T}{T_s - T_m}\right) = 0 \quad \longrightarrow \quad \frac{1}{T_s - T_m}\left(\frac{\partial T_s}{\partial x} - \frac{\partial T}{\partial x}\right) = 0 \quad \longrightarrow \quad \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT_s}{dx} \tag{8-21}$$

puesto que $T_s - T_m =$ constante. Combinando las ecuaciones 8-19, 8-20 y 8-21 se obtiene:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT_s}{dx} = \frac{dT_m}{dx} = \frac{\dot{q}_s p}{\dot{m} c_p} = \text{constante} \tag{8-22}$$

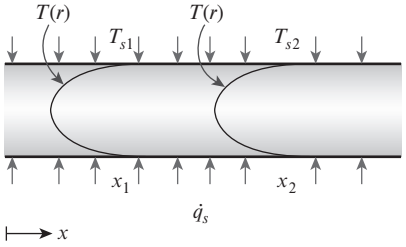


FIGURA 8-13

La forma del perfil de temperatura permanece intacta en la región completamente desarrollada de un tubo sometido a un flujo de calor superficial constante.

Entonces, cabe concluir que *en un flujo completamente desarrollado en un tubo sujeto a un flujo de calor superficial constante, el gradiente de temperatura es independiente de x, por tanto, la forma del perfil de temperatura no cambia a lo largo del tubo* (figura 8-13).

Integrando la ecuación 8-22 de $x = 0$ (entrada del tubo donde $T_m = T_i$) se obtiene una expresión para la variación de la temperatura media a lo largo del tubo:

$$T_m = T_i + \frac{\dot{q}_s p}{\dot{m} c_p} x \tag{8-23}$$

Se evalúa esta ecuación en $x = L$ (la salida del tubo donde $T_m = T_e$). Después, cuando se reconoce que $A_s = pL$, se obtiene la ecuación 8-17. De la ecuación 8-23 se puede concluir que la temperatura media varía linealmente con x a lo largo del tubo para el caso de un flujo de calor constante.

En el caso de un tubo circular, $p = 2\pi R$ y $\dot{m} = \rho V_{\text{prom}} A_c = \rho V_{\text{prom}} (\pi R^2)$. Entonces la ecuación 8-22 se convierte en:

Tubo circular:
$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT_s}{dx} = \frac{dT_m}{dx} = \frac{2\dot{q}_s}{\rho V_{\text{prom}} c_p R} = \text{constante} \tag{8-24}$$

donde V_{prom} es la velocidad media del fluido.

Temperatura superficial constante (T_s = constante)

De la ley de enfriamiento de Newton, la velocidad de transferencia de calor hacia o desde un fluido circulando en un tubo, puede expresarse como:

$$\dot{Q} = hA_s \Delta T_{\text{prom}} = hA_s (T_s - T_m)_{\text{prom}} \qquad \text{(W)} \tag{8-25}$$

donde h es el coeficiente de transferencia de calor promedio, A_s es la superficie de transferencia de calor (es igual a πDL para el caso de una tubería circular de longitud L), y ΔT_{prom} es una diferencia de temperatura *promedio* apropiada entre el fluido y la superficie. Más adelante se estudian dos formas adecuadas para expresar ΔT_{prom}.

En el caso de temperatura superficial constante (T_s = constante), ΔT_{prom} puede expresarse *aproximadamente por medio* de la **diferencia de temperatura media aritmética** ΔT_{ma} como:

$$\Delta T_{\text{prom}} \approx \Delta T_{\text{ma}} = \frac{\Delta T_i + \Delta T_e}{2} = \frac{(T_s - T_i) + (T_s - T_e)}{2} = T_s - \frac{T_i + T_e}{2} = T_s - T_b \tag{8-26}$$

donde $T_b = (T_i + T_e)/2$ es la *temperatura media del fluido abundante*, la cual es el *promedio aritmético* de las temperaturas del fluido medio a la entrada y salida del tubo.

Observe que la *diferencia de temperatura media aritmética* ΔT_{ma} es el *promedio* de las *diferencias de temperatura* entre la superficie y el fluido en la entrada y en la salida del tubo. Inherente en esta definición es el supuesto que la temperatura media del fluido varíe linealmente a lo largo del tubo, lo cual casi nunca es el caso cuando T_s = constante. Esta simple aproximación a menudo proporciona resultados aceptables; sin embargo, no siempre; por tanto, se requiere una mejor forma de evaluar ΔT_{prom}.

Se tiene el calentamiento de un fluido en un tubo de sección transversal constante cuya superficie interior se mantiene a una temperatura constante T_s. La temperatura media del fluido T_m aumenta en la dirección del flujo como resultado de la transferencia de calor. El balance de energía en el volumen de control diferencial que se muestra en la figura 8-12 da:

$$\dot{m}c_p\, dT_m = h(T_s - T_m)dA_s \tag{8-27}$$

Es decir, el aumento en la energía del fluido (representado por un aumento en su temperatura media en un valor dT_m) es igual al calor transferido hacia el fluido desde la superficie del tubo por convección. Observando que la superficie diferencial es $dA_s = pdx$, donde p es el perímetro del tubo, y que $dT_m = -d(T_s - T_m)$ puesto que T_s es constante, la relación anterior puede reordenarse como:

$$\frac{d(T_s - T_m)}{T_s - T_m} = -\frac{hp}{\dot{m}c_p}dx \tag{8-28}$$

Integrando desde $x = 0$ (entrada al tubo donde $T_m = T_i$) hasta $x = L$ (salida del tubo donde $T_m = T_e$) da:

$$\ln\frac{T_s - T_e}{T_s - T_i} = -\frac{hA_s}{\dot{m}c_p} \tag{8-29}$$

donde $A_s = pL$ es la superficie del tubo y h es el coeficiente de transferencia de calor por convección *promedio* constante. Aplicando el exponencial en ambos miembros de la ecuación y despejando T_e se obtiene la siguiente relación, la cual es muy útil en la determinación de la *temperatura promedio del fluido a la salida del tubo:*

$$T_e = T_s - (T_s - T_i)\exp(-hA_s/\dot{m}c_p) \tag{8-30}$$

Esta relación también puede utilizarse para determinar la temperatura media del fluido T_m (x) para cualquier valor de x reemplazando $A_s = pL$ por px.

Observe que la diferencia de temperatura entre el fluido y la superficie *decae exponencialmente* en la dirección del flujo, y que la velocidad de decaimiento depende de la magnitud del exponente $hA_s/\dot{m}c_p$, como se muestra en la figura 8-14. Este parámetro adimensional se llama *número de unidades de transferencia,* denotado como NTU, y es una medida de efectividad de los sistemas de transferencia de calor. Para un valor de NTU > 5, la temperatura de salida del fluido es casi igual a la temperatura superficial, $T_e \approx T_s$ (figura 8-15). Observando que la temperatura del fluido puede aproximarse a la temperatura de la superficie pero que no la puede cruzar, un NTU de aproximadamente 5 indica que se alcanzó el límite de la transferencia de calor y que esta no aumenta sin importar en cuánto extendamos la longitud del tubo. Un pequeño valor de NTU, por otro lado, indica que existen más oportunidades de que haya transferencia de calor y esta continúa aumentando a medida que la longitud del tubo aumenta. Un valor grande de NTU y, por ende, una superficie de transferencia de calor grande (lo que significa un tubo largo) puede ser lo ideal desde el punto de vista de la transferencia de calor, pero sería inaceptable desde el punto de vista económico. La selección del equipo de transferencia de calor por lo general refleja un compromiso entre el desempeño de la transferencia de calor y el costo.

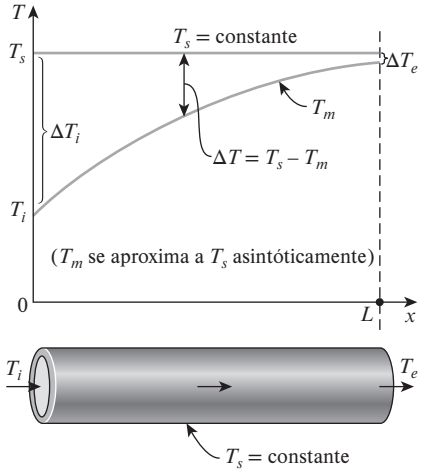
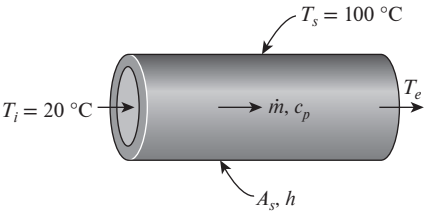


FIGURA 8-14

Variación de la temperatura *media del fluido* a lo largo de un tubo para el caso de temperatura constante.



NTU = $hA_s/\dot{m}c_p$	T_e, °C
0.01	20.8
0.05	23.9
0.10	27.6
0.50	51.5
1.00	70.6
5.00	99.5
10.00	100.0

FIGURA 8-15

Un NTU mayor a 5 indica que el fluido circulando a través de un tubo alcanzará la temperatura superficial a la salida sin importar la temperatura de entrada.

Despejando $\dot{m}c_p$ de la ecuación 8-29 se obtiene:

$$\dot{m}c_p = -\frac{hA_s}{\ln[(T_s - T_e)/(T_s - T_i)]} \tag{8-31}$$

Sustituyendo este valor en la ecuación 8-14, se obtiene:

$$\dot{Q} = hA_s\Delta T_{\text{ml}} \tag{8-32}$$

donde,

$$\Delta T_{\text{ml}} = \frac{T_i - T_e}{\ln[(T_s - T_e)/(T_s - T_i)]} = \frac{\Delta T_e - \Delta T_i}{\ln(\Delta T_e/\Delta T_i)} \tag{8-33}$$

es la **diferencia de temperatura media logarítmica**. Observe que $\Delta T_i = T_s - T_i$ y $\Delta T_e = T_s - T_e$ son las diferencias de temperatura entre la superficie y el fluido en la entrada y en la salida del tubo, respectivamente. Esta relación ΔT_{ml} parece ser propensa al mal uso; sin embargo, es prácticamente a prueba de fallas puesto que usando T_i en lugar de T_e y viceversa en el numerador o denominador, afectará por mucho el signo pero no la magnitud. Asimismo, puede usarse tanto para el calentamiento ($T_s > T_i$ y T_e) como para el enfriamiento ($T_s < T_i$ y T_e) del fluido en un tubo.

La diferencia de temperatura media logarítmica ΔT_{ml} se obtiene dando seguimiento al perfil de temperatura real del fluido a lo largo del tubo, y es una representación *exacta* de la *diferencia de temperatura promedio* entre el fluido y la superficie. Refleja verdaderamente el decaimiento exponencial de la diferencia de temperatura local. Cuando ΔT_e difiere de ΔT_i por no más de 40%, el error al usar la diferencia de temperatura media aritmética es menor a 1%. Sin embargo, el error aumenta a niveles indeseables cuando ΔT_e difiere de ΔT_i en mayores cantidades. Por tanto, siempre se debe utilizar la diferencia de temperatura media logarítmica al determinar la transferencia de calor por convección en un tubo cuya superficie se mantenga a una temperatura constante T_s.

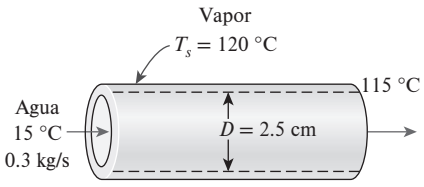


FIGURA 8-16
Esquema para el ejemplo 8-1.

EJEMPLO 8-1 **Calentamiento de agua en un tubo por medio de vapor**

Ingresa agua a un tubo de cobre delgado de 2.5 cm de diámetro de un intercambiador de calor a 15 °C a una velocidad de 0.3 kg/s, y es calentada por medio de condensación de vapor externa a 120 °C. Si el coeficiente de transferencia de calor promedio es de 800 W/m$^2\cdot$K, determine la longitud del tubo que se requiere para calentar el agua a 115 °C (figura 8-16).

SOLUCIÓN Se calienta agua por medio de vapor en un tubo circular. Se calculará la longitud de tubo requerida para calentar el agua a una temperatura específica.

Supuestos **1** Existen condiciones de operación estacionarias. **2** Las propiedades del fluido son constantes. **3** El coeficiente de transferencia de calor por convección es constante. **4** La resistencia a la conducción del tubo de cobre es despreciable, por lo que la temperatura de la superficie interior del tubo es igual a la temperatura de condensación del vapor.

Propiedades El calor específico del agua a la temperatura media masiva de (15 + 115)/2 = 65 °C es 4 187 J/kg·K. El valor de condensación del vapor a 120 °C es 2 203 kJ/kg (tabla A-9).

Análisis Conociendo las temperaturas de entrada y salida del agua, la velocidad de transferencia de calor se determina como:

$$\dot{Q} = \dot{m}c_p(T_e - T_i) = (0.3\text{ kg/s})(4.187\text{ kJ/kg}\cdot\text{K})(115\text{ °C} - 15\text{ °C})$$
$$= 125.6\text{ kW}$$

La diferencia de temperatura media logarítmica es:

$$\Delta T_e = T_s - T_e = 120\ ^\circ\text{C} - 115\ ^\circ\text{C} = 5\ ^\circ\text{C}$$
$$\Delta T_i = T_s - T_i = 120\ ^\circ\text{C} - 15\ ^\circ\text{C} = 105\ ^\circ\text{C}$$
$$\Delta T_{\text{ml}} = \frac{\Delta T_e - T_i}{\ln(\Delta T_e/\Delta T_i)} = \frac{5 - 105}{\ln(5/105)} = 32.85\ ^\circ\text{C}$$

La superficie de transferencia de calor es:

$$\dot{Q} = hA_s\Delta T_{\text{ml}} \longrightarrow A_s = \frac{\dot{Q}}{h\Delta T_{\text{ml}}} = \frac{125.6\ \text{kW}}{(0.8\ \text{kW/m}^2\cdot\text{K})(32.85\ ^\circ\text{C})} = 4.78\ \text{m}^2$$

Por tanto, la longitud de tubo requerida es:

$$A_s = \pi DL \longrightarrow L = \frac{A_s}{\pi D} = \frac{4.78\ \text{m}^2}{\pi(0.025\ \text{m})} = \mathbf{61\ m}$$

Discusión La temperatura media masiva del agua durante este proceso de calentamiento es 65 °C y, por tanto, la diferencia de temperatura media *aritmética* es $\Delta T_{\text{ma}} = 120 - 65 = 55$ °C. Utilizando ΔT_{ma} en lugar de ΔT_{ml} da $L =$ 36 m, lo cual es muy erróneo. Lo anterior demuestra la importancia de usar la temperatura media logarítmica en los cálculos.

8-5 ▪ FLUJO LAMINAR EN TUBOS

En la sección 8-2 se mencionó que el flujo en tubos es laminar para Re $\lesssim$ 2 300, y que el flujo es totalmente desarrollado si el tubo es lo suficientemente largo (en relación con la longitud de entrada) como para que los efectos de la entrada se pudieran considerar despreciables. En esta sección se considera el flujo de un fluido incompresible, laminar y estacionario con propiedades constantes en la región completamente desarrollada de una tubería circular recta. Se obtuvo la ecuación de impulso por medio de la aplicación de una fuerza balanceada a un elemento de volumen diferencial y el perfil de velocidad por medio de la resolución de dicha ecuación. Después se utilizó esta ecuación para obtener una relación para el factor de fricción. Un aspecto importante del análisis es que es uno de los pocos disponibles para un flujo viscoso.

En el flujo laminar completamente desarrollado, cada partícula de fluido se mueve a una velocidad axial constante a lo largo de una línea de corriente, y el perfil de velocidad $u(r)$ permanece intacto en la dirección del flujo. No existe movimiento en la dirección radial y, por tanto, la componente de velocidad en la dirección perpendicular al eje de la tubería es en cualquier punto igual a cero. No existe aceleración, ya que el flujo es estacionario y completamente desarrollado.

Ahora considere un elemento de volumen diferencial en forma de anillo de radio r, grosor dr y longitud dx orientado coaxialmente con el tubo, como se muestra en la figura 8-17. El elemento de volumen solo involucra los efectos de la presión y la viscosidad y, por tanto, las fuerzas de presión y de corte se deben equilibrar entre sí. La fuerza de presión actuando sobre una superficie plana sumergida es el producto de la presión en el centroide de la superficie y la superficie. Un balance de fuerzas sobre el elemento de volumen en la dirección del flujo da:

$$(2\pi r\ dr\ P)_x - (2\pi r\ dr\ P)_{x+dx} + (2\pi r\ dx\ \tau)_r - (2\pi r\ dx\ \tau)_{r+dr} = 0 \qquad \textbf{(8-34)}$$

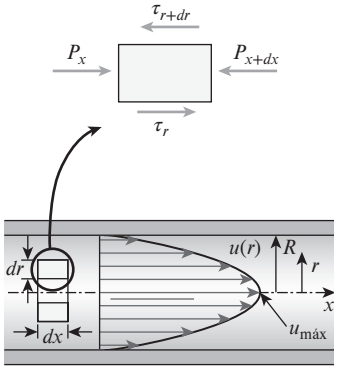
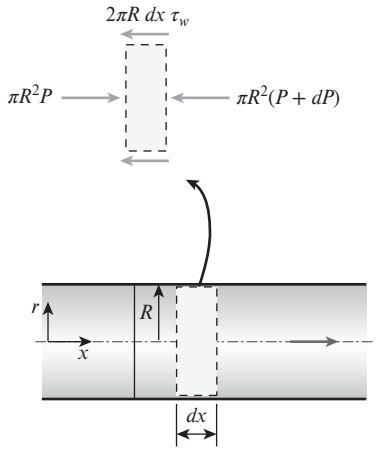


FIGURA 8-17

Diagrama de cuerpo libre de un elemento de fluido diferencial en forma de anillo de radio r, grosor dr y longitud dx orientado coaxialmente con un tubo horizontal en el flujo laminar completamente desarrollado.



Balance de fuerzas:

$$\pi R^2 P - \pi R^2(P + dP) - 2\pi R\,dx\,\tau_w = 0$$

Simplificando:

$$\frac{dP}{dx} = -\frac{2\tau_w}{R}$$

FIGURA 8-18

Diagrama de cuerpo libre de un elemento de fluido en forma de disco de radio R y longitud dx en un flujo laminar completamente desarrollado de un tubo horizontal.

lo cual indica que en el flujo completamente desarrollado de un tubo horizontal, las fuerzas de viscosidad y de presión se equilibran entre sí. Dividiendo entre $2\pi dr dx$ y reordenando se obtiene:

$$r\frac{P_{x+dx} - P_x}{dx} + \frac{(r\tau)_{r+dr} - (r\tau)_r}{dr} = 0 \qquad \textbf{(8-35)}$$

Calculando el límite a medida que dr, $dx \longrightarrow 0$ se obtiene:

$$r\frac{dP}{dr} + \frac{d(r\tau)}{dr} = 0 \qquad \textbf{(8-36)}$$

Sustituyendo $\tau = -\mu(du/dr)$ y considerando que $\mu =$ constante, se obtiene la ecuación buscada:

$$\frac{\mu}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{du}{dr}\right) = \frac{dP}{dx} \qquad \textbf{(8-37)}$$

La cantidad du/dr es negativa en el flujo de la tubería y el signo negativo se incluye para obtener valores positivos de τ. (O, $du/dr = -du/dy$ puesto que $y = R - r$.) El primer elemento de la ecuación 8-37 es una función de r, mientras que el segundo es una función de x. La igualdad debe ser válida para cualquier valor de r y x, y una igualdad de la forma $f(r) = g(x)$ puede satisfacerse solo si tanto $f(r)$ como $g(x)$ son iguales a la misma constante. En conclusión, $dP/dx =$ constante. Lo anterior puede verificarse escribiendo un balance de fuerzas en un elemento de volumen de radio R y grosor dx (una rebanada del tubo), lo cual da (figura 8-18):

$$\frac{dP}{dx} = -\frac{2\tau_w}{R}$$

Aquí τ_w es constante, ya que la viscosidad y el perfil de velocidad son constantes en la región completamente desarrollada; por tanto, $dP/dx =$ constante.

La ecuación 8-37 se resuelve reordenándola e integrándola dos veces para obtener:

$$u(r) = \frac{1}{4\mu}\left(\frac{dP}{dx}\right) + C_1 \ln r + C_2 \qquad \textbf{(8-38)}$$

El perfil de velocidad $u(r)$ se obtiene aplicando las condiciones de frontera $\partial u/\partial r = 0$ a $r = 0$ (debido a la simetría respecto a la línea central), y $u = 0$ en $r = R$ (la condición de no deslizamiento en la pared del tubo). Se obtiene:

$$u(r) = -\frac{R^2}{4\mu}\left(\frac{dP}{dx}\right)\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \qquad \textbf{(8-39)}$$

El perfil de velocidad en un flujo laminar completamente desarrollado en un tubo es *parabólico* con un máximo en la línea central y un mínimo (cero) en la pared del tubo. Asimismo, la velocidad axial u es positiva para cualquier r y, por tanto, el gradiente de presión axial dP/dx debe ser negativo (es decir, la presión debe disminuir en la dirección del flujo debido a los efectos de la viscosidad).

La velocidad promedio se calcula a partir de su definición sustituyendo la ecuación 8-39 en la ecuación 8-2, y llevando a cabo la integración se obtiene:

$$V_{\text{prom}} = \frac{2}{R^2}\int_0^R u(r)r\,dr = \frac{-2}{R^2}\int_0^R \frac{R^2}{4\mu}\left(\frac{dP}{dx}\right)\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)r\,dr = -\frac{R^2}{8\mu}\left(\frac{dP}{dx}\right) \qquad \textbf{(8-40)}$$

Combinando las dos últimas ecuaciones, el perfil de velocidad puede reescribirse como:

$$u(r) = 2V_{\text{prom}}\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \tag{8-41}$$

Esta es una forma conveniente para el perfil de velocidad, ya que V_{prom} puede determinarse a partir de la información sobre la velocidad de flujo.

La velocidad máxima se presenta en la línea central y se calcula a partir de la ecuación 8-41 sustituyendo $r = 0$,

$$u_{\text{máx}} = 2V_{\text{prom}} \tag{8-42}$$

Por tanto, *la velocidad promedio en un flujo de tubería laminar completamente desarrollado es la mitad de la velocidad máxima.*

Caída de presión

Algo importante en el análisis del flujo en una tubería es la *caída de presión* ΔP, puesto que está directamente relacionada con los requerimientos de potencia de un ventilador o una bomba para mantener el flujo. Se observa que dP/dx = constante y que integrando de $x = x_1$ donde la presión es P_1, a $x = x_1 + L$ donde la presión es P_2 da:

$$\frac{dP}{dx} = \frac{P_2 - P_1}{L} \tag{8-43}$$

Sustituyendo la ecuación 8-43 en la expresión V_{prom} de la ecuación 8-40, la caída de presión se expresa como:

Flujo laminar:
$$\Delta P = P_1 - P_2 = \frac{8\mu L V_{\text{prom}}}{R^2} = \frac{32\mu L V_{\text{prom}}}{D^2} \tag{8-44}$$

Por lo general, el símbolo Δ se utiliza para indicar la diferencia entre los valores inicial y final como, por ejemplo, $\Delta y = y_2 - y_1$. Sin embargo, en el flujo de fluidos, ΔP se utiliza para designar caída de presión y, por ende, es igual a $P_1 - P_2$. Una caída de presión debida a los efectos de viscosidad representa una pérdida de presión irreversible, y se llama **pérdida de presión** ΔP_L para enfatizar que es una *pérdida* (de la misma forma que la pérdida en el cabezal h_L, la cual, es proporcional a ΔP).

Observe en la ecuación 8-44 que la caída de presión es proporcional a la viscosidad μ del fluido, y ΔP sería igual a cero si no hubiera fricción. Por tanto, la caída de presión de P_1 a P_2 en este caso se debe a los efectos de viscosidad y la ecuación 8-44 representa la pérdida de presión ΔP_L cuando un fluido de viscosidad μ fluye a través de una tubería de diámetro constante D y longitud L a una velocidad promedio V_{prom}.

En la práctica, es conveniente expresar la pérdida de presión para todo tipo de flujos internos completamente desarrollados (flujos laminares o turbulentos, tuberías circulares o no circulares, con superficies ásperas o parejas, tuberías horizontales o inclinadas) como (figura 8-19):

Pérdida de presión:
$$\Delta P_L = f\frac{L}{D}\frac{\rho V_{\text{prom}}^2}{2} \tag{8-45}$$

donde $\rho V_{\text{prom}}^2/2$ es la *presión dinámica* y f es el **factor de fricción de Darcy.**

$$f = \frac{8\tau_w}{\rho V_{\text{prom}}^2}$$

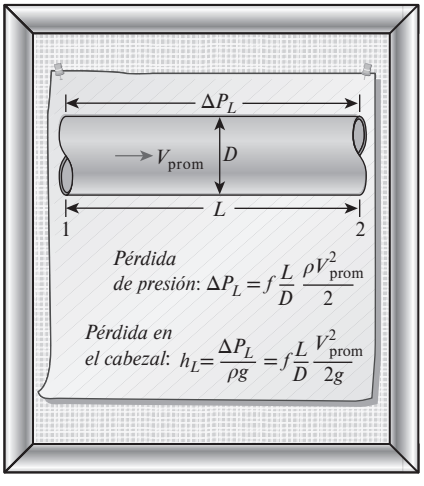


FIGURA 8-19

La relación para calcular la pérdida de presión (y la pérdida en el cabezal) es una de las ecuaciones más generales de la mecánica de fluidos, y es válida para flujos laminares y turbulentos, tubos circulares y no circulares y tuberías con superficies lisas o ásperas).

También se le llama **factor de fricción Darcy-Weisbach**, en honor de Frenchman Henry Darcy (1803-1858) y German Julius Weisbach (1806-1871), los dos ingenieros que más contribuyeron en su desarrollo. No se debe confundir con el *coeficiente de fricción* C_f (también llamado *factor de fricción de Fanning*, nombrado así en honor del ingeniero estadounidense John Fanning [1837-1911]), el cual es definido como $C_f = 2\tau_w/(\rho V_{prom}^2) = f/4$.

Igualando las ecuaciones 8-44 y 8-45 y despejando f, da el factor de fricción para el flujo laminar completamente desarrollado en un tubo circular:

Tubo circular, laminar:
$$f = \frac{64\mu}{\rho D V_{prom}} = \frac{64}{Re} \tag{8-46}$$

Esta ecuación muestra que *en un flujo laminar, el factor de fricción está en función solo del número de Reynolds, y es independiente de la aspereza de la superficie de la tubería.*

En el análisis de sistemas de tuberías, las pérdidas de presión se expresan en términos de *la altura de columna de fluido equivalente*, llamada **pérdida de cabezal** h_L. Observando de la estática de fluidos que $\Delta P = \rho g h$ y, por tanto, una diferencia de presión de ΔP corresponde a una altura de fluido de $h = \Delta P/\rho g$, *la pérdida de cabezal de la tubería* se obtiene dividiendo ΔP_L *e*ntre ρg dando como resultado:

$$h_L = \frac{\Delta P_L}{\rho g} = f\frac{L}{D}\frac{V_{prom}^2}{2g}$$

La pérdida de cabezal h_L representa *la altura adicional que el fluido necesita elevarse por medio de una bomba con el fin de contrarrestar las pérdidas por fricción de la tubería.* La pérdida de cabezal es provocada por la viscosidad, y está directamente relacionada con la tensión de corte de la pared. La ecuación 8-45 es válida tanto para flujo laminar como para turbulento en ambos tipos de tubo, circular y no circular; sin embargo, la ecuación 8-46 es válida solo para flujo laminar completamente desarrollado en tuberías circulares.

Una vez que se conoce la pérdida de presión (o pérdida de cabezal), la potencia de bombeo requerida para *contrarrestar la pérdida de presión* se calcula a partir de:

$$\dot{W}_{bomba,\,L} = \dot{V}\Delta P_L = \dot{V}\rho g h_L = \dot{m} g h_L \tag{8-47}$$

donde $\dot{V}$ es la velocidad de flujo volumétrica y $\dot{m}$ la velocidad de flujo másico.

La velocidad promedio para el flujo laminar en un tubo horizontal es, de la ecuación 8-44:

Tubo horizontal:
$$V_{prom} = \frac{(P_1 - P_2)R^2}{8\mu L} = \frac{(P_1 - P_2)D^2}{32\mu L} = \frac{\Delta P\, D^2}{32\mu L}$$

Entonces, la velocidad de flujo volumétrico para el flujo laminar a través de un tubo horizontal de diámetro D y longitud L es:

$$\dot{V} = V_{prom} A_c = \frac{(P_1 - P_2)R^2}{8\mu L}\pi R^2 = \frac{(P_1 - P_2)\pi D^4}{128\mu L} = \frac{\Delta P\ \pi D^4}{128\mu L} \tag{8-48}$$

Esta ecuación se conoce como la **ley de Poiseuille**, y este flujo se llama *flujo Hagen-Poiseuille* en honor a los trabajos a G. Hagen (1797-1884) y a J. Poiseuille (1799-1869) sobre este tema. Observe de la ecuación 8-48 *que para una velocidad de flujo específico, la caída de presión, y la potencia de bombeo requerida, es proporcional a la longitud de la tubería y a la viscosidad del fluido; sin embargo, es inversamente proporcional a la cuarta potencia del radio (o diámetro) de la tubería.* Por tanto, el requerimiento de la potencia de bombeo para un sistema de tuberías puede reducirse en un factor de 16 duplicando el diámetro del tubo (figura 8-20). Los beneficios de la

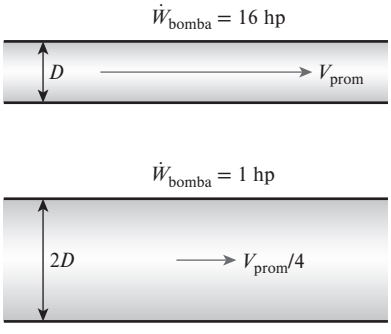


FIGURA 8-20

El requerimiento de potencia de bombeo de un sistema de tuberías con flujo laminar puede reducirse en un factor de 16 duplicando el diámetro del tubo.

reducción en los costos energéticos deben ponderarse contra el incremento en el costo de la construcción debido al uso de un tubo con un diámetro mayor.

La caída de presión ΔP es igual a la pérdida de presión ΔP_L en el caso de un tubo horizontal; sin embargo, este no es el caso de tuberías inclinadas o tuberías con una sección transversal variable debido a los cambios en elevación y velocidad.

Perfil de temperatura y número de Nusselt

En el análisis anterior se obtuvo el perfil de velocidad para un flujo completamente desarrollado en un tubo circular a partir de una fuerza balanceada aplicada a un elemento de volumen, y se determinó el factor de fricción y la caída de presión. A continuación se obtendrá la ecuación de energía aplicando el balance de energía en un elemento de volumen diferencial, y se resolverá para obtener el perfil de temperatura para los casos de temperatura superficial constante y de flujo de calor superficial constante.

Reconsidere el flujo laminar estacionario de un fluido en un tubo circular de radio R. Las propiedades del fluido ρ, k y c_p son constantes y el trabajo realizado por las fuerzas de viscosidad es despreciable. El fluido fluye a la largo del eje x con velocidad u. El flujo es completamente desarrollado de manera que u es independiente de x, por tanto, $u = u(r)$. Observando que la energía es transferida por la masa en la dirección x y por conducción en la dirección r (se considera que la conducción de calor en la dirección x es despreciable), el balance de energía del flujo estacionario para un elemento de carcasa cilíndrica de grosor dr y longitud dx puede expresarse como (figura 8-21):

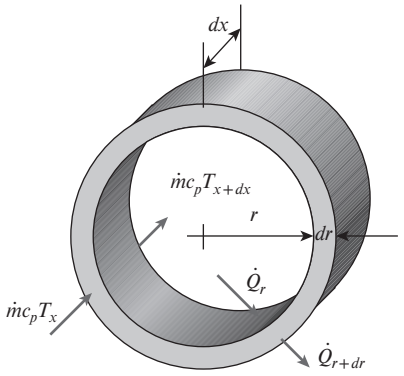


FIGURA 8-21
Elemento de volumen diferencial utilizado en la deducción de la relación de balance de energía.

$$\dot{m}c_pT_x - \dot{m}c_pT_{x+dx} + \dot{Q}_r - \dot{Q}_{r+dr} = 0 \qquad \textbf{(8-49)}$$

donde $\dot{m} = \rho u A_c = \rho u(2\pi r dr)$. Sustituyendo y dividiendo entre $2\pi\, rdrdx$ se obtiene, después de reordenar:

$$\rho c_p u \frac{T_{x+dx} - T_x}{dx} = -\frac{1}{2\pi r dx}\frac{\dot{Q}_{r+dr} - \dot{Q}_r}{dr} \qquad \textbf{(8-50)}$$

o

$$u\frac{\partial T}{\partial x} = -\frac{1}{2\rho c_p \pi r dx}\frac{\partial \dot{Q}}{\partial r} \qquad \textbf{(8-51)}$$

Sin embargo, a partir de la ley de Fourier de conducción de calor en la dirección radial:

$$\frac{\partial \dot{Q}}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r}\left(-2\pi r k dx \frac{\partial T}{\partial r}\right) = -2\pi k dx \frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) \qquad \textbf{(8-52)}$$

Sustituyendo y usando $\alpha = k/\rho c_p$ da:

$$u\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\alpha}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) \qquad \textbf{(8-53)}$$

la cual establece que *la velocidad de la transferencia de energía neta hacia el volumen de control por flujo de masa es igual a la velocidad neta de conducción de calor en la dirección radial.*

Flujo de calor superficial constante

Para el flujo completamente desarrollado en un tubo circular sujeto a un flujo de calor superficial constante, tenemos, a partir de la ecuación 8-24 que:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT_s}{dx} = \frac{dT_m}{dx} = \frac{2\dot{q}_s}{\rho V_{\text{prom}} c_p R} = \text{constante} \qquad \textbf{(8-54)}$$

Si la conducción de calor en la dirección x se hubiera considerado en la deducción de la ecuación 8-53, hubiera proporcionado un término adicional $\alpha\partial^2 T/\partial x^2$, el cual hubiera sido igual a cero ya que $\partial T/\partial x =$ constante y, por tanto, $T = T(r)$. La suposición de que no existe conducción de calor axial se cumple exactamente en este caso.

Sustituyendo la ecuación 8-54 y la relación para el perfil de velocidad (ecuación 8-41) en la ecuación 8-53 se obtiene:

$$\frac{4\dot{q}_s}{kR}\left(1-\frac{r^2}{R^2}\right)=\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right) \tag{8-55}$$

la cual es una ecuación diferencial ordinaria de segundo orden. Su solución general se obtiene separando las variables e integrando dos veces quedando así:

$$T=\frac{\dot{q}_s}{kR}\left(r^2-\frac{r^4}{4R^2}\right)+C_1\ln r+C_2 \tag{8-56}$$

La solución deseada al problema se obtiene aplicando las condiciones de frontera $\partial T/\partial r = 0$ en $r = 0$ (debido a la simetría) y $T = T_s$ en $r = R$. Se obtiene:

$$T=T_s-\frac{\dot{q}_s R}{k}\left(\frac{3}{4}-\frac{r^2}{R^2}+\frac{r^4}{4R^4}\right) \tag{8-57}$$

La temperatura media T_m se calcula sustituyendo las relaciones del perfil de temperatura y velocidad (ecuaciones 8-41 y 8-57) en la ecuación 8-4 y llevando a cabo la integración. Esto da:

$$T_m=T_s-\frac{11}{24}\frac{\dot{q}_s R}{k} \tag{8-58}$$

Combinando esta relación con $\dot{q}_s = h(T_s - T_m)$ se obtiene:

$$h=\frac{24}{11}\frac{k}{R}=\frac{48}{11}\frac{k}{D}=4.36\frac{k}{D} \tag{8-59}$$

o

$$\textit{Tubo circular, laminar } (\dot{q}_s = \text{constante}): \qquad \mathrm{Nu}=\frac{hD}{k}=4.36 \tag{8-60}$$

Para un flujo laminar completamente desarrollado en un tubo circular sujeto a un flujo de calor superficial constante, el número de Nusselt es una constante. No existe ninguna dependencia con los números de Reynolds o de Prandtl.

Temperatura superficial constante

Se puede llevar a cabo un análisis similar para un flujo laminar completamente desarrollado en un tubo circular para el caso de temperatura superficial constante T_s. El procedimiento de solución en este caso es más complicado que en el flujo de calor superficial constante; sin embargo, la relación del número de Nusselt resultante obtenida es igual de simple. Este problema ha sido resuelto de manera iterativa, como lo muestra el reporte de Kays y Crawford (1993), y más recientemente por Shokouhmand y Hooman (2003) utilizando un procedimiento analítico exacto. La relación del número de Nusselt resultante que se obtuvo fue (figura 8-22):

$$\textit{Tubo circular, laminar } (T_s = \text{constante}): \qquad \mathrm{Nu}=\frac{hD}{k}=3.66 \tag{8-61}$$

La comparación de las ecuaciones 8-60 y 8-61 muestra que el número de Nusselt para el caso de un flujo de calor superficial constante es 16% mayor que en el caso de temperatura superficial constante para el flujo laminar completamente desarrollado en una tubería. Lo anterior demuestra que el flujo laminar es sensible a la condi-

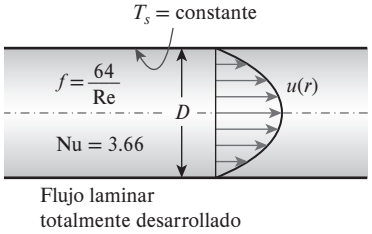


FIGURA 8-22

En el flujo laminar en un tubo con temperatura superficial constante, tanto el *factor de fricción* como el *coeficiente de transferencia de calor* permanecen constantes en la región completamente desarrollada.

ción de frontera térmica superficial aplicada y para aplicaciones que requieren altas tasas de transferencia de calor, cuando sea posible; se deberá utilizar la condición de frontera de flujo de calor superficial constante. Esto es contrario a los resultados mostrados en la figura 8-9 para el flujo turbulento, los cuales no mostraron ninguna sensibilidad a las diferentes condiciones de frontera térmica superficial en la región completamente desarrollada.

La conductividad térmica k que se utiliza en las relaciones Nu anteriores debe evaluarse a la temperatura media del fluido abundante, que es el promedio aritmético de las temperaturas medias del fluido a la entrada y salida del tubo. En un flujo laminar, el efecto de la *aspereza de la superficie* en el factor de fricción y en el coeficiente de transferencia de calor es despreciable.

Flujo laminar en tubos no circulares

El factor de fricción f y las relaciones del número de Nusselt se proporcionan en la tabla 8-1 en el caso de un *flujo laminar completamente desarrollado* en tubos de varias secciones transversales. Los números de Reynolds y de Nusselt para un flujo en estos tubos están basados en el diámetro hidráulico $Dh = 4A_c/p$, donde A_c es el área de la sección transversal del tubo y p es su perímetro. Una vez que se determine el número de Nusselt, se calcula el coeficiente de transferencia de calor por convección a partir de $h = kNu/D_h$.

TABLA 8-1

El número de Nusselt y el factor de fricción para el flujo laminar completamente desarrollado en tubos con varias secciones transversales ($D_h = 4A_c/p$, $\text{Re} = V_{\text{prom}} D_h/\nu$, y $\text{Nu} = hD_h/k$)

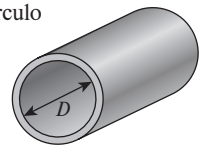
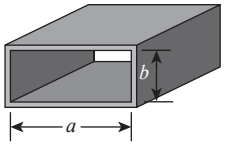
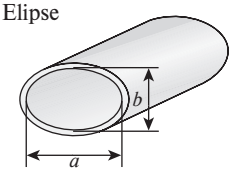
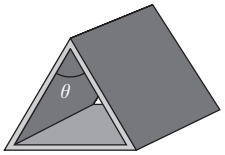
		Número de Nusselt		
Geometría del tubo	a/b o $\theta°$	T_s = Const.	$\dot{q}_s$ = Const.	Factor de fricción f
Círculo 	–	3.66	4.36	64.00/Re
Rectángulo 	a/b			
	1	2.98	3.61	56.92/Re
	2	3.39	4.12	62.20/Re
	3	3.96	4.79	68.36/Re
	4	4.44	5.33	72.92/Re
	6	5.14	6.05	78.80/Re
	8	5.60	6.49	82.32/Re
	∞	7.54	8.24	96.00/Re
Elipse 	a/b			
	1	3.66	4.36	64.00/Re
	2	3.74	4.56	67.28/Re
	4	3.79	4.88	72.96/Re
	8	3.72	5.09	76.60/Re
	16	3.65	5.18	78.16/Re
Triángulo isósceles 	θ			
	10°	1.61	2.45	50.80/Re
	30°	2.26	2.91	52.28/Re
	60°	2.47	3.11	53.32/Re
	90°	2.34	2.98	52.60/Re
	120°	2.00	2.68	50.96/Re

FIGURA 8-23

Leo Graetz (1856-1941), físico alemán nacido en Breslau (en ese entonces en Alemania, ahora Wroclaw, en Polonia). Su trabajo científico primero tuvo que ver con los campos de conducción de calor, radiación, fricción y elasticidad. Fue uno de los primeros científicos en investigar la propagación de energía electromagnética. El **número adimensional de Graetz** que describe la transferencia de calor fue nombrado así en su honor.

©Art Collection 2/Alamy

Desarrollo de un flujo laminar en la región de entrada

El análisis de transferencia de calor presentado hasta el momento ha sido para un flujo laminar hidrodinámica y térmicamente desarrollado (completamente desarrollado) en un tubo circular donde las condiciones dadas por las ecuaciones 8-7 y 8-8 fueron válidas. Sin embargo, en la región de entrada, la ecuación de energía, ecuación 8-53, ya no es válida porque en esta región existe movimiento en la dirección radial y el perfil de velocidad $u(r)$ cambia en la dirección del flujo. Además, por ejemplo, en el caso de un flujo de calor superficial constante, el gradiente de temperatura axial $\partial T/\partial x$ no puede simplificarse más por medio de la ecuación 8-54. Por ende, la solución de la ecuación de energía en la región de entrada es más complicada que en la región completamente desarrollada y la ecuación de energía se resuelve numéricamente. Los valores del número de Nusselt locales se presentan ya sea en gráficas o en forma tabular en términos del inverso de un parámetro adimensional llamado número de Graetz (figura 8-23), el cual se define como $\text{Gz} = (D/x)\,\text{Re Pr}$. Como se muestra en la figura 8-24, las condiciones completamente desarrolladas para los casos de flujo de calor superficial constante y flujo de calor con temperatura superficial constante se cumplen para $1/\text{Gz} = (x/D)/\text{Re Pr} \approx 0.05$, lo cual es consistente con los resultados proporcionados por la ecuación 8-12 para una longitud de entrada térmica laminar. Por tanto, cuando el inverso del número de Graetz es mayor a 0.05, los números de Nusselt locales se aproximan a sus valores completamente desarrollados de 4.36 para el flujo de calor superficial constante y de 3.66 para temperatura superficial constante. Excelentes tratamientos de este tema se proporcionan en Shah y London (1978) y Shah y Bhatti (1987). En la literatura se obtienen dos diferentes soluciones. El más simple es para un flujo hidrodinámicamente desarrollado y para un flujo en desarrollo térmico. El más complicado es para un flujo en desarrollo térmico e hidrodinámico. En este caso la solución está en función del número de Prandtl y para cada caso el valor del número de Prandtl debe especificarse por adelantado.

Existe un número limitado de correlaciones empíricas en la literatura para el número de Nusselt promedio en condiciones de frontera de temperatura superficial constante. Por ejemplo, para un tubo circular de longitud L sujeto a una temperatura superficial constante, el número de Nusselt promedio para *la región de entrada térmica* puede determinarse a partir de (Edwards *et al*., 1979):

Región de entrada, laminar:

$$\text{Nu} = 3.66 + \frac{0.065(D/L)\,\text{Re Pr}}{1 + 0.04[(D/L)\,\text{Re Pr}]^{2/3}} \qquad \textbf{(8-62)}$$

Observe que, como se esperaba, el número de Nusselt promedio es mayor en la región de entrada y se aproxima asintóticamente al valor completamente desarrollado de 3.66 a medida que $L \to \infty$. Esta relación supone que el flujo es hidrodinámicamente desarrollado cuando ingresa la sección de calentamiento; sin embargo, también puede utilizarse para un flujo hidrodinámicamente en desarrollo, cuando $\text{Pr} \geq 5$.

Cuando la diferencia entre las temperaturas de la superficie y del fluido es grande, es probable que sea necesario considerar la variación de la viscosidad con la temperatura.

El número de Nusselt promedio para un flujo laminar térmica e hidrodinámicamente en desarrollo en un tubo circular puede calcularse a partir de (Sieder y Tate, 1936):

Región de entrada, laminar:

$$\text{Nu} = 1.86\left(\frac{\text{Re Pr}D}{L}\right)^{1/3}\left(\frac{\mu_b}{\mu_s}\right)^{0.14} \qquad \textbf{(8-63)}$$

Se recomienda la ecuación anterior para $0.60 \le \text{Pr} \le 5$ y $0.0044 \le (\mu_b/\mu_s) \le 9.75$. Observe que el término $(D/L)\text{RePr}$ en ambas ecuaciones, 8-62 y 8-63, es el número de Graetz para un tubo circular de longitud L. Todas las propiedades que aparecen en estas ecuaciones deben evaluarse a la temperatura media del fluido abundante, $T_b = (T_i + T_e)/2$ excepto para μ_s, la cual es evaluada a la temperatura de la superficie.

El número de Nusselt promedio para la región de entrada térmica del flujo entre las *placas isotérmicas paralelas* de longitud L se expresa como (Edwards *et al.*, 1979):

Región de entrada, laminar:
$$\text{Nu} = 7.54 + \frac{0.03(D_h/L)\text{Re Pr}}{1 + 0.016[(D_h/L)\text{Re Pr}]^{2/3}} \qquad \textbf{(8-64)}$$

donde D_h es el diámetro hidráulico, el cual es dos veces el espacio entre las placas. Esta relación puede usarse para $\text{Re} \le 2\,800$.

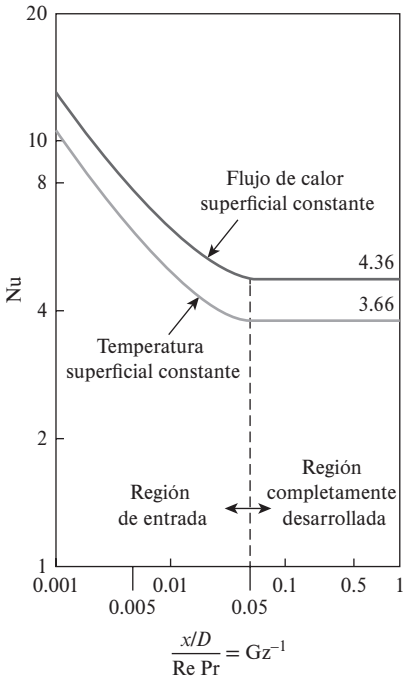


FIGURA 8-24

Los números de Nusselt locales en la entrada y en las regiones completamente desarrolladas de un flujo laminar en un tubo circular para un flujo desarrollado hidrodinámicamente y para uno térmicamente en desarrollo.

EJEMPLO 8-2 **Velocidad y temperatura promedio en un flujo laminar en un tubo**

Los perfiles de velocidad y temperatura para un fluido que pasa por un tubo circular de radio interior $R = 4$ cm (figura 8-25) están dados por:

$$u(r) = 0.2[1 - (r/R)^2] \quad \text{(en m/s)}$$

$$T(r) = 250 + 200(r/R)^3 \quad \text{(en K)}$$

Determine la velocidad de flujo promedio y la temperatura del flujo promedio en el tubo.

SOLUCIÓN Utilizando los perfiles de temperaturas y velocidad dados en un tubo, se calcularán la velocidad de flujo promedio y la temperatura del fluido promedio.

Suposiciones **1** Existen condiciones de operación estacionarias. **2** Las propiedades son constantes.

Análisis Con base en el principio de la conservación de la masa, la velocidad promedio en un tubo circular de radio interior R se expresa como:

$$V_{\text{prom}} = \frac{2}{R^2}\int_0^R u(r)r\,dr$$

Sustituyendo las cantidades conocidas y realizando la integración, la velocidad promedio se determina como:

$$V_{\text{prom}} = \frac{2}{R^2}\int_0^R 0.2\left(r - \frac{r^3}{R^2}\right)dr = \frac{2\times 0.2}{R^2}\left(\frac{r^2}{2} - \frac{r^4}{4R^2}\right)_0^R = \frac{2\times 0.2}{R^2}\left(\frac{R^2}{4}\right) = \mathbf{0.1\ m/s}$$

Con base en el principio de la conservación de la energía, la temperatura del fluido promedio (o media) en la sección transversal se puede expresar como:

$$T_m = \frac{2}{V_{\text{prom}}R^2}\int_0^R T(r)u(r)rdr$$

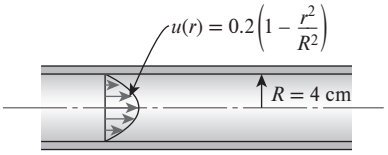


FIGURA 8-25

Esquema para el ejemplo 8-2.

Sustituyendo las cantidades conocidas y realizando la integración, la temperatura promedio se calcula como:

$$T_m = \frac{2}{V_{\text{prom}} R^2}\int_0^R 0.2\left(1-\frac{r^2}{R^2}\right)\left(250+200\frac{r^3}{R^3}\right)rdr$$

$$= \frac{2\times 0.2}{V_{\text{prom}} R^2}\left(250\frac{r^2}{2}-250\frac{r^4}{4R^2}+200\frac{r^5}{5R^3}-200\frac{r^7}{7R^5}\right)_0^R$$

$$= \frac{2\times 0.2}{V_{\text{prom}} R^2}\left(\frac{250R^2}{2}-\frac{250R^2}{4}+\frac{200R^2}{5}-\frac{200R^2}{7}\right) = \frac{2\times 0.2\times 73.93}{0.1} = \mathbf{295.7\ K}$$

Discusión El perfil de velocidad para un flujo laminar se expresa como $u(r) = 2V_{\text{prom}}[1-(r/R)^2]$. Al comparar este valor con el perfil dado $u(r) = 0.2[1-(r/R)^2]$, se pudo obtener el mismo valor de velocidad promedio directamente por observación. Asimismo, el perfil de velocidad parabólico indica que este es un flujo laminar totalmente desarrollado.

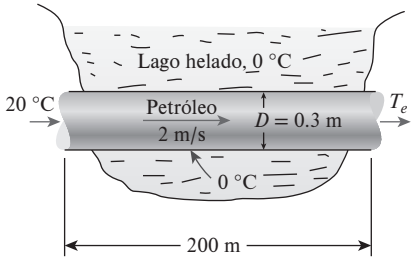


FIGURA 8-26
Esquema para el ejemplo 8-3.

EJEMPLO 8-3 **Flujo de petróleo en una línea de tubería a través de un lago**

Se tiene un flujo de petróleo a 20 °C en una línea de tubería de 30 cm de diámetro a una velocidad promedio de 2 m/s (figura 8-26). Una sección de la línea de tubería horizontal de 200 m de longitud pasa a través de las aguas heladas de un lago a 0 °C. Las mediciones indican que la temperatura superficial de la tubería es muy cercana a 0 °C. Despreciando la resistencia térmica del material de la tubería, calcule *a*) la temperatura del petróleo en el momento en el que la tubería abandona el lago, *b*) la velocidad de transferencia de calor del petróleo y, *c*) la potencia de bombeo que se requiere para contrarrestar las pérdidas de presión y mantener el flujo de petróleo en la tubería.

SOLUCIÓN Fluye petróleo en una tubería que pasa a través de las aguas heladas de un lago a 0 °C. Se desea calcular la temperatura de salida del petróleo, la velocidad de pérdida de calor y la potencia de bombeo necesaria para contrarrestar las pérdidas de presión.

Suposiciones **1** Existen condiciones de operación estacionarias. **2** La temperatura superficial de la tubería es casi de 0 °C. **3** La resistencia térmica de la tubería es despreciable. **4** Las superficies interiores de la línea de tubería son lisas. **5** El flujo es hidrodinámicamente desarrollado en el momento en que la línea de tubería llega al lago.

Propiedades Se desconoce la temperatura de salida del petróleo y, por tanto, no se puede determinar la temperatura media abundante, la cual es la temperatura a la que las propiedades del petróleo se evaluarán. La temperatura media del petróleo a la entrada es de 20 °C, y se espera que disminuya como resultado de la pérdida de calor en las aguas heladas del lago. Se evalúan las propiedades del petróleo a la temperatura de entrada; sin embargo, si es necesario se repiten los cálculos, utilizando las propiedades a la temperatura media abundante evaluada. A 20 °C se obtienen las lecturas siguientes (tabla A-13):

$$\rho = 888.1\ \text{kg/m}^3 \qquad \nu = 9.429\times 10^{-4}\ \text{m}^2/\text{s}$$
$$k = 0.145\ \text{W/m}\cdot\text{K} \qquad c_p = 1\,880\ \text{J/kg}\cdot\text{K} \qquad \text{Pr} = 10\,863$$

Análisis *a*) El número de Reynolds es:

$$\text{Re} = \frac{V_{\text{prom}} D}{\nu} = \frac{(2\ \text{m/s})(0.3\ \text{m})}{9.429\times 10^{-4}\ \text{m}^2/\text{s}} = 636$$

el cual es menor al número de Reynolds crítico de 2 300; por tanto, el flujo es laminar y la longitud de entrada térmica en este caso es, a groso modo:

$$L_t \approx 0.05 \text{ Re Pr } D = 0.05 \times 636 \times 10\,863 \times (0.3 \text{ m}) \approx 103\,600 \text{ m}$$

la cual es mucho mayor a la longitud total de la tubería. Esta situación es típica en los fluidos con números de Prandtl grandes; por tanto, suponemos un flujo térmicamente en desarrollo y se calcula el número de Nusselt a partir de:

$$\begin{aligned}\text{Nu} &= \frac{hD}{k} = 3.66 + \frac{0.065(D/L)\text{ Re Pr}}{1 + 0.04\,[(D/L)\text{ Re Pr}]^{2/3}} \\ &= 3.66 + \frac{0.065(0.3/200) \times 636 \times 10\,863}{1 + 0.04\,[(0.3/200) \times 636 \times 10\,863]^{2/3}} \\ &= 33.7\end{aligned}$$

Observe que este número de Nusselt es significativamente mayor que el valor completamente desarrollado de 3.66. Entonces,

$$h = \frac{k}{D}\text{Nu} = \frac{0.145 \text{ W/m}\cdot\text{K}}{0.3 \text{ m}}(33.7) = 16.3 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$$

Asimismo,

$$A_s = \pi DL = \pi(0.3 \text{ m})(200 \text{ m}) = 188.5 \text{ m}^2$$
$$\dot{m} = \rho A_c V_{\text{prom}} = (888.1 \text{ kg/m}^3)[\tfrac{1}{4}\pi(0.3 \text{ m})^2](2 \text{ m/s}) = 125.6 \text{ kg/s}$$

A continuación se calcula la temperatura de salida del petróleo:

$$\begin{aligned}T_e &= T_s - (T_s - T_i)\exp(-hA_s/\dot{m}c_p) \\ &= 0\ ^\circ\text{C} - [(0 - 20)\ ^\circ\text{C}]\ \exp\left[-\frac{(16.3 \text{ W/m}^2\cdot\text{K})(1\,88.5\text{m}^2)}{(125.6 \text{ kg/s})(1\,881 \text{ J/kg}\cdot\text{K})}\right] \\ &= \mathbf{19.74\ ^\circ C}\end{aligned}$$

La temperatura media del petróleo disminuye solo 0.26 °C a medida que cruza el lago. Esto hace que la temperatura media del petróleo sea de 19.87 °C, casi idéntica a la temperatura de entrada de 20 °C. Por tanto, no es necesario reevaluar las propiedades.

b) La diferencia de temperatura media registrada y la velocidad de pérdida de calor del petróleo son:

$$\Delta T_{\text{ml}} = \frac{T_i - T_e}{\ln\dfrac{T_s - T_e}{T_s - T_i}} = \frac{20 - 19.74}{\ln\dfrac{0 - 19.74}{0 - 20}} = -19.87\ ^\circ\text{C}$$

$$\dot{Q} = hA_s\Delta T_{\text{ml}} = (16.3 \text{ W/m}^2\cdot\text{K})(188.5 \text{ m}^2)(-19.87\ ^\circ\text{C}) = \mathbf{-6.11 \times 10^4\ W}$$

El petróleo perderá calor a una velocidad de 61.1 kW a medida que este fluya a través de la tubería en aguas heladas del lago. Observe que ΔT_{ml} es idéntico a la temperatura media aritmética en este caso, puesto que $\Delta T_i \approx \Delta T_e$.

c) El flujo laminar del petróleo es hidrodinámicamente desarrollado; por tanto, el factor de fricción puede calcularse a partir de:

$$f = \frac{64}{\text{Re}} = \frac{64}{636} = 0.1006$$

Entonces, la caída de presión en la tubería y la potencia de bombeo requerida son:

$$\Delta P = f\frac{L}{D}\frac{\rho V_{\text{prom}}^2}{2} = 0.1006\frac{200\text{ m}}{0.3\text{ m}}\frac{(888.1\text{ kg/m}^3)(2\text{ m/s})^2}{2} = 1.19\times 10^5\text{ N/m}^2$$

$$\dot{W}_{\text{bomba}} = \frac{\dot{m}\Delta P}{\rho} = \frac{(125.6\text{ kg/s})(1.19\times 10^5\text{ N/m}^2)}{888.1\text{ kg/m}^3} = \mathbf{16.8\,kW}$$

Discusión Se requiere una bomba de 16.8 kW sola para contrarrestar la fricción en la tubería a medida que el petróleo fluye por la tubería de 200 m de longitud por el lago.

8-6 ▪ FLUJO TURBULENTO EN TUBOS

Ya se mencionó que el flujo a través de tubos lisos es, por lo general, totalmente turbulento para un valor Re > 10 000. Por lo general, el flujo turbulento se utiliza debido a los coeficientes de transferencia de calor más elevados asociados con este tipo de flujo. La mayoría de las correlaciones para los coeficientes de fricción y de transferencia de calor en el flujo turbulento se basa en estudios experimentales por la dificultad que representa manejar flujos turbulentos teóricamente.

En el caso de tubos *lisos*, el factor de fricción en un flujo turbulento puede calcularse a partir de la *primera ecuación explícita de Petukhov* (Petukhov, 1970), la cual se expresa como:

$$\textit{Tubos lisos:}\qquad f = (0.790\ln \text{Re} - 1.64)^{-2} \qquad 3\,000 < \text{Re} < 5\times 10^6 \qquad \textbf{(8-65)}$$

El número de Nusselt en un flujo turbulento se relaciona con el factor de fricción a través de la *analogía de Chilton-Colburn*, la cual se expresa como:

$$\text{Nu} = 0.125\, f\,\text{RePr}^{1/3} \qquad \textbf{(8-66)}$$

Una vez que se tiene el factor de fricción, esta ecuación se puede utilizar de manera apropiada para evaluar el número de Nusselt tanto para tubos lisos como para ásperos.

Para un flujo turbulento totalmente desarrollado en *tubos lisos*, se puede obtener una simple relación para el número de Nusselt sustituyendo la relación de ley de potencias $f = 0.184\ \text{Re}^{-0.2}$ para el factor de fricción en la ecuación 8-66; y da:

$$\text{Nu} = 0.023\ \text{Re}^{0.8}\ \text{Pr}^{1/3} \qquad \begin{pmatrix} 0.7 \le \text{Pr} \le 160 \\ \text{Re} > 10\,000 \end{pmatrix} \qquad \textbf{(8-67)}$$

la cual se conoce como la *ecuación de Colburn*. La precisión de esta ecuación puede mejorarse modificándola como:

$$\text{Nu} = 0.023\ \text{Re}^{0.8}\,\text{Pr}^{n} \qquad \textbf{(8-68)}$$

donde $n = 0.4$ para *calentamiento* y 0.3 para *enfriamiento* del fluido que circula a través del tubo. Esta ecuación se conoce como *ecuación de Dittus-Boelter* (Dittus y Boelter, 1930), y se prefiere a la ecuación de Colburn.

Las ecuaciones anteriores se pueden utilizar cuando la diferencia de temperatura entre la superficie del fluido y de la pared no es significativa evaluando todas las propiedades del fluido a la *temperatura media del fluido abundante* $T_b = (T_i + T_e)/2$. Cuando la variación de las propiedades es significativa debido a una diferencia de temperatura considerable, se puede utilizar la siguiente ecuación de Sieder y Tate (1936):

$$\text{Nu} = 0.027\ \text{Re}^{0.8}\,\text{Pr}^{1/3}\left(\frac{\mu_b}{\mu_s}\right)^{0.14} \qquad \begin{pmatrix} 0.7 \le \text{Pr} \le 16\,700 \\ \text{Re} \ge 10\,000 \end{pmatrix} \qquad \textbf{(8-69)}$$

Aquí todas las propiedades se evalúan en $T_{b,}$ excepto μ_s, la cual se evalúa en T_s.

Las relaciones del número de Nusselt anteriores son muy simples; sin embargo, pueden arrojar errores tan grandes como 25%. Dicho error puede reducirse a menos de 10% utilizando relaciones más complejas, pero a la vez más precisas, como la *segunda ecuación de Petukhov*, la cual se expresa como:

$$\mathrm{Nu} = \frac{(f/8)\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}}{1.07 + 12.7(f/8)^{0.5}(\mathrm{Pr}^{2/3} - 1)} \quad \begin{pmatrix} 0.5 \le \mathrm{Pr} \le 2\,000 \\ 10^4 < \mathrm{Re} < 5 \times 10^6 \end{pmatrix} \tag{8-70}$$

La precisión de esta relación a números de Reynolds menores se mejora modificándola como (Gnielinski, 1976):

$$\mathrm{Nu} = \frac{(f/8)(\mathrm{Re} - 1\,000)\mathrm{Pr}}{1 + 12.7(f/8)^{0.5}(\mathrm{Pr}^{2/3} - 1)} \quad \begin{pmatrix} 0.5 \le \mathrm{Pr} \le 2\,000 \\ 3 \times 10^3 < \mathrm{Re} < 5 \times 10^6 \end{pmatrix} \tag{8-71}$$

donde el factor de fricción f puede determinarse a partir de una relación apropiada como la primera ecuación de Petukhov. La ecuación de Gnielinski se debe preferir al momento de hacer los cálculos. Se recalca que se deben evaluar las propiedades a la temperatura media del fluido abundante.

Las relaciones anteriores no son muy sensibles a las *condiciones térmicas* en las superficies del tubo, y pueden utilizarse para los casos de T_s = constante y $\dot{q}_s$ = constante. A pesar de su simplicidad, las correlaciones que se acaban de presentar proporcionan resultados con una precisión suficiente para la mayoría de los propósitos de ingeniería. También pueden utilizarse para obtener cifras aproximadas del factor de fricción y de los coeficientes de transferencia de calor en la región de transición.

Las relaciones proporcionadas hasta el momento no se aplican en metales líquidos debido a su número de Prandtl demasiado bajo. Para el caso de metales líquidos ($0.004 < \mathrm{Pr} < 0.01$), las relaciones siguientes son sugeridas por Sleicher y Rouse (1975) para $10^4 < \mathrm{Re} < 10^6$:

$$\textit{Metales líquidos},\ T_s = \text{constante}: \quad \mathrm{Nu} = 4.8 + 0.0156\,\mathrm{Re}^{0.85}\,\mathrm{Pr}_s^{0.93} \tag{8-72}$$

$$\textit{Metales líquidos},\ \dot{q}_s = \text{constante}: \quad \mathrm{Nu} = 6.3 + 0.0167\,\mathrm{Re}^{0.85}\,\mathrm{Pr}_s^{0.93} \tag{8-73}$$

donde el sufijo s indica que el número de Prandtl se va a evaluar a la temperatura superficial.

Transferencia de calor en un flujo transicional completamente desarrollado

Como se mencionó en la sección 8-2, existe un régimen de flujo de fluidos el cual no es ni laminar ni turbulento totalmente. En general, los flujos internos con números de Reynolds menores a 2 300 se consideran completamente laminares. A medida que se incrementa el número de Reynolds, el flujo contiene cada vez más movimiento turbulento hasta que alcanza el valor Re ~ 4 000; en este punto, el flujo es mayormente turbulento. Cuando el número de Reynolds aumenta a un valor de ~ 10 000, el flujo es completamente turbulento.

Ya se han estudiado los métodos para manejar la transferencia de calor completamente laminar y turbulento; sin embargo, en algunos casos el flujo está en esta zona de transición. Por fortuna, los métodos para manejar el flujo turbulento completamente desarrollado pueden ser adaptados con facilidad para manejar el flujo en esta región. Se estudia a detalle un método sencillo en Abraham y colaboradores (2011). La recomendación es continuar utilizando la correlación de Gnielinski (1976) (ecuación 8-71) para el flujo turbulento completamente desarrollado junto con los valores de f determinados a partir de las expresiones siguientes para dos geometrías de flujo comunes, el canal de tubo redondo y el canal de placas paralelas.

Estas correlaciones pueden aplicarse en los rangos de número de Reynolds que se listan y son precisos para cualquier condición de frontera térmica incluyendo los casos de temperatura de pared uniforme y de flujo de calor de pared uniforme. Un método ligeramente más preciso está disponible para el caso de flujos transicionales en tubos redondos (Abraham *et al*., 2009), pero en la mayoría de las aplicaciones en ingeniería, las expresiones siguientes resultan apropiadas.

Tubería redonda lisa:

$$f = 3.03 \times 10^{-12}\,\mathrm{Re}^3 - 3.67 \times 10^{-8}\,\mathrm{Re}^2 + 1.46 \times 10^{-4}\,\mathrm{Re} - 0.151 \qquad \textbf{(8-74)}$$

la cual es válida para $2\,300 < \mathrm{Re} < 4\,500$

Canal liso de placas paralelas:

$$f = -6.38 \times 10^{-13}\,\mathrm{Re}^3 + 1.17 \times 10^{-8}\,\mathrm{Re}^2 - 6.69 \times 10^{-5}\,\mathrm{Re} + 0.147 \qquad \textbf{(8-75)}$$

la cual es válida para $2\,300 < \mathrm{Re} < 8\,000$

El cálculo del número de Nusselt o coeficiente de transferencia de calor en la región de transición lo estudió con mayor detalle Gnielinski (2013). De acuerdo con él, las ecuaciones utilizadas para calcular el número de Nusselt en tubos no coincidían en la región de transición entre el flujo laminar y el turbulento. Existe una brecha en $\mathrm{Re} = 2\,300$. El desarrolló una interpolación lineal en la región de transición entre los números de Nusselt en $\mathrm{Re} = 2\,300$ y $\mathrm{Re} = 4\,000$. Él propuso que la interpolación lineal conecta la ecuación de flujo laminar en $\mathrm{Re} = 2\,300$ con la ecuación de flujo turbulento en $\mathrm{Re} = 4\,000$ y evita la brecha entre las ecuaciones para los flujos laminar y turbulento y lleva a un método de cálculo que proporciona los coeficientes de transferencia de calor para todos los regímenes de flujo en tubos.

Como se estudiará en el Tema de interés especial más adelante, se ofrece un análisis muy detallado para el caso de flujos transicionales con particular énfasis en la geometría de la entrada y en la región de desarrollo. Dicho análisis también maneja flujos que puedan experimentar movimiento flotante y variaciones en sus propiedades.

Superficies ásperas

Cualquier irregularidad o aspereza en la superficie provocará disturbios en la subcapa laminar y afectará el flujo. Por tanto, a diferencia del flujo laminar, el factor de fricción y el coeficiente de convección en el flujo turbulento están ligados a la aspereza de la superficie.

El factor de fricción en un flujo de tubería completamente desarrollado depende del número de Reynolds y de la **aspereza relativa** ε/D, el cual es la relación de la altura media de aspereza de la tubería entre el diámetro de esta. La forma funcional de esta dependencia no puede obtenerse a partir de un análisis teórico, y todos los resultados disponibles se obtienen a partir de experimentos muy exhaustivos utilizando superficies ásperas artificiales (por lo general pegando granos de arena de un tamaño conocido en las superficies interiores de las tuberías). La gran mayoría de los experimentos de este tipo fueron realizados por el estudiante de Prandtl, J. Nikuradse en 1933, seguido por el trabajo de otras personas. El factor de fricción se calculó a partir de las mediciones de la velocidad de flujo y la caída de presión.

Los resultados experimentales que se obtuvieron se presentan de manera tabular, gráfica y funcional adquiridos por medio del ajuste de curvas con datos experimentales. En 1939, Cyril F. Colebrook (1910-1997) combinó los datos disponibles para el flujo en transición y turbulento en tuberías lisas y ásperas en la siguiente relación implícita conocida como la **ecuación de Colebrook**:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log\left(\frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{\mathrm{Re}\sqrt{f}}\right) \quad \text{(flujo turbulento)} \qquad \textbf{(8-76)}$$

El logaritmo de la ecuación 8-76 está en base 10 en lugar de estar en logaritmo natural. En 1942, el ingeniero estadounidense Hunter Rouse (1906-1996) verificó la ecuación de Colebrook y produjo una gráfica de f en función de Re y el producto Re $\sqrt{f}$. También presentó la relación de flujo laminar y una tabla de asperezas de tuberías comerciales. Dos años más tarde, Lewis F. Moody (1880-1953) redibujó el diagrama de Rouse como se usa en la actualidad. El ahora famoso **diagrama de Moody** se proporciona en el apéndice como la figura A-20. Dicho diagrama presenta al factor de fricción de Darcy de un flujo de tubería en función del número de Reynolds y ε/D en un amplio rango. Quizás es uno de los diagramas más aceptados y utilizados en ingeniería. A pesar de que fue desarrollado para tuberías circulares, también puede utilizarse para tuberías no circulares, reemplazando el diámetro por el diámetro hidráulico.

En el caso de tuberías lisas, la coincidencia entre las ecuaciones de Petukhov y Colebrook es muy buena. El factor de fricción es mínimo para una tubería lisa (pero no igual a cero debido a la condición de no corrimiento), y aumenta con la aspereza (figura 8-27).

Aspereza relativa, ε/D	Factor de fricción, f
0.0*	0.0119
0.00001	0.0119
0.0001	0.0134
0.0005	0.0172
0.001	0.0199
0.005	0.0305
0.01	0.0380
0.05	0.0716

*Superficie lisa. Todos los valores son para Re $= 10^6$ y se calcularon con la ecuación 8-76.

FIGURA 8-27

El factor de fricción es mínimo en una tubería plana y aumenta con la aspereza.

Las tuberías comercialmente disponibles se especifican de acuerdo con un **diámetro nominal**. Dicho diámetro no necesariamente indica el diámetro interior real de la tubería (tabla 8-2). Por tanto, al realizar los cálculos se debe utilizar el diámetro interior real de la tubería. Por ejemplo, una tubería de acero de tamaño nominal de 2 pulgadas tiene un diámetro interior real de 2.067 pulgadas. Otra especificación es el **calibre de la tubería**. El calibre es el grosor del diámetro interior de la tubería. Calibre 40 es por lo regular un grosor estándar en la mayoría de las aplicaciones, normalmente es una pared de ¼ de pulgada (tabla 8-2). A medida que el número de horario aumenta o disminuye, también lo hace el grosor de la pared. Sin embargo, el diámetro exterior permanece igual. Los horarios de tubería estándar son 10, 40, 80, 120 y 160.

TABLA 8-2

Tamaños estándar de tuberías de acero calibre 40

Tamaño nominal, pulgadas	Diámetro interior real, pulgadas
⅛	0.269
¼	0.364
⅜	0.493
½	0.622
¾	0.824
1	1.049
1½	1.610
2	2.067
2½	2.469
3	3.068
5	5.047
10	10.02

Las tuberías disponibles comercialmente difieren de las que se utilizan en los experimentos donde la aspereza de la tubería no es uniforme y es difícil de dar una descripción precisa de ella. Los valores de aspereza equivalentes de algunas tuberías disponibles en el mercado se proporcionan en la tabla 8-3, así como en el diagrama de Moody. Sin embargo, debe considerarse que dichos valores son válidos para tuberías nuevas, y que la aspereza relativa de las tuberías puede aumentar con el uso como resultado de la corrosión, la acumulación de escala y la precipitación. Como consecuencia, el factor de fricción puede aumentar en un factor de 5 a 10. En el diseño de sistemas de tubería se deben considerar las condiciones de operación reales. Asimismo, el diagrama de Moody y su equivalente ecuación de Colebrook involucran cierto grado de incertidumbre (tamaño de la aspereza, error experimental, ajuste de curvas de datos, etc.) y, por tanto, los resultados obtenidos no deben considerarse exactos. Dichos resultados se consideran precisos en ±15% en todo el rango de valores.

La ecuación de Colebrook es implícita en f y, por tanto, la determinación del factor de fricción requiere iteración. Una relación explícita aproximada de f fue proporcionada por S. E. Haaland en 1983 como:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} \cong -1.8 \log\left[\frac{6.9}{\text{Re}} + \left(\frac{\varepsilon/D}{3.7}\right)^{1.11}\right] \qquad \textbf{(8-77)}$$

Los resultados obtenidos a partir de esta relación están dentro de 2% de los obtenidos por medio de la ecuación de Colebrook. Si se desea más precisión en los resultados, se puede utilizar la ecuación 8-77 como una *primera aproximación* en una iteración de Newton cuando se use una calculadora programable o una hoja de cálculo para despejar f con la ecuación 8-76.

En un flujo turbulento, la aspereza de las paredes aumenta el coeficiente de transferencia de calor h en un factor de 2 o más (Dipprey y Sabersky, 1963). El coeficiente

TABLA 8-3

Valores de aspereza equivalentes de tuberías novedosas en el mercado*

	Aspereza, ε	
Material	pies	mm
Vidrio, plástico	0 (liso)	
Concreto	0.003–0.03	0.9–9
Duela de madera	0.0016	0.5
Hule alisado	0.000033	0.01
Cobre o tubo de latón	0.000005	0.0015
Hierro fundido	0.00085	0.26
Hierro galvanizado	0.0005	0.15
Hierro forjado	0.00015	0.046
Acero inoxidable	0.000007	0.002
Acero comercial	0.00015	0.045

* La incertidumbre de estos valores puede ser de ±60%.

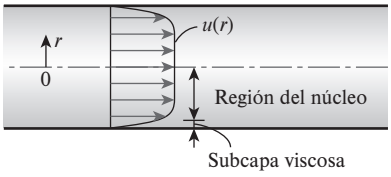


FIGURA 8-28

En flujo turbulento, el perfil de velocidad es casi una línea recta en la región del núcleo, y cualquier gradiente de velocidad significativo se presenta en la subcapa viscosa.

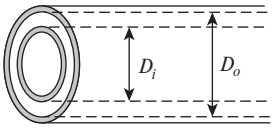


FIGURA 8-29

Un intercambiador de calor de doble tubo consiste en dos tubos concéntricos.

de transferencia de calor por convección para tubos ásperos puede calcularse aproximadamente a partir de las relaciones del número de Nusselt como, por ejemplo, la ecuación 8-71, utilizando el factor de fricción determinado a partir del diagrama de Moody o de la ecuación de Colebrook. Sin embargo, este método no es muy preciso, ya que no existe un incremento adicional de h con f para $f > 4f_{\text{liso}}$ (Norris, 1970), y se deben utilizar correlaciones desarrolladas específicamente para tubos ásperos cuando se desee más precisión.

Desarrollo de flujo turbulento en la región de entrada

Las longitudes de entrada para flujo turbulento son típicamente cortas, a menudo de una longitud de solo 10 diámetros de tubo, y el número de Nusselt que se calculó para un flujo turbulento totalmente desarrollado puede utilizarse casi en todo el tubo. Este simple método proporciona resultados razonables en cuanto a caída de presión y transferencia de calor en tubos largos, y resultados conservadores para tubos cortos. En la literatura se encuentran correlaciones para los coeficientes de fricción y de transferencia de calor en las regiones de entrada para obtener una mejor precisión.

Flujo turbulento en tubos no circulares

Los perfiles de velocidad y de temperatura en un flujo turbulento son casi líneas rectas en la región central, y cualquier gradiente de velocidad o de temperatura significativo se presenta en la subcapa viscosa (figura 8-28). A pesar del pequeño grosor de la subcapa viscosa (por lo general mucho menor a 1% del diámetro de la tubería), las características del flujo en esta capa son muy importantes debido a que de ellas depende el flujo en el resto de la tubería. Por tanto, las características de caída de presión y transferencia de calor del flujo turbulento en tubos están dominadas por la muy delgada subcapa viscosa cercana a la superficie de la pared, y la forma de la región núcleo no es tan importante. En consecuencia, las relaciones del flujo turbulento que se proporcionaron para tubos circulares también pueden utilizarse para tubos no circulares con una razonable precisión reemplazando el diámetro D en la evaluación del número de Reynolds por el diámetro hidráulico $D_h = 4A_c/p$.

Flujo a través del tubo anular

Algunos dispositivos de transferencia de calor simples consisten en dos tubos concéntricos, y se llaman *intercambiadores de calor de doble tubo* (figura 8-29). En dichos dispositivos, un fluido circula a través del tubo mientras que el otro fluye mediante el espacio anular. Las ecuaciones diferenciales que rigen a ambos flujos son idénticas, por tanto, el flujo laminar estacionario a través de un tubo anular puede estudiarse analíticamente utilizando las condiciones de frontera apropiadas.

Considere un tubo anular concéntrico de diámetro interior D_i y diámetro exterior D_o. El diámetro hidráulico del tubo anular es:

$$D_h = \frac{4A_c}{p} = \frac{4\pi(D_o^2 - D_i^2)/4}{\pi(D_o + D_i)} = D_o - D_i$$

El flujo anular se asocia con los dos números de Nusselt —Nu_i en la superficie interior del tubo, y Nu_o es la superficie exterior del tubo— ya que puede involucrar transferencia de calor en ambas superficies. Los números de Nusselt para el flujo laminar completamente desarrollado con una superficie isotérmica y la otra adiabática se muestran en la tabla 8-4. Cuando se conocen los números de Nusselt, los coeficientes de transferencia de calor por convección se calculan a partir de:

$$\text{Nu}_i = \frac{h_i D_h}{k} \quad \text{y} \quad \text{Nu}_o = \frac{h_o D_h}{k} \tag{8-78}$$

Para un flujo turbulento completamente desarrollado, los coeficientes de transferencia de calor por convección interior y exterior son casi iguales, y el tubo anular puede tratarse como un ducto no circular con un diámetro hidráulico de $D_h = D_o - D_i$. El número de Nusselt en este caso puede calcularse a partir de una relación de flujo turbulento apropiada, como es la ecuación de Gnielinski (ecuación 8-71). Para mejorar la precisión de los números de Nusselt obtenidos a partir de estas relaciones para un flujo anular, Petukhov y Roizen (1964) recomiendan multiplicarlos por los siguientes factores de corrección cuando una de las paredes del tubo es adiabática y la transferencia de calor es a través de la otra pared:

$$F_i = 0.86\left(\frac{D_i}{D_o}\right)^{-0.16} \quad \text{(pared exterior adiabática)} \qquad \textbf{(8-79)}$$

$$F_o = 1 - 0.14\left(\frac{D_i}{D_o}\right)^{0.6} \quad \text{(pared interior adiabática)} \qquad \textbf{(8-80)}$$

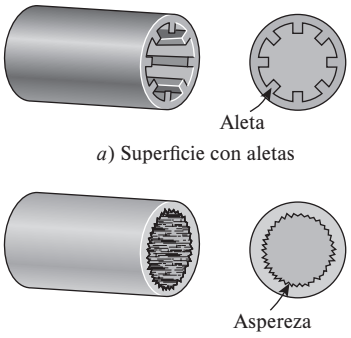
Gnielinski (2015), con base en una gran cantidad de datos experimentales recientes de la literatura, mejoró sus correlaciones de transferencia de calor anteriores para flujo anular turbulento (Gnielinski, 2009), y desarrolló una única correlación exhaustiva para el cálculo del coeficiente de transferencia de calor para flujo turbulento en tubos y ductos anulares concéntricos. Solo se requieren diferentes correlaciones para el factor de fricción, y se debe utilizar el diámetro hidráulico apropiado. Se necesitan factores específicos adicionales que consideren el efecto del cociente de diámetros del tubo anular y las diferentes condiciones de frontera para el calentamiento y enfriamiento. Se incluyen en los ejemplos la transferencia de calor en la pared interior con la pared exterior aislada y la transferencia de calor en la pared exterior con la pared interior aislada. No se encontraron datos experimentales para la transferencia de calor de ambas paredes hacia el flujo anular.

TABLA 8-4

Número de Nusselt para el flujo laminar completamente desarrollado en un anillo con una superficie isotérmica y la otra adiabática

D_i/D_o	Nu_i	Nu_o
0	–	3.66
0.05	17.46	4.06
0.10	11.56	4.11
0.25	7.37	4.23
0.50	5.74	4.43
1.00	4.86	4.86

Fuente: Kays y Perkins, 1972.



a) Superficie con aletas

b) Superficie áspera

FIGURA 8-30

Las superficies de los tubos a menudo están *ásperas*, *acanaladas* o *con aletas* para *mejorar* la transferencia de calor por convección.

Mejora de la transferencia de calor

Los tubos con superficies ásperas tienen coeficientes de transferencia de calor mayores que los tubos con superficies lisas. Así que las superficies tubulares intencionalmente son a veces *ásperas, corrugadas* o con *aletas* con la finalidad de *mejorar* el coeficiente de transferencia de calor por convección y, por tanto, la velocidad de transferencia de calor por convección (figura 8-30). La transferencia de calor de un flujo turbulento en un tubo se ha incrementado en 400%, haciendo más áspera la superficie. Desde luego, lo anterior también incrementa el factor de fricción y el requerimiento de potencia de la bomba o del ventilador.

El coeficiente de transferencia de calor por convección también se puede aumentar induciendo un flujo pulsante por medio de generadores de pulsos, provocando remolinos por la inserción de una cinta trenzada en el tubo o generando flujos secundarios por medio del enrollamiento del tubo.

EJEMPLO 8-4 **Caída de presión en un tubo en el que circula agua**

Circula agua a 60 °F ($\rho = 62.36$ lbm/pie^3 y $\mu = 7.536 \times 10^{-4}$ lbm/pie·s) estacionariamente a través de un tubo horizontal de diámetro interior de 2 pulgadas hecho de acero inoxidable a una velocidad de 0.2 pies^3/seg (figura 8-31). Determine la caída de presión y la entrada de potencia de bombeo que se requiere para circular a través de una sección de tubo de 200 pies de largo.

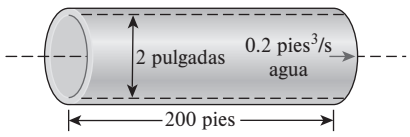


FIGURA 8-31

Esquema para el ejemplo 8-4.

SOLUCIÓN Se proporciona la velocidad del flujo a través de un tubo de agua específico. Se calculará la caída de presión y los requerimientos de potencia de bombeo.

Suposiciones **1** El flujo es estacionario e incompresible. **2** Los efectos de la entrada son despreciables, y el flujo es completamente desarrollado. **3** El tubo no involucra componentes como vueltas, válvulas y conectores. **4** La sección de tubería no involucra dispositivos que realicen un trabajo, como una bomba o una turbina.

Propiedades La densidad y la viscosidad dinámica del agua son $\rho = 62.36$ lbm/pie^3 y $\mu = 7.536 \times 10^{-4}$ lbm/pie·s. Para el acero inoxidable, $\varepsilon = 0.000007$ pies (tabla 8-3).

Análisis Primero se calcula la velocidad media y el número de Reynolds para determinar el régimen de flujo:

$$V = \frac{\dot{V}}{A_c} = \frac{\dot{V}}{\pi D^2/4} = \frac{0.2 \text{ pie}^3/\text{s}}{\pi(2/12 \text{ pie})^2/4} = 9.17 \text{ pie/s}$$

$$\text{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{(62.36 \text{ lbm/pie}^3)(9.17 \text{ pie/s})(2/12 \text{ pie})}{7.536 \times 10^{-4} \text{ lbm/pie}\cdot\text{s}} = 126\,400$$

Como Re es mayor a 10 000, el flujo es turbulento. La aspereza relativa del tubo es:

$$\varepsilon/D = \frac{0.000007 \text{ pie}}{2/12 \text{ pie}} = 0.000042$$

El factor de fricción correspondiente a esta aspereza relativa y número de Reynolds puede calcularse a partir del diagrama de Moody. Para evitar cualquier error de lectura, se determinará a partir de la ecuación de Colebrook:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log\left(\frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{\text{Re}\sqrt{f}}\right) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log\left(\frac{0.000042}{3.7} + \frac{2.51}{126\,400\sqrt{f}}\right)$$

Utilizando un solucionario de ecuaciones o un esquema iterativo, el factor de fricción se calcula obteniéndose el resultado $f = 0.0174$. Entonces, la caída de presión y la entrada de potencia que se requiere son:

$$\Delta P = f\frac{L}{D}\frac{\rho V^2}{2} = 0.0174\frac{200 \text{ pie}}{2/12 \text{ pie}}\frac{(62.36 \text{ lbm/pie}^3)(9.17\text{pie/s})^2}{2}\left(\frac{1 \text{ lbf}}{32.174 \text{ lbm}\cdot\text{pie/s}^2}\right)$$

$$= \mathbf{1700 \text{ lbf/pie}^2 = 11.8 \text{ psi}}$$

$$\dot{W}_{\text{bomba}} = \dot{V}\Delta P = (0.2 \text{ pie}^3/\text{s})(1\,700\text{lbf/pie}^2)\left(\frac{1 \text{ W}}{0.73756 \text{ lbf}\cdot\text{pie/s}}\right) = \mathbf{461 \text{ W}}$$

Por tanto, es necesaria una entrada de potencia de 461 W para contrarrestar las pérdidas por fricción del tubo.

Discusión El factor de fricción también pudo calcularse fácilmente a partir de la relación explícita de Haaland. Nos daría un valor de $f = 0.0172$, el cual está lo suficientemente cercano a 0.0174. Asimismo, el factor de fricción correspondiente a $\varepsilon = 0$ en este caso es 0.0170, lo cual indica que esta tubería de acero inoxidable puede considerarse lisa con un error despreciable.

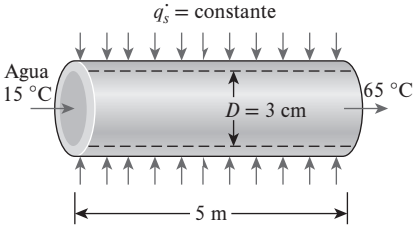


FIGURA 8-32
Esquema para el ejemplo 8-5.

EJEMPLO 8-5 **Calentamiento de agua por medio de calentadores de resistencias con flujo turbulento en un tubo**

Se va a calentar agua de 15 a 65 °C conforme fluye a través de un tubo de 5 m de longitud y 3 cm de diámetro interior (figura 8-32). El tubo está equipado con un calentador de resistencias eléctricas que proporciona calentamiento uniforme a través de la superficie del tubo. La superficie exterior del calentador

está bien aislada, de manera que en operación estacionaria, todo el calor generado se transfiere al agua que pasa por el tubo. Si el sistema va a suministrar agua caliente a una velocidad de 10 L/min, calcule el valor de la potencia de alimentación del calentador de resistencias. Asimismo, calcule la temperatura de la superficie interior del tubo a la salida.

SOLUCIÓN Se va a calentar agua en un tubo equipado con un calentador de resistencias eléctricas en su superficie. Se calculará la potencia nominal del calentador y la temperatura de la superficie interna a la salida.

Suposiciones **1** Existen condiciones de flujo estacionario. **2** El flujo de calor en la superficie es uniforme. **3** Las superficies interiores del tubo están lisas.

Propiedades Las propiedades del agua a la temperatura media abundante son de $T_b = (T_i + T_e)/2 = (15 + 65)/2 = 40\ ^\circ\text{C}$ (tabla A-9):

$$\rho = 992.1\ \text{kg/m}^3 \qquad c_p = 4\ 179\ \text{J/kg}\cdot\text{K}$$
$$k = 0.631\ \text{W/m}\cdot\text{K} \qquad \text{Pr} = 4.32$$
$$\nu = \mu/\rho = 0.658 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}$$

Análisis La sección transversal y la superficie de transferencia de calor son:

$$A_c = \tfrac{1}{4}\pi D^2 = \tfrac{1}{4}\pi(0.03\ \text{m})^2 = 7.069 \times 10^{-4}\ \text{m}^2$$
$$A_s = \pi DL = \pi(0.03\ \text{m})(5\ \text{m}) = 0.471\ \text{m}^2$$

La velocidad del flujo volumétrico del agua está dada por $\dot{V} = 10\ \text{L/min} = 0.01\ \text{m}^3/\text{min}$. Entonces, la velocidad del flujo de masa es:

$$\dot{m} = \rho\ \dot{V} = (992.1\ \text{kg/m}^3)(0.01\ \text{m}^3/\text{min}) = 9.921\ \text{kg/min} = 0.1654\ \text{kg/s}$$

Para calentar el agua a esta velocidad de flujo de masa de 15 a 65 °C, el calor debe suministrarse al agua a una velocidad de:

$$\begin{aligned}\dot{Q} &= \dot{m}c_p(T_e - T_i)\\ &= (0.1654\ \text{kg/s})(4.179\ \text{kJ/kg}\cdot\text{K})(65-15)\ ^\circ\text{C}\\ &= 34.6\ \text{kJ/s} = 34.6\ \text{kW}\end{aligned}$$

Toda esta energía debe provenir del calentador de resistencias; por tanto, la alimentación de energía del calentador debe ser de **34.6 kW**.

La temperatura superficial T_s del tubo en cualquier punto puede calcularse de:

$$\dot{q}_s = h(T_s - T_m) \rightarrow T_s = T_m + \frac{\dot{q}_s}{h}$$

donde h es el coeficiente de transferencia de calor y T_m la temperatura media del fluido en ese lugar. El flujo de calor superficial es constante en este caso y su valor puede calcularse de:

$$\dot{q}_s = \frac{\dot{Q}}{A_s} = \frac{34.6\ \text{kW}}{0.471\ \text{m}^2} = 73.46\ \text{kW/m}^2$$

Para determinar el coeficiente de transferencia de calor, primero se encuentra la velocidad media del agua y el número de Reynolds:

$$V_{\text{prom}} = \frac{\dot{V}}{A_c} = \frac{0.010 \text{ m}^3/\text{min}}{7.069 \times 10^{-4} \text{ m}^2} = 14.15 \text{ m/min} = 0.236 \text{ m/s}$$

$$\text{Re} = \frac{V_{\text{prom}} D}{\nu} = \frac{(0.236 \text{ m/s})(0.03 \text{ m})}{0.658 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 10\,760$$

el cual es mayor a 10 000. Por tanto, el flujo es turbulento y la longitud de entrada es aproximadamente de:

$$L_h \approx L_t \approx 10D = 10 \times 0.03 = 0.3 \text{ m}$$

la cual es mucho más corta que la longitud total del tubo. Por tanto, se puede suponer flujo turbulento completamente desarrollado en todo el tubo y calcular el número de Nusselt a partir de:

$$\text{Nu} = \frac{hD}{k} = 0.023 \text{ Re}^{0.8} \text{ Pr}^{0.4} = 0.023 (10\,760)^{0.8} (4.32)^{0.4} = 69.4$$

Entonces:

$$h = \frac{k}{D}\text{Nu} = \frac{0.631 \text{ W/m} \cdot \text{K}}{0.03 \text{ m}} (69.4) = 1\,460 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

y la temperatura de la superficie interna del tubo a la salida es:

$$T_s = T_m + \frac{\dot{q}_s}{h} = 65 \text{ °C} + \frac{73\,460 \text{ W/m}^2}{1\,460 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}} = \mathbf{115 \text{ °C}}$$

Discusión Observe que la temperatura superficial interior del tubo será 50 °C más elevada que la temperatura media del agua a la salida del tubo. Esta diferencia de temperatura de 50 °C entre el agua y la superficie permanecerá constante a través de la región de flujo completamente desarrollada.

EJEMPLO 8-6 **Calentamiento del agua por medio de calentadores de resistencias con flujo transicional en un tubo**

Repita el ejemplo 8-5 para una velocidad de flujo volumétrico de 2.5 L/min (un cuarto del valor inicial).

SOLUCIÓN La misma que en el ejemplo 8-5 con una velocidad de flujo volumétrico que es un cuarto del valor inicial.

Suposiciones Mismas que en el ejemplo 8-5.

Propiedades Mismas que en el ejemplo 8-5.

Análisis El área de la sección transversal y la superficie de transferencia de calor son las mismas que en el ejemplo 8-5.

Con la velocidad de flujo volumétrico del agua de 2.5 L/min (un cuarto del valor inicial), la velocidad de flujo de masa es de 0.04134 kg/s y la velocidad de este flujo de masa es 0.059 m/s.

Para calentar el agua a esta velocidad de flujo de masa de 15 a 65 °C, se debe proporcionar calor al agua desde el calentador de resistencias a una velocidad de **8.64 kW** (un cuarto del valor inicial).

El flujo de calor superficial es constante en este caso, y su valor es de 18.34 kW/m^2 (un cuarto del valor superficial).

A continuación se calculará el número de Reynolds y el coeficiente de transferencia de calor por convección.

$$\text{Re} = \frac{V_{\text{prom}} D}{\nu} = \frac{(0.059 \text{ m/s})(0.03 \text{ m})}{0.658 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 2\,690$$

el cual está entre 2 300 y 4 000; por tanto, el flujo está en la región transicional. Si se conoce el número de Reynolds es posible obtener el factor de fricción y el número de Nusselt. El factor de fricción para un flujo transicional en un tubo liso cuyo Re = 2 690 se obtiene a partir de:

$$f = 3.03 \times 10^{-12} \text{ Re}^3 - 3.67 \times 10^{-8} \text{ Re}^2 + 1.46 \times 10^{-4} \text{ Re} - 0.151 = 0.0352$$

Para calcular el número de Nusselt transicional, como se observó antes, la forma más precisa es usar la interpolación lineal propuesta por Gnielinski (2013) en la región de transición entre los números de Nusselt en Re = 2 300 y Re = 4 000. Sin embargo, en este problema se utilizará la correlación de transferencia de calor de flujo turbulento completamente desarrollada, la cual es menos precisa, ya que el límite más bajo del número de Reynolds de esta ecuación es poco mayor que el número de Reynolds de 2 690 de este problema. El número de Nusselt en el flujo transicional con Re = 2 690, Pr = 4.32 y f = 0.0352 se obtiene a partir de:

$$\text{Nu} = \frac{(f/8)(\text{Re} - 1\,000)\text{Pr}}{1 + 12.7(f/8)^{0.5}(\text{Pr}^{2/3} - 1)} = 13.4$$

Después del número de Nusselt se puede encontrar el coeficiente de transferencia de calor por convección:

$$h = \frac{k}{D}\text{Nu} = \frac{0.631 \text{ W/m}\cdot\text{K}}{0.03 \text{ m}}\ (13.4) = 281.8 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$$

y la temperatura superficial interior del tubo a la salida es:

$$T_s = T_m + \frac{\dot{q}_s}{h} = 65\ ^\circ\text{C} + \frac{18\,340 \text{ W/m}^2}{281.8 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}} = \mathbf{130.1\ ^\circ C}$$

Discusión Observe que la temperatura de la superficie interior del tubo será de 65 °C mayor que la temperatura media del agua a la salida del tubo. Esta diferencia de temperatura entre el agua y la superficie permanecerá constante en toda la región de flujo completamente desarrollada. Observe que en comparación con el ejemplo 8-5, el coeficiente de transferencia de calor por convección es mucho más bajo. Esto refleja la baja velocidad del flujo volumétrico, el cual da lugar a una temperatura de superficie interior más elevada a la salida.

PtD *EJEMPLO 8-7* Aislamiento de tuberías para prevenir quemaduras térmicas

Una tubería de metal de 10 metros de longitud ($k_{\text{tubería}}$ = 15 W/m·K) con un diámetro interior de 5 cm y uno exterior de 6 cm, se utiliza para transportar vapor de agua caliente saturado a una velocidad de flujo de 0.05 kg/s (figura 8-33). El vapor de agua ingresa y sale de la tubería a 350 y 290 °C, respectivamente. Para proteger a los trabajadores contra las quemaduras térmicas, la tubería está cubierta con una capa de aislamiento de 2.25 cm de grosor (k_{aisl} = 0.95 W/m·K) para garantizar que la temperatura de la superficie exterior $T_{s,o}$ está por debajo de los 45 °C. Determine si el grosor del aislamiento es suficiente para disminuir el riesgo a las quemaduras térmicas.

SOLUCIÓN En este ejemplo, los conceptos de PtD se aplican en conjunto con los conceptos de conducción de calor unidimensional estacionaria y de convección interna forzada. La temperatura superficial de la tubería interior $T_{s,i}$ se calcula utilizando el concepto de convección interna forzada. Determinando la

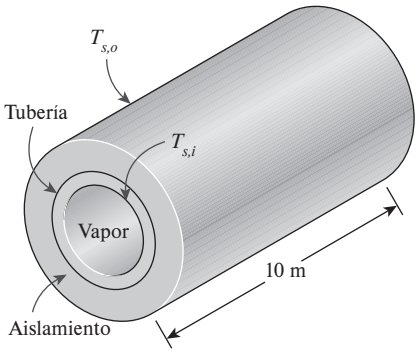


FIGURA 8-33
Esquema para el ejemplo 8-7.

temperatura superficial interior, se calcula la temperatura superficial exterior $T_{s,o}$ usando la conducción de calor unidimensional a través de la pared y el aislamiento de la tubería.

Suposiciones **1** Prevalecen condiciones de operación estacionarias. **2** Los efectos de la radiación son despreciables. **3** Los efectos de la convección en la superficie exterior de la tubería son despreciables. **4** Conducción de calor unidimensional a través de la pared y el aislamiento de la tubería. **5** Las conductividades térmicas de la pared y el aislamiento de la tubería son constantes. **6** La resistencia térmica en la interfase es despreciable. **7** Las temperaturas de las superficies son uniformes. **8** Las superficies interiores de la tubería son lisas.

Propiedades Las propiedades del vapor de agua saturado a $T_b = (T_i + T_e)/2 = 320$ °C son $c_p = 7\,900$ J/kg·K, $k = 0.0836$ W/m·K, $\mu = 2.084 \times 10^{-5}$ kg/m·s y Pr = 1.97 (tabla A-9).

Las conductividades térmicas de la tubería y el aislamiento están dadas por $k_{\text{tubería}} = 15$ W/m·K y $k_{\text{aisl}} = 0.95$ W/m·K, respectivamente.

Análisis El número de Reynolds del flujo de vapor de agua saturado en la tubería es:

$$\text{Re} = \frac{4\dot{m}}{\pi D_i \mu} = \frac{4(0.05 \text{ kg/s})}{\pi(0.05 \text{ m})(2.084 \times 10^{-5} \text{ kg/m·s})} = 61\,069 > 10\,000$$

Por tanto, el flujo es turbulento y las longitudes de entrada en este caso son, en general:

$$L_h \approx L_t \approx 10D = 10(0.05 \text{ m}) = 0.5 \text{ m (suponga un flujo turbulento completamente desarrollado)}$$

El número de Nusselt puede calcularse a partir de la correlación de Gnielinski:

$$\text{Nu} = \frac{(f/8)(\text{Re} - 1\,000)\text{Pr}}{1 + 12.7(f/8)^{0.5}(\text{Pr}^{2/3} - 1)} = \frac{(0.02003/8)(61\,096 - 1\,000)(1.97)}{1 + 12.7(0.02003/8)^{0.5}(1.97^{2/3} - 1)} = 217.45$$

donde,

$$f = (0.790 \ln \text{Re} - 1.64)^{-2} = 0.02003$$

Por tanto, el coeficiente de transferencia de calor por convección para el flujo de vapor de agua saturado dentro de la tubería es:

$$h = \frac{k}{D_i}\text{Nu} = \frac{0.0836 \text{ W/m·K}}{0.05 \text{ m}}(217.45) = 363.58 \text{ W/m}^2\text{·K}$$

La temperatura de la superficie interior de la tubería es:

$$T_e = T_{s,i} - (T_{s,i} - T_i)\exp\left(-\frac{hA_s}{\dot{m}c_p}\right) \quad \longrightarrow \quad T_{s,i} = 271.52 \text{ °C}$$

donde

$$A_s = \pi(0.05 \text{ m})(10 \text{ m}) = 1.571 \text{ m}^2$$

Del capítulo 3, las resistencias térmicas de la pared y el aislamiento de la tubería son:

$$R_{\text{tubería}} = \frac{\ln(D_{\text{interfase}}/D_i)}{2\pi k_{\text{tubería}} L} = \frac{\ln(0.06/0.05)}{2\pi(15 \text{ W/m·K})(10 \text{ m})} = 1.9345 \times 10^{-4} \text{ K/W}$$

$$R_{\text{aisl}} = \frac{\ln(D_o/D_{\text{interfase}})}{2\pi k_{\text{aisl}} L} = \frac{\ln(0.105/0.06)}{2\pi(0.95 \text{ W/m·K})(10 \text{ m})} = 9.3753 \times 10^{-3} \text{ K/W}$$

donde $D_o = 0.06 \text{ m} + 2(0.0225 \text{ m}) = 0.105 \text{ m}$
La resistencia térmica total y la velocidad de transferencia de calor son:

$$R_{\text{total}} = R_{\text{tubería}} + R_{\text{aisl}} = 9.5688 \times 10^{-3} \text{ K/W} \text{ y } \dot{Q} = \frac{T_{s,i} - T_{s,o}}{R_{\text{total}}} = \dot{m} c_p (T_i - T_e)$$

Por tanto, la temperatura de la superficie exterior es:

$$\begin{aligned} T_{s,o} &= T_{s,i} - R_{\text{total}} \dot{m} c_p (T_i - T_e) \\ &= 271.52\ ^\circ\text{C} - (9.5688 \times 10^{-3} \text{ K/W})(0.05 \text{ kg/s})(7\,900 \text{ J/kg} \cdot \text{K})(350 - 290)\ ^\circ\text{C} \\ &= \mathbf{44.7\ ^\circ C} \end{aligned}$$

Discusión El grosor del aislamiento de 2.25 cm es apenas suficiente para mantener la temperatura de la superficie exterior por debajo de los 45 °C. Para garantizar que la superficie exterior esté algunos grados por debajo de 45 °C, el grosor del aislamiento deberá aumentarse ligeramente 2.3 cm, lo que hará que $T_{s,o} = 41\ ^\circ\text{C}$.

EJEMPLO 8-8 **Pérdida de calor de los ductos de un sistema de calentamiento**

Aire caliente a presión atmosférica y 80 °C ingresa a un ducto de sección cuadrada de 0.2 m × 0.2 m no aislado de 8 m de longitud que pasa a través del ático de una casa a una velocidad de 0.15 m^3/s (figura 8-34). Se puede observar que el ducto es casi isotérmico a 60 °C. Determine la temperatura de salida del aire y la velocidad de pérdida de calor del ducto hacia el espacio del ático.

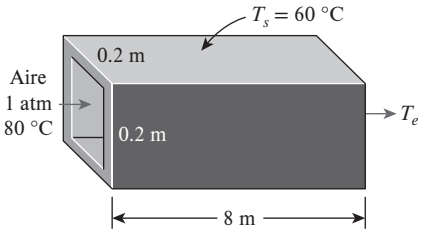


FIGURA 8-34
Esquema para el ejemplo 8-8.

SOLUCIÓN Se tiene pérdida de calor en ductos cuadrados no aislados de un sistema de calentamiento en un ático. Se calculará la temperatura de salida y la velocidad de pérdida de calor.
Suposiciones **1** Existen condiciones de operación estacionarias. **2** Las superficies interiores del ducto son lisas. **3** El aire es un gas ideal.
Propiedades Se desconoce la temperatura de salida del aire en el ducto y, por tanto, no se puede determinar la temperatura media abundante del aire, la cual es la temperatura a la que se van a calcular las propiedades. La temperatura del aire a la entrada es 80 °C y se espera que disminuya como resultado de la pérdida de calor a través del ducto cuya superficie está a 60 a 80 °C y 1 atm se obtiene la lectura (tabla A-15):

$$\rho = 0.9994 \text{ kg/m}^3 \qquad c_p = 1\,008 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$$
$$k = 0.02953 \text{ W/m} \cdot \text{K} \qquad \text{Pr} = 0.7154$$
$$\nu = 2.097 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

Análisis La longitud característica (la cual es el diámetro hidráulico), la velocidad media y el número de Reynolds en este caso son:

$$D_h = \frac{4A_c}{p} = \frac{4a^2}{4a} = a = 0.2 \text{ m}$$

$$V_{\text{prom}} = \frac{\dot{V}}{A_c} = \frac{0.15 \text{ m}^3/\text{s}}{(0.2 \text{ m})^2} = 3.75 \text{ m/s}$$

$$\text{Re} = \frac{V_{\text{prom}} D_h}{\nu} = \frac{(3.75 \text{ m/s})(0.2 \text{ m})}{2.097 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}} = 35\,765$$

el cual es mayor a 10 000, así que el flujo es turbulento y las longitudes de entrada son, en general:

$$L_h \approx L_t \approx 10D = 10 \times 0.2 \text{ m} = 2 \text{ m}$$

el cual es mucho más corto que la longitud total del ducto. Se puede suponer un flujo turbulento totalmente desarrollado en todo el ducto y calcular el número de Nusselt de:

$$\text{Nu} = \frac{h D_h}{k} = 0.023 \,\text{Re}^{0.8} \,\text{Pr}^{0.3} = 0.023\,(35\,765)^{0.8}\,(0.7154)^{0.3} = 91.4$$

Entonces:

$$h = \frac{k}{D_h}\text{Nu} = \frac{0.02953 \text{ W/m}\cdot\text{K}}{0.2 \text{ m}}(91.4) = 13.5 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$$

$$A_s = 4aL = 4 \times (0.2 \text{ m})(8 \text{ m}) = 6.4 \text{ m}^2$$

$$\dot{m} = \rho \dot{V} = (0.9994 \text{ kg/m}^3)(0.15 \text{ m}^3/\text{s}) = 0.150 \text{ kg/s}$$

A continuación se calcula la temperatura de salida del aire a partir de:

$$\begin{aligned} T_e &= T_s - (T_s - T_i)\exp(-hA_s/\dot{m}c_p) \\ &= 60\ ^\circ\text{C} - [(60 - 80\ ^\circ\text{C})]\ \exp\left[-\frac{(13.5 \text{ W/m}^2\cdot\text{K})(6.4 \text{ m}^2)}{(0.150 \text{ kg/s})(1\,008 \text{J/kg}\cdot\text{K})}\right] \\ &= \mathbf{71.3\ ^\circ C} \end{aligned}$$

Entonces la diferencia de temperatura media logarítmica y la velocidad de pérdida de calor del aire es:

$$\Delta T_{\text{ml}} = \frac{T_i - T_e}{\ln\dfrac{T_s - T_e}{T_s - T_i}} = \frac{80 - 71.3}{\ln\dfrac{60 - 71.3}{60 - 80}} = -15.2\ ^\circ\text{C}$$

$$\dot{Q} = hA_s\,\Delta T_{\text{ml}} = (13.5 \text{ W/m}^2\cdot\text{K})(6.4 \text{ m}^2)(-15.2\ ^\circ\text{C}) = \mathbf{-1\,313\,W}$$

El aire perderá calor a una velocidad de 1 313 W a medida que fluye a través del ducto en el ático.

Discusión La temperatura promedio del fluido es (80 + 71.3)/2 = 75.7 °C, que está lo suficientemente cercana a los 80 °C, a la cual se evalúan las propiedades del aire. Por tanto, no es necesario reevaluar las propiedades a esta temperatura y repetir los cálculos.

TEMA DE INTERÉS ESPECIAL*

Flujo transicional en tubos

Un problema de diseño importante en intercambiadores de calor industriales surge cuando el flujo dentro de los tubos cae en la región de transición. En la práctica del diseño en ingeniería, la recomendación es evitar diseñar y trabajar en esta región; sin embargo, esto no siempre es factible bajo restricciones de diseño. El rango del número de Reynolds transicional más nombrado es de 2 300 (nacimiento de la turbulencia) a 10 000 (condición completamente turbulenta) y se aplica, estrictamente

* Esta sección puede omitirse sin perder continuidad.

hablando, a un flujo de entrada uniforme y muy estacionario con una entrada redondeada. Si el flujo tiene una entrada perturbada típica de los intercambiadores de calor en la que se presenta una contracción súbita y quizás, una entrada reentrante, el rango del número de Reynolds transicional será muy diferente.

En una serie de artículos (listados en las referencias), Ghajar y colaboradores han investigado los efectos de la configuración de entrada en la caída de presión transicional en desarrollo y totalmente desarrollada bajo condiciones isotérmicas y de calentamiento, así como la transferencia de calor por convección mezclada y mixta transicional en desarrollo y totalmente desarrollada en tubos circulares. Con base en sus datos experimentales, han desarrollado correlaciones prácticas y fáciles de usar para el coeficiente de fricción y el número de Nusselt en la región de transición entre los flujos laminar y turbulento. Esta sección proporciona un breve resumen de su trabajo en la región de transición.

Caída de presión en la región de transición

Las caídas de presión se miden en tubos circulares en flujos totalmente desarrollados en el régimen de transición en los tres tipos de configuraciones de entrada que se muestran en la figura 8-35: reentrante (el tubo se extiende más allá de la cara de la placa de tubos hasta la cabeza del distribuidor), de orilla cuadrada (el extremo del tubo está al ras con la cara de la placa de tubos) y boca de campana (una entrada cónica del tubo desde la cara de la placa de tubos) bajo condiciones isotérmicas y de calentamiento, respectivamente. Las expresiones utilizadas para el *factor de fricción f* (también llamado f*actor de fricción Darcy*) o el *coeficiente de fricción* C_f (también llamado *factor de fricción de Fanning*) en los flujos laminar y turbulento con calentamiento son:

$$f_{\text{lam}} = 4C_{f,\,\text{lam}} = 4\left(\frac{16}{\text{Re}}\right)\left(\frac{\mu_b}{\mu_s}\right)^m \tag{8-81}$$

$$f_{\text{turb}} = 4C_{f,\,\text{turb}} = 4\left(\frac{0.0791}{\text{Re}^{0.25}}\right)\left(\frac{\mu_b}{\mu_s}\right)^m \tag{8-82}$$

donde los factores al final incluyen el efecto de la temperatura de la pared en la viscosidad. El exponente m de los flujos laminares depende de muchos factores, mientras que en flujos turbulentos, el factor más citado de calentamiento es –0.25. El factor de fricción de transición está dado como (Tam y Ghajar, 1997):

$$f_{\text{trans}} = 4C_{f,\,\text{trans}} = 4\left[1 + \left(\frac{\text{Re}}{A}\right)^B\right]^C\left(\frac{\mu_b}{\mu_s}\right)^m \tag{8-83}$$

donde

$$m = m_1 - m_2\text{Gr}^{m_3}\,\text{Pr}^{m_4} \tag{8-84}$$

y el número de Grashof (Gr), el cual es un número adimensional que representa el cociente de la fuerza de flotación entre la fuerza viscosa, se define como $\text{Gr} = g\beta D^3(T_s - T_b)/\nu^2$ (consulte el capítulo 9 para más detalles). Todas las propiedades que aparecen en los números adimensionales C_f, f, Re, Pr y Gr se evalúan a la temperatura del fluido abundante T_b. Los valores de las constantes empíricas de las ecuaciones 8-83 y 8-84 se muestran en la tabla 8-5. El rango de aplicación de la ecuación 8-83 para el factor de fricción de transición es el que sigue:

Reentrante: $2\,700 \le \text{Re} \le 5\,500$, $16 \le \text{Pr} \le 35$, $7\,410 \le \text{Gr} \le 158\,300$, $1.13 \le \mu_b/\mu_s \le 2.13$

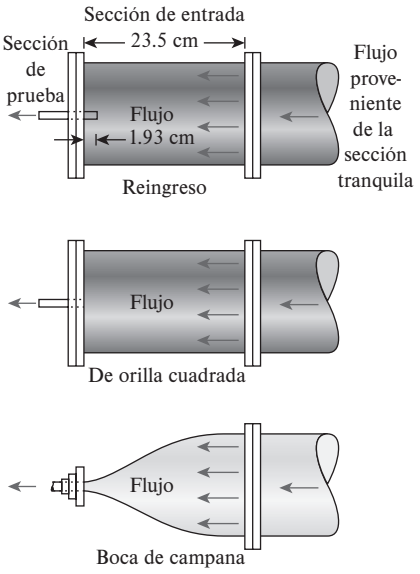


FIGURA 8-35
Esquema de las configuraciones con tres tipos de entrada.

TABLA 8-5

Constantes para la correlación del coeficiente de fricción en transición

Geometría de la entrada	A	B	C	m_1	m_2	m_3	m_4
Reentrante	5 840	–0.0145	–6.23	–1.10	0.460	–0.133	4.10
Orilla cuadrada	4 230	–0.1600	–6.57	–1.13	0.396	–0.160	5.10
Boca de campana	5 340	–0.0990	–6.32	–2.58	0.420	–0.410	2.46

Orilla-cuadrada: $3\,500 \le \text{Re} \le 6\,900$, $12 \le \text{Pr} \le 29$, $6\,800 \le \text{Gr} \le 104\,500$, $1.11 \le \mu_b/\mu_s \le 1.89$

Boca de campana: $5\,900 \le \text{Re} \le 9\,600$, $8 \le \text{Pr} \le 15$, $11\,900 \le \text{Gr} \le 353\,000$, $1.05 \le \mu_b/\mu_s \le 1.47$

Estas correlaciones incluyen alrededor de 82% de los datos medidos dentro de una banda de error de ±10 y 98% de los datos medidos dentro de ±20%. Para flujos laminares con calentamiento, Tam y Ghajar (1997) proporcionan las siguientes constantes para la determinación del exponente m en la ecuación 8-81: $m_1 = 1.65$, $m_2 = 0.013$, $m_3 = 0.170$ y $m_4 = 0.840$, el cual es aplicable en el rango de parámetros siguiente:

$$1100 \le \text{Re} \le 7\,400,\ 6 \le \text{Pr} \le 36,\ 17\,100 \le \text{Gr} \le 95\,600,$$
$$\text{y}\ \ 1.25 \le \mu_b/\mu_s \le 2.40.$$

Los resultados del coeficiente de fricción completamente desarrollados para las tres diferentes configuraciones de entrada que se muestran en la figura 8-36 establecen la influencia de la velocidad de calentamiento al comienzo y final de las regiones de transición para cada configuración de entrada. En las regiones laminar y de transición, el calentamiento parece tener una influencia significativa en el valor del coeficiente de fricción. Sin embargo, en la región turbulenta, el calentamiento no afectó la magnitud del coeficiente de fricción. La influencia significativa del calentamiento en los valores del coeficiente de fricción en las regiones laminar y de transición se debe al efecto del flujo secundario.

Los coeficientes de fricción isotérmicos para los tres tipos de entrada demostraron que el rango de valores del número de Reynolds para los cuales existe un flujo de transición, depende del flujo secundario. Además, el calentamiento provocó un

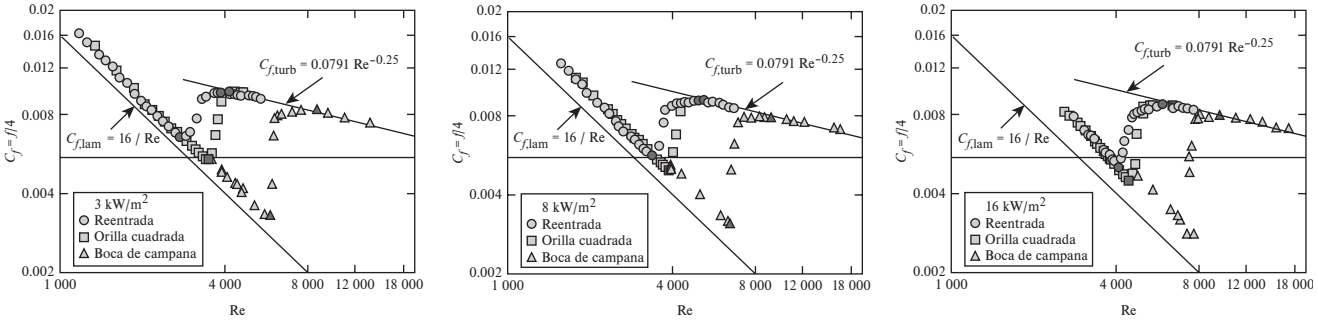


FIGURA 8-36

Coeficientes de fricción completamente desarrollados de tres diferentes configuraciones de entrada y de flujos de calor (los símbolos que están rellenos indican el comienzo y final de la región de transición de cada entrada).

Fuente: Tam y Ghajar, 1997.

TABLA 8-6

Números de Reynolds en transición de los coeficientes de fricción

Flujo de calor	Reentrante	Orilla cuadrada	Boca de campana
0 kW/m^2 (isotérmico)	2 870 < Re < 3 500	3 100 < Re < 3 700	5 100 < Re < 6 100
3 kW/m^2	3 060 < Re < 3 890	3 500 < Re < 4 180	5 930 < Re < 8 730
8 kW/m^2	3 350 < Re < 4 960	3 860 < Re < 5 200	6 480 < Re < 9 110
16 kW/m^2	4 090 < Re < 5 940	4 450 < Re < 6 430	7 320 < Re < 9 560

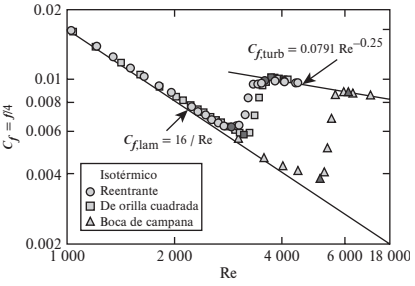


FIGURA 8-37

Influencia de las diferentes configuraciones de entrada en los coeficientes de fricción isotérmicos totalmente desarrollados (los símbolos rellenos indican el comienzo y final de la región de transición de cada entrada).

Fuente. Tam y Ghajar, 1997.

aumento en los coeficientes de fricción laminar y turbulento, así como en los límites superior e inferior de las fronteras del régimen de transición isotérmico. El número de Reynolds de la transición del coeficiente de fricción varía para la isotérmica y para la no-isotérmica (tres velocidades de calentamiento diferentes), y las tres entradas usadas en su estudio se resumen en la tabla 8-6.

La figura 8-37 muestra la influencia de la configuración de entrada en el comienzo y final de los coeficientes de fricción isotérmicos totalmente desarrollados en la región de transición.

Observe que los coeficientes de fricción isotérmicos completamente desarrollados en las regiones laminar, turbulenta y de transición, pueden obtenerse de las ecuaciones 8-81, 8-82 y 8-83, respectivamente, fijando la corrección de la relación de viscosidad a un valor de uno (es decir, fijar m = 0).

Los resultados presentados hasta el momento se basaron en el trabajo experimental de Tam y Ghajar (1997) para factores de fricción isotérmicos y no isotérmicos completamente desarrollados. Ghajar y colaboradores llevaron a cabo experimentos similares en la región de entrada (en desarrollo) para entradas reentrantes y de orilla cuadrada para flujos laminares y transicionales (Tam *et al.*, 2013). El factor de fricción en desarrollo se conoce como *factor de fricción aparente.* El factor de fricción aparente incluye los efectos combinados de la aceleración del flujo (variación en el momento del flujo) y de las fuerzas de corte superficiales.

Para un factor de fricción laminar en desarrollo en tubos con entradas de orilla cuadrada y reentrante, los autores recomiendan la correlación siguiente:

$$f_{\text{apar, laminar}} = \left[\frac{1}{\text{Re}}\left(64 + \frac{0.01256}{4.836 \times 10^{-5} + 0.0609\left(\dfrac{x/D}{\text{Re}}\right)^{1.28}}\right)\right]\left(\frac{\mu_b}{\mu_s}\right)^m \qquad \textbf{(8-85)}$$

donde $m = -5.06 + 0.84 \times \text{Pr}^{0.23}\ \text{Gr}^{0.09}$ para un flujo no isotérmico y $m = 0$ para un flujo isotérmico.

El rango de aplicación de la ecuación 8-85 es: $897 \le \text{Re} \le 2\ 189$, $7\ 141 \le \text{Gr} \le 18\ 224$, $1.27 \le \mu_b/\mu_s \le 1.56$, $39 \le \text{Pr} \le 47$, y $3 \le x/D \le 200$.

Para un factor de fricción transicional en desarrollo en tubos, los autores recomiendan la correlación siguiente:

$$f_{\text{apar, transicional}} = \left\{\left(\frac{64}{\text{Re}}\right)[(1 + (0.0049\,\text{Re}^{0.75})^a)^{1/a} + b]\left[1 + \left(\frac{c}{x/D}\right)\right]\right\}\left(\frac{\mu_b}{\mu_s}\right)^m \qquad \textbf{(8-86)}$$

donde el exponente m se obtiene independientemente para cada entrada del flujo no isotérmico de la tabla 8-7 y se fija a un valor $m = 0$ en el caso de flujo isotérmico. Las constantes en la ecuación 8-86 y su rango de aplicación para cada entrada también se proporcionan en la tabla 8-7.

TABLA 8-7

Constantes y rangos de variables independientes para la correlación de factores de fricción en transición

Geometría de la entrada	Constantes y rangos de las variables independientes
Reentrante	$a = 0.52$, $b = -3.47$, $c = 4.8$, $m = -1.8 + 0.46\ \mathrm{Gr}^{-0.13}\ \mathrm{Pr}^{0.41}$ $1\,883 < \mathrm{Re} < 3\,262$, $19.1 < \mathrm{Pr} < 46.5$, $4\,560 < \mathrm{Gr} < 24\,339$, $1.12 < \mu_b/\mu_s < 1.54$, $3 < x/D < 200$
Orilla cuadrada	$a = 0.50$, $b = -4.0$, $c = 3.0$, $m = -1.13 + 0.48\ \mathrm{Gr}^{-0.15}\ \mathrm{Pr}^{0.55}$ $2\,084 < \mathrm{Re} < 3\,980$, $19.6 < \mathrm{Pr} < 47.3$, $6\,169 < \mathrm{Gr} < 35\,892$, $1.10 < \mu_b/\mu_s < 1.54$, $3 < x/D < 200$

EJEMPLO 8-9 **Coeficiente de fricción no isotérmico completamente desarrollado en la región de transición**

Un tubo con una configuración de entrada de boca de campana está sujeto a un flujo de calor de pared uniforme de 8 kW/m^2. Dicho tubo tiene un diámetro interior de 0.0158 m y una velocidad de flujo de 1.32×10^{-4} m^3/s. El líquido que fluye dentro del tubo es una mezcla de glicol etileno y agua destilada que tiene una fracción de masa de 0.34. Las propiedades de la mezcla glicol etileno-agua destilada en el punto de interés son Pr = 11.6, $\nu = 1.39 \times 10^{-6}$ m^2/s y $\mu_b/\mu_s = 1.14$. Determine el coeficiente de fricción completamente desarrollado en un punto a lo largo del tubo donde el número de Grashof es Gr = 60 800. ¿Cuál sería la respuesta si se utilizara una entrada de orilla cuadrada?

SOLUCIÓN Una mezcla líquida fluyendo en un tubo está sujeta a un flujo de calor de pared uniforme. Se calcularán los coeficientes de fricción para los casos de entrada de boca de campana y de orilla cuadrada.

Suposiciones Existen condiciones de operación estacionarias.

Propiedades Las propiedades de la mezcla de glicol etileno-agua destilada son Pr = 11.6, $\nu = 1.39 \times 10^{-6}$ m^2/s y $\mu_b/\mu_s = 1.14$.

Análisis Para el cálculo del coeficiente de fricción no isotérmico completamente desarrollado, es necesario calcular el régimen del flujo antes de tomar cualquier decisión acerca de qué relación de coeficientes de fricción utilizar. El número de Reynolds en el punto específico es:

$$\mathrm{Re} = \frac{(\dot{V}/A_c)D}{\nu} = \frac{[(1.32 \times 10^{-4}\ \mathrm{m^3/s})/(1.961 \times 10^{-4}\ \mathrm{m^2})](0.0158\ \mathrm{m})}{1.39 \times 10^{-6}\ \mathrm{m^2/s}} = 7\,651$$

puesto que:

$$A_c = \pi D^2/4 = \pi(0.0158\ \mathrm{m})^2/4 = 1.961 \times 10^{-4}\ \mathrm{m^2}$$

En la tabla 8-6 se observa que para una entrada de boca de campana y un flujo de calor de 8 kW/m^2, el flujo está en la región de transición. Por tanto, puede aplicarse la ecuación 8-83. Respecto a las constantes A, B y C, y m_1, m_2, m_3 y m_4 de la tabla 8-5, se calcula el coeficiente de fricción y se obtiene:

$$C_{f,\,\mathrm{trans}} = \left[1 + \left(\frac{\mathrm{Re}}{A}\right)^B\right]^C \left(\frac{\mu_b}{\mu_s}\right)^m$$

$$= \left[1 + \left(\frac{7\,651}{5\,340}\right)^{-0.099}\right]^{-6.32} (1.14)^{-2.58 - 0.42 \times 60\,800^{-0.41} \times 11.6^{2.46}} = \mathbf{0.010}$$

Caso de entrada de orilla cuadrada Para esta forma de entrada, el número de Reynolds del flujo es el mismo que el de la entrada de boca de campana (Re = 7 651). Sin embargo, es necesario revisar el tipo de régimen de flujo para esta entrada en particular con 8 kW/m^2 de calentamiento. De la tabla 8-6, el rango del número de Reynolds en transición es 3 860 < Re < 5 200, lo que significa que el flujo, en este caso, es turbulento, y la ecuación 8-82 es la ideal. Dicha ecuación da:

$$C_{f,\,\text{turb}} = \left(\frac{0.0791}{\text{Re}^{0.25}}\right)\left(\frac{\mu_b}{\mu_s}\right)^m = \left(\frac{0.0791}{7\,651^{0.25}}\right)(1.14)^{-0.25} = \mathbf{0.0082}$$

Discusión Observe que los factores de fricción *f* pueden calcularse multiplicando los valores del coeficiente de fricción por 4.

Transferencia de calor en la región de transición

Ghajar y colaboradores también investigaron experimentalmente los efectos de la configuración de entrada en la transferencia de calor en la región de transición entre los flujos laminar y turbulento en tubos para las mismas tres configuraciones de entrada que se muestran en la figura 8-35. Propusieron algunos métodos de predicción para este régimen con el fin de establecer una conexión entre métodos laminares y métodos turbulentos aplicables a la convección forzada y a la convección mixta en la región de entrada y en las regiones completamente desarrolladas para los tres tipos de configuraciones de entrada, las cuales se presentan a continuación. Si el lector está interesado en un análisis más detallado sobre este tema, consulte Tam y Ghajar (2006). El coeficiente de transferencia de calor local en un flujo de transición se obtiene a partir del número de Nusselt en transición, Nu_{trans}, el cual se calcula como sigue a una distancia x respecto a la entrada:

$$\text{Nu}_{\text{trans}} = \text{Nu}_{\text{lam}} + \{\exp[(a - \text{Re})/b] + \text{Nu}_{\text{turb}}^{c}\}^{c} \qquad \textbf{(8-87)}$$

donde Nu_{lam} es el número de Nusselt en flujo laminar para los flujos de entrada en la región laminar con efectos de convección natural:

$$\text{Nu}_{\text{lam}} = 1.24\left[\left(\frac{\text{Re Pr}D}{x}\right) + 0.025(\text{Gr Pr})^{0.75}\right]^{1/3}\left(\frac{\mu_b}{\mu_s}\right)^{0.14} \qquad \textbf{(8-88)}$$

y Nu_{turb} es el número de Nusselt para el flujo turbulento con los efectos de un flujo en desarrollo:

$$\text{Nu}_{\text{turb}} = 0.023\text{Re}^{0.8}\,\text{Pr}^{0.385}\left(\frac{x}{D}\right)^{-0.0054}\left(\frac{\mu_b}{\mu_s}\right)^{0.14} \qquad \textbf{(8-89)}$$

Las propiedades físicas que aparecen en los números adimensionales Nu, Re, Pr y Gr son evaluados en la temperatura del fluido abundante T_b. Los valores de las constantes empíricas a, b y c de la ecuación 8-87 dependen de la configuración de entrada y se proporcionan en la tabla 8-8. La relación de viscosidad incluye el efecto de la temperatura en el proceso. El rango de aplicación del método de transferencia de calor respaldado en su base de datos de 1 290 puntos (441 puntos para la entrada reentrante, 416 para la entrada de orilla cuadrada y 433 para la entrada de boca de campana) es como sigue:

TABLA 8-8

Constantes para la correlación de transferencia de calor en transición

Geometría de la entrada	*a*	*b*	*c*
Reentrante	1 766	276	–0.955
Orilla cuadrada	2 617	207	–0.950
Boca de campana	6 628	237	–0.980

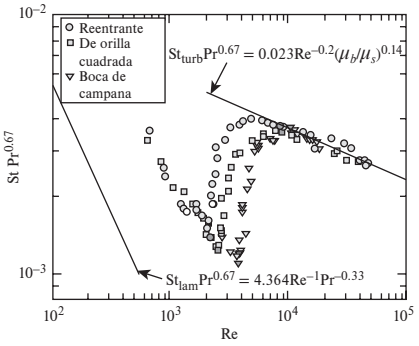


FIGURA 8-38

Influencia de las diferentes entradas en la región de transición de transferencia de calor en $x/D = 192$ (los símbolos rellenos indican el comienzo y final de la región de transición de cada entrada) entre los límites de la correlación Dittus-Boelter ($Nu = 0.023\ Re^{0.8}\ Pr^n$) para un flujo turbulento completamente desarrollado (utilizando $n = 1/3$ para calentamiento) y Nu = 4.364 para un flujo laminar completamente desarrollado con una condición de frontera de flujo de calor uniforme. Observe que el efecto de flotabilidad en los datos del flujo laminar proporciona un coeficiente de transferencia de calor por convección mezclado muy grande.

Fuente: Ghajar y Tam, 1994.

Reentrante: $3 \le x/D \le 192,\ 1\,700 \le Re \le 9\,100,\ 5 \le Pr \le 51,$
$4\,000 \le Gr < 210\,000,\ 1.2 < \mu_b/\mu_s < 2.2$

Orilla cuadrada: $3 \le x/D \le 192,\ 1\,600 \le Re \le 10\,700,\ 5 \le Pr \le 55,$
$4\,000 \le Gr \le 250\,000,\ 1.2 \le \mu_b/\mu_s \le 2.6$

Boca de campana: $3 \le x/D \le 192,\ 3\,300 \le Re \le 11\,100,\ 13 \le Pr \le 77,$
$6\,000 \le Gr \le 110\,000,\ 1.2 \le \mu_b/\mu_s \le 3.1$

Estas correlaciones capturan alrededor de 70% de los datos medidos dentro de una banda de error de ±10 y 97% de datos medidos dentro de un valor de ±20%, lo cual es sorprendente para flujos en transición. Las expresiones individuales anteriores de Nu_{lam} y Nu_{turb} pueden utilizarse solas para flujos en desarrollo en aquellos regímenes respectivos. Los límites inferior y superior del número de Reynolds de la transición de transferencia de calor varían para las tres diferentes entradas, y se resumen en la tabla 8-9. Los resultados que se muestran en esta tabla indican que la configuración de entrada reentrante provoca la transición temprana de flujo laminar a régimen de transición (a aproximadamente 2 000), mientras que la entrada de boca de campana retarda este cambio de régimen (a alrededor de 3 500). La entrada de orilla cuadrada está en algún punto entre estos valores (a alrededor de 2 400), el cual es cercano al valor de 2 300 citado en la mayoría de los libros de texto.

La figura 8-38 muestra la influencia de la configuración de entrada en el comienzo y final de la región de transición de la transferencia de calor. Dicha figura grafica los coeficientes de transferencia de calor periféricos promedio locales en términos del factor j de Colburn ($j_H = St\ Pr^{0.67}$) en comparación con el número de Reynolds local para todos los regímenes de flujo a un cociente longitud entre diámetro de 192 y St es el número de Stanton, el cual también es un coeficiente de transferencia de calor adimensional (consulte el capítulo 6 para obtener más detalles), definido como St = Nu/(Re Pr). Los símbolos que están llenos en la figura 8-38 representan el comienzo y final de la región de transición de la transferencia de calor para cada configuración de entrada. Observe la enorme influencia de la convección natural superpuesta al proceso de transferencia de calor de flujo laminar convectivo forzado (Nu = 4.364 para un flujo laminar completamente desarrollado con una condición de frontera de flujo de calor uniforme sin efectos de flotabilidad), dando un valor de convección mezclada de alrededor de Nu = 14.5. La ecuación 8-88 incluye este efecto de flotabilidad a través del número de Grashof.

En un estudio subsecuente, Tam y Ghajar (1998) investigaron experimentalmente el comportamiento de los coeficientes de transferencia de calor local en la región de transición para un tubo con una entrada de boca de campana. Este tipo de entrada se utiliza en algunos intercambiadores de calor sobre todo para evitar torbellinos, los cuales se cree que son una de las causas de la erosión en la región de entrada del tubo. Para una entrada de boca de campana, la variación del coeficiente de transferencia de calor local con la longitud en las regiones de flujo de transición y turbulento es muy inusual. Para esta geometría de entrada, la capa de frontera a lo largo de la pared del tubo es, en primera instancia, laminar y después cambia a través de una transición a la condición de flujo turbulento provocando una inmersión

TABLA 8-9

Límite superior e inferior de los números de Reynolds en transición de la transferencia de calor

Geometría de la entrada	Límite inferior	Límite superior
Reentrante	$Re_{inferior} = 2\,157 - 0.65[192 - (x/D)]$	$Re_{superior} = 8\,475 - 9.28[192 - (x/D)]$
De orilla cuadrada	$Re_{inferior} = 2\,524 - 0.82[192 - (x/D)]$	$Re_{superior} = 8\,791 - 7.69[192 - (x/D)]$
Boca de campana	$Re_{inferior} = 3\,787 - 1.80[192 - (x/D)]$	$Re_{superior} = 10\,481 - 5.47[192 - (x/D)]$

en la curva Nu contra x/D. En sus experimentos con un diámetro interior fijo de 15.84 mm, la longitud de la inmersión en la región de transición fue mayor ($100 < x/D < 175$) que en la región de flujo turbulento ($x/D < 25$). La inmersión en la región de transición tiene una influencia muy importante en los coeficientes de transferencia de calor local y promedio. Esto es particularmente importante en los cálculos de transferencia de calor de intercambiadores de calor de tubo corto con entrada tipo boca de campana. La figura 8-39 muestra la variación del número de Nusselt local a lo largo de la longitud de un tubo en la región de transición para las tres configuraciones de entrada a números de Reynolds comparables.

Como ya se mencionó, los tubos con aletas (figura 8-30) mejoran la transferencia de calor por convección. El flujo de líquido de una sola fase en tubos mejorados interiormente es cada vez más importante en aplicaciones comerciales de calefacción, ventilación y aire acondicionado (HVAC). Un tipo de tubo mejorado interiormente es el tubo espiral de microaletas (figura 8-40). La aspereza lateral del tubo aumenta el área de transferencia de calor, dando como resultado intercambiadores de calor con muy alta eficiencia. El aumento de la superficie causa bajas velocidades de flujo en los tubos del intercambiador de calor, dando como resultado un flujo con números de Reynolds que están entre laminar y turbulento, es decir, en la región de transición. Debido a los requerimientos de alta eficiencia, es muy probable que más unidades HVAC trabajarán en la región de transición donde la comprensión de la caída de presión y la transferencia de calor es limitada. Para vencer algunos de estos retos, Ghajar y colaboradores hicieron extensivos sus estudios sobre tubos lisos que presentaron antes tubos con aletas. Dichos científicos realizaron experimentos sobre caída de presión (factor de fricción) y transferencia de calor en la región de transición en tres tubos con microaletas diferentes y un tubo liso con entradas de orilla cuadrada y reentrantes (Tam *et al*., 2012). La tabla 8-10

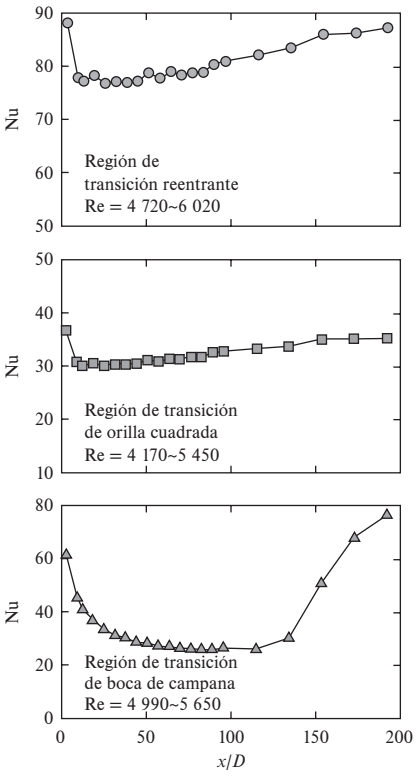
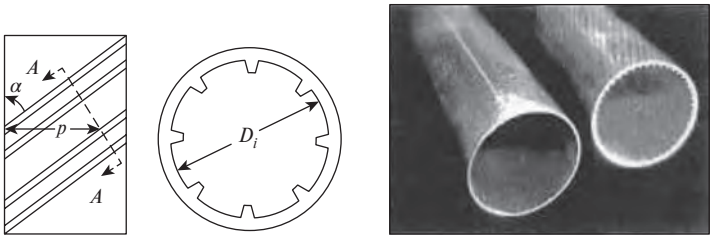


FIGURA 8-39

La variación del número de Nusselt local respecto a la longitud en la región de transición con las entradas reentrante, de orilla cuadrada y de boca de campana.

Fuente: Tam y Ghajar, 1998.



a) *b*)

FIGURA 8-40

a) Vista de la sección transversal del tubo multialeta. *b*) Tubos lisos y de microaleta.

a) Fuente: Tam et al., 2012. b) ©Afshin Ghajar.

TABLA 8-10

Especificaciones de los tubos de prueba

Tipo de tubo	Diámetro exterior D_o (mm)	Diámetro interior D_i (mm)	Ángulo en espiral α	Altura de la aleta e (mm)	Número de comienzo, N_s
Tubo liso	15.9	14.9	–	–	–
Tubo con microaletas #1	15.9	14.9	18°	0.5	25
Tubo con microaletas #2	15.9	14.9	25°	0.5	25
Tubo con microaletas #3	15.9	14.9	35°	0.5	25

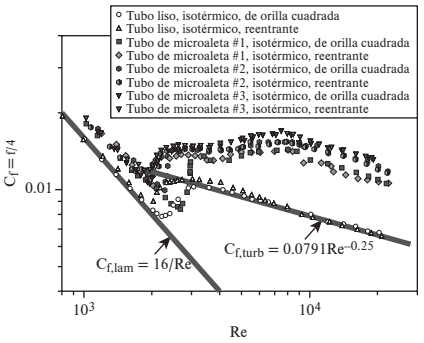


FIGURA 8-41

Características del factor de fricción totalmente desarrollado de los tubos lisos y de microaleta en condición de frontera isotérmica.

Fuente: Tam et al., 2012.

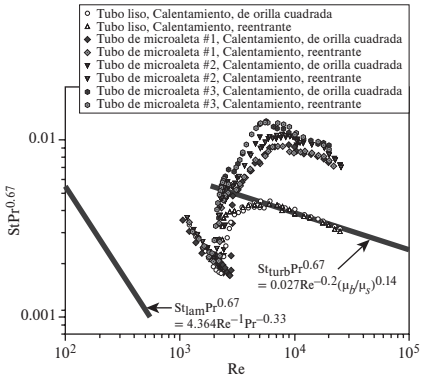


FIGURA 8-42

Características de la transferencia de calor totalmente desarrollada de los tubos lisos y de microaleta en condición de frontera de flujo de calor uniforme de pared

Fuente: Tam et al., 2012.

muestra las especificaciones de los tubos lisos y con microaletas utilizados en los estudios de Tam y colaboradores (2012).

La figura 8-41 representa las características del factor de fricción completamente desarrolladas para el tubo plano y para diferentes tubos de microaletas de ángulo espiral y diferentes configuraciones de entrada bajo la condición de frontera isotérmica. El comportamiento del tubo liso es similar al que se presentó antes (figura 8-37). Sin embargo, para todos los tubos de microaleta se observa un corrimiento paralelo respecto a la ecuación laminar clásica ($C_{f,\,lam} = 16/Re$) independientemente de la geometría de la aleta y del tipo de entrada. En la región de transición se puede observar que el rango de transición de los tubos de microaleta es mucho más amplio que el rango de transición del tubo liso. El factor de fricción para todos los tubos de microaleta pasa a través de un abrupto incremento seguido de una sección relativamente constante C_f y después un corrimiento paralelo respecto al clásico factor de correlación de fricción turbulenta de Blasius ($C_{f,\,turb} = 0.0791\ R^{-0.25}$). Al final de la transición del tubo microaleta, se define como el primer punto donde los datos del factor de fricción se hacen paralelos a la correlación de Blasius. Más allá de este punto, el flujo es considerado turbulento. Con un ángulo en espiral más grande en el tubo microaleta se puede observar un aumento en el factor de fricción en las regiones de transición y turbulenta. El aumento en el factor de fricción es causado por el arrastre más fuerte debido al mayor ángulo espiral en la pared del tubo. En la figura 8-41 se puede observar que el comienzo de la transición depende de la entrada y del ángulo de la espiral. Para todos los tubos de microaleta, la entrada con orilla cuadrada retarda el comienzo de la transición. El tubo microaleta #3, con un ángulo de espiral más grande, tiene un comienzo de la fase de transición más temprano. También se ha observado que un ángulo de espiral más grande en el tubo de microaleta anticipa el final de la transición en ambas configuraciones de entrada.

La figura 8-42 muestra que el comportamiento de la transferencia de calor en la región de transición superior para los tubos liso y de microaleta es muy diferente. En el caso del tubo liso, la transferencia de calor primero experimentó un cambio abrupto en la región de transición inferior; seguido por un cambio moderado en la transición superior y, por último, la transición terminó y los datos sobre transferencia de calor siguieron la correlación de Sieder y Tate (1936) a un número de Reynolds de alrededor de 8 000. El comportamiento del tubo liso es similar a lo presentado antes (figura 8-38). Sin embargo, para el tubo de microaleta, dicha característica no puede verse, y el cambio abrupto se observa en toda la región de transición. Cuando el número de Reynolds es de alrededor de 8 000, se observa un corrimiento paralelo de los datos sobre la transferencia de calor de la ecuación de Sieder y Tate. Este incremento en el factor j de Colburn ($j_H = St\ Pr^{0.67}$) y el corrimiento paralelo de la correlación de Sieder y Tate en la región turbulenta se debe al movimiento de remolino inducido por la microaleta. Grandes ángulos de espiral llevan a factores j de Colburn grandes porque estos ángulos aumentan la mezcla del fluido entre el fluido abundante y la pared del tubo y, por tanto, la transferencia de calor mejora. Respecto al comienzo y final de la transición de la transferencia de calor, se puede observar en la figura 8-42 que el comienzo de la transición se define como el punto crítico para el cambio súbito de la región laminar (la línea paralela al Nu = 4.364) a la región de transición. Para el final de la transición del tubo microaleta, se define como el primer punto donde los datos sobre la transferencia de calor aterrizan en una línea paralela a la correlación propuesta por Sieder y Tate (1936). Como se puede observar en la figura 8-42, para la transferencia de calor, la transición depende de la entrada, y el comienzo y el final de la transición dependen del ángulo en espiral. El retraso de la transición es para ángulos en espiral más pequeños, mientras que una transición temprana se presenta cuando se utilizaron tubos con ángulo en espiral más grandes.

EJEMPLO 8-10 **Transferencia de calor en la región de transición**

Una mezcla de glicol etileno y agua destilada con una fracción de masa de 0.6 y una velocidad de flujo de 2.6×10^{-4} m^3/s fluye dentro de un tubo con un diámetro interior de 0.0158 m, y está sujeto a un flujo de calor de pared. Para este flujo calcule el número de Nusselt en el punto $x/D = 90$ si la configuración de entrada del tubo es: *a*) reentrante, *b*) con orilla cuadrada, *c*) de boca de campana. En este punto, el número de Grashof local es Gr = 51 770. Las propiedades de la mezcla de glico-etileno con el agua destilada en el punto de interés son Pr = 29.2, $\nu = 3.12 \times 10^{-6}$ m^2/s y $\mu_b/\mu_s = 1.77$.

SOLUCIÓN Una mezcla líquida que fluye en un tubo está sujeta a un flujo de calor uniforme de pared. Se calculará el número de Nusselt en un determinado punto para tres configuraciones diferentes de entrada de tubo.

Suposiciones Prevalecen condiciones de operación estacionarias.

Propiedades Se proporcionan las propiedades de la mezcla glicol etileno-agua destilada, y son Pr = 29.2, $\nu = 3.12 \times 10^{-6}$ m^2/s y $\mu_b/\mu_s = 1.77$.

Análisis Para un tubo con un diámetro y velocidad de flujo volumétricos conocidos, el tipo de régimen de flujo se calcula antes de tomar alguna decisión respecto a cuál correlación del número de Nusselt utilizar. El número de Reynolds en un punto específico es:

$$\mathrm{Re} = \frac{(\dot{V}/A_c)D}{\nu} \frac{[(2.6 \times 10^{-4}\mathrm{m^3/s})/(1.961 \times 10^{-4}\,\mathrm{m^2})](0.0158\ \mathrm{m})}{3.12 \times 10^{-6}\,\mathrm{m^2/s}} = 6\ 714$$

puesto que:

$$A_c = \pi D^2/4 = \pi(0.0158\ \mathrm{m})^2/4 = 1.961 \times 10^{-4}\ \mathrm{m^2}$$

El régimen de flujo está en la región de transición para las tres configuraciones de entrada (utilice la información proporcionada en la tabla 8-9 con $x/D = 90$), la ecuación 8-87 deberá utilizarse con las constantes *a*, *b*, *c* que se encuentran en la tabla 8-8. Sin embargo, Nu_{lam} y Nu_{turb} son las entradas a la ecuación 8-87, y estas necesitan evaluarse primero con las ecuaciones 8-88 y 8-89, respectivamente. Las correlaciones para Nu_{lam} y Nu_{turb} no dependen de la entrada.

De la ecuación 8-88:

$$\mathrm{Nu_{lam}} = 1.24\left[\left(\frac{\mathrm{Re\,Pr}D}{x}\right) + 0.025\,(\mathrm{Gr\,Pr})^{0.75}\right]^{1/3}\left(\frac{\mu_b}{\mu_s}\right)^{0.14}$$

$$= 1.24\left[\left(\frac{(6\ 714)(29.2)}{90}\right) + 0.025[(51\ 770)(29.2)]^{0.75}\right]^{1/3}(1.77)^{0.14} = 19.9$$

De la ecuación 8-89:

$$\mathrm{Nu_{turb}} = 0.023\ \mathrm{Re}^{0.8}\mathrm{Pr}^{0.385}\left(\frac{x}{D}\right)^{-0.0054}\left(\frac{\mu_b}{\mu_s}\right)^{0.14}$$

$$= 0.023(6\ 714)^{0.8}(29.2)^{0.385}(90)^{-0.0054}(1.77)^{0.14} = 102.7$$

El número de Nusselt en transición puede calcularse con la ecuación 8-87:

$$\mathrm{Nu_{trans}} = \mathrm{Nu_{lam}} + \{\exp[(a - \mathrm{Re})/b] + \mathrm{Nu}_{\mathrm{turb}}^{c}\}^{c}$$

Caso 1: Para una entrada reentrante:

$$\mathrm{Nu_{trans}} = 19.9 + \{\exp[(1\ 766 - 6\ 714)/276] + 102.7^{-0.955}\}^{-0.955} = \mathbf{88.2}$$

Caso 2: Para una entrada con orilla cuadrada:

$$\mathrm{Nu}_{\mathrm{trans}} = 19.9 + \{\exp[(2\,617 - 6\,714)/207] + 102.7^{-0.950}\}^{-0.950} = \mathbf{85.3}$$

Caso 3: Para una entrada boca de campana:

$$\mathrm{Nu}_{\mathrm{trans}} = 19.9 + \{\exp[(6\,628 - 6\,714)/237] + 102.7^{-0.980}\}^{-0.980} = \mathbf{21.3}$$

Discusión Para las entradas reentrante y de orilla cuadrada el flujo se comporta normalmente. Para una entrada de boca de campana, el número de Nusselt es bajo en comparación con las otras dos entradas. Esto se debe al comportamiento inusual de la entrada boca de campana que se observó antes (figura 8-39); es decir, la capa de frontera a lo largo de la pared del tubo es primero laminar y después cambia a través de una región de transición a la condición de flujo turbulento.

Analogías entre el impulso y la transferencia de calor en la región de transición

Meyer y Everts (2018b) investigaron mediante experimentos las características de caída de presión y transferencia de calor del flujo en desarrollo y completamente desarrollado en tubos lisos en los regímenes de flujo laminar, transicional, cuasiturbulento y turbulento. Se varió el número de Reynolds entre 700 y 10 000 para garantizar que los regímenes de flujo transicional y cuasiturbulento, así como partes suficientes de los regímenes de flujo laminar y turbulento, estuvieran incluidos. Se encontró que las fronteras de los diferentes regímenes de flujo eran los mismos en cuanto a caída de presión y transferencia de calor, y que existía una relación directa entre la caída de presión y la transferencia de calor en el régimen de flujo transicional. En el régimen de flujo laminar, la relación entre la caída de presión y la transferencia de calor estaba en función del número de Grashof (por tanto, libre de efectos de convección), mientras que estaba en función del número de Reynolds en los otros tres regímenes de flujo. También se desarrollaron las correlaciones para predecir los factores de fricción promedio en función del número de Nusselt promedio, así como las correlaciones para predecir el número de Nusselt promedio para un flujo en desarrollo y completamente desarrollado en todos los regímenes de flujo.

Caída de presión en la región de transición en minitubos y microtubos

Debido a los rápidos avances en las técnicas de fabricación, la miniaturización de dispositivos y componentes va en aumento en muchas aplicaciones. Ya sea en la aplicación de intercambiadores de calor en miniatura, celdas combustibles, bombas, compresores, turbinas, sensores o vasos sanguíneos artificiales, se requiere un conocimiento sólido acerca del flujo de fluidos en canales y tubos a microescala. Para comprender mejor el comportamiento de un flujo en pequeños tubos, Ghajar y colaboradores hicieron extensivos sus estudios sobre caída de presión transicional isotérmica en tubos de tamaño estándar a minitubos y macrotubos. Dichos científicos llevaron a cabo un detallado estudio sistemático y experimental sobre el factor de fricción en la región de transición para un flujo de agua en una sola fase en 12 tubos de acero inoxidable con diámetros en el rango de 2 083 μm a 337 μm (figura 8-43). Las mediciones de caída de presión se llevaron a cabo con cuidado poniendo particular atención a la sensibilidad de los diafragmas de sensado de presión utilizados en el transductor de presión. Los resultados experimentales obtenidos indicaron que el comienzo y el final de la región de transición estuvieron influenciados por el

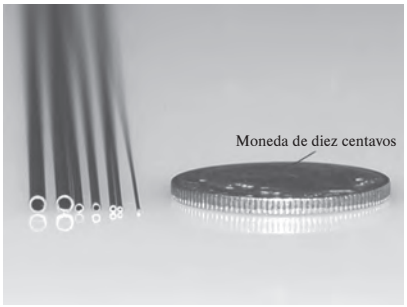


FIGURA 8-43

Minitubos y microtubos de acero inoxidable representativos utilizados en el experimento de Ghajar y colaboradores, 2010.

© *Afshin Ghajar*

TABLA 8-11

Resumen de los rangos de números de Reynolds en transición para varios tamaños de tubo de acero inoxidable

Tubo I.D. [μm]	Rango de transición	Tubo I.D. [μm]	Rango de transición
2 083	1 500 < Re < 4 000	732	2 200 < Re < 3 000
1 600	1 700 < Re < 4 000	667	2 200 < Re < 3 000
1 372	1 900 < Re < 4 000	559	1 900 < Re < 2 500
1 067	2 000 < Re < 4 000	508	1 700 < Re < 2 100
991	2 000 < Re < 4 000	413	1 500 < Re < 1 900
838	2 200 < Re < 4 000	337	1 300 < Re < 1 700

Fuente: Ghajar et al., 2010.

diámetro del tubo (tabla 8-11). El perfil del factor de fricción no fue afectado significativamente por los diámetros de los tubos entre 2 083 μm y 1 372 μm (figura 8-44). Sin embargo, la influencia del diámetro del tubo en el perfil del factor de fricción fue muy significativa conforme el diámetro disminuía de 838 μm a 337 μm (figura 8-45). El rango del número de Reynolds para un flujo en transición disminuía a medida que se reducía el diámetro del tubo (tabla 8-11). Los resultados mostraron que una disminución en el diámetro del tubo y un aumento en la aspereza relativa (ε/D), la cual está aproximadamente dentro del rango de $0.01 < \varepsilon/D < 0.04$, tenía influencia en el factor de fricción, aun en la región laminar. Además, dichos factores provocan el nacimiento de una transición del flujo laminar a números de Reynolds bajos.

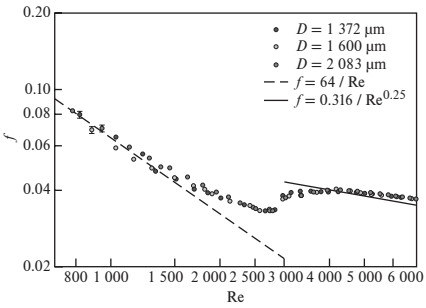


FIGURA 8-44

Región de transición de tubos de acero inoxidable con diámetros de 2 083 a 1 372 μm.

Fuente: Ghajar et al., 2010.

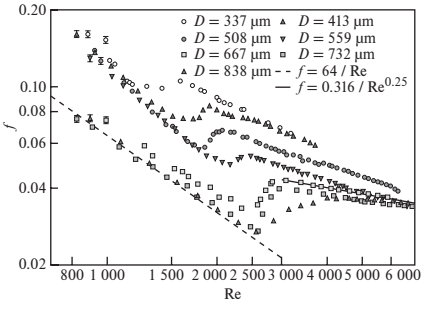


FIGURA 8-45

Región de transición de tubos de acero inoxidables con diámetros de 838 a 337 μm.

Fuente: Ghajar et al., 2010.

Referencias

1. A. J. Ghajar y K. F. Madon. "Pressure Drop Measurements in the Transition Region for a Circular Tube with Three Different Inlet Configurations." *Experimental Thermal and Fluid Science,* Vol. 5 (1992), pp. 129-135.
2. A. J. Ghajar y L. M. Tam. "Heat Transfer Measurements and Correlations in the Transition Region for a Circular Tube with Three Different Inlet Configurations." *Experimental Thermal and Fluid Science,* Vol. 8 (1994), pp. 79-90.
3. A. J. Ghajar y L. M. Tam. "Flow Regime Map for a Horizontal Pipe with Uniform Wall Heat Flux and Three Inlet Configurations." *Experimental Thermal and Fluid Science,* Vol. 10 (1995), pp. 287-297.
4. A. J. Ghajar, L. M. Tam y S. C. Tam. "Improved Heat Transfer Correlation in the Transition Region for a Circular Tube with Three Inlet Configurations Using Artificial Neural Networks." *Heat Transfer Engineering,* Vol. 25, No. 2 (2004), pp. 30-40.
5. A. J. Ghajar, C. C. Tang y W. L. Cook. "Experimental Investigation of Friction Factor in the Transition Region for Water Flow in Minitubes and Microtubes." *Heat Transfer Engineering,* Vol. 31, No. 8 (2010), pp. 646-657.
6. L. M. Tam y A. J. Ghajar. "Effect of Inlet Geometry and Heating on the Fully Developed Friction Factor in the Transition Region of a Horizontal Tube." *Experimental Thermal and Fluid Science,* Vol. 15 (1997), pp. 52-64.
7. L. M. Tam y A. J. Ghajar. "The Unusual Behavior of Local Heat Transfer Coefficient in a Circular Tube with a Bell-Mouth Inlet." *Experimental Thermal and Fluid Science,* Vol. 16 (1998), pp. 187-194.
8. L. M. Tam y A. J. Ghajar. "Transitional Heat Transfer in Plain Horizontal Tubes." *Heat Transfer Engineering,* Vol. 27, No. 5 (2006), pp. 23-38.
9. L. M. Tam, A. J. Ghajar y H. K. Tam. "Contribution Analysis of Dimensionless Variables for Laminar and Turbulent Flow Convection Heat Transfer in a Horizontal Tube Using Artificial Neural Network." *Heat Transfer Engineering,* Vol. 29, No. 9 (2008), pp. 793-804.
10. H. K. Tam, L. M. Tam y A. J. Ghajar. "Effect of Inlet Geometries and Heating on the Entrance and Fully-Developed Friction Factors in the Laminar and

Transition Regions of a Horizontal Tube." *Experimental Thermal and Fluid Science,* Vol. 44 (2013), pp. 680-696.

11. H. K. Tam, L. M. Tam, A. J. Ghajar, S. C. Tam y T. Zhang. "Experimental Investigation of Heat Transfer, Friction Factor, and Optimal Fin Geometries for the Internally Microfin Tubes in the Transition and Turbulent Regions." *Journal of Enhanced Heat Transfer,* Vol. 19, No. 5 (2012), pp. 457-476. Reimpreso con autorización de Begell House, Inc.

RESUMEN

El *flujo interno* se caracteriza por ser un fluido totalmente confinado por las superficies interiores de un tubo. La velocidad y temperatura media o promedio de un tubo circular de radio R se expresan como:

$$V_{\text{prom}} = \frac{2}{R^2}\int_0^R u(r)rdr \qquad \text{y} \qquad T_m = \frac{2}{V_{\text{prom}}R^2}\int_0^R u(r)T(r)rdr$$

El número de Reynolds de un flujo interno y el diámetro hidráulico se definen como:

$$\text{Re} = \frac{\rho V_{\text{prom}} D}{\mu} = \frac{V_{\text{prom}} D}{\nu} \qquad \text{y} \qquad D_h = \frac{4A_c}{p}$$

El flujo en un tubo es laminar para Re < 2 300, turbulento para alrededor de Re > 10 000 y transicional en cualquier punto entre los anteriores.

La longitud de la región desde la entrada del tubo hasta el punto en el que el flujo se convierte en completamente desarrollado se define como la *longitud de entrada hidrodinámica* L_h. La región más allá de la región de entrada en la que el perfil de velocidad está totalmente desarrollada es *la región totalmente desarrollada hidrodinámicamente*. La longitud de la región de flujo sobre la cual se desarrolla la capa de frontera térmica y alcanza al centro del tubo es la *longitud de entrada térmica* L_t. La región en la que el flujo es tanto hidrodinámica como térmicamente desarrollado se llama *región de flujo completamente desarrollado*. Las longitudes de entrada están dadas por:

$$L_{h,\,\text{laminar}} \approx 0.05\,\text{Re}\,D$$

$$L_{t,\,\text{laminar}} \approx 0.05\,\text{Re}\,\text{Pr}\,D = \text{Pr}\,L_{h,\,\text{laminar}}$$

$$L_{h,\,\text{turbulento}} \approx L_{t,\,\text{turbulento}} = 10D$$

Para $\dot{q}_s$ = constante, la velocidad de la transferencia de calor se expresa como:

$$\dot{Q} = \dot{q}_s A_s = \dot{m}c_p(T_e - T_i)$$

Para T_s = constante, se tiene:

$$\dot{Q} = hA_s\Delta T_{\text{ml}} = \dot{m}c_p(T_e - T_i)$$

$$T_e = T_s - (T_s - T_i)\exp(-hA_s/\dot{m}c_p)$$

$$\Delta T_{\text{ml}} = \frac{T_i - T_e}{\ln[(T_s - T_e)/(T_s - T_i)]} = \frac{\Delta T_e - \Delta T_i}{\ln(\Delta T_e/\Delta T_i)}$$

La pérdida de presión irreversible por los efectos friccionales y la potencia de bombeo requerida para contrarrestar esta pérdida para una velocidad de flujo volumétrico de $\dot{V}$ son:

$$\Delta P_L = f\frac{L}{D}\frac{\rho V_{\text{prom}}^2}{2} \qquad \text{y} \qquad \dot{W}_{\text{bomba}} = \dot{V}\Delta P_L$$

Para *un flujo laminar completamente desarrollado* en una tubería circular se tiene:

$$u(r) = 2V_{\text{prom}}\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) = u_{\text{máx}}\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$$

$$f = \frac{64\mu}{\rho D V_{\text{prom}}} = \frac{64}{\text{Re}}$$

$$\dot{V} = V_{\text{prom}}A_c = \frac{\Delta P R^2}{8\mu L}\pi R^2 = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8\mu L} = \frac{\pi R^4 \Delta P}{128\mu L}$$

Tubo circular, laminar ($\dot{q}_s$ = constante): $\text{Nu} = \dfrac{hD}{k} = 4.36$

Tubo circular laminar (T_s = constante): $\text{Nu} = \dfrac{hD}{k} = 3.66$

Para *un flujo laminar en desarrollo* en la región de entrada con temperatura superficial constante se tiene:

Tubo circular: $$\text{Nu} = 3.66 + \frac{0.065(D/L)\text{Re Pr}}{1 + 0.04[(D/L)\text{Re Pr}]^{2/3}}$$

Tubo circular: $$\text{Nu} = 1.86\left(\frac{\text{Re Pr}D}{L}\right)^{1/3}\left(\frac{\mu_b}{\mu_s}\right)^{0.14}$$

Placas paralelas: $$\text{Nu} = 7.54 + \frac{0.03(D_h/L)\text{Re Pr}}{1 + 0.016[(D_h/L)\text{Re Pr}]^{2/3}}$$

Para un *flujo turbulento completamente desarrollado con superficies lisas* se tiene:

$$f = (0.790\ln\text{Re} - 1.64)^{-2} \qquad 10^4 < \text{Re} < 10^6$$

$$\text{Nu} = 0.125f\,\text{Re}\,\text{Pr}^{1/3}$$

$$\text{Nu} = 0.023\,\text{Re}^{0.8}\,\text{Pr}^{1/3} \quad \begin{pmatrix} 0.7 \le \text{Pr} \le 160 \\ \text{Re} > 10\,000 \end{pmatrix}$$

$\text{Nu} = 0.023\,\text{Re}^{0.8}\,\text{Pr}^n$ con $n = 0.4$ par *para calentamiento* y 0.3 para *enfriamiento* del fluido

$$\text{Nu} = \frac{(f/8)(\text{Re} - 1\,000)\text{Pr}}{1 + 12.7\,(f/8)^{0.5}(\text{Pr}^{2/3} - 1)} \quad \begin{pmatrix} 0.5 \le \text{Pr} \le 2\,000 \\ 3 \times 10^3 < \text{Re} < 5 \times 10^6 \end{pmatrix}$$

Las propiedades del fluido están evaluadas a *la temperatura del fluido medio abundante* $T_b = (T_i + T_e)/2$. Para un flujo de metal líquido en el rango de $10^4 < \text{Re} < 10^6$ se tiene:

$$T_s = \text{constante:} \quad \text{Nu} = 4.8 + 0.0156\ \text{Re}^{0.85}\ \text{Pr}_s^{0.93}$$
$$\dot{q}_s = \text{constante:} \quad \text{Nu} = 6.3 + 0.0167\ \text{Re}^{0.85}\ \text{Pr}_s^{0.93}$$

Para *un flujo turbulento completamente desarrollado* con superficies ásperas, el factor de fricción f se calcula con la ayuda del diagrama de Moody o:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log\left(\frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{\text{Re}\sqrt{f}}\right) \approx -1.8 \log\left[\frac{6.9}{\text{Re}} + \left(\frac{\varepsilon/D}{3.7}\right)^{1.11}\right]$$

Para un *anular concéntrico*, el diámetro hidráulico es $D_h = D_o - D_i$, y los números de Nusselt se expresan como:

$$\text{Nu}_i = \frac{h_i D_h}{k} \quad \text{y} \quad \text{Nu}_o = \frac{h_o D_h}{k}$$

donde los valores de los números de Nusselt se dan en la tabla 8-4.

REFERENCIAS Y LECTURAS RECOMENDADAS

1. J. P. Abraham, E. M. Sparrow y W. J. Minkowycz. "Internal-Flow Nusselt Numbers for the Low-Reynolds-Number End of the Laminar-to-Turbulent Transition Regime." *International Journal of Heat and Mass Transfer* 54 (2011), pp. 584-588.
2. J. P. Abraham, E. M. Sparrow y J. C. K. Tong. "Heat Transfer in All Pipe Flow Regimes—Laminar, Transitional/Intermittent, and Turbulent." *International Journal of Heat and Mass Transfer* 52 (2009), pp. 557-563.
3. M. S. Bhatti y R. K. Shah. "Turbulent and Transition Flow Convective Heat Transfer in Ducts." En *Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer,* ed. S. Kakaç, R. K. Shah y W. Aung. Nueva York: Wiley Interscience, 1987.
4. Y. A. Çengel y J. M. Cimbala. *Fluid Mechanics: Fundamentals and Applications,* 4th ed. Nueva York: McGraw-Hill Education, 2018.
5. A. P. Colburn. *Transactions of the AIChE* 26 (1933), p. 174.
6. C. F. Colebrook. "Turbulent Flow in Pipes, with Particular Reference to the Transition between the Smooth and Rough Pipe Laws." *Journal of the Institute of Civil Engineers London* 11 (1939), pp. 133-156.
7. R. G. Deissler. *Analysis of Turbulent Heat Transfer and Flow in the Entrance Regions of Smooth Passages.* Nota técnica 3016. Washington, DC: National Advisory Committee for Aeronautics, 1953.
8. D. F. Dipprey y D. H. Sabersky. "Heat and Momentum Transfer in Smooth and Rough Tubes at Various Prandtl Numbers." *International Journal of Heat Mass Transfer* 6 (1963), pp. 329-353.
9. F. W. Dittus y L. M. K. Boelter. *University of California Publications on Engineering* 2 (1930), p. 433.
10. D. K. Edwards, V. E. Denny y A. F. Mills. *Transfer Processes.* 2a ed. Washington, DC: Hemisphere, 1979.
11. V. Gnielinski. "New Equations for Heat and Mass Transfer in Turbulent Pipe and Channel Flow." *International Chemical Engineering* 16 (1976), pp. 359-368.
12. V. Gnielinski. "Heat Transfer Coefficients for Turbulent Flow in Concentric Annular Ducts." *Heat Transfer Engineering* 30 (2009), pp. 431-436.
13. V. Gnielinski. "On Heat Transfer in Tubes." *International Journal of Heat and Mass Transfer* 63 (2013), pp. 134-140.
14. V. Gnielinski. "Turbulent Heat Transfer in Annular Spaces – A New Comprehensive Correlation." *Heat Transfer Engineering* 36 (2015), pp. 787-789.
15. S. E. Haaland. "Simple and Explicit Formulas for the Friction Factor in Turbulent Pipe Flow." *Journal of Fluids Engineering* (marzo 1983), pp. 89-90.
16. S. Kakaç, R. K. Shah y W. Aung, eds. *Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer.* Nueva York: Wiley Interscience, 1987.
17. W. M. Kays y M. E. Crawford. *Convective Heat and Mass Transfer.* 3a ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1993.
18. W. M. Kays y H. C. Perkins. "Forced Convection, Internal Flow in Ducts." Capítulo 7 En *Handbook of Heat Transfer,* ed. W. M. Rohsenow y J. P. Hartnett. Nueva York: McGraw-Hill, 1972.
19. J. P. Meyer y M. Everts. "Single-Phase Mixed Convection of Developing and Fully Developed Flow in Smooth Horizontal Circular Tubes in the Laminar and Transitional Flow Regimes." *International Journal of Heat Mass Transfer* 117 (2018a) 1251-1273.
20. J. P. Meyer y M. Everts. "Relationship between Pressure Drop and Heat Transfer of Developing and Fully Developed Flow in Smooth Horizontal Circular Tubes in the Laminar, Transitional, Quasi-Turbulent and Turbulent Flow Regimes." *International Journal of Heat Mass Transfer* 117 (2018b) 1231-1250.
21. M. Molki y E. M. Sparrow. "An Empirical Correlation for the Average Heat Transfer Coefficient in Circular Tubes." *Journal of Heat Transfer* 108 (1986), pp. 482-484.
22. L. F. Moody. "Friction Factors for Pipe Flows." *Transactions of the ASME* 66 (1944), pp. 671-684.
23. R. H. Norris. "Some Simple Approximate Heat Transfer Correlations for Turbulent Flow in Ducts with Rough Surfaces." En *Augmentation of Convective Heat Transfer,* ed. A. E. Bergles y R. L. Webb. Nueva York: ASME, 1970.
24. B. S. Petukhov. "Heat Transfer and Friction in Turbulent Pipe Flow with Variable Physical Properties." En *Advances in Heat Transfer,* ed. T. F. Irvine y J. P. Hartnett, Vol. 6. Nueva York: Academic Press, 1970.
25. B. S. Petukhov y L. I. Roizen. "Generalized Relationships for Heat Transfer in a Turbulent Flow of a Gas in Tubes of Annular Section." *High Temperature* (USSR) 2 (1964), pp. 65-68.
26. O. Reynolds. "On the Experimental Investigation of the Circumstances Which Determine Whether the Motion of Water Shall Be Direct or Sinuous, and the Law of Resistance in Parallel Channels." *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 174 (1883), pp. 935-982.

27. H. Schlichting. *Boundary Layer Theory.* 7a ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1979.

28. R. K. Shah y M. S. Bhatti. "Laminar Convective Heat Transfer in Ducts." En *Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer,* ed. S. Kakaç, R. K. Shah, y W. Aung. Nueva York: Wiley Interscience, 1987.

29. R. K. Shah y A. L. London. *Laminar Flow Forced Convection in Ducts.* Nueva York: Academic Press, 1978.

30. H. Shokouhmand y K. Hooman. "An Exact Solution for Fully Developed Temperature Distribution in Laminar Steady Forced Convection Inside Circular Tubes with Uniform Wall Temperature." *Heat Transfer Research* 34 (2003), pp. 276-285.

31. E. N. Sieder y G. E. Tate. "Heat Transfer and Pressure Drop of Liquids in Tubes." *Industrial Engineering Chemistry* 28 (1936), pp. 1429-1435.

32. C. A. Sleicher y M. W. Rouse. "A Convenient Correlation for Heat Transfer to Constant and Variable Property Fluids in Turbulent Pipe Flow." *International Journal of Heat Mass Transfer* 18 (1975), pp. 1429-1435.

33. S. Whitaker. "Forced Convection Heat Transfer Correlations for Flow in Pipes, Past Flat Plates, Single Cylinders, and for Flow in Packed Beds and Tube Bundles." *AIChE Journal* 18 (1972), pp. 361-371.

34. W. Zhi-qing. "Study on Correction Coefficients of Laminar and Turbulent Entrance Region Effects in Round Pipes." *Applied Mathematical Mechanics* 3 (1982), p. 433.

PROBLEMAS*

Análisis de fluidos en general

8-1C ¿Qué fluido a temperatura ambiente requiere una bomba más grande para circular a una velocidad específica en un determinado tubo: agua o aceite de motor?, ¿por qué?

8-2C ¿Qué representan la velocidad promedio V_{prom} y la temperatura media T_m en un flujo a través de tubos circulares de diámetro constante?

8-3C ¿Cuál es el valor aceptado de número de Reynolds por arriba del cual el flujo en tuberías lisas es turbulento?

8-4C ¿Qué es el diámetro hidráulico? ¿Cómo se define? ¿A qué es igual para un tubo circular de diámetro D?

8-5C ¿Qué propiedad de los fluidos es responsable del desarrollo de la capa de frontera de velocidad? ¿Para qué tipos de fluidos no habrá capa de frontera en una tubería?

8-6C En la región de flujo completamente desarrollada de un tubo circular, ¿el perfil de velocidad cambiará en la dirección del flujo? ¿Qué hay respecto al perfil de temperatura?

8-7C Considere un flujo laminar en un tubo circular. ¿El factor de fricción será más alto cerca de la entrada del tubo o cerca de la salida?, ¿por qué? ¿Cuál sería su respuesta si el flujo fuera turbulento?

8-8C ¿Cómo varía el factor de fricción f a lo largo de la dirección del flujo en la región completamente desarrollada en *a)* un flujo laminar y *b*) en un flujo turbulento?

8-9C ¿De qué manera la aspereza de la superficie afecta la caída de presión en un tubo si el flujo es turbulento? ¿Cuál sería su respuesta si el flujo fuera laminar?

8-10C ¿Cómo se define la longitud de entrada hidrodinámica de un flujo en un tubo? ¿La longitud de entrada es más grande en el flujo laminar o en el turbulento?

8-11C Se tiene un flujo de aceite en un tubo. ¿Cómo se comparan las longitudes de entrada hidrodinámica y térmica si el flujo es laminar? ¿Cómo se compararían si el flujo fuera turbulento?

8-12C Se tiene un flujo de mercurio (un metal líquido) en un tubo. ¿Cómo se comparan las longitudes de entrada hidrodinámica y térmica si el flujo es laminar? ¿Cómo se compararían si el flujo fuera turbulento?

8-13C ¿Cómo se define la longitud de entrada térmica para un flujo en un tubo? ¿En qué región el flujo en un tubo es completamente desarrollado?

8-14C Se tiene convección forzada laminar en un tubo circular. ¿El flujo de calor será más elevado cerca de la entrada del tubo o cerca de la salida?, ¿por qué?

8-15C Se tiene convección forzada turbulenta en un tubo circular. ¿El flujo de calor será más elevado cerca de la entrada del tubo o cerca de la salida?, ¿por qué?

8-16C ¿Qué representa la diferencia de temperatura media logarítmica para un flujo en un tubo cuya temperatura superficial es constante? ¿Por qué se utiliza la temperatura media logarítmica en lugar de la temperatura media aritmética?

8-17C Se tiene el flujo de un fluido en un tubo cuya temperatura superficial permanece constante. ¿Cuál es la diferencia de temperatura apropiada para utilizarse en la ley de enfriamiento de Newton con un coeficiente de transferencia de calor promedio?

8-18C ¿Cuál es el significado físico del número de unidades de transferencia $\text{NTU} = hA_s/\dot{m}c_p$? ¿Qué nos dicen los valores grandes o pequeños de NTU acerca de un sistema de transferencia de calor?

8-19 Se tienen los perfiles de velocidad y de temperatura del flujo de un fluido en un tubo que tiene un diámetro de 50 mm, el cual puede expresarse como:

$$u(r) = 0.05[1 - (r/R)^2]$$
$$T(r) = 400 + 80\,(r/R)^2 - 30\,(r/R)^3$$

con unidades en m/s y K, respectivamente. Determine la velocidad promedio y la temperatura media (promedio) a partir de los perfiles de velocidad y de temperatura proporcionados.

* Los problemas señalados con una "C" son preguntas conceptuales en las que se alienta a los estudiantes a responderlas todas. Los problemas designados con una "I" están en unidades del sistema inglés, y los usuarios del SI pueden ignorarlos. Los problemas con el icono son de naturaleza integral y están destinados a resolverse con el software adecuado. Los problemas con el icono son problemas de prevención a través del diseño (*Prevention through Design*). Los problemas con el icono son de códigos y estándares (*Codes and Standards*).

8-20 Se tienen los perfiles de velocidad y de temperatura de un flujo de aire en un tubo que tiene un diámetro de 8 cm y que puede expresarse como:

$$u(r) = 0.2[(1 - (r/R)^2)]$$
$$T(r) = 250 + 200\,(r/R)^3$$

con unidades en m/s y K, respectivamente. Si el coeficiente de transferencia de calor por convección es 100 $W/m^2 \cdot K$, determine la velocidad del flujo de masa y el flujo de calor superficial utilizando los perfiles de velocidad y temperatura proporcionados. Evalúe las propiedades del aire a 20 °C y 1 atm.

8-21 C&S Por un tubo circular fluye agua líquida a razón de 7 g/s. El agua ingresa al tubo a 5 °C y el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio del flujo interno es de 20 $W/m^2 \cdot K$. El tubo tiene 3 m de longitud y un diámetro interior de 25 mm. La superficie del tubo se mantiene a una temperatura constante. La superficie interior del tubo está forrada con cloruro de polivinilideno (PVDC). De acuerdo con el Código para Procesos con Tubería de ASME (ASME B31.3-2014, tabla A323.4.3), la temperatura máxima recomendada para el forro PVDC es 79 °C. Si el agua sale del tubo a 15 °C, calcule la tasa de calor transferida al agua. ¿La temperatura superficial interior del tubo excederá la temperatura máxima recomendada del forro PVDC?

8-22 C&S En un sistema de calefacción fluye agua líquida en un tubo circular a razón de 3.5 g/s. El agua ingresa al tubo a 5 °C, donde es calentada a una velocidad de 1 kW. La superficie del tubo se mantiene a una temperatura constante. Se ha calculado que la efectividad del sistema para calentar agua en el tubo tiene un número de unidades de transferencia igual a NTU = 2. De acuerdo con las restricciones del servicio del Código ASME para Calderas y Recipientes a Presión (ASME BPVC.IV-2015, HG-101), los calentadores de agua no deben operar a temperaturas que excedan los 120 °C en o cerca de la salida del calentador. La superficie interior del tubo está forrada con cloruro de polivinilideno (PVDC). De acuerdo con el Código para Tubería de Procesos de ASME (ASME B31.3-2014, tabla A323.4.3), la temperatura máxima recomendada para el forro PVDC es de 79 °C. Para cumplir con ambos códigos determine *a*) si el agua que sale del tubo está a una temperatura menor a los 120 °C. *b*) Si la temperatura de la superficie interior del tubo excede los 79 °C. Evalúe las propiedades del fluido a 40 °C. ¿Es esta una temperatura apropiada para evaluar las propiedades del fluido?

8-23 Ingresa aire a un ducto bajo el agua que tiene un diámetro de 18 cm y una longitud de 12 m a 50 °C y 1 atm a una velocidad media de 7 m/s, y es enfriado por el agua de afuera. Si el coeficiente de transferencia de calor promedio es 65 $W/m^2 \cdot K$ y la temperatura del tubo es casi igual a la del agua (10 °C), calcule la temperatura del aire a la salida y la tasa de transferencia de calor. Evalúe las propiedades del aire a una temperatura media abundante de 30 °C. ¿Es esta una buena suposición?

8-24 Se utilizan gases de combustión que pasan a través de un tubo circular cuyo diámetro interior es de 5 cm para vaporizar agua de desperdicio a presión atmosférica. Gases calientes ingresan al tubo a 115 kPa y 250 °C a una velocidad media de 5 m/s y salen a 150 °C. Si el coeficiente de transferencia de calor promedio es de 120 $W/m^2 \cdot K$ y la temperatura de la superficie interior del tubo es de 110 °C, calcule *a)* la longitud del tubo y *b*) la velocidad de evaporación del agua. Use las propiedades del aire para los gases de combustión.

8-25 Repita el problema 8-24 para un coeficiente de transferencia de calor de 40 $W/m^2 \cdot K$.

8-26 Se utiliza agua enfriada a 10 °C para condensar vapor a 30 °C en el condensador de una planta de energía eléctrica a una tasa de 0.15 kg/s haciendo circular el agua enfriada a través de un banco de tubos de cobre delgados de 5 m de longitud y 1.2 cm de diámetro interior. El agua ingresa a los tubos a una velocidad media de 4 m/s y sale a una temperatura de 24 °C. Los tubos son casi isotérmicos a 30 °C. Determine el coeficiente de transferencia de calor promedio entre el agua, los tubos y el número de tubos necesarios para llegar a la velocidad de transferencia de calor indicada en el condensador.

8-27 Repita el problema 8-26 para la condensación de vapor a razón de 0.60 kg/s.

8-28 Reconsidere el problema 8-26. Utilizando el software apropiado, investigue el efecto que tiene la velocidad promedio (media) del enfriamiento de agua en el número de tubos necesarios para alcanzar la tasa de transferencia de calor indicada en el condensador. Variando la velocidad promedio de enfriamiento del agua de 0.3 a 6 m/s, grafique el número de tubos en función de la velocidad promedio del agua.

8-29 Dentro de un condensador, hay un banco de siete tubos de cobre por los que circula agua enfriada. El vapor se condensa a razón de 0.6 kg/s sobre las superficies exteriores de los tubos que están a una temperatura constante de 68 °C. Cada tubo de cobre tiene una longitud de 5 m y un diámetro interior de 25 mm. Ingresa agua enfriada a cada tubo a 5 °C y sale a 60 °C. Calcule el coeficiente de transferencia de calor promedio del agua enfriada circulando dentro de cada tubo y la velocidad media del agua enfriada necesaria para alcanzar la velocidad de transferencia de calor indicada en el condensador.

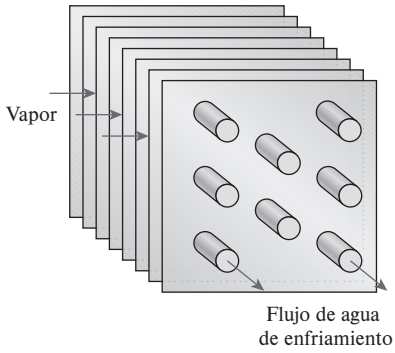


FIGURA P8-29

8-30 Reconsidere el problema 8-29. Utilizando el software apropiado, evalúe el efecto que tiene la velocidad media del agua enfriada en la velocidad de condensación del vapor en el condensador. Variando la velocidad media del agua enfriada para $0 < V_{prom} \leq 2$ m/s, grafique la tasa de condensación del vapor en función de la velocidad media del agua.

8-31 En una caldera que usa gas como combustible se calienta agua a 120 °C por medio de la circulación de aire caliente a través de un tubo de 5 m de longitud y 5 cm de diámetro sumergido en agua. Ingresa aire caliente al tubo a 1 atm y 300 °C a una velocidad media de 7 m/s, y sale a 150 °C. Si la temperatura de la superficie del tubo es de 120 °C, calcule el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio del aire y la velocidad de evaporación del agua en kg/h.

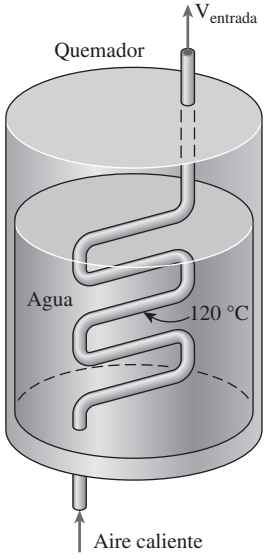


FIGURA P8-31

8-32 Reconsidere el problema 8-31. Utilizando el software apropiado, evalúe el efecto de la longitud del tubo en el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio del aire. Varíe la longitud del tubo de 3 a 18 m, grafique el coeficiente de transferencia de calor por convección en función de la longitud del tubo.

8-33 C&S Fluye agua líquida en condiciones totalmente desarrolladas a través de un tubo circular a razón de 3.5 g/s. El agua ingresa al tubo a 5 °C y el coeficiente de transferencia de calor por convección promedio del flujo interno es de 20 $W/m^2 \cdot K$. El tubo tiene una longitud de 3 m y un diámetro interior de 25 mm. La superficie del tubo está sujeta a un flujo de calor constante a una velocidad de 300 W. La superficie interior del tubo está forrada con cloruro de polivinilideno (PVDC). De acuerdo con el Código para los Procesos con Tuberías de la ASME (ASME B31.3-2014, tabla A323.4.3), la temperatura máxima recomendada del forro de PVDC es de 79 °C. ¿La temperatura superficial interior del tubo excederá la temperatura máxima recomendada? Si es así, calcule la ubicación axial a lo largo del tubo donde la temperatura superficial interior alcanza 79 °C. Evalúe las propiedades del fluido a 15 °C. ¿Es esta una temperatura apropiada para evaluar las propiedades del fluido?

Flujo laminar, transicional y turbulento en tubos

8-34C Alguien afirma que la velocidad de flujo volumétrico en una tubería circular con flujo laminar puede determinarse midiendo la velocidad en la línea central de la región totalmente desarrollada, multiplicándola por la sección transversal y dividiendo el resultado entre 2. ¿Está de acuerdo con esto? Explique.

8-35C Se afirma que la velocidad promedio en una tubería circular en un flujo laminar totalmente desarrollado puede calcularse midiendo la velocidad en $R/2$ (el punto medio entre la superficie de la pared y la línea central). ¿Está de acuerdo? Explique.

8-36C ¿Cómo es el factor de fricción para un flujo en un tubo en relación con la caída de presión? ¿Cómo es la caída de presión en relación con el requerimiento de potencia de bombeo para un determinado flujo másico?

8-37C En un flujo turbulento totalmente desarrollado en un tubo, la tensión de corte tiene un valor máximo en su superficie. ¿Está de acuerdo con esta afirmación? Explique.

8-38C Se tiene un flujo totalmente desarrollado en una tubería circular con efectos despreciables a la entrada. Si la longitud de la tubería se duplica, la caída de presión *a*) se duplicará, *b*) será más del doble, *c*) será menos que el doble, *d*) se reducirá a la mitad, o *e*) permanecerá igual.

8-39C Se tiene un flujo laminar totalmente desarrollado en una tubería circular. Si el diámetro de la tubería se reduce a la mitad mientras la velocidad de flujo y la longitud de la tubería permanecen constantes, la caída de presión *a*) se duplicará, *b*) se triplicará, *c*) se cuadruplicará, *d*) aumentará en un factor de 8, o *e*) aumentará en un factor de 16.

8-40C Se tiene un flujo laminar totalmente desarrollado en una tubería circular. Si la viscosidad del fluido se reduce a la mitad por medio de calentamiento mientras la velocidad del flujo se mantiene constante, ¿cómo cambiará la caída de presión?

8-41 En un flujo laminar totalmente desarrollado en una tubería circular, se mide la velocidad en $R/2$ (el punto medio entre la superficie de la pared y la línea central), y se obtiene el valor de 6 m/s. Determine la velocidad en el centro de la tubería. *Respuesta:* 8 m/s

8-42 El perfil de velocidad en un flujo laminar totalmente desarrollado en una tubería circular de radio interior $R = 10$ cm, en m/s, está dado por $u(r) = 4(1 - r^2/R^2)$. Determine las velocidades media y máxima dentro de la tubería y calcule la velocidad del flujo volumétrico.

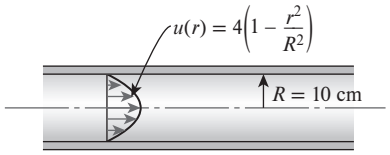


FIGURA P8-42

8-43 En un flujo laminar totalmente desarrollado dentro de una tubería circular se miden las velocidades en $r = 0.5R$ (el punto medio entre la superficie de la pared y la línea central) y se obtienen los valores 3, 6 y 9 m/s. *a*) Determine la velocidad máxima para cada una de las velocidades de punto medio medidas. *b*) Varíe r/R para $-1 \le r/R \le 1$, grafique

el perfil de velocidad para cada una de las velocidades de punto medio medidas con r/R como el eje y y $V(r/R)$ como el eje x.

8-44 En condiciones totalmente desarrolladas, fluye agua a través de un tubo liso de 3 cm de diámetro con una velocidad de flujo de masa de 0.02 kg/s a 15 °C. Determine *a*) la velocidad máxima del flujo en el tubo, y *b*) el gradiente de presión del flujo.

8-45 Está fluyendo agua a 15 °C a través de un tubo liso de 5 cm de diámetro y una longitud de 200 m. Calcule el factor de fricción de Darcy y la pérdida de presión asociada con el tubo para *a*) velocidad de flujo de masa de 0.02 kg/s y, *b)* velocidad de flujo de masa de 0.5 kg/s.

8-46 Fluye agua a 10 °C ($\rho = 999.7$ kg/m^3 y $\mu = 1.307 \times 10^{-3}$ kg/m · s) estacionariamente por una tubería de 0.20 cm de diámetro y 15 m de longitud a una velocidad promedio de 1.2 m/s. Determine *a*) la caída de presión y *b*) el requerimiento de potencia de bombeo para contrarrestar esta caída de presión. Suponga que el flujo es totalmente desarrollado. ¿Es una buena suposición? *Respuestas*: *a*) 188 kPa, *b*) 0.71 W

8-47 Calcule las longitudes de entrada hidrodinámica y térmica del agua, del aceite para motor y del mercurio líquido que circulan a través de un tubo liso de 2.5 cm de diámetro con una velocidad de flujo de masa de 0.01 kg/s y una temperatura de 100 °C.

8-48I Determine la velocidad promedio y las longitudes de entrada hidrodinámica y térmica del agua, del aceite para motor y del mercurio líquido que circulan a través de una tubería estándar calibre 40 de 2 pulgadas con una velocidad de flujo de masa de 0.1 lbm/s y una temperatura de 100 °F.

8-49 Un ingeniero diseñará un aparato experimental que consiste en un tubo liso de 25 mm de diámetro a través del cual circularán a 100 °C en condiciones de flujo laminar totalmente desarrollado. Para un flujo laminar totalmente desarrollado hidrodinámica y térmicamente de agua, de aceite para motor y de mercurio líquido, determine *a*) la longitud mínima del tubo y *b*) la potencia de bombeo requerida para contrarrestar la pérdida de presión en el tubo a una velocidad de flujo lo más grande posible.

8-50 Se tiene un tubo liso de 25 mm de diámetro y 15 m de longitud que se usa para calentar fluidos. La pared se calienta eléctricamente para brindar un flujo de calor superficial constante a lo largo de todo el tubo. Los fluidos ingresan al tubo a 50 °C y salen a 150 °C. Si la velocidad de flujo de masa se mantiene a 0.01 kg/s, calcule los coeficientes de transferencia de calor por convección a la salida del tubo para el agua, el aceite para motor y para el mercurio líquido.

8-51 C&S Fluye agua líquida en un tubo de cobre ASTM B75 a una velocidad de flujo de masa de 3.6 g/s. El agua ingresa al tubo a 40 °C y su superficie está sujeta a un flujo de calor constante a una velocidad de 1.8 kW. El tubo es circular con un diámetro interior de 25 mm y una longitud de 3 m. La temperatura máxima de uso del tubo de cobre ASTM B75 es de 204 °C (Código de Tubería para Procesos de ASME B31.3-2014, tabla A-1M). ¿La temperatura de la superficie del tubo excederá la temperatura de uso máximo del tubo de cobre? Si es así, determine la ubicación axial a lo largo del tubo donde la temperatura de la superficie del tubo alcance 204 °C. Evalúe las propiedades del fluido a 100 °C. ¿Es esa una temperatura apropiada para evaluar las propiedades del fluido?

8-52 Se tiene un tubo liso de 25 mm de diámetro y 15 m de longitud que se mantiene a una temperatura superficial constante. Ingresan fluidos al tubo a 50 °C y a razón de 0.01 kg/s. Calcule las temperaturas superficiales del tubo necesarias para calentar agua, aceite para motor y mercurio líquido a la temperatura de salida deseada de 150 °C.

8-53 C&S En un sistema de calefacción fluye agua líquida por un tubo circular con una longitud de 3 m y un diámetro interior de 12.5 mm. El agua ingresa al tubo a 15 °C, donde se calienta a una velocidad de 1.5 kW. La superficie del tubo se mantiene a una temperatura constante. El flujo es laminar y experimenta una pérdida de presión de 5 Pa en el tubo. De acuerdo con las restricciones del servicio del Código ASME para calderas y recipientes presión (ASME BPVC.IV-2015, HG-101), los calentadores de agua no deben operar a temperaturas mayores a 120 °C en o cerca de la salida del calentador. La superficie interior del tubo está forrada con fluoruro de polivinilideno (PVDF). De acuerdo con el Código ASME para Tuberías de Proceso (ASME B31.3-2004, tabla A323.4.3), la temperatura máxima recomendada para el forro de PVDF es de 135 °C. Para cumplir con ambos códigos ASME, determine *a*) si el agua que abandona el tubo está a una temperatura por debajo de los 120 °C, y *b*) si la temperatura de la superficie interior del tubo excede los 135 °C. Evalúe las propiedades del fluido a 80 °C. ¿Es esta la temperatura apropiada para evaluar las propiedades del fluido?

8-54I En una planta de procesos químicos se transporta líquido isobutano a 50 °F a través de una tubería de hierro forjado estándar calibre 40 de ¾ de pulgada y 30 pies de longitud a razón de 0.4 libras/s. La precisión de los resultados constituye un aspecto muy importante en este problema; por tanto, utilice la ecuación más apropiada para determinar *a*) la pérdida de presión y *b*) la potencia de bombeo requerida para contrarrestar la pérdida de presión. Suponga que el flujo es totalmente desarrollado. ¿Es una buena suposición?

8-55 Agua a 15 °C fluye a través de una tubería de hierro forjado estándar de 1 pulgada calibre 40 de 200 m de longitud con una velocidad de flujo de masa de 0.5 kg/s. Si la precisión es un aspecto muy importante, utilice la ecuación apropiada para determinar *a*) la pérdida de presión y *b*) la potencia de bombeo requerida para contrarrestar la pérdida de presión. Suponga que el flujo es totalmente desarrollado. ¿Es esta una buena suposición?

8-56 Reconsidere el problema 8-55. Utilizando el software apropiado, investigue el efecto de la aspereza de la tubería en la potencia de bombeo requerida para contrarrestar la pérdida de presión. Varíe la aspereza de la tubería para $0.1 \le \varepsilon \le 0.26$ mm, grafique la potencia de bombeo en función de la aspereza de la tubería.

8-57 Fluye agua a 15 °C ($\rho = 999.1$ kg/m^3 y $\mu = 1.138 \times 10^{-3}$ kg/m · s) estacionariamente a través de una tubería horizontal de acero inoxidable de 25 cm de longitud y 4 cm de diámetro a una velocidad de 7 L/s. Determine *a*) la caída de presión y *b*) la potencia de bombeo requerida para contrarrestar esta caída de presión. Suponga un flujo totalmente desarrollado. ¿Es una buena suposición?

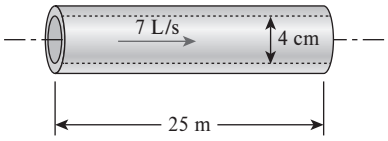


FIGURA P8-57

8-58 Reconsidere el problema 8-57. Utilizando el software apropiado, investigue el efecto del diámetro de la tubería en el requerimiento de potencia de bombeo para contrarrestar la pérdida de presión. Cambie el diámetro de la tubería de 2 a 4 cm, grafique la potencia de bombeo en función del diámetro de la tubería.

8-59 Se tiene un fluido con una temperatura media a la entrada T_i fluyendo a través de un tubo de diámetro D y longitud L a una velocidad de flujo de masa $\dot{m}$. El tubo está sujeto a un flujo de calor superficial que puede expresarse como $\dot{q}_s(x) = a + b$ sen $(x\pi/L)$, donde a y b son constantes. Determine una expresión para obtener la temperatura media del fluido en función de la coordenada x.

8-60 Un fluido fluye en condiciones laminar totalmente desarrollado en un tubo de diámetro D y longitud L a una velocidad de flujo de masa $\dot{m}$. El tubo está sujeto a un flujo de calor superficial que puede expresarse como $\dot{q}_s(x) = a \exp(-bx/2)$, donde a y b son constantes. Determine una expresión para obtener la diferencia en cuanto a la temperatura media a la entrada y a la salida del tubo.

8-61 En un sistema térmico, ingresa agua a un tubo circular de 25 mm de diámetro y 23 m de longitud con una velocidad de flujo de masa de 0.1 kg/s a 25 °C. La transferencia de calor desde la superficie del tubo hacia el agua puede expresarse en términos de flujo de calor como $\dot{q}_s(x) = ax$. El coeficiente a es 400 W/m^3 y la distancia axial respecto a la entrada del tubo es x medida en metros. Determine *a*) una expresión para la temperatura media $T_m(x)$ del agua, *b*) la temperatura media de salida del agua, y *c*) el valor de un flujo de calor uniforme $\dot{q}_s$ sobre la superficie del tubo que nos daría la misma temperatura media de salida calculada en el inciso *b*). Evalúe las propiedades del agua a 35 °C.

8-62 Se tiene un tubo rectangular liso de 10 m de longitud en el que $a = 50$ mm y $b = 25$ mm, se mantiene a una temperatura superficial constante. Ingresa agua líquida al tubo a una temperatura de 20 °C con una velocidad de flujo de masa de 0.01 kg/s. Determine la temperatura superficial necesaria del tubo para calentar el agua a la temperatura de salida deseada de 80 °C.

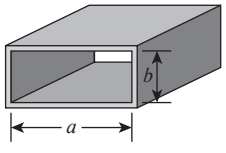


FIGURA P8-62

8-63 Una tarjeta de circuito impreso de 15 cm × 20 cm a cuyos componentes no se les permite estar en contacto directo con el aire por razones de confiabilidad se va a enfriar pasando aire frío a través de un canal de 20 cm de longitud y de sección transversal rectangular de 0.2 cm × 14 cm perforado en dicha tarjeta. El calor generado por los componentes electrónicos se hace circular a través de una capa delgada de la tarjeta hacia el canal, donde el calor se elimina por medio de aire que ingresa al canal a 15 °C. El flujo de calor en la superficie superior del canal puede considerarse uniforme y la transferencia de calor a través de las demás superficies es despreciable. Si la velocidad del aire a la entrada del canal no puede exceder 4 m/s y la temperatura superficial del canal permanece por debajo de los 50 °C, determine la potencia total máxima de los componentes electrónicos que pueden montarse sobre esta tarjeta de circuito impreso sin correr ningún riesgo. Como una primera aproximación, suponga que el flujo es totalmente desarrollado en el canal. Evalúe las propiedades del aire a una temperatura media masiva de 25 °C. ¿Es esta una buena suposición?

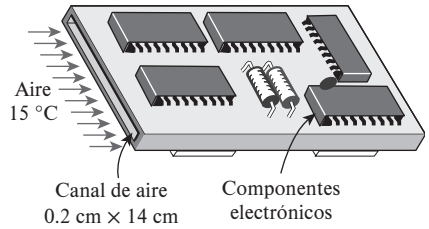


FIGURA P8-63

8-64 Repita el problema 8-63 reemplazando el aire por helio, el cual tiene seis veces la conductividad térmica que el aire. Utilice las propiedades del helio siguientes: $\rho = 0.1636$ kg/m^3, $k = 0.1502$ W/m · K, $\nu = 1.214 \times 10^{-4}$ m^2/s, $c_p = 5\ 193$ J/kg · K y Pr = 0.6867.

8-65 Reconsidere el problema 8-63. Utilizando el software apropiado, investigue los efectos de la velocidad del aire a la entrada del canal y la temperatura superficial máxima en la disipación de potencia total máxima de los componentes electrónicos. Deje que la velocidad del aire varíe de 1 m/s a 20 m/s y la temperatura superficial de 30 a 90 °C. Grafique la disipación de potencia en función de la velocidad del aire y de la temperatura superficial y analice los resultados.

8-66 Una computadora enfriada por medio de un ventilador contiene ocho tarjetas de circuito impreso (PCB), cada una de las cuales disipa 12 W de potencia. La altura de las tarjetas electrónicas es de 12 cm y su longitud de 15 cm. El espacio libre entre las puntas de los componentes montados en la PCB y la superficie trasera de la PCB adyacente es de 0.3 cm. El aire para el enfriamiento de la tarjeta lo suministra un ventilador de 10 W montado en la entrada. Si el incremento de la temperatura del aire conforme fluye a través de la carcasa de la computadora no excede los 10 °C, calcule *a*) la velocidad del flujo de aire que necesita entregar el ventilador, *b*) la fracción del incremento de temperatura del aire que se debe al calor generado por el ventilador y su motor, y *c*) la temperatura del aire de entrada más alta permitida si la temperatura superficial de los componentes no debe exceder un valor de 70 °C en cualquier parte del sistema. Como una primera aproximación, suponga que el flujo es totalmente desarrollado en el canal. Evalúe las propiedades del aire a una temperatura media masiva de 25 °C. ¿Es esa una buena suposición?

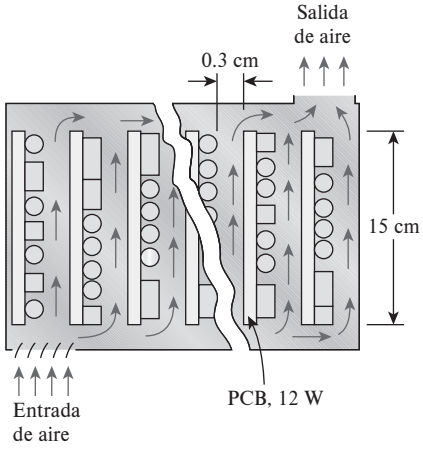


FIGURA P8-66

8-67 Fluye agua líquida entre dos placas paralelas muy delgadas de 1 m de ancho y 10 m de largo con 12.5 mm de espacio entre ellas. Ingresa agua a una temperatura de 20 °C y 0.58 kg/s a las placas paralelas. La superficie exterior de las placas paralelas está sometida a un flujo de hidrógeno gaseoso (un gas ideal a 1 atm) en paralelo sobre las superficies superior e inferior de las placas. El hidrógeno gaseoso de corriente libre tiene una velocidad de 5 m/s a una temperatura de 155 °C. Determine la temperatura media de salida del agua, la temperatura superficial de las placas paralelas y la velocidad total de la transferencia de calor. Evalúe las propiedades del agua a 30 °C y las del gas H_2 a 100 °C. ¿Es esta una buena suposición?

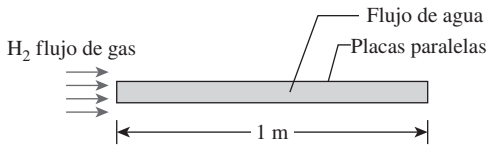


FIGURA P8-67

8-68 Reconsidere el problema 8-67. Utilizando el software apropiado, evalúe el efecto de la velocidad del flujo de masa del agua en la velocidad del hidrógeno gaseoso de corriente libre en la velocidad de transferencia de calor total. Cambie la velocidad del flujo de masa del agua para $0 < \dot{m} \leq 0.58$ kg/s, grafique la velocidad del hidrógeno gaseoso y la temperatura superficial de las placas en función de la velocidad del flujo de masa del agua. Asimismo, grafique la velocidad de transferencia de calor total en función de la velocidad de hidrógeno gaseoso de corriente libre.

8-69 Se tiene el flujo de petróleo a 10 °C que circula por una línea de tubería de 40 cm de diámetro a una velocidad promedio de 0.5 m/s. Una sección de 1 500 m de longitud de la tubería pasa a través del agua helada de un lago a 0 °C. Las mediciones indican que la temperatura de la superficie de la tubería es muy cercana a 0 °C. Despreciando la resistencia térmica del material de la tubería, calcule *a*) la temperatura del petróleo cuando la tubería deja el lago, *b*) la velocidad de transferencia del calor que sale del petróleo, y *c*) la potencia de bombeo que se requiere para contrarrestar las pérdidas de presión y mantener el flujo de petróleo en la tubería.

8-70 En una planta de manufactura que fabrica productos cosméticos se calienta glicerina haciéndola fluir a través de un tubo de 25 mm de diámetro y 10 m de longitud. Con un flujo másico de 0.5 kg/s, el flujo de glicerina ingresa al tubo a 25 °C. La superficie del tubo se mantiene a una temperatura constante de 140 °C. Calcule la temperatura media a la salida y la velocidad total de transferencia de calor en el tubo. Evalúe las propiedades de la glicerina a 30 °C.

8-71 Glicerina líquida fluye a través de un tubo de 25 mm de diámetro y 10 m de longitud. La glicerina líquida ingresa al tubo a 20 °C con una velocidad de flujo de masa de 0.5 kg/s. Si la temperatura media a la salida es de 40 °C y la temperatura superficial del tubo es constante, determine la temperatura superficial del tubo.

8-72 C&S Fluye agua líquida a través de un tubo circular de pared delgada a razón de 11 g/s. El agua ingresa al tubo a 60 °C, donde es calentada a una velocidad de 3.8 kW. El tubo es circular, con una longitud de 3 m y un diámetro interior de 25 mm. Su superficie se mantiene a una temperatura constante. A la salida, una junta tórica de caucho de nitrilo hidrogenado (HNBR) se conecta a la superficie exterior del tubo. La temperatura máxima permitida de la junta tórica es de 150 °C (Código ASME para Calderas y Recipientes a Presión, BPVC.IV-2015, HG-360). ¿Es apropiada la junta tórica HNBR para esta operación? Evalúe las propiedades del fluido a 100 °C. ¿Es esta una temperatura razonable para evaluar las propiedades del fluido?

8-73 Ingresa aire a 20 °C (1 atm) a un tubo circular de 5 mm de diámetro y 10 cm de longitud a una velocidad promedio de 5 m/s. La pared del tubo se mantiene a una temperatura superficial constante de 160 °C. Determine el coeficiente de transferencia de calor por convección y la temperatura media a la salida. Evalúe las propiedades del aire a 50 °C.

8-74 C&S Metano líquido fluye a una velocidad promedio de 1.7 mm/s entre dos placas paralelas isotérmicas a una distancia de 25 mm una de otra. Las placas están hechas de acero inoxidable A240 410S y cada una tiene una longitud de 2 m. La temperatura de entrada del metano líquido es de −150 °C, y el líquido abandona las placas paralelas a −50 °C. La temperatura mínima apropiada de la placa de acero inoxidable ASTM A240 410S es −30 °C (Código ASME para Tuberías de Proceso, ASME B31.3-2014, tabla A-1M). Para evitar que las placas se enfríen demasiado, se calientan a 700 $W/m^2 \cdot K$. Determine la temperatura de la superficie de las placas. ¿Las placas de acero inoxidable ASTM A240 410S son apropiadas para esta operación?

8-75 Se calienta glicerina haciéndola fluir entre dos placas paralelas de 1m de ancho y 10 m de largo con un espacio entre ellas de 12.5 mm. La glicerina ingresa a las placas paralelas a una temperatura de 25 °C y un flujo másico de 0.7 kg/s. Las placas tienen una temperatura superficial constante de 40 °C. Determine la temperatura media de la glicerina a la salida y la velocidad total de transferencia de calor. Evalúe las propiedades de la glicerina a 30 °C. ¿Es esta una buena suposición?

8-76 Reconsidere el problema 8-75. Utilizando el software apropiado, evalúe el efecto de la velocidad de flujo de masa de la glicerina en la temperatura superficial de las placas paralelas y en la velocidad total de transferencia de calor necesaria para mantener la temperatura media de la glicerina a la salida en 35 °C. Cambie el flujo másico de 0.05 a 6 kg/s, grafique la temperatura superficial de las placas paralelas y la velocidad de transferencia de calor total en función de la velocidad de flujo de masa.

8-77 Se calienta glicerina haciéndola fluir entre dos placas paralelas muy delgadas de 1 m de ancho y 10 m de largo y 12.5 mm de espacio entre ellas. La glicerina ingresa a las placas paralelas a una temperatura de 20 °C a razón de 0.7 kg/s. La superficie exterior de las placas paralelas está sometida a un flujo de gas hidrógeno (un gas ideal a 1 atm) a lo ancho en paralelo sobre las superficies superior e inferior de las dos placas. El gas de hidrógeno de flujo libre tiene una velocidad de 3 m/s y una temperatura de 150 °C. Calcule la temperatura media de la glicerina a la salida, la temperatura superficial de las placas paralelas y la velocidad total de la transferencia de calor. Evalúe las propiedades de la glicerina a 30 °C y las propiedades del gas hidrógeno a 100 °C. ¿Son estas buenas suposiciones?

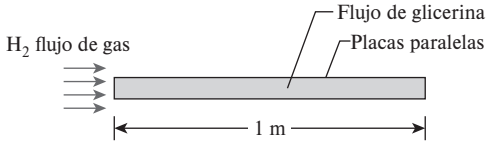


FIGURA P8-77

8-78 Reconsidere el problema 8-77. Utilizando el software apropiado, evalúe el efecto de la velocidad de flujo de masa de la glicerina en la velocidad de flujo libre del gas hidrógeno necesaria para mantener la temperatura media de la glicerina a la salida a 40 °C. Varíe el flujo másico de la glicerina de 0.5 a 2.4 kg/s, grafique la velocidad de flujo libre del gas hidrógeno en función de la velocidad de flujo de masa de la glicerina.

8-79I Fluye aire en un tubo isotérmico en condiciones totalmente desarrolladas. La temperatura de entrada es de 60 °F y la temperatura de la superficie del tubo es de 120 °F. El tubo tiene una longitud de 10 pies y un diámetro interior de 2 pulgadas. El flujo másico del aire es de 18.2 lbm/h. Calcule la temperatura de salida del aire y la velocidad de transferencia de calor total de la pared del tubo al aire. Evalúe las propiedades del aire a una temperatura de 80 °F. ¿Es esta una buena suposición?

8-80 Fluye agua a través de una tubería circular. El diámetro interior de la tubería es de 2 cm y su longitud de 6 m. La velocidad promedio del agua es de 15 cm/s y su temperatura de entrada es de 20 °C. Suponiendo que el calentamiento es uniforme y que el flujo es totalmente desarrollado, ¿cuál es el flujo de calor que se requiere para elevar la temperatura del agua 1 °C cuando llegue al final de la tubería? ¿Cuál es la temperatura superficial de la tubería a la salida? Evalúe las propiedades del agua a 20 °C.

8-81 Fluye aire a través de una tubería en condiciones totalmente desarrolladas a una velocidad promedio de 1.25 m/s y una temperatura de 20 °C. El diámetro interior de la tubería es de 4 cm y su longitud de 4 m. La primera mitad de la tubería se mantiene a una temperatura de pared constante de 100 °C. La segunda mitad está sometida a un flujo de calor constante de 200 W. Determine *a*) la temperatura del aire a 2 m de distancia, *b*) la temperatura del aire a la salida, *c*) la transferencia de calor total hacia el aire, y *d*) la temperatura de la pared a la salida del tubo. Evalúe las propiedades del aire a 80 °C.

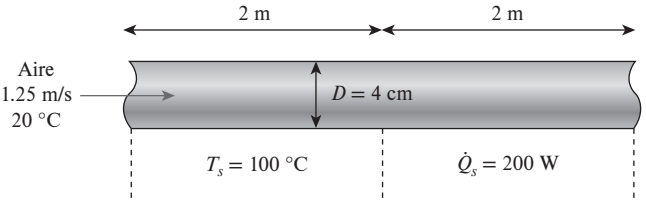


FIGURA P8-81

8-82I Fluye aire a una velocidad promedio de 3 pies/s a través de un ducto de 1 pie de ancho, 1 pulgada de altura y 40 pies de largo. La relación de aspecto del ducto es muy pequeña (0.083) y el ducto puede tratarse como un canal de placas paralelas. El ducto pasa a través de un horno caliente y la temperatura del ducto es aproximadamente constante e igual a 100 °F. El aire ingresa al ducto a 50 °F. Para un flujo de aire totalmente desarrollado en el ducto, determine *a*) la temperatura del aire conforme sale del ducto, *b*) la velocidad de transferencia de calor del ducto hacia el aire, y *c*) el flujo de calor a la salida del ducto. Evalúe las propiedades del aire a 75 °F. ¿Es esta una buena suposición?

8-83 Determine el coeficiente de transferencia de calor por convección de un flujo de *a*) aire y *b*) agua a una velocidad de 5 m/s en un tubo de 8 cm de diámetro y 10 m de largo cuando dicho tubo es sometido a un flujo de calor uniforme en todas sus superficies. Utilice las propiedades del fluido a 25 °C.

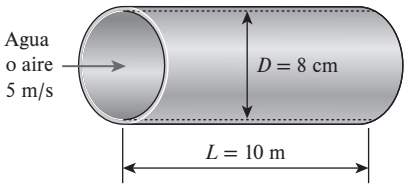


FIGURA P8-83

8-84 C&S Fluye agua líquida por un tubo circular a una velocidad de flujo de masa de 0.12 kg/s. El agua ingresa al tubo a 65 °C, donde es calentado a una velocidad de 5.5 kW. El tubo tiene una longitud de 3 m y un diámetro interior de 25 mm. La superficie del tubo se mantiene isotérmica. Su superficie interior está forrada con cloruro de polivinilideno (PVDC). La temperatura máxima recomendada del forro de PVDC es 79 °C (Código ASME para Tuberías de Proceso, ASME B31.3-2014, tabla A323.4.3). ¿El forro PVDC es apropiado para el tubo en estas condiciones? Evalúe las propiedades del fluido a 70 °C. ¿Es la temperatura adecuada para evaluar las propiedades del fluido?

8-85 C&S Propano líquido saturado fluye a través de un tubo de acero inoxidable circular ASTM A268 TP443 a razón de 42 g/s. El propano líquido ingresa al tubo a −50 °C y la superficie del tubo se mantiene isotérmica. El tubo tiene un diámetro interior de 25 mm y su longitud es de 3 m. Su superficie interior tiene una aspereza superficial relativa de 0.05. El Código ASME para Tuberías de Proceso limita el valor de la temperatura mínima apropiada para el uso de tubo de acero inoxidable ASTM A268 TP443 a −30 °C (ASME B31.3-2014, tabla A-1M). Para evitar que la superficie del tubo se enfríe demasiado, este se calienta a una velocidad de 1.3 kW. Determine la temperatura superficial del tubo. ¿El tubo de acero inoxidable ASTM A268 TP443 es apropiado en estas condiciones? Evalúe las propiedades del fluido a −40 °C. ¿Es esta una temperatura apropiada para evaluar las propiedades del fluido?

8-86 Ingresa aire a 10 °C a una tubería de 12 cm de diámetro y 5 m de largo a razón de 0.065 kg/s. La superficie interior de la tubería tiene una aspereza de 0.22 mm y la tubería es casi isotérmica a 50 °C. Determine la velocidad de transferencia de calor al aire usando la relación del número de Nusselt proporcionada en *a*) la ecuación 8-66 y *b*) la ecuación 8-71. Evalúe las propiedades del aire a una temperatura media masiva de 20 °C. ¿Es esta una buena suposición?

8-87 C&S Fluye agua líquida a través de un tubo circular de pared delgada, donde la potencia de bombeo requerida para contrarrestar la pérdida de presión del flujo turbulento en el tubo es de 100 W. El agua ingresa al tubo a 10 °C donde es calentada a una velocidad de 3.6 kW. El coeficiente de transferencia de calor por convección promedio del flujo interior es de 120 $W/m^2 \cdot K$. El tubo tiene 3 m de largo y un diámetro interior de 12.5 mm. La superficie del tubo se mantiene a una temperatura constante. A la salida del tubo, una junta tórica de goma de etileno propileno dieno está conectada a la superficie exterior del tubo. La temperatura máxima permitida para dicha junta es 150 °C (Código ASME para Calderas y Recipientes a Presión, BPVC, IV-2015, HG-360). ¿Es la junta tórica EPDM apropiada para esta operación? Evalúe las propiedades del fluido a 10 °C. ¿Es una temperatura apropiada para evaluar las propiedades del fluido?

8-88 Una tubería de 12 m de longitud y 12 mm de diámetro interior fabricada con acero comercial se utiliza para calentar un líquido en un proceso industrial. El líquido ingresa a la tubería a $T_i = 25$ °C, $V = 0.8$ m/s. Un flujo de calor uniforme se mantiene por medio de un calentador de resistencias eléctricas envuelto alrededor de la superficie exterior de la tubería, de tal forma que el fluido sale a una temperatura de 75 °C. Suponiendo un flujo totalmente desarrollado y considerando que las propiedades promedio del fluido son $\rho = 1\ 000\ kg/m^3$, $c_p = 4\ 000\ J/kg \cdot K$, $\mu = 2 \times 10^{-3}\ kg/m \cdot s$, $k = 0.48\ W/m \cdot K$ y $Pr = 10$, determine:

a) El flujo de calor superficial requerido $\dot{q}_s$ producido por el calentador
b) La temperatura superficial a la salida, T_s
c) La pérdida de presión a través de la tubería y la potencia mínima requerida para contrarrestar la resistencia al flujo.

8-89 Se calentará agua de 10 a 80 °C conforme fluye a través de un tubo de 2 cm de diámetro interior y 13 m de longitud. Dicho tubo está equipado con un calentador de resistencias eléctricas el cual suministra un calentamiento uniforme a través de la superficie del tubo. La superficie exterior del calentador está bien aislada, de manera que, en operación estacionaria, todo el calor generado en el calentador se transfiere al agua del tubo. Si el sistema suministra agua caliente a una velocidad de 5 L/min, determine la potencia del calentador de resistencias. Asimismo, calcule la temperatura de la superficie interior de la tubería a la salida.

8-90 Se tiene un fluido con un número de Prandtl de 7 pasando a través de un tubo circular liso. Con las ecuaciones de Colburn, Petukhov y Gnielinski, calcule los números de Nusselt para los números de Reynolds a 3 500, 10^4 y 5×10^5. Compare y analice los resultados.

8-91I Las necesidades de agua caliente de una casa se van a satisfacer calentando agua de 55 a 180 °F por medio de un colector solar parabólico a una velocidad de 5 lbm/s. Fluye agua a través de un tubo de aluminio delgado con un diámetro de 1.25 pulgadas cuya superficie exterior está anodizada con el fin de maximizar la absorción solar. La línea central del tubo coincide con la línea focal del colector y se coloca un manguito de vidrio fuera del tubo para minimizar las pérdidas de calor. Si la energía solar se transfiere al agua a una velocidad neta de 350 Btu/h por pie de longitud de tubo, calcule la longitud del colector parabólico requerida para satisfacer las necesidades de agua caliente de esta casa. Asimismo, calcule la temperatura superficial del tubo a la salida.

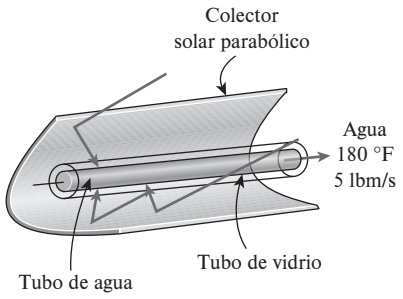


FIGURA P8-91I

8-92I Se calienta agua a 60 °F pasándola a través de tubos de cobre de pared delgada con un diámetro interior de 0.75 pulgadas. Se suministra calor al agua por medio de vapor que se condensa fuera de los tubos de cobre a 250 °F. Si se va a calentar agua a 140 °F a una velocidad de 0.4 lbm/s, determine *a*) la longitud del tubo de cobre que necesita usarse y *b*) la potencia de bombeo requerida para contrarrestar las pérdidas de presión. Suponga que todo el tubo de cobre está a la temperatura del vapor de 250 °F.

8-93 Ingresa aire (a 1 atm) a un tubo circular de diámetro de 5 cm a 20 °C con una velocidad promedio de 5 m/s. La pared del tubo se mantiene a una temperatura superficial constante de 160 °C, y la temperatura media a la salida es de 80 °C. Calcule la longitud del tubo. ¿Es el flujo totalmente desarrollado?

8-94 PtD En una planta de procesamiento de alimentos se transporta agua líquida caliente a través de una tubería ($k = 15\ W/m \cdot K$, $D_i = 2.5$ cm, $D_o = 3$ cm y $L = 10$ m). El agua caliente circulando a una velocidad de flujo de masa de 0.15 kg/s ingresa a la tubería a 100 °C y sale a 60 °C. El super-

visor de la planta piensa que como el agua caliente sale de la tubería a 60 °C, la temperatura superficial exterior de la tubería debe estar a salvo de daños por quemadura térmica. Con la finalidad de evitar quemaduras térmicas por contacto accidental con el tejido de la piel de personas que trabajan en los alrededores de la tubería, la temperatura de la superficie exterior de la tubería debe mantenerse por debajo de los 45 °C. Determine si existe o no un riesgo de quemadura térmica en la superficie exterior de la tubería. Suponga que la temperatura superficial exterior de la tubería permanece constante.

8-95 PtD Reconsidere el problema 8-94. Para un flujo másico que puede variar entre 0.05 y 0.5 kg/s. Utilizando el software apropiado, evalúe el efecto de la velocidad de flujo de masa del agua caliente en la temperatura de la superficie exterior de la tubería. Grafique la temperatura de la superficie exterior de la tubería en función de la velocidad del flujo de masa del agua caliente para valores de temperatura de salida del agua de *a*) 60 °C y *b*) 70 °C. Para evitar quemaduras térmicas en las personas que trabajan en los alrededores de la tubería, determine la condición de la velocidad de flujo de masa del agua caliente tal que la temperatura superficial exterior de la tubería esté por debajo de los 45 °C.

8-96 PtD Una tubería metálica ($k_{\text{tubería}}$ = 15 W/m · K, $D_{i,\ \text{tubería}}$ = 5 cm, $D_{o,\ \text{tubería}}$ = 6 cm y L = 10 m) instalada en un cuarto de máquinas se utiliza para transportar vapor de agua saturado caliente a una velocidad de flujo de 0.03 kg/s. El vapor de agua entra y sale de la tubería a 325 y 290 °C, respectivamente. En el cuarto de máquinas se puede presentar una fuga de aceite, y cuando el aceite derramado se pone en contacto con lugares que están a una temperatura mayor a la temperatura de autoencendido del aceite, este puede encenderse espontáneamente. Para evitar cualquier tipo de daño provocado por fuga de aceite en la superficie caliente de la tubería, determine el grosor de la capa de aislamiento requerida (k_{aisl} = 0.95 W/m · K) sobre la tubería para conservar la temperatura de la superficie exterior por debajo de los 180 °C.

8-97 PtD Reconsidere el problema 8-96. Utilizando el software apropiado, evalúe el efecto de la velocidad del flujo de masa del vapor de agua saturado en el grosor del aislamiento que se requiere para mantener la temperatura superficial exterior de la tubería por debajo de los 180 °C para evitar daños por fuego si se llega a fugar el aceite. Variando el flujo másico de 0.01 a 0.1 kg/s, grafique el grosor de la capa de aislamiento en función de la velocidad del flujo de masa. Si la velocidad de flujo del vapor de agua saturado se ajusta entre 0.03 y 0.1 kg/s, calcule el grosor de la capa de aislamiento apropiado para este rango de velocidad de flujo.

8-98 PtD La exposición a elevadas concentraciones de amoniaco gaseoso puede provocar daño pulmonar. Para evitar que el amoniaco gaseoso se fugue, se transporta en su estado líquido a través de una tubería (k = 15 W/m · K, $D_{i,\ \text{tubería}}$ = 5 cm, $D_{o,\ \text{tubería}}$ = 6 cm y L = 10 m). El amoniaco líquido ingresa a la tubería a −30 °C a una velocidad de flujo de 0.15 kg/s. Determine el grosor del aislamiento de la tubería utilizando un material con una k = 0.95 W/m · K para mantener la temperatura de salida del amoniaco líquido a −20 °C, a la vez que mantenga la temperatura superficial exterior de la tubería aislada en un valor de 20 °C.

8-99 PtD Reconsidere el problema 8-98. Utilizando el software apropiado, evalúe el efecto de la velocidad de flujo de masa del amoniaco líquido en el grosor del aislamiento necesario para mantener la temperatura superficial exterior a 20 °C y la temperatura de salida del flujo a −20 °C. Variando la velocidad del flujo de masa de 0.02 a 0.2 kg/s, grafique el grosor de la capa de aislamiento en función de la velocidad del flujo de masa. Si el flujo másico del amoniaco líquido se ajusta a un valor entre 0.04 y 0.2 kg/s, calcule el grosor de la capa de aislamiento adecuado para este rango de velocidad de flujo.

8-100 Un ducto cuadrado no aislado de 8 m de longitud y de sección transversal de 0.2 m × 0.2 m y aspereza relativa de 10^{-3} pasa a través del ático de una casa. Ingresa aire caliente al ducto a 1 atm y 80 °C a una velocidad de flujo volumétrico de 0.15 m^3/s. La superficie del ducto es casi isotérmica a 60 °C. Determine la velocidad de pérdida de calor del ducto hacia el espacio del ático y la diferencia de presión entre las secciones de entrada y salida del ducto. Evalúe las propiedades del aire a una temperatura media masiva de 80 °C. ¿Es esta una buena suposición?

8-101 Ingresa aire caliente a presión atmosférica y a 75 °C a un ducto cuadrado no aislado de 10 m de longitud de sección transversal de 0.15 m × 0.15 m que circula a través del ático de una casa a una velocidad de 0.2 m^3/s. Se puede observar que el ducto es casi isotérmico a 70 °C. Determine la temperatura de salida del aire y la velocidad de pérdida de calor del ducto hacia el espacio de aire en el ático. Evalúe las propiedades del aire a la temperatura media masiva de 75 °C. ¿Es esta una buena suposición?

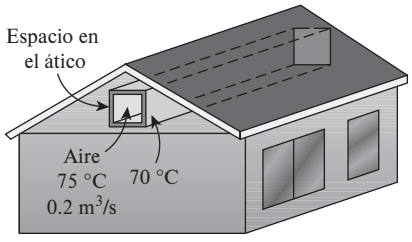


FIGURA P8-101

8-102 Reconsidere el problema 8-101. Utilizando el software apropiado, investigue el efecto de la velocidad del flujo volumétrico del aire en la temperatura de salida del aire y en la velocidad de pérdida de calor. Deje que la velocidad del flujo varíe de 0.05 m^3/s a 0.15 m^3/s. Grafique la temperatura de salida y la velocidad de pérdida de calor en función de la velocidad de flujo y analice los resultados.

8-103 Sale aire caliente a 60 °C del horno de una casa e ingresa a una sección de un ducto de hoja metálica de 12 m de largo y sección transversal rectangular de 20 cm × 20 cm a una velocidad promedio de 4 m/s. La resistencia térmica del ducto es despreciable y la superficie exterior del ducto, cuya emisividad es de 0.3, está expuesta al aire frío a 10 °C en el sótano con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 10 $W/m^2 \cdot K$. Considerando que las paredes del sótano están a 10 °C también, determine *a*) la temperatura a la cual el aire caliente sale del sótano, y *b*) la velocidad de pérdida de calor del aire caliente que circula dentro del ducto hacia el sótano. Evalúe las propiedades del aire a una temperatura media masiva de 50 °C. ¿Es esta una buena suposición?

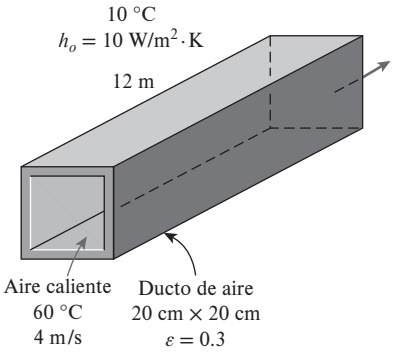


FIGURA P8-103

8-104 Reconsidere el problema 8-103. Utilizando el software apropiado, investigue el efecto de la velocidad del aire y de la emisividad superficial en la temperatura de salida del aire y en la velocidad de pérdida de calor. Deje que la velocidad del aire varíe de 1 m/s a 10 m/s y la emisividad de 0.1 a 1.0. Grafique la temperatura de salida y la velocidad de la pérdida de calor en función de la velocidad del aire y la emisividad y analice los resultados.

8-105 Los componentes de un sistema electrónico que disipa 220 W están situados en un ducto horizontal de 1 m de largo cuya sección transversal es de 16 cm × 16 cm. Los componentes en el ducto se enfrían por medio de aire forzado, el cual ingresa a 27 °C a una velocidad de 0.65 m^3/min. Suponiendo que 85% del calor generado dentro del sistema se transfiere al aire que circula a través del ducto y que el 15% restante se pierde a través de las superficies exteriores del ducto, determine *a*) la temperatura de salida del aire y *b*) la temperatura más elevada de la superficie de componentes en el ducto. Como una primera aproximación, suponga un flujo turbulento totalmente desarrollado en el canal. Evalúe las propiedades del aire a una temperatura media masiva de 35 °C. ¿Es esta una buena suposición?

8-106 Repita el problema 8-105 para el caso de un ducto horizontal circular de 15 cm de diámetro.

8-107 Un tubo anular concéntrico tiene diámetros interior y exterior de 25 mm y 100 mm, respectivamente. Fluye agua líquida a una velocidad de flujo de masa de 0.05 kg/s a través del anillo a las temperaturas medias de entrada y de salida de 20 y 80 °C, respectivamente. La pared del tubo interior se mantiene a una temperatura superficial constante de 120 °C, mientras que la superficie del tubo exterior está aislada. Determine la longitud del tubo anular concéntrico. Suponga que el flujo es totalmente desarrollado.

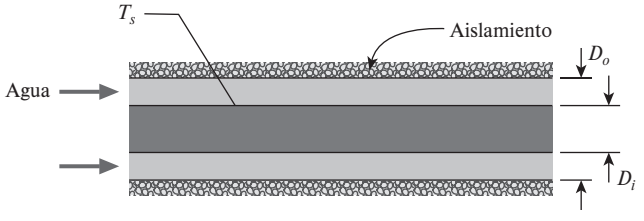


FIGURA P8-107

8-108 Agua líquida fluye a una velocidad de flujo de masa de 0.7 kg/s a través de un tubo anular concéntrico con temperaturas medias a la entrada y salida de 20 y 80 °C, respectivamente. El tubo anular concéntrico tiene diámetros interior y exterior de 10 mm y 100 mm, respectivamente. La pared del tubo interior se mantiene a una temperatura superficial constante de 120 °C, mientras que la superficie del tubo exterior está aislada. Determine la longitud del tubo anular concéntrico.

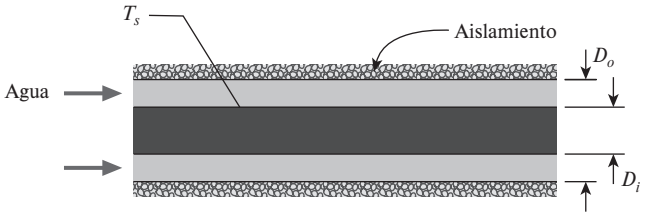


FIGURA P8-108

Tema especial: flujo transicional

8-109 Un tubo con una configuración de entrada tipo boca de campana está sometida a un flujo de calor de pared uniforme de 3 kW/m^2. El tubo tiene un diámetro interior de 0.0158 m (0.622 pulgadas) y una velocidad de flujo de 1.43×10^{-4} m^3/s (2.27 gpm). El líquido dentro del tubo es una mezcla de etileno-glicol y agua destilada con una fracción de masa de 2.27. Determine el coeficiente de fricción totalmente desarrollado en el punto a lo largo del tubo donde el número de Grashof es Gr = 16 600. Las propiedades físicas de la mezcla etileno-glicol-agua destilada en el punto de interés son Pr = 14.85, $\nu = 1.93 \times 10^{-6}$ m^2/s y $\mu_b/\mu_s = 1.07$.

8-110 Reconsidere el problema 8-109. Calcule el coeficiente de fricción totalmente desarrollado si la velocidad de flujo volumétrico aumenta en 50% mientras el resto de los parámetros permanecen intactos.

8-111I Un tubo con una configuración de entrada de orilla cuadrada es sometido a un flujo de calor de pared uniforme de 8 kW/m^2. El tubo tiene un diámetro interior de 0.622 pulgadas y una velocidad de flujo de 2.16 gpm. El líquido circulando dentro del tubo es una mezcla de etileno-glicol-agua destilada con una fracción de masa de 2.27. Determine el coeficiente de fricción en el punto a lo largo del tubo donde el número de Grashof es Gr = 35 450. Las propiedades físicas de la mezcla etileno glicol-agua destilada en el punto de interés son Pr = 13.8, $\nu = 18.4 \times 10^{-6}$ pie^2/s y $\mu_b/\mu_s = 1.12$. Después, recalcule el coeficiente de fricción totalmente desarrollado si la velocidad de flujo volumétrico aumenta en 50% mientras el resto de los parámetros permanecen intactos.

8-112 Un tubo de 4 m de longitud es sometido a un flujo de calor de pared uniforme. El tubo tiene un diámetro interior de 0.0149 m y una velocidad de flujo de 7.8×10^{-5} m^3/s. El líquido dentro del tubo es una mezcla de etileno-glicol-agua destilada con una fracción de masa de 0.5. Determine el factor de fricción aparente (en desarrollo) en el punto $x/D = 20$ si la configuración de entrada del tubo es: *a*) reentrante y *b*) de orilla cuadrada. En este punto, el número de Grashof local es Gr = 24 000 y las propiedades de la mezcla de agua destilada y etileno glicol son: Pr = 20.9, $\nu = 2.33 \times 10^{-6}$ m^2/s y $\mu_b/\mu_s = 1.25$.

8-113 Una mezcla de etileno glicol-agua destilada con una fracción de masa de 0.72 y una velocidad de flujo de 2.05×10^{-4} m^3/s fluye dentro de un tubo que tiene un diámetro interior de 0.0158 m y una condición de frontera de flujo de calor de pared uniforme. Para este flujo, determine el número de Nusselt en el punto $x/D = 10$ para la configuración de tubo de entrada de *a*) boca de campana y *b*) reentrante. Compare los resultados de las partes *a*) y *b)*. Suponga que el número de Grashof es Gr = 60 000. Las propiedades físicas de la mezcla etileno glicol-agua destilada son Pr = 33.46, $\nu = 3.45 \times 10^{-6}$ m^2/s y $\mu_b/\mu_s = 2.0$.

8-114 Repita el problema 8-113 para un punto ubicado en $x/D = 90$.

Problemas de repaso

8-115 El perfil de velocidad de un flujo laminar totalmente desarrollado en una tubería circular, en m/s, está dado por $u(r) = 4(1 - 100\ r^2)$, donde r es la distancia radial respecto a la línea central de la tubería en *m*. Calcule *a*) el radio de la tubería, *b*) la velocidad media a través de la tubería y, *c*) la velocidad máxima de la tubería.

8-116I El perfil de velocidad en un flujo laminar totalmente desarrollado de agua a 40 °F en una tubería circular horizontal de 140 pies de largo, en pies/s, está dado por $u(r) = 0.8(1 - 625\ r^2)$, donde r es la distancia radial respecto a la línea central de la tubería en pies. Determine *a*) la velocidad del flujo volumétrico a través de la tubería, *b*) la caída de presión a través de la tubería y *c*) la potencia de bombeo útil requerida para contrarrestar esta caída de presión.

8-117 Considere el flujo laminar de un fluido que circula a través de un canal cuadrado que se mantiene a una temperatura constante. Ahora, la velocidad media del fluido se duplica. Determine el cambio en la caída de presión y el cambio en la velocidad de transferencia de calor entre el fluido y las paredes del canal. Suponga que el régimen del flujo permanece intacto. Suponga un flujo totalmente desarrollado y desprecie cualquier cambio en ΔT_{ml}.

8-118 Repita el problema 8-117 para un flujo turbulento.

8-119 Un hidrocarburo líquido ingresa a un tubo de 2.5 cm de diámetro que tiene una longitud de 5.0 m. La temperatura de entrada del líquido es de 20 °C y la temperatura de pared del tubo es de 60 °C. Las propiedades promedio del líquido son c_p = 2.0 kJ/kg·K, μ = 10 mPa·s y ρ = 900 kg/m^3. A una velocidad de flujo de 1 200 kg/h, la medición de la temperatura de salida del líquido es de 30 °C. Calcule la temperatura de salida del líquido cuando la velocidad del flujo se reduce a 400 kg/h. *Sugerencia*: para la transferencia de calor en tubos, $Nu \propto Re^{1/3}$ en flujo laminar y $Nu \propto Re^{4/5}$ en flujo turbulento.

8-120 Un chip de silicio se enfría dejando pasar agua a través de sus microcanales grabados en la parte posterior, como se muestra en la figura P8-120. Los canales están cubiertos con una cubierta de silicio. Considere un chip cuadrado de 12 mm × 12 mm en el que N = 60 microcanales rectangulares, cada uno de una anchura $W = 50\ \mu$m y una altura de $H = 200\ \mu$m han sido grabados. Ingresa agua a los microcanales a una temperatura T_i = 290 K y una velocidad de flujo total de 0.005 kg/s. El chip y la cubierta se mantienen a una temperatura uniforme de 350 K. Suponiendo que el flujo en los canales es totalmente desarrollado, todo el calor generado por los circuitos en la superficie del chip se transfiere al agua y, utilizando correlaciones en el tubo circular, determine:

a) La temperatura del agua a la salida, T_e

b) La disipación de potencia del chip, W_e

Evalúe las propiedades del agua líquida a una temperatura media masiva de 298 K. ¿Es esta una buena suposición?

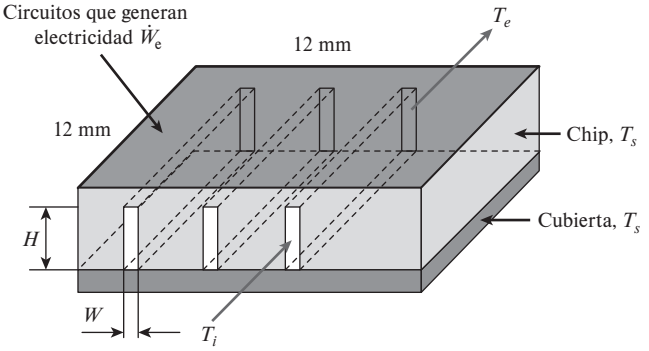


FIGURA P8-120

8-121 Un fluido (ρ = 1 000 kg/m^3, $\mu = 1.4 \times 10^{-3}$ kg/m·s, c_p = 4.2 kJ/kg·K y k = 0.58 W/m·K) circula con una velocidad promedio de 0.3 m/s a través de un tubo de 14 m de longitud con un diámetro interior de 0.01 m. Se adiciona calor de manera uniforme a todo el tubo a una velocidad de 1 500 W/m^2. Determine *a*) el valor del coeficiente de transferencia de calor por convección a la salida, *b*) el valor de $T_s - T_m$ y *c*) el valor de $T_e - T_i$.

8-122 Ingresa petróleo crudo a 22 °C a una tubería de 20 cm de diámetro con una velocidad promedio de 32 cm/s. La temperatura promedio de la pared de la tubería es de 2 °C. Las propiedades del petróleo crudo se proporcionan en la tabla siguiente. Calcule la velocidad de transferencia de calor y la longitud de la tubería si la temperatura del petróleo crudo a la salida es de 20 °C.

T °C	ρ kg/m^3	k W/m · K	μ mPa · s	c_p kJ/kg · K
2.0	900	0.145	60.0	1.80
22.0	890	0.145	20.0	1.90

8-123 Ingresa aire (1 atm) a un tubo circular de 5 mm de diámetro a una velocidad promedio de 5 m/s. La pared del tubo se mantiene a una temperatura superficial constante. Determine el coeficiente de transferencia de calor por convección para *a*) un tubo de 10 cm de largo y *b)* un tubo de 50 cm de largo. Evalúe las propiedades del aire a 50 °C.

8-124 Para enfriar un almacén en el verano sin usar un sistema de aire acondicionado convencional, el propietario decidió contratar a un ingeniero para que diseñara un sistema alternativo que pudiera hacer uso del agua de un lago que está en los alrededores. El ingeniero decidió hacer fluir aire a través de un tubo de cobre delgado, liso, de 10 cm de diámetro, que estaría

sumergido en el lago. El agua del lago está típicamente a una temperatura constante de 15 °C y a un coeficiente de transferencia de calor por convección de 1 000 $W/m^2 \cdot K$. Si el aire (1 atm) ingresa al tubo de cobre a una temperatura media de 30 °C con una velocidad promedio de 2.5 m/s, determine la longitud del tubo de cobre necesaria de tal manera que la temperatura media del aire a la salida sea de 20 °C.

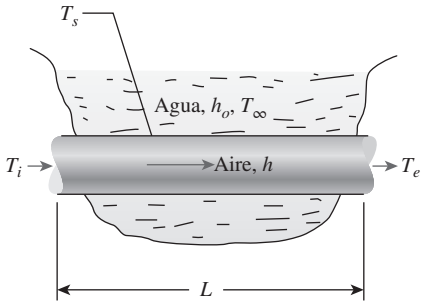


FIGURA P8-124

8-125 Mercurio líquido está fluyendo a 0.6 kg/s a través de un tubo de 5 cm de diámetro a unas temperaturas medias de entrada y salida de 100 y 200 °C, respectivamente. La temperatura superficial del tubo se mantiene constante a 250 °C. Determine la longitud del tubo utilizando *a*) la relación del número de Nusselt apropiada para metales líquidos, y *b*) la ecuación de Dittus-Boelter. *c*) Compare los resultados obtenidos en *a*) y en *b*).

8-126 En un esfuerzo por encontrar la mejor manera de enfriar un tubo de cobre liso de pared delgada, un ingeniero decidió hacer fluir aire a través del tubo o a través de la superficie exterior del tubo. El tubo tiene un diámetro de 5 cm y la temperatura de la superficie se mantiene contante. Determine *a*) el coeficiente de transferencia de calor por convección cuando el aire está fluyendo a través del interior del tubo a 25 m/s a una temperatura media masiva de 50 °C, y *b*) el coeficiente de transferencia de calor por convección cuando el aire fluye a través de su superficie exterior a 25 m/s a una temperatura de película de 50 °C.

8-127 Se calienta agua a una velocidad de 10 kg/s de 15 a 35 °C de temperatura haciéndola circular a través de cinco tubos idénticos, cada uno de 5.0 cm de diámetro, cuya temperatura superficial es de 60 °C. Calcule *a*) la velocidad de transferencia de calor estacionaria y *b*) la longitud de los tubos necesaria para llevar a cabo esta tarea.

8-128 Repita el problema 8-127 para una velocidad de flujo de 20 kg/s.

8-129 Ingresa agua a 1 500 kg/h y 10 °C a un tubo liso de 10 mm de diámetro cuya temperatura de pared se mantiene a 49 °C. Calcule *a*) la longitud de tubo que se necesita para calentar el agua a 40 °C y, *b*) la temperatura del agua a la salida si la longitud del tubo se duplica. Suponga que las propiedades promedio del agua son las mismas que en el inciso *a*).

8-130I Los gases del escape del motor de un automóvil abandonan la cámara de combustión e ingresan a una tubería de escape de acero de pared delgada de 3.5 pulgadas de diámetro y 8 pies de longitud a 800 °F y 15.5 psia a una velocidad de 0.05 lbm/s. El aire del ambiente en los alrededores está a una temperatura de 80 °F y el coeficiente de transferencia de calor en la superficie exterior de la tubería de escape es de 3 $Btu/h \cdot pie^2 \cdot °F$. Suponiendo que los gases del escape tienen las propiedades del aire, determine *a*) la velocidad de los gases de escape a la entrada de la tubería de escape y *b*) la temperatura a la cual los gases de escape abandonarán la tubería e ingresará aire.

8-131I El aire fluye a través de un tubo de cobre liso de 4 pulgadas de diámetro de pared delgada que está sumergido en agua. El agua mantiene una temperatura constante de 60 °F y un coeficiente de transferencia de calor por convección de 176 $Btu/h \cdot pie^2 \cdot R$. Si el aire (1 atm) ingresa al tubo de cobre a una temperatura media de 90 °F con una velocidad promedio de 8 pies/s, determine la longitud de tubo de cobre necesaria de tal manera que la temperatura media del aire a la salida sea de 70 °F.

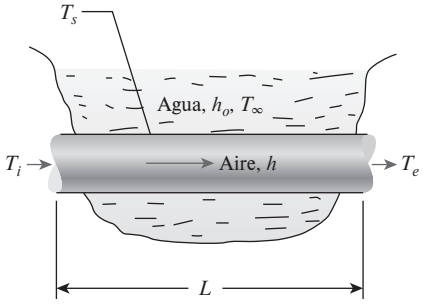


FIGURA P8-131I

8-132 Ingresa agua caliente a 90 °C a una sección de 15 m de tubería de hierro fundido (k = 52 $W/m \cdot K$) cuyos diámetros interior y exterior son 4 y 4.6 cm, respectivamente, a una velocidad promedio de 1.2 m/s. La superficie exterior de la tubería, cuya emisividad es de 0.7, está expuesta a aire frío a 10 °C en el sótano, con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 12 $W/m^2 \cdot K$. Considerando que la temperatura de las paredes del sótano está a 10 °C también, determine *a*) la velocidad de pérdida de calor del agua y *b*) la temperatura a la que el agua sale del sótano.

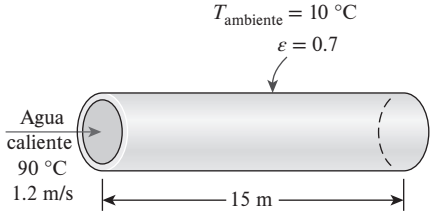


FIGURA P8-132

8-133 Repita el problema 8-132 para una tubería de cobre (k = 386 $W/m \cdot K$) en lugar de hierro forjado.

8-134 Los gases calientes de un escape salen de un motor diésel estacionario a 450 °C e ingresan a una tubería de 15 cm de diámetro a una velocidad promedio de 7.2 m/s. La temperatura de la superficie de la tubería es de 180 °C. Determine la longitud de la tubería si los gases del escape van a salir de la tubería

a 250 °C después de transferir calor al agua en una unidad de recuperación de calor. Utilice las propiedades del aire para los gases de escape.

8-135 Vapor geotérmico a 165 °C se condensa del lado de la carcasa de un intercambiador de calor sobre los tubos a través de los cuales fluye agua. El agua ingresa a los tubos de 4 cm de diámetro y 14 m de longitud a 20 °C a una velocidad de 0.8 kg/s. Calcule la temperatura de salida del agua y la velocidad de condensación del vapor geotérmico.

8-136 Ingresa aire frío a 5 °C a una tubería isotérmica de 12 cm de diámetro y 20 m de longitud a una velocidad de 2.5 m/s, y sale de la tubería a 19 °C. Calcule la temperatura superficial de la tubería.

8-137 100 kg/s de petróleo crudo se calientan de 20 a 40 °C a través del lado del tubo de un intercambiador de calor multitubo. El flujo de petróleo crudo se divide equitativamente entre los 100 tubos que forman el grupo. La identificación de cada tubo tiene 10 mm y la temperatura de la pared interior del tubo se mantiene a 100 °C. Las propiedades promedio del petróleo crudo son $\rho = 950$ kg/ m^3, $c_p = 1.9$ kJ/kg · K, $k = 0.25$ W/m · K, $\mu = 12$ mPa · s y $\mu_w = 4$ mPa · s. Calcule la velocidad de transferencia de calor y la longitud del tubo.

8-138 Agua líquida ingresa a un tubo rectangular liso de 10 m de longitud en el que $a = 50$ mm y $b = 25$ mm. La temperatura superficial se mantiene constante y el agua ingresa al tubo a 20 °C con un flujo másico de 0.25 kg/s. Determine la temperatura de la superficie del tubo que se necesita para calentar el agua a la temperatura de salida deseada de 80 °C.

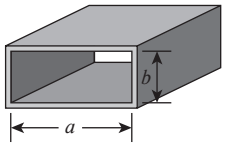


FIGURA P8-138

8-139 Un sistema de calefacción de distrito geotérmico incluye el transporte de agua geotérmica a 110 °C desde un pozo geotérmico hacia una ciudad que se encuentra a la misma altitud que el pozo y a una distancia de 12 km y a una velocidad de 1.5 m^3/s en tuberías de acero inoxidable de 60 cm de diámetro. Las presiones del fluido en la boca del pozo y en el punto de llegada a la ciudad son las mismas. Las pérdidas menores son despreciables debido a que la relación longitud-diámetro es muy grande y al relativamente pequeño número de componentes que provocan pérdidas menores. *a*) Suponiendo que la eficiencia del motor de la bomba es de 65%, calcule el consumo de potencia eléctrica del sistema de bombeo. *b*) Determine el costo diario del consumo de potencia del sistema si el costo unitario de electricidad es de $0.06/kWh. *c*) Se estima que la temperatura del agua geotérmica se reduce 0.5 °C durante este largo flujo. Determine si el calentamiento por fricción durante este flujo puede compensar esta caída de temperatura.

8-140 Repita el problema 8-139 para el caso de tuberías de hierro fundido con el mismo diámetro.

8-141 Una casa construida al lado de un río se enfriará en el verano utilizando el agua fría del río, la cual fluye a una temperatura de 15 °C. Una sección de 15 m de largo de un ducto circular de 20 cm de diámetro pasa a través del agua. Entra aire a la sección sumergida en el agua del ducto a 25 °C a una velocidad de 3 m/s. Suponiendo que la superficie del ducto está a la misma temperatura del agua, determine la temperatura del aire a la salida conforme este abandona la porción sumergida del ducto. Asimismo, para tener una eficiencia total de ventilación de 55%, determine la potencia del ventilador a la entrada que se necesita para contrarrestar la resistencia al flujo en esta sección del ducto.

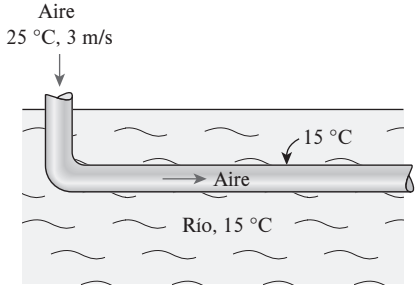


FIGURA P8-141

8-142 Repita el problema 8-141 suponiendo que en la superficie interior de la tubería se forma una capa de 0.25 mm de grosor de depósitos minerales ($k = 3$ W/m · K).

8-143 Petróleo a 15 °C se va a calentar por medio de vapor saturado a 1 atm en un intercambiador de calor de doble tubería a una temperatura de 25 °C. Los diámetros interior y exterior del espacio anular son 3 cm y 5 cm, respectivamente, y el petróleo ingresa a una velocidad media de 0.8 m/s. Se puede suponer que el tubo interior es isotérmico a una temperatura de 100 °C y el tubo exterior está bien aislado. Suponiendo un flujo de petróleo totalmente desarrollado, determine la longitud de tubo requerida para calentar el petróleo a la temperatura indicada. En realidad, ¿necesitará un tubo más corto o más largo? Explique.

8-144I Un tubo anular concéntrico tiene diámetros interior y exterior de 1 pulgada y 4 pulgadas, respectivamente. Fluye agua líquida a una velocidad de flujo de masa de 396 lbm/h a través del anillo a una temperatura media a la entrada y a la salida de 68 y 172 °F, respectivamente. La pared interior del tubo se mantiene a una temperatura superficial constante de 250 °F, mientras que la superficie exterior del tubo está aislada. Determine la longitud del tubo anular concéntrico. Suponga que el flujo es totalmente desarrollado.

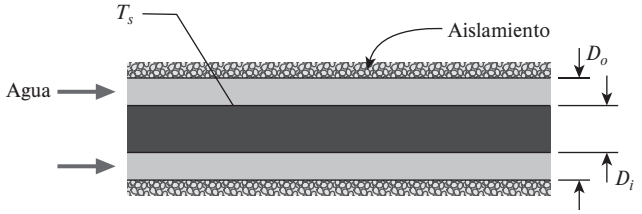


FIGURA P8-144I

Problemas del examen de Fundamentos de ingeniería (FI)

8-145 Se dice que los flujos de fuerza interiores son totalmente desarrollados una vez que _____ en la sección transversal no cambia en la dirección del flujo.

a) distribución de temperatura
b) distribución de entropía
c) distribución de velocidad
d) distribución de presión
e) ninguna de las anteriores

8-146 La temperatura masiva o de mezclado de un fluido circulando a través de una tubería o ducto se define como:

a) $T_b = \dfrac{1}{A_c}\displaystyle\int_{A_c} T\,dA_c$

b) $T_b = \dfrac{1}{\dot{m}}\displaystyle\int_{A_c} T\rho V\,dA_c$

c) $T_b = \dfrac{1}{\dot{m}}\displaystyle\int_{A_c} h\rho V\,dA_c$

d) $T_b = \dfrac{1}{A_c}\displaystyle\int_{A_c} h\,dA_c$

e) $T_b = \dfrac{1}{\dot{V}}\displaystyle\int_{A_c} T\rho\,V\,dA_c$

8-147 Ingresa agua ($\mu = 9.0 \times 10^{-4}$ kg/m·s, $\rho = 1\,000$ kg/m^3) a una tubería de 4 cm de diámetro y 3 m de longitud cuyas paredes se mantienen a 100 °C. El agua entra a este tubo a una temperatura masiva de 25 °C y a una velocidad de flujo volumétrico de 3 m^3/h. El número de Reynolds de este flujo interior es de:

a) 29 500 *b*) 38 200 *c*) 72 500
d) 118 100 *e*) 122 9000

8-148 Ingresa agua a un tubo circular cuyas paredes se mantienen a una temperatura constante a una velocidad de flujo y temperatura específicas. Para un flujo turbulento totalmente desarrollado, el número de Nusselt puede calcularse por medio de $Nu = 0.023\ Re^{0.8}\ Pr^{0.4}$. La diferencia de temperatura correcta a utilizar en la ley de enfriamiento de Newton en este caso es:

a) La diferencia entre las temperaturas del agua a la entrada y salida abundante.
b) La diferencia entre la temperatura del agua a la entrada abundante y la temperatura de la pared del tubo.
c) La diferencia de temperaturas medias logarítmicas.
d) La diferencia entre la temperatura abundante promedio del agua y la temperatura del tubo.
e) Ninguna de las anteriores.

8-149 Ingresa aire ($c_p = 1\,007$ J/kg·K) a un tubo de 17 cm de diámetro y 4 m de largo a 65 °C a razón de 0.08 kg/s y sale a 15 °C. El tubo es casi isotérmico a 5 °C. El coeficiente de transferencia de calor por convección promedio es:

a) 24.5 W/m^2·K *b*) 46.2 W/m^2·K
c) 53.9 W/m^2·K *d*) 67.6 W/m^2·K
e) 90.7 W/m^2·K

8-150 Ingresa agua ($c_p = 4\,180$ J/kg·K) a un tubo de 12 cm de diámetro y 8.5 m de largo a 75 °C a razón de 0.35 kg/s y se enfría por medio de un refrigerante que se evapora afuera a −10 °C. Si el coeficiente de transferencia de calor promedio en la superficie interior es de 500 W/m^2·K, la temperatura de salida del agua es:

a) 18.4 °C *b*) 25.0 °C *c*) 33.8 °C
d) 46.5 °C *e*) 60.2 °C

8-151 Ingresa aire a un ducto a 20 °C a una velocidad de 0.08 m^3/s y es calentado a 150 °C por medio de vapor condensado afuera a 200 °C. El error al calcular la velocidad de transferencia de calor hacia el aire provocado por la diferencia de temperatura media aritmética en lugar de la diferencia de temperatura media logarítmica es:

a) 0% *b*) 5.4% *c*) 8.1%
d) 10.6% *e*) 13.3%

8-152 Aceite de motor a 60 °C ($\mu = 0.07399$ kg/m·s, $\rho = 864$ kg/m^3) fluye en un tubo de 5 cm de diámetro a una velocidad de 2.2 m/s. La caída de presión a lo largo de una sección de 6 m de largo totalmente desarrollada del tubo es:

a) 5.4 kPa *b*) 8.1 kPa *c*) 12.5 kPa
d) 18.4 kPa *e*) 20.8 kPa

8-153 Aceite de motor fluye por un tubo horizontal de 15 cm de diámetro a una velocidad de 1.3 m/s experimentando una caída de presión de 12 kPa. El requerimiento de potencia de bombeo para contrarrestar esta caída de presión es:

a) 190 W *b*) 276 W *c*) 407 W
d) 655 W *e*) 900 W

8-154 Ingresa agua a un tubo de 5 mm de diámetro y 13 m de largo a 15 °C a una velocidad de 0.3 m/s y sale a 45 °C. El tubo está sometido a un flujo de calor uniforme de 2 000 W/m^2 en su superficie. La temperatura de la superficie del tubo a la salida es:

a) 48.7 °C *b*) 49.4 °C *c*) 51.1 °C
d) 53.7 °C *e*) 55.2 °C

(Para el agua, utilice $k = 0.615$ W/m·K, Pr = 5.42, $\nu = 0.801 \times 10^{-6}$ m^2/s).

8-155 Ingresa agua a un tubo de 5 mm de diámetro y 13 m de largo a 45 °C a una velocidad de 0.3 m/s. El tubo se mantiene a una temperatura constante de 8 °C. La temperatura de salida del agua es:

a) 4.4 °C *b*) 8.9 °C *c*) 10.6 °C
d) 12.0 °C *e*) 14.1 °C

(Para el agua, utilice $k = 0.607$ W/m·K, Pr = 6.14, $\nu = 0.894 \times 10^{-6}$ m^2/s, $c_p = 4\,180$ J/kg·K, $\rho = 997$ kg/m^3).

8-156 Ingresa agua a un tubo de 5 mm de diámetro y 13 m de largo a una temperatura de 45 °C y una velocidad de 0.3 m/s. El tubo se mantiene a una temperatura constante de 5 °C. La longitud de tubo requerida para que el agua salga a 25 °C es:

a) 1.55 m *b*) 1.72 m *c*) 1.99 m
d) 2.37 m *e*) 2.96 m

(Para el agua, utilice $k = 0.623$ W/m·K, Pr = 4.83, $\nu = 0.724 \times 10^{-6}$ m^2/s, $c_p = 4\,178$ J/kg·K, $\rho = 994$ kg/m^3).

8-157 Ingresa aire a un tubo de 7 cm de diámetro y 4 m de largo a una temperatura de 65 °C y sale a 15 °C. El tubo es casi isotérmico a 5 °C. Si el coeficiente de transferencia de calor

por convección promedio es de 20 $W/m^2 \cdot °C$, la velocidad de transferencia de calor del aire es:

a) 491 W *b*) 616 W *c*) 810 W
d) 907 W *e*) 975 W

8-158 Ingresa aire (c_p = 1 000 J/kg · K) a un ducto sumergido en agua de 16 cm de diámetro y 19 m de largo a 50 °C y 1 atm a una velocidad promedio de 7 m/s, y es enfriado con agua por afuera. Si el coeficiente de transferencia de calor promedio es de 35 $W/m^2 \cdot K$ y la temperatura del tubo es casi igual a la temperatura del agua de 5 °C, la temperatura de salida del aire es:

a) 6 °C *b*) 10 °C *c*) 18 °C
d) 25 °C *e*) 36 °C

8-159 Ingresa agua a un tubo de 2 cm de diámetro y 3 m de largo cuyas paredes se mantienen a 100 °C con una temperatura masiva de 25 °C y una velocidad de flujo volumétrico de 3 m^3/h. Despreciando los efectos a la entrada y suponiendo flujo turbulento, el número de Nusselt puede calcularse a partir de $Nu = 0.023\ Re^{0.8}\ Pr^{0.4}$. El coeficiente de transferencia de calor por convección es:

a) 4 140 $W/m^2 \cdot K$ *b*) 6 160 $W/m^2 \cdot K$
c) 8 180 $W/m^2 \cdot K$ *d*) 9 410 $W/m^2 \cdot K$
e) 2 870 $W/m^2 \cdot K$

(Para el agua, utilice k = 0.610 W/m · K, Pr = 6.0, $\mu = 9.0 \times 10^{-4}$ kg/m · s, ρ = 1 000 kg/m^3).

8-160 Ingresa aire a 110 °C a un ducto de 18 cm de diámetro y 9 m de largo a una velocidad de 4.5 m/s. El ducto es casi isotérmico a 85 °C. La velocidad de pérdida de calor del aire en el ducto es:

a) 760 W *b*) 890 W *c*) 1 210 W
d) 1 370 W *e*) 1 400 W

(Para el agua, utilice k = 0.03095 W/m · K, Pr = 0.7111, $\nu = 2.306 \times 10^{-5}$ m^2/s, c_p = 1 009 J/kg · K).

8-161 Ingresa aire a 10 °C a un ducto rectangular de 18 m de largo con sección transversal de 0.15 m × 0.20 m a una velocidad de 4.5 m/s. El ducto es sometido a calentamiento uniforme por radiación a través de su superficie de 400 W/m^2. La temperatura de la pared a la salida del ducto es:

a) 58.8 °C *b*) 61.9 °C *c*) 64.6 °C
d) 69.1 °C *e*) 75.5 °C

(Para el aire, utilice k = 0.02551 W/m · K, Pr = 0.7296, $\nu = 1.562 \times 10^{-5}$ m^2/s, c_p = 1 007 J/kg · K, ρ = 1.184 kg/m^3).

Problemas de diseño y ensayo

8-162 Las cajas con equipo electrónico como computadoras normalmente se enfrían por medio de un ventilador. Escriba un ensayo acerca del enfriamiento de cajas con equipo electrónico a través de aire forzado y acerca de la selección del ventilador para el caso de dispositivos electrónicos.

8-163 Diseñe un intercambiador de calor para pasteurizar leche por medio de vapor en una planta productora de leche. Se hará circular la leche a través de un banco de tubos de 1.2 cm de diámetro interior mientras que el vapor condensa fuera de los tubos a 1 atm. La leche ingresará a los tubos a 4 °C y se calentará a 72 °C a una velocidad de 15 L/s. Haciendo las suposiciones razonables necesarias, a usted se le asigna para que especifique la longitud del tubo, el número de tubos a utilizar y el tipo de bomba para el intercambiador de calor.

8-164 Una computadora de escritorio se enfriará por medio de un ventilador. Los componentes electrónicos de la computadora consumen 80 W de potencia en condiciones de máxima carga. Dicha computadora trabajará en ambientes con temperaturas por arriba de los 50 °C y a altitudes de 3 000 m, donde la presión atmosférica es de 70.12 kPa. La temperatura de salida del aire no estará por arriba de los 60 °C para cumplir con los requerimientos de confiabilidad de la computadora. Asimismo, la velocidad promedio del aire no excederá los 120 m/min a la salida de la carcasa de la computadora donde se encontrará instalado el ventilador; esto es para mantener bajo el nivel de ruido. Especifique la velocidad de flujo del ventilador que necesita instalarse, así como el diámetro de la carcasa del ventilador.

Elemento de diseño: "Icono de C&S © McGraw-Hill Education; Icono de PtD © McGraw-Hill Education; arte de la computadora © McGraw-Hill Education"

CAPÍTULO

9

CONVECCIÓN NATURAL

En los capítulos 7 y 8 se considera la transferencia de calor por *convección forzada*, donde un fluido se ve *obligado* a moverse sobre una superficie o en un tubo por medios externos como una bomba o un ventilador. En este capítulo se considera la *convección natural*, llamada alternativamente convección libre, donde cualquier movimiento de fluido ocurre por medios naturales, como la flotación. El movimiento del fluido en la convección forzada es *notable*, ya que un ventilador o una bomba pueden transferir suficiente impulso al fluido para moverlo en cierta dirección. Sin embargo, el movimiento del fluido en la convección natural por lo regular no se nota debido a las bajas velocidades involucradas.

El coeficiente de transferencia de calor por convección es una función importante de la *velocidad*: cuanto mayor es la velocidad, mayor es el coeficiente de transferencia de calor por convección. Las velocidades de los fluidos asociadas con la convección natural son bajas, típicamente menos de 1 m/s; por tanto, los coeficientes de transferencia de calor encontrados en la convección natural son generalmente mucho más bajos que los encontrados en la convección forzada. Sin embargo, varios tipos de equipos de transferencia de calor están diseñados para operar bajo condiciones de convección natural en lugar de convección forzada porque la convección natural no requiere un motor para el fluido.

Este capítulo inicia con una discusión sobre el mecanismo físico de *convección natural* y el *número de Grashof.* Luego presenta las correlaciones para evaluar la transferencia de calor por convección natural para varias geometrías, incluidas las superficies con aletas y los recintos cerrados. Por último, se estudia la convección natural y forzada.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al terminar de estudiar este capítulo, usted deberá ser capaz de:

- Comprender el mecanismo físico de la convección natural.
- Derivar las ecuaciones que rigen la convección natural y obtener el número adimensional de Grashof sin dimensionarlas.
- Evaluar el número de Nusselt para convección natural asociada con placas verticales, horizontales e inclinadas, así como cilindros y esferas.
- Examinar la convección natural de las superficies con aletas y determinar el espaciado óptimo de las aletas.
- Analizar la convección natural dentro de recintos como ventanas de doble panel.
- Considerar la convección combinada natural y forzada, y evaluar la importancia relativa de cada modo.

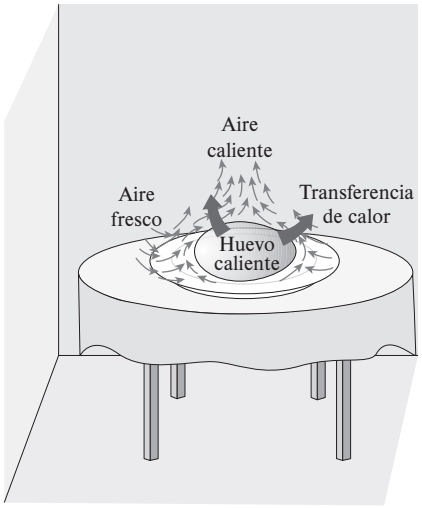


FIGURA 9-1

Enfriamiento de un huevo hervido en un ambiente más fresco por convección natural.

9-1 ▪ MECANISMO FÍSICO DE LA CONVECCIÓN NATURAL

Muchas aplicaciones familiares de transferencia de calor implican la convección natural como mecanismo principal de transferencia de calor. Algunos ejemplos son: el enfriamiento de equipos electrónicos como transistores de potencia, televisores y DVD; la transferencia de calor desde calentadores de base eléctricos o radiadores de vapor; la transferencia de calor desde serpentines de refrigeración y líneas de transmisión de energía; y la transferencia de calor desde los cuerpos de animales y seres humanos. La convección natural en los gases suele ir acompañada de radiación de magnitud comparable, excepto en las superficies de baja emisividad.

Un huevo hervido caliente (o una papa al horno caliente) en un plato se enfría a la temperatura del aire que hay alrededor (figura 9-1). El huevo se enfría transfiriendo calor por convección al aire y por radiación a las superficies de alrededor. Sin tener en cuenta la transferencia de calor por radiación, el mecanismo físico para enfriar un huevo caliente (o cualquier objeto) en un ambiente más frío se puede explicar de la siguiente manera:

Tan pronto como el huevo caliente se exponga al aire más frío, la temperatura de la superficie exterior de la cáscara del huevo disminuye un poco, y la temperatura del aire adyacente a la cáscara aumenta como resultado de la conducción de calor de la cáscara al aire. En consecuencia, el huevo está rodeado por una capa delgada de aire más cálido, y el calor se transfiere desde esta capa más cálida a las capas exteriores de aire. El proceso de enfriamiento en este caso es bastante lento, ya que el huevo siempre estará cubierto por aire caliente, y no tiene contacto directo con el aire frío más alejado. Es posible que no se note ningún movimiento de aire cerca del huevo, pero si se realizan medidas cuidadosas indicarían lo contrario.

La temperatura del aire adyacente al huevo es mayor y, por tanto, su densidad es menor, ya que a presión constante la densidad de un gas es inversamente proporcional a su temperatura. Por tanto, hay una situación en la que un poco de gas de baja densidad o "ligero" está rodeado por un gas de alta densidad o "pesado", y las leyes naturales dictan que el *gas ligero se eleva*. Esto no es diferente al aceite en un aderezo de ensalada de vinagre, donde el aceite sube a la parte superior (ya que $\rho_{\text{aceite}} < \rho_{\text{vinagre}}$). Este fenómeno se caracteriza incorrectamente por la frase "el calor sube", que debería entenderse como que el *aire caliente sube*. El espacio desocupado por el aire más cálido cerca del huevo es reemplazado por el aire más frío cercano, y la presencia de aire más frío acelera el proceso de enfriamiento. El aumento de aire más cálido y el flujo de aire más frío en su lugar continúa hasta que el huevo se enfría a la temperatura del aire circundante. El movimiento que resulta del reemplazo continuo del aire calentado en las proximidades del huevo por el aire más frío cercano se llama **corriente de convección natural**, y la transferencia de calor que se establece como resultado de esta corriente se llama **transferencia de calor por convección natural**. Observe que sin corrientes de convección naturales, la transferencia de calor del huevo al aire que lo rodea sería solo por conducción, y la tasa de transferencia de calor del huevo sería mucho menor.

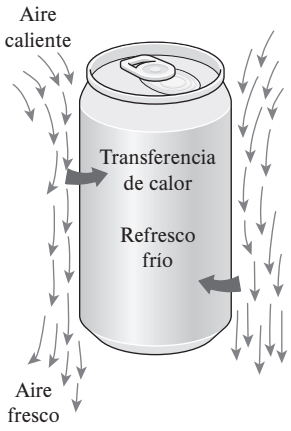


FIGURA 9-2

Calentamiento de una bebida fría en un ambiente más cálido por convección natural.

La convección natural es tan efectiva en el calentamiento de superficies frías en un ambiente más cálido como lo es en el enfriamiento de superficies calientes en un ambiente más frío, como se muestra en la figura 9-2. Tenga en cuenta que la dirección del movimiento del fluido se invierte en este caso.

En un campo gravitacional hay una fuerza neta que empuja hacia arriba un fluido ligero colocado en un fluido más pesado. La fuerza hacia arriba ejercida por un fluido sobre un cuerpo total o parcialmente sumergido en él se llama **fuerza de flotación**. La magnitud de esta fuerza es igual al peso del *fluido desplazado* por el cuerpo.

Es decir,

$$F_{\text{flotación}} = \rho_{\text{fluido}}\, g\, V_{\text{cuerpo}} \qquad \textbf{(9-1)}$$

donde ρ_{fluido} es la densidad promedio del *fluido* (no del cuerpo), g es la aceleración gravitacional y V_{cuerpo} es el volumen de la porción del cuerpo sumergida en el fluido (para cuerpos completamente inmersos en el fluido, es el volumen total del cuerpo). En ausencia de otras fuerzas, la fuerza vertical neta que actúa sobre un cuerpo es la diferencia entre el peso del cuerpo y la fuerza de flotación. Es decir,

$$\begin{aligned} F_{\text{neta}} &= W - F_{\text{flotación}} \\ &= \rho_{\text{cuerpo}}\, g V_{\text{cuerpo}} - \rho_{\text{fluido}}\, g V_{\text{cuerpo}} \\ &= (\rho_{\text{cuerpo}} - \rho_{\text{fluido}})\, g V_{\text{cuerpo}} \end{aligned} \qquad \textbf{(9-2)}$$

Tenga en cuenta que esta fuerza es proporcional a la diferencia en las densidades del fluido y del cuerpo inmerso en él. Por tanto, un cuerpo sumergido en un fluido experimentará una "pérdida de peso" en una cantidad igual al peso del fluido desplazado. Esto se conoce como el *principio de Arquímedes.*

Para comprender mejor el efecto de flotación, considere colocar un huevo en agua. Si la densidad promedio del huevo es mayor que la densidad del agua (un signo de frescura), el huevo se deposita en el fondo del recipiente. De lo contrario, se eleva a la cima. Cuando la densidad del huevo es igual a la densidad del agua, el huevo se deposita en algún lugar del agua mientras permanece completamente sumergido, actuando como un "objeto sin peso" en el espacio. Esto ocurre cuando la fuerza de flotación hacia arriba que actúa sobre el huevo es igual al peso del huevo, que actúa hacia abajo.

El *efecto de flotación* tiene implicaciones de largo alcance en la vida. Por un lado, sin flotación, la transferencia de calor entre una superficie caliente (o fría) y el fluido que la rodea sería por *conducción* en lugar de por *convección natural*. Las corrientes de convección natural encontradas en los océanos, lagos y en la atmósfera, deben su existencia a la fuerza de flotación. Además, las embarcaciones ligeras o los buques de guerra de acero pesados pueden flotar en el agua debido a la fuerza de flotación (figura 9-3). Los barcos están diseñados sobre la base del principio de que su peso total y su contenido es igual al peso del agua que puede contener el volumen sumergido del barco. El "efecto chimenea" que induce el flujo ascendente de gases de combustión calientes a través de una chimenea también se debe al efecto de flotación, y la fuerza ascendente que actúa sobre los gases en la chimenea es proporcional a la diferencia entre las densidades de los gases calientes en la chimenea y el aire más fresco afuera. En el espacio *no hay una gravedad significativa*, por tanto, no puede haber transferencia de calor por convección natural en una nave espacial, incluso si está llena de aire atmosférico.

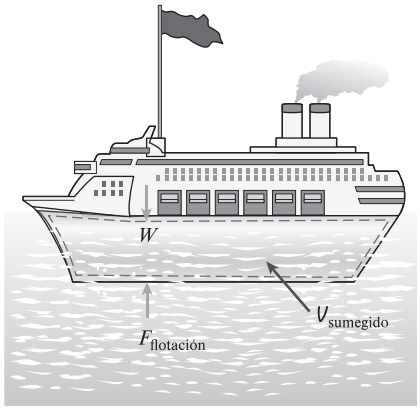


FIGURA 9-3

Es la fuerza de flotación la que mantiene los barcos a flote en el agua ($W = F_{\text{flotación}}$ para objetos flotantes).

En los estudios de transferencia de calor, la variable principal es la *temperatura,* y es deseable expresar la fuerza de flotación neta (ecuación 9-2) en términos de diferencias de temperatura. Pero esto requiere expresar la diferencia de densidad en términos de una diferencia de temperatura, lo que requiere un conocimiento de una propiedad que *representa la variación de la densidad de un fluido con la temperatura a presión constante*. *La propiedad que proporciona esa información es el* **coeficiente de expansión volumétrica** β, definido como (figura 9-4):

$$\beta = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_P \qquad (1/\text{K}) \qquad \textbf{(9-3)}$$

En los estudios de convección natural, la condición del fluido suficientemente lejos de la superficie caliente o fría se indica mediante el subíndice "infinito", que sirve como un recordatorio de que este es el valor a una distancia donde no se siente la superficie. En estos casos, el coeficiente de expansión volumétrica puede expresarse aproximadamente reemplazando cantidades diferenciales con diferencias como:

$$\beta \approx -\frac{1}{\rho}\frac{\Delta \rho}{\Delta T} = -\frac{1}{\rho}\frac{\rho_\infty - \rho}{T_\infty - T} \qquad (\text{a } P \text{ constante}) \qquad \textbf{(9-4)}$$

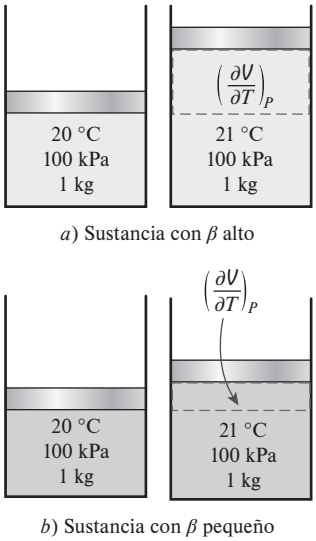


FIGURA 9-4

El coeficiente de expansión volumétrica es una medida del cambio en el volumen de una sustancia con la temperatura a presión constante.

o,

$$\rho_\infty - \rho = \rho\beta(T - T_\infty) \qquad (\text{a } P \text{ constante}) \tag{9-5}$$

donde ρ_∞ y T_∞ son la densidad y la temperatura del fluido inactivo lejos de la superficie.

Se puede mostrar fácilmente que el coeficiente de expansión volumétrica β de un *gas ideal* ($P = \rho RT$) a una temperatura T es equivalente al inverso con la temperatura:

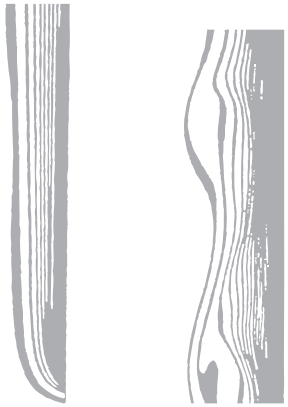
$$\beta_{\text{gas ideal}} = \frac{1}{T} \qquad (1/\text{K}) \tag{9-6}$$

donde T es la temperatura *termodinámica*. Considere que un valor grande de β para un fluido significa un gran cambio en la densidad con la temperatura, y que el producto $\beta\Delta T$ representa la fracción del cambio de volumen de un fluido correspondiente a un cambio de temperatura ΔT a presión constante. También tenga en cuenta que la fuerza de flotación es proporcional a la *diferencia de densidad*, la cual es proporcional a la *diferencia de temperatura* a presión constante. Por tanto, cuanto *mayor* sea la diferencia de temperatura entre el fluido adyacente a una superficie caliente (o fría) y el fluido alejado de ella, *mayor* será la fuerza de flotación y *más fuertes* serán las corrientes de convección naturales y, por tanto, *mayor* será la tasa de transferencia de calor.

La magnitud de la transferencia de calor por convección natural entre una superficie y un fluido está directamente relacionada con la *tasa de flujo* del fluido. Cuanto mayor sea la velocidad de flujo, mayor será la tasa de transferencia de calor. De hecho, son las tasas de flujo las que aumentan el coeficiente de transferencia de calor en órdenes de magnitud cuando se usa convección forzada. En convección natural, no se utilizan sopladores externos y, por tanto, no se puede controlar externamente la tasa de flujo. La tasa de flujo en este caso se establece por el equilibrio dinámico entre *flotación* y *fricción.*

La fuerza de flotación es causada por la diferencia de densidad entre el fluido calentado (o enfriado) adyacente a la superficie y el fluido que lo rodea, la cual es proporcional a la diferencia de densidad y al volumen ocupado por el fluido más caliente. También es bien sabido que cada vez que dos cuerpos en contacto (sólido-sólido, sólido-fluido o fluido-fluido) se mueven uno respecto al otro, se desarrolla una *fuerza de fricción* en la superficie de contacto en dirección *opuesta* a la del movimiento. Esta fuerza opuesta frena al fluido y, por tanto, reduce la tasa de flujo del fluido. En condiciones estables, la tasa de flujo de aire impulsada por la flotación se establece en el punto donde estos dos efectos se *equilibran* entre sí. La fuerza de fricción aumenta a medida que se introducen más y más superficies sólidas, lo que interrumpe gravemente el flujo de fluido y la transferencia de calor. Por esa razón, los disipadores de calor con aletas muy separadas no son adecuados para el enfriamiento por convección natural.

La mayoría de las correlaciones de transferencia de calor por convección natural se basan en mediciones experimentales. El instrumento que se usa con frecuencia en los experimentos de convección natural es el *interferómetro Mach-Zehnder,* que proporciona un gráfico de isotermas en el fluido cerca de una superficie. El principio de funcionamiento de los interferómetros se basa en el hecho de que a baja presión, las líneas de temperatura constante para un gas corresponden a las líneas de densidad constante, y que el índice de refracción de un gas es función de su densidad. Por tanto, el grado de refracción de la luz en algún punto de un gas es una medida del gradiente de temperatura en ese punto. Un interferómetro produce un mapa de franjas de interferencia, que puede interpretarse como líneas de *temperatura constante* como se muestra en la figura 9-5. Las líneas suaves y paralelas en



a) Flujo laminar *b*) Flujo turbulento

FIGURA 9-5

Isotermas en convección natural sobre una placa caliente en aire.

a) indican que el flujo es *laminar*, mientras que los remolinos e irregularidades en *b*) indican que el flujo es *turbulento.* Considere que las líneas están más cerca de la superficie, lo que indica un *gradiente de temperatura más alto*.

9-2 ▪ ECUACIÓN DE MOVIMIENTO Y NÚMERO DE GRASHOF

En esta sección derivamos la ecuación de movimiento que gobierna el flujo de convección natural en la capa límite laminar. Las ecuaciones de conservación de masa y energía derivadas del capítulo 6 para convección forzada también se aplican para convección natural, pero la ecuación de momento necesita ser modificada para incorporar flotación.

Considere una placa plana vertical caliente sumergida en un fluido inactivo. Suponga que el flujo de convección natural es constante, laminar y bidimensional, y que el fluido es newtoniano con propiedades constantes, incluida la densidad, con una excepción: debe considerarse la diferencia de densidad $\rho - \rho_\infty$, ya que es esta diferencia de densidad entre el interior y el exterior de la capa límite la que da lugar a la fuerza de flotación y mantiene el flujo. (Esto se conoce como la *aproximación de Boussinesq*.) Se toma la dirección ascendente a lo largo de la placa como x, y la dirección normal a la superficie como y, igual que en la figura 9-6. Por tanto, la gravedad actúa en la dirección $-x$. Considerando que el flujo es constante y bidimensional, los componentes x y y de la velocidad dentro de la capa límite son $u = u(x, y)$ y $v = v(x, y)$, respectivamente.

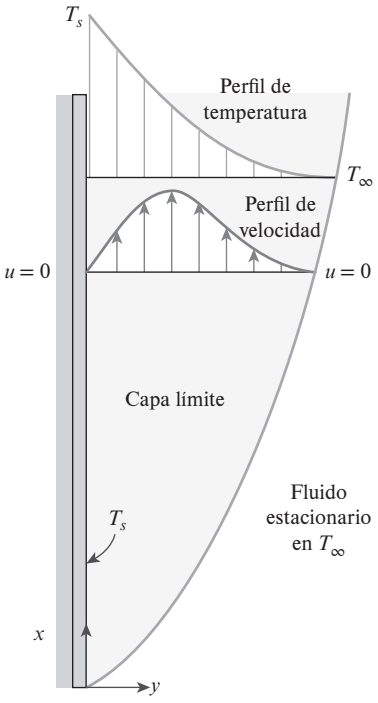


FIGURA 9-6

Perfiles típicos de velocidad y temperatura para el flujo de convección natural sobre una placa vertical caliente a temperatura T_s inmersa en un fluido a temperatura T_∞.

Los perfiles de velocidad y temperatura para convección natural sobre una placa caliente vertical también se muestran en la figura 9-6. Como en la convección forzada, el grosor de la capa límite aumenta en la dirección del flujo. Sin embargo, a diferencia de la convección forzada, la velocidad del fluido es *cero* en el borde exterior de la capa límite de velocidad, así como en la superficie de la placa. Esto debe ser así dado que el fluido más allá de la capa límite está inmóvil. Por tanto, la velocidad del fluido aumenta con la distancia desde la superficie, alcanza un máximo y poco a poco disminuye a cero a una distancia suficientemente lejos de la superficie. En la superficie, la temperatura del fluido es igual a la temperatura de la placa, y disminuye poco a poco a la temperatura del fluido de alrededor a una distancia suficientemente lejos de la superficie, como se muestra en la figura. En el caso de *superficies frías*, la forma de los perfiles de velocidad y temperatura sigue siendo la misma, pero su dirección se invierte.

Considere un elemento de volumen diferencial de altura dx, longitud dy y profundidad unitaria en la dirección z (normal al papel) para el análisis. La figura 9-7 muestra las fuerzas que actúan sobre este elemento de volumen. La segunda ley de movimiento de Newton para este elemento de volumen puede expresarse como:

$$\delta m \cdot a_x = F_x \tag{9-7}$$

donde $\delta m = \rho(dx \cdot dy \cdot 1)$ es la masa del fluido dentro del elemento de volumen. La aceleración en la dirección x se obtiene tomando el diferencial total de $u(x, y)$, que es $du = (\partial u/\partial x)dx + (\partial u/\partial y)dy$, y dividiéndolo entre dt. Se obtiene:

$$a_x = \frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial u}{\partial y}\frac{dy}{dt} = u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} \tag{9-8}$$

Las fuerzas que actúan sobre el elemento de volumen diferencial en la dirección vertical son las fuerzas de presión que actúan sobre las superficies superior e inferior, los esfuerzos cortantes que actúan sobre las superficies laterales (los esfuerzos normales que actúan sobre las superficies superior e inferior son pequeños y no se

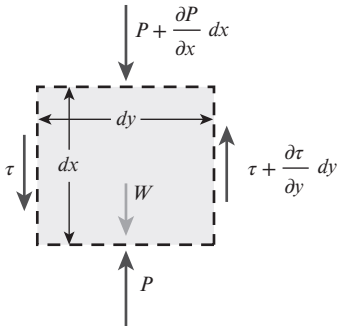


FIGURA 9-7

Fuerzas que actúan sobre un elemento de volumen diferencial en la capa límite de convección natural sobre una placa plana vertical.

toman en cuenta), y la fuerza de gravedad que actúa sobre todo el elemento de volumen. Entonces la fuerza superficial neta que actúa en la dirección x queda:

$$\begin{aligned} F_x &= \left(\frac{\partial \tau}{\partial y} dy\right)(dx \cdot 1) - \left(\frac{\partial P}{\partial x} dx\right)(dx \cdot 1) - \rho g (dx \cdot dy \cdot 1) \\ &= \left(\mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial P}{\partial x} - \rho g\right)(dx \cdot dy \cdot 1) \end{aligned} \tag{9-9}$$

dado que $\tau = \mu(\partial u/\partial y)$. Sustituyendo las ecuaciones 9-8 y 9-9 en la ecuación 9-7 y al dividir entre $\rho \cdot dx \cdot dy \cdot 1$ nos da la *conservación de momento* en la dirección x como:

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = \mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial P}{\partial x} - \rho g \tag{9-10}$$

La ecuación de momento x en el fluido en reposo fuera de la capa límite se puede obtener de la relación anterior como un caso particular estableciendo $u = 0$. Da:

$$\frac{\partial P_\infty}{\partial x} = -\rho_\infty g \tag{9-11}$$

que es simplemente la relación para la variación de la presión hidrostática con la altura en un fluido en reposo, como se esperaba. Además, observando que $v \ll u$ en la capa límite y, por tanto, $\partial v/\partial x \approx \partial v/\partial y \approx 0$, y que no hay fuerzas de cuerpo (incluida la gravedad) en la dirección y, el equilibrio de fuerzas en esa dirección da $\partial P/\partial y = 0$. Es decir, la variación de la presión en la dirección normal a la superficie es insignificante, y para una determinada x la presión en la capa límite es igual a la presión en el fluido en reposo. Por tanto, $P = P(x) = P_\infty(x)$ y $\partial \mathrm{P}/\partial x = \partial \mathrm{P}_\infty/\partial x = -\rho_\infty g$. Sustituyendo en la ecuación 9-10:

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = \mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + (\rho_\infty - \rho)g \tag{9-12}$$

El último término representa la fuerza neta hacia arriba por unidad de volumen sobre el fluido (la diferencia entre la fuerza de flotación y el peso del fluido). Esta es la fuerza que inicia y sostiene las corrientes de convección.

De la ecuación 9-5, tenemos $\rho_\infty - \rho = \rho\beta\,(T - T_\infty)$. Sustituyéndolo en la última ecuación y dividiendo ambos lados por ρ da la forma deseada de la ecuación de momento x:

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + g\beta(T - T_\infty) \tag{9-13}$$

Esta es la ecuación que rige el movimiento del fluido en la capa límite debido al efecto de flotación. Observe que la ecuación de momento involucra la temperatura y, por tanto, las ecuaciones de momento y energía deben resolverse simultáneamente.

El conjunto completo de ecuaciones de conservación, continuidad (ecuación 6-39), momento (ecuación 9-13) y energía (ecuación 6-41) que rigen el flujo de convección natural sobre placas isotérmicas verticales son:

Continuidad: $$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{ec. 6-39}$$

Momento: $$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + g\beta(T - T_\infty) \tag{ec. 9-13}$$

Energía: $$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \tag{ec. 6-41}$$

con las siguientes condiciones de frontera (figura 9-6):

$$\begin{aligned}
&\text{At } y = 0: && u(x, 0) = 0,\ v(x, 0) = 0, && T(x, 0) = T_s\\
&\text{At } y \to \infty: && u(x, \infty) \to 0, && T(x, \infty) \to T_\infty\\
&\text{At } x = 0: && u(0, y) = 0, && T(0, y) = T_\infty
\end{aligned}$$

El conjunto anterior de tres ecuaciones diferenciales parciales se puede reducir a un conjunto de dos ecuaciones diferenciales no lineales ordinarias mediante la introducción de una variable de similaridad. Pero las ecuaciones resultantes también deben resolverse numéricamente junto con sus condiciones de frontera correspondientes (Ostrach, 1953). Los lectores interesados son referidos a libros avanzados sobre el tema para discusiones detalladas (por ejemplo, Kays, Crawford y Weigand, 2005).

Número de Grashof

Las ecuaciones que rigen la convección natural y las condiciones de frontera pueden escribirse de manera adimensional dividiendo todas las variables dependientes e independientes por las cantidades constantes adecuadas: todas las longitudes por una longitud característica L_c, todas las velocidades por una velocidad de referencia arbitraria V (que, según la definición del número de Reynolds, se toma como $V = \mathrm{Re}_L \nu / L_c$, y la temperatura por una diferencia de temperatura adecuada (como $T_s - T_\infty$) como:

$$x^* = \frac{x}{L_c}, \quad y^* = \frac{y}{L_c}, \quad u^* = \frac{u}{V}, \quad v^* = \frac{v}{V}, \quad \text{y} \quad T^* = \frac{T - T_\infty}{T_s - T_\infty}$$

donde se usan asteriscos para indicar variables adimensionales. Las formas adimensionales de las ecuaciones de continuidad (ecuación 6-64) y de energía (ecuación 6-66) derivadas en el capítulo 6 todavía son aplicables. Sin embargo, la ecuación de momento en forma adimensional debido a los efectos de flotación será diferente. Al adimensionalizar la ecuación de momento (ecuación 9-13) con los parámetros anteriores y simplificar da:

$$u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = \left[\frac{g\beta(T_s - T_\infty)L_c^3}{\nu^2}\right] \frac{T^*}{\mathrm{Re}_L^2} + \frac{1}{\mathrm{Re}_L} \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \tag{9-14}$$

El parámetro adimensional entre paréntesis representa los efectos de convección natural y se denomina **número de Grashof** Gr_L (figura 9-8),

$$\mathrm{Gr}_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L_c^3}{\nu^2} \tag{9-15}$$

donde

g = aceleración gravitacional, m/s^2
β = coeficiente de expansión volumétrica, 1/K (β = 1/T para gases ideales)
T_s = temperatura de la superficie, °C
T_∞ = temperatura del fluido suficientemente lejos de la superficie, °C
L_c = longitud característica de la geometría, m
ν = viscosidad cinemática del fluido, m^2/s

En los capítulos anteriores se mencionó que el régimen de flujo de convección forzada se rige por el *número de Reynolds* adimensional, que representa la relación de fuerzas de inercia a fuerzas viscosas que actúan sobre el fluido. El régimen de flujo en la convección natural se rige por el *número de Grashof* adimensional, que repre-

FIGURA 9-8

Franz Grashof (1826-1893), ingeniero alemán, nació en Düsseldorf, Alemania. Fue uno de los líderes fundadores de la Sociedad de Ingenieros Alemanes VDI (Verein Deutscher Ingenieure) y asumió una enorme carga como autor, editor, corrector y despachador de publicaciones. En 1863, el nombre de Grashof era tan estimado que el técnico de Karlsruhe lo nombró para ser un sucesor Superintendente de la Escuela de Ingeniería. También se desempeñó como profesor de Mecánica Aplicada e Ingeniería Mecánica, donde sus conferencias de renombre incluyeron "Resistencia de los materiales", "Hidráulica", "Teoría del calor" e "Ingeniería general". Después de la muerte de Grashof, la Sociedad de Ingenieros Alemanes honró su memoria al instituir la Medalla Conmemorativa Grashof como la máxima distinción que la sociedad podría otorgar por mérito en las habilidades de ingeniería. El **número de Grashof** es adimensional y representa la relación entre las fuerzas de flotación y las fuerzas viscosas.

© *Paul Fearn/Alamy.*

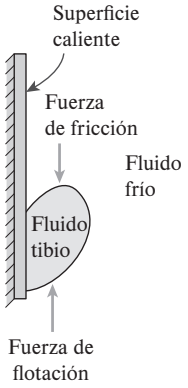


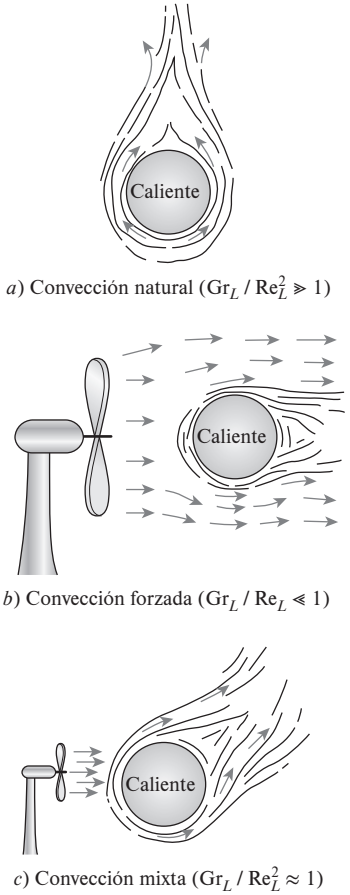
FIGURA 9-9

El número de Grashof Gr es una medida de las magnitudes relativas de la *fuerza de flotación* y la *fuerza viscosa* opuesta que actúa sobre el fluido.

senta la relación entre la fuerza de *flotación* y la *fuerza viscosa* que actúa sobre el fluido (figura 9-9).

El papel desempeñado por el número de Reynolds en la convección forzada es desempeñado por el número de Grashof en la convección natural. Como tal, el número de Grashof proporciona el criterio principal para determinar si el flujo de fluido es laminar o turbulento en convección natural. Para placas verticales, por ejemplo, se observa que el número crítico de Grashof es aproximadamente 10^9; por tanto, el régimen de flujo en una placa vertical se vuelve *turbulento* para números de Grashof superiores a 10^9.

Cuando una superficie se somete a flujo externo, el problema involucra convección tanto natural como forzada. La importancia relativa de cada modo de transferencia de calor está determinada por el valor del coeficiente $\mathrm{Gr}_L/\mathrm{Re}_L^2$, que aparece en la ecuación 9-14 (figura 9-10). Si $\mathrm{Gr}_L/\mathrm{Re}_L^2 \gg 1$, las fuerzas de inercia son insignificantes y los efectos de convección natural dominan. Por el contrario, si $\mathrm{Gr}_L/\mathrm{Re}_L^2 \ll 1$, las fuerzas de flotación son insignificantes y debe considerarse la convección forzada. Para el caso de que $\mathrm{Gr}_L/\mathrm{Re}_L^2 \approx 1$, las fuerzas de inercia y flotación están igualmente presentes, y se deben considerar los efectos de convección tanto naturales como forzados. En este caso, el flujo se conoce como **convección mixta**.



a) Convección natural ($\mathrm{Gr}_L / \mathrm{Re}_L^2 \gg 1$)

b) Convección forzada ($\mathrm{Gr}_L / \mathrm{Re}_L \ll 1$)

c) Convección mixta ($\mathrm{Gr}_L / \mathrm{Re}_L^2 \approx 1$)

FIGURA 9-10

Importancia relativa de los regímenes de transferencia de calor por convección para flujo cerca de una esfera caliente.

9-3 ▪ CONVECCIÓN NATURAL SOBRE SUPERFICIES

La transferencia de calor por convección natural en una superficie depende de la geometría de la superficie, así como de su orientación. También depende de la variación de la temperatura en la superficie y de las propiedades termofísicas del fluido involucrado.

Aunque comprendemos bien el mecanismo de convección natural, las complejidades del movimiento de fluidos hacen que sea muy difícil obtener relaciones analíticas simples para la transferencia de calor al resolver las ecuaciones que rigen el movimiento y la energía. Existen algunas soluciones analíticas para la convección natural, pero tales soluciones carecen de generalidad, ya que se obtienen para geometrías simples bajo algunos supuestos simplificadores. Por tanto, con la excepción de algunos casos simples, las relaciones de transferencia de calor por convección natural se basan en estudios experimentales. De las muchas correlaciones de diversa complejidad y alegada precisión disponibles en la literatura para una geometría dada, se presentan aquí las más conocidas y más utilizadas.

Las correlaciones empíricas simples para el *número de Nusselt* promedio Nu en convección natural son de la forma (figura 9-11):

$$\mathrm{Nu} = \frac{hL_c}{k} = C(\mathrm{Gr}_L\,\mathrm{Pr})^n = C\,\mathrm{Ra}_L^n \qquad \textbf{(9-16)}$$

donde Ra_L es el **número de Rayleigh** (figura 9-12), que es el producto del número de Grashof, el cual describe la relación entre la flotación y la viscosidad dentro del fluido, y el número de Prandtl, que describe la relación entre la difusividad del momento y la difusividad térmica. Por tanto, el número de Rayleigh en sí mismo puede verse también como la relación de las fuerzas de flotación y (los productos de) las difusibilidades térmicas y de momento.

$$\mathrm{Ra}_L = \mathrm{Gr}_L\,\mathrm{Pr} = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L_c^3}{\nu^2}\,\mathrm{Pr} = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L_c^3}{\nu\alpha} \qquad \textbf{(9-17)}$$

Los valores de las constantes C y n dependen de la *geometría* de la superficie y del *régimen de flujo*, que se caracteriza por el rango del número de Rayleigh. El valor

de n suele ser $\frac{1}{4}$ para flujo laminar y $\frac{1}{3}$ para flujo turbulento. El valor de la constante C es normalmente menor que 1.

En la tabla 9-1 se dan las relaciones simples para el número promedio de Nusselt para varias geometrías, junto con los bocetos de las geometrías. También se dan en esta tabla las longitudes características de las geometrías y los rangos del número de Rayleigh en los que la relación es válida. Todas las propiedades del fluido deben evaluarse a la temperatura de película $T_f = \frac{1}{2}(T_s + T_\infty)$.

Cuando se conoce el número promedio de Nusselt y, por tanto, el coeficiente promedio de convección, la ley de enfriamiento de Newton expresa la tasa de transferencia de calor por convección natural desde una superficie sólida a una temperatura uniforme T_s al fluido circundante.

$$\dot{Q}_{\text{conv}} = hA_s(T_s - T_\infty) \qquad \text{(W)} \tag{9-18}$$

donde A_s es el área de superficie de la transferencia de calor y h es el coeficiente promedio de transferencia de calor en la superficie.

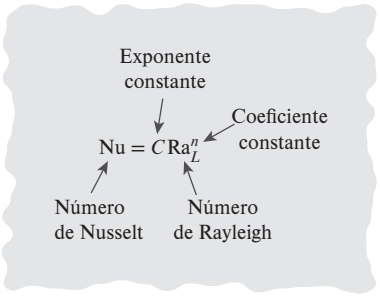


FIGURA 9-11

Las correlaciones de transferencia de calor por convección natural generalmente se expresan en términos del número de Rayleigh elevado a una constante n multiplicada por otra constante C, las cuales se determinan experimentalmente.

Placas verticales (T_s = constante)

Para una placa plana vertical, la longitud característica es la altura de la placa L. En la tabla 9-1 se dan tres relaciones para el número promedio de Nusselt para una placa vertical isotérmica. Las dos primeras son muy simples. A pesar de su complejidad, se sugiere usar la tercera (ecuación 9-21), recomendada por Churchill y Chu (1975b), ya que es aplicable en todo el rango del número de Rayleigh. Esta relación es más precisa en el rango de $10^{-1} < \text{Ra}_L < 10^9$.

FIGURA 9-12

Lord Rayleigh (1842-1919), cuyo nombre completo fue John William Strutt, físico inglés, nació en Langford Grove, Maldon, Essex. Junto con William Ramsay, descubrió el elemento argón, un logro por el cual recibió el Premio Nobel de Física en 1904. Rayleigh también descubrió el fenómeno ahora conocido como dispersión de Rayleigh, que explica por qué el cielo es azul, y predijo la existencia de las ondas de superficie conocidas como ondas Rayleigh. El **número de Rayleigh** lleva su nombre.

Fuente: Wikimedia Commons de "Obituary Notices of Fellows Fallecidos", Actas de la Royal Society de Londres. Serie A, con documentos de carácter matemático y físico. Vol. 98, No. 695 (24 de marzo de 1921).

Placas verticales ($\dot{q}_s$ = constante)

En el caso de flujo de calor en una superficie constante, se conoce la tasa de transferencia de calor (es simplemente, $\dot{Q} = \dot{q}_s A_s$), pero la temperatura superficial T_s no se conoce. De hecho, T_s aumenta con la altura a lo largo de la placa. Resulta que las relaciones numéricas de Nusselt para los casos de temperatura superficial constante y flujo de calor en una superficie constante son casi idénticas (Churchill y Chu, 1975b). Por tanto, las relaciones para las placas isotérmicas también se pueden usar para placas sometidas a un flujo de calor constante, siempre que se use la temperatura del punto medio de la placa $T_{L/2}$ para T_s en la evaluación de la temperatura de película, el número de Rayleigh y el número de Nusselt. Observando que $h = \dot{q}_s/(T_{L/2} - T_\infty)$, el número de Nusselt promedio en este caso puede expresarse como:

$$\text{Nu} = \frac{hL}{k} = \frac{\dot{q}_s L}{k(T_{L/2} - T_\infty)} \tag{9-27}$$

La temperatura del punto medio $T_{\text{L/2}}$ se determina por iteración, de modo que los números de Nusselt que se determinan a partir de las ecuaciones 9-21 y 9-27 coinciden.

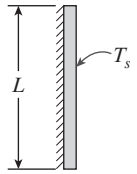
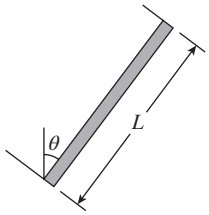
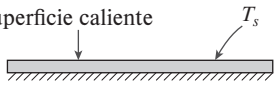
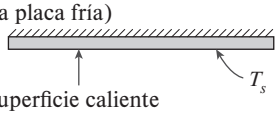
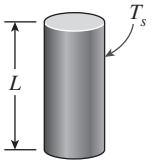
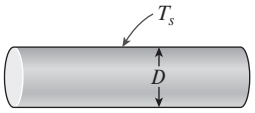
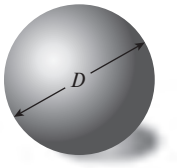
Cilindros verticales

La superficie externa de un cilindro vertical puede tratarse como una placa vertical cuando el diámetro del cilindro es lo suficientemente grande como para que los efectos de curvatura sean insignificantes. Esta condición se cumple si:

$$D \geq \frac{35L}{\text{Gr}_L^{1/4}} \tag{9-28}$$

TABLA 9-1

Correlaciones empíricas para el número de Nusselt promedio para convección natural sobre superficies

Geometría	Longitud característica L_c	Rango de Ra	Nu	
Placa vertical 	L	10^4–10^9 10^9–10^{13} Todo el rango	$\text{Nu} = 0.59\ \text{Ra}_L^{1/4}$ $\text{Nu} = 0.1\ \text{Ra}_L^{1/3}$ $\text{Nu} = \left\{ 0.825 + \dfrac{0.387\ \text{Ra}_L^{1/6}}{[1 + (0.492/\text{Pr})^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2$ (complejo pero más preciso)	**(9-19)** **(9-20)** **(9-21)**
Placa inclinada 	L		Utilice ecuaciones de placa vertical para la superficie superior de una placa fría y para la superficie inferior de una placa caliente. Reemplace g con $g \cos\theta$ para $0 < \theta < 60°$	
Placa horizontal (área de superficie A y perímetro p) *a*) Superficie superior de una placa caliente (o superficie inferior de una placa fría)  *b*) Superficie inferior de una placa caliente (o superficie superior de una placa fría) 	A_s/p	10^4–10^7 10^7–10^{11} 10^5–10^{11}	(a) $\text{Nu} = 0.54\ \text{Ra}_L^{1/4}$ (a) $\text{Nu} = 0.15\ \text{Ra}_L^{1/3}$ (b) $\text{Nu} = 0.27\ \text{Ra}_L^{1/4}$	**(9-22)** **(9-23)** **(9-24)**
Cilindro vertical 	L		Un cilindro vertical puede tratarse como una placa vertical cuando: $D \geq \dfrac{35L}{\text{Gr}_L^{1/4}}$	
Cilindro horizontal 	D	$\text{Ra}_D \leq 10^{12}$	$\text{Nu} = \left\{ 0.6 + \dfrac{0.387\ \text{Ra}_D^{1/6}}{[1 + (0.559/\text{Pr})^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2$	**(9-25)**
Esfera 	D	$\text{Ra}_D \leq 10^{11}$ ($\text{Pr} \geq 0.7$)	$\text{Nu} = 2 + \dfrac{0.589\ \text{Ra}_D^{1/4}}{[1 + (0.469/\text{Pr})^{9/16}]^{4/9}}$	**(9-26)**

Cuando se cumple este criterio, las relaciones para placas verticales también se pueden utilizar para cilindros verticales. Las relaciones numéricas de Nusselt para cilindros delgados que no cumplen con este criterio están disponibles en la literatura (por ejemplo, Cebeci, 1974).

Placas inclinadas

Considere una placa calefactora inclinada que forma un ángulo θ desde la vertical, como se muestra en la figura 9-13, en un ambiente más frío. La fuerza neta $F = g(\rho_\infty - \rho)$ (la diferencia entre la flotación y la gravedad) que actúa sobre una unidad de volumen del fluido en la capa límite actúa siempre en dirección vertical. En el caso de una placa inclinada, esta fuerza se puede descomponer en dos componentes: $F_x = F \cos \theta$, paralela a la placa que impulsa el flujo a lo largo de la placa, y $F_y = F \text{ sen } \theta$, normal a la placa. Al observar que la fuerza que impulsa el movimiento se reduce, se espera que las corrientes de convección sean más débiles y que la tasa de transferencia de calor sea menor en relación con el caso de la placa vertical.

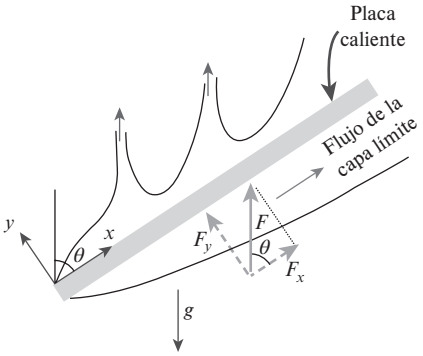


FIGURA 9-13

La convección natural fluye en las superficies superior e inferior de una placa caliente inclinada.

Los experimentos confirman lo que se sospecha de la superficie inferior de una placa caliente, pero se observa lo contrario en la superficie superior. La razón de este comportamiento curioso para la superficie superior es que el componente de fuerza F_y inicia el movimiento ascendente además del movimiento paralelo a lo largo de la placa y, por tanto, la capa límite se rompe y forma plumas, como se muestra en la figura. Como resultado, el grosor de la capa límite y, por tanto, la resistencia a la transferencia de calor, disminuye, y la tasa de transferencia de calor aumenta en relación con la orientación vertical.

En el caso de una placa fría en un ambiente más cálido, ocurre lo contrario de lo esperado: la capa límite en la superficie superior permanece intacta con un flujo de capa límite más débil y, por tanto, una tasa de transferencia de calor más baja, y la capa límite en la superficie inferior se rompe (el líquido más frío se cae) y, por tanto, mejora la transferencia de calor.

Cuando la capa límite permanece intacta (la superficie inferior de una placa caliente o la superficie superior de una placa fría), el número de Nusselt se puede determinar a partir de las relaciones verticales de la placa, siempre que g en la relación del número de Rayleigh se reemplace por $g \cos \theta$ para $\theta < 60°$. Las relaciones numéricas de Nusselt para las otras dos superficies (la superficie superior de una placa caliente o la superficie inferior de una placa fría) están disponibles en la literatura (por ejemplo, Fujii e Imura, 1972).

Placas horizontales

La tasa de transferencia de calor hacia o desde una superficie horizontal depende de si la superficie está orientada hacia arriba o hacia abajo. Para una superficie caliente en un ambiente más frío, la fuerza neta actúa hacia arriba, obligando a que el fluido calentado se eleve. Si la superficie caliente está orientada hacia arriba, el fluido calentado se eleva libremente, lo que induce fuertes corrientes de convección natural y, por tanto, una transferencia de calor efectiva, como se muestra en la figura 9-14. Pero si la superficie caliente está orientada hacia abajo, la placa bloquea el fluido calentado que tiende a elevarse (excepto cerca de los bordes), lo que impide la transferencia de calor. Lo opuesto es cierto para una placa fría en un ambiente más cálido, ya que la fuerza neta (peso menos fuerza de flotación) en este caso actúa hacia abajo, y el fluido enfriado cerca de la placa tiende a descender.

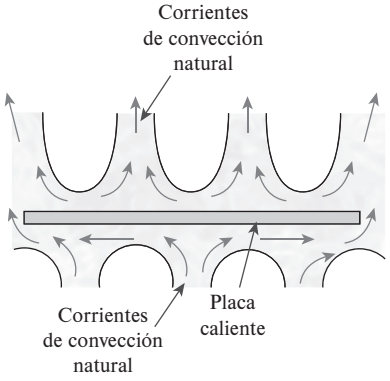


FIGURA 9-14

La convección natural fluye en las superficies superior e inferior de una placa caliente horizontal.

El número de Nusselt promedio para superficies horizontales se puede determinar a partir de las relaciones simples de ley de potencia que se muestran en la tabla 9-1. Dependiendo del rango de Ra, use cualquiera de las ecuaciones 9-22 o 9-23 para una placa horizontal con la superficie caliente hacia arriba o la ecuación 9-24

para una placa horizontal con la superficie caliente hacia abajo. La longitud característica que se utilizará en estas ecuaciones para superficies horizontales se calcula a partir de:

$$L_c = \frac{A_s}{p} \tag{9-29}$$

donde A_s es el área de superficie y p es el perímetro. Observe que $L_c = a/4$ para una superficie cuadrada horizontal de longitud a, y $D/4$ para una superficie circular horizontal de diámetro D.

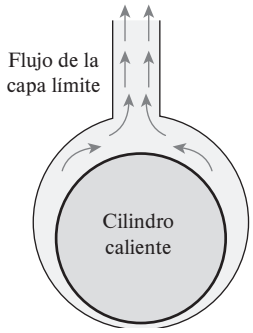


FIGURA 9-15

Flujo de convección natural sobre un cilindro caliente horizontal.

Cilindros horizontales y esferas

La capa límite sobre un cilindro horizontal caliente comienza a desarrollarse en la parte inferior, aumentando su grosor a lo largo de la circunferencia y formando una "pluma" ascendente en la parte superior, como se muestra en la figura 9-15. Por tanto, el número de Nusselt local es mayor en la parte inferior y menor en la parte superior del cilindro cuando el flujo de la capa límite permanece laminar. Lo contrario es cierto para un cilindro horizontal frío en un medio más cálido; la capa límite en este caso comienza a desarrollarse en la parte superior del cilindro y termina con una pluma descendente en la parte inferior.

Se puede determinar el número de Nusselt promedio sobre toda la superficie a partir de la ecuación 9-25 (Churchill y Chu, 1975*a*) para un cilindro horizontal isotérmico y a partir de la ecuación 9-26 para una esfera isotérmica (Churchill, 1983), ambos se dan en la tabla 9-1.

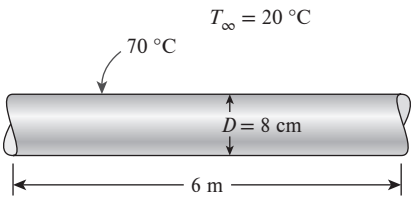


FIGURA 9-16

Esquema para el ejemplo 9-1.

EJEMPLO 9-1 **Pérdida de calor en tuberías con agua caliente**

La figura 9-16 muestra una sección de 6 m de largo de una tubería de agua caliente horizontal de 8 cm de diámetro que pasa a través de una habitación grande cuya temperatura es de 20 °C. Si la temperatura de la superficie exterior de la tubería es de 70 °C, determine la tasa de pérdida de calor de la tubería por convección natural.

SOLUCIÓN Una tubería horizontal de agua caliente pasa a través de una habitación grande. Se determinará la tasa de pérdida de calor de la tubería por convección natural.

Suposiciones **1** Existen condiciones de funcionamiento estacionarias. **2** El aire es un gas ideal. **3** La presión atmosférica local es de 1 atm.

Propiedades Las propiedades del aire a la temperatura de película $T_f = (T_s + T_\infty)/2 = (70 + 20)/2 = 45$ °C y 1 atm son (tabla A-15):

$$k = 0.02699 \text{ W/m·K} \qquad \Pr = 0.7241$$
$$\nu = 1.750 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s} \qquad \beta = \frac{1}{T_f} = \frac{1}{318 \text{ K}}$$

Análisis La longitud característica en este caso es el diámetro exterior de la tubería, $L_c = D = 0.08$ m. Así que el número de Rayleigh queda:

$$\text{Ra}_D = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)D^3}{\nu^2}\Pr$$
$$= \frac{(9.81 \text{ m/s}^2)[1/(318 \text{ K})](70 - 20 \text{ K})(0.08 \text{ m})^3}{(1.750 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s})^2}(0.7241) = 1.867 \times 10^6$$

El número de Nusselt de convección natural en este caso puede determinarse a partir de la ecuación 9-25:

$$\mathrm{Nu} = \left\{ 0.6 + \frac{0.387\ \mathrm{Ra}_D^{1/6}}{[1 + (0.559/\mathrm{Pr})^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2 = \left\{ 0.6 + \frac{0.387(1.867 \times 10^6)^{1/6}}{[1 + (0.559/0.7241)^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2 = 17.39$$

Entonces:

$$h = \frac{k}{D}\mathrm{Nu} = \frac{0.02699\ \mathrm{W/m \cdot K}}{0.08\ \mathrm{m}}(17.39) = 5.867\ \mathrm{W/m \cdot K}$$

$$A_s = \pi DL = \pi(0.08\ \mathrm{m})(6\ \mathrm{m}) = 1.508\ \mathrm{m}^2$$

y

$$\dot{Q} = hA_s(T_s - T_\infty) = (5.867\ \mathrm{W/m^2 \cdot K})(1.508\ \mathrm{m^2})(70 - 20)\ ^\circ\mathrm{C} = \mathbf{442\ W}$$

Por tanto, la tubería pierde calor al aire en la habitación a una tasa de 442 W por convección natural.

Discusión La tubería pierde calor a los alrededores por radiación, así como por convección natural. Suponiendo que la superficie externa de la tubería sea negra (emisividad $\varepsilon = 1$) y las superficies internas de las paredes de la habitación estén a temperatura ambiente, la transferencia de calor por radiación es (figura 9-17):

$$\dot{Q}_{\mathrm{rad}} = \varepsilon A_s \sigma(T_s^4 - T_{\mathrm{alred}}^4)$$
$$= (1)(1.508\ \mathrm{m^2})(5.67 \times 10^{-8}\ \mathrm{W/m^2 \cdot K^4})[(70 + 273\ \mathrm{K})^4 - (20 + 273\ \mathrm{K})^4]$$
$$= 553\ \mathrm{W}$$

que es mayor que en la convección natural. La emisividad de una superficie real es menor que 1 y, por tanto, la transferencia de calor por radiación para una superficie real será menor. Sin embargo, la radiación seguirá siendo significativa para la mayoría de los sistemas enfriados por convección natural. Por tanto, un análisis de radiación normalmente debería acompañar a un análisis de convección natural, a menos que la emisividad de la superficie sea baja.

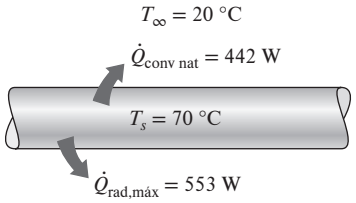


FIGURA 9-17

La transferencia de calor por radiación suele ser comparable en magnitud a la convección natural, y debe considerarse en el análisis de transferencia de calor.

EJEMPLO 9-2 Enfriamiento de una placa en diferentes orientaciones

Considere una placa cuadrada delgada de 0.6 m × 0.6 m en una habitación a 30 °C. Un lado de la placa se mantiene a una temperatura de 90 °C, mientras que el otro lado está aislado, como se muestra en la figura 9-18. Determine la tasa de transferencia de calor de la placa por convección natural si la placa es *a*) vertical, *b*) horizontal con la superficie caliente hacia arriba y *c*) horizontal con la superficie caliente hacia abajo.

SOLUCIÓN Se considera una placa calefactora con su parte trasera aislada. Se determinará la tasa de pérdida de calor por convección natural para diferentes orientaciones.

Suposiciones **1** Existen condiciones de funcionamiento estacionarias. **2** El aire se considera como gas ideal. **3** La presión atmosférica local es de 1 atm.

Propiedades Las propiedades del aire a la temperatura de película $T_f = (T_s + T_\infty)/2 = (90 + 30)/2 = 60\ ^\circ\mathrm{C}$ y 1 atm son (tabla A-15):

$$k = 0.02808\ \mathrm{W/m \cdot K} \qquad \mathrm{Pr} = 0.7202$$
$$\nu = 1.896 \times 10^{-5}\ \mathrm{m^2/s} \qquad \beta = \frac{1}{T_f} = \frac{1}{333\ \mathrm{K}}$$

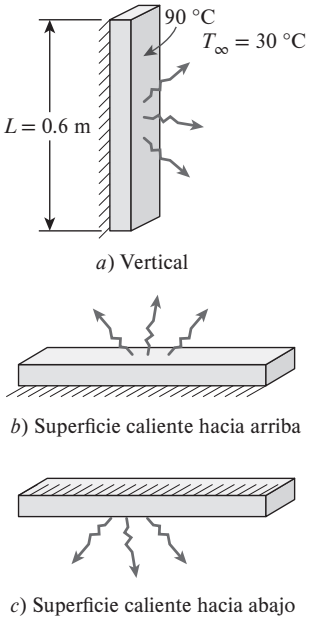


FIGURA 9-18

Esquema para el ejemplo 9-2.

Análisis *a*) *Vertical*. La longitud característica en este caso es la altura de la placa, que es $L = 0.6$ m. El número de Rayleigh es:

$$\mathrm{Ra}_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2}\mathrm{Pr}$$
$$= \frac{(9.81\ \mathrm{m/s^2})[1/(333\ \mathrm{K})](90 - 30\ \mathrm{K})(0.6\ \mathrm{m})^3}{(1.896 \times 10^{-5}\ \mathrm{m^2/s})^2}(0.7202) = 7.649 \times 10^8$$

Entonces, el número de Nusselt de convección natural se puede determinar a partir de la ecuación 9-21:

$$\mathrm{Nu} = \left\{0.825 + \frac{0.387\ \mathrm{Ra}_L^{1/6}}{[1 + (0.492/\mathrm{Pr})^{9/16}]^{8/27}}\right\}^2$$
$$= \left\{0.825 + \frac{0.387(7.649 \times 10^8)^{1/6}}{[1 + (0.492/0.7202)^{9/16}]^{8/27}}\right\}^2 = 113.3$$

La relación más simple (ecuación 9-19) daría $\mathrm{Nu} = 0.59\ \mathrm{Ra}_L^{1/4} = 98.12$, que es 13% menor. Entonces,

$$h = \frac{k}{L}\mathrm{Nu} = \frac{0.02808\ \mathrm{W/m \cdot K}}{0.6\ \mathrm{m}}(113.3) = 5.302\ \mathrm{W/m^2 \cdot K}$$
$$A_s = L^2 = (0.6\ \mathrm{m})^2 = 0.36\ \mathrm{m^2}$$

y

$$\dot{Q} = hA_s(T_s - T_\infty) = (5.302\ \mathrm{W/m^2 \cdot K})(0.36\ \mathrm{m^2})(90 - 30)\ ^\circ\mathrm{C} = \mathbf{115\ W}$$

b) *Horizontal con la superficie caliente hacia arriba*. La longitud característica y el número de Rayleigh en este caso son:

$$L_c = \frac{A_s}{p} = \frac{L^2}{4L} = \frac{L}{4} = \frac{0.6\ \mathrm{m}}{4} = 0.15\ \mathrm{m}$$
$$\mathrm{Ra}_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L_c^3}{\nu^2}\mathrm{Pr}$$
$$= \frac{(9.81\ \mathrm{m/s^2})[1/(333\ \mathrm{K})](90 - 30\ \mathrm{K})(0.15\ \mathrm{m})^3}{(1.896 \times 10^{-5}\ \mathrm{m^2/s})^2}(0.7202) = 1.195 \times 10^7$$

El número de Nusselt de convección natural se puede determinar a partir de la ecuación 9-22, y es:

$$\mathrm{Nu} = 0.54\ \mathrm{Ra}_L^{1/4} = 0.54(1.195 \times 10^7)^{1/4} = 31.75$$

Entonces,

$$h = \frac{k}{L_c}\mathrm{Nu} = \frac{0.02808\mathrm{W/m \cdot K}}{0.15\ \mathrm{m}}(31.75) = 5.944\ \mathrm{W/m^2 \cdot K}$$

y

$$\dot{Q} = hA_s(T_s - T_\infty) = (5.944\ \mathrm{W/m^2 \cdot K})(0.36\ \mathrm{m^2})(90 - 30)\ ^\circ\mathrm{C} = \mathbf{128\ W}$$

Para el valor Ra calculado en la parte b), podríamos haber usado la ecuación 9-23 dada en la tabla 9-1. Los resultados en este caso habrían sido sobreestimados en 8%, lo cual está dentro de la precisión de las relaciones que figuran en la tabla.

c) *Horizontal con la superficie caliente hacia abajo*. La longitud característica y el número de Rayleigh en este caso son los mismos que los determinados en

el inciso *b*). Pero el número de Nusselt de convección natural se determina a partir de la ecuación 9-24,

$$\mathrm{Nu} = 0.27\ \mathrm{Ra}_L^{1/4} = 0.27(1.195 \times 10^7)^{1/4} = 15.87$$

Entonces,

$$h = \frac{k}{L_c}\mathrm{Nu} = \frac{0.02808\ \mathrm{W/m \cdot K}}{0.15\ \mathrm{m}}(15.87) = 2.971\ \mathrm{W/m^2 \cdot K}$$

y

$$\dot{Q} = hA_s(T_s - T_\infty) = (2.971\ \mathrm{W/m^2 \cdot K})(0.36\ \mathrm{m^2})(90 - 30)\ ^\circ\mathrm{C} = \mathbf{64.2\ W}$$

Observe que la transferencia de calor por convección natural es la más baja cuando la superficie caliente está hacia abajo. Esto no es sorprendente, ya que el aire caliente está "atrapado" debajo de la placa y no puede alejarse fácilmente de ella. Como resultado, el aire más frío alrededor de la placa tendrá dificultades para alcanzar la placa, lo que resulta en una tasa reducida de transferencia de calor.

Discusión La placa perderá calor a los alrededores por radiación, así como por convección natural. Suponiendo que la superficie de la placa sea negra (emisividad $\varepsilon = 1$) y que las superficies internas de las paredes de la habitación estén a temperatura ambiente, la transferencia de calor por radiación en este caso es:

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\mathrm{rad}} &= \varepsilon A_s \sigma (T_s^4 - T_{\mathrm{alred}}^4) \\ &= (1)(0.36\ \mathrm{m^2})(5.67 \times 10^{-8}\ \mathrm{W/m^2 \cdot K^4})[(90 + 273\ \mathrm{K})^4 - (30 + 273\ \mathrm{K})^4] \\ &= 182\ \mathrm{W}\end{aligned}$$

que es más grande que el valor encontrado para la transferencia de calor por convección natural en cada caso. Por tanto, la radiación puede ser significativa y debe considerarse en superficies enfriadas por convección natural.

9-4 ▪ CONVECCIÓN NATURAL DE SUPERFICIES CON ALETAS Y PCB

En la práctica, el flujo de convección natural por lo general se encuentra a través de un canal formado por dos placas paralelas, como se muestra en la figura 9-19. Cuando las placas están calientes ($T_s < T_\infty$), el fluido ambiental a T_∞ ingresa al canal desde el extremo inferior, sube a medida que se calienta bajo el efecto de flotación, y el fluido calentado sale del canal desde el extremo superior. Las placas pueden ser las aletas de un disipador de calor con aletas o placas de circuito impreso (*printed circuit board,* PCB) de un dispositivo electrónico. Las placas se pueden aproximar como placas isotérmicas (T_s = constante) en el primer caso e *isoflujo* ($\dot{q}_s$ = constante) en el segundo.

Las capas límite comienzan a desarrollarse en los extremos inferiores de las superficies opuestas y al final se unen en el plano medio, si las placas son verticales y lo suficientemente largas. En este caso, habremos desarrollado completamente flujo del canal después de la fusión de las capas límite, y el flujo de convección natural se analiza como flujo del canal. Pero cuando las placas son cortas o el espacio es grande, las capas límite de las superficies opuestas nunca se alcanzan entre sí, y el flujo de convección natural en una superficie no se ve afectado por la superficie opuesta. El problema debe analizarse como convección natural de dos placas independientes en un medio en calma, utilizando las relaciones dadas para las superficies, en lugar del flujo de convección natural a través de un canal.

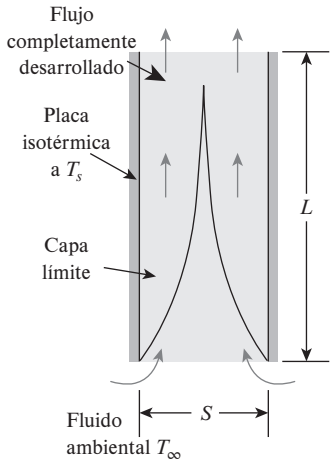


FIGURA 9-19

Flujo de convección natural a través de un canal entre dos placas verticales isotérmicas.

Enfriamiento por convección natural de superficies aletadas (T_s = constante)

Las superficies con aletas de varias formas, llamadas *disipadores de calor*, se usan a menudo en el enfriamiento de dispositivos electrónicos. La energía disipada por estos dispositivos se transfiere a los disipadores de calor por conducción y desde los disipadores de calor al aire ambiente por convección natural o forzada, según los requisitos de disipación de energía. La convección natural es el modo preferido de transferencia de calor, ya que no implica partes móviles, como los componentes electrónicos en sí. Sin embargo, en el modo de convección natural, es más probable que los componentes funcionen a una temperatura más alta y, por tanto, disminuyen su confiabilidad. Un disipador de calor bien seleccionado puede reducir de manera considerable la temperatura de funcionamiento de los componentes y, por tanto, reducir el riesgo de falla.

La convección natural de superficies con aletas verticales de forma rectangular ha sido objeto de muchos estudios, en su mayoría experimentales. Bar-Cohen y Rohsenow (1984) han compilado los datos disponibles bajo varias condiciones de frontera y han desarrollado correlaciones para el número de Nusselt y el espaciamiento óptimo. La longitud característica de las placas paralelas verticales utilizadas como aletas se considera el espacio entre las aletas adyacentes S, aunque también se podría utilizar la altura de la aleta L. El número de Rayleigh se expresa como:

$$\text{Ra}_s = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)S^3}{\nu^2}\,\text{Pr} \quad \text{y} \quad \text{Ra}_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2}\,\text{Pr} = \text{Ra}_s\frac{L^3}{S^3} \tag{9-30}$$

La relación recomendada para el número de Nusselt promedio para placas paralelas isotérmicas verticales es:

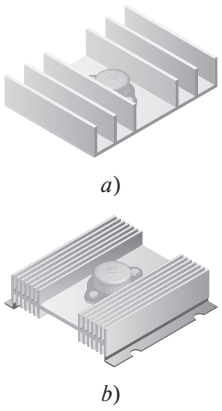
$$T_s = \text{constante:} \qquad \text{Nu} = \frac{hS}{k} = \left[\frac{576}{(\text{Ra}_s\, S/L)^2} + \frac{2.873}{(\text{Ra}_s\, S/L)^{0.5}}\right]^{-0.5} \tag{9-31}$$

Una pregunta que a menudo surge en la selección de un disipador de calor es qué conviene más seleccionar: un disipador con *aletas compactas* o *aletas espaciadas* en un área de base dada (figura 9-20). Un disipador de calor con aletas compactas tendrá mayor área de superficie para la transferencia de calor, pero un coeficiente de transferencia de calor más pequeño debido a la resistencia adicional que las aletas adicionales introducen al flujo de fluido a través de los pasajes entre las aletas. Un disipador de calor con aletas ampliamente espaciadas, por otro lado, tendrá un coeficiente de transferencia de calor más alto pero un área de superficie más pequeña. Por tanto, debe haber una *separación óptima* que maximice la transferencia de calor por convección natural desde el disipador de calor para un área de base WL dada, donde W y L son el ancho y la altura de la base del disipador de calor, respectivamente, como se muestra en la figura 9-21. Cuando las aletas son isotérmicas y el grosor de la aleta t es pequeño en relación con el espaciado de aletas S, Bar-Cohen y Rohsenow determinan que el espaciado óptimo de las aletas para un disipador de calor vertical es:

$$T_s = \text{constante:} \qquad S_{\text{ópt}} = 2.714\left(\frac{S^3L}{\text{Ra}_s}\right)^{0.25} = 2.714\frac{L}{\text{Ra}_L^{0.25}} \tag{9-32}$$

Combinando las tres ecuaciones anteriores, se puede mostrar que cuando $S = S_{\text{ópt}}$, el número de Nusselt es una constante, y su valor es 1.307:

$$S = S_{\text{ópt}}: \qquad \text{Nu} = \frac{hS_{\text{ópt}}}{k} = 1.307 \tag{9-33}$$



a)

b)

FIGURA 9-20

Disipadores de calor con *a*) aletas ampliamente espaciadas y *b*) aletas muy compactas.

© *Yunus A. Çengel*

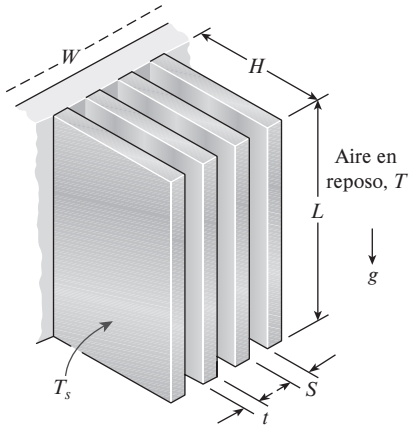


FIGURA 9-21

Dimensiones de una superficie aletada orientada verticalmente.

La tasa de transferencia de calor por convección natural desde las aletas se puede determinar a partir de:

$$\dot{Q} = h(2nLH)(T_s - T_\infty) \tag{9-34}$$

donde $n = W/(S + t) \approx$ W/S es el número de aletas en el disipador de calor y T_s es la temperatura de la superficie de las aletas. Todas las propiedades del fluido deben evaluarse a la temperatura promedio $T_{\text{prom}} = (T_s + T_\infty)/2$.

Enfriamiento por convección natural de PCB verticales ($\dot{q}_s$ = constante)

A menudo, los arreglos de tableros de circuito impreso utilizados en sistemas electrónicos se pueden modelar como placas paralelas sujetas a un flujo de calor constante $\dot{q}_s$ (figura 9-22). La temperatura de la placa en este caso aumenta con la altura, alcanzando un máximo en el borde superior del tablero. El número de Rayleigh modificado para flujo de calor constante en ambas placas se expresa como:

$$\text{Ra}_s^* = \frac{g\beta\dot{q}_s S^4}{k\nu^2}\,\text{Pr} \tag{9-35}$$

El número de Nusselt en el borde superior de la placa donde se produce la temperatura máxima se determina a partir de (Bar-Cohen y Rohsenow, 1984):

$$\text{Nu}_L = \frac{h_L S}{k} = \left[\frac{48}{\text{Ra}_s^* S/L} + \frac{2.51}{(\text{Ra}_s^* S/L)^{0.4}}\right]^{-0.5} \tag{9-36}$$

El espaciado óptimo de las aletas para el caso de flujo de calor constante en ambas placas es:

$\dot{q}_s$ = constante:
$$S_{\text{opt}} = 2.12\left(\frac{S^4 L}{\text{Ra}_s^*}\right)^{0.2} \tag{9-37}$$

La tasa total de transferencia de calor de las placas es:

$$\dot{Q} = \dot{q}_s A_s = \dot{q}_s(2nLH) \tag{9-38}$$

donde $n = \text{W}/(S + t) \approx W/S$ es el número de placas. La temperatura crítica de la superficie T_L ocurre en el borde superior de las placas y se puede determinar a partir de:

$$\dot{q}_s = h_L(T_L - T_\infty) \tag{9-39}$$

Todas las propiedades del fluido deben evaluarse a la temperatura promedio $T_{\text{prom}} = (T_L + T_\infty)/2$.

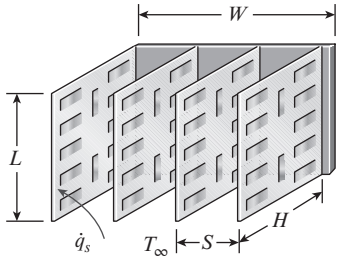


FIGURA 9-22

Matrices de placas de circuito impreso verticales (PCB) enfriadas por convección natural.

Flujo másico a través del espacio entre placas

La magnitud de la transferencia de calor por convección natural está directamente relacionada con la tasa de flujo másico del fluido, que se establece mediante el equilibrio dinámico de dos efectos opuestos: *flotación* y *fricción.*

Las aletas de un disipador de calor introducen ambos efectos: *inducen una flotación adicional* como resultado de la temperatura elevada de las superficies de las aletas y por otro lado, *frenan el fluido* al actuar como un obstáculo adicional en la

ruta de flujo. Como resultado, aumentar el número de aletas en un disipador de calor puede mejorar o reducir la convección natural, dependiendo de qué efecto sea dominante. El caudal de fluido impulsado por la flotación se establece en el punto donde estos dos efectos se equilibran entre sí. La fuerza de fricción aumenta a medida que se introducen más y más superficies sólidas, lo que interrumpe gravemente el flujo de fluido y la transferencia de calor. En algunas condiciones, el aumento de la fricción puede compensar de más el aumento de la flotación; esto a su vez tenderá a reducir el flujo y, por tanto, la transferencia de calor. Por esa razón, los disipadores de calor con aletas muy separadas no son adecuados para el enfriamiento por convección natural.

Cuando el disipador de calor involucra aletas estrechamente espaciadas, los canales estrechos formados tienden a bloquear o "sofocar" el fluido, en especial cuando el disipador de calor es largo. Como resultado, la acción de bloqueo producida abruma la flotación adicional y reduce las características de transferencia de calor del disipador de calor. Luego, con una configuración de potencia fija, el disipador de calor funciona a una temperatura más alta en relación con la carcasa sin cubierta. Cuando el disipador de calor involucra aletas muy espaciadas, la cubierta no introduce un aumento significativo en la resistencia al flujo, y dominan los efectos de flotación. Como resultado, la transferencia de calor por convección natural puede mejorar, y a un nivel de potencia fijo, el disipador de calor puede funcionar a una temperatura más baja.

Cuando se utilizan superficies extendidas, como las aletas, para mejorar la transferencia de calor por convección natural entre un sólido y un fluido, la tasa de flujo del fluido en las proximidades del sólido se ajusta para incorporar los cambios en la flotación y la fricción. Es obvio que esta técnica de mejora funcionará con ventaja solo cuando el aumento de la flotación sea mayor que la fricción adicional introducida. No es necesario preocuparse por la caída de presión o la potencia de bombeo cuando se estudia la convección natural, ya que no se utilizan bombas ni sopladores en este caso. Por tanto, una técnica de mejora en la convección natural se evalúa solo en el rendimiento de transferencia de calor.

La tasa de falla de un componente electrónico aumenta casi exponencialmente con la temperatura de funcionamiento. Cuanto más frío funciona el dispositivo electrónico, más confiable es. Una regla general es que la tasa de falla de semiconductores se reduce a la mitad por cada reducción de 10 °C en la temperatura de operación de la unión. El deseo de bajar la temperatura de funcionamiento sin tener que recurrir a convección forzada ha motivado a los expertos a investigar técnicas de mejora para la convección natural. Sparrow y Prakash (1980) han demostrado que, bajo ciertas condiciones, el uso de placas discretas en lugar de placas continuas de la misma superficie aumenta de modo considerable la transferencia de calor. En otro trabajo experimental, utilizando transistores como fuente de calor, Çengel y Zing (1987) han demostrado que la temperatura registrada en la caja del transistor cayó hasta 30 °C cuando se usó una cubierta, a diferencia de la caja sin la cubierta correspondiente.

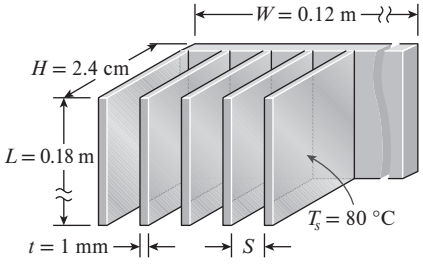


FIGURA 9-23
Esquema para el ejemplo 9-3.

EJEMPLO 9-3 **Espaciado óptimo de aletas de un disipador de calor**

Una superficie caliente vertical de 12 cm de ancho y 18 cm de alto en aire a 30 °C debe enfriarse mediante un disipador de calor con aletas de perfil rectangular igualmente espaciadas (figura 9-23). Las aletas tienen 0.1 cm de grosor y 18 cm de largo en dirección vertical, y tienen una altura de 2.4 cm desde la base. Determine el espaciado óptimo de las aletas y la tasa de transferencia de calor por convección natural desde el disipador de calor si la temperatura de la base es 80 °C.

SOLUCIÓN Se utilizará un disipador de calor con aletas rectangulares igualmente espaciadas para enfriar una superficie caliente. Se debe determinar el espaciado óptimo de las aletas y la tasa de transferencia de calor.

Suposiciones **1** Existen condiciones de funcionamiento estables. **2** El aire es un gas ideal. **3** La presión atmosférica en ese lugar es de 1 atm. **4** El grosor t de las aletas es muy pequeño en relación con el espaciado de aletas S, de modo que se puede aplicar la ecuación 9-32 para un espaciado óptimo de las aletas. **5** Todas las superficies de las aletas son isotérmicas a la temperatura de la base.

Propiedades Las propiedades del aire a la temperatura de película de $T_f = (T_s + T_\infty)/2 = (80 + 30)/2 = 55\ ^\circ\text{C}$ y 1 atm de presión son (tabla A-15):

$$k = 0.02772\ \text{W/m}\cdot\text{K} \qquad \text{Pr} = 0.7215$$
$$\nu = 1.847 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s} \qquad \beta = 1/T_f = 1/328\ \text{K}$$

Análisis Se toma la longitud característica como la longitud de las aletas en la dirección vertical (ya que no se conoce el espaciado de las aletas). Entonces el número de Rayleigh se convierte en:

$$\text{Ra}_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2}\text{Pr} = \frac{(9.81\ \text{m/s}^2)[1/(328\ \text{K})](80 - 30\ \text{K})(0.18\ \text{m})^3}{(1.847 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s})^2}(0.7215)$$
$$= 1.845 \times 10^7$$

El espaciado óptimo de las aletas se determina a partir de la ecuación 9-32:

$$S_{\text{ópt}} = 2.714\frac{L}{\text{Ra}_L^{0.25}} = 2.714\frac{0.18\ \text{m}}{(1.845 \times 10^7)^{0.25}} = 7.45 \times 10^{-3}\ \text{m} = \mathbf{7.45\ mm}$$

que es aproximadamente siete veces el grosor de las aletas. Por tanto, la suposición de un grosor de aleta insignificante en este caso es aceptable. El número de aletas y el coeficiente de transferencia de calor para este caso óptimo de separación de aletas son:

$$n = \frac{W}{S + t} = \frac{0.12\ \text{m}}{(0.00745 + 0.001)\ \text{m}} \approx 14\ \text{aletas}$$

El coeficiente de convección para este caso óptimo de separación de aletas es, a partir de la ecuación 9-33:

$$h = \text{Nu}_{\text{ópt}}\frac{k}{S_{\text{ópt}}} = 1.307\frac{0.02772\ \text{W/m}\cdot\text{K}}{0.00745\ \text{m}} = 4.863\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}$$

Entonces, la tasa de transferencia de calor por convección natural se convierte en:

$$\dot{Q} = hA_s(T_s - T_\infty) = h(2nLH)(T_s - T_\infty)$$
$$= (4.863\ \text{W/m}^2\cdot\text{K})[2 \times 14(0.18\ \text{m})(0.024\ \text{m})](80 - 30)\ ^\circ\text{C} = \mathbf{29.4\ W}$$

Por tanto, este disipador de calor puede disipar calor por convección natural a una tasa de 29.4 W.

9-5 ▪ CONVECCIÓN NATURAL DENTRO DE ESPACIOS CERRADOS

Una parte considerable de la pérdida de calor de una residencia típica ocurre a través de las ventanas. De ser posible, se aislarían las ventanas para conservar energía. El problema es encontrar un material aislante transparente. Un examen de las conduc-

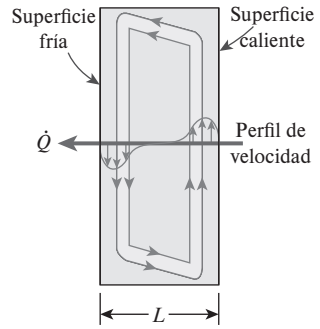


FIGURA 9-24

Corrientes convectivas en un recinto rectangular vertical.

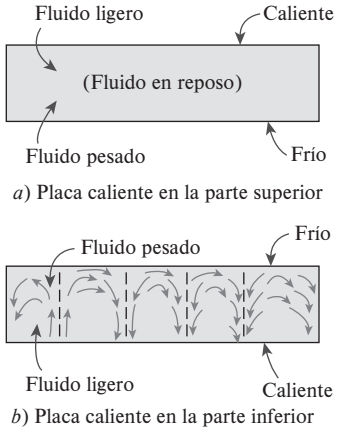


FIGURA 9-25

Corrientes convectivas en un recinto horizontal con *a*) placa caliente en la parte superior y *b*) con placa caliente en la parte inferior.

tividades térmicas de los materiales aislantes revela que el *aire* es *mejor aislante* que los materiales aislantes más comunes. Además, es transparente, por tanto, tiene sentido aislar las ventanas con una capa de aire; por supuesto, se requiere otra lámina de vidrio para atrapar el aire. El resultado es un *recinto*, que en este caso se conoce como una *ventana de doble panel*. Otros ejemplos de recintos incluyen cavidades de pared, colectores solares y cámaras criogénicas que involucran cilindros concéntricos o esferas.

Los recintos a menudo se encuentran en la práctica, y la transferencia de calor a través de ellos es de interés práctico. La transferencia de calor en espacios cerrados es complicada porque el fluido en el recinto, en general, no permanece estacionario. En un recinto vertical, el fluido adyacente a la superficie más caliente sube y el fluido adyacente a la superficie más fría baja, lo que desencadena un movimiento giratorio dentro del recinto que mejora la transferencia de calor a través del recinto. Los patrones de flujo típicos en recintos rectangulares verticales y horizontales se muestran en las figuras 9-24 y 9-25.

Las características de la transferencia de calor a través de un recinto horizontal dependen de si la placa más caliente está en la parte superior o en la parte inferior, como se muestra en la figura 9-25. Cuando la placa más caliente está en la parte *superior*, no se desarrollan corrientes de convección en el recinto, ya que el fluido más ligero siempre está encima del fluido más pesado. La transferencia de calor en este caso es por *conducción pura*, y tenemos $\mathrm{Nu} = 1$. Cuando la placa más caliente está en la parte *inferior*, el fluido más pesado estará encima del fluido más ligero, y habrá una tendencia a que el fluido más ligero se caiga. El fluido más pesado sube hasta la parte superior, donde entra en contacto con la placa fría y se enfría. Sin embargo, hasta que eso suceda, la transferencia de calor sigue siendo por *conducción pura* y $\mathrm{Nu} = 1$. Cuando $\mathrm{Ra}_L > 1\,708$, la fuerza de flotación supera la resistencia del fluido e inicia corrientes de convección naturales, que se observan en forma de células hexagonales llamadas *células de Bénard*. Para $\mathrm{Ra}_L > 3 \times 10^5$, las células se descomponen y el movimiento del fluido se vuelve turbulento.

El número de Rayleigh para un recinto se determina a partir de:

$$\mathrm{Ra}_L = \frac{g\beta(T_1 - T_2)L_c^3}{\nu^2}\,\mathrm{Pr} \tag{9-40}$$

donde la longitud característica L_c es la distancia entre las superficies calientes y frías, y T_1 y T_2 son las temperaturas de las superficies calientes y frías, respectivamente. Todas las propiedades del fluido deben evaluarse a la temperatura promedio del fluido $T_{\text{prom}} = (T_1 + T_2)/2$

Conductividad térmica efectiva

Cuando se conoce el número de Nusselt, la tasa de transferencia de calor a través del recinto se puede determinar a partir de:

$$\dot{Q} = hA_s(T_1 - T_2) = k\mathrm{Nu}A_s\frac{T_1 - T_2}{L_c} \tag{9-41}$$

ya que $h = k\mathrm{Nu}/L$. La tasa de conducción de calor estacionaria a través de una capa de espesor L_c, área A_s y conductividad térmica k se expresa como:

$$\dot{Q}_{\text{cond}} = kA_s\frac{T_1 - T_2}{L_c} \tag{9-42}$$

donde T_1 y T_2 son las temperaturas en los dos lados de la capa. Una comparación de esta relación con la ecuación 9-41 revela que la transferencia de calor por convección en un recinto es análoga a la conducción de calor a través de la capa de

fluido en el recinto siempre que la conductividad térmica k sea reemplazada por kNu. Es decir, *el fluido en un recinto se comporta como un fluido cuya conductividad térmica es* kNu *como resultado de las corrientes de convección.* Por tanto, la cantidad kNu se denomina **conductividad térmica efectiva** del recinto; es decir:

$$k_{\text{efect}} = k\text{Nu} \tag{9-43}$$

Para el caso especial de Nu = 1, la conductividad térmica efectiva del recinto se vuelve igual a la conductividad del fluido. Esto es de esperarse dado que este caso corresponde a conducción pura (figura 9-26).

La transferencia de calor por convección natural en espacios cerrados ha sido objeto de muchos estudios experimentales y numéricos, y existen numerosas correlaciones para el número de Nusselt. Las relaciones simples de tipo ley de potencia de la forma de $\text{Nu} = C\text{Ra}_L^n$, donde C y n son constantes, son lo suficientemente precisas, pero generalmente se aplican solo a un rango pequeño de números de Prandtl y Rayleigh y relaciones de aspecto. Las relaciones más exactas son naturalmente más complejas. A continuación se presentan algunas relaciones muy utilizadas para varios tipos de recintos.

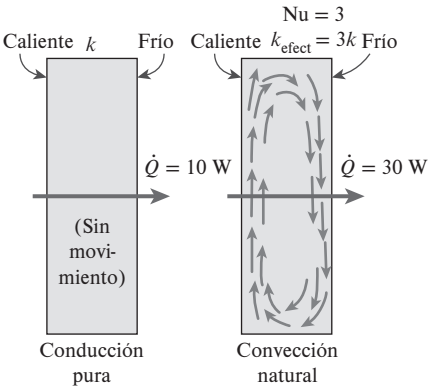


FIGURA 9-26

Un número de Nusselt igual a 3 para un recinto indica que la transferencia de calor a través del recinto por *convección natural* es tres veces mayor que por *conducción pura.*

Recintos rectangulares horizontales

No necesitamos relaciones numéricas de Nusselt para el caso de que la placa más caliente esté en la parte superior, ya que no hay corrientes de convección en este caso y la transferencia de calor es descendente por conducción (Nu = 1). Sin embargo, cuando la placa más caliente está en la parte inferior, se establecen corrientes de convección significativas para $\text{Ra}_L > 1\,708$, y la tasa de transferencia de calor aumenta (figura 9-27).

Para recintos horizontales que contienen aire, Jakob (1949) recomienda las siguientes correlaciones simples:

$$\text{Nu} = 0.195\ \text{Ra}_L^{1/4} \quad 10^4 < \text{Ra}_L < 4 \times 10^5 \tag{9-44}$$

$$\text{Nu} = 0.068\ \text{Ra}_L^{1/3} \quad 4 \times 10^5 < \text{Ra}_L < 10^7 \tag{9-45}$$

Estas relaciones también se pueden usar para otros gases con $0.5 < \text{Pr} < 2$. Usando agua, aceite de silicona y mercurio en sus experimentos, Globe y Dropkin (1959) obtuvieron esta correlación para recintos horizontales calentados desde abajo,

$$\text{Nu} = 0.069\ \text{Ra}_L^{1/3}\ \text{Pr}^{0.074} \quad 3 \times 10^5 < \text{Ra}_L < 7 \times 10^9 \tag{9-46}$$

Basado en experimentos con aire, Hollands y colaboradores (1976) recomiendan esta correlación para recintos horizontales,

$$\text{Nu} = 1 + 1.44\left[1 - \frac{1\,708}{\text{Ra}_L}\right]^+ + \left[\frac{\text{Ra}_L^{1/3}}{18} - 1\right]^+ \quad \text{Ra}_L < 10^8 \tag{9-47}$$

La notación $[\ ]^+$ indica que si la cantidad entre paréntesis es negativa, debe establecerse igual a cero. Esta relación también correlaciona bien los datos para líquidos con números de Prandtl moderados para $\text{Ra}_L < 10^5$ y, por tanto, también se puede usar para agua.

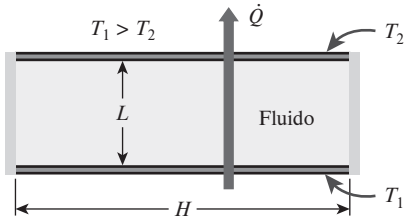


FIGURA 9-27

Recinto rectangular horizontal con superficies isotérmicas.

Recintos rectangulares inclinados

Los espacios de aire entre dos placas paralelas inclinadas se encuentran comúnmente en colectores solares de placa plana (entre la cubierta de vidrio y la placa absorbente) y los tragaluces de doble panel en techos inclinados. La transferencia de calor a través de un recinto inclinado depende de la **relación de aspecto** H/L, así como del ángulo de inclinación θ desde la horizontal (figura 9-28).

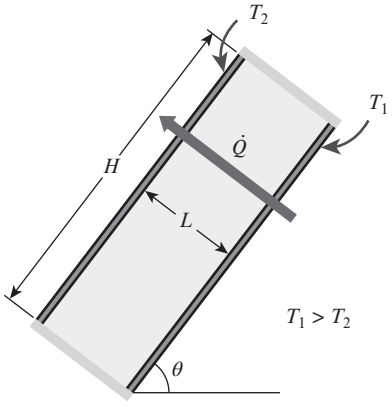


FIGURA 9-28

Recinto rectangular inclinado con superficies isotérmicas.

TABLA 9-2

Ángulos críticos para recintos rectangulares inclinados

Relación de aspecto, H/L	Ángulo crítico, θ_{cr}
1	25°
3	53°
6	60°
12	67°
>12	70°

Para relaciones de aspecto grandes ($H/L \geq 12$), esta ecuación (Hollands *et al.*, 1976) correlaciona muy bien los datos experimentales para ángulos de inclinación de hasta 70°,

$$\mathrm{Nu} = 1 + 1.44\left[1 - \frac{1\,708}{\mathrm{Ra}_L \cos\theta}\right]^+ \left(1 - \frac{1\,708(\mathrm{sen}\,1.8\theta)^{1.6}}{\mathrm{Ra}_L \cos\theta}\right) + \left[\frac{(\mathrm{Ra}_L \cos\theta)^{1/3}}{18} - 1\right]^+ \quad \textbf{(9-48)}$$

para $\mathrm{Ra}_L < 10^5$, $0 < \theta < 70°$ y $H/L \geq 12$. Cualquier cantidad en $[\ ]^+$ debe establecerse igual a cero si es negativa; esto es para asegurar que $\mathrm{Nu} = 1$ para $\mathrm{Ra}_L \cos\theta < 1\,708$. Esta relación se reduce a la ecuación 9-47 para recintos horizontales para $\theta = 0°$, como era de esperarse.

Para recintos con relaciones de aspecto más pequeñas ($H/L < 12$), se puede usar la siguiente correlación, siempre que el ángulo de inclinación sea menor que el valor crítico θ_{cr} dado en la tabla 9-2 (Catton, 1978):

$$\mathrm{Nu} = \mathrm{Nu}_{\theta=0°}\left(\frac{\mathrm{Nu}_{\theta=90°}}{\mathrm{Nu}_{\theta=0°}}\right)^{\theta/\theta_{cr}} (\mathrm{sen}\,\theta_{cr})^{\theta/(4\theta_{cr})} \quad 0° < \theta < \theta_{cr} \quad \textbf{(9-49)}$$

Para ángulos de inclinación mayores que el valor crítico ($\theta_{cr} < \theta < 90°$), se puede obtener el número de Nusselt multiplicando el número de Nusselt para un recinto vertical por $(\mathrm{sen}\,\theta)^{1/4}$ (Ayyaswamy y Catton, 1973),

$$\mathrm{Nu} = \mathrm{Nu}_{\theta=90°}(\mathrm{sen}\,\theta)^{1/4} \quad \theta_{cr} < \theta < 90°, \text{ cualquier } H/L \quad \textbf{(9-50)}$$

Para recintos inclinados más de 90°, la relación recomendada es [Arnold *et al.* (1975)]

$$\mathrm{Nu} = 1 + (\mathrm{Nu}_{\theta=90°} - 1)\mathrm{sen}\,\theta \quad 90° < \theta < 180°, \text{ cualquier } H/L \quad \textbf{(9-51)}$$

En la literatura están disponibles correlaciones más recientes pero más complejas (por ejemplo, ElSherbiny *et al.*, 1982).

Recintos rectangulares verticales

Para recintos verticales (figura 9-29), Catton (1978) recomienda estas dos correlaciones considerando a Berkovsky y Polevikov (1977),

$$\mathrm{Nu} = 0.18\left(\frac{\mathrm{Pr}}{0.2 + \mathrm{Pr}}\mathrm{Ra}_L\right)^{0.29} \quad \begin{array}{l} 1 < H/L < 2 \\ \text{cualquier número de Prandtl} \\ \mathrm{Ra}_L\mathrm{Pr}/(0.2 + \mathrm{Pr}) > 10^3 \end{array} \quad \textbf{(9-52)}$$

$$\mathrm{Nu} = 0.22\left(\frac{\mathrm{Pr}}{0.2 + \mathrm{Pr}}\mathrm{Ra}_L\right)^{0.28}\left(\frac{H}{L}\right)^{-1/4} \quad \begin{array}{l} 2 < H/L < 10 \\ \text{cualquier número de Prandtl} \\ \mathrm{Ra}_L < 10^{10} \end{array} \quad \textbf{(9-53)}$$

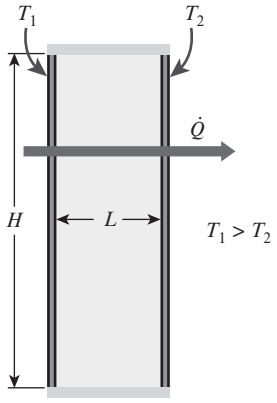


FIGURA 9-29

Recinto vertical rectangular con superficies isotérmicas.

Para recintos verticales con relaciones de aspecto más grandes, se pueden usar las siguientes correlaciones (MacGregor y Emery, 1969):

$$\mathrm{Nu} = 0.42\,\mathrm{Ra}_L^{1/4}\,\mathrm{Pr}^{0.012}\left(\frac{H}{L}\right)^{-0.3} \quad \begin{array}{l} 10 < H/L < 40 \\ 1 < \mathrm{Pr} < 2 \times 10^4 \\ 10^4 < \mathrm{Ra}_L < 10^7 \end{array} \quad \textbf{(9-54)}$$

$$\mathrm{Nu} = 0.046\,\mathrm{Ra}_L^{1/3} \quad \begin{array}{l} 1 < H/L < 40 \\ 1 < \mathrm{Pr} < 20 \\ 10^6 < \mathrm{Ra}_L < 10^9 \end{array} \quad \textbf{(9-55)}$$

Nuevamente, todas las propiedades del fluido deben evaluarse a la temperatura promedio $(T_1 + T_2)/2$.

Cilindros concéntricos

Considere dos cilindros horizontales concéntricos largos a temperaturas uniformes pero diferentes de T_i y T_o, como se muestra en la figura 9-30. Los diámetros de los cilindros interno y externo son D_i y D_o, respectivamente, y la longitud característica es el espacio entre los cilindros, $L_c = (D_o - D_i)/2$. La tasa de transferencia de calor por convección natural a través del espacio anular entre los cilindros por unidad de longitud se expresa como:

$$\dot{Q} = \frac{2\pi k_{\text{efect}}}{\ln(D_o/D_i)}(T_i - T_o) \qquad \text{(W/m)} \tag{9-56}$$

La relación recomendada para una conductividad térmica efectiva es (Raithby y Hollands, 1975):

$$\frac{k_{\text{efect}}}{k} = 0.386\left(\frac{\text{Pr}}{0.861 + \text{Pr}}\right)^{1/4}(F_{\text{cil}}\,\text{Ra}_L)^{1/4} \tag{9-57}$$

donde el factor geométrico para cilindros concéntricos F_{cil} es:

$$F_{\text{cil}} = \frac{[\ln(D_o/D_i)]^4}{L_c^3(D_i^{-3/5} + D_o^{-3/5})^5} \tag{9-58}$$

La relación k_{efect} en la ecuación 9-57 se aplica para $0.70 \le \text{Pr} \le 6\,000$ y $10^2 \le F_{\text{cil}}\,\text{Ra}_L \le 10^7$. Para $F_{\text{cil}}\,\text{Ra}_L < 100$, las corrientes de convección natural son insignificantes y, por tanto, $k_{\text{efect}} = k$. Observe que k_{efect} no puede ser menor que k, por lo que se debería establecer $k_{\text{efect}} = k$ si $k_{\text{efect}}/k < 1$. Las propiedades del fluido se evalúan a la temperatura promedio $(T_i + T_o)/2$.

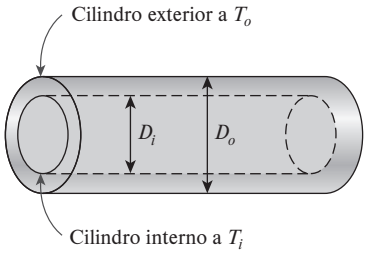


FIGURA 9-30
Dos cilindros isotérmicos horizontales concéntricos.

Esferas concéntricas

Para esferas isotérmicas concéntricas, la tasa de transferencia de calor por convección natural a través del espacio entre las esferas se expresa como (figura 9-31):

$$\dot{Q} = k_{\text{efect}}\frac{\pi D_i D_o}{L_c}(T_i - T_o) \qquad \text{(W)} \tag{9-59}$$

donde $L_c = (D_o - D_i)/2$ es la longitud característica. La relación recomendada para una conductividad térmica efectiva es (Raithby y Hollands, 1975):

$$\frac{k_{\text{efect}}}{k} = 0.74\left(\frac{\text{Pr}}{0.861 + \text{Pr}}\right)^{1/4}(F_{\text{esf}}\,\text{Ra}_L)^{1/4} \tag{9-60}$$

donde el factor geométrico para esferas concéntricas F_{esf} es:

$$F_{\text{esf}} = \frac{L_c}{(D_i D_o)^4(D_i^{-7/5} + D_o^{-7/5})^5} \tag{9-61}$$

La relación k_{efect} en la ecuación 9-60 se cumple para $0.70 \le \text{Pr} \le 4\,200$ y $10^2 \le F_{\text{esf}}\text{Ra}_L \le 10^4$. Si $k_{\text{efect}}/\text{k} < 1$, se debe establecer $k_{\text{efect}} = k$.

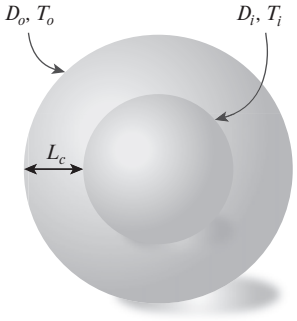


FIGURA 9-31
Dos esferas isotérmicas concéntricas.

Convección natural y radiación combinadas

Los gases son casi transparentes a la radiación y, por tanto, la transferencia de calor a través de una capa de gas es por convección simultánea (o conducción, si el gas está en reposo) y radiación. Los coeficientes de transferencia de calor por convección natural suelen ser muy bajos en comparación con los de convección forzada. Por tanto, la radiación generalmente no se tiene en cuenta en los problemas

de convección forzada, pero debe considerarse en los problemas de convección natural que involucran un gas; este es el caso específico de superficies con altas emisividades. Por ejemplo, aproximadamente la mitad de la transferencia de calor a través del espacio de aire de una ventana de doble panel es por radiación. La tasa total de transferencia de calor se determina agregando los componentes de convección y radiación:

$$\dot{Q}_{\text{total}} = \dot{Q}_{\text{conv}} + \dot{Q}_{\text{rad}} \tag{9-62}$$

La transferencia de calor por radiación desde una superficie a temperatura T_s rodeada de superficies a una temperatura T_{alred} (ambas en K) se determina a partir de:

$$\dot{Q}_{\text{rad}} = \varepsilon \sigma A_s (T_s^4 - T_{\text{alred}}^4) \quad \text{(W)} \tag{9-63}$$

donde ε es la emisividad de la superficie, A_s es el área de la superficie y $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}$ W/m$^2 \cdot$K^4 es la constante de Stefan-Boltzmann.

Cuando los efectos finales son insignificantes, la transferencia de calor por radiación entre dos grandes placas paralelas a temperaturas T_1 y T_2 se expresa como (véase el capítulo 13 para más detalles):

$$\dot{Q}_{\text{rad}} = \frac{\sigma A_s (T_1^4 - T_2^4)}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1} = \varepsilon_{\text{efectivo}}\, \sigma A_s (T_1^4 - T_2^4) \quad \text{(W)} \tag{9-64}$$

donde ε_1 y ε_2 son las emisividades de las placas, y $\varepsilon_{\text{efectivo}}$ es la *emisividad efectiva* definida como:

$$\varepsilon_{\text{efectivo}} = \frac{1}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1} \tag{9-65}$$

La emisividad de una superficie de vidrio ordinaria, por ejemplo, es 0.84; por tanto, la emisividad efectiva de dos superficies de vidrio paralelas enfrentadas es 0.72. La transferencia de calor por radiación entre cilindros concéntricos y esferas se estudia en el capítulo 13.

En algunos casos la temperatura del medio circundante puede estar por debajo de la temperatura de la superficie ($T_\infty < T_s$), mientras que la de las superficies de alrededor está por encima de la temperatura de la superficie ($T_{\text{alred}} > T_s$). En tales casos, las transferencias de calor por convección y radiación se restan entre sí en lugar de sumarse, ya que están en direcciones opuestas. Además, para una superficie metálica, el efecto de radiación puede reducirse a niveles insignificantes puliendo la superficie y reduciendo así la emisividad de la superficie a un valor cercano a cero.

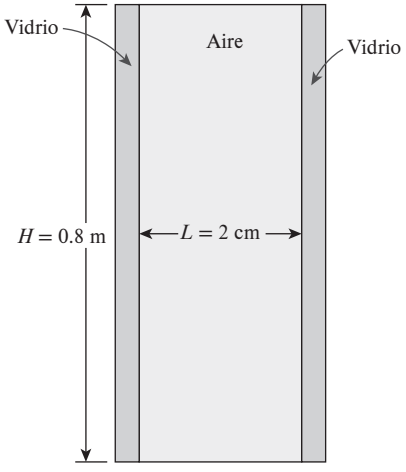


FIGURA 9-32
Esquema para el ejemplo 9-4.

EJEMPLO 9-4 **Pérdida de calor a través de una ventana de doble panel**

La ventana vertical de doble panel de 0.8 m de altura y 2 m de ancho que se muestra en la figura 9-32 consta de dos láminas de vidrio separadas por un espacio de aire de 2 cm a presión atmosférica. Si las temperaturas de la superficie de vidrio a través del espacio de aire se miden en 12 y 2 °C, determine la tasa de transferencia de calor a través de la ventana.

SOLUCIÓN Se mantienen dos vidrios de una ventana de doble panel a temperaturas especificas. Se determinará la tasa de transferencia de calor a través de la ventana.

Suposiciones **1** Existen condiciones de funcionamiento estacionarias. **2** El aire es un gas ideal. **3** No se considera la transferencia de calor por radiación.
Propiedades Las propiedades del aire a la temperatura promedio $T_{prom} = (T_1 + T_2)/2 = (12 + 2)/2 = 7\ ^\circ\text{C}$ y presión de 1 atm son (tabla A-15):

$$k = 0.02416\ \text{W/m}\cdot\text{K} \qquad \text{Pr} = 0.7344$$
$$\nu = 1.400 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s} \qquad \beta = \frac{1}{T_{prom}} = \frac{1}{280\ \text{K}}$$

Análisis Tenemos un recinto rectangular lleno de aire. La longitud característica en este caso es la distancia entre los dos vidrios, $L_c = L = 0.02$ m. Entonces, el número de Rayleigh se convierte en:

$$\text{Ra}_L = \frac{g\beta(T_1 - T_2)L_c^3}{\nu^2}\text{Pr}$$
$$= \frac{(9.81\ \text{m/s}^2)[1/(280\ \text{K})](12 - 2\ \text{K})(0.02\ \text{m})^3}{(1.400 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s})^2}(0.7344) = 1.050 \times 10^4$$

La relación de aspecto de la geometría es $H/L = 0.8/0.02 = 40$. Así que el número de Nusselt en este caso puede determinarse a partir de la ecuación 9-54:

$$\text{Nu} = 0.42\ \text{Ra}_L^{1/4}\ \text{Pr}^{0.012}\left(\frac{H}{L}\right)^{-0.3}$$
$$= 0.42(1.050 \times 10^4)^{1/4}(0.7344)^{0.012}\left(\frac{0.8}{0.02}\right)^{-0.3} = 1.40$$

Entonces,

$$A_s = H \times W = (0.8\ \text{m})(2\ \text{m}) = 1.6\ \text{m}^2$$

y

$$\dot{Q} = hA_s(T_1 - T_2) = k\text{Nu}A_s\frac{T_1 - T_2}{L}$$
$$= (0.02416\ \text{W/m}\cdot\text{K})(1.40)(1.6\ \text{m}^2)\frac{(12 - 2)\ ^\circ\text{C}}{0.02\ \text{m}} = \mathbf{27.1\ W}$$

Por tanto, el calor se pierde a través de la ventana a una tasa de 27.1 W.
Discusión Recuerde que para un número de Nusselt Nu = 1 para un recinto, corresponde transferencia de calor por conducción pura a través del recinto. El aire en el recinto en este caso permanece quieto, y no ocurren corrientes de convección naturales en el recinto. El número de Nusselt en este caso es 1.40, lo que indica que la transferencia de calor a través del recinto es 1.40 veces que la correspondiente a conducción pura. El aumento en la transferencia de calor se debe a las corrientes de convección naturales que se desarrollan en el recinto.

PtD ***EJEMPLO 9-5*** **Aislamiento de tuberías para la prevención de quemaduras térmicas**

En una planta química, un tanque esférico de 3 m de diámetro contiene un fluido caliente que hace que la temperatura de la superficie sea de 150 °C (figura 9-33). Por razones de seguridad, el tanque está encerrado por una

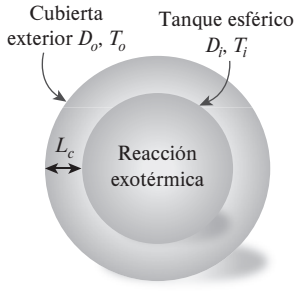


FIGURA 9-33
Esquema para el ejemplo 9-5.

cubierta esférica externa concéntrica de 3.15 m de diámetro. El recinto concéntrico proporciona un espacio de aire que sirve como capa de aislamiento. Para eliminar los peligros en el lugar de trabajo, como las quemaduras térmicas en la piel, la temperatura de la superficie de la cubierta exterior debe mantenerse por debajo de 45 °C. La temperatura del aire ambiente fuera del tanque es de 20 °C, y la superficie de la cubierta exterior del tanque está cubierta con pintura que tiene una emisividad de 0.9. Determine si el espacio de aire es suficiente para mantener la temperatura de la superficie de la cubierta exterior por debajo de 45 °C para evitar quemaduras térmicas. Suponga que las propiedades del aire en el recinto y en la superficie exterior pueden evaluarse a 95 °C y 30 °C y 1 atm de presión, respectivamente.

SOLUCIÓN En este ejemplo, los conceptos de *PtD* se aplican junto con los conceptos de convección natural sobre una superficie y en un recinto.

Suposiciones **1** Existen condiciones de funcionamiento estacionarias. **2** Las temperaturas de la superficie son constantes. **3** El aire es un gas ideal con propiedades constantes. **4** La pérdida de calor por radiación es insignificante. **5** La presión del aire es de 1 atm. **6** La temperatura del aire de los alrededores es $T_{alred} = T_\infty$.

Propiedades Las propiedades del aire en el recinto a la temperatura promedio supuesta $T_{prom} = (T_i + T_o)/2 = 95$ °C y 1 presión atm son $k = 0.03060$ W/m·K, $\nu = 2.254 \times 10^{-5}$ m^2/s, Pr = 0.7122 (tabla A-15) y $\beta = 1/T_{prom} = 1/368$ K.

Las propiedades del aire que rodea la superficie externa a la temperatura supuesta de película $T_f = (T_o + T_\infty)/2 = 30$ °C y 1 presión atm son $k = 0.02588$ W/m·K, $\nu = 1.608 \times 10^{-5}$ m^2/s, Pr = 0.7282 (tabla A-15) y $\beta = 1/T_f = 1/303$ K. La emisividad de la superficie externa es $\varepsilon = 0.9$.

Análisis Para convección natural en el recinto concéntrico, con el supuesto de que $T_{prom} = 95$ °C, la temperatura de la superficie exterior queda:

$$T_o = 2T_{prom} - T_i = 2(95) - 150 = 40\ ^\circ\text{C}$$

El número de Rayleigh es:

$$\text{Ra}_L = \frac{g\beta(T_i - T_o)L_c^3}{\nu^2}\,\text{Pr}$$

$$= \frac{(9.81\ \text{m/s}^2)(95 + 273\ \text{K})^{-1}(150 - 40)\ \text{K}(0.075\ \text{m})^3}{(2.254 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s})^2}(0.7122) = 1.7342 \times 10^6$$

donde $L_c = (D_o - D_i)/2 = (3.15 - 3.0)/2 = 0.075$ m

La conductividad térmica efectiva es:

$$F_{esf} = \frac{L_c}{(D_i D_o)^4(D_i^{-7/5} + D_o^{-7/5})^5}$$

$$= \frac{0.075\ \text{m}}{[(3.0\ \text{m})(3.15\ \text{m})]^4[(3.0\ \text{m})^{-7/5} + (3.15\ \text{m})^{-7/5}]^5} = 0.0007602$$

$$k_{efect} = 0.74k\left(\frac{\text{Pr}}{0.861 + \text{Pr}}\right)^{1/4}(F_{esf}\,\text{Ra})^{1/4}$$

$$= 0.74(0.03060\ \text{W/m}\cdot\text{K})\left(\frac{0.7122}{0.861 + 0.7122}\right)^{1/4}[(0.0007602)(1.7342 \times 10^6)]^{1/4}$$

$$= 0.1119\ \text{W/m}\cdot\text{K}$$

Para convección natural en la superficie exterior con el aire circundante, el número de Rayleigh es:

$$\mathrm{Ra}_D = \frac{g\beta(T_o - T_\infty)D_o^3}{\nu^2}\mathrm{Pr}$$
$$= \frac{(9.81\ \mathrm{m/s^2})(30 + 273\ \mathrm{K})^{-1}(40 - 20)\ \mathrm{K}(3.15\ \mathrm{m})^3}{(1.608 \times 10^{-5}\ \mathrm{m^2/s})^2}(0.7282) = 5.6999 \times 10^{10}$$

El número de Nusselt y el coeficiente de transferencia de calor por convección natural en la superficie exterior son:

$$\mathrm{Nu} = 2 + \frac{0.589\mathrm{Ra}_D^{1/4}}{\left[1 + \left(\frac{0.469}{\mathrm{Pr}}\right)^{9/16}\right]^{4/9}} = 2 + \frac{0.589(5.6999 \times 10^{10})^{1/4}}{\left[1 + \left(\frac{0.469}{0.7282}\right)^{9/16}\right]^{4/9}} = 224.69$$

$$h = \frac{k}{D_o}\mathrm{Nu} = \frac{0.02588\ \mathrm{W/m \cdot K}}{3.15\ \mathrm{m}}(224.69) = 1.846\ \mathrm{W/m^2 \cdot K}$$

La temperatura de la superficie externa se puede resolver a partir del balance de calor en la superficie externa como:

$$\dot{Q}_{\mathrm{encl}} = \dot{Q}_{\mathrm{conv}} + \dot{Q}_{\mathrm{rad}}$$
$$k_{\mathrm{efect}}\pi\left(\frac{D_i D_o}{L_c}\right)(T_i - T_o) = h(\pi D_o^2)(T_o - T_\infty) + \varepsilon\sigma(\pi D_o^2)(T_o^4 - T_{\mathrm{alred}}^4) \rightarrow T_o$$
$$= \mathbf{40.6\ °C}$$

Discusión El espacio de aire entre las esferas concéntricas y la alta emisividad de la superficie exterior pintada son suficientes para mantener la temperatura de la superficie de la cubierta exterior por debajo de 45 °C para eliminar los riesgos de quemaduras térmicas.

La temperatura media supuesta $T_{\mathrm{prom}} = 95$ °C y la temperatura de película $T_f = 30$ °C son apropiadas para evaluar las propiedades del aire en el recinto y en la superficie exterior, respectivamente. La $T_o = 40.6$ °C determinada daría $T_{\mathrm{prom}} = 95.3$ °C y $T_f = 30.3$ °C.

EJEMPLO 9-6 Calentamiento de agua en un tubo por medio de energía solar

Un colector solar consiste en un tubo de aluminio horizontal que tiene un diámetro externo de 2 pulgadas encerrado en un tubo de vidrio delgado y concéntrico de 4 pulgadas de diámetro (figura 9-34). El agua se calienta a medida que fluye a través del tubo, y el espacio anular entre el aluminio y los tubos de vidrio se llena con aire a una presión de 1 atm. La bomba que hace circular el agua falla durante un día despejado, y la temperatura del agua en el tubo comienza a aumentar. El tubo de aluminio absorbe la radiación solar a una tasa de 30 Btu/h por pie de longitud, y la temperatura del aire ambiente exterior es de 70 °F. Sin considerar la pérdida de calor por radiación, determine la temperatura del tubo de aluminio cuando se establezca una operación estable (es decir, cuando la tasa de pérdida de calor del tubo es igual a la cantidad de energía solar que gana el tubo).

SOLUCIÓN La bomba de circulación de un colector solar que consta de un tubo horizontal y su cubierta de vidrio ha fallado. Se determinará la temperatura de equilibrio del tubo.

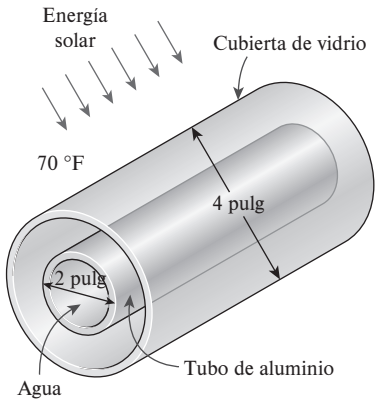


FIGURA 9-34
Esquema para el ejemplo 9-6.

Suposiciones **1** Existen condiciones de funcionamiento estacionarias. **2** El tubo y su cubierta son isotérmicos. **3** El aire es un gas ideal. **4** La pérdida de calor por radiación es insignificante.

Propiedades Las propiedades del aire deben evaluarse a la temperatura promedio. Pero se desconoce la temperatura de salida del aire en el conducto y, por tanto, no se puede determinar la temperatura de la masa del fluido y de la cubierta de vidrio en este punto; por tanto, no se pueden evaluar las temperaturas promedio, y suponemos que la temperatura del vidrio es de 110 °F, y se usan propiedades a una temperatura promedio anticipada de (70 + 110)/2 = 90 °F (tabla A-15E),

$$k = 0.01505 \text{ Btu/h} \cdot \text{pie} \cdot {}^\circ\text{F} \qquad \text{Pr} = 0.7275$$
$$\nu = 1.753 \times 10^{-4} \text{ pies}^2/\text{s} \qquad \beta = \frac{1}{T_{\text{prom}}} = \frac{1}{550\ R}$$

Análisis Se tiene un recinto cilíndrico horizontal lleno de aire a una presión de 1 atm. El problema implica la transferencia de calor desde el tubo de aluminio a la cubierta de vidrio, y desde la superficie exterior de la cubierta de vidrio al aire ambiente circundante. Cuando se alcanza una operación estacionaria, estas dos tasas de transferencia de calor deben ser iguales a la tasa de ganancia de calor. Es decir,

$$\dot{Q}_{\text{tubo-vidrio}} = \dot{Q}_{\text{vidrio-ambiente}} = \dot{Q}_{\text{ganancia solar}} = 30 \text{ Btu/h} \qquad \text{(por pie de tubo)}$$

El área de superficie de la transferencia de calor de la cubierta de vidrio es:

$$A_o = A_{\text{vidrio}} = (\pi D_o L) = \pi(4/12 \text{ pies})(1 \text{ pie}) = 1.047 \text{ pies}^2 \qquad \text{(por pie de tubo)}$$

Para determinar el número de Rayleigh es necesario conocer la temperatura de la superficie del vidrio, que no está disponible. Por tanto, está claro que la solución requerirá un enfoque de prueba y error. Suponiendo que la temperatura de la cubierta de vidrio sea de 110 °F, se determina que el número de Rayleigh, el número de Nusselt, el coeficiente de transferencia de calor por convección y la tasa de transferencia de calor por convección natural desde la cubierta de vidrio al aire ambiente son:

$$\text{Ra}_{D_o} = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)D_o^3}{\nu^2}\text{Pr}$$
$$= \frac{(32.2 \text{ pies/s}^2)[1/(550 \text{ R})](110 - 70 \text{ R})(4/12 \text{ pies})^3}{(1.753 \times 10^{-4} \text{ pies}^2/\text{s})^2}(0.7275) = 2.054 \times 10^6$$

$$\text{Nu} = \left\{0.6 + \frac{0.387 \text{ Ra}_D^{1/6}}{[1 + (0.559/\text{Pr})^{9/16}]^{8/27}}\right\}^2 = \left\{0.6 + \frac{0.387(2.054 \times 10^6)^{1/6}}{[1 + (0.559/0.7275)^{9/16}]^{8/27}}\right\}^2$$
$$= 17.89$$

$$h_o = \frac{k}{D_o}\text{Nu} = \frac{0.01505 \text{ Btu/h} \cdot \text{pie} \cdot {}^\circ\text{F}}{4/12 \text{ pies}}(17.89) = 0.8077 \text{ Btu/h} \cdot \text{pie}^2 \cdot {}^\circ\text{F}$$
$$\dot{Q}_o = h_o A_o(T_o - T_\infty) = (0.8077 \text{ Btu/h} \cdot \text{pie}^2 \cdot {}^\circ\text{F})(1.047 \text{ pie}^2)(110 - 70)\,{}^\circ\text{F}$$
$$= 33.8 \text{ Btu/h}$$

que es más de 30 Btu/h; por tanto, la temperatura supuesta de 110 °F para la cubierta de vidrio es alta. Repitiendo los cálculos con temperaturas más bajas, se encuentra que la temperatura de la cubierta de vidrio correspondiente a 30 Btu/h es de 106 °F.

La temperatura del tubo de aluminio se determina de manera similar utilizando las relaciones de convección natural para dos cilindros concéntricos

horizontales. La longitud característica en este caso es la distancia entre los dos cilindros, que es:

$$L_c = (D_o - D_i)/2 = (4 - 2)/2 = 1 \text{ pulg} = 1/12 \text{ pies}$$

Comenzamos los cálculos asumiendo que la temperatura del tubo es de 200 °F y, por tanto, una temperatura promedio de (106 + 200)/2 = 153 °F = 613 R. El uso de las propiedades del aire a esta temperatura da:

$$\text{Ra}_L = \frac{g\beta(T_i - T_o)L_c^3}{\nu^2}\text{Pr}$$
$$= \frac{(32.2 \text{ pies/s}^2)[1/(613 \text{ R})](200 - 106 \text{ R})(1/12 \text{ pie})^3}{(2.117 \times 10^{-4} \text{ pies}^2/\text{s})^2}(0.7184) = 4.580 \times 10^4$$

La conductividad térmica efectiva es:

$$F_{\text{cil}} = \frac{[\ln(D_o/D_i)]^4}{L_c^3(D_i^{-3/5} + D_o^{-3/5})^5}$$
$$= \frac{[\ln(4/2)]^4}{(1/12 \text{ pies})^3[(2/12 \text{ pies})^{-3/5} + (4/12 \text{ pies})^{-3/5}]^5} = 0.1466$$

$$k_{\text{efect}} = 0.386k\left(\frac{\text{Pr}}{0.861 + \text{Pr}}\right)^{1/4}(F_{\text{cil}}\,\text{Ra}_L)^{1/4}$$
$$= 0.386(0.01653 \text{ Btu/h} \cdot \text{pie} \cdot °\text{F})\left(\frac{0.7184}{0.861 + 0.7184}\right)^{1/4}$$
$$\times (0.1466 \times 4.580 \times 10^4)^{1/4}$$
$$= 0.04743 \text{ Btu/h} \cdot \text{pie} \cdot °\text{F}$$

Así que la tasa de transferencia de calor entre los cilindros se convierte en:

$$\dot{Q} = \frac{2\pi k_{\text{efect}}}{\ln(D_o/D_i)}(T_i - T_o)$$
$$= \frac{2\pi(0.04743 \text{ Btu/h} \cdot \text{pie} \cdot °\text{F})}{\ln(4/2)}(200 - 106)\,°\text{F} = 40.4 \text{ Btu/h}$$

que es mayor a 30 Btu/h. Por tanto, la temperatura supuesta de 200 °F para el tubo es alta. Al probar otros valores, se determina que la temperatura del tubo correspondiente a 30 Btu/h es 180 °F. Por tanto, el tubo alcanzará una temperatura de equilibrio de **180 °F** cuando la bomba falle.

Discusión No se ha considerado la pérdida de calor por radiación en los cálculos y, por tanto, la temperatura del tubo determinada es probablemente demasiado alta. Este problema se considera en el capítulo 13 contabilizando el efecto de la transferencia de calor por radiación.

9-6 ▪ CONVECCIÓN NATURAL Y FORZADA COMBINADAS

La presencia de un gradiente de temperatura en un fluido en un campo de gravedad siempre da lugar a corrientes de convección naturales y, por tanto, a la transferencia de calor por convección natural. Así que la convección forzada siempre va acompañada de convección natural.

El coeficiente de transferencia de calor por convección, natural o forzado, es una función importante de la velocidad del fluido. Los coeficientes de transferencia

de calor encontrados en la convección forzada son típicamente mucho más altos que los coeficientes encontrados en la convección natural debido a las velocidades de fluido más altas asociadas con la convección forzada. Como resultado, se tiende a ignorar la convección natural en los análisis de transferencia de calor que involucran convección forzada, aunque se reconoce que la convección natural siempre acompaña a la convección forzada. El error que implica ignorar la convección natural es insignificante a altas velocidades, pero puede ser considerable a bajas velocidades. Por tanto, es deseable tener un criterio para evaluar la magnitud relativa de la convección natural en presencia de convección forzada.

Para un fluido dado, se observa que el parámetro Gr/Re^2 representa la importancia de la convección natural en relación con la convección forzada. Esto no es sorprendente, ya que el coeficiente de transferencia de calor por convección es una función importante del número de Reynolds Re en convección forzada y el número de Grashof Gr en convección natural.

En la figura 9-35 se muestra una gráfica del coeficiente de transferencia de calor adimensional para la convección natural y forzada combinadas en una placa vertical para diferentes fluidos. Se observa que la convección natural es insignificante cuando $Gr/Re^2 < 0.1$, la convección forzada es insignificante cuando $Gr/Re^2 > 10$, y ninguno es despreciable cuando $0.1 < Gr/Re^2 < 10$. Por tanto, deben considerarse tanto la convección natural como la convección forzada en los cálculos de transferencia de calor cuando Gr y Re^2 son del mismo orden de magnitud (uno está dentro de un factor de 10 veces el otro). Observe que la convección forzada es pequeña en relación con la convección natural solo en el raro caso de velocidades de flujo forzado extremadamente bajas. De la discusión anterior y las correlaciones de números de Nusselt presentadas en los capítulos 7 y 8 para convección forzada externa e interna, y en el capítulo 9 para convección natural, se puede concluir que para convección forzada, $Nu = f(Re_L, Pr)$; para convección natural, $Nu = f(Gr_L, Pr)$; y para convección natural y forzada combinadas (mixta) $Nu = f(Re_L, Gr_L, Pr)$.

La convección natural puede *ayudar* o *impedir* la transferencia de calor por convección forzada, dependiendo de las direcciones relativas de los movimientos de *convección forzados* y de *flotación inducida* (figura 9-36):

1. En *flujo asistido*, el movimiento de flotación está en la *misma* dirección que el movimiento forzado; por tanto, la convección natural ayuda a la convección forzada

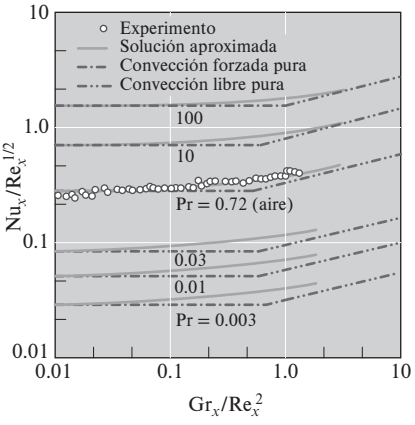


FIGURA 9-35

Variación del número de Nusselt local Nu_x para convección natural y forzada combinada desde una placa vertical isotérmica caliente.

Fuente: Lloyd y Sparrow, 1970.

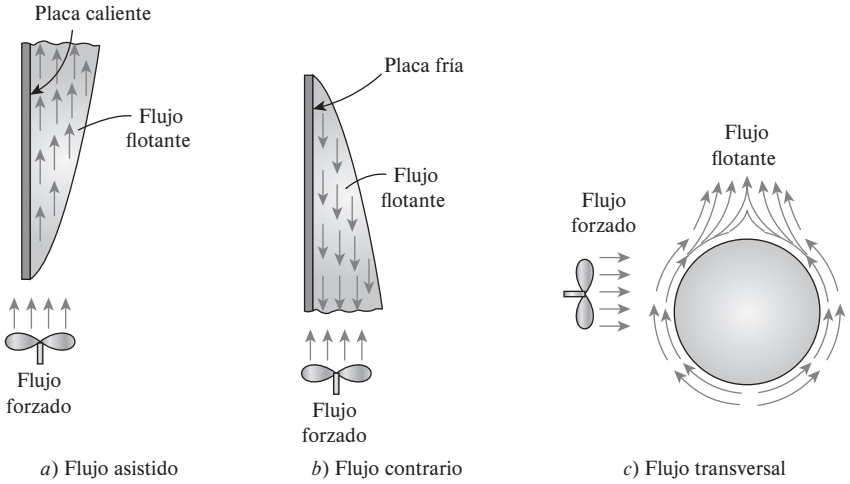


FIGURA 9-36

La convección natural puede *mejorar* o *inhibir* la transferencia de calor, dependiendo de las direcciones relativas del *movimiento inducido por la flotación* y el *movimiento de convección forzada*.

y *mejora* la transferencia de calor. Un ejemplo es el flujo forzado hacia arriba sobre una superficie caliente (figura 9-36*a*).

2. En *flujo opuesto*, el movimiento de flotación está en la dirección *opuesta* al movimiento forzado; por tanto, la convección natural resiste la convección forzada y *disminuye* la transferencia de calor. Un ejemplo es el flujo forzado hacia arriba sobre una superficie fría (figura 9-36*b*).
3. En *flujo transversal*, el movimiento de flotación es *perpendicular* al movimiento forzado. El flujo transversal mejora la mezcla de fluidos y, por tanto, también la transferencia de calor. Un ejemplo es el flujo forzado horizontal sobre un cilindro o esfera caliente o fría (figura 9-36*c*).

Al determinar la transferencia de calor en condiciones de convección naturales y forzadas combinadas (mixtas), es tentador agregar las contribuciones de la convección natural y forzada para ayudar a los flujos y restarlos en flujos opuestos. Sin embargo, la evidencia indica algo diferente. Una revisión de datos experimentales sugiere una correlación de la forma:

$$\mathrm{Nu}_{\text{combinada}} = (\mathrm{Nu}^n_{\text{forzada}} \pm \mathrm{Nu}^n_{\text{natural}})^{1/n} \qquad \textbf{(9-66)}$$

donde $\mathrm{Nu}_{\text{forzado}}$ y $\mathrm{Nu}_{\text{natural}}$ se determinan a partir de las correlaciones para *convección pura forzada* y *convección natural pura*, respectivamente. El signo + es para flujos *asistidos* y *transversales*, y el signo – es para flujos *opuestos.* El valor del exponente n varía entre 3 y 4, dependiendo de la geometría. Se observa que $n = 3$ a menudo se correlaciona mejor con los datos experimentales, aunque valores de n mayores de 3.5 y 4 generalmente son más adecuados para flujos que involucran placas horizontales y cilindros (o esferas), respectivamente. Un ejemplo de la ecuación 9-66 es la correlación de convección mixta desarrollada por Tam y Ghajar (2006) para el cálculo del número de Nusselt en la región de transición (ecuación 8-87).

Una pregunta que a menudo surge en el enfriamiento de los equipos generadores de calor, como los componentes electrónicos, es si se debe usar un ventilador o una bomba (si el medio de enfriamiento es un líquido), es decir, si usar convección *natural* o *forzada* en el enfriamiento del equipo. La respuesta depende de la temperatura de funcionamiento máxima permitida. Recuerde que la tasa de transferencia de calor por convección desde una superficie a temperatura T_s en un medio a temperatura T_∞ viene dada por:

$$\dot{Q}_{\text{conv}} = hA_s(T_s - T_\infty)$$

donde h es el coeficiente de transferencia de calor por convección y A_s es el área de la superficie. Para un valor fijo de disipación de potencia y área de superficie, h y T_s son *inversamente proporcionales*. Por tanto, el dispositivo funciona a una temperatura *más alta* cuando h es baja (típica de convección natural) y a una temperatura *más baja* cuando h es alta (típica de convección forzada).

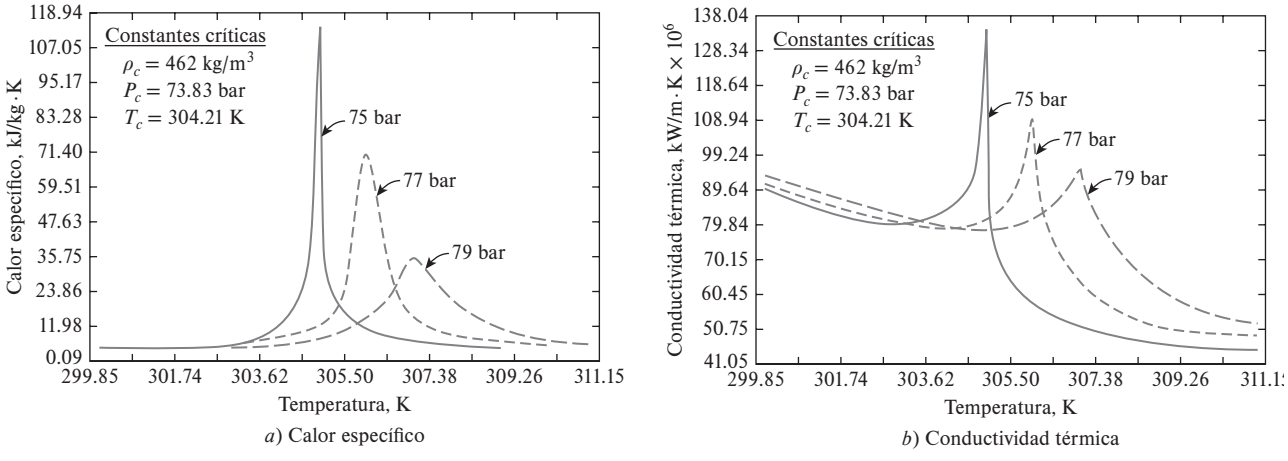
La convección natural es el modo preferido de transferencia de calor, ya que no se necesitan sopladores ni bombas, y por tanto, se evitan todos los problemas asociados con estos, como el ruido, la vibración, el consumo de energía y el mal funcionamiento. La convección natural es adecuada para enfriar dispositivos de *baja potencia de salida*, en especial cuando están unidos a superficies extendidas como disipadores de calor. Sin embargo, para dispositivos de *alta potencia de salida* no hay más remedio que usar un soplador o una bomba para mantener la temperatura de funcionamiento por debajo del nivel máximo permitido. Para dispositivos de *alta potencia de salida*, incluso la convección forzada puede no ser suficiente para mantener la temperatura de la superficie en los niveles deseados. En estos casos, es posible que se tenga que usar *ebullición* y *condensación* para aprovechar los coeficientes de transferencia de calor muy altos asociados con los procesos de cambio de fase.

Como ya se mencionó, la convección natural es el modo preferido de transferencia de calor, ya que no requiere un motor de fluido (bomba o soplador). Sin embargo, el principal inconveniente de este modo de transferencia de calor es que los coeficientes de transferencia de calor encontrados en condiciones normales de operación son mucho más bajos que los encontrados en convección forzada. Las tasas de transferencia de calor en convección natural pueden ser comparables o incluso superar las tasas de transferencia de calor por convección forzada al operar en las regiones de fluidos casi críticas o supercríticas. En estas regiones, los fluidos se comportan de manera muy diferente de lo que lo hacen en estados alejados del punto crítico. Pequeños cambios en la temperatura o la presión en las proximidades del punto crítico producen grandes cambios en las propiedades termofísicas del fluido (figura 9-37). Un gran cambio en las propiedades termofísicas de los fluidos puede asociarse con grandes cambios en las tasas de transferencia de calor por convección. Las relaciones simples pero muy precisas para predecir el comportamiento peculiar de las propiedades termofísicas de varios fluidos en la región casi crítica están disponibles en la literatura (Najjar y Ghajar, 1983; Asgeirsson y Ghajar, 1986).

Las altas tasas de transferencia de calor en las regiones casi críticas y supercríticas se han vuelto cada vez más importantes en relación con diversas aplicaciones, por ejemplo, el uso de helio casi crítico para enfriar las bobinas de electroimanes superconductores y equipos electrónicos de transmisión de energía superconductores, el uso de hidrógeno supercrítico como fluido de trabajo para cohetes químicos y nucleares, el uso de generadores de vapor supercríticos en plantas de servicios eléctricos, así como el uso de metano como refrigerante y combustible para el transporte supersónico. Para cables horizontales y placas verticales, la siguiente relación puede usarse para predecir la transferencia de calor por convección natural en la región casi crítica (Ghorbani-Tari y Ghajar, 1985):

$$\mathrm{Nu}_\infty = a(\mathrm{Gr}_\infty \mathrm{Pr}_\infty)^b \left(\frac{\rho_w}{\rho_\infty}\right)^c \left(\frac{\bar{c}_p}{c_{p_\infty}}\right)^d \left(\frac{k_w}{k_\infty}\right)^e \left(\frac{\mu_w}{\mu_\infty}\right)^f$$

Aquí, a, b, c, d, e y f son constantes ajustadas a la curva, y los subíndices ∞ y w indican propiedades que se evaluarán a las temperaturas de flujo libre y de pared, respectivamente. El término $\bar{c}_p$ es la capacidad calorífica integral media, que es la relación de la diferencia de las entalpías del fluido evaluado a las temperaturas de flujo libre y de pared respecto de las diferencias de las temperaturas de flujo libre y



a) Calor específico

b) Conductividad térmica

FIGURA 9-37

Variación del calor específico y conductividad térmica con la temperatura del dióxido de carbono a diferentes presiones.

Fuente: Ghajar y Asadi, 1986.

de la pared. La correlación anterior predijo los resultados de ocho experimentos diferentes que cubren un rango de números de Rayleigh de $0.2 < \text{Ra}_\infty < 4 \times 10^{13}$, con una desviación promedio absoluta que varió de 6.7 a 15.6%.

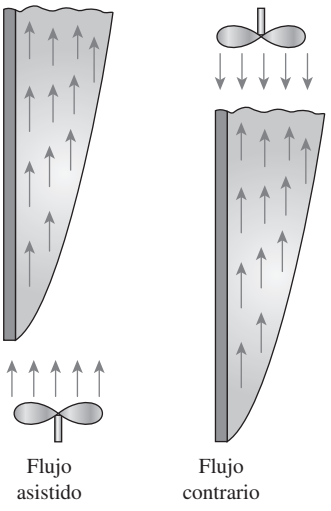


FIGURA 9-38
Esquema para el ejemplo 9-7.

EJEMPLO 9-7 **Transferencia de calor en presencia de flujos asistidos y opuestos (placa vertical)**

Una placa vertical de 0.2 m × 0.2 m tiene una temperatura superficial que se mantiene a 40 °C. Sobre la placa fluye aire en paralelo a 20 °C con una velocidad de 0.4 m/s. Determine el número de Nusselt para el flujo asistido y opuesto (figura 9-38).

SOLUCIÓN Fluye aire sobre una placa vertical. Se deben determinar los números de Nusselt para los flujos asistidos y opuestos.

Suposiciones **1** Existen condiciones de funcionamiento estacionarias. **2** Las propiedades son constantes. **3** La temperatura de la superficie es constante. **4** El aire es un gas ideal. **5** La transferencia de calor por radiación es insignificante.

Propiedades Las propiedades del aire (1 atm) a 30 °C son $\nu = 1.608 \times 10^{-5}$ m^2/s, y Pr = 0.7282 (tabla A-15). Además, $\beta = 1/T_f = 0.0033$ K^{-1}.

Análisis Los números de Reynolds y Grashof son:

$$\text{Re} = \frac{VL}{\nu} = \frac{(0.4 \text{ m/s})(0.2 \text{ m})}{1.608 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}} = 4\,975$$

$$\text{Gr}_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2} = \frac{(9.81 \text{ m/s}^2)(0.0033 \text{ K}^{-1})(40 - 20)\text{K}\,(0.2 \text{ m})^3}{(1.608 \times 10^{-5})^2 \text{ m}^4/\text{s}^2}$$

$$= 2.003 \times 10^7$$

De aquí que:

$$\frac{\text{Gr}_L}{\text{Re}^2} = \frac{2.003 \times 10^7}{(4\,975)^2} = 0.809$$

Teniendo en cuenta que $\text{Gr}_L/\text{Re}^2 \approx 1$, tanto la convección natural como la forzada son significativas, así que hay un flujo mixto. Los números de Nusselt para los casos de convección natural y forzada se determinan a partir de relaciones relevantes:

$$\text{Nu}_{\text{natural}} = 0.59\ \text{Ra}_L^{1/4} = 0.59(2.003 \times 10^7 \times 0.7282)^{1/4} = 36.46$$

$$\text{Nu}_{\text{forzado}} = 0.664\ \text{Re}^{0.5}\text{Pr}^{1/3} = 0.664(4\,975)^{0.5}(0.7282)^{1/3} = 42.14$$

Finalmente, los números combinados de Nusselt para los casos de flujo asistido (que fluye hacia arriba) y flujo opuesto (que fluye hacia abajo) se convierten en:

$$\textit{Flujo asistido:}\ \text{Nu}_{\text{combinado}} = (\text{Nu}_{\text{forzado}}^3 + \text{Nu}_{\text{natural}}^3)^{1/3} = (42.14^3 + 36.46^3)^{1/3} = \mathbf{49.8}$$

$$\textit{Flujo opuesto:}\ \text{Nu}_{\text{combinado}} = (\text{Nu}_{\text{forzado}}^3 - \text{Nu}_{\text{natural}}^3)^{1/3} = (42.14^3 - 36.46^3)^{1/3} = \mathbf{29.8}$$

Discusión Observe que el número de Nusselt para flujo asistido es aproximadamente 67% más alto que el del flujo opuesto; por tanto, la convección natural debe tenerse en cuenta cuando es significativa.

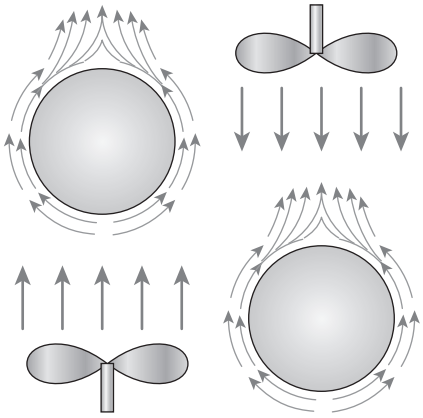


FIGURA 9-39
Esquema para el ejemplo 9-8.

EJEMPLO 9-8 **Transferencia de calor en presencia de flujos asistido y opuesto (cilindro horizontal)**

Un cilindro horizontal de 15 cm de diámetro tiene una temperatura superficial que se mantiene a 120 °C. Fluye agua a 40 °C a través del cilindro con una velocidad de 0.2 m/s (figura 9-39). Determine el número de Nusselt si el agua fluye *a*) hacia arriba y *b*) hacia abajo.

SOLUCIÓN El agua fluye a través de un cilindro horizontal. Se deben determinar los números de Nusselt para el agua que fluye *a*) hacia arriba y *b*) hacia abajo.

Suposiciones **1** Existen condiciones de funcionamiento estacionarias. **2** Las propiedades son constantes. **3** La temperatura de la superficie es constante. **4** El cilindro está orientado de tal manera que la longitud característica es su diámetro. **5** La transferencia de calor por radiación es insignificante.

Propiedades Las propiedades del agua a $T_f = (T_s + T_\infty)/2 = (120 + 40)/2 = 80$ °C son (tabla A-9):

$$\rho = 971.8 \text{ kg/m}^3, \quad \mu = 0.355 \times 10^{-5} \text{ kg/m} \cdot \text{s}, \quad \text{Pr} = 2.22, \quad \text{y} \quad \beta = 0.653 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$$

Análisis Para verificar si existe convección combinada natural y forzada, encontramos:

$$\text{Re} = \frac{\rho VD}{\mu} = \frac{(971.8 \text{ kg/m}^3)(0.2 \text{ m/s})(0.15 \text{ m})}{0.355 \times 10^{-3} \text{ kg/m} \cdot \text{s}} = 8.21 \times 10^4$$

$$\text{Gr}_D = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)D^3}{(\mu/\rho)^2} = \frac{(9.81 \text{ m/s}^2)(0.653 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1})(120 - 40) \text{ K}(0.15 \text{ m})^3}{(0.355 \times 10^{-3}/971.8)^2 \text{ m}^4/\text{s}^2}$$
$$= 1.296 \times 10^{10}$$

Por tanto,

$$\frac{\text{Gr}_D}{\text{Re}^2} = \frac{1.296 \times 10^{10}}{(8.21 \times 10^4)^2} = 1.92$$

Observando que $\text{Gr}_D/\text{Re}^2 \approx 1$, tanto la convección natural como la convección forzada son significativas, y hay un flujo mixto. El número de Nusselt para la convección natural de un cilindro horizontal es:

$$\text{Nu}_{\text{natural}} = \left\{ 0.6 + \frac{0.387 \text{ Ra}_D^{1/6}}{[1 + (0.559/\text{Pr})^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2$$
$$= \left\{ 0.6 + \frac{0.387(1.296 \times 10^{10} \times 2.22)^{1/6}}{[1 + (0.559/2.22)^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2 = 390$$

Luego, el número de Nusselt para la convección forzada a través de un cilindro se calcula utilizando la correlación que se muestra en la tabla 7-1.

$$\text{Nu}_{\text{forzado}} = 0.027 \text{ Re}^{0.805} \text{ Pr}^{1/3} = 0.027(8.21 \times 10^4)^{0.805}(2.22)^{1/3} = 318$$

a) Para el agua que fluye hacia arriba (flujo aistido), el número de Nusselt combinado es (use $n = 4$ para cilindro horizontal):

$$\text{Nu}_{\text{combinado}} = (\text{Nu}^4_{\text{forzado}} + \text{Nu}^4_{\text{natural}})^{1/4} = (318^4 + 390^4)^{1/4} = \mathbf{427}$$

b) Para el agua que fluye hacia abajo (flujo opuesto) el número de Nusselt combinado es (use $n = 4$ para cilindro horizontal):

$$\text{Nu}_{\text{combinado}} = (\text{Nu}^4_{\text{forzado}} - \text{Nu}^4_{\text{natural}})^{1/4} = (318^4 - 390^4)^{1/4} = \mathbf{337}$$

Discusión Tenga en cuenta que el número de Nusselt para flujo asistido es aproximadamente 21% más alto que el del flujo opuesto. Por tanto, la convección natural debe considerarse cuando es significativa.

TEMA DE INTERÉS ESPECIAL*

Transferencia de calor a través de ventanas

Las ventanas son *aberturas acristaladas* en el exterior de un edificio que consisten en encristalado simple o múltiple (vidrio o plástico), marcos y sombreados. En el exterior del edificio, las ventanas ofrecen la menor resistencia a la transferencia de calor. En una casa típica, aproximadamente un tercio de la pérdida total de calor en invierno ocurre a través de las ventanas. Además, la mayoría de la infiltración de aire ocurre en los bordes de las ventanas. La ganancia de calor solar a través de las ventanas es responsable de gran parte de la carga de enfriamiento en verano. El efecto neto de una ventana en el balance térmico de un edificio depende de las características y la orientación de la ventana, así como de los datos solares y climáticos. La mano de obra es muy importante en la construcción e instalación de ventanas para proporcionar un sellado efectivo alrededor de los bordes al mismo tiempo que les permite abrirse y cerrarse fácilmente.

A pesar de ser tan indeseables desde el punto de vista de la conservación de energía, las ventanas son una parte esencial de cualquier envolvente de un edificio, ya que mejoran su apariencia, permiten que entre luz del día y calor solar, y permiten que las personas vean y observen afuera sin salir de su casa. Para edificios de poca altura, las ventanas también proporcionan áreas de salida fáciles durante emergencias como incendios. Consideraciones importantes en la selección de ventanas son el *confort térmico* y la *conservación de energía*. Una ventana debe tener una buena transmisión de luz al mismo tiempo que proporciona una resistencia efectiva a la transferencia de calor. Los requisitos de iluminación de un edificio pueden reducirse maximizando el uso de la luz natural. La pérdida de calor en invierno a través de las ventanas se puede minimizar mediante el uso de ventanas herméticas de doble o triple panel, con películas o revestimientos espectralmente selectivos, y dejando entrar la mayor cantidad de radiación solar posible. La ganancia de calor y, por tanto, la carga de enfriamiento en verano se pueden disminuir mediante el uso de sombras efectivas internas o externas en las ventanas.

Incluso sin radiación solar e infiltración de aire, la transferencia de calor a través de las ventanas es más complicada de lo que parece. Esto se debe a que la estructura y las propiedades del marco son diferentes a las del encristalado. Como resultado, la transferencia de calor a través del marco y la sección del borde del encristalado adyacente al marco es bidimensional. Por tanto, es habitual considerar la ventana en tres regiones al analizar la transferencia de calor a través de ella: 1) el *centro del vidrio*, 2) el *borde del vidrio* y 3) las regiones del *marco*, como se muestra en la figura 9-40. Luego, la tasa total de transferencia de calor mediante la ventana se determina sumando la transferencia de calor a través de cada región como:

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{ventana}} &= \dot{Q}_{\text{centro}} + \dot{Q}_{\text{borde}} + \dot{Q}_{\text{marco}} \\ &= U_{\text{ventana}} A_{\text{ventana}} (T_{\text{interior}} - T_{\text{exterior}})\end{aligned} \quad \textbf{(9-67)}$$

donde

$$U_{\text{ventana}} = (U_{\text{centro}} A_{\text{centro}} + U_{\text{borde}} A_{\text{borde}} + U_{\text{marco}} A_{\text{marco}})/A_{\text{ventana}} \quad \textbf{(9-68)}$$

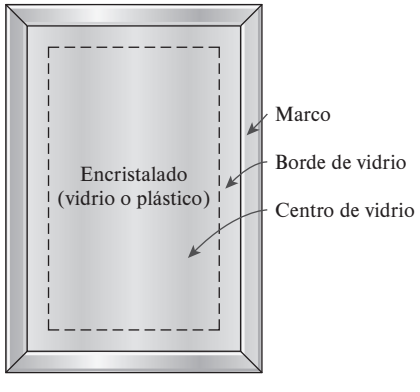


FIGURA 9-40
Tres regiones de una ventana consideradas en el análisis de transferencia de calor.

* Esta sección puede omitirse sin perder continuidad.

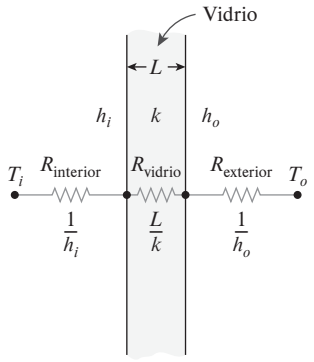


FIGURA 9-41

Circuito de resistencia térmica para transferencia de calor a través de un vidrio sencillo.

es el **factor** U o el **coeficiente global de transferencia de calor** de la ventana; $A_{ventana}$ es el área de la ventana; A_{centro}, A_{borde} y A_{marco} son las áreas de las secciones del centro, del borde y del marco de la ventana, respectivamente; y U_{centro}, U_{borde} y U_{marco} son los coeficientes de transferencia de calor para las secciones del centro, borde y marco de la ventana. Tenga en cuenta que $A_{ventana} = A_{centro} + A_{borde} + A_{marco}$, y el factor U global de la ventana se determina a partir de los factores U ponderados por el área de cada región de la ventana. Además, el inverso del factor U es el valor R, que es la resistencia térmica unitaria de la ventana (resistencia térmica por unidad de área de la ventana).

Considere la transferencia de calor unidimensional constante a través de un solo panel de vidrio de espesor L y conductividad térmica k. El circuito de resistencia térmica de este problema consiste en resistencias superficiales en las superficies interna y externa, y la resistencia de conducción del vidrio en serie, como se muestra en la figura 9-41. La resistencia total en una unidad de área puede expresarse como:

$$R_{total} = R_{interior} + R_{vidrio} + R_{exterior} = \frac{1}{h_i} + \frac{L_{vidrio}}{k_{vidrio}} + \frac{1}{h_o} \qquad \textbf{(9-69)}$$

Usando valores comunes de 3 mm para el grosor y 0.92 W/m · K para la conductividad térmica del vidrio y los valores de diseño de invierno de 8.29 y 34.0 W/m^2 · K para los coeficientes de transferencia de calor de la superficie interna y externa, la resistencia térmica del vidrio queda:

$$R_{total} = \frac{1}{8.29\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}} + \frac{0.003\ \text{m}}{0.92\ \text{W/m}\cdot\text{K}} + \frac{1}{34.0\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}}$$
$$= 0.121 + 0.003 + 0.029 = 0.153\ \text{m}^2\cdot\text{K/W}$$

Observe que el cociente entre la resistencia del vidrio y la resistencia total es:

$$\frac{R_{vidrio}}{R_{total}} = \frac{0.003\ \text{m}^2\cdot\text{K/W}}{0.153\ \text{m}^2\cdot\text{K/W}} = 2.0\%$$

Es decir, la capa de vidrio en sí misma contribuye con alrededor de 2% de la resistencia térmica total de la ventana, lo cual es insignificante. La situación no sería muy diferente si se utilizara acrílico, cuya conductividad térmica es 0.19 W/m · K, en lugar de vidrio. Por tanto, no se puede reducir la transferencia de calor a través de la ventana de manera efectiva simplemente aumentando el grosor del vidrio; pero se puede reducir atrapando aire quieto entre dos capas de vidrio. El resultado es una **ventana de doble panel**, que se ha convertido en la norma en la construcción de ventanas.

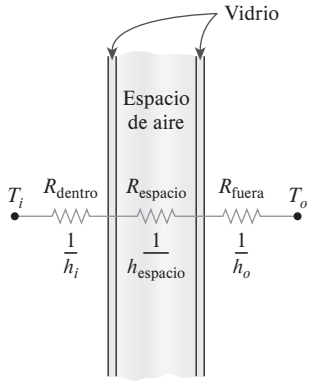


FIGURA 9-42

Circuito de resistencia térmica para transferencia de calor a través de la sección central de una ventana de doble panel (se ignoran las resistencias de los vidrios).

La conductividad térmica del aire a temperatura ambiente es $k_{aire} = 0.025$ W/m · K, que es una trigésima parte de la del vidrio. Por tanto, la resistencia térmica de aire quieto de 1 cm de espesor es equivalente a la resistencia térmica de una capa de vidrio de 30 cm de espesor. Sin considerar las resistencias térmicas de las capas de vidrio, la resistencia térmica y el factor U de una ventana de doble panel se pueden expresar como (figura 9-42):

$$\frac{1}{U_{\text{doble panel (región central)}}} \cong \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_{espacio}} + \frac{1}{h_o} \qquad \textbf{(9-70)}$$

donde $h_{espacio} = h_{rad,\ espacio} + h_{conv,\ espacio}$ es el coeficiente combinado de transferencia de calor por radiación y convección del espacio atrapado entre las dos capas de vidrio.

Casi la mitad de la transferencia de calor a través del espacio de aire de una ventana de doble panel es por radiación, y la otra mitad por conducción (o convección,

si hay movimiento de aire). Por tanto, hay dos formas de minimizar $h_{\text{espacio,}}$ y la tasa de transferencia de calor a través de una ventana de doble panel:

1. *Minimice la transferencia de calor por radiación a través del espacio de aire.* Esto se puede hacer reduciendo la emisividad de las superficies de vidrio cubriéndolas con material de baja emisividad (o "baja *e*" para abreviar). Recuerde que la *emisividad efectiva* de dos placas paralelas de emisividades ε_1 y ε_2 viene dada por:

$$\varepsilon_{\text{efectivo}} = \frac{1}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1} \tag{9-71}$$

La emisividad de una superficie de vidrio ordinaria es 0.84. Por tanto, la emisividad efectiva de dos superficies de vidrio paralelas enfrentadas es 0.72. Pero cuando las superficies de vidrio están recubiertas con una película que tiene una emisividad de 0.1, la emisividad efectiva se reduce a 0.05, que es un catorceavo de 0.72. Por consiguiente, para las mismas temperaturas de superficie, la transferencia de calor por radiación también disminuirá en un factor de 14. Incluso si solo una de las superficies está recubierta, la emisividad general se reduce a 0.1, que es la emisividad del recubrimiento. Por tanto, no es sorprendente que aproximadamente una cuarta parte de todas las ventanas vendidas para residencias tengan un revestimiento de baja emisividad. El coeficiente de transferencia de calor h_{espacio} para el espacio de aire atrapado entre las dos capas de vidrio paralelas verticales se da en la tabla 9-3 para espacios de aire de 13 mm $\left(\frac{1}{2}\text{-pulgada}\right)$ y 6 mm $\left(\frac{1}{4}\text{-pulgada}\right)$ de grosor para varias emisividades efectivas y diferencias de temperatura.

Se puede demostrar que recubrir solo una de las dos superficies paralelas enfrentadas entre sí con un material de emisividad ε reduce la emisividad efectiva casi a ε. Por tanto, generalmente es más económico recubrir solo una de las superficies enfrentadas. Observe en la figura 9-43 que recubrir una de las superficies interiores de una ventana de doble panel con un material que tiene una emisividad de 0.1 reduce a la mitad la tasa de transferencia de calor a través de la sección central de la ventana.

2. *Minimice la transferencia de calor por conducción a través del espacio de aire*. Esto se puede hacer aumentando la distancia *d* entre los dos vidrios. Sin embargo, no se puede hacer indefinidamente, ya que al aumentar el espacio más allá de un valor

TABLA 9-3

Coeficiente de transferencia de calor h_{espacio} para el espacio de aire atrapado entre las dos capas de vidrio paralelas verticales para espacios de aire de 13 mm y 6 mm de espesor

a) Espesor del espacio de aire = 13 mm

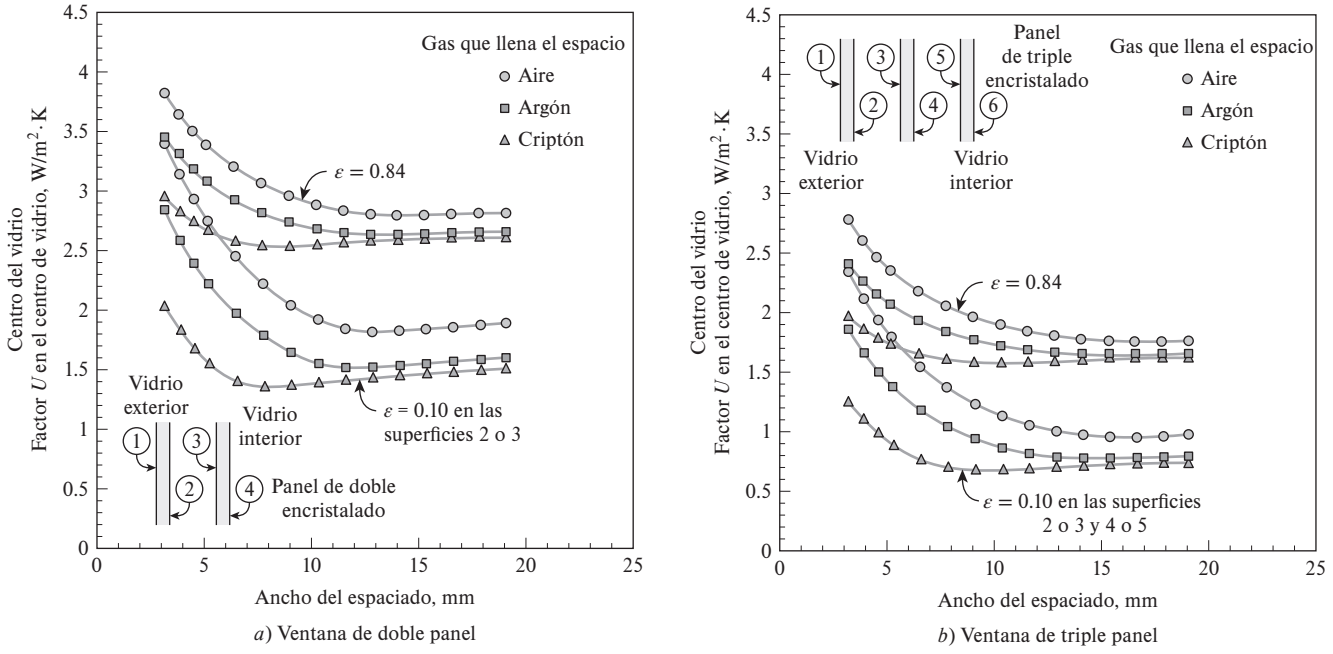
		h_{espacio}, W /m$^2 \cdot$ K*			
		$\varepsilon_{\text{efectivo}}$			
T_{prom}, °C	ΔT, °C	0.72	0.4	0.2	0.1
0	5	5.3	3.8	2.9	2.4
0	15	5.3	3.8	2.9	2.4
0	30	5.5	4.0	3.1	2.6
10	5	5.7	4.1	3.0	2.5
10	15	5.7	4.1	3.1	2.5
10	30	6.0	4.3	3.3	2.7
30	5	5.7	4.6	3.4	2.7
30	15	5.7	4.7	3.4	2.8
30	30	6.0	4.9	3.6	3.0

b) Espesor del espacio de aire = 6 mm

		h_{espacio}, W/m$^2 \cdot$ K*			
		$\varepsilon_{\text{efectivo}}$			
T_{prom}, °C	ΔT, °C	0.72	0.4	0.2	0.1
0	5	7.2	5.7	4.8	4.3
0	50	7.2	5.7	4.8	4.3
10	5	7.7	6.0	5.0	4.5
10	50	7.7	6.1	5.0	4.5
30	5	8.8	6.8	5.5	4.9
30	50	8.8	6.8	5.5	4.9
50	5	10.0	7.5	6.0	5.2
50	50	10.0	7.5	6.0	5.2

Fuente: Materiales y estructuras de construcción, Informe 151, Departamento de Comercio de EU.

* Multiplique por 0.176 para convertir a Btu/h $\cdot$ pie$^2 \cdot$ °F.



a) Ventana de doble panel

b) Ventana de triple panel

FIGURA 9-43

Variación del factor U para la sección central de las ventanas de doble y triple panel con un espacio uniforme entre los paneles.

Fuente: Manual de fundamentos de *ASHRAE, Capítulo, 27, Fig. 1.*

crítico se inician corrientes de convección en el espacio de aire cerrado, lo que aumenta el coeficiente de transferencia de calor y, por tanto, anula el propósito. Además, aumentar el espacio también aumenta el grosor del marco necesario y el costo de la ventana. Los estudios experimentales han demostrado que cuando la separación d es menor de 13 mm, no hay convección, y la transferencia de calor a través del aire es por conducción. Pero a medida que aumenta el espacio, las corrientes de convección aparecen en el espacio de aire, y el aumento en el coeficiente de transferencia de calor compensa cualquier beneficio obtenido por la capa de aire más gruesa. Como resultado, el coeficiente de transferencia de calor permanece casi constante, como se muestra en la figura 9-43. Por tanto, no tiene sentido usar un espacio de aire más grueso que 13 mm en una ventana de doble panel a menos que se use una película delgada de poliéster para dividir el espacio de aire en dos mitades para suprimir las corrientes de convección. La película proporciona aislamiento adicional sin agregar mucho al peso o costo de la ventana de doble panel. La resistencia térmica de la ventana se puede aumentar aún más mediante ventanas de panel triple o cuádruple siempre que sea económico hacerlo. El uso de una ventana de panel triple en lugar de una de panel doble reduce la tasa de transferencia de calor a través de la sección central de la ventana en aproximadamente un tercio.

Otra forma de reducir la transferencia de calor por conducción a través de una ventana de doble panel es usar un *fluido menos conductor* como el argón o el criptón para llenar el espacio entre los vidrios en lugar de aire. La brecha en este caso debe estar bien sellada para evitar que el gas se filtre hacia afuera. Otra alternativa es evacuar el espacio entre los vidrios por completo, pero no es práctico llevar esto a cabo.

Factor *U* de borde de vidrio de una ventana

Los vidrios de las ventanas de doble y triple panel se mantienen separados entre sí a una distancia uniforme mediante **separadores** de metales o aislantes como aluminio,

fibra de vidrio, madera y butilo. Se colocan tiras espaciadoras continuas alrededor del perímetro de vidrio para proporcionar un sellado del borde y un espaciado uniforme. Sin embargo, los separadores también sirven como "puentes térmicos" indeseables entre los vidrios, que están a diferentes temperaturas, y este cortocircuito puede aumentar considerablemente la transferencia de calor a través de la ventana. La transferencia de calor en la región del borde de una ventana es bidimensional, y mediciones de laboratorio indican que los efectos del borde están limitados a una banda de 6.5 cm de ancho alrededor del perímetro del vidrio.

La figura 9-44 muestra el factor *U* para la región del borde de una ventana en relación con el factor *U* para la región central de la ventana. La curva sería una línea diagonal recta si los dos valores *U* fueran iguales entre sí. Observe que este es similar al caso de los separadores aislantes como la madera y la fibra de vidrio. Pero el factor *U* para la región del borde puede ser el doble que el de la región central para espaciadores conductores como los que están hechos de aluminio. Los valores para espaciadores de acero caen entre las dos curvas para espaciadores metálicos y aislantes. El efecto de borde no aplica para ventanas de un solo panel.

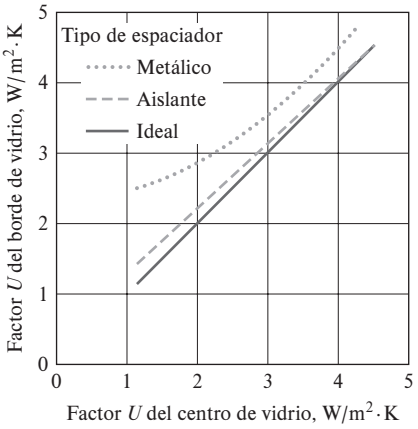


FIGURA 9-44

Factor *U* del borde de vidrio en relación con el factor *U* del centro de vidrio para ventanas con varios espaciadores.

Fuente: Manual de fundamentos de *ASHRAE*, *Capítulo, 27, Fig. 2.*

Factor *U* de un marco

El marco de una ventana consiste en toda la ventana, excepto el encristalado. La transferencia de calor a través del marco es difícil de determinar debido a las diferentes configuraciones de ventanas, tamaños, construcciones y diferentes combinaciones de materiales utilizados en la construcción del marco. El tipo de encristalado, como panel simple, doble y triple, afecta el grosor del marco y, por tanto, la transferencia de calor a través del marco. La mayoría de los marcos están hechos de *madera, aluminio, vinilo* o *fibra de vidrio*. Sin embargo, el uso de una combinación de estos materiales (como madera revestida de aluminio y aluminio revestido de vinilo) también es común para mejorar la apariencia y durabilidad.

El aluminio es un material de uso popular para marcos porque es económico, duradero y fácil de fabricar, y no se pudre ni absorbe agua como la madera. Sin embargo, desde el punto de vista de la transferencia de calor, es el material de armazón menos deseable debido a su alta conductividad térmica. No sorprenderá que el factor *U* de los marcos de aluminio sólido sea el más alto y, por tanto, una ventana con marcos de aluminio perderá mucho más calor que una ventana comparable con marcos de madera o vinilo. La transferencia de calor a través de los elementos de estructura de aluminio se puede reducir mediante insertos de plástico entre los componentes que sirvan como barreras térmicas. El grosor de estos insertos afecta en gran medida la transferencia de calor a través del marco. Para marcos de aluminio sin tiras de plástico, la resistencia primaria a la transferencia de calor se debe al coeficiente de transferencia de calor de la superficie interior. La tabla 9-4 enumera los factores *U* para varios marcos en función de los materiales espaciadores y los grosores de las unidades de encristalado. El factor *U* de un marco de metal y, por tanto, la tasa de transferencia de calor a través de un marco de ventana de metal, es más de tres veces mayor que el de un marco de ventana de madera o vinilo.

TABLA 9-4

Factores *U* de marco representativos para ventanas verticales fijas

Material del marco	Factor *U* $W/m^2 \cdot K^*$
Aluminio:	
Encristalado simple (3 mm)	10.1
Encristalado doble (18 mm)	10.1
Encristalado triple (33 mm)	10.1
Madera o vinilo:	
Encristalado simple (3 mm)	2.9
Encristalado doble (18 mm)	2.8
Encristalado triple (33 mm)	2.7

Fuente: Manual de Fundamentos de *ASHRAE*, *Cap. 27, tabla 2.*

* Multiplique por 0.176 para convertir a $Btu/h \cdot pie^2 \cdot °F$

Coeficientes de transferencia de calor en superficies interior y exterior

La transferencia de calor a través de una ventana también se ve afectada por los coeficientes de transferencia de calor por convección y radiación entre las superficies de vidrio y los alrededores. Los efectos de la convección y radiación en las superficies internas y externas de los encristalados por lo general se combinan en los coeficientes de transferencia de calor por convección y radiación combinados h_i y h_o, respectivamente. En condiciones de aire quieto, el coeficiente de transferencia de calor combinado en la superficie interna de una ventana vertical se puede determinar a partir de:

TABLA 9-5

Coeficiente combinado de transferencia de calor por convección y radiación h_i en la superficie interna de un vidrio vertical en condiciones de aire quieto (en $W/m^2 \cdot K$)*

		Emisividad del vidrio, ε_g		
T_i (°C)	T_g (°C)	0.05	0.20	0.84
20	17	2.6	3.5	7.1
20	15	2.9	3.8	7.3
20	10	3.4	4.2	7.7
20	5	3.7	4.5	7.9
20	0	4.0	4.8	8.1
20	−5	4.2	5.0	8.2
20	−10	4.4	5.1	8.3

* Multiplique por 0.176 para convertir a $Btu/h \cdot pie^2 \cdot °F$.

$$h_i = h_{conv} + h_{rad} = 1.77(T_g - T_i)^{0.25} + \frac{\varepsilon_g \sigma (T_g^4 - T_i^4)}{T_g - T_i} \quad (W/m^2 \cdot K) \qquad \textbf{(9-72)}$$

donde T_g = temperatura del vidrio en K, T_i = temperatura del aire interior en K, ε_g = emisividad de la superficie interna del vidrio expuesto a la habitación (tomado como 0.84 para vidrio sin recubrimiento), y $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}$ $W/m^2 \cdot K^4$ es la constante de Stefan-Boltzmann. Aquí se supone que la temperatura de las superficies interiores frente a la ventana es igual a la temperatura del aire interior. Esta suposición es razonable cuando la ventana está principalmente frente a paredes interiores, pero se vuelve cuestionable cuando la ventana está expuesta a superficies calientes o frías u otras ventanas. El valor más usado de h_i para el cálculo de la carga máxima es:

$$h_i = 8.29 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} = 1.46 \text{ Btu/h} \cdot \text{pie}^2 \cdot °\text{F} \quad \text{(invierno y verano)}$$

que corresponde a las condiciones de diseño en invierno de $T_i = 22$ °C y $T_g = -7$ °C para vidrio no revestido con $\varepsilon_g = 0.84$. Pero también se puede usar el mismo valor de h_i para condiciones de diseño de verano, ya que corresponde a las condiciones de verano de $T_i = 24$ °C y $T_g = 32$ °C. Los valores de h_i para varias temperaturas y emisividades de vidrio se dan en la tabla 9-5. Los valores más utilizados de h_o para los cálculos de carga máxima son los mismos que los utilizados para las superficies de la pared exterior (34.0 $W/m^2 \cdot K$ para el invierno y 22.7 $W/m^2 \cdot K$ para el verano).

Factor *U* global de ventanas

Los factores *U* globales para varios tipos de ventanas y tragaluces se evalúan mediante simulaciones por computadora y pruebas de laboratorio para las condiciones de diseño de invierno; la tabla 9-6 muestra los valores representativos. Los datos de prueba pueden proporcionar información más precisa para productos específicos y deben preferirse cuando estén disponibles. Sin embargo, los valores enumerados en la tabla se pueden usar para obtener resultados satisfactorios en diversas condiciones en ausencia de datos específicos del producto. El factor *U* de un producto de fenestración que difiere de manera considerable de los de la tabla se puede establecer 1) determinando las fracciones del área, que son el marco, centro del vidrio y borde del vidrio (suponiendo un ancho de 65 mm alrededor del perímetro de cada encristalado); 2) estipulando los factores *U* para cada sección (los factores *U* del centro del vidrio y del borde del vidrio pueden tomarse de las dos primeras columnas de la tabla 9-6, y el factor *U* del cuadro puede tomarse de la tabla 9-5 u otras fuentes, y 3) multiplicar las fracciones de área y los factores *U* para cada sección y sumarlas.

Los sistemas de paredes acristaladas se pueden tratar como ventanas fijas. Además, los datos para ventanas de doble puerta se pueden usar para puertas de vidrio simple. Se obtienen varias observaciones a partir de los datos de la tabla:

1. Los factores *U* de tragaluz son considerablemente mayores que los de las ventanas verticales. Esto se debe a que el área del tragaluz, incluida la acera, puede ser de 13 a 240% mayor que el área aproximada de apertura. La pendiente del tragaluz también tiene algún efecto.
2. El factor *U* de unidades de vidrios múltiples se puede reducir considerablemente llenando las cavidades con gas argón en lugar de aire seco. El rendimiento de las unidades llenas de CO_2 es similar al de las unidades llenas de argón. El factor *U* puede reducirse aún más llenando las cavidades de encristalado con gas criptón.
3. El recubrimiento de las superficies de encristalado con películas de *e* pequeña (baja emisividad) reduce significativamente el factor *U*. Para unidades con múltiples vidrios, es adecuado recubrir una de las dos superficies que está una frente a la otra.
4. Cuanto más grueso es el espacio de aire en unidades de vidrios multiple, menor es el factor *U*, para un espesor de hasta 13 mm $\left(\frac{1}{2}\right.$ pulgada) de espacio de aire.

TABLA 9-6

Factores *U* globales (coeficientes de transferencia de calor) para varias ventanas y tragaluces en $W/m^2 \cdot K$

	Solo sección de vidrio (encristalado)			*Marco de aluminio (sin rotura térmica)*			*Marco de madera o vinilo*					
Tipo →	*Centro de vidrio*	*Borde de vidrio*		*Fijo*	*Puerta doble*	*Tragaluz inclinado*	*Fijo*		*Puerta doble*		*Tragaluz inclinado*	
Ancho del marco →	*(No aplicable)*			32 mm ($1\frac{1}{4}$ pulg)	53 mm (2 pulg)	19 mm ($\frac{3}{4}$ pulg)	41 mm ($1\frac{5}{8}$ pulg)		88 mm ($3\frac{7}{18}$ pulg)		23 mm ($\frac{7}{8}$ pulg)	
Tipo de espaciador →	—	Metal	Aislado	Todo	Todo	Todo	Metal	Aislado	Metal	Aislado	Metal	Aislado
Tipo de encristalado												
Encristalado simple												
3 mm ($\frac{1}{8}$ pulg) vidrio	6.30	6.30	—	6.63	7.16	9.88	5.93	—	5.57	—	7.57	—
6.4 mm ($\frac{1}{4}$ pulg) acrílico	5.28	5.28	—	5.69	6.27	8.86	5.02	—	4.77	—	6.57	—
3 mm ($\frac{1}{8}$ pulg) acrílico	5.79	5.79	—	6.16	6.71	9.94	5.48	—	5.17	—	7.63	—
Doble encristalado (sin recubrimiento)												
Espacio de aire de 6.4 mm	3.24	3.71	3.34	3.90	4.55	6.70	3.26	3.16	3.20	3.09	4.37	4.22
Espacio de aire de 12.7 mm	2.78	3.40	2.91	3.51	4.18	6.65	2.88	2.76	2.86	2.74	4.32	4.17
Espacio de argón de 6.4 mm	2.95	3.52	3.07	3.66	4.32	6.47	3.03	2.91	2.98	2.87	4.14	3.97
Espacio de argón de 12.7 mm	2.61	3.28	2.76	3.36	4.04	6.47	2.74	2.61	2.73	2.60	4.14	3.97
Doble encristalado [$\varepsilon = 0.1$, recubrimiento en una de las superficies del espacio de aire (superficie 2 o 3, contando desde el exterior hacia el interior)]												
Espacio de aire de 6.4 mm	2.44	3.16	2.60	3.21	3.89	6.04	2.59	2.46	2.60	2.47	3.73	3.53
Espacio de aire de 12.7 mm	1.82	2.71	2.06	2.67	3.37	6.04	2.06	1.92	2.13	1.99	3.73	3.53
Espacio de argón de 6.4 mm	1.99	2.83	2.21	2.82	3.52	5.62	2.21	2.07	2.26	2.12	3.32	3.09
Espacio de argón de 12.7 mm	1.53	2.49	1.83	2.42	3.14	5.71	1.82	1.67	1.91	1.78	3.41	3.19
Triple encristalado (sin recubrimiento)												
Espacio de aire de 6.4 mm	2.16	2.96	2.35	2.97	3.66	5.81	2.34	2.18	2.36	2.21	3.48	3.24
Espacio de aire de 12.7 mm	1.76	2.67	2.02	2.62	3.33	5.67	2.01	1.84	2.07	1.91	3.34	3.09
Espacio de argón de 6.4 mm	1.93	2.79	2.16	2.77	3.47	5.57	2.15	1.99	2.19	2.04	3.25	3.00
Espacio de argón de 12.7 mm	1.65	2.58	1.92	2.52	3.23	5.53	1.91	1.74	1.98	1.82	3.20	2.95
Triple encristalado [$\varepsilon = 0.1$, recubrimiento en una de las superficies del espacio de aire (superficies 3 y 5, contando desde el exterior hacia el interior)]												
Espacio de aire de 6.4 mm	1.53	2.49	1.83	2.42	3.14	5.24	1.81	1.64	1.89	1.73	2.92	2.66
Espacio de aire de 12.7 mm	0.97	2.05	1.38	1.92	2.66	5.10	1.33	1.15	1.46	1.30	2.78	2.52
Espacio de argón de 6.4 mm	1.19	2.23	1.56	2.12	2.85	4.90	1.52	1.35	1.64	1.47	2.59	2.33
Espacio de argón de 12.7 mm	0.80	1.92	1.25	1.77	2.51	4.86	1.18	1.01	1.33	1.17	2.55	2.28

Del Manual de Fundamentos de *ASHRAE, Cap. 27, tabla 5*
Notas:

1) Multiplique por 0.176 para obtener factores *U* en $Btu/h \cdot pie^2 \cdot °F$.

2) Los factores *U* en esta tabla incluyen los efectos de los coeficientes de transferencia de calor en la superficie y se basan en condiciones invernales de –18 °C del aire exterior y 21 °C del aire interior, con vientos de 24 km/h (15 mph) al aire libre y cero flujo solar. Cambios pequeños en las temperaturas interiores y exteriores no afectarán mucho los factores *U* globales. Se supone que las ventanas son verticales, y los tragaluces se inclinan 20° desde la horizontal con flujo de calor hacia arriba. Los separadores de aislamiento son de madera, fibra de vidrio o butilo. Se considera que los efectos de borde en el vidrio se extienden a la banda de 65 mm alrededor del perímetro de cada encristalado. Los tamaños de producto son 1.2 m × 1.8 m para ventanas fijas, 1.8 m × 2.0 m para ventanas de puerta doble, y 1.2 m × 0.6 m para tragaluces, pero los valores dados también se pueden utilizar para productos de tamaños similares. Todos los datos se basan en vidrio de 3 mm (1/8 de pulgada), a menos que se indique lo contrario.

Para un número específico de encristalados, la ventana con capas de aire más gruesas tendrá un factor U más bajo. Para un espesor total específico de encristalado, cuanto mayor sea el número de encristalados, menor será el factor U. Por tanto, una ventana de triple panel con espacios de aire de 6.4 mm (dos de estos espacios de aire) tendrá un valor U menor que el de una ventana de panel doble con un espacio de aire de 12.7 mm.

5. Las ventanas con marco de madera o vinilo tienen un valor U menor que las ventanas con marco de metal comparables. Por tanto, en diseños de eficiencia energética se requieren las ventanas con marco de madera o vinilo.

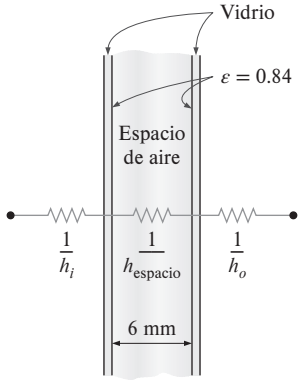


FIGURA 9-45
Esquema para el ejemplo 9-9.

EJEMPLO 9-9 **Factor *U* para la sección de centro de vidrio de ventanas**

Determine el factor U para la sección del centro de vidrio de una ventana de doble panel con un espacio de aire de 6 mm para condiciones de diseño en invierno (figura 9-45). Los encristalados están hechos de vidrio transparente que tiene una emisividad de 0.84. Tome la temperatura promedio del espacio de aire en condiciones de diseño como 0 °C.

SOLUCIÓN Se debe determinar el factor U para la sección de centro de vidrio de una ventana de panel doble.

Suposiciones **1** Existen condiciones de funcionamiento estacionarias. **2** La transferencia de calor a través de la ventana es unidimensional. **3** La resistencia térmica de las láminas de vidrio es insignificante.

Propiedades La emisividad del vidrio transparente es 0.84.

Análisis Sin tener en cuenta la resistencia térmica de las láminas de vidrio, que son pequeñas, el factor U para la región central de una ventana de panel doble se determina a partir de:

$$\frac{1}{U_{\text{centro}}} \cong \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_{\text{espacio}}} + \frac{1}{h_o}$$

donde h_i, h_{espacio} y h_o son los coeficientes de transferencia de calor en la superficie interna de la ventana, el espacio de aire entre las capas de vidrio y la superficie externa de la ventana, respectivamente. Los valores de h_i y h_o para las condiciones de diseño de invierno se dieron anteriormente como $h_i = 8.29\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}$ y $h_o = 34.0\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}$. La emisividad efectiva del espacio de aire de la ventana de doble panel es:

$$\varepsilon_{\text{efectiva}} = \frac{1}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1} = \frac{1}{1/0.84 + 1/0.84 - 1} = 0.72$$

Para este valor de emisividad y una temperatura promedio del espacio de aire de 0 °C, de la tabla 9-3, tenemos $h_{\text{espacio}} = 7.2\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}$ para espacio de aire de 6 mm de espesor. Por tanto,

$$\frac{1}{U_{\text{centro}}} = \frac{1}{8.29} + \frac{1}{7.2} + \frac{1}{34.0} \rightarrow U_{\text{centro}} = \mathbf{3.46\ W/m^2\cdot K}$$

Discusión El valor del factor U del centro de vidrio de $3.24\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}$ en la tabla 9-6 (cuarta fila y segunda columna) se obtiene utilizando un valor estándar de $h_o = 29\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}$ (en lugar de $34.0\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}$) y $h_{\text{espacio}} = 6.5\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}$ a una temperatura promedio del espacio de aire de –15 °C.

EJEMPLO 9-10 **Pérdida de calor a través de ventanas con marco de aluminio**

Se considera una ventana fija con marco de aluminio con encristalado de vidrio para una abertura de 4 pies de alto y 6 pies de ancho en la pared de una casa que se mantiene a 72 °F (figura 9-46). Determine la tasa de pérdida de calor a través de la ventana y la temperatura de la superficie interna del vidrio de la ventana que mira hacia la habitación cuando la temperatura del aire exterior es de 15 °F si la ventana se selecciona para ser *a*) $\frac{1}{8}$ de pulgada de encristalado simple, *b*) doble encristalado con un espacio de aire de $\frac{1}{2}$ pulg y *c*) triple encristalado con recubrimiento de baja emisividad con un espacio de aire de $\frac{1}{2}$ pulgada.

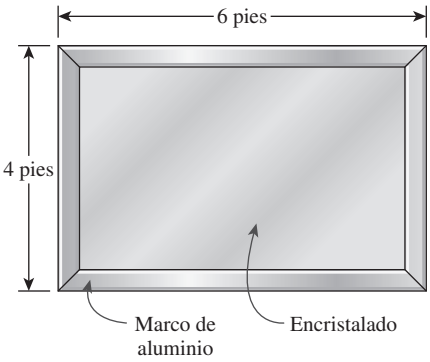


FIGURA 9-46
Esquema para el ejemplo 9-10.

SOLUCIÓN La tasa de pérdida de calor a través de una ventana con marco de aluminio y la temperatura de la superficie interna se determinarán a partir de los casos de ventanas de un solo panel, doble panel y triple panel de baja emisividad.

Suposiciones **1** Existen condiciones de funcionamiento estacionarias. **2** La transferencia de calor a través de la ventana es unidimensional. **3** Las propiedades térmicas de las ventanas y los coeficientes de transferencia de calor son constantes.

Propiedades Los factores *U* de las ventanas se dan en la tabla 9-6.

Análisis La tasa de transferencia de calor a través de la ventana se puede determinar a partir de:

$$\dot{Q}_{\text{ventana}} = U_{\text{global}} A_{\text{ventana}} (T_i - T_o)$$

donde T_i y T_o son las temperaturas del aire interior y exterior, respectivamente; U_{global} es el factor *U* (el coeficiente de transferencia de calor global) de la ventana; y A_{ventana} es el área de la ventana, que es:

$$A_{\text{ventana}} = \text{altura} \times \text{ancho} = (4 \text{ pies})(6 \text{ pies}) = 24 \text{ pies}^2$$

Los factores *U* para los tres casos pueden determinarse directamente de la tabla 9-6 como 6.63, 3.51 y 1.92 W/m$^2 \cdot$K, respectivamente, y multiplicarse por el factor 0.176 para convertirlos a Btu/h $\cdot$ pie$^2 \cdot$ °F. Además, la temperatura de la superficie interna del vidrio de la ventana se puede determinar a partir de:

$$\dot{Q}_{\text{ventana}} = h_i A_{\text{ventana}} (T_i - T_{\text{vidrio}}) \longrightarrow T_{\text{vidrio}} = T_i - \frac{\dot{Q}_{\text{ventana}}}{h_i A_{\text{ventana}}}$$

donde h_i es el coeficiente de transferencia de calor en la superficie interna de la ventana, que se determina en la tabla 9-5 como h_i = 8.3 W/m$^2 \cdot$K = 1.46 Btu/h $\cdot$ pie$^2 \cdot$ °F.

Luego, la tasa de pérdida de calor y la temperatura interior del vidrio para cada caso se determinan de la siguiente manera:

a) Encristalado simple:

$$\dot{Q}_{\text{ventana}} = (6.63 \times 0.176 \text{ Btu/h} \cdot \text{pie}^2 \cdot {}^\circ\text{F})(24 \text{ pies}^2)(72 - 15) {}^\circ\text{F} = \mathbf{1\,596 \text{ Btu/h}}$$

$$T_{\text{vidrio}} = T_i - \frac{\dot{Q}_{\text{ventana}}}{h_i A_{\text{ventana}}} = 72 {}^\circ\text{F} - \frac{1\,596 \text{ Btu/h}}{(1.46 \text{ Btu/h} \cdot \text{pie}^2 \cdot {}^\circ\text{F})(24 \text{ pies}^2)} = \mathbf{26.5} {}^\circ\text{F}$$

b) Doble encristalado ($\frac{1}{2}$ pulg de espacio de aire):

$$\dot{Q}_{\text{ventana}} = (3.51 \times 0.176 \text{ Btu/h} \cdot \text{pie}^2 \cdot {}^\circ\text{F})(24 \text{ pies}^2)(72 - 15) {}^\circ\text{F} = \mathbf{845 \text{ Btu/h}}$$

$$T_{\text{vidrio}} = T_i - \frac{\dot{Q}_{\text{ventana}}}{h_i A_{\text{ventana}}} = 72 {}^\circ\text{F} - \frac{845 \text{ Btu/h}}{(1.46 \text{ Btu/h} \cdot \text{pie}^2 \cdot {}^\circ\text{F})(24 \text{ pies}^2)} = \mathbf{47.9} {}^\circ\text{F}$$

c) Triple encristalado ($\frac{1}{2}$ pulg de espacio de aire, con recubrimiento de *e* [emisividad] pequeña):

$$\dot{Q}_{\text{ventana}} = (1.92 \times 0.176 \text{ Btu/h} \cdot \text{pie}^2 \cdot {}^\circ\text{F})(24 \text{ pies}^2)(72 - 15) {}^\circ\text{F} = \mathbf{462 \text{ Btu/h}}$$

$$T_{\text{vidrio}} = T_i - \frac{\dot{Q}_{\text{ventana}}}{h_i A_{\text{ventana}}} = 72 {}^\circ\text{F} - \frac{462 \text{ Btu/h}}{(1.46 \text{ Btu/h} \cdot \text{pie}^2 \cdot {}^\circ\text{F})(24 \text{ pies}^2)} = \mathbf{58.8 {}^\circ\text{F}}$$

Por tanto, la pérdida de calor a través de la ventana se reducirá en 47% en el caso de doble encristalado, y en 71% en el caso de triple encristalado en relación con el caso de encristalado simple. Además, en el caso del encristalado simple, la baja temperatura de la superficie interna del vidrio causará molestias considerables a los ocupantes debido a la excesiva pérdida de calor del cuerpo por la radiación. Se eleva de 26.5 °F, que está por debajo de cero, a 47.9 °F en el caso de doble encristalado y a 58.8 °F en el caso de triple encristalado.

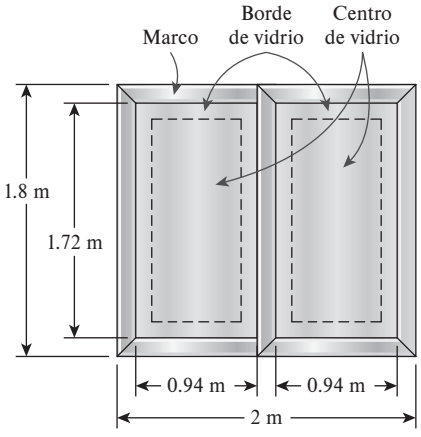


FIGURA 9-47
Esquema para el ejemplo 9-11.

EJEMPLO 9-11 **Factor *U* de una ventana de doble puerta**

Determine el factor *U* global para una ventana de doble panel con marco de madera y doble puerta con separadores metálicos, y compare su resultado con el valor dado en la tabla 9-6. Las dimensiones totales de la ventana son 1.80 m × 2.00 m, y las dimensiones de cada encristalado son 1.72 m × 0.94 m (figura 9-47).

SOLUCIÓN Se debe determinar el factor *U* global para una ventana tipo doble puerta, y el resultado se debe comparar con el valor tabulado.

Suposiciones **1** Existen condiciones de funcionamiento estacionarias. **2** La transferencia de calor a través de la ventana es unidimensional.

Propiedades Los factores *U* para las diversas secciones de las ventanas se dan en las tablas 9-4 y 9-6.

Análisis Las áreas de la ventana, el encristalado y el marco son:

$$A_{\text{ventana}} = \text{Alto} \times \text{ancho} = (1.8 \text{ m})(2.0 \text{ m}) = 3.60 \text{ m}^2$$
$$A_{\text{encristalado}} = 2 \times (\text{Alto} \times \text{ancho}) = 2(1.72 \text{ m})(0.94 \text{ m}) = 3.23 \text{ m}^2$$
$$A_{\text{marco}} = A_{\text{ventana}} - A_{\text{encristalado}} = 3.60 - 3.23 = 0.37 \text{ m}^2$$

La región del borde del vidrio consiste en una banda de 6.5 cm de ancho alrededor del perímetro de los encristalados, y las áreas del centro y las secciones del borde del encristalado se determinan como:

$$A_{\text{centro}} = 2 \times (\text{altura} \times \text{ancho}) = 2(1.72 - 0.13 \text{ m})(0.94 - 0.13 \text{ m}) = 2.58 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{borde}} = A_{\text{encristalado}} - A_{\text{centro}} = 3.23 - 2.58 = 0.65 \text{ m}^2$$

La tabla 9-4 muestra que el factor *U* para la sección del marco es $U_{\text{marco}} = 2.8 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$. Los factores *U* para las secciones de centro y borde se determinan en la tabla 9-6 (quinta fila, segunda y tercera columnas) como $U_{\text{centro}} = 3.24 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ y $U_{\text{borde}} = 3.71 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$. Entonces, el factor *U* global de toda la ventana queda:

$$U_{\text{ventama}} = (U_{\text{centro}} A_{\text{centro}} + U_{\text{borde}} A_{\text{borde}} + U_{\text{marco}} A_{\text{marco}})/A_{\text{ventana}}$$
$$= (3.24 \times 2.58 + 3.71 \times 0.65 + 2.8 \times 0.37)/3.60 = \mathbf{3.28 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}}$$

El factor *U* global enumerado en la tabla 9-6 para el tipo de ventana especificado es 3.20 $\text{W/m}^2 \cdot \text{K}$, que está suficientemente cerca del valor obtenido antes.

RESUMEN

En este capítulo se ha considerado la transferencia de calor por convección natural donde cualquier movimiento de fluido ocurre por medios naturales como la flotación. El coeficiente de expansión volumétrica de una sustancia representa la variación de la densidad de esa sustancia con la temperatura a presión constante, y para un gas ideal, se expresa como $\beta = 1/T$, donde T es la temperatura absoluta en K o R.

El régimen de flujo en convección natural se rige por un número adimensional llamado *número de Grashof*, que representa la relación entre la fuerza de flotación y la fuerza viscosa que actúa sobre el fluido y se expresa como:

$$\mathrm{Gr}_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L_c^3}{\nu^2}$$

donde L_c es la *longitud característica* que corresponde a la altura L para una placa vertical y al diámetro D para un cilindro horizontal. Las correlaciones para el número de Nusselt $\mathrm{Nu} = hL_c/k$ en convección natural se expresan en términos del *número de Rayleigh* definido como:

$$\mathrm{Ra}_L = \mathrm{Gr}_L \mathrm{Pr} = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L_c^3}{\nu^2}\mathrm{Pr}$$

Las relaciones numéricas de Nusselt para varias superficies se dan en la tabla 9-1. Todas las propiedades del fluido se evalúan a la temperatura de la película $T_f = \frac{1}{2}(T_s + T_\infty)$. La superficie exterior de un cilindro vertical puede tratarse como una placa vertical cuando los efectos de curvatura son insignificantes. La longitud característica de una superficie horizontal es $L_c = A_s/p$, donde A_s es el área de la superficie y p es su perímetro.

El número de Nusselt promedio para *placas paralelas* verticales isotérmicas con separación S y altura L se da como:

$$\mathrm{Nu} = \frac{hS}{k} = \left[\frac{576}{(\mathrm{Ra}_s S/L)^2} + \frac{2.873}{(\mathrm{Ra}_s S/L)^{0.5}}\right]^{-0.5}$$

El espaciado óptimo de las aletas para un disipador de calor vertical y el número de Nusselt para las aletas espaciadas de manera óptima es:

$$S_{\text{ópt}} = 2.714\left(\frac{S^3 L}{\mathrm{Ra}_s}\right)^{0.25} = 2.714\frac{L}{\mathrm{Ra}_L^{0.25}} \text{ y } \mathrm{Nu} = \frac{hS_{\text{ópt}}}{k} = 1.307$$

En un *recinto rectangular horizontal* con la placa más caliente en la parte superior, la transferencia de calor es por conducción pura y Nu = 1. Cuando la placa más caliente está en la parte inferior, el número de Nusselt es:

$$\mathrm{Nu} = 1 + 1.44\left[1 - \frac{1\,708}{\mathrm{Ra}_L}\right]^+ + \left[\frac{\mathrm{Ra}_L^{1/3}}{18} - 1\right]^+ \quad \mathrm{Ra}_L < 10^8$$

La notación $[\ ]^+$ indica que si la cantidad entre paréntesis es negativa, debe establecerse igual a cero. Para *recintos rectangulares verticales*, el número de Nusselt se puede determinar a partir de:

$$\mathrm{Nu} = 0.18\left(\frac{\mathrm{Pr}}{0.2 + \mathrm{Pr}}\mathrm{Ra}_L\right)^{0.29} \qquad \begin{array}{c} 1 < H/L < 2 \\ \text{cualquier número de Prandtl} \\ \mathrm{Ra}_L\mathrm{Pr}/(0.2 + \mathrm{Pr}) > 10^3 \end{array}$$

$$\mathrm{Nu} = 0.22\left(\frac{\mathrm{Pr}}{0.2 + \mathrm{Pr}}\mathrm{Ra}_L\right)^{0.28}\left(\frac{H}{L}\right)^{-1/4} \qquad \begin{array}{c} 2 < H/L < 10 \\ \text{cualquier número de Prandtl} \\ \mathrm{Ra}_L < 10^{10} \end{array}$$

Para relaciones de aspecto superiores a 10, se deben utilizar las ecuaciones 9-54 y 9-55. Para recintos inclinados, se utilizan las ecuaciones 9-48 a 9-51.

Para *cilindros horizontales concéntricos*, la tasa de transferencia de calor por convección natural a través del espacio anular entre los cilindros por unidad de longitud es:

$$\dot{Q} = \frac{2\pi k_{\text{efect}}}{\ln(D_o/D_i)}(T_i - T_o)$$

donde

$$\frac{k_{\text{efect}}}{k} = 0.386\left(\frac{\mathrm{Pr}}{0.861 + \mathrm{Pr}}\right)^{1/4}(F_{\text{cil}}\,\mathrm{Ra}_L)^{1/4}$$

y

$$F_{\text{cil}} = \frac{[\ln(D_o/D_i)]^4}{L_c^3(D_i^{-3/5} + D_o^{-3/5})^5}$$

Para un *recinto esférico*, la tasa de transferencia de calor por convección natural a través del espacio entre las esferas se expresa como:

$$\dot{Q} = k_{\text{efect}}\frac{\pi D_i D_o}{L_c}(T_i - T_o)$$

donde

$$\frac{k_{\text{efect}}}{k} = 0.74\left(\frac{\mathrm{Pr}}{0.861 + \mathrm{Pr}}\right)^{1/4}(F_{\text{esf}}\mathrm{Ra}_L)^{1/4}$$

$$L_c = (D_o - D_i)/2$$

$$F_{\text{esf}} = \frac{L_c}{(D_i D_o)^4(D_i^{-7/5} + D_o^{-7/5})^5}$$

La cantidad $k\mathrm{Nu}$ se denomina *conductividad térmica efectiva* del recinto, ya que un fluido en un recinto se comporta como un fluido en reposo cuya conductividad térmica es $k\mathrm{Nu}$, como resultado de las corrientes de convección. Las propiedades del fluido se evalúan a la temperatura promedio $(T_i + T_o)/2$.

Para un fluido dado, el parámetro $\mathrm{Gr}/\mathrm{Re}^2$ representa la importancia de la convección natural en relación con la convección forzada. La convección natural es insignificante cuando $\mathrm{Gr}/\mathrm{Re}^2 < 0.1$, la convección forzada es insignificante cuando $\mathrm{Gr}/\mathrm{Re}^2 > 10$, y ninguno es insignificante cuando $0.1 < \mathrm{Gr}/\mathrm{Re}^2 < 10$.

BIBLIOGRAFÍA Y LECTURAS RECOMENDADAS

1. American Society of Heating, Refrigeration, and Air Conditioning Engineers. *Handbook of Fundamentals.* Atlanta, GA: ASHRAE, 1993.

2. J. N. Arnold, I. Catton y D. K. Edwards. "Experimental Investigation of Natural Convection in Inclined Rectangular Regions of Differing Aspect Ratios." ASME Documento No. 75-HT-62, 1975.

3. L. S. Asgeirsson y A. J. Ghajar. "Prediction of Thermal Conductivity and Viscosity for Some Fluids in the Near-Critical Region." *Chemical Engineering Communications* 43, nos. 1-3 (1986), pp. 165-184.

4. P. S. Ayyaswamy y I. Catton. "The Boundary-Layer Regime for Natural Convection in a Differently Heated Tilted Rectangular Cavity." *Journal of Heat Transfer* 95 (1973), p. 543.

5. A. Bar-Cohen. "Fin Thickness for an Optimized Natural Convection Array of Rectangular Fins." *Journal of Heat Transfer* 101 (1979), pp. 564-566.

6. A. Bar-Cohen y W. M. Rohsenow. "Thermally Optimum Spacing of Vertical Natural Convection Cooled Parallel Plates." *Journal of Heat Transfer* 106 (1984), p. 116.

7. B. M. Berkovsky y V. K. Polevikov. "Numerical Study of Problems on High-Intensive Free Convection." En *Heat Transfer and Turbulent Buoyant Convection,* ed. D. B. Spalding y N. Afgan, pp. 443-445. Washington, DC: Hemisphere, 1977.

8. I. Catton. "Natural Convection in Enclosures." *Proceedings of Sixth International Heat Transfer Conference.* Toronto: Canadá, 1978, Vol. 6, pp. 13-31.

9. T. Cebeci. "Laminar Free Convection Heat Transfer from the Outer Surface of a Vertical Slender Circular Cylinder." *Proceedings of Fifth International Heat Transfer Conference* Documento NCI.4, 1974, pp. 15-19.

10. Y. A. Çengel y P. T. L. Zing. "Enhancement of Natural Convection Heat Transfer from Heat Sinks by Shrouding." *Proceedings of ASME/JSME Thermal Engineering Conference,* vol. 3. Honolulu: HI, 1987, pp. 451-475.

11. S. W. Churchill. "A Comprehensive Correlating Equation for Laminar Assisting Forced and Free Convection." *AIChE Journal* 23 (1977), pp. 10-16.

12. S. W. Churchill. "Free Convection Around Immersed Bodies." En *Heat Exchanger Design Handbook,* ed. E. U. Schlünder, Sección 2.5.7. Nueva York: Hemisphere, 1983.

13. S. W. Churchill. "Combined Free and Forced Convection Around Immersed Bodies." En *Heat Exchanger Design Handbook,* Section 2.5.9. Nueva York: Hemisphere Publishing, 1986.

14. S. W. Churchill y H. H. S. Chu. "Correlating Equations for Laminar and Turbulent Free Convection from a Horizontal Cylinder." *International Journal of Heat Mass Transfer* 18 (1975a), p. 1049.

15. S. W. Churchill y H. H. S. Chu. "Correlating Equations for Laminar and Turbulent Free Convection from a Vertical Plate." *International Journal of Heat Mass Transfer* 18 (1975b), p. 1323.

16. E. R. G. Eckert y E. Soehngen. "Studies on Heat Transfer in Laminar Free Convection with Zehnder-Mach Interferometer." USAF Technical Report 5747, diciembre 1948.

17. E. R. G. Eckert y E. Soehngen. "Interferometric Studies on the Stability and Transition to Turbulence of a Free Convection Boundary Layer." *Proceedings of General Discussion, Heat Transfer ASME-IME,* Londres, 1951.

18. S. M. ElSherbiny, G. D. Raithby y K. G. T. Hollands. "Heat Transfer by Natural Convection Across Vertical and Inclined Air Layers." *Journal of Heat Transfer* 104 (1982), pp. 96-102.

19. T. Fujii y H. Imura. "Natural Convection Heat Transfer from a Plate with Arbitrary Inclination." *International Journal of Heat Mass Transfer* 15 (1972), p. 755.

20. A. J. Ghajar y A. Asadi, "Improved Forced Convective Heat Transfer Correlations for Liquids in the Near-Critical Region." *AIAA Journal* 24, No. 12 (1986), pp. 2030-2037.

21. S. Ghorbani-Tari y A. J. Ghajar. "Improved Free Convective Heat Transfer Correlations in the Near-Critical Region." *AIAA Journal* 23, no. 10 (1985), pp. 1647-1649.

22. S. Globe y D. Dropkin. "Natural Convection Heat Transfer in Liquids Confined between Two Horizontal Plates." *Journal of Heat Transfer* 81 (1959), pp. 24-28.

23. K. G. T. Hollands, T. E. Unny, G. D. Raithby y L. Konicek. "Free Convective Heat Transfer Across Inclined Air Layers." *Journal of Heat Transfer* 98 (1976), pp. 182-193.

24. M. Jakob. *Heat Transfer.* Nueva York: Wiley, 1949.

25. W. M. Kays, M. E. Crawford y B. Weigand. *Convective Heat and Mass Transfer.* 4th ed. Nueva York: McGraw-Hill, 2005.

26. Rimpreso de J. R. Lloyd y E. M. Sparrow. "Combined Force and Free Convection Flow on Vertical Surfaces." *International Journal of Heat Mass Transfer* 13 copyright 1970, con autorización de Elsevier.

27. R. K. MacGregor y A. P. Emery. "Free Convection Through Vertical Plane Layers: Moderate and High Prandtl Number Fluids." *Journal of Heat Transfer* 91 (1969), p. 391.

28. T. S. Najjar y A. J. Ghajar. "Prediction of Density and Constant Pressure Specific Heat for Several Fluids in the Near-Critical Region." AIAA Documento No. 83-1476, *AIAA 18th Thermophysics Conference,* Montreal, Canadá, junio 1-3 (1983).

29. S. Ostrach. "An Analysis of Laminar Free Convection Flow and Heat Transfer About a Flat Plate Parallel to the Direction of the Generating Body Force." National Advisory Committee for Aeronautics, Reporte 1111, 1953.

30. G. D. Raithby y K. G. T. Hollands. "A General Method of Obtaining Approximate Solutions to Laminar and Turbulent Free Convection Problems." En *Advances in Heat Transfer,* vol. II, ed. F. Irvine y J. P. Hartnett, pp. 265-315. Nueva York: Academic Press, 1975.

31. E. M. Sparrow y J. L. Gregg. "Laminar Free Convection from a Vertical Flat Plate." *Transactions of the ASME* 78 (1956), p. 438.

32. E. M. Sparrow y J. L. Gregg. "Laminar Free Convection Heat Transfer from the Outer Surface of a Vertical Circular Cylinder." *ASME* 78 (1956), p. 1823.
33. E. M. Sparrow y C. Prakash. "Enhancement of Natural Convection Heat Transfer by a Staggered Array of Vertical Plates." *Journal of Heat Transfer* 102 (1980), pp. 215-220.
34. E. M. Sparrow y S. B. Vemuri. "Natural Convection/Radiation Heat Transfer from Highly Populated Pin Fin Arrays." *Journal of Heat Transfer* 107 (1985), pp. 190-197.
35. L. M. Tam y A. J. Ghajar. "Transitional Heat Transfer in Plain Horizontal Tubes." *Heat Transfer Engineering* 27, no. 5 (2006), pp. 23–38.

PROBLEMAS *

Mecanismo físico de convección natural

9-1C ¿Qué es la convección natural?, ¿cómo difiere de la convección forzada? ¿Qué fuerza causa las corrientes de convección natural?

9-2C ¿En qué modo de transferencia de calor el coeficiente de transferencia de calor por convección suele ser mayor: convección natural o convección forzada?, ¿por qué?

9-3C Considere un huevo cocido dentro de una nave espacial llena de aire a presión y temperatura atmosféricas en todo momento. ¿El huevo se enfriará más rápido o más lento cuando la nave espacial esté en el espacio en lugar del suelo? Explique.

9-4C ¿Cuándo se hundirá más profundo el casco de un barco en el agua: cuando el barco navega en agua dulce o en agua de mar?, ¿por qué?

9-5C ¿Qué es la fuerza de flotación? Compare las magnitudes relativas de la fuerza de flotación que actúa sobre un cuerpo sumergido en estos medios: *a*) aire, *b*) agua, *c*) mercurio y *d*) una cámara evacuada.

9-6C Considere un fluido cuyo volumen no cambia con la temperatura a presión constante. ¿Qué puede decir sobre la transferencia de calor por convección natural en este medio?

9-7C Considere dos fluidos, uno con un gran coeficiente de expansión volumétrica y el otro con uno pequeño. ¿En qué fluido sobre una superficie caliente iniciarán corrientes de convección natural más fuertes?, ¿por qué? Suponga que la viscosidad de los fluidos es la misma.

9-8C Físicamente, ¿qué representa el número de Grashof? ¿En qué difiere el número de Grashof del número de Reynolds?

9-9 Muestre que el coeficiente de expansión volumétrica de un gas ideal es $\beta = 1/T$, donde T es la temperatura absoluta.

9-10 Utilizando su definición y los valores enumerados en la tabla A-9, determine el coeficiente de expresión volumétrica de agua saturada a 70 °C. Compare el resultado con el valor dado en la tabla A-9.

9-11 La densidad del agua líquida puede correlacionarse con la temperatura como $\rho(T) = 1\,000 - 0.0736T - 0.00355T^2$ donde ρ y T están en kg/m^3 y °C, respectivamente. Determine el coeficiente de expansión volumétrica a 70 °C. Compare el resultado con el valor dado en la tabla A-9.

9-12 Una placa de 10 cm × 10 cm tiene una temperatura de superficie constante de 150 °C. Determine el número de Grashof si el chip se coloca en los siguientes fluidos: aire (1 atm, 30 °C), agua líquida (30 °C), aceite para motor (10 °C). Discuta cómo el número de Grashof afecta el flujo de convección natural.

9-13I Una barra larga de 2 pulgadas de diámetro con una temperatura superficial de 200 °F se sumerge en un baño de un fluido. Determine los números de Grashof y Rayleigh si el fluido es *a*) agua líquida a 40 °F, *b*) amoniaco líquido a 40 °F, *c*) aceite de motor a 50 °F y *d*) aire a 40 °F (1 atm).

Convección natural sobre superficies

9-14C ¿Cómo difiere el número de Rayleigh del número de Grashof?

9-15C Una placa horizontal caliente cuyo lado posterior está aislado, ¿se enfriará más rápido o más lento cuando su superficie caliente esté hacia abajo, en lugar de hacia arriba?, ¿por qué?

9-16C Considere la convección natural laminar desde una placa caliente vertical. ¿El flujo de calor será mayor en la parte superior o inferior de la placa?, ¿por qué?

9-17C En los cálculos de convección natural, ¿en qué condiciones se puede tratar la superficie exterior de un cilindro vertical como una placa vertical?

9-18 Una placa vertical de 0.2 m de largo y 25 mm de espesor ($k = 15$ W/m · K) separa agua caliente de agua fría. La superficie de la placa expuesta al agua caliente tiene una temperatura de 100 °C, y la temperatura del agua fría es de 7 °C. Determine la temperatura de la superficie de la placa expuesta al agua fría ($T_{s,c}$). *Sugerencia:* Se tiene que encontrar $T_{s,c}$ iterativamente. Comience el proceso de iteración con una estimación inicial de 53.5 °C para $T_{s,c}$.

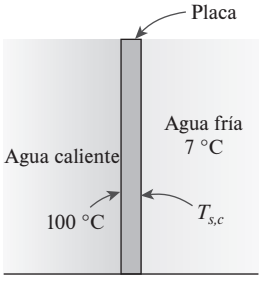


FIGURA P9-18

* Los problemas señalados con una "C" son preguntas conceptuales en las que se alienta a los estudiantes a responderlas todas. Los problemas designados con una "I" están en unidades del sistema inglés, y los usuarios del SI pueden ignorarlos. Los problemas con el icono son de naturaleza integral y están destinados a resolverse con el software adecuado. Los problemas con el icono son problemas de prevención a través del diseño (*Prevention through Design*). Los problemas con el icono son de códigos y estándares (*Codes and Standards*).

9-19 Reconsidere el problema 9-18. Usando el software apropiado, investigue el efecto de la conductividad térmica de la placa sobre la temperatura de la superficie expuesta al agua fría. Al variar la conductividad térmica de la placa de 3 a 200 W/m · K, grafique la temperatura de la superficie de la placa en el lado del agua fría en función de la conductividad térmica de la placa.

9-20 C&S Una placa de acero vertical ASTM A203 B de 0.5 m × 0.5 m tiene una superficie sometida a convección con aire frío y estancado a –70 °C. La temperatura mínima adecuada para la placa de acero es –30 °C (Código ASME para tuberías de proceso, ASME B31.3-2014, tabla A-1M). Determine la tasa de adición de calor necesaria para evitar que la temperatura de la superficie de la placa caiga por debajo de la temperatura mínima adecuada.

9-21 C&S Una placa de cobre vertical ASTM B152 de 0.5 m × 0.5 m tiene una superficie sometida a convección con aire caliente en reposo. La temperatura máxima de uso para la placa de cobre ASTM B152 es 260 °C (Código ASME para tuberías de proceso, ASME B31.3-2014, tabla A-1M). Si la tasa de eliminación de calor de la placa es de 90 W, determine la temperatura máxima que puede alcanzar el aire sin que la temperatura de la superficie de la placa de cobre aumente por encima de 260 °C. Evalúe las propiedades del aire a 300 °C. ¿Es esta una temperatura adecuada para evaluar las propiedades del aire?

9-22 Una placa vertical de 0.2 m de largo y 25 mm de espesor ($k = 1.5$ W/m · K) separa el agua caliente del aire frío a 2 °C. La superficie de la placa expuesta al agua caliente tiene una temperatura de 100 °C, y la superficie expuesta al aire frío tiene una emisividad de 0.73. Determine la temperatura de la superficie de la placa expuesta al aire frío ($T_{s,c}$). *Sugerencia:* El valor de $T_{s,c}$ tiene que encontrarse iterativamente. Comience el proceso de iteración con una suposición inicial de 51 °C para el $T_{s,c}$.

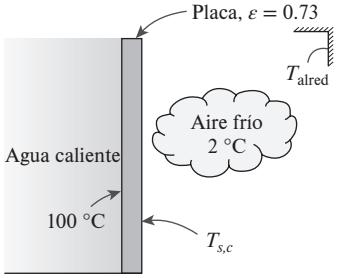


FIGURA P9-22

9-23 Reconsidere el problema 9-22. Usando el software apropiado, evalúe el efecto del grosor de la placa sobre la temperatura de la superficie expuesta al aire frío. Al variar el grosor de la placa de 0.01 a 0.1 m, grafique la temperatura de la superficie de la placa en el lado del aire frío en función del grosor de la placa.

9-24 C&S Un tubo de cloruro de polivinilo clorado (CPVC) ASTM F441 está incrustado en una pared vertical de concreto ($k = 1.4$ W/m · K). El muro tiene una altura de 1 m y una superficie del muro está sometida a convección con aire caliente a 140 °C. La distancia medida desde la superficie de la placa expuesta al aire caliente a la superficie del tubo es $d = 3$ cm. El Código ASME para tuberías de proceso limita la temperatura máxima de uso para el tubo de CPVC ASTM F441 a 93.3 °C (ASME B31.3-2014, tabla B-1). Si la superficie de concreto que está expuesta al aire caliente está a 100 °C, ¿el tubo de CPVC incrustado en la pared aún cumpliría con el código ASME?

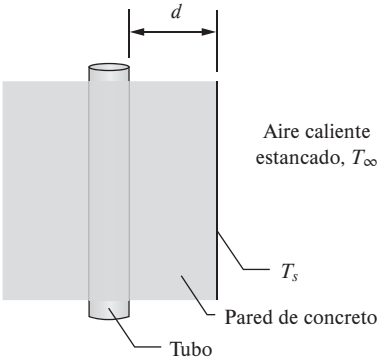


FIGURA P9-24

9-25 C&S Una placa vertical de acero inoxidable ASTM A240 410S de 0.5 m × 0.5 m tiene una superficie sometida a convección con un gas frío y estancado a –70 °C. El tipo de gas frío al que está expuesta la superficie de la placa alterna entre dióxido de carbono e hidrógeno. La temperatura mínima adecuada para la placa de acero inoxidable es –30 °C (Código ASME para tuberías de proceso, ASME B31.3-2014, tabla A-1M). Determine la tasa de adición de calor necesaria para evitar que la temperatura de la superficie de la placa caiga por debajo de la temperatura mínima adecuada, de modo que sea aplicable tanto al gas de dióxido de carbono como al gas de hidrógeno.

9-26 Una placa vertical delgada de 0.5 m de largo se somete a un flujo de calor constante en un lado, mientras que el otro lado se expone al aire frío a 5 °C. La superficie de la placa tiene una emisividad de 0.73 y su temperatura media es de 55 °C. Determine el flujo de calor en la superficie de la placa.

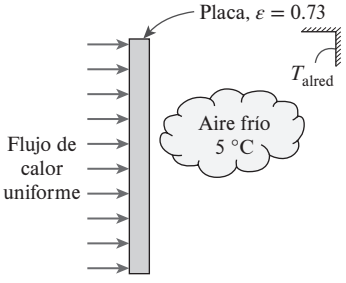


FIGURA P9-26

9-27 Una placa vertical delgada de 0.5 m de largo se somete a un flujo de calor uniforme de 1 200 W/m^2 en un lado, mientras que el otro lado se expone a gas hidrógeno a 5 °C. Suponiendo que las propiedades del gas de hidrógeno pueden evaluarse a 50 °C, determine la temperatura del punto medio de la placa $T_{L/2}$. ¿Es 50 °C una temperatura de película adecuada para evaluar las propiedades del gas hidrógeno?

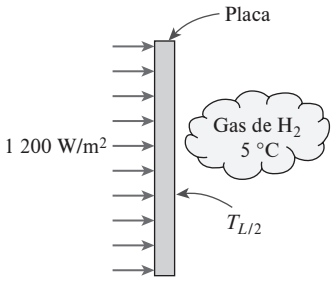


FIGURA P9-27

9-28 Una placa de cobre vertical delgada de 0.5 m de largo se somete a un flujo de calor constante de 1 000 W/m^2 en un lado, mientras que el otro lado se expone al aire a 5 °C. Determine la temperatura del punto medio de la placa para *a*) una superficie altamente pulida y *b*) una superficie negra y oxidada. *Sugerencia:* La temperatura del punto medio de la placa ($T_{L/2}$) se debe encontrar de forma iterativa. Comience los cálculos utilizando una temperatura de película a 30 °C.

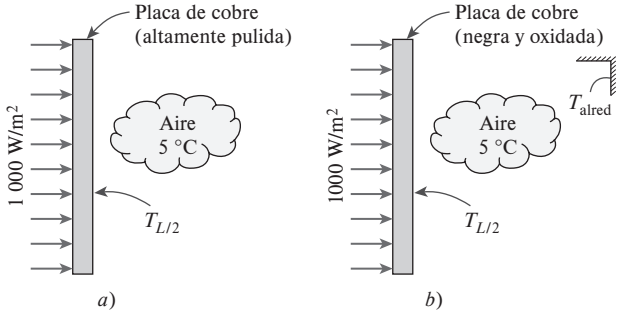


FIGURA P9-28

9-29 Reconsidere el problema 9-28. Usando el software apropiado, evalúe el efecto del flujo de calor uniforme en la superficie, en la temperatura del punto medio de la placa para *a*) la superficie altamente pulida y *b*) la superficie negra y oxidada. Al variar el flujo de calor de la superficie de 500 a 1 500 W/m^2, grafique la temperatura del punto medio de la placa en función del flujo de calor de la superficie.

9-30 Una superficie de letrero en la calle, de 0.2 m × 0.2 m, tiene una absortividad de 0.6 y una emisividad de 0.7. La radiación solar incide en el letrero de la calle a una tasa de 200 W/m^2, y el aire en reposo circundante está a 2 °C. Determine la temperatura de la superficie del letrero de la calle. Suponga que la temperatura de película es de 30 °C.

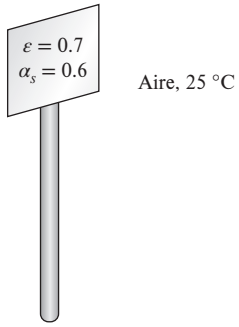


FIGURA P9-30

9-31 Considere una ventana de vidrio de 1.2 m de alto y 2 m de ancho con un grosor de 6 mm, conductividad térmica $k = 0.78$ W/m · K y emisividad $\varepsilon = 0.9$. La habitación y las paredes que dan a la ventana se mantienen a 25 °C, y la temperatura promedio de la superficie interna de la ventana se mide en 5 °C. Si la temperatura del exterior es –5 °C, determine *a*) el coeficiente de transferencia de calor por convección en la superficie interna de la ventana, *b*) la tasa de transferencia de calor total a través de la ventana, y *c*) la convección natural combinada y el coeficiente de transferencia de calor por radiación en la superficie exterior de la ventana. ¿Es razonable ignorar la resistencia térmica del vidrio en este caso?

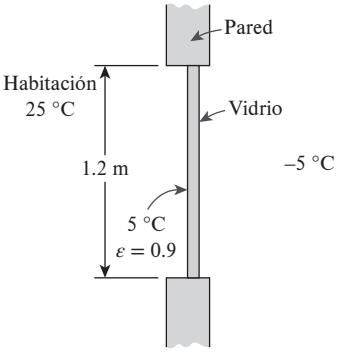


FIGURA P9-31

9-32I Considere una placa cuadrada delgada de 2 pies × 2 pies en una habitación a 75 °F. Un lado de la placa se mantiene a una temperatura de 130 °F, mientras que el otro lado está aislado. Determine la tasa de transferencia de calor de la placa por convección natural si es *a*) vertical, *b*) horizontal con la superficie caliente hacia arriba y *c*) horizontal con la superficie caliente hacia abajo.

9-33I Reconsidere el problema 9-32I. Usando el software apropiado, grafique la tasa de transferencia de calor por convección natural para diferentes orientaciones de la placa en función de su temperatura, en el rango de 80 a 180 °F, y analice los resultados.

9-34 Las superficies laterales de un horno industrial cúbico que quema gas natural, con 3 m de altura, no están aisladas y la temperatura en la superficie exterior de esta sección se mide en 110 °C. La temperatura de la sala del horno, incluidas sus superficies, es de 30 °C, y la emisividad de la superficie exterior del horno es de 0.7. Se propone que esta sección de la pared del horno esté aislada con aislante de lana de vidrio ($k = 0.038$ W/m · K) envuelta por una lámina reflectante ($\varepsilon = 0.2$) para reducir la pérdida de calor en 90%. Suponiendo que la temperatura de la superficie exterior de la sección de metal aún permanezca en aproximadamente 110 °C, determine el grosor del aislante que debe usarse.

El horno opera continuamente durante todo el año y tiene una eficiencia de 78%. El precio del gas natural es $1.10/therm (1 therm = 105 500 kJ de contenido de energía). Si la instalación del aislante cuesta $550 para materiales y mano de obra, determine cuánto tiempo le llevará al aislante recuperar su propio precio considerando la energía que ahorra.

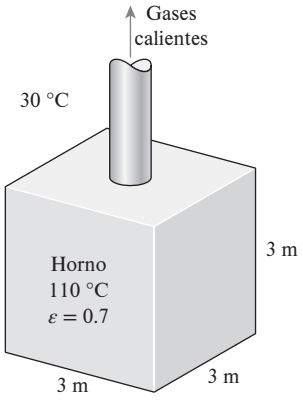


FIGURA P9-34

9-35 Considere una placa vertical con longitud L, colocada en aire quieto. Si la temperatura de película es de 20 °C y el número de Nusselt promedio en convección natural tiene la forma $\mathrm{Nu} = C\mathrm{Ra}_L^n$, demuestre que el coeficiente promedio de transferencia de calor puede expresarse como:

$$h = 1.51(\Delta T/L)^{1/4} \quad 10^4 < \mathrm{Ra}_L < 10^9$$
$$h = 1.19\,\Delta T^{1/3} \quad 10^{10} < \mathrm{Ra}_L < 10^{13}$$

9-36 Una placa de circuito de 50 cm × 50 cm, que contiene 121 chips cuadrados en un lado, debe enfriarse mediante convección natural y radiación combinadas montándola en una superficie vertical en una habitación a 25 °C. Cada chip disipa 0.18 W de potencia, y la emisividad de las superficies del chip es 0.7. Suponiendo que la transferencia de calor desde el lado posterior de la placa del circuito sea insignificante, y que la temperatura de las superficies alrededor sea la misma que la temperatura del aire de la habitación, determine la temperatura de la superficie de los chips. Evalúe las propiedades del aire a una temperatura de película de 30 °C y una presión de 1 atm. ¿Es esta una buena suposición? *Respuesta:* 36.2 °C

9-37 Repita el problema 9-36, suponiendo que la placa de circuito se coloque horizontalmente con *a*) los chips hacia arriba y *b*) los chips hacia abajo.

9-38 Considere una placa de circuito impreso (PCB) de 15 cm × 20 cm que tiene componentes electrónicos en un lado. El tablero se coloca en una habitación a 20 °C. La pérdida de calor de la superficie posterior de la placa es insignificante. Si la placa de circuito está disipando 8 W de potencia en funcionamiento estacionario, determine la temperatura promedio de la superficie caliente de la placa, suponiendo que esta sea *a*) vertical, *b*) horizontal con la superficie caliente hacia arriba y *c*) horizontal con la superficie caliente hacia abajo. Considere la emisividad de la superficie del tablero como 0.8 y suponga que las superficies alrededor están a la misma temperatura que el aire en la habitación. Evalúe las propiedades del aire a una temperatura de película de 32.5 °C y una presión de 1 atm. ¿Es esta una buena suposición? *Respuestas: a*) 46.6 °C, *b*) 42.6 °C, *c*) 50.7 °C

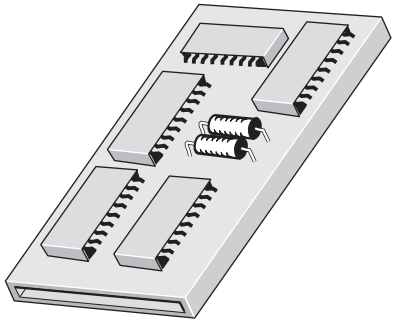


FIGURA P9-38

9-39 Reconsidere el problema 9-38. Usando el software apropiado, investigue los efectos de la temperatura ambiente y la emisividad de la placa sobre la temperatura de la superficie caliente de la placa para diferentes orientaciones. Varíe la temperatura ambiente en un rango de 5 a 35 °C y la emisividad de 0.1 a 1.0. Grafique la temperatura de la superficie caliente para diferentes orientaciones de la placa como funciones de la temperatura ambiente y la emisividad, y discuta los resultados.

9-40 C&S Una placa horizontal de acero inoxidable ASTM A240 410S de 0.6 m × 0.6 m tiene su superficie superior sometida a convección con aire frío y quieto. La temperatura mínima adecuada para la placa de acero inoxidable es –30 °C (Código ASME para tuberías de proceso, ASME B31.3-2014, tabla A-1M). Si se agrega calor a la placa a una tasa de 70 W, determine la temperatura más baja que puede alcanzar el aire sin hacer que la temperatura de la superficie de la placa se enfríe por debajo de la temperatura mínima adecuada. Evalúe las propiedades del aire a –50 °C. ¿Es esta una temperatura apropiada para evaluar las propiedades del aire?

9-41 Considere una placa horizontal delgada, de 24 cm de largo y 20 cm de ancho, suspendida en el aire a 20 °C. La placa está equipada con elementos de calentamiento por resistencia eléctrica con una capacidad nominal de 20 W. Ahora el calentador está encendido y la temperatura de la placa aumenta. Determine la temperatura de la placa cuando se alcanzan condiciones de funcionamiento estables. La placa tiene una emisividad

de 0.90 y las superficies alrededor están a 17 °C. Como suposición inicial, suponga una temperatura de superficie de 50 °C. ¿Es esta una buena suposición?

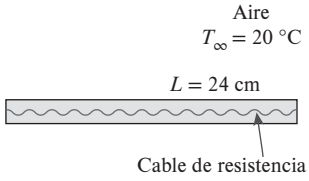


FIGURA P9-41

9-42 Un fabricante produce placas absorbentes de 1.2 m × 0.8 m para su uso en colectores solares. La parte posterior de la placa está fuertemente aislada, mientras que su superficie frontal está recubierta con cromo negro, el cual tiene una absortividad de 0.87 para radiación solar y una emisividad de 0.09. Considere una placa de este tipo colocada horizontalmente al aire libre en aire tranquilo a 25 °C. La radiación solar incide en la placa a una tasa de 600 W/m^2. Tomando la temperatura efectiva de cielo como 10 °C, determine la temperatura de equilibrio de la placa absorbente. ¿Cuál sería su respuesta si la placa de absorción está hecha de aluminio común, con una absortividad solar de 0.28 y una emisividad de 0.07? Evalúe las propiedades del aire a una temperatura de película de 70 °C y una presión de 1 atm. ¿Es esta una buena suposición?

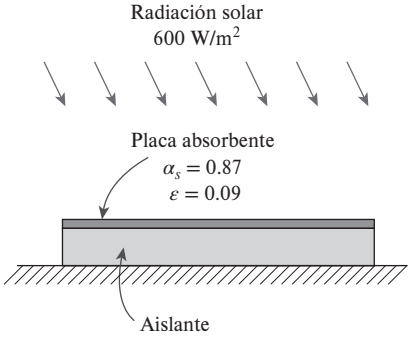


FIGURA P9-42

9-43 Repita el problema 9-42 para una placa de aluminio pintada de negro parejo (absortividad solar 0.98 y emisividad 0.98) y también para una placa pintada de blanco (absortividad solar 0.26 y emisividad 0.90). Evalúe las propiedades del aire a una temperatura de película de 45 °C y una presión de 1 atm. ¿Es esta una buena suposición?

9-44 C&S Una placa de acero ASTM A203 B horizontal de 0.6 m × 0.6 m tiene su superficie inferior sometida a convección con gas de hidrógeno frío y quieto a –70 °C. La temperatura mínima adecuada para la placa de acero es –30 °C (Código ASME para tuberías de proceso, ASME B31.3-2014, tabla A–1M). La superficie de la placa inferior tiene una emisividad de 0.3, y el intercambio de radiación térmica se produce entre la superficie de la placa inferior y los alrededores a –70 °C. Determine la tasa de adición de calor necesaria para evitar que la temperatura inferior de la superficie de la placa caiga por debajo de la temperatura mínima adecuada.

9-45 C&S Dos placas metálicas horizontales de 0.6 m × 0.6 m están aseguradas juntas por una serie de pernos de acero inoxidable (ASTM A437 B4B). Los tornillos se nivelan con la superficie superior de la placa de metal. El código ASME para tuberías de proceso limita la temperatura mínima adecuada para los pernos de acero inoxidable ASTM A437 B4B a –30 °C (ASME B31.3-2014, tabla A-2M). Para evitar que los pernos se expongan directamente al gas de hidrógeno quieto y frío a –60 °C, se une una placa de cerámica del mismo tamaño a las placas de metal. La placa de cerámica tiene una conductividad térmica de 1.4 W/m · K, y su superficie tiene una emisividad de 0.9. La superficie superior de la placa de cerámica se somete a convección con un gas de hidrógeno frío e inactivo, y el intercambio de radiación térmica se produce con los alrededores a –60 °C. Si la temperatura de la superficie de la placa de cerámica es –40 °C, determine el espesor mínimo de la placa de cerámica de manera que se evite que los pernos de acero inoxidable se enfríen por debajo de la temperatura mínima adecuada.

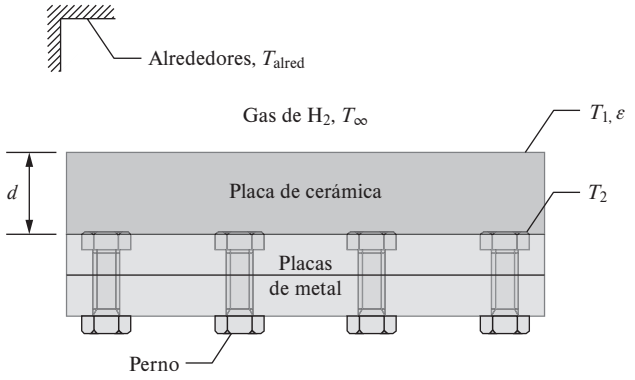


FIGURA P9-45

9-46 Una parrilla circular de 0.25 m de diámetro tiene una emisividad de 0.8. Si la temperatura de la superficie se mantiene a 150 °C, determine la potencia eléctrica requerida cuando el aire de la habitación y los alrededores estén a 30 °C.

9-47 Una lata de aceite para motores con una altura de 150 mm y un diámetro de 100 mm se coloca verticalmente en el maletero de un automóvil. En un día caluroso de verano, la temperatura en el maletero es de 43 °C. Si la temperatura de la superficie de la lata es de 17 °C, determine la tasa de transferencia de calor desde la superficie de la lata. Ignore la transferencia de calor desde los extremos de la lata.

9-48 Los gases de combustión de un incinerador se liberan a la atmósfera utilizando una chimenea de 0.6 m de diámetro y 10.0 m de altura. La superficie exterior de la chimenea está a 40 °C y el aire de alrededor a 10 °C. Determine la tasa de transferencia de calor de la chimenea, suponiendo que *a*) no haya viento y *b*) la chimenea esté expuesta a viento a 20 km/h.

9-49 Está hirviendo una cantidad de agua en una sartén de 12 cm de profundidad con un diámetro exterior de 25 cm que se coloca encima de una estufa. El aire ambiental y las superficies de alrededor están a una temperatura de 25 °C, y la emisividad de la superficie externa de la bandeja es de 0.80. Suponiendo que toda la sartén esté a una temperatura promedio de 98 °C, deter-

mine la tasa de pérdida de calor desde la superficie lateral cilíndrica de la sartén hacia los alrededores mediante *a*) convección natural y *b*) radiación. Además, *c*) si el agua está hirviendo a una tasa de 1.5 kg/h a 100 °C, determine la tasa del calor perdido de las superficies laterales de la bandeja respecto a la evaporación del agua. La entalpía de vaporización de agua a 100 °C es 2 257 kJ/kg. *Respuestas:* 46.2 W, 47.3 W, 0.099

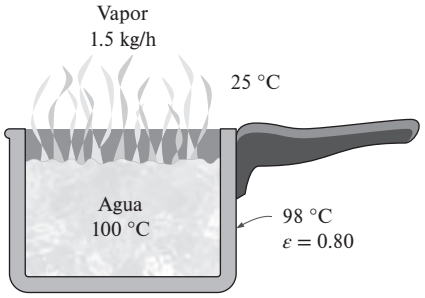


FIGURA P9-49

9-50 Repita el problema 9-49 para una sartén cuya superficie exterior está pulida y tiene una emisividad de 0.1.

9-51 En una planta que fabrica pinturas en aerosol enlatadas, las latas se someten a pruebas de temperatura en baños de agua a 60 °C antes de enviarse para garantizar que soporten temperaturas de hasta 55 °C durante el transporte y su entrega en tiendas (como se muestra en la figura P9-51). Las latas, que se mueven en un transportador, ingresan al baño de agua caliente, que tiene 0.5 m de profundidad, 1 m de ancho y 3.5 m de largo, y se mueven lentamente en el agua caliente hacia el otro extremo. Algunas de las latas no pasan la prueba y explotan en el baño de agua. El contenedor de agua está hecho de chapa metálica, y todo el contenedor tiene aproximadamente la misma temperatura que el agua caliente. La emisividad de la superficie externa del contenedor es 0.7. Si la temperatura del aire y las superficies de alrededor son de 20 °C, determine la tasa de pérdida de calor de las cuatro superficies laterales del recipiente (ignore la superficie superior, que está abierta).

El agua se calienta eléctricamente mediante calentadores de resistencia, y el costo de la electricidad es de $0.085/kWh. Si la planta funciona las 24 h del día los 365 días del año y, por tanto, 8 760 h al año, determine el costo anual de las pérdidas de calor del contenedor para esta instalación.

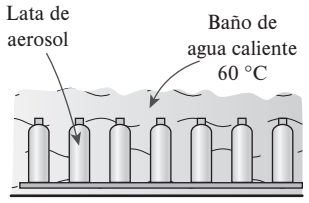


FIGURA P9-51

9-52 Reconsidere el problema 9-51. Para reducir el costo de calentamiento del agua, se propone aislar las superficies laterales e inferiores del recipiente con aislante de fibra de vidrio de 5 cm de espesor ($k = 0.035$ W/m·K) y envolver el aislante con aluminio ($\varepsilon = 0.1$) para minimizar la pérdida de calor por radiación. Se obtiene una estimación de un contratista de aislante local, que propone hacer el trabajo de aislante por $350, incluidos los materiales y la mano de obra. ¿Apoyarías esta propuesta? ¿Cuánto tiempo tardará el aislante en pagar su propio gasto con la energía que ahorraría? Evalúe las propiedades del aire a una temperatura de película de 23 °C y una presión de 1 atm. ¿Es esta una buena suposición?

9-53 Una habitación debe calentarse con una estufa de carbón, que es una cavidad cilíndrica con un diámetro exterior de 50 cm y una altura de 120 cm. La tasa de pérdida de calor de la habitación se estima en 1.5 kW cuando la temperatura del aire en la habitación se mantiene constante a 24 °C. La emisividad de la superficie de la estufa es de 0.85, y la temperatura promedio de las superficies de las paredes de alrededor es de 14 °C. Determine la temperatura de la superficie de la estufa. Ignore la transferencia de calor desde la superficie inferior y tome el coeficiente de transferencia de calor en la superficie superior igual de la superficie lateral.

El valor de calentamiento del carbón es de 30 000 kJ/kg y la eficiencia de la combustión de 65%. Determine la cantidad de carbón quemado en un día si la estufa funciona 14 h al día. Evalúe las propiedades del aire a una temperatura de película de 77 °C y una presión de 1 atm. ¿Es esta una buena suposición?

9-54 Considere un cilindro con una altura de 15 cm y un diámetro de 10 cm. El cilindro tiene una temperatura superficial de 43 °C, mientras que la temperatura del aire ambiente es de 17 °C. Determine si colocar el cilindro horizontal o verticalmente lograría una mayor tasa de transferencia de calor.

9-55 Una lata de refresco, hecha de aluminio y con 150 mm de longitud y 60 mm de diámetro, se coloca horizontalmente dentro de un compartimiento frigorífico que mantiene una temperatura de 4 °C. Si la temperatura de la superficie de la lata es de 36 °C, calcule la tasa de transferencia de calor de la lata, ignore la transferencia de calor desde los extremos.

9-56 C&S Una caldera suministra agua caliente a un lavavajillas comercial a través de una tubería horizontal con una temperatura superficial de 50 °C. El agua caliente sale de la caldera a 85 °C, ingresa a la tubería y se transporta al lavavajillas. El diámetro exterior de la tubería es de 20 mm, y la distancia de la tubería entre la caldera y el lavavajillas es de 20 m. La sección de la tubería entre la caldera y el agua de lavado está expuesta a convección natural con aire a una temperatura ambiente de 20 °C. El agua caliente fluye constantemente en la tubería a 10 g/s, y su calor específico es de 4.2 kJ/kg·K. La norma de la Fundación Nacional de Sanidad para equipos comerciales de lavado de vajillas (ANSI/NSF 3) requiere que la temperatura final del agua de enjuague sea de al menos 82 °C. En estas condiciones, ¿el agua caliente que ingresa al lavavajillas cumple con el estándar ANSI/NSF 3? De lo contrario, analice algunas formas posibles de aumentar la temperatura del agua que ingresa al lavavajillas.

9-57 La energía térmica generada por la resistencia eléctrica de un cable pelado de 5 mm de diámetro y 4 m de longitud se disipa al aire circundante a 20 °C. La caída de voltaje y la corriente eléctrica a través del cable en funcionamiento estacionario se miden en 60 V y 1.5 A, respectivamente. Sin conside-

rar la radiación, calcule la temperatura de la superficie del cable. Evalúe las propiedades del aire a una temperatura de película de 60 °C y una presión de 1 atm. ¿Es esta una buena suposición?

9-58 Un calentador de resistencia cilíndrico de 300 W tiene 0.75 m de largo y 0.5 cm de diámetro. El cable de resistencia se coloca horizontalmente en un fluido a 20 °C. Determine la temperatura de la superficie externa del cable de resistencia en funcionamiento estacionario si el fluido es *a*) aire y *b*) agua. Ignore cualquier transferencia de calor por radiación. Use propiedades a 500 °C para aire y 40 °C para agua.

9-59 Una sección de 12 m de largo de una tubería horizontal de agua caliente de 5 cm de diámetro pasa a través de una habitación grande cuya temperatura es de 27 °C. Si la temperatura y emisividad de la superficie externa de la tubería son 73 °C y 0.8, respectivamente, determine la tasa de pérdida de calor de la tubería por *a*) convección natural y *b*) radiación.

9-60 Las tuberías en las que fluyen fluidos densos, como el asfalto y la cera, a menudo se calientan para reducir la viscosidad de los fluidos y, por tanto, reducir los costos de bombeo. Considere el flujo de un fluido denso a través de una tubería de 100 m de largo con un diámetro exterior de 30 cm en aire ambiente quieto a 0 °C. La tubería se calienta eléctricamente y un termostato mantiene constante la temperatura de la superficie exterior de la tubería a 25 °C. La emisividad de la superficie exterior de la tubería es de 0.8, y la temperatura efectiva de cielo es de –30 °C. Determine la potencia nominal del calentador de resistencia eléctrica, en kW, que debe usarse. Además, determine el costo de la electricidad asociada con el calentamiento de la tubería durante un periodo de 15 h en las condiciones anteriores si el precio de la electricidad es de $0.09/kWh. *Respuesta:* 29.1 kW, $39.30

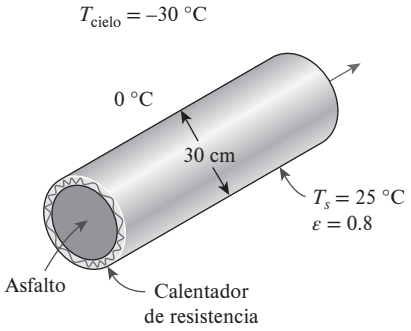


FIGURA P9-60

9-61 Reconsidere el problema 9-60. Para reducir el costo de calentar el tubo, se propone aislarlo con suficiente aislante de fibra de vidrio ($k = 0.035$ W/m · K) envuelto en papel de aluminio ($\varepsilon = 0.1$) para reducir las pérdidas de calor en 85%. Suponiendo que la temperatura de la tubería debe permanecer constante a 25 °C, determine el grosor del aislante que debe usarse. ¿Cuánto dinero ahorrará el aislante durante este periodo de 15 h? Evalúe las propiedades del aire a una temperatura de película de 5 °C y una presión de 1 atm. ¿Es esta una buena suposición? *Respuesta:* 1.3 cm, $33.40

9-62 C&S Una caldera suministra agua caliente a una maquinaria a través de una tubería horizontal. El agua caliente sale de la tubería y entra al aparato a 98 °C. El diámetro exterior de la tubería es de 20 mm y la distancia entre la caldera y la máquina de 30 m. La sección de la tubería entre la caldera y la maquinaria está expuesta a convección natural con aire a una temperatura ambiente de 20 °C. El agua caliente fluye constantemente en la tubería a 10 g/s, y su calor específico es de 4.2 kJ/kg · K. La temperatura en la superficie de la tubería es de 80 °C, y la tubería tiene una emisividad de 0.6 que contribuye a la radiación térmica con los alrededores a 20 °C. De acuerdo con las restricciones de servicio del Código de calderas y recipientes a presión ASME (ASME BPVC.IV-2015, HG-101), las calderas de agua caliente no deben funcionar a temperaturas superiores a 120 °C en o cerca de la salida de la caldera. Determine si la temperatura del agua que sale de la caldera cumple con el Código de calderas y recipientes a presión de ASME.

9-63 Un cable eléctrico de 3 mm de diámetro y 12 m de largo está firmemente envuelto con una cubierta de plástico de 1.5 mm de espesor cuya conductividad térmica y emisividad son $k = 0.20$ W/m · K y $\varepsilon = 0.9$. Las mediciones eléctricas indican que una corriente de 10 A pasa a través del cable, y hay una caída de voltaje de 7 V a lo largo del cable. Si el cable aislado está expuesto a aire atmosférico en calma a $T_\infty = 30$ °C, determine la temperatura en la interfase del cable y la cubierta de plástico en funcionamiento estacionario. Considere que las superficies alrededor están casi a la misma temperatura que el aire. Evalúe las propiedades del aire a una temperatura de película de 40 °C y una presión de 1 atm. ¿Es esta una buena suposición?

9-64 Durante una visita a una fábrica de láminas de plástico, se observó que una sección de 45 m de largo de una tubería de vapor nominal de 2 pulgadas (6.03 cm de diámetro exterior) se extendía desde un extremo de la planta al otro sin aislante. Las mediciones de temperatura en varios lugares revelaron que la temperatura promedio de las superficies expuestas de la tubería de vapor era de 170 °C, mientras que la temperatura del aire circundante era de 20 °C. La superficie exterior de la tubería parecía estar oxidada, y su emisividad puede ser de 0.7. Tomando la temperatura de las superficies alrededor como 20 °C también, determine la tasa de pérdida de calor de la tubería de vapor.

El vapor se genera en un horno de gas que tiene una eficiencia de 84%, y la fábrica paga $1.10 por termia de gas natural (1 termia = 105 500 kJ). La planta opera las 24 h al día, los 365 días del año y, por tanto, 8 760 h al año. Determine el costo anual de las pérdidas de calor de la tubería de vapor para esta instalación.

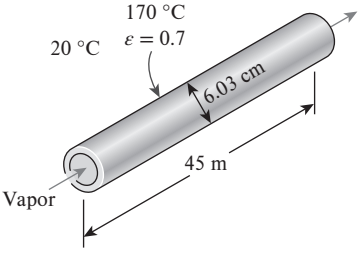


FIGURA P9-64

9-65 Reconsidere el problema 9-64. Usando el software apropiado, investigue el efecto de la temperatura de la superficie de la tubería de vapor en la tasa de pérdida de calor de la tubería y el costo anual de esta pérdida de calor. Varíe la temperatura de la superficie en un rango de 100 200 °C. Grafique la tasa de pérdida de calor y el costo anual en función de la temperatura de la superficie, y analice los resultados.

9-66 Un tanque de propano cilíndrico de 4 m de largo y 1.5 m de diámetro se llena inicialmente con propano líquido, cuya densidad es de 581 kg/m^3. El tanque está expuesto al aire ambiente a 25 °C en clima tranquilo. La superficie exterior del tanque está pulida para que la transferencia de calor por radiación sea insignificante. Ahora se desarrolla una grieta en la parte superior del tanque, y la presión en el interior cae a 1 atm mientras que la temperatura cae a –42 °C, que es la temperatura de ebullición del propano a 1 atm. El calor de vaporización del propano a 1 atm es de 425 kJ/kg. El propano se vaporiza lentamente como resultado de la transferencia de calor del aire ambiental al tanque, y el vapor de propano escapa del tanque a –42 °C a través de la grieta. Suponiendo que el tanque de propano esté aproximadamente a la misma temperatura que el propano en su interior en todo momento, determine cuánto tiempo le tomará al tanque vaciarse si no está aislado.

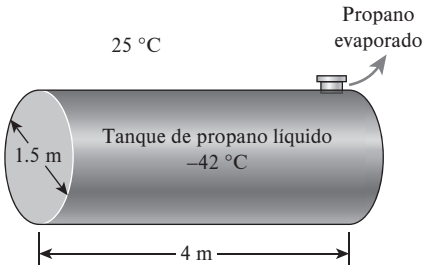


FIGURA P9-66

9-67 Se transporta una cantidad de agua caliente en una tubería horizontal (k = 0.15 W/m·K, D_i = 2.5 cm, D_o = 4.5 cm), donde la temperatura de la superficie interna de la tubería es de 100 °C. Una longitud de 2 m de la superficie exterior de la tubería está expuesta al aire frío a 12 °C. Suponiendo que las propiedades del aire pueden evaluarse a 40 °C y 1 atm de presión, determine la temperatura de la superficie exterior de la tubería. ¿Son 40 °C una temperatura de película adecuada para la evaluación de las propiedades del aire?

9-68 C&S Un chorro de agua agua fluye en una tubería horizontal de cloruro de polivinilo clorado (CPVC) con un diámetro interno y externo de 15 mm y 20 mm, respectivamente. La conductividad térmica de la tubería de CPVC es 0.136 W/m·K. El coeficiente de transferencia de calor por convección en la superficie interna de la tubería con el flujo de agua es de 50 W/m^2·K. Una sección de la tubería está expuesta al aire caliente estancado a 107 °C, y la longitud de la sección de la tubería en el aire caliente es de 1 m. La temperatura máxima recomendada para tuberías de CPVC según el Código ASME para tuberías de proceso es 93 °C (ASME B31.3 2014, tabla B-1). Determine la temperatura máxima que puede alcanzar el agua que fluye dentro de la tubería sin que la temperatura de la tubería de CPVC supere los 93 °C.

9-69 Una cantidad de aceite para motor caliente se transporta en una tubería horizontal (k = 15 W/m·K, D_i = 5 cm) con un espesor de pared de 5 mm. La tubería está cubierta con una capa de aislante de 5 mm de espesor (k = 0.15 W/m·K). Una longitud de 2 m de la superficie exterior está expuesta al aire frío a 10 °C. Si la temperatura de la superficie interna de la tubería es de 90 °C, determine la temperatura de la superficie externa. *Sugerencia:* La temperatura de la superficie exterior de la tubería se debe encontrar de forma iterativa. Comience los cálculos utilizando una temperatura de película de 50 °C.

9-70 Reconsidere el problema 9-69. Usando el software apropiado, evalúe el efecto del espesor de la capa de aislante en la temperatura de la superficie exterior. Al variar el grosor de la capa de aislante de 5 a 15 mm, grafique la temperatura de la superficie exterior en función del grosor de la capa de aislante.

9-71 Un fluido caliente (k_{fluido} = 0.72 W/m·K) fluye como flujo laminar completamente desarrollado dentro de una tubería con un diámetro interno de 35 mm y un espesor de pared de 5 mm. La tubería tiene 10 m de largo y la superficie exterior está expuesta al aire a 10 °C. La diferencia de temperatura promedio entre el fluido caliente y la superficie interna de la tubería es ΔT_{prom} = 10 °C, y las temperaturas de la superficie interna y externa son constantes. Determine la temperatura de la superficie exterior de la tubería. Evalúe las propiedades del aire a 50 °C. ¿Es esta una buena suposición?

9-72 Un líquido caliente (c_p = 1 000 J/kg·K) fluye a una tasa de flujo de 0.05 kg/s dentro de una tubería de cobre con un diámetro interno de 45 mm y un espesor de pared de 5 mm. En la salida de la tubería, la temperatura del líquido disminuye en 10 °C desde su temperatura en la entrada. La superficie externa de la tubería de cobre de 5 m de largo está oxidada en negro, lo que somete la superficie externa a transferencia de calor por radiación. La temperatura del aire que rodea la tubería es de 10 °C. Suponiendo que las propiedades del aire pueden evaluarse a 35 °C y 1 atm de presión, determine la temperatura de la superficie exterior de la tubería. ¿Son 35 °C una temperatura de película adecuada para la evaluación de las propiedades del aire?

9-73 PtD Un líquido caliente (c_p = 1 000 J/kg·K) fluye a una tasa de 0.028 kg/s dentro de una tubería de 5 m de largo con un diámetro interno de 45 mm y un espesor de pared de 5 mm. En la salida de la tubería, la temperatura del líquido disminuye 10 °C desde su temperatura de entrada. La tubería se encuentra en un entorno con aire a 10 °C. Para evitar riesgos de quemaduras térmicas, la temperatura de la superficie exterior de la tubería debe ser de 45 °C o menos. En lugar de cubrir la tubería con aislante, un ingeniero sugirió pintar la superficie externa de la tubería con pintura negra (ε = 0.88). Determine si pintar o no la superficie exterior de la tubería de negro es suficiente para mantener la temperatura por debajo de 45 °C. Evalúe las propiedades del aire a 25 °C y 1 atm de presión. ¿Es esta una buena suposición?

9-74I Una persona promedio genera calor a una tasa de 240 Btu/h mientras descansa en una habitación a 70 °F. Asumiendo que una cuarta parte de este calor se emite de la cabeza y tomando la emisividad de la piel como 0.9, determine la temperatura promedio de la superficie de la cabeza cuando no está

cubierta. La cabeza se puede aproximar como una esfera de 12 pulgadas de diámetro, y se puede suponer que las superficies interiores de la habitación están a temperatura ambiente.

9-75 Una bombilla incandescente es un dispositivo económico pero altamente ineficiente que convierte la energía eléctrica en luz. Convierte alrededor de 5% de la energía eléctrica que consume en luz mientras convierte el 95% restante en calor. El bulbo de vidrio de la lámpara se calienta muy rápidamente como resultado de absorber todo ese calor y disiparlo a los alrededores por convección y radiación. Considere una bombilla de 8 cm de diámetro y 60 W en una habitación a 25 °C. La emisividad del vidrio es 0.9. Suponiendo que 5% de la energía pasa a través del bulbo de vidrio como luz con una absorción insignificante y el resto de la energía es absorbida y disipada por el mismo bulbo por convección natural y radiación, determine la temperatura de equilibrio del bulbo de vidrio. Suponga que las superficies interiores de la habitación están a temperatura ambiente. *Respuesta:* 175 °C

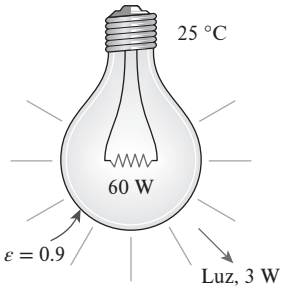


FIGURA P9-75

9-76 El agua en un tanque de 40 L debe calentarse de 15 a 45 °C mediante un calentador esférico de 6 cm de diámetro cuya temperatura superficial se mantiene a 85 °C. Determine cuánto tiempo debe mantenerse encendido el calentador.

9-77 Un tanque esférico de acero inoxidable de pared delgada de 2 m de diámetro se llena con productos químicos que experimentan una reacción. La reacción libera calor a través del tanque, donde la temperatura de la superficie exterior del tanque es de 50 °C y se expone al aire a 20 °C. La superficie de acero inoxidable del tanque tiene una emisividad de 0.35. Determine la tasa de liberación de calor de la reacción química dentro del tanque. ¿Es razonable el valor de emisividad dado para una superficie de acero inoxidable? ¿Cuál es la contribución de la convección natural a la tasa general de pérdida de calor en la superficie del tanque?

9-78 Se vierte un líquido caliente en un tanque esférico con un diámetro interno de 3 m y un espesor de pared de 3 cm. La pared del tanque está hecha de un material con una conductividad térmica de 0.15 W/m·K. El líquido caliente en el tanque hace que la temperatura de la superficie interna sea de 100 °C, mientras que la superficie externa del tanque está expuesta al aire a 20 °C y tiene una emisividad de 0.35. Determine la temperatura de la superficie exterior del tanque. Suponga que las propiedades del aire se pueden evaluar a 40 °C y 1 atm de presión. ¿Es esta una buena suposición?

9-79 PtD Se utiliza un tanque esférico de acero inoxidable con un diámetro interno de 3 m y un espesor de pared de 10 mm para contener una solución que experimenta una reacción exotérmica que genera 450 W/m^3 de calor. El tanque está ubicado en un entorno con aire a 15 °C. Para evitar quemaduras térmicas a las personas que trabajan cerca del tanque, la temperatura de la superficie exterior debe ser de 45 °C o menos. Determine si la superficie exterior del tanque debe pulirse ($\varepsilon = 0.2$) o pintarse de negro ($\varepsilon = 0.88$). Evalúe las propiedades del aire a 30 °C y 1 atm de presión. ¿Es esta una buena suposición?

9-80 PtD Un tanque esférico (k = 15 W/m·K) con un diámetro interno de 3 m y un espesor de pared de 10 mm se utiliza para almacenar cierto líquido caliente. El líquido caliente dentro del tanque hace que la temperatura de la superficie interna llegue hasta los 100 °C. Para evitar quemaduras térmicas a las personas que trabajan cerca del tanque, el tanque está cubierto con una capa de aislante de 7 cm de espesor ($k = 0.15$ W/m·K) y la superficie exterior está pintada para dar una emisividad de 0.35. El tanque está ubicado en un entorno con aire a 16 °C. Determine si la capa de aislante es o no suficiente para mantener la temperatura de la superficie exterior por debajo de 45 °C para evitar riesgos de quemaduras térmicas. Discuta formas de disminuir aún más la temperatura de la superficie exterior. Evalúe las propiedades del aire a 30 °C y 1 atm de presión. ¿Es esta una buena suposición?

Convección natural de superficies aletadas y PCB

9-81C ¿Por qué se usan con frecuencia las superficies con aletas? ¿Por qué las superficies con aletas se denominan disipadores de calor en la industria electrónica?

9-82C ¿Por qué los disipadores de calor con aletas compactas no son adecuados para la transferencia de calor por convección natural, aunque aumenten la superficie de transferencia de calor?

9-83C Considere un disipador de calor con un espacio óptimo entre las aletas. Explique cómo la transferencia de calor de este disipador de calor se verá afectada al *a*) retirar algunas de las aletas del disipador de calor y *b*) duplicar el número de aletas en el disipador de calor al reducir el espacio entre las aletas. El área base del disipador de calor permanece sin cambios en todo momento.

9-84 Se usan comúnmente disipadores de calor de aluminio de perfil rectangular para enfriar componentes electrónicos. Considere un disipador de calor disponible comercialmente de 7.62 cm de largo y 9.68 cm de ancho, cuya sección transversal y dimensiones son las que se muestran en la figura P9-84. El disipador de calor está orientado verticalmente y se utiliza para enfriar un transistor de potencia que puede disipar hasta 125 W. La superficie posterior del disipador de calor está aislada. Las superficies del disipador de calor no están tratadas, y en consecuencia, tienen una baja emisividad (por debajo de 0.1). Por tanto, la transferencia de calor por radiación desde el disipador de calor puede ignorarse. Durante un experimento realizado en el aire ambiente a 22 °C, la temperatura base del disipador de calor se midió en 120 °C cuando la disipación de potencia del transistor fue de 18 W. Suponiendo que todo el disipador de calor esté a la temperatura de la base, determine el coeficiente de transferencia de calor de convección natural promedio para este caso.

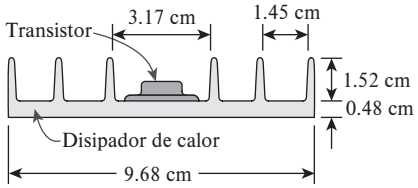


FIGURA P9-84

9-85 Reconsidere el disipador de calor en el problema 9-84. Para mejorar la transferencia de calor, se coloca muy cerca de las puntas de las aletas una cubierta (una placa metálica rectangular delgada), cuya área de superficie es igual al área de base del disipador de calor, de manera que los espacios entre las aletas se convierten en canales rectangulares. La temperatura base del disipador de calor en este caso se midió en 108 °C. Considerando que la cubierta pierde calor al aire ambiente desde ambos lados, determine el coeficiente promedio de transferencia de calor por convección natural en este caso cubierto (para detalles completos, ver Çengel y Zing, 1987).

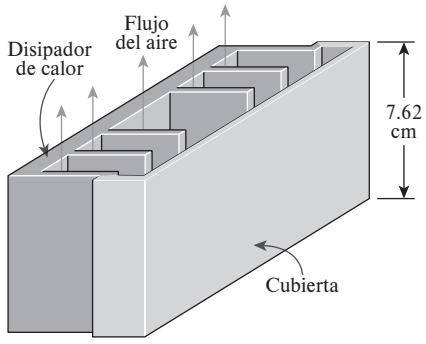


FIGURA P9-85

9-86 Una superficie caliente vertical de 15 cm de ancho y 18 cm de alto, expuesta al aire a 20 °C, debe enfriarse mediante un disipador de calor con aletas de perfil rectangular igualmente espaciadas. Las aletas tienen 0.1 cm de grosor, 4 cm de ancho y 18 cm de largo en dirección vertical. Determine el espaciado óptimo de las aletas y la tasa de transferencia de calor por convección natural desde el disipador de calor si la temperatura de la base es de 85 °C.

9-87I Una superficie caliente vertical de 6 pulgadas de ancho y 8 pulgadas de alto en aire a 78 °F debe ser enfriada por un disipador de calor con aletas de perfil rectangular igualmente espaciadas. Las aletas son de 0.08 pulgadas de grosor y 8 pulgadas de largo en dirección vertical, y tienen una altura de 1.2 pulgadas desde la base. Determine el espaciado óptimo de las aletas y la tasa de transferencia de calor por convección natural desde el disipador de calor si la temperatura de la base es 180 °F.

9-88I Reconsidere el problema 9-87I. Usando el software apropiado, investigue el efecto de la longitud de las aletas en la dirección vertical sobre el espaciado óptimo de las aletas y la tasa de transferencia de calor por convección natural. Varíe la longitud de la aleta en un rango de 2 a 10 pulgadas. Grafique el espaciado óptimo de la aleta y la tasa de transferencia de calor por convección en función de la longitud de la aleta, y analice los resultados.

Convección natural dentro de espacios cerrados

9-89C Los compartimientos superior e inferior de un contenedor bien aislado están separados por dos láminas de vidrio paralelas con un espacio de aire entre ellas. Uno de los compartimientos debe llenarse con un fluido caliente y el otro con un fluido frío. Si se desea que la transferencia de calor entre los dos compartimientos sea mínima, ¿recomendaría poner el fluido caliente en el compartimiento superior o inferior del contenedor?, ¿por qué?

9-90C Alguien afirma que el espacio de aire en una ventana de doble panel mejora la transferencia de calor desde una casa debido a las corrientes de convección naturales que ocurren en el espacio de aire y recomienda que la ventana de doble panel sea reemplazada por una sola hoja de vidrio cuyo grosor sea igual a la suma de los grosores de los dos cristales de la ventana de doble panel para ahorrar energía. ¿Está de acuerdo con esta afirmación?

9-91C Considere una ventana de doble panel que consta de dos láminas de vidrio separadas por un espacio de aire de 1 cm de ancho. Alguien sugiere insertar una delgada lámina de vinilo entre las dos láminas de vidrio para formar dos compartimientos de 0.5 cm de ancho en la ventana para reducir la transferencia de calor por convección natural a través de la ventana. Desde el punto de vista de la transferencia de calor, ¿estaría a favor de esta idea para reducir las pérdidas de calor a través de la ventana?

9-92C ¿Qué representa la conductividad efectiva de un recinto? ¿Cómo se relaciona el cociente entre la conductividad efectiva y la conductividad térmica con el número de Nusselt?

9-93 Muestre que la resistencia térmica de un recinto rectangular puede expresarse como $R = L_c/(Ak\ \mathrm{Nu})$, donde k es la conductividad térmica del fluido en el recinto.

9-94 Considere un recinto rectangular de 3 m de altura que consta de dos superficies separadas por un espacio de aire de 0.1 m a 1 atm. Si las temperaturas de la superficie a través del aire son de 30 y –10 °C, determine la proporción de la tasa de transferencia de calor para la orientación horizontal (con una superficie más caliente en la parte inferior) a la de la orientación vertical.

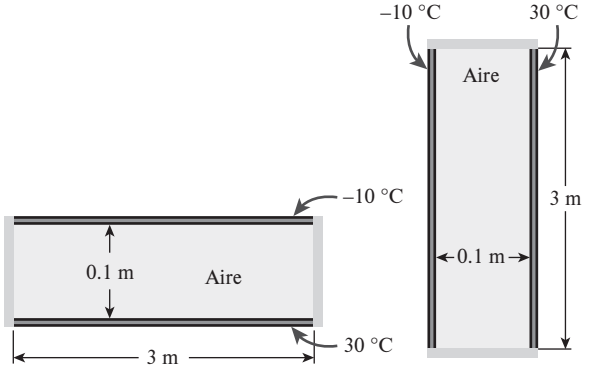


FIGURA P9-94

9-95 Los colectores solares de placa plana a menudo se inclinan hacia el Sol para interceptar una mayor cantidad de radiación solar directa. El ángulo de inclinación desde la horizontal también afecta la tasa de pérdida de calor del colector. Considere un colector solar de 1.5 m de alto y 3 m de ancho que está inclinado en un ángulo θ desde la horizontal. La parte posterior del absorbente está fuertemente aislada. La placa absorbente y la cubierta de vidrio, separadas 2.5 cm entre sí, se mantienen a temperaturas de 80 y 40 °C, respectivamente. Determine la tasa de pérdida de calor de la placa absorbente por convección natural para $\theta = 0°$, 30° y 90°.

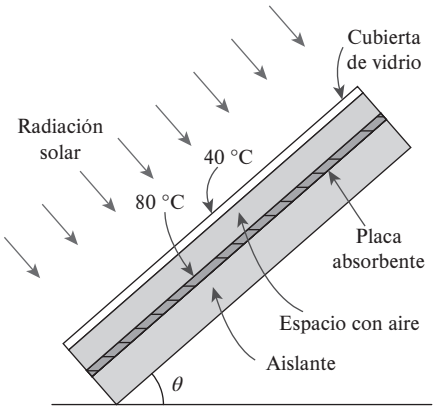


FIGURA P9-95

9-96 Un recinto vertical de 1.5 m de alto y 3.0 m de ancho consta de dos superficies separadas por un espacio de aire de 0.4 m a presión atmosférica. Si las temperaturas de la superficie a través del espacio de aire se miden en 280 K y 336 K y los valores de emisividad de la superficie son 0.15 y 0.90, determine la fracción de calor transferido a través del recinto por radiación. *Respuesta:* 0.30

9-97 Una ventana vertical de doble panel de 1.5 m de altura y 2.8 m de ancho consta de dos capas de vidrio separadas por un espacio de aire de 2.0 cm a presión atmosférica. La temperatura ambiente es de 26 °C, mientras que la temperatura interna del vidrio es de 18 °C. Sin tener en cuenta la transferencia de calor por radiación, determine la temperatura de la capa de vidrio exterior y la tasa de pérdida de calor a través de la ventana por convección natural.

9-98I Una ventana de doble panel vertical de 4 pies de alto y 6 pies de ancho consta de dos láminas de vidrio separadas por un espacio de aire de 1 pulgada a presión atmosférica. Si las temperaturas de la superficie del vidrio a través del espacio de aire se miden en 65 y 40 °F, determine la tasa de transferencia de calor a través de la ventana mediante *a*) convección natural y *b*) radiación. Además, determine el valor *R* del aislante de esta ventana, de tal manera que al multiplicar el inverso del valor *R* por el área de superficie y la diferencia de temperatura, se obtiene la tasa total de transferencia de calor a través de la ventana. La emisividad efectiva para usar en los cálculos de radiación entre dos grandes placas de vidrio paralelas es de 0.82.

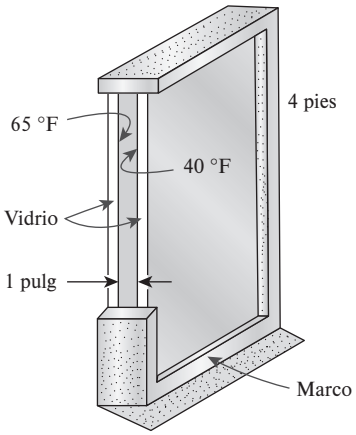


FIGURA P9-98I

9-99I Reconsidere el problema 9-98E. Usando el software apropiado, investigue el efecto del espesor del espacio de aire entre las tasas de transferencia de calor por convección natural y radiación y el valor *R* del aislante. Varíe el grosor del espacio de aire en un rango de 0.2 pulgadas a 2.0 pulgadas. Grafique las tasas de transferencia de calor por convección natural, por radiación, así como el valor *R* del aislante en función del espesor del espacio de aire, y analice los resultados.

9-100 Se construye un colector solar simple colocando un tubo de plástico transparente de 5 cm de diámetro alrededor de una manguera de jardín cuyo diámetro exterior es de 1.6 cm. La manguera está pintada de negro para maximizar la absorción solar, y se utilizan algunos anillos de plástico para mantener constante el espacio entre la manguera y la cubierta de plástico transparente. Durante un día despejado, la temperatura de la manguera se mide en 65 °C, mientras que la temperatura ambiente es de 26 °C. Determine la tasa de pérdida de calor por convección natural del agua en la manguera por metro de su longitud. Además, discuta cómo se puede mejorar el rendimiento de este colector solar. Evalúe las propiedades del aire a una temperatura promedio de 50 °C y una presión de 1 atm. ¿Es esta una buena suposición? *Respuesta:* 8.2 W

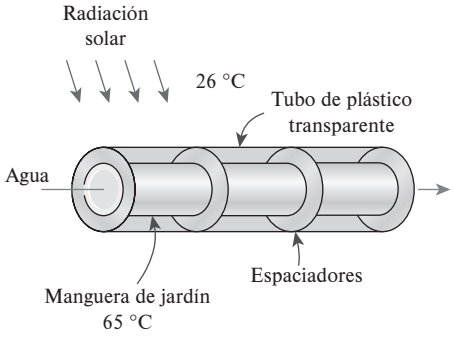


FIGURA P9-100

9-101 Reconsidere el problema 9-100. Usando el software apropiado, grafique la tasa de pérdida de calor del agua por convección natural en función de la temperatura del aire ambiente mientras la temperatura varía de 4 a 40 °C, y analice los resultados.

9-102 Considere dos cilindros horizontales concéntricos de 55 cm y 65 cm de diámetro y 125 cm de longitud. Las superficies de los cilindros interior y exterior se mantienen a 54 y 106 °C, respectivamente. Determine la tasa de transferencia de calor entre los cilindros por convección natural si el espacio anular se llena con *a*) agua y *b*) aire.

9-103 PtD Un líquido caliente (c_p = 950 J/kg·K) fluye a una tasa de flujo de 0.005 kg/s dentro de un tubo con un diámetro de 25 mm. A la salida del tubo, la temperatura del líquido disminuye en 8 °C desde su temperatura en la entrada. El líquido caliente hace que la temperatura de la superficie del tubo sea de 120 °C. Para evitar riesgos de quemaduras térmicas, el tubo está encerrado en una cubierta externa concéntrica de 5 cm de diámetro. Determine si la temperatura de la cubierta exterior es inferior a 45 °C para evitar quemaduras térmicas en la piel humana. Evalúe las propiedades del aire en el recinto concéntrico a 80 °C y 1 atm de presión. ¿Es esta una buena suposición?

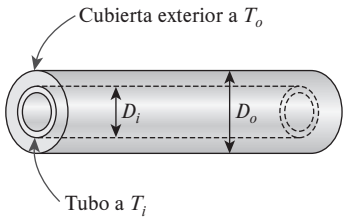


FIGURA P9-103

9-104 Dos esferas concéntricas con diámetros de 5 cm y 10 cm mantienen sus temperaturas de superficie constantes a 100 y 200 °C, respectivamente. El espacio entre las dos superficies esféricas concéntricas se llena con gas nitrógeno a 1 atm. Determine la tasa de transferencia de calor a través de este recinto.

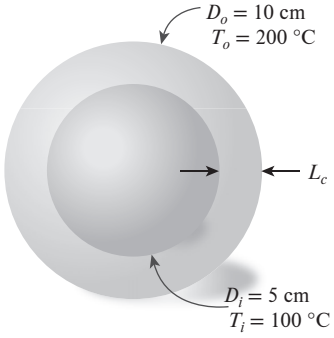


FIGURA P9-104

9-105 Dos esferas concéntricas de diámetros de 15 cm y 25 cm están separadas por aire a una presión de 1 atm. Las temperaturas de la superficie de las dos esferas que encierran el aire son T_1 = 350 K y T_2 = 275 K, respectivamente. Determine la tasa de transferencia de calor desde la esfera interna a la esfera externa por convección natural.

9-106 Reconsidere el problema 9-105. Usando el software apropiado, grafique la tasa de transferencia de calor por convección natural en función de la temperatura de la superficie caliente de la esfera mientras la temperatura varía de 250 K a 450 K, y discuta los resultados.

9-107 Dos esferas concéntricas de diámetros D_i = 20 cm y D_o = 30 cm están separadas por aire a una presión de 1 atm. Las temperaturas de la superficie de las dos esferas que encierran el aire son T_i = 320 K y T_o = 280 K, respectivamente. Determine la tasa de transferencia de calor desde la esfera interna a la esfera externa por convección natural.

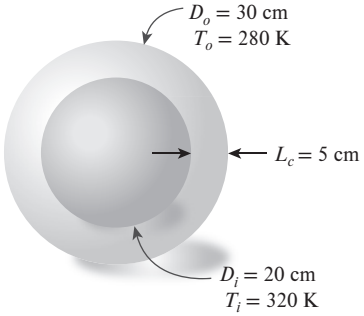


FIGURA P9-107

9-108 PtD Un tanque esférico con un diámetro interno de 3 m se llena con una solución que experimenta una reacción exotérmica que genera 233 W/m^3 de calor y hace que la temperatura de la superficie sea de 120 °C. Para evitar riesgos de quemaduras térmicas, el tanque está encerrado dentro de una cubierta externa concéntrica que proporciona un espacio de aire de 5 cm en el recinto. Determine si el espacio de aire es suficiente para mantener la temperatura de la cubierta exterior por debajo de 45 °C para evitar quemaduras térmicas en la piel humana. Evalúe las propiedades del aire en el recinto a 80 °C y 1 atm de presión. ¿Es esta una buena suposición?

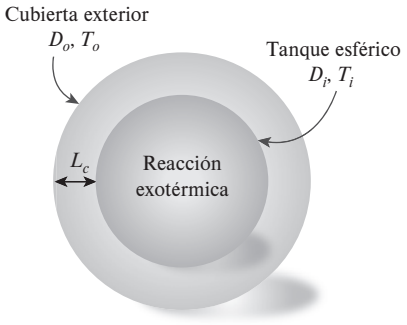


FIGURA P9-108

Convección natural y forzada, combinadas

9-109C ¿Cuándo es insignificante la convección natural y cuándo no en la transferencia de calor por convección forzada?

9-110C ¿En qué condiciones la convección natural mejora la convección forzada y en qué condiciones empeora la convección forzada?

9-111C Cuando ni la convección natural ni la forzada son insignificantes, ¿es correcto calcular cada una independientemente y sumarlas para determinar la transferencia de calor por convección total?

9-112 Considere una placa vertical de 6 m de largo a 60 °C en agua a 25 °C. Determine la tasa del movimiento forzado por encima del cual la transferencia de calor por convección natural desde esta placa es insignificante.

9-113 En una fábrica, las placas delgadas cuadradas de 3 m × 3 m, que salen del horno a 270 °C, se enfrían soplando aire ambiente a 18 °C horizontalmente en paralelo a sus superficies. Determine la velocidad del aire por encima de la cual los efectos de convección natural en la transferencia de calor son inferiores a 10% y, por tanto, son insignificantes.

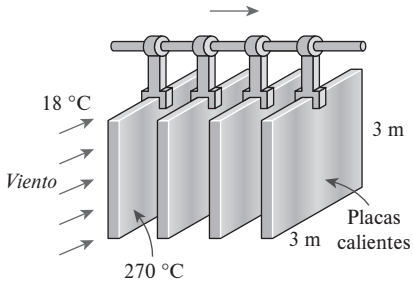


FIGURA P9-113

9-114 Una barra vertical de 150 mm de diámetro y 1 cm de largo tiene un chorro de agua fluyendo a través de su superficie exterior, a una velocidad de 0.5 m/s. La temperatura del agua es constante a 40 °C, y la temperatura de la superficie de la barra se mantiene a 120 °C. En estas condiciones, ¿son importantes los efectos de convección natural para el proceso de transferencia de calor?

9-115 Una barra de 150 mm de diámetro y 1 m de largo se coloca horizontalmente en un chorro de agua que fluye a través de su superficie exterior a una velocidad de 0.2 m/s. La temperatura del agua es constante a 40 °C, y la temperatura de la superficie de la barra se mantiene a 120 °C. En estas condiciones, ¿son importantes los efectos de convección natural para el proceso de transferencia de calor?

9-116 Considere una placa vertical de 5 m de largo a 85 °C en aire a 30 °C. Determine la velocidad del movimiento forzado por encima de la cual la transferencia de calor por convección natural desde esta placa es insignificante.

9-117 Reconsidere el problema 9-116. Usando el software apropiado, grafique la tasa de movimiento forzado por encima de la cual la transferencia de calor por convección natural es insignificante en función de la temperatura de la placa, mientras la temperatura varía de 50 a 150 °C, y analice los resultados.

9-118 Una placa de circuito de 12 cm de alto y 20 cm de ancho contiene 100 chips lógicos separados ampliamente en su superficie, cada uno con una disipación de 0.05 W. La placa es enfriada por un ventilador que sopla aire sobre la superficie caliente de la placa a 35 °C a una velocidad de 0.5 m/s. La transferencia de calor desde la superficie posterior de la placa es insignificante. Determine la temperatura promedio en la superficie de la placa de circuito asumiendo que el aire fluye verticalmente hacia arriba a lo largo del lado de 12 cm de largo *a*) ignorando la convección natural y *b*) considerando la convección natural. Omita cualquier transferencia de calor por radiación. Evalúe las propiedades del aire a una temperatura de película de 47.5 °C y una presión de 1 atm. ¿Es esta una buena suposición?

9-119 Una placa cuadrada horizontal de 0.25 m × 0.25 m a 125 °C se enfría soplando aire a 29 °C con una velocidad de 0.1 m/s sobre la superficie de la placa. Determine el número de Nusselt para este caso. Suponga que el lado posterior de la placa está aislada.

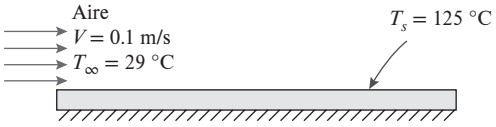


FIGURA P9-119

Tema de interés especial: transferencia de calor a través de ventanas

9-120C ¿Por qué las ventanas se separan en tres regiones al analizar la transferencia de calor en ellas? Mencione esas regiones y explique cómo se determina el valor *U* total de la ventana cuando se conocen los coeficientes de transferencia de calor para las tres regiones.

9-121C Considere tres ventanas similares de doble panel con anchos de espacio de aire de 5, 10 y 20 mm. ¿Para cuál caso la transferencia de calor a través de la ventana será mínima?

9-122C En una ventana ordinaria de doble panel, aproximadamente la mitad de la transferencia de calor es por radiación. Describa una forma práctica de reducir el componente de radiación de la transferencia de calor.

9-123C Considere una ventana de doble panel cuyo ancho de espacio de aire es de 20 mm. Ahora se usa una película delgada de poliéster para dividir el espacio de aire en dos capas de 10 mm de ancho. ¿Cómo afectará la película *a*) la convección y *b*) la transferencia de calor por radiación a través de la ventana?

9-124C Considere una ventana de doble panel cuyo espacio de aire está iluminado y lleno de argón gaseoso. ¿Cómo afectará el reemplazo del aire en el espacio con argón *a*) si hay convección y *b*) si hay transferencia de calor por radiación a través de la ventana?

9-125C ¿La tasa de transferencia de calor a través del encristalado de una ventana de doble panel es más alta en el centro o en el borde del área de vidrio? Explique.

9-126C ¿Cómo se comparan las magnitudes relativas de los factores U de ventanas con marcos hechos de aluminio, madera y vinilo? Suponga que las ventanas son idénticas a excepción de los marcos.

9-127 Determine el factor U para la sección del centro de vidrio de una ventana de doble panel con un espacio de aire de 13 mm para las condiciones de diseño de invierno. Los encristalados están hechos de vidrio transparente con una emisividad de 0.84. Considere la temperatura promedio del espacio de aire en condiciones de diseño como 10 °C y la diferencia de temperatura en el espacio de aire como 15 °C.

9-128 El factor U global de una ventana fija con marco de madera con doble encristalado es $U = 2.76\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}$ en condiciones de aire quieto en el interior y vientos de 12 km/h en el exterior. ¿Cuál será el factor U cuando la velocidad del viento exterior se duplique? *Respuesta:* $2.88\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}$

9-129 El propietario de una casa antigua en Wichita, Kansas, está considerando reemplazar las ventanas de un solo panel con marco de madera de doble puerta con ventanas de doble panel con marco de vinilo con un espacio de aire de 6.4 mm. Las nuevas ventanas son de doble puerta con separadores metálicos. La casa se mantiene a 22 °C en todo momento, pero solo se necesita calefacción cuando la temperatura exterior cae por debajo de 18 °C debido a la ganancia interna de calor de las personas, las luces, los electrodomésticos y el Sol. La temperatura promedio en invierno de Wichita es de 7.1 °C, y la casa se calienta con calentadores de resistencia eléctrica. Si el costo unitario de la electricidad es de \$0.085/kWh y el área total de las ventanas de la casa es de 17 m^2, determine cuánto dinero ahorrarán las nuevas ventanas al propietario por mes en invierno.

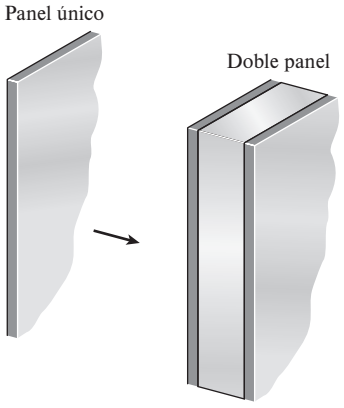


FIGURA P9-129

9-130 Considere una casa en Atlanta, Georgia, que se mantiene a 22 °C y tiene un total de 14 m^2 de área de ventanas. Las ventanas son de doble puerta con marcos de madera y separadores de metal. El encristalado consta de dos capas de vidrio con 12.7 mm de espacio de aire con una de las superficies internas recubiertas con película reflectante. La temperatura media en invierno de Atlanta es de 11.3 °C. Determine la tasa promedio de pérdida de calor a través de las ventanas en invierno. *Respuesta:* 319 W.

9-131I Considere una casa común con paredes R-13 (paredes que tienen un valor R de 13 $\text{h} \cdot \text{pie}^2 \cdot \text{°F/Btu}$). Compare esto con el valor R de las ventanas comunes de doble puerta que son de doble panel con 1/4 de pulgada de espacio de aire y tienen marcos de aluminio. Si las ventanas ocupan solo 20% del área de la pared, determine si se pierde más calor a través de las ventanas o a través del 80% restante del área de la pared. Ignore las pérdidas de infiltración.

9-132 Se considera instalar una ventana con marco de madera de doble puerta con encristalado de vidrio y separadores metálicos, en un espacio de 1.2 m de alto y 1.8 m de ancho en la pared de una casa a 20 °C. Determine la tasa de pérdida de calor a través de la ventana y la temperatura de la superficie interna del vidrio de la ventana que mira hacia la habitación cuando la temperatura del aire exterior es de –8 °C si la ventana se selecciona como *a*) encristalado simple de 3 mm, *b*) doble encristalado con un espacio de aire de 13 mm, y *c*) triple encristalado con recubrimiento bajo en un espacio de aire de 13 mm.

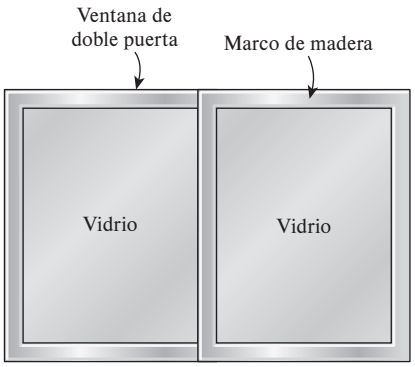


FIGURA P9-132

9-133 Determine el factor U global para una ventana de doble panel con marco de madera de doble puerta, con espacio de aire de 13 mm y separadores metálicos, y compare su resultado con el valor que figura en la tabla 9-6. Las dimensiones totales de la ventana son 2.00 m × 2.40 m, y las dimensiones de cada encristalado son 1.92 m × 1.14 m.

Problemas de repaso

9-134 Un calentador eléctrico de resistencia está diseñado de tal manera que se asemeja a una caja rectangular de 50 cm de alto, 80 cm de largo y 15 cm de ancho llena de 45 kg de aceite. El calentador debe colocarse contra una pared y, por tanto, la transferencia de calor desde su superficie posterior es insignificante. La temperatura de la superficie del calentador no debe exceder los 75 °C en una habitación a 25 °C por razones de seguridad. Sin tener en cuenta la transferencia de calor desde las superficies inferior y superior del calentador, ya que la superficie superior se utilizará como repisa, determine la potencia nominal del calefactor en W. Tome la emisividad de la superficie externa del calentador como 0.8 y la temperatura promedio de las superficies del techo y la pared será la misma que la temperatura del aire de la habitación. Además, determine cuánto

tiempo le tomará al calefactor alcanzar una operación estable cuando se enciende por primera vez (es decir, para que la temperatura del aceite aumente de 25 a 75 °C). Indique las suposiciones que asumió en sus cálculos.

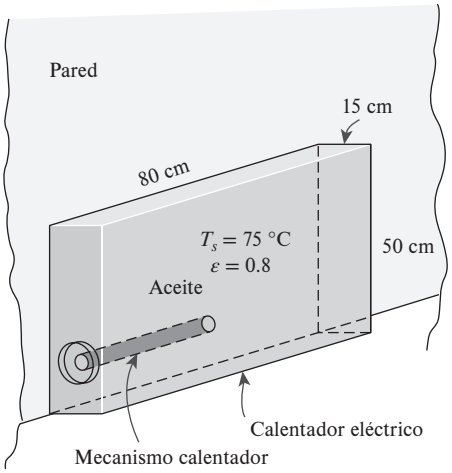


FIGURA P9-134

9-135 Durante una visita a cierta fábrica, se observó que una sección de 1.5 m de alto y 1 m de ancho de la sección frontal vertical de una pared del horno de gas natural estaba demasiado caliente para tocarla. Las mediciones de temperatura en la superficie revelaron que la temperatura promedio de la superficie caliente expuesta fue de 110 °C, mientras que la temperatura del aire circundante fue de 25 °C. La superficie parecía estar oxidada, y su emisividad puede ser de 0.7. Tomando también la temperatura de las superficies alrededor como 25 °C, determine la tasa de pérdida de calor de este horno. El horno tiene una eficiencia de 79%, y la planta paga $1.20 por termia de gas natural. Si la planta opera 10 h al día, 310 días al año y, por tanto, 3 100 h al año, determine el costo anual de la pérdida de calor de esta superficie caliente vertical en la sección frontal de la pared del horno.

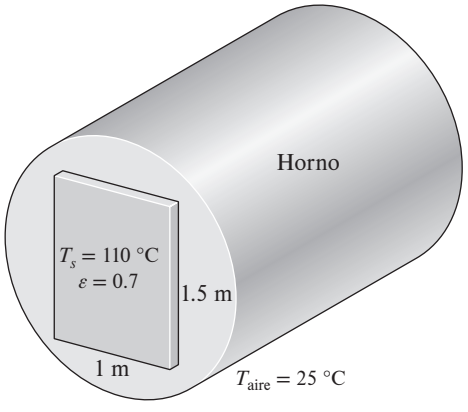


FIGURA P9-135

9-136 Considere un calentador eléctrico de agua caliente de 2 m de altura que tiene un diámetro de 40 cm y mantiene el agua caliente a 60 °C. El tanque está ubicado en una habitación pequeña a 20 °C cuyas paredes y techo tienen aproximadamente la misma temperatura. El tanque se coloca en una envolvente de chapa de 44 cm de diámetro de espesor insignificante, y el espacio entre el tanque y la envolvente se llena con espuma aislante. La temperatura promedio y la emisividad de la superficie externa de la envolvente son 40 °C y 0.7, respectivamente. El precio de la electricidad es de $0.08/kWh. Los aislantes para tanques de agua caliente lo suficientemente grandes como para envolver todo el tanque están disponibles en el mercado por aproximadamente $60. Si el propietario instala un aislante de este tipo en este tanque de agua, ¿cuánto tiempo tardará en pagar su propio gasto este aislante adicional? Haga caso omiso de cualquier pérdida de calor de las superficies superior e inferior, y suponga que el aislante reduce las pérdidas de calor en 80%.

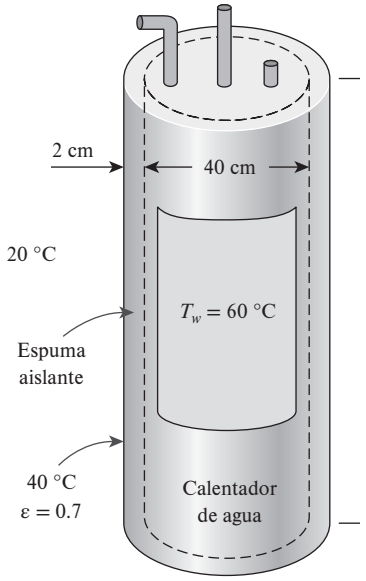


FIGURA P9-136

9-137 Una placa (0.5 m × 0.5 m) está inclinada en un ángulo de 30°. La superficie superior de la placa está bien aislada. Estime la tasa de pérdida de calor de la placa cuando la superficie del fondo se mantiene a 60 °C y el aire atmosférico en reposo está a 0 °C.

9-138 Se debe enfriar un grupo de 25 transistores de potencia, que disipan 1.5 W cada uno, uniéndolos a una placa de aluminio cuadrada anodizada en negro y montando la placa en la pared de una habitación a 30 °C. La emisividad del transistor y las superficies de la placa es 0.9. Suponiendo que la transferencia de calor desde el lado posterior de la placa sea insignificante y que la temperatura de las superficies alrededor sea la misma que la temperatura del aire de la habitación, determine el tamaño de la placa si la temperatura promedio de la superficie de la placa no debe exceder los 50 °C. *Respuesta:* 43 cm × 43 cm

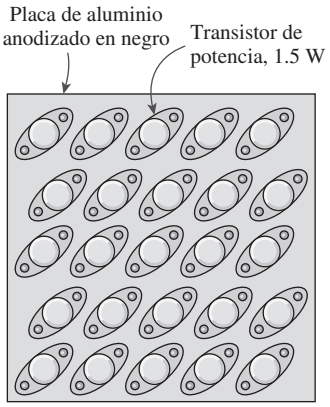


FIGURA P9-138

9-139 Repita el problema 9-138, suponiendo que la placa se coloque horizontalmente con *a*) transistores hacia arriba y *b*) transistores hacia abajo.

9-140 Considere una placa horizontal $L \times L$ que se coloca en aire en reposo, con la superficie caliente hacia arriba. Si la temperatura de la película es de 20 °C y el número promedio de Nusselt en convección natural tiene la forma $\mathrm{Nu} = C\mathrm{Ra}_L^n$, demuestre que el coeficiente promedio de transferencia de calor puede expresarse como

$$h = 1.95\,(\Delta T/L)^{1/4} \qquad 10^4 < \mathrm{Ra}_L < 10^7$$
$$h = 1.79\Delta T^{1/3} \qquad 10^7 < \mathrm{Ra}_L < 10^{11}$$

9-141 Considere un colector solar de placa plana, colocado horizontalmente en el techo plano de una casa. El colector tiene 1.5 m de ancho y 4.5 m de largo, y la temperatura promedio de la superficie expuesta del colector es de 42 °C. Determine la tasa de pérdida de calor del colector por convección natural durante un día tranquilo cuando la temperatura ambiente es de 8 °C. Además, determine la pérdida de calor por radiación, considerando la emisividad de la superficie del colector como 0.85 y la temperatura efectiva de cielo como –15 °C. *Respuestas:* 1 314 W, 1 762 W

9-142 Los tragaluces o "ventanas de techo" se usan comúnmente en hogares e instalaciones de fabricación, ya que dejan pasar la luz natural durante el día y, por tanto, reducen los costos de iluminación. Sin embargo, ofrecen poca resistencia a la transferencia de calor, y en invierno se pierden grandes cantidades de energía a menos que estén equipados con una cubierta aislante motorizada que se pueda usar en climas fríos y en las noches para reducir las pérdidas de calor. Considere un tragaluz horizontal de 1 m de ancho y 2.5 m de largo en el techo de una casa que se mantiene a 20 °C. El encristalado del tragaluz está hecho de una sola capa de vidrio de 0.5 cm de espesor ($k = 0.78$ W/m · K y $\varepsilon = 0.9$). Determine la tasa de pérdida de calor a través del tragaluz cuando la temperatura del aire exterior es de –10 °C y la temperatura efectiva de cielo es de –30 °C. Compare su resultado con la tasa de pérdida de calor a través de un área de superficie equivalente del techo que tiene una construcción de valor R de 5.34 común en unidades SI (es decir, una relación de conductividad térmica de espesor a efectivo de 5.34 $\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{K/W}$).

Evalúe las propiedades del aire a una temperatura de la película de –7 °C y una presión de 1 atm. ¿Es esta una buena suposición?

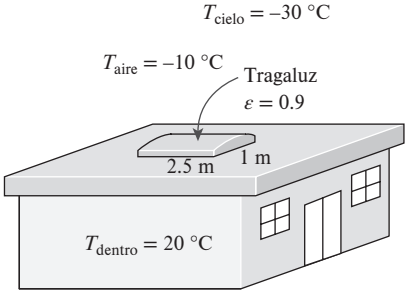


FIGURA P9-142

9-143 Una caja electrónica que consume 200 W de potencia es enfriada por un ventilador que sopla aire hacia el interior de la caja. Las dimensiones de la caja electrónica son 15 cm × 50 cm × 50 cm, y todas las superficies de la caja están expuestas al ambiente, excepto la superficie de la base. Las mediciones de temperatura indican que la caja está a una temperatura promedio de 32 °C cuando la temperatura ambiente y la temperatura de las paredes alrededor son de 25 °C. Si la emisividad de la superficie externa de la caja es 0.75, determine la fracción del calor perdido de las superficies externas de la caja electrónica.

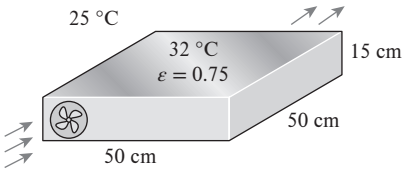


FIGURA P9-143

9-144I Los componentes de un sistema electrónico, que disipa 150 W, están ubicados en un conducto horizontal de 5 pies de largo cuya sección transversal es de 6 pulgadas × 6 pulgadas. Los componentes en el conducto son enfriados por aire forzado, que ingresa a 85 °F a una velocidad de 22 cfm y sale a 100 °F. Las superficies del conducto de chapa no están pintadas y, por tanto, la transferencia de calor por radiación desde las superficies externas es insignificante. Si la temperatura del aire ambiente es de 80 °F, determine *a*) la transferencia de calor desde las superficies externas del conducto al aire ambiente por convección natural y *b*) la temperatura promedio del conducto. Evalúe las propiedades del aire a una temperatura de película de 100 °F y una presión de 1 atm. ¿Es esta una buena suposición?

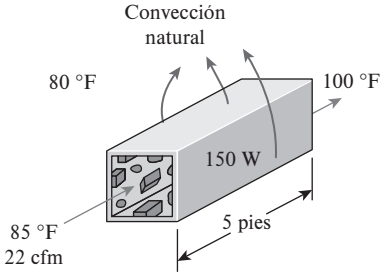


FIGURA P9-144I

9-145I Repita el problema 9-144E suponiendo que el ventilador falla y, por tanto, todo el calor generado dentro del conducto debe rechazarse al aire ambiente por convección natural a través de las superficies externas del conducto. Evalúe las propiedades del aire a una temperatura de película de 120 °F y una presión de 1 atm. ¿Es esta una buena suposición?

9-146I Repita el problema 9-144E para un conducto horizontal circular de 4 pulgadas de diámetro. Evalúe las propiedades del aire a una temperatura de película de 115 °F y una presión de 1 atm. ¿Es esta una buena suposición?

9-147 Los gases de escape de una planta de fabricación se descargan a través de una chimenea de escape de 10 m de altura con un diámetro exterior de 1 m. Los gases de escape se descargan a una tasa de 0.125 kg/s, mientras que la caída de temperatura entre la entrada y la salida de la chimenea de escape es de 30 °C, y el calor constante a presión específica de los gases de escape es de 1 600 J/kg · K. En un día particularmente tranquilo, la temperatura del aire en reposo de alrededor es de 33 °C. La radiación solar incide en la superficie exterior de la chimenea de escape a una tasa de 500 W/m^2, y tanto la emisividad como la absorción solar de la superficie exterior son 0.9. Determine la temperatura de la superficie exterior de la chimenea de escape. Suponga que la temperatura de película es de 60 °C.

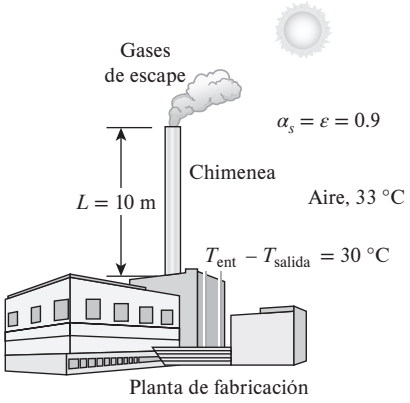


FIGURA P9-147

9-148 En el baño de una casa, constantemente a 20 °C, se encuentra un tanque de agua caliente cilíndrico de 40 cm de diámetro y 110 cm de altura. La temperatura de la superficie del tanque se mide a 44 °C y su emisividad es 0.4. Suponiendo que la temperatura de la superficie circundante sea también de 20 °C, determine la tasa de pérdida de calor de todas las superficies del tanque por convección natural y radiación.

9-149 Un cilindro de 12 cm de diámetro y 15 m de largo con una temperatura superficial de 10 °C se coloca horizontalmente en el aire a 40 °C. Calcule la tasa de transferencia de calor en estado estable para los casos de *a*) tasa del aire de flujo libre de 10 m/s debido a vientos normales y *b*) sin vientos y, por tanto, una tasa de flujo libre igual a cero.

9-150I Fluye agua caliente a una velocidad promedio de 4 pies/s a través de una tubería de hierro fundido ($k = 30$ Btu/h · pie · °F) cuyos diámetros interno y externo son 1.0 pulg y 1.2 pulg, respectivamente. La tubería pasa a través de una sección de 50 pies de largo de un sótano cuya temperatura es de 60 °F. La emisividad de la superficie externa de la tubería es de 0.5, y las paredes del sótano también están a aproximadamente 60 °F. Si la temperatura de entrada del agua es de 150 °F y el coeficiente de transferencia de calor en la superficie interna de la tubería es de 30 Btu/h · pie^2 · °F, determine la caída de temperatura del agua a medida que pasa por el sótano. Evalúe las propiedades del aire a una temperatura de película de 105 °C y una presión de 1 atm. ¿Es esta una buena suposición?

9-151I Una resistencia cilíndrica pequeña de 0.1 W montada en la parte inferior de una placa de circuito vertical tiene 0.3 pulgadas de largo y un diámetro de 0.2 pulgadas. La vista de la resistencia está bloqueada en gran medida por otra placa de circuito que está frente a ella, y la transferencia de calor a través de los cables de conexión son insignificantes. El aire puede fluir libremente a través de los grandes pasos de flujo paralelos entre las tablas como resultado de las corrientes de convección naturales. Si la temperatura del aire cerca de la resistencia es de 120 °F, determine la temperatura aproximada de la superficie de la resistencia. Evalúe las propiedades del aire a una temperatura de película de 170 °F y una presión de 1 atm. ¿Es esta una buena suposición? *Respuesta:* 211 °F

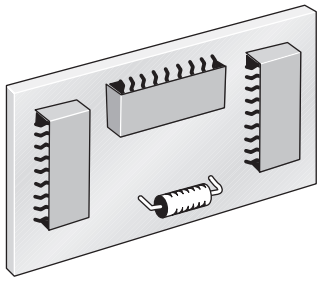


FIGURA P9-151I

9-152I Considere un horno industrial que se asemeja a un recinto cilíndrico horizontal de 13 pies de largo y 8 pies de diámetro cuyas superficies finales están bien aisladas. El horno quema gas natural a una tasa de 48 termias/h. La eficiencia de combustión del horno es de 82% (es decir, 18% de la energía química del combustible se pierde a través de los gases de combustión como resultado de una combustión incompleta y los gases de combustión que salen del horno a alta temperatura). Si la pérdida de calor de las superficies externas del horno por convección natural y radiación no debe exceder 1% del calor generado en el interior, determine la temperatura superficial más alta del horno permitida. Suponga que la temperatura de la superficie del aire y de la pared de la habitación es de 75 °F, y tome la emisividad de la superficie externa del horno a 0.85. Si el costo del gas natural es de $1.15/term y el horno opera 2 800 h por año, determine el costo anual de esta pérdida de calor para la planta. Evalúe las propiedades del aire a una temperatura de película de 107.5 °F y una presión de 1 atm. ¿Es esta una buena suposición?

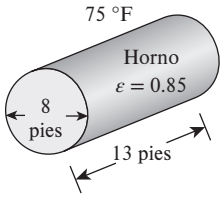


FIGURA P9-152I

9-153 Se utiliza un tanque esférico de 6 m de diámetro interno de acero inoxidable de 1.5 cm de espesor ($k = 15$ W/m·K) para almacenar agua helada a 0 °C en una habitación a 20 °C. Las paredes de la habitación también están a 20 °C. La superficie externa del tanque es negra (emisividad $\varepsilon = 1$), y la transferencia de calor entre la superficie externa del tanque y los alrededores es por convección natural y radiación. Suponiendo que todo el tanque de acero esté a 0 °C y, por tanto, que la resistencia térmica del tanque sea insignificante, determine *a*) la tasa de transferencia de calor al agua helada en el tanque y *b*) la cantidad de hielo a 0 °C que se derrite durante un periodo de 24 h. El calor específico de fusión del agua es 333.7 kJ/kg. *Respuestas: a*) 15.4 kW, *b*) 3 988 kg

9-154 Se utiliza un recipiente esférico con un diámetro exterior de 30.0 cm como reactor para una reacción endotérmica lenta. El recipiente está completamente sumergido en un gran tanque lleno de agua, mantenido a una temperatura constante de 30 °C. La temperatura de la superficie exterior del recipiente es de 20 °C. Calcule la tasa de transferencia de calor en funcionamiento constante para los siguientes casos: *a*) el agua en el tanque está quieta, *b*) el agua en el tanque está quieta como en la parte *a*); sin embargo, la fuerza de flotación causada por la diferencia en la densidad del agua es insignificante, y *c*) el agua en el tanque circula a una velocidad promedio de 20 cm/s.

9-155 Considere una ventana de doble panel de 1.2 m de alto y 2 m de ancho que consta de dos capas de vidrio de 3 mm de espesor ($k = 0.78$ W/m·K) separadas por un espacio de aire de 2.5 cm de ancho. Determine la tasa de transferencia de calor de estado estable a través de esta ventana y la temperatura de su superficie interna por un día durante el cual la habitación se mantiene a 20 °C, mientras que la temperatura exterior es de 0 °C. Tome los coeficientes de transferencia de calor en las superficies interna y externa de la ventana como $h_1 = 10$ W/m^2·K y $h_2 = 25$ W/m^2·K, respectivamente, y no considere la transferencia de calor por radiación. Evalúe las propiedades del aire a una temperatura de película de 10 °C y una presión de 1 atm. ¿Es esta una buena suposición?

9-156 Un colector solar consiste en un tubo horizontal de cobre de 5 cm de diámetro exterior encerrado en un tubo de vidrio delgado concéntrico de 9 cm de diámetro. El agua se calienta a medida que fluye a través del tubo, y el espacio anular entre el tubo de cobre y vidrio se llena con aire a una presión de 1 atm. Durante un día despejado, las temperaturas de la superficie del tubo y la cubierta de vidrio se miden en 60 °C y 32 °C, respectivamente. Determine la tasa de pérdida de calor del colector por convección natural por metro de longitud del tubo. *Respuesta:* 17.4 W

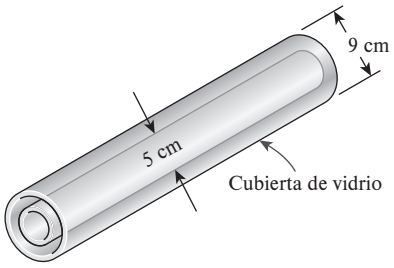


FIGURA P9-156

9-157 Un colector solar consiste en un tubo horizontal de aluminio de 5 cm de diámetro exterior encerrado en un tubo de vidrio delgado concéntrico de 7 cm de diámetro. El agua se calienta a medida que fluye a través del tubo de aluminio, y el espacio anular entre los tubos de aluminio y vidrio se llena de aire a una presión de 1 atm. La bomba que hace circular el agua falla durante un día despejado, y la temperatura del agua en el tubo comienza a aumentar. El tubo de aluminio absorbe la radiación solar a una tasa de 20 W por metro de longitud, y la temperatura del aire ambiente exterior es de 30 °C. Aproximando las superficies del tubo y la cubierta de vidrio como negras (emisividad $\varepsilon = 1$) en los cálculos de radiación y tomando la temperatura efectiva de cielo como 20 °C, determine la temperatura del tubo de aluminio cuando se establezca el equilibrio (es decir, cuando el pérdida neta de calor del tubo por convección y radiación es igual a la cantidad de energía solar absorbida por el tubo). Para los cálculos evalúe las propiedades del aire a una presión de 1 atm, suponga 33 °C para la temperatura de la superficie de la cubierta de vidrio y 45 °C para la temperatura del tubo de aluminio. ¿Son estas suposiciones apropiadas?

9-158 Dos esferas concéntricas con diámetros de 5 cm y 10 cm mantienen las temperaturas de la superficie a 200 y 100 °C, respectivamente (figura P9-158). El espacio entre las dos superficies esféricas concéntricas se llena con gas nitrógeno a 1 atm. Si ambas superficies de la esfera concéntrica son negras ($\varepsilon = 1$), determine la tasa de transferencia de calor en la superficie interna.

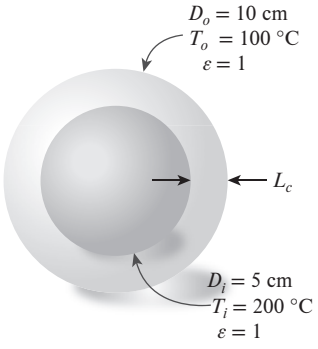


FIGURA P9-158

Problemas del examen de Fundamentos de ingeniería (FI)

9-159 Considere un huevo cocido en una nave espacial llena de aire a presión y temperatura atmosféricas en todo momento.

Sin tener en cuenta ningún efecto de radiación, ¿el huevo se enfriará más rápido o más lento cuando la nave espacial esté en el espacio en lugar del suelo?

a) más rápido *b*) no hay diferencia
c) más lento *d*) información insuficiente

9-160 Un objeto caliente suspendido por una cuerda debe enfriarse por convección natural en fluidos cuyo volumen cambia de manera diferente con la temperatura a presión constante. ¿En qué fluido será la tasa de enfriamiento más baja? Con el aumento de la temperatura, un fluido cuyo volumen:

a) aumenta mucho *b*) aumenta ligeramente
c) no cambia *d*) disminuye ligeramente
e) disminuye mucho

9-161 Un bloque esférico de hielo seco a –79 °C está expuesto al aire atmosférico a 30 °C. La dirección general en la que se mueve el aire en esta situación es:

a) horizontal *b*) arriba *c*) abajo
d) en círculos alrededor de la esfera *e*) sin movimiento

9-162 La fuerza impulsora principal para la convección natural es:

a) la fuerza de esfuerzo cortante
b) la fuerza de flotación
c) la fuerza de presión
d) la fuerza de tensión superficial
e) ninguna de las anteriores

9-163 Considere una placa horizontal de 0.7 m de ancho y 0.85 m de largo en una habitación a 30 °C. El lado superior de la placa está aislado, mientras que el lado inferior se mantiene a 0 °C. La tasa de transferencia de calor del aire de la habitación a la placa por convección natural es:

a) 36.8 W *b*) 43.7 W *c*) 128.5 W
d) 92.7 W *e*) 69.7 W

(Para el aire, use $k = 0.02476$ W/m · K, Pr = 0.7323, $\nu = 1.470 \times 10^{-5}$ m^2/s).

9-164 Una sección de 4 m de largo de una tubería horizontal de 5 cm de diámetro, en la que fluye refrigerante, pasa a través de una habitación a 20 °C. La tubería no está bien aislada y se observa que la temperatura de la superficie exterior de la tubería es de –10 °C. La emisividad de la superficie de la tubería es de 0.85, y las superficies alrededor están a 15 °C. La fracción de calor transferida a la tubería por radiación es:

a) 0.24 *b*) 0.30 *c*) 0.37
d) 0.48 *e*) 0.58

(Para el aire, use $k = 0.02401$ W/m · K, Pr = 0.735, $\nu = 1.382 \times 10^{-5}$ m^2/s).

9-165 Considere un cilindro horizontal de 0.2 m de diámetro y 1.8 m de largo en una habitación a 20 °C. Si la temperatura de la superficie exterior del cilindro es de 40 °C, su coeficiente de transferencia de calor por convección natural es:

a) 2.9 W/m^2 · K *b*) 3.5 W/m^2 · K *c*) 4.1 W/m^2 · K
d) 5.2 W/m^2 · K *e*) 6.1 W/m^2 · K

9-166 Un tanque esférico de 4 m de diámetro contiene agua helada a 0 °C. El tanque tiene una capa delgada y, por tanto, se puede suponer que la temperatura de su superficie exterior es la misma que la temperatura del agua helada en el interior. Ahora el tanque se coloca en un gran lago a 20 °C. La tasa a la que se derrite el hielo es:

a) 0.42 kg/s *b*) 0.58 kg/s *c*) 0.70 kg/s
d) 0.83 kg/s *e*) 0.98 kg/s

(Para el agua del lago, use $k = 0.580$ W/m · K, Pr = 9.45, $\nu = 0.1307 \times 10^{-5}$ m^2/s, $\beta = 0.138 \times 10^{-3}$ K^{-1}).

9-167 Una ventana vertical de doble panel consta de dos láminas de vidrio separadas por un espacio de aire de 1.2 cm a presión atmosférica. Las temperaturas de la superficie del vidrio a través del entrehierro se miden en 278 K y 288 K. Si se estima que la transferencia de calor por convección a través del recinto es 1.5 veces mayor que por conducción pura y que la tasa de transferencia de calor por radiación a través del recinto es aproximadamente de la misma magnitud que la convección, la emisividad efectiva de las dos superficies de vidrio es:

a) 0.35 *b*) 0.48 *c*) 0.59
d) 0.84 *e*) 0.72

9-168 Una ventana de doble panel horizontal de 1.5 m de ancho y 4.5 m de largo se forma con dos láminas de vidrio separadas por un espacio de 3.5 cm lleno de agua. Si las temperaturas de la superficie del vidrio en la parte inferior y superior se miden en 60 y 40 °C, respectivamente, la tasa de transferencia de calor a través de la ventana es:

a) 27.6 kW *b*) 39.4 kW *c*) 59.6 kW
d) 66.4 kW *e*) 75.5 kW

(Para el agua, use $k = 0.644$ W/m · K, Pr = 3.55, $\nu = 0.554 \times 10^{-6}$ m^2/s, $\beta = 0.451 \times 10^{-3}$ K^{-1}. Además, la correlación aplicable para este caso es $\text{Nu} = 0.069\ \text{Ra}^{1/3}\text{Pr}^{0.074}$).

9-169 Una ventana de doble panel vertical de 0.9 m de alto y 1.5 m de ancho consta de dos láminas de vidrio separadas por un espacio de aire de 2.0 cm a presión atmosférica. Si las temperaturas de la superficie del vidrio a través del entrehierro se miden a 20 30 °C, la tasa de transferencia de calor a través de la ventana es:

a) 16.3 W *b*) 21.7 W *c*) 24.0 W
d) 31.3 W *e*) 44.6 W

(Para el aire, use $k = 0.02551$ W/m · K, Pr = 0.7296, $\nu = 1.562 \times 10^{-5}$ m^2/s. Además, la correlación aplicable para este caso es $\text{Nu} = 0.42\ \text{Ra}^{1/4}\ \text{Pr}^{0.012}\ (\text{H/L})^{-0.3}$).

9-170 Dos cilindros concéntricos de diámetros $D_i = 30$ cm y $D_o = 40$ cm y longitud $L = 5$ m están separados por aire a una presión de 1 atm. El calor se genera dentro del cilindro interno de manera constante a una tasa de 1 100 W/m^3, y la temperatura de la superficie interna del cilindro externo es de 300 K. La temperatura constante de la superficie externa del cilindro interno es:

a) 402 K *b*) 415 K *c*) 429 K
d) 442 K *e*) 456 K

(Para el aire, use $k = 0.03095$ W/m · K, Pr = 0.7111, $\nu = 2.306 \times 10^{-5}$ m^2/s).

Problemas de diseño y problemas tipo ensayo

9-171 Escriba un programa de computadora para evaluar la variación de la temperatura con el tiempo de placas delgadas de metal cuadradas que se retiran de un horno a una temperatura específica y se colocan verticalmente en una habitación grande. El usuario debe especificar el grosor, tamaño, temperatura inicial, emisividad y las propiedades termofísicas de las placas, así como la temperatura ambiente. El programa debe evaluar la temperatura de las placas a intervalos específicos, y graficar los resultados en función del tiempo. La computadora debe enumerar las suposiciones hechas durante los cálculos antes de imprimir los resultados.

Para cada paso o intervalo de tiempo, suponga que la temperatura de la superficie es constante y evalúe la pérdida de calor durante ese intervalo de tiempo y la caída de temperatura de la placa como resultado de esta pérdida de calor. Esto proporciona la temperatura de la placa al final de un intervalo de tiempo, que debe servir como la temperatura inicial de la placa para el comienzo del siguiente intervalo.

Pruebe su programa para placas verticales de cobre de 0.2 cm de espesor de 40 cm × 40 cm de tamaño inicialmente a 300 °C enfriadas en una habitación a 25 °C. Tome la emisividad de la superficie como 0.9. Use un intervalo de tiempo de 1 s en los cálculos, pero imprima los resultados a intervalos de 10 s para un periodo de enfriamiento total de 15 min.

9-172 Escriba un programa de computadora para optimizar el espacio entre los dos paneles de vidrio de una ventana de doble panel. Suponga que el espacio está lleno de aire seco a presión atmosférica. El programa debe evaluar el valor práctico recomendado del espacio para minimizar las pérdidas de calor y enumerarlo cuando se especifique el tamaño de la ventana (la altura y el ancho) y las temperaturas de los dos paneles.

9-173 Póngase en contacto con un fabricante de disipadores de calor hechos con aluminio y obtenga su catálogo de productos para enfriar componentes electrónicos por convección natural y radiación. Escriba un ensayo sobre cómo seleccionar un disipador de calor adecuado para un componente electrónico cuando se especifica su disipación de potencia máxima y la temperatura de superficie máxima permitida.

9-174 Las superficies superiores de prácticamente todos los colectores solares de placa plana están cubiertas con vidrio para reducir las pérdidas de calor de la placa absorbente debajo. Aunque la cubierta de vidrio refleja o absorbe aproximadamente 15% de la radiación solar incidente, ahorra mucho más de las pérdidas potenciales de calor de la placa absorbente, por lo que se considera una parte esencial de un colector solar bien diseñado. Inspirado por la eficiencia energética de las ventanas de doble panel, alguien propone usar doble encristalado en colectores solares en lugar de una sola lámina de vidrio. Investigue si esta es una buena idea para la ciudad en la que vive. Utilice los datos meteorológicos locales y base su conclusión en análisis de transferencia de calor y consideraciones económicas.

Elemento de diseño: “Icono de C&S © McGraw-Hill Education; Icono de PtD © McGraw-Hill Education; arte de la computadora © McGraw-Hill Education”

CAPÍTULO

10

EBULLICIÓN Y CONDENSACIÓN

Se sabe, por la termodinámica, que cuando se incrementa la temperatura en un líquido a una presión específica, se eleva su temperatura al punto de saturación T_{sat} a esa presión, y se presenta la *ebullición*. De manera similar, cuando la temperatura de un vapor se reduce hasta su T_{sat}, se presenta la *condensación*. En este capítulo se estudian las tasas de transferencia de calor durante esas transformaciones de fase, es decir, de líquido a vapor y de vapor a líquido.

Aunque la ebullición y la condensación exhiben varias características únicas, estas se consideran formas de transferencia de calor por *convección,* puesto que están relacionadas con el movimiento del fluido (como la elevación de burbujas hasta la parte superior y el flujo del condensado hacia el fondo). La ebullición y la condensación difieren de las demás formas de convección en que dependen del *calor latente de vaporización* h_{fg} del fluido y de la *tensión superficial* σ en la interfase líquido-vapor, además de las propiedades del fluido en cada fase. En condiciones de equilibrio, la temperatura permanece constante durante un proceso de cambio de fase a una presión determinada, se transfieren grandes cantidades de calor (debido al calor latente de vaporización liberado o absorbido) durante la ebullición y la condensación esencialmente a temperatura constante. Sin embargo, en la práctica es necesario mantener una diferencia entre la temperatura superficial T_s y T_{sat} para tener una transferencia de calor efectiva. Los coeficientes de transferencia de calor h asociados con la ebullición y la condensación son típicamente mucho más altos que los que se encuentran en otras formas de procesos de convección que involucran una sola fase.

Se comienza este capítulo con el análisis de la *curva de ebullición* y las formas de ebullición en masa (estanque), como *ebullición por convección libre, ebullición nucleada* y *ebullición en película*. Después se estudia la ebullición en presencia de convección forzada. En la segunda parte de este capítulo se describe el mecanismo físico de la *condensación en película* y se estudia la transferencia de calor por condensación, con variadas geometrías y orientaciones. Por último, se presenta la *condensación por gotas* y se analiza la manera de mantenerlas.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al terminar de estudiar este capítulo, usted deberá ser capaz de:

- Diferenciar entre evaporación y ebullición, y familiarizarse con los diferentes tipos de ebullición.
- Desarrollar una buena comprensión de la curva de ebullición, y de los diferentes regímenes de ebullición correspondientes a las distintas regiones de la curva de ebullición.
- Calcular el flujo de calor y sus valores críticos asociados con la ebullición nucleada, y examinar los métodos que mejoran la transferencia de calor por ebullición.
- Deducir la relación del coeficiente de transferencia de calor en la condensación de película laminar, sobre una placa vertical.
- Calcular el flujo de calor asociado con la condensación en placas inclinadas y horizontales, cilindros o esferas, y haces de tubos verticales y horizontales.
- Examinar la condensación por gotas y comprender las incertidumbres asociadas con ella.

FIGURA 10-1

El proceso de cambio de fase de líquido a vapor se llama *evaporación* si se origina en la interfase líquido-vapor. Y si sucede en la interfase sólido-líquido recibe el nombre de ebullición.

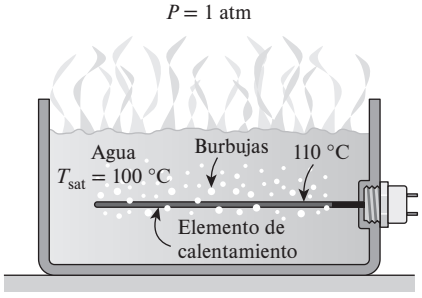


FIGURA 10-2

La ebullición se presenta cuando un líquido se pone en contacto con una superficie que está a una temperatura por encima de la temperatura de saturación del líquido.

10-1 ▪ TRANSFERENCIA DE CALOR POR EBULLICIÓN

Muchas aplicaciones en la ingeniería involucran a la condensación y la transferencia de calor por ebullición. Por ejemplo, en un refrigerador doméstico, el refrigerante absorbe calor del espacio refrigerado por ebullición en la sección del *evaporador* y rechaza el calor hacia el aire de la cocina por medio de la condensación en la sección del *condensador* (los largos serpentines que se encuentran detrás o por debajo del refrigerador). Asimismo, en las plantas generadoras de electricidad por medio del vapor, se transfiere calor al agua en la *caldera*, donde el agua se evapora y el calor del vapor de desecho es separado en el *condensador* donde el vapor se condensa. Algunos componentes electrónicos se enfrían al sumergirlos en un fluido con una temperatura de ebullición adecuada.

La ebullición es un proceso de cambio de fase de líquido a vapor similar a la evaporación; sin embargo, existen diferencias significativas entre las dos. La **evaporación** se presenta en la *interfase líquido-vapor,* cuando la presión del vapor es menor a la presión de saturación del líquido a una determinada temperatura. Por ejemplo, el agua de un lago se evapora hacia el aire a 20 °C con una humedad relativa de 60%, ya que la presión de saturación es 2.3 kPa a esta temperatura, pero la presión del vapor del aire en esas condiciones es de 1.4 kPa (las velocidades de evaporación se presentan en el capítulo 14). Otros ejemplos de evaporación son el secado de ropa, frutas y vegetales; la evaporación del sudor para enfriar el cuerpo humano; y la eliminación del calor de las torres de enfriamiento de agua. La evaporación no involucra la formación de burbujas o el movimiento de estas (figura 10.1).

La **ebullición** se presenta en la *interfase sólido-líquido* cuando un líquido se pone en contacto con una superficie mantenida a una temperatura T_s por encima de la temperatura de saturación T_{sat} del líquido (figura 10.2); por ejemplo, a 1 atm, el agua líquida en contacto con una superficie sólida a 110 °C hierve, puesto que la temperatura de saturación del agua a 1 atm es de 100 °C. El proceso de ebullición se caracteriza por la rápida formación de *burbujas de vapor* en la interfase sólido-líquido que se separan de la superficie cuando alcanzan cierto tamaño e intentan elevarse a la superficie libre del líquido. Cuando se cocina, no se dice que el agua está hirviendo hasta que se pueden observar las burbujas elevándose respecto a la superficie del agua. La ebullición es un fenómeno complicado debido a que participan un gran número de variables en el proceso, y los complejos patrones de movimiento del fluido son causados por la formación y crecimiento de burbujas.

Como una forma de transferencia de calor por convección, el *flujo de calor por ebullición* desde una superficie sólida hacia el fluido, se expresa a partir de la ley de enfriamiento de Newton como:

$$\dot{q}_{\text{ebullición}} = h(T_s - T_{\text{sat}}) = h\Delta T_{\text{exceso}} \quad (\text{W/m}^2) \qquad \textbf{(10-1)}$$

donde $\Delta T_{\text{exceso}} = T_s - T_{\text{sat}}$ se llama *temperatura en exceso*, la cual representa el exceso de la temperatura superficial respecto a la temperatura de saturación del fluido.

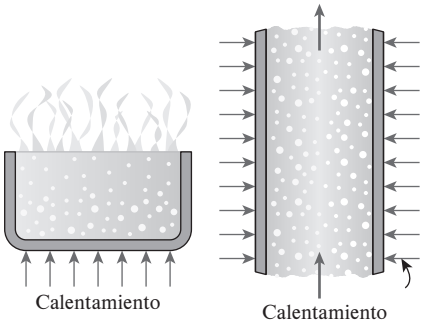
En los capítulos anteriores se estudió la transferencia de calor por convección libre y forzada que involucra una sola fase de un fluido. El análisis de dichos procesos de convección involucraba las propiedades termofísicas ρ, μ, k y c_p del fluido. El análisis de la transferencia de calor por ebullición involucra estas propiedades del líquido (indicadas por el subíndice l) o del vapor (indicadas por el subíndice v), así como las propiedades h_{fg} (el calor latente de vaporización) y σ (la tensión superficial). El símbolo h_{fg} representa la energía absorbida a medida que una unidad de masa de un líquido se evapora a una temperatura o presión específica, y es la princi-

pal cantidad de energía transferida como calor durante la ebullición. Los valores de h_{fg} del agua a varias temperaturas se proporcionan en la tabla A-9.

Las burbujas coexisten debido a la *tensión superficial* σ en la interfase líquido-vapor por la fuerza de atracción entre las moléculas de la interfase hacia la fase líquida. La tensión superficial disminuye a medida que la temperatura aumenta y se hace cero a la temperatura crítica. Esto explica por qué no se forman burbujas durante la ebullición a presiones y temperaturas supercríticas. La unidad de la tensión superficial es N/m.

En la práctica, los procesos de ebullición no se presentan en condiciones de *equilibrio* y, por lo regular, las burbujas no se encuentran en equilibrio termodinámico con el líquido a su alrededor. Es decir, la temperatura y la presión del vapor en una burbuja son diferentes a las del líquido. La diferencia de la presión entre el líquido y el vapor se equilibra por la tensión superficial en la interfase. La diferencia de temperatura entre el vapor de una burbuja y el líquido a su alrededor es la fuerza de impulso para la transferencia de calor entre las dos fases. Cuando el líquido está a una *temperatura inferior* que la de la burbuja, el calor se transfiere de la burbuja hacia el líquido provocando que parte del vapor dentro de la burbuja se condense, y estas finalmente se colapsen. Y si el líquido está a una *temperatura superior* que la de la burbuja, el calor se transferirá del líquido hacia ella, provocando que crezca y se eleve hacia la parte superior por la influencia de la flotabilidad.

La ebullición se clasifica en *ebullición en masa* y *de flujo,* dependiendo de la presencia del movimiento del fluido masivo (figura 10.3). A la **ebullición en masa** se le conoce así por la ausencia de un flujo de fluido masivo, y **ebullición de flujo** (o *ebullición por convección forzada*), existe por la presencia de flujo. En la ebullición en masa, el fluido se encuentra en reposo y cualquier movimiento de este se debe a las corrientes de convección natural y al movimiento de las burbujas debido a la influencia del efecto de la flotabilidad. La ebullición de agua en una cacerola sobre una estufa es un ejemplo de la ebullición en masa. La ebullición en masa puede lograrse también colocando un serpentín de calentamiento en el interior del fluido. Para la ebullición en flujo, el serpentín es forzado a moverse en el interior de una tubería caliente o sobre una superficie por medios externos, por ejemplo, con una bomba, por lo que la ebullición en flujo está siempre acompañada de otros efectos de la convección.

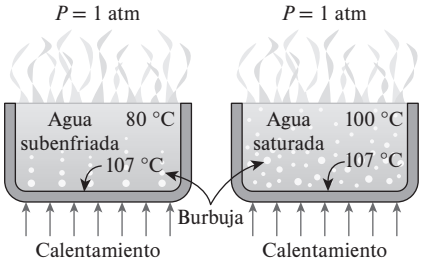


a) Ebullición en masa *b*) Ebullición en flujo

FIGURA 10-3

Clasificación de la ebullición con base en la presencia de movimiento del fluido masivo.

La ebullición en estanque y en flujo se subdivide en *ebullición subenfriada* y en *ebullición saturada,* dependiendo de la temperatura de la masa del líquido (figura 10.4). La ebullición es **subenfriada** (o *local*) cuando la temperatura de la masa principal del líquido está por debajo de la temperatura de saturación T_{sat} (liquido subenfriado), y es **saturada** (o *masiva*) cuando la temperatura del líquido es igual a T_{sat} (líquido saturado). En las etapas iniciales de la ebullición, las burbujas están confinadas a una región angosta cerca de la superficie caliente. Esto se debe a que el líquido adyacente a la superficie caliente se vaporiza por haber sido calentado por encima de su temperatura de saturación. Sin embargo, dichas burbujas desaparecen tan pronto como se alejan de la superficie caliente, como resultado de la transferencia de calor de las burbujas hacia el líquido más frío que las rodea. Lo anterior se presenta cuando gran parte del líquido está a una temperatura más baja que la de la saturación. Las burbujas sirven como "transporte de energía" de la superficie caliente hacia la masa del líquido absorbiendo calor de la superficie caliente y liberándolo hacia el líquido a medida que estas se condensan y colapsen. La ebullición, en este caso, está confinada a una región en la localidad de la superficie caliente, y se llama, apropiadamente, *ebullición local o subenfriada*. Cuando la masa del líquido en su totalidad alcanza la temperatura de saturación, las burbujas comienzan a elevarse hasta la parte superior. Se pueden ver burbujas en toda la masa del líquido y la ebullición, en este caso, se llama ebullición *masiva* o *saturada*. A continuación se estudian al detalle los diferentes regímenes de ebullición.



a) Ebullición subenfriada *b*) Ebullición saturada

FIGURA 10-4

Clasificación de la ebullición con base en la temperatura masiva del líquido.

10-2 ▪ EBULLICIÓN EN MASA

Hasta el momento, se han presentado algunas ideas generales sobre la ebullición. Ahora la atención se desvía hacia los mecanismos físicos involucrados en la *ebullición en masa*, es decir, la ebullición de fluidos en reposo. En la ebullición en masa, el fluido no es forzado a fluir o ser transportado con una bomba, y cualquier movimiento del fluido solo se debe a las corrientes de convección natural y al movimiento de burbujas por la influencia de la flotabilidad.

Un conocido ejemplo de la ebullición en masa es la ebullición de agua de la llave en una cacerola colocada sobre una estufa. El agua se encuentra inicialmente a una temperatura cercana a 15 °C, muy lejos de su temperatura de saturación de 100 °C, a la presión atmosférica estándar. En las primeras etapas de la ebullición, no se notará nada significativo, excepto que algunas burbujas se adhieren a la superficie de la cacerola. Dichas burbujas son causadas por la liberación de moléculas de aire disueltas en agua líquida y no se deben confundir con burbujas de vapor. A medida que aumenta la temperatura, se podrán observar porciones de agua líquida rodando hacia arriba y hacia abajo como resultado de las corrientes de convección naturales seguidas de las primeras burbujas de vapor formadas en la superficie inferior de la cacerola. Dichas burbujas se hacen más pequeñas a medida que se separan de la superficie y empiezan a elevarse hasta que, finalmente, se colapsen en el agua más fría de la parte superior. A este fenómeno se le conoce como *ebullición subenfriada*, puesto que la mayor parte del agua líquida no ha alcanzado aún la temperatura de saturación. La intensidad de la formación de burbujas aumenta a medida que la temperatura del agua se incrementa y se podrán observar ondas de burbujas de vapor provenientes del fondo que se elevan hacia la parte superior cuando la temperatura del agua alcance la temperatura de saturación (100 °C en condiciones atmosféricas estándar). Esta ebullición en escala completa se conoce como *ebullición saturada.*

Regímenes de ebullición y la curva de ebullición

La ebullición es quizá la forma más común de transferencia de calor; sin embargo, es la menos comprendida. Después de cientos de artículos técnicos escritos al respecto, todavía no se entiende bien el proceso de formación de burbujas, y aún se tiene que confiar en relaciones empíricas o semiempíricas para predecir la tasa o razón de transferencia de calor por ebullición.

Los primeros trabajos acerca de la ebullición se llevaron a cabo en 1934 por S. Nukiyama, quien usó en sus experimentos alambres de nicromo y platino calentados eléctricamente y sumergidos en líquidos. Nukiyama observó que la ebullición toma diferentes formas, dependiendo del valor de la temperatura en exceso ΔT_{exceso}. Y describió cuatro diferentes regímenes de ebullición: ebullición *por convección natural, ebullición nucleada, ebullición en transición* y *ebullición en película* (figura 10.5). Estos se ilustran en la **curva de ebullición** en la figura 10.6, la cual es una gráfica del flujo de calor por ebullición contra la temperatura en exceso. Aun cuando la curva de ebullición ilustrada en esta figura es para el agua, la forma genérica de la curva de ebullición es casi la misma para la mayoría de los fluidos. La forma específica de la curva depende de la combinación del material en la superficie de calentamiento del fluido y de la presión de este; sin embargo, es prácticamente independiente de la geometría de dicha superficie. Ahora se describirá al detalle cada régimen de ebullición.

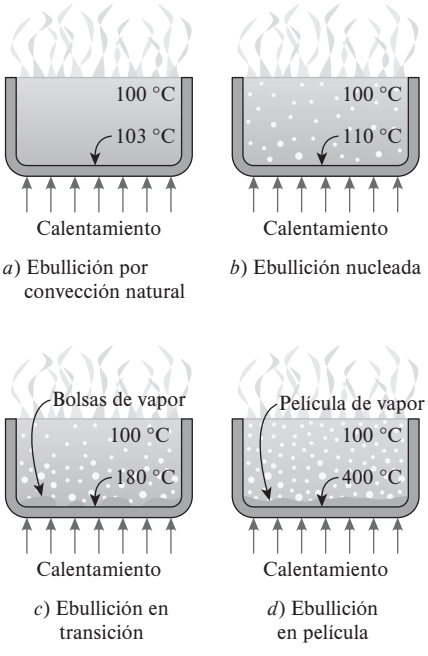


FIGURA 10-5

Diferentes regímenes de ebullición en la ebullición en masa.

Ebullición por convección natural (hasta el punto *A* de la curva de ebullición)

Se sabe de la termodinámica que una sustancia pura a una presión específica comienza a hervir cuando alcanza la temperatura de saturación a dicha presión. Sin embargo, en

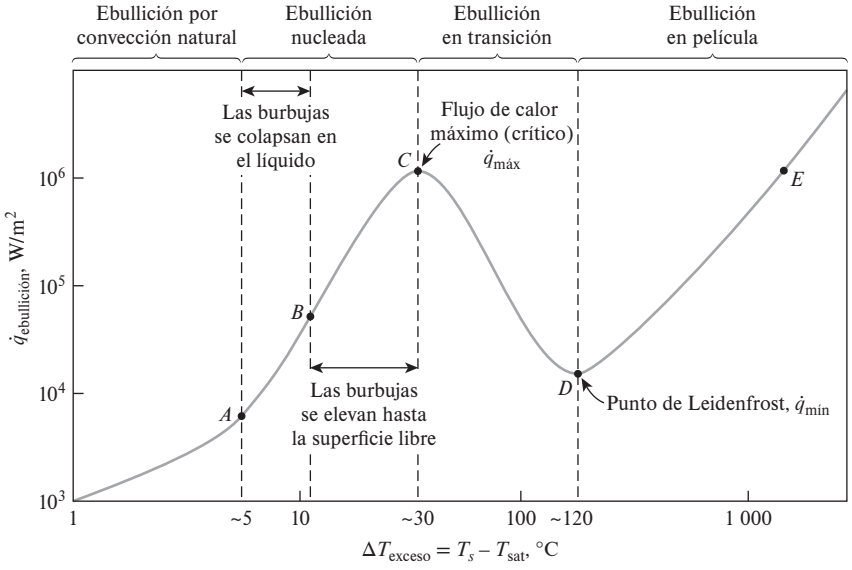


FIGURA 10-6
Curva de ebullición típica del agua a 1 atm de presión.

la práctica no se ve la formación de ninguna burbuja en la superficie de calentamiento hasta que el líquido es calentado unos cuantos grados por encima de la temperatura de saturación (alrededor de 2 a 6 °C para el agua). Por tanto, el líquido está ligeramente *sobrecalentado* (una condición *metaestable*) y se evapora cuando se eleva a la temperatura superficial libre. El movimiento del fluido en este modo de ebullición está gobernado por las corrientes de convección natural y la transferencia de calor desde la superficie calentada hacia el fluido. En la figura 10-6, la condición de la zona de ebullición por convección natural termina con la temperatura en exceso, de aproximadamente 5 °C.

Ebullición nucleada (entre los puntos *A* y *C*)

Las primeras burbujas se comienzan a formar en el punto *A* de la curva de ebullición, en varios puntos preferentemente sobre la superficie de calentamiento. El punto *A* se conoce como el ***principio de la ebullición nucleada***. Las burbujas se forman a una velocidad mayor, en un número creciente de sitios de nucleación, conforme uno se desplaza a lo largo de la curva de ebullición hacia el punto *C*. En la figura 10-6 se puede observar que la zona de la ebullición nucleada se presenta desde los 5 °C hasta los 30 °C.

El régimen de la ebullición nucleada se puede dividir en dos regiones. En la región *A-B* ($5\ °C \le \Delta T_{exceso} \le 10\ °C$), donde se forman *burbujas aisladas* en ciertos sitios preferenciales de nucleación sobre la superficie de calentamiento. Sin embargo, dichas burbujas son disipadas en el líquido tan pronto como se separan de la superficie. El espacio vacante dejado por las burbujas que se forman es llenado por el líquido, que existe alrededor de la superficie de calentamiento, y el proceso se repite. La agitación provocada por el arrastre del líquido hacia la superficie de calentamiento es la principal responsable del incremento del coeficiente de transferencia de calor, y del flujo de calor en la ebullición nucleada.

En la región *B-C* ($10\ °C \le \Delta T_{exceso} \le 30\ °C$), la temperatura de calentamiento se eleva aún más, y se forman burbujas con mayor rapidez, y un gran número de sitios de nucleación, formando numerosas *columnas continuas de vapor* en el líquido. Las burbujas se mueven hacia la superficie libre, donde se colapsan y liberan todo su contenido de vapor. Los altos flujos de calor que se obtienen en esta región son causados por el efecto combinado del arrastre de líquido y la evaporación.

Al incrementarse el valor de ΔT_{exceso} también aumenta la rapidez de evaporación en la superficie de calentamiento, y así, gran parte de esta superficie se cubre de

a)

b)

FIGURA 10-7

Naturaleza de la formación y movimiento de burbujas asociados con la ebullición.

a) *©David Chasey/Getty Images.*

b) *©McGraw-Hill Education/Stephen Frisch, fotógrafo*

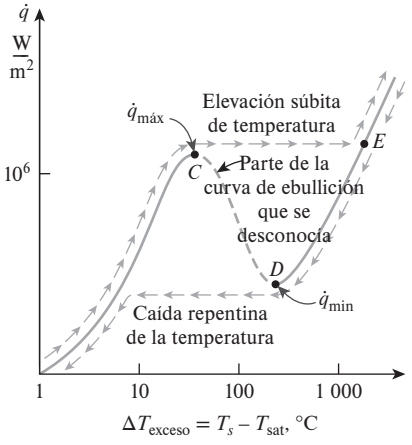


FIGURA 10-8

Curva real de ebullición obtenida mediante el calentamiento de un alambre de platino sumergido en agua conforme el flujo de calor se incrementa y después disminuye repentinamente.

burbujas, haciendo más complicado que el líquido se aproxime a la superficie y la humedezca. En consecuencia, el flujo de calor se incrementa con menor rapidez, al aumentar ΔT_{exceso} hasta alcanzar un máximo en el punto *C*. A este punto se le conoce como **flujo de calor crítico** (o **máximo**), $\dot{q}_{máx}$. Para el agua, el flujo de calor crítico excede 1 MW/m^2. A partir de la ley del enfriamiento de Newton, el coeficiente de transferencia de calor en el punto *C* es $h = \dot{q}_{máx}/\Delta T_{exceso} = (10^6 \text{ W/m}^2)/30 \text{ K} = 3.3 \times 10^4 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$. Para todo el rango de la ebullición nucleada de la figura 10-6, el coeficiente de transferencia de calor varía entre 2 000 a 30 000 W/m$^2 \cdot$K, que está dentro de valores tabulados en la tabla 1-5 para la ebullición.

La ebullición nucleada es el régimen de la ebullición más esperado en la práctica, debido a que se pueden alcanzar altas tasas de transferencia de calor con valores de ΔT_{exceso} relativamente pequeños, generalmente por debajo de los 30 °C para el agua. Las fotografías de la figura 10.7 muestran la naturaleza de la formación de las burbujas y su movimiento asociado con la ebullición.

Ebullición en transición (entre los puntos *C* y *D*)

A medida que se incrementa la temperatura de calentamiento y, por consiguiente, ΔT_{exceso} aumenta más allá del punto *C*, el flujo de calor disminuye, como se muestra en la figura 10-6. Esto se debe a que una gran fracción de la superficie de calentamiento es cubierta por una película de vapor, la cual actúa como un aislante, debido a la baja conductividad térmica del vapor en relación con la del líquido. En el régimen de ebullición en transición, tanto la ebullición nucleada como la de película se presentan parcialmente. La ebullición nucleada en el punto *C* es totalmente reemplazada por la ebullición en película en el punto *D*. En la práctica, se evita la operación en el régimen de ebullición en transición, el cual es también llamado *régimen de ebullición en película inestable*. Para el agua, la ebullición por transición se presenta por arriba del rango de temperatura en exceso, desde los 30 °C hasta aproximadamente 120 °C.

Ebullición en película (más allá del punto *D*)

En esta región, la superficie de calentamiento está completamente cubierta por una película de vapor estable y continua. El punto *D*, en donde el flujo de calor tiene el mínimo valor, se llama **punto Leidenfrost**, en honor a J. C. Leidenfrost, quien observó en 1756 que las gotitas de líquido sobre una superficie muy caliente saltan de un lugar a otro y se evaporan lentamente. La presencia de una película de vapor entre la superficie de calentamiento y el líquido es la responsable de las bajas tasas de transferencia de calor en la región de la ebullición en película. La razón de transferencia de calor aumenta conforme sube la temperatura en exceso como resultado de la transferencia de calor desde la superficie calentada hacia el líquido a través de la película de vapor por radiación, la cual se vuelve significativa a altas temperaturas.

Un proceso de ebullición típico no sigue la curva de ebullición más allá del punto *C*, como Nukiyama observó durante sus experimentos. Nukiyama descubrió, para su sorpresa, que cuando la potencia aplicada a un alambre de nicromo sumergido en agua excedía el valor de $\dot{q}_{máx}$ aunque fuera ligeramente, la temperatura del alambre se incrementaba de manera súbita hasta el punto de fusión del alambre (1 500 K) y se *colapsaba*, sin que pudiera controlarlo. Cuando repetía los experimentos con alambre de platino, que tiene un punto de fusión más elevado (2 045 K), pudo evitar los colapsos y mantener los flujos de calor con valores más altos a $\dot{q}_{máx}$. Cuando redujo de modo gradual la energía, obtuvo la curva de enfriamiento que se muestra en la figura 10.8 con una caída repentina en el exceso de temperatura hasta llegar al $\dot{q}_{mín}$. Observe que el proceso de ebullición no puede seguir la parte de ebullición en transición de la curva de ebullición más allá del punto *C*, a menos que la potencia aplicada de energía se reduzca de forma repentina.

El fenómeno de agotamiento en la ebullición se puede explicar de la siguiente manera: que para desplazarse más allá del punto *C* donde se presenta $\dot{q}_{máx}$, se debe incrementar la temperatura superficial de calentamiento T_s. Sin embargo, para aumentar T_s, se debe aumentar el flujo de calor. Sin embargo, el fluido no puede recibir más energía de exceso más allá del punto *C,* por lo que la superficie de calentamiento termina absorbiendo el exceso de energía provocando que se eleve la temperatura superficial de calentamiento T_s; pero, como el fluido puede recibir aún menos energía a esta temperatura tan aumentada, provoca que la temperatura superficial de calentamiento T_s se eleve todavía más. Este proceso continúa hasta que la temperatura superficial alcance un punto en el que ya no se puede elevar más y el calor suministrado puede transferirse al fluido de una manera estacionaria. Este es el punto *E* de la curva de ebullición, el cual corresponde a temperaturas superficiales muy elevadas; así que cualquier intento de incrementar el flujo de calor más allá de $\dot{q}_{máx}$ provocará que el punto de operación en la curva de ebullición salte de repente del punto *C* al *E*. Sin embargo, la temperatura superficial que corresponde al punto *E* está más allá del punto de fusión de la mayoría de los materiales, por lo que se presenta el *agotamiento*. El punto *C* de la curva de ebullición también se conoce como **punto de agotamiento** o **punto de vaporización**, y al flujo de calor en este punto se le llama **flujo de calor de vaporización** (figura 10.9).

La mayoría de los equipos de transferencia de calor para ebullición opera ligeramente por debajo de $\dot{q}_{máx}$ para evitar la vaporización. Sin embargo, en aplicaciones criogénicas que involucran fluidos con puntos de ebullición muy bajos como, por ejemplo, el oxígeno y el nitrógeno, el punto *E* por lo regular cae por debajo del punto de fusión de los materiales de calentamiento, y se puede usar la ebullición en película estacionaria en esos casos sin correr ningún riesgo de que se presente la fusión del material.

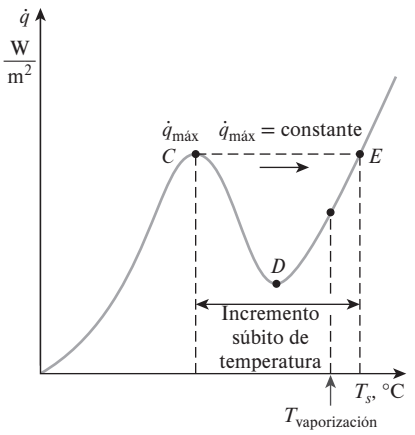


FIGURA 10-9

Un intento por aumentar el flujo de calor por ebullición más allá del valor crítico a menudo provoca que la temperatura del elemento de calentamiento se incremente súbitamente a un valor por encima del punto de vaporización, lo cual resulta en *agotamiento*.

Correlaciones de transferencia de calor en la ebullición en masa

Los regímenes de ebullición difieren entre sí de manera significativa en su carácter y, por tanto, se necesitan diferentes relaciones de transferencia de calor para los distintos regímenes de ebullición (figura 10.10). *En el régimen de ebullición por convección natural* ($\Delta T_{exceso} \leq 5$ °C), la ebullición está regida por las corrientes de convección natural y las tasas de transferencia de calor, en este caso se deben calcular con precisión y utilizar las relaciones de la convección natural que se presentan en el capítulo 9.

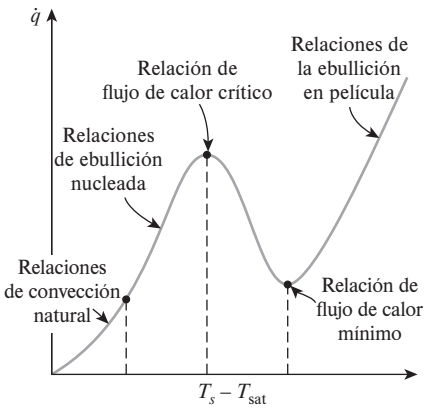


FIGURA 10-10

El flujo de calor en los diferentes regímenes de la ebullición se calcula con diversas relaciones.

Ebullición nucleada

En el régimen de *ebullición nucleada* (5 °C $\leq \Delta T_{exceso} \leq$ 30 °C), la razón de transferencia de calor depende de la naturaleza de la nucleación (el número de sitios de nucleación activos sobre la superficie, la rapidez de formación de burbujas en cada sitio, etc.), la cual es difícil de predecir. El tipo y la condición de la superficie de calentamiento también afectan la transferencia de calor. Dichas dificultades hacen complicado el desarrollo de relaciones teóricas para la transferencia de calor en el régimen de la ebullición nucleada, y para evitarlo se apoyan en correlaciones basadas en datos experimentales. La correlación más utilizada para el cálculo de la razón de transferencia de calor en el régimen de la ebullición nucleada fue propuesta en 1952 por Rohsenow y se expresa como:

$$\dot{q}_{nucleada} = \mu_l h_{fg} \left[\frac{g(\rho_l - \rho_v)}{\sigma}\right]^{1/2} \left[\frac{c_{pl}(T_s - T_{sat})}{C_{sf} h_{fg} \mathrm{Pr}_l^n}\right]^3 \qquad \textbf{(10-2)}$$

$$\dot{q} = \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}\cdot\text{s}}\right)\left(\frac{\text{J}}{\text{kg}}\right) \times \left(\frac{\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{\frac{\text{N}}{\text{m}}}\right)^{1/2}\left(\frac{\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot{}^\circ\text{C}}{}^\circ\text{C}}{\frac{\text{J}}{\text{kg}}}\right)^3 = \frac{\text{W}}{\text{m}}\left(\frac{1}{\text{m}^2}\right)^{1/2}(1)^3 = \text{W/m}^2$$

FIGURA 10-11

La ecuación 10-2 proporciona el flujo de calor por ebullición nucleada en W/m^2 cuando los valores se expresan en las unidades especificadas en su descripción.

TABLA 10-1

Tensión superficial de la interfase líquido–vapor para el agua

T, °C	σ, N/m*
0	0.0757
20	0.0727
40	0.0696
60	0.0662
80	0.0627
100	0.0589
120	0.0550
140	0.0509
160	0.0466
180	0.0422
200	0.0377
220	0.0331
240	0.0284
260	0.0237
280	0.0190
300	0.0144
320	0.0099
340	0.0056
360	0.0019
374	0.0

*Multiplique por 0.06852 para convertir en libras-fuerza/pie o por 2.2046 para convertir en libras-masa/s^2.

donde,

$\dot{q}_{\text{nucleada}}$ = flujo de calor por la ebullición nucleada, W/m^2
μ_l = viscosidad del líquido, $kg/m\cdot s$
h_{fg} = entalpía de vaporización, J/kg
g = aceleración gravitacional, m/s^2
ρ_l = densidad del líquido, kg/m^3
ρ_v = densidad del vapor, kg/m^3
σ = tensión superficial de la interfase líquido-vapor, N/m
c_{pl} = calor específico del líquido, $J/kg\cdot{}^\circ C$
T_s = temperatura superficial de calentamiento, °C
T_{sat} = temperatura de saturación del fluido, °C
C_{sf} = constante experimental que depende de la combinación superficie-fluido
Pr_l = número de Prandtl del líquido
n = constante experimental que depende del fluido

Se puede demostrar que al usar los valores de las propiedades en las unidades específicas en la ecuación de Rohsenow, se obtiene la unidad W/m^2 para el flujo de calor por ebullición nucleada, por tanto, se evita recurrir a la conversión de unidades (figura 10.11).

En la tabla 10.1 se muestran datos de la tensión superficial en la interfase vapor-líquido del agua, y en la tabla 10.2, para otros fluidos. En la tabla 10.3 se proporcionan datos experimentales de la constante C_{sf} y n (constante experimental dependiente del fluido) para combinaciones fluido-superficie. Dichos datos se pueden utilizar para *cualquier geometría,* puesto que la razón de transferencia de calor durante la ebullición nucleada es independiente de la geometría y orientación de la superficie de calentamiento. Las propiedades del fluido de la ecuación 10-2 se evalúan a la temperatura de saturación T_{sat}.

La *condición* de la superficie de calentamiento afecta en gran medida la transferencia de calor, y la ecuación de Rohsenow proporcionada se aplica a superficies *limpias* y relativamente *lisas*. Los resultados que se obtienen utilizando la ecuación de Rohsenow pueden tener un error de ±100% en el cálculo de la razón de transferencia de calor para cierta temperatura en exceso, y de ±30% en el cálculo de la temperatura en exceso, para una determinada razón de transferencia de calor, por lo que se debe tener especial cuidado en la interpretación de los resultados.

Considere que, según la termodinámica, la entalpía de vaporización h_{fg} de una sustancia pura disminuye a medida que aumenta la presión (o temperatura), y llega a cero en el punto crítico. Observando que h_{fg} aparece en el denominador de la ecuación de Rohsenow, se debe tener un incremento sustancial en la razón de transferencia de calor a *altas presiones* durante la ebullición nucleada. Los valores de h_{fg} para diferentes sustancias se enlistan en las tablas A-2 y A-9 a A-12.

Flujo máximo de calor (o crítico)

Para el diseño de un equipo de transferencia de calor por ebullición es muy importante que el diseñador posea un conocimiento del flujo máximo de calor para evitar el peligro que representa el agotamiento. *El flujo máximo de calor (o crítico)* en la ebullición nucleada en masa, fue calculado teóricamente por S. S. Kutateladze en Rusia en 1948, y por N. Zuber en Estados Unidos en 1958 utilizando métodos distintos, y se expresa como:

$$\dot{q}_{\text{máx}} = C_{cr} h_{fg}[\sigma g \rho_v^2(\rho_l - \rho_v)]^{1/4} \qquad \textbf{(10-3)}$$

donde C_{cr} es una constante cuyo valor depende de la geometría del calentador. Exhaustivos estudios experimentales realizados por Lienhard y colaboradores indicaron que el valor de C_{cr} es de alrededor de 0.15. En la tabla 10-4 se muestran valores

TABLA 10-2

Tensión superficial de algunos fluidos

Sustancia y rango de temperatura	Tensión superficial, σ, N/m* (T en °C)
Amoniaco, −75 a −40 °C:	$0.0264 + 0.000223T$
Benceno, 10 a 80 °C:	$0.0315 - 0.000129T$
Butano, −70 a −20 °C:	$0.0149 - 0.000121T$
Dióxido de carbono, −30 a −20 °C:	$0.0043 - 0.000160T$
Alcohol etílico, 10 a 70 °C:	$0.0241 - 0.000083T$
Mercurio, 5 a 200 °C:	$0.4906 - 0.000205T$
Alcohol metílico, 10 a 60 °C:	$0.0240 - 0.000077T$
Pentano, 10 a 30 °C:	$0.0183 - 0.000110T$
Propano, −90 a −10 °C:	$0.0092 - 0.000087T$

Fuente: De Suryanarayana, 1995, datos originales de Jasper,1972.

*Multiplique por 0.06852 para convertir en libras-fuerza/pie o por 2.2046 para convertir en libras-masa/s^2.

TABLA 10-3

Valores del coeficiente C_{sf} y n para varias combinaciones fluido-superficie

Combinación fluido-superficie de calentamiento	C_{sf}	n
Agua-cobre (pulido)	0.0130	1.0
Agua-cobre (marcado)	0.0068	1.0
Agua-acero inoxidable (pulido mecánicamente)	0.0130	1.0
Agua-acero inoxidable (rectificado y pulido)	0.0060	1.0
Agua-acero inoxidable (teflón picado)	0.0058	1.0
Agua-acero inoxidable (químicamente corroído)	0.0130	1.0
Agua-latón	0.0060	1.0
Agua-níquel	0.0060	1.0
Agua-platino	0.0130	1.0
n–Pentano-cobre (pulido)	0.0154	1.7
n–Pentano-cromo	0.0150	1.7
Benceno-cromo	0.1010	1.7
Alcohol etílico-cromo	0.0027	1.7
Tetracloruro de carbono-cobre	0.0130	1.7
Isopropano-cobre	0.0025	1.7

TABLA 10-4

Valores del coeficiente C_{cr} para usarse en la ecuación 10-3 para el flujo máximo de calor (parámetro adimensional $L^* = L[g(\rho_l - \rho_v)/\sigma]^{1/2}$)

Geometría del calentador	C_{cr}	Dimensiones características del calentador, L	Rango de L^*
Calentador plano horizontal grande	0.149	Ancho o diámetro	$L^* > 27$
Calentador plano horizontal pequeño [1]	$18.9K_1$	Ancho o diámetro	$9 < L^* < 20$
Cilindro horizontal grande	0.12	Radio	$L^* > 1.2$
Cilindro horizontal pequeño	$0.12L^{*-0.25}$	Radio	$0.15 < L^* < 1.2$
Esfera grande	0.11	Radio	$L^* > 4.26$
Esfera pequeña	$0.227L^{*-0.5}$	Radio	$0.15 < L^* < 4.26$

[1] $K_1 = \sigma/[g(\rho_l - \rho_v)A_{\text{calentador}}]$

específicos de C_{cr} para diferentes geometrías de calentamiento. Note que estas se clasifican como grandes o pequeñas en función del valor de parámetro L^*.

La ecuación 10-3 proporciona el flujo de calor máximo en W/m^2 si las propiedades se utilizan con las *unidades especificadas* en la ecuación 10-2. El flujo máximo de calor es independiente de la combinación superficial fluido-calentamiento, así como también de la viscosidad, conductividad térmica y el calor específico del líquido.

Al aumentar la presión, ρ_v aumenta, pero σ y h_{fg} disminuyen, por tanto, el cambio de $\dot{q}_{\text{máx}}$ con la presión depende de qué efecto domine. Los estudios experimentales de Cichelli y Bonilla indican que $\dot{q}_{\text{máx}}$ aumenta con la presión hasta un tercio de la presión crítica, y después disminuye hasta llegar a cero. Observe que $\dot{q}_{\text{máx}}$ es proporcional a h_{fg} y se pueden alcanzar altos flujos de calor máximos, utilizando fluidos con un alto valor de entalpía de vaporización, por ejemplo, el agua.

Flujo mínimo de calor

Se presenta en el punto de Leidenfrost, y tiene un interés práctico porque representa el límite inferior para el flujo de calor, en el régimen de ebullición en película. Utilizando la teoría de la estabilidad, Zuber (1958) dedujo la expresión para el flujo mínimo de calor para *una placa horizontal grande:*

$$\dot{q}_{\text{mín}} = 0.09\rho_v h_{fg}\left[\frac{\sigma g(\rho_l - \rho_v)}{(\rho_l + \rho_v)^2}\right]^{1/4} \tag{10-4}$$

donde la constante de 0.09 fue determinada por Berensen en 1961, quien reemplazó el valor calculado teóricamente de $\frac{\pi}{24}$ con 0.09, para ajustarlos con los datos experimentales. Aun así, la relación puede tener un error de 50% o más.

La operación en el régimen de *ebullición en transición* ($30\ ^\circ\text{C} \leq \Delta T_{\text{exceso}} \leq 120\ ^\circ\text{C}$) es, por lo regular, evitada en el diseño de equipo de transferencia de calor y, por ende, no se ha intentado desarrollar ninguna correlación general para la transferencia de calor por ebullición en este régimen. Sin embargo, los límites superior (*flujo máximo de calor,* $\dot{q}_{\text{máx}}$) e inferior (*flujo mínimo de calor,* $\dot{q}_{\text{mín}}$) son de interés para los diseñadores de equipo de transferencia de calor.

Ebullición en película

Aplicando un análisis similar a la teoría de Nusselt sobre la condensación en película, que se muestra en la siguiente sección, Bromley (1950) desarrolló una teoría para la predicción del flujo de calor para la ebullición en película estable sobre el exterior de un cilindro horizontal. El flujo de calor para la ebullición en película sobre *un cilindro horizontal* o *una esfera* de diámetro D está dado por:

$$\dot{q}_{\text{película}} = C_{\text{película}}\left[\frac{gk_v^3\rho_v(\rho_l - \rho_v)[h_{fg} + 0.4c_{pv}(T_s - T_{\text{sat}})]}{\mu_v D(T_s - T_{\text{sat}})}\right]^{1/4}(T_s - T_{\text{sat}}) \tag{10-5}$$

donde k_v es la conductividad térmica del vapor en $W/m \cdot K$ y:

$$C_{\text{película}} = \begin{Bmatrix} 0.62 \text{ para cilindros horizontales} \\ 0.67 \text{ para esferas} \end{Bmatrix}$$

Otras propiedades como las que se enlistaron antes están vinculadas con la ecuación 10-2. Se utiliza un calor latente de vaporización modificado en la ecuación 10-5 para incluir la transferencia de calor asociada con el sobrecalentamiento del vapor.

Las propiedades del *vapor* deben ser evaluadas a la *temperatura de película* $T_f = (T_s + T_{\text{sat}})/2$, la cual es la *temperatura promedio* en la película de vapor. Las propie-

dades del líquido y el valor de h_{fg} se deben evaluar a la temperatura de saturación a una presión específica. Nuevamente, esta relación proporciona el flujo de calor por ebullición en película en W/m^2, si las propiedades se utilizan en *las unidades especificadas* en las descripciones que siguen a la ecuación 10-2.

A temperaturas superficiales elevadas (por lo general arriba de 300 °C), la transferencia de calor a través de la película de vapor por *radiación* se convierte en un factor significativo, y por tanto, necesita considerarse (figura 10-12). Al establecer la película de vapor como un medio transparente entre dos grandes placas paralelas, y si se considera al líquido como un cuerpo oscuro, la *transferencia de calor por radiación* puede calcularse a partir de:

$$\dot{q}_{\text{rad}} = \varepsilon\sigma(T_s^4 - T_{\text{sat}}^4) \qquad \textbf{(10-6)}$$

donde ε es la emisividad de la superficie de calentamiento y $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}$ W/m$^2 \cdot$K^4 es la constante Stefan-Boltzmann. Observe que la temperatura en este caso debe expresarse en K, y no en °C. La tensión superficial y la constante de Stefan-Boltzmann comparten el mismo símbolo.

Puede intentar sumar la transferencia de calor por radiación y la convectiva para determinar la transferencia total de calor durante la ebullición en película. Sin embargo, estos dos mecanismos de transferencia de calor se afectan de manera opuesta, dando como resultado que la transferencia total de calor sea menor a su suma. Por ejemplo, la transferencia de calor por radiación de la superficie hacia el líquido mejora la rapidez de evaporación y, por consiguiente, el espesor de la película de vapor impide la transferencia de calor por convección. Para $\dot{q}_{\text{rad}} < \dot{q}_{\text{película}}$, Bromley (1950) determinó que la relación:

$$\dot{q}_{\text{total}} = \dot{q}_{\text{película}} + \frac{3}{4}\dot{q}_{\text{rad}} \qquad \textbf{(10-7)}$$

puede correlacionarse bien con los datos experimentales.

Considere que la aceleración gravitacional g, cuyo valor es de aproximadamente 9.81 m/s^2 a nivel del mar, aparece en todas las relaciones anteriores de transferencia de calor por ebullición. Los efectos de la baja y alta gravedad (como los que se encuentran en las aplicaciones aeroespaciales y la turbomaquinaria) se estudian experimentalmente. Estudios han confirmado que el flujo crítico de calor y el de la ebullición en película son proporcionales a $g^{1/4}$. Sin embargo, dichos estudios indican que el flujo de calor en la ebullición nucleada es prácticamente independiente de la gravedad g, en lugar de ser proporcional a $g^{1/2}$, como lo especifica la ecuación 10-2.

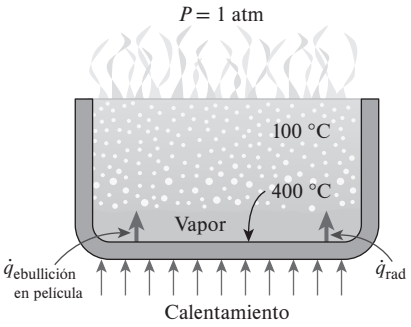


FIGURA 10-12

A temperaturas superficiales de calentador elevadas, la transferencia de calor por radiación se hace significativa durante la ebullición en película.

Mejoramiento de la transferencia de calor en la ebullición en masa

Las relaciones de transferencia de calor por ebullición en masa, ya descritas, se aplican a superficies lisas. A continuación se estudian algunos métodos para mejorar la transferencia de calor en la ebullición en masa.

Al principio, se hace saber que la razón de transferencia de calor en el régimen de ebullición nucleada depende significativamente del número de sitios de nucleación activa en la superficie y de la rapidez de formación de burbujas en cada sitio. Por tanto, cualquier modificación que mejore la transferencia de calor por *nucleación* en la superficie de calentamiento, también mejorará la ebullición nucleada. Se ha notado que las *irregularidades* en la superficie de calentamiento, entre las que se incluyen rugosidad y las incrustaciones, sirven como sitios de nucleación adicionales durante la ebullición, como se muestra en la figura 10-13. Por ejemplo, es muy probable que las primeras burbujas en una sartén llena de agua se formen en el fondo de las *ralladuras* de la superficie de calentamiento. Dichas ralladuras actúan como "nidos" para que se formen las burbujas, y por tanto, aumentan su tasa de

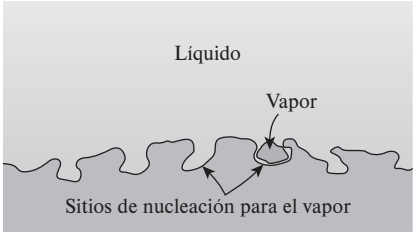


FIGURA 10-13

Las cavidades sobre una superficie rugosa actúan como sitios de nucleación y mejoran la transferencia de calor por ebullición.

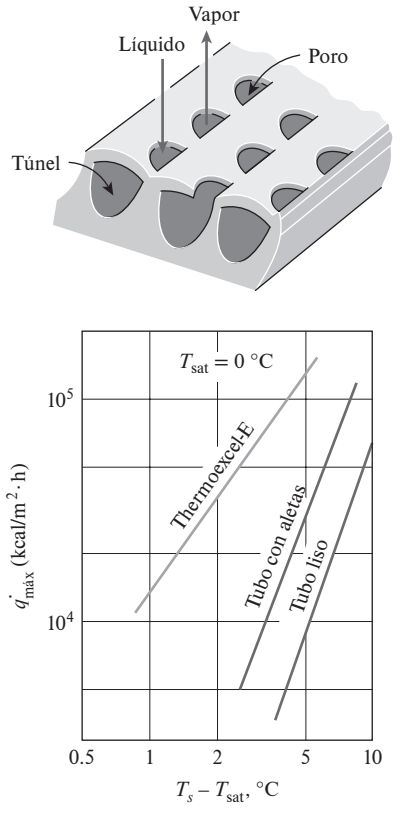


FIGURA 10-14

Mejoramiento de la transferencia de calor por ebullición del Freón-12 mediante una superficie fabricada con rugosidades mecánicas, thermoexcel-E.

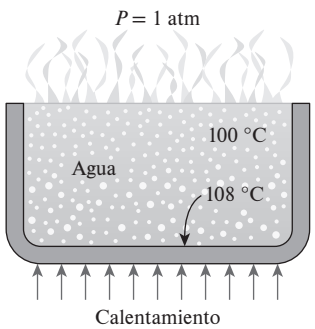


FIGURA 10-15

Esquema para el ejemplo 10-1.

formación. Berensen ha demostrado que el flujo de calor en el régimen de ebullición nucleada puede incrementarse en un factor de 10, haciendo cada vez más *rugosa* la superficie de calentamiento. Sin embargo, estas altas tasas de transferencia de calor no se pueden mantener por mucho tiempo debido a que se observa que el efecto de la rugosidad en la superficie decae con el tiempo, y el flujo de calor disminuye a valores que normalmente tienen las superficies lisas. El efecto de la rugosidad superficial es insignificante sobre el flujo máximo de calor (crítico) y en el flujo de calor en la ebullición en película.

Las superficies de calentamiento que mejoran la transferencia de calor en la ebullición nucleada, de manera *permanente,* ya se fabrican y se encuentran disponibles en el mercado. La optimización en la nucleación, en la transferencia de calor en dichas superficies especiales, se logra *colocando un recubrimiento* en la superficie de calentamiento con una capa delgada (menor a 1 mm) de un material muy poroso o *formando cavidades* mecánicas en la superficie para facilitar la formación continua de vapor. Se ha reportado que estas superficies optimizan la transferencia de calor en el régimen de ebullición nucleada, en un factor de hasta 10, y en el flujo máximo de calor en un factor de 3. La optimización que se les proporciona a los materiales se efectúa con una máquina formándoles rugosidades; en la figura 10-14 se muestra el thermoexcel-E. También se sabe que el uso de superficies con aletas mejora la transferencia de calor por ebullición nucleada y el flujo máximo de calor.

La transferencia de calor por ebullición también puede optimizarse por medio de otras técnicas, como la *agitación mecánica* y la *vibración superficial*. Sin embargo, estas técnicas no son prácticas debido a la complejidad que involucra su aplicación.

EJEMPLO 10-1 **Ebullición nucleada de agua en una sartén**

Se pone a hervir agua a presión atmosférica en una sartén de acero inoxidable, mecánicamente pulida, colocada sobre una parrilla, como se muestra en la figura 10-15. La superficie interior del fondo de la sartén se mantiene a 108 °C. Si el diámetro del fondo es de 30 cm, calcule *a*) la razón de transferencia de calor hacia el agua y, *b*) la tasa de evaporación del agua.

SOLUCIÓN Se hierve agua a una presión de 1 atm, sobre una superficie de acero inoxidable. Se debe calcular la razón de transferencia de calor hacia el agua y su tasa de evaporación.

Suposiciones **1** Prevalecen condiciones estacionarias de operación. **2** Las pérdidas de calor del calentador y de la sartén son despreciables.

Propiedades Las propiedades del agua a la temperatura de saturación de 100 °C son $\sigma = 0.0589$ N/m (tabla 10-1) y, de la tabla A-9,

$$\rho_l = 957.9 \text{ kg/m}^3 \qquad h_{fg} = 2\,257 \times 10^3 \text{ J/kg}$$
$$\rho_v = 0.6 \text{ kg/m}^3 \qquad \mu_l = 0.282 \times 10^{-3} \text{ kg/m} \cdot \text{s}$$
$$\text{Pr}_l = 1.75 \qquad c_{pl} = 4\,217 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$$

Asimismo, $C_{sf} = 0.0130$ y $n = 1.0$ para la ebullición del agua sobre una superficie de acero inoxidable pulida mecánicamente (tabla 10-3). Observe que se expresan las propiedades en las unidades especificadas en la ecuación 10-2 en relación con sus definiciones, con la finalidad de evitar manipulaciones de unidades.

Análisis *a*) La temperatura en exceso es $\Delta T = T_s - T_{sat} = 108 - 100 = 8$ °C, la cual es relativamente baja (menor a 30 °C); por tanto, se presenta la ebullición nucleada. El flujo de calor puede calcularse a partir de la relación de Rohsenow como:

$$\dot{q}_{\text{nucleada}} = \mu_l h_{fg}\left[\frac{g(\rho_l - \rho_v)}{\sigma}\right]^{1/2}\left[\frac{c_{pl}(T_s - T_{\text{sat}})}{C_{sf} h_{fg}\text{Pr}_l^n}\right]^3$$

$$= (0.282 \times 10^{-3})(2\,257 \times 10^3)\left[\frac{9.81 \times (957.9 - 0.6)}{0.0589}\right]^{1/2}$$

$$\times \left(\frac{4\,217\,(108 - 100)}{0.0130(2\,257 \times 10^3)\,1.75}\right)^3$$

$$= 7.21 \times 10^4 \text{ W/m}^2$$

La superficie de calentamiento del fondo de la sartén es:

$$A = \pi D^2/4 = \pi(0.3 \text{ m})^2/4 = 0.07069 \text{ m}^2$$

Entonces, la razón de transferencia de calor durante la ebullición nucleada es:

$$\dot{Q}_{\text{ebullición}} = A\dot{q}_{\text{nucleada}} = (0.07069 \text{ m}^2)(7.21 \times 10^4 \text{ W/m}^2) = \mathbf{5\,097\ W}$$

b) La tasa de evaporación del agua se determina a partir de:

$$\dot{m}_{\text{evaporación}} = \frac{\dot{Q}_{\text{ebullición}}}{h_{fg}} = \frac{5\,097 \text{ J/s}}{2\,257 \times 10^3 \text{ J/kg}} = \mathbf{2.26 \times 10^{-3}\ kg/s}$$

Es decir, el agua en la sartén hervirá con una rapidez mayor a los 2 gramos por segundo.

EJEMPLO 10-2 Flujo máximo de calor en la ebullición nucleada

Se pone a hervir agua de un tanque que está a nivel del mar por medio de un elemento de calentamiento de acero niquelado de 1 cm de diámetro, equipado con una resistencia interna eléctrica, como se muestra en la figura 10-16. Determine el flujo máximo de calor que puede alcanzarse en el régimen de ebullición nucleada y la temperatura superficial del calentador para este caso.

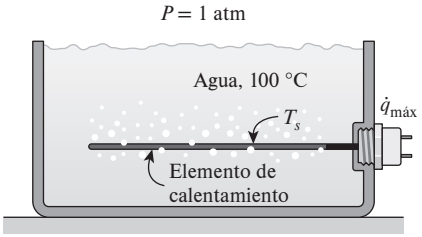


FIGURA 10-16
Esquema para el ejemplo 10-2.

SOLUCIÓN Se hierve agua a una presión de 1 atm sobre una superficie de acero niquelado. Se debe determinar el flujo máximo de calor y la temperatura superficial.

Suposiciones **1** Prevalecen condiciones estacionarias de operación. **2** Las pérdidas de calor del elemento de calentamiento son despreciables.

Propiedades Las propiedades del agua a la temperatura de saturación de 100 °C son $\sigma = 0.0589$ N/m (tabla 10-1) y, de la tabla A-9,

$$\rho_l = 957.9 \text{ kg/m}^3 \qquad h_{fg} = 2\,257 \times 10^3 \text{ J/kg}$$

$$\rho_v = 0.6 \text{ kg/m}^3 \qquad \mu_l = 0.282 \times 10^{-3} \text{ kg/m} \cdot \text{s}$$

$$\text{Pr}_l = 1.75 \qquad c_{pl} = 4\,217 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$$

Asimismo, $C_{sf} = 0.0060$ y $n = 1.0$ para la ebullición del agua sobre una superficie niquelada (tabla 10-3). Observe que se expresan las propiedades en las unidades especificadas en las ecuaciones 10-2 y 10-3 en relación con sus definiciones, con la finalidad de evitar manipulación de unidades.

Análisis El elemento de calentamiento puede considerarse como un cilindro corto cuya dimensión característica es su radio. Es decir, $L = r = 0.005$ m. El parámetro adimensional L^* y la constante C_{cr} se determinan con la tabla 10-4 como:

$$L^* = L\left[\frac{g(\rho_l - \rho_v)}{\sigma}\right]^{1/2} = (0.005)\left[\frac{(9.81)(957.9 - 0.6)}{0.0589}\right]^{1/2} = 2.00 > 1.2$$

la cual corresponde a $C_{cr} = 0.12$.

Entonces, el flujo máximo de calor crítico se calcula a partir de la ecuación 10-3 como:

$$\begin{aligned}\dot{q}_{\text{máx}} &= C_{cr}\, h_{fg}[\sigma g \rho_v^2(\rho_l - \rho_v)]^{1/4} \\ &= 0.12(2\,257 \times 10^3)[0.0589 \times 9.81 \times (0.6)^2(957.9 - 0.6)]^{1/4} \\ &= \mathbf{1.017 \times 10^6\ W/m^2}\end{aligned}$$

La relación de Rohsenow, la cual determina el flujo de calor por ebullición nucleada para una temperatura superficial específica, también puede utilizarse para calcular la temperatura superficial cuando se sabe el valor del flujo de calor. Al sustituir el flujo máximo de calor en la ecuación 10-2 junto con las demás propiedades se obtiene:

$$\dot{q}_{\text{nucleada}} = \mu_l\, h_{fg}\left[\frac{g(\rho_l - \rho_v)}{\sigma}\right]^{1/2}\left[\frac{c_{pl}(T_s - T_{\text{sat}})}{C_{sf}\, h_{fg}\text{Pr}_l^n}\right]^3$$

$$1.017 \times 10^6 = (0.282 \times 10^{-3})(2\,257 \times 10^3)\left[\frac{9.81(957.9 - 0.6)}{0.0589}\right]^{1/2} \times \left[\frac{4\,217(T_s - 100)}{0.0130\,(2\,257 \times 10^3)1.75}\right]^3$$

$$T_s = \mathbf{119\ °C}$$

Discusión Observe que se pueden obtener flujos de calor del orden de 1 MW/m^2 en la ebullición nucleada, con una diferencia de temperatura menor a 20 °C.

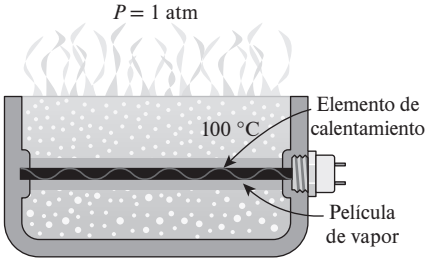


FIGURA 10-17
Esquema para el ejemplo 10-3.

EJEMPLO 10-3 **Ebullición en película del agua sobre un elemento de calentamiento**

Se hierve agua a la presión atmosférica por medio de un elemento de calentamiento horizontal de cobre pulido, de diámetro $D = 5$ mm y emisividad $\varepsilon = 0.05$ sumergido en agua, como se muestra en la figura 10-17. Si la temperatura superficial del alambre de calentamiento es de 350 °C, determine la razón de transferencia de calor del alambre hacia el agua por unidad de longitud.

SOLUCIÓN Se hierve agua a 1 atm con la ayuda de un elemento de calentamiento horizontal de cobre pulido. Se debe calcular la razón de transferencia de calor hacia el agua por unidad de longitud del elemento de calentamiento.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias de operación. **2** Las pérdidas de calor del elemento de calentamiento son despreciables.

Propiedades Las propiedades del agua a la temperatura de saturación de 100 °C son $h_{fg} = 2\,257 \times 10^3$ J/kg y $\rho_l = 957.9$ kg/m^3 (tabla A-9). Las propieda-

des del vapor a la temperatura de película de $T_f = (T_{sat} + T_s)/2 = (100 + 350)/2 = 225\ ^\circ\text{C}$ son, de la tabla A-16,

$$\rho_v = 0.444\ \text{kg/m}^3 \qquad c_{pv} = 1\,951\ \text{J/kg}\cdot\text{K}$$
$$\mu_v = 1.75 \times 10^{-5}\ \text{kg/m}\cdot\text{s} \qquad k_v = 0.0358\ \text{W/m}\cdot\text{K}$$

En este caso, en las relaciones de transferencia de calor por ebullición, las propiedades se expresaron en unidades que favorecen su cancelación entre sí. Asimismo, se utilizan las propiedades del vapor a presión de 1 atm como lo indica la tabla A-16, en lugar de usar las propiedades del vapor saturado de la tabla A-9 a 225 °C, puesto que estas últimas corresponden a la presión de saturación de 2.55 MPa.

Análisis La temperatura en exceso es $\Delta T = T_s - T_{sat} = 350 - 100 = 250\ ^\circ\text{C}$, que es más alta que los 30 °C del agua. Por tanto, se presenta el caso de ebullición en película. El flujo de calor por ebullición en película puede determinarse a partir de la ecuación 10-5 como:

$$\dot{q}_{\text{película}} = 0.62\left[\frac{gk_v^3\rho_v(\rho_l - \rho_v)[h_{fg} + 0.4c_{pv}(T_s - T_{sat})]}{\mu_v D(T_s - T_{sat})}\right]^{1/4}(T_s - T_{sat})$$

$$= 0.62\left[\frac{9.81(0.0358)^3\,(0.444)(957.9 - 0.441) \times [(2\,257 \times 10^3) + 0.4 \times 1\,951(250)]}{(1.75 \times 10^{-5})(5 \times 10^{-3})(250)}\right]^{1/4} \times 250$$

$$= 5.93 \times 10^4\ \text{W/m}^2$$

El flujo de calor por radiación se calcula a partir de la ecuación 10-6:

$$\dot{q}_{\text{rad}} = \varepsilon\sigma(T_s^4 - T_{sat}^4)$$
$$= (0.05)(5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}^4)\,[(350 + 273\ \text{K})^4 - (100 + 273\ \text{K})^4]$$
$$= 372\ \text{W/m}^2$$

La transferencia de calor por radiación es despreciable debido a la baja emisividad de la superficie y a la disminución de la temperatura superficial del elemento de calentamiento. Entonces, el flujo total de calor se convierte en (ecuación 10-7):

$$\dot{q}_{\text{total}} = \dot{q}_{\text{película}} + \frac{3}{4}\dot{q}_{\text{rad}} = 5.93 \times 10^4 + \frac{3}{4} \times 372 = 5.96 \times 10^4\ \text{W/m}^2$$

Por último, la razón de transferencia de calor desde el elemento de calentamiento hacia el agua se calcula multiplicando el flujo de calor por el área superficial de transferencia:

$$\dot{Q}_{\text{total}} = A\dot{q}_{\text{total}} = (\pi DL)\dot{q}_{\text{total}}$$
$$= (\pi \times 0.005\ \text{m} \times 1\ \text{m})(5.96 \times 10^4\ \text{W/m}^2)$$
$$= \mathbf{936\ W}$$

Discusión El elemento de calentamiento de cobre de 5 mm de diámetro consume cerca de 1 kW de potencia eléctrica por unidad de longitud, en operación estacionaria y régimen de ebullición en película. Esta energía se transfiere hacia al agua a través de la película de vapor que se forma alrededor del alambre.

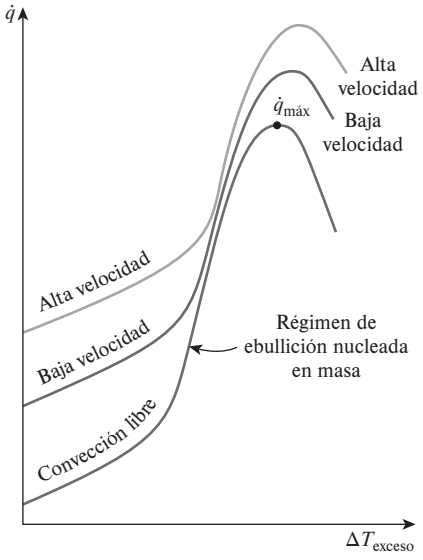


FIGURA 10-18

Efecto de la convección forzada en la ebullición de flujo externo para diferentes velocidades.

10-3 ▪ EBULLICIÓN EN FLUJO

La ebullición en masa que se ha estudiado hasta el momento involucra solo un estanque con líquido aparentemente en total reposo, con burbujas de vapor elevándose como resultado de los efectos de la flotabilidad. En la **ebullición en flujo**, el fluido es forzado a moverse por medio de una fuente externa, como una bomba, a medida que el fluido experimenta un proceso de cambio de fase. La ebullición en este caso exhibe los efectos combinados de la convección y de la ebullición en masa. La ebullición del flujo también se clasifica como *ebullición de flujo externo* o *interno*, dependiendo de si el fluido es forzado a circular sobre la superficie, interna o externa, de un tubo, cuando alguna de ellas se calienta.

La *ebullición de flujo externo* sobre una placa o cilindro es similar a la ebullición en masa; sin embargo, el movimiento adicional incrementa considerablemente al flujo de calor por ebullición nucleada, y al flujo máximo de calor (o crítico), como se muestra en la figura 10-18. Observe que a medida que se incrementa la velocidad del flujo del fluido, también se incrementa el flujo de calor por ebullición nucleada y el flujo máximo de calor. Al experimentar con agua, se han obtenido valores elevados de flujo máximo de calor de 35 MW/m^2 (compare esto con el valor de ebullición en masa de 1.02 MW/m^2 a una presión de 1 atm) al aumentar la velocidad del fluido.

La *ebullición de flujo interno*, conocido comúnmente como *flujo bifásico*, es más complicada debido a que no existe superficie libre para que salga el vapor y, por tanto, la fase líquida y la del vapor son forzadas a fluir juntas. El flujo de dos fases dentro de un tubo presenta diferentes regímenes de ebullición por flujo dependiendo de las cantidades relativas de las fases. Esto complica aún más su análisis.

En la figura 10-19 se muestran las diferentes etapas de la ebullición de flujo en un tubo que se calienta, junto con la variación del coeficiente de transferencia de calor a lo largo de él. Inicialmente, el líquido es subenfriado y la transferencia de calor hacia el líquido es por *convección forzada.* Después se comienzan a formar burbujas en la superficie interior del tubo, y las que se desprenden son arrastradas por la corriente principal. Esto le da al flujo del fluido una apariencia burbujeante, y recibe el nombre de *régimen de flujo en burbujas*. A medida que se incrementa la

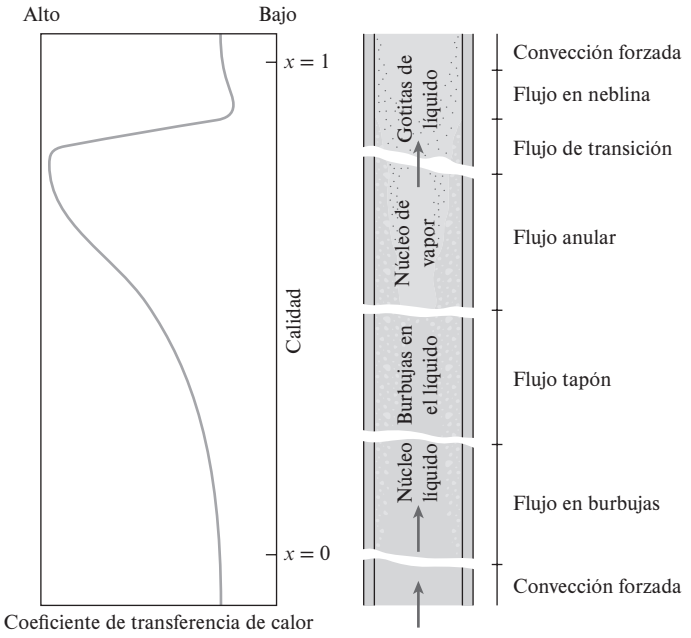


FIGURA 10-19

Diferentes regímenes de flujo desarrollados dentro de un tubo en convección forzada, del flujo en ebullición.

temperatura del fluido, las burbujas crecen en tamaño y coalescen formando masas de vapor. En este *régimen de flujo tapón*, hasta la mitad del volumen del tubo es ocupado por el vapor. Después de un tiempo, el núcleo del flujo consta solo de vapor, y el líquido es confinado en el espacio anular, quedando entre el núcleo de vapor y las paredes del tubo. Este es conocido como *régimen de flujo anular,* y en él se presentan coeficientes de transferencia de calor muy elevados. A medida que el calentamiento continúa, la capa de líquido anular se va haciendo cada vez más delgada y, finalmente, comienzan a aparecer puntos secos sobre la superficie interior del tubo. La aparición de estos puntos está acompañada por una disminución considerable del coeficiente de transferencia de calor. Este *régimen de transición* continúa hasta que la superficie interior del tubo se seca por completo. En este instante, el líquido está en forma de gotitas suspendidas en el núcleo de vapor, semejante a la niebla, y se tiene un *régimen de flujo en niebla* hasta que todas las gotitas de líquido se evaporan. Al final del régimen del flujo en niebla se tiene vapor saturado, el cual se convierte en sobrecalentado con una presencia adicional de calor.

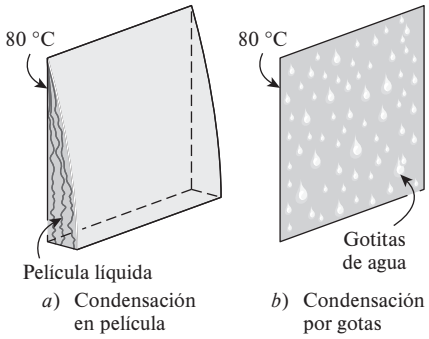
Observe que el tubo contiene una fase líquida antes del régimen de flujo en burbujas y vapor después del régimen de flujo en neblina. La transferencia de calor en esos dos casos puede calcularse utilizando las relaciones apropiadas para la transferencia de calor por convección en una sola fase. Se han propuesto muchas correlaciones para la determinación de la transferencia de calor en los casos de flujo en dos fases (flujos en burbujas, tapón, anular y en niebla); sin embargo, se encuentran fuera del alcance de este libro. Una estimación aproximada del flujo de calor en la ebullición por flujo se puede obtener sumando el flujo de calor por convección forzada y por ebullición en masa.

10-4 ▪ TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONDENSACIÓN

La condensación se presenta cuando la temperatura del vapor se reduce por *debajo* de su temperatura de saturación T_{sat}. Lo anterior también se presenta cuando el vapor está en contacto con una superficie sólida, cuya temperatura T_s esté por debajo de la de saturación T_{sat} del vapor. Sin embargo, la condensación también se puede presentar sobre la superficie libre de un líquido o, inclusive, de un gas cuando la temperatura del líquido o del gas a la cual se expone el vapor está por debajo de T_{sat}. En este último caso, las gotitas de líquido suspendidas en el gas forman una niebla. En este capítulo, solo se estudiará la condensación sobre superficies sólidas.

Se pueden observar dos formas distintas de condensación: *en película* y *por gotas*. En la **condensación en película**, el condensado moja la superficie y forma una película líquida sobre la superficie deslizándose hacia abajo por la influencia de la gravedad. El espesor de la película se incrementa en la dirección del flujo, a medida que más vapor se condensa sobre ella. Así es como se presenta la condensación en la práctica. En la **condensación por gotas**, el vapor condensado forma gotitas sobre la superficie en lugar de una película continua, y la superficie está cubierta por una gran cantidad de gotitas de varios diámetros (figura 10-20).

En la condensación en película, la superficie está cubierta por una película líquida, cada vez de mayor espesor, que se encuentra entre la superficie sólida y el vapor, y presenta una *resistencia* a la transferencia de calor. El calor de vaporización h_{fg} liberado a medida que el vapor se condensa, debe pasar a través de la resistencia antes de que pueda llegar a la superficie sólida y sea transferido al medio que está al otro lado. Sin embargo, en la condensación por gotas, estas resbalan cuando llegan a tener cierto tamaño, despejando la superficie y exponiéndola al vapor. En este caso no hay ninguna película líquida que se oponga a la resistencia a la transferencia de calor. Como resultado, la razón de transferencia de calor por condensación



a) Condensación en película

b) Condensación por gotas

FIGURA 10-20

Cuando un vapor es expuesto a una superficie que se encuentra a una temperatura por debajo de T_{sat}, sobre la superficie se presenta la condensación en la forma de una película líquida o de gotitas individuales.

por gotas es más de 10 veces mayor que las asociadas con la condensación en película. Por tanto, la condensación por gotas es el modo de condensación preferido en las aplicaciones de transferencia de calor, y desde hace mucho tiempo se ha tratado de lograr gotas sostenidas, utilizando varios aditivos y recubrimientos superficiales para el vapor. Dichos intentos no han sido exitosos hasta el momento, puesto que la condensación por gotas que se logra no perdura por mucho tiempo, y se convierte en condensación en película después de cierto tiempo. Por tanto, es una práctica común ser conservador y proponer la condensación en película en el diseño de equipos de transferencia de calor. Para una mejor transferencia de calor es deseable utilizar superficies reducidas debido a la menor resistencia térmica.

10-5 ▪ CONDENSACIÓN EN PELÍCULA

Ahora considere la condensación en película sobre una placa vertical, como se muestra en la figura 10-21. La película líquida comienza a formarse en la parte superior de la placa y fluye hacia abajo por la influencia de la gravedad. El espesor de la película δ se va *incrementando* en la dirección x del flujo debido a la condensación continua en la interfase líquido-vapor. La cantidad de calor que se libera durante la condensación es una cantidad igual a h_{fg} (el calor latente de vaporización) y es *transferido* de la película hacia la superficie de la placa a una temperatura T_s. Donde T_s debe estar por debajo de la temperatura de saturación T_{sat} del vapor para que ocurra la condensación.

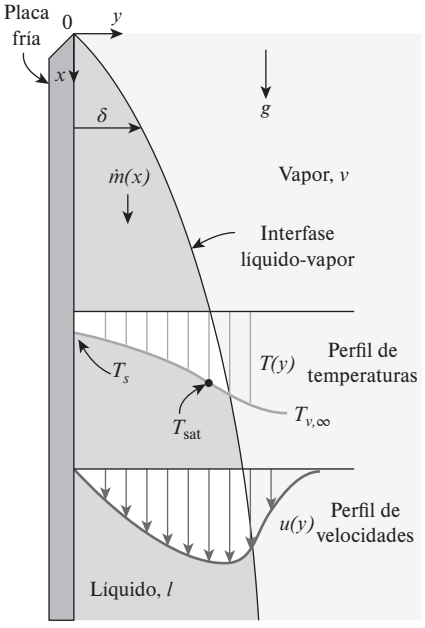


FIGURA 10-21
Condensación en película sobre una placa vertical.

Los perfiles típicos de velocidad y temperatura del condensado se muestran en la figura 10-21. Observe que la *velocidad* del condensado en la pared es cero debido a la condición de "no-desplazamiento", y alcanza un *máximo* en la interfase líquido-vapor. La *temperatura* del condensado es T_{sat} en la interfase y disminuye gradualmente hasta T_s en la pared.

Como en el caso de la convección forzada que involucra una sola fase, la transferencia de calor en la condensación también depende de si el flujo del condensado es *laminar* o *turbulento*. Nuevamente, el criterio para el régimen de flujo está dado por el número de Reynolds, el cual se expresa como:

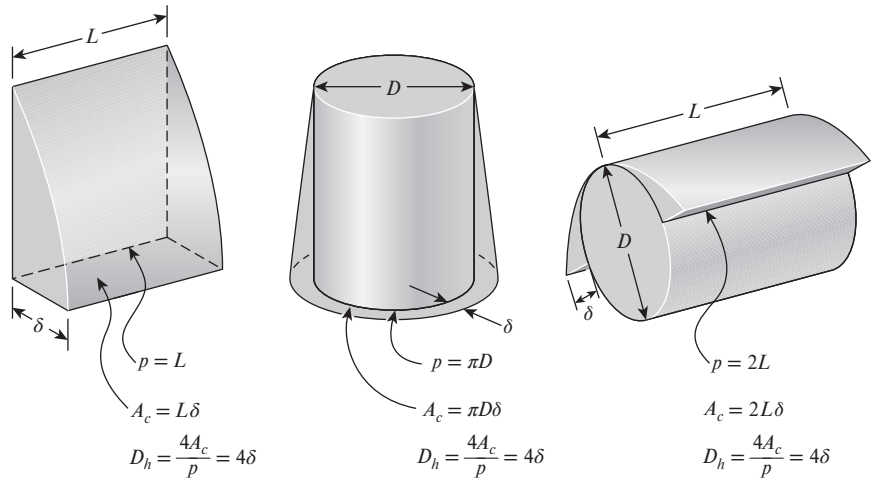
$$\text{Re} = \frac{D_h \rho_l V_l}{\mu_l} = \frac{4A_c \rho_l V_l}{p\mu_l} = \frac{4\rho_l V_l \delta}{\mu_l} = \frac{4\dot{m}}{p\mu_l} \qquad \textbf{(10-8)}$$

donde:

$D_h = 4A_c/p = 4\delta$ = diámetro hidráulico del flujo de condensado, m
p = perímetro mojado del condensado, m
$A_c = p\delta$ = perímetro mojado × espesor de la película, m^2, área de la sección transversal del flujo del condensado en la parte más baja.
ρ_l = densidad del líquido, kg/m^3
μ_l = viscosidad del líquido, $kg/m \cdot s$
V_l = velocidad promedio del condensado en la parte más baja del flujo, m/s
$\dot{m} = \rho_l V_l A_c$ = razón de flujo de masa del condensado en la parte más baja, kg/s

La evaluación del diámetro hidráulico D_h para algunas geometrías se ilustra en la figura 10-22. El diámetro hidráulico está definido y se reduce al diámetro ordinario para el flujo de un fluido en un tubo circular, como se hizo en el capítulo 8 para el flujo interno, y es equivalente a cuatro veces el espesor de la película del condensado en el sitio en donde este se evalúa; es decir, $D_h = 4\delta$.

El calor latente de vaporización h_{fg} es el calor liberado a medida que una unidad de masa de vapor se condensa, y representa la transferencia de calor por unidad de masa de condensado formado durante el proceso de condensación. Sin embargo, el condensado en un proceso de condensación real es enfriado más hasta llegar a



a) Placa vertical *b*) Cilindro vertical *c*) Cilindro horizontal

FIGURA 10-22

El perímetro mojado p, la sección transversal del condensado A_c y el diámetro hidráulico D_h de algunas geometrías comunes.

alguna temperatura promedio entre T_{sat} y T_s, liberando más calor en el proceso. Por tanto, la transferencia de calor real será mayor. Rohsenow demostró en 1956 que el enfriamiento del líquido por debajo de la temperatura de saturación puede incluirse reemplazando h_{fg} por el **calor latente de vaporización modificado** h_{fg}^*, que se define como:

$$h_{fg}^* = h_{fg} + 0.68c_{pl}\,(T_{\text{sat}} - T_s) \tag{10-9a}$$

donde c_{pl} es el calor específico del líquido a la temperatura promedio de la película.

Se puede tener una explicación similar para el vapor que entra al condensador como **vapor sobrecalentado** a una temperatura T_v, en lugar de como vapor saturado. En este caso, el vapor debe enfriarse primero hasta la temperatura T_{sat} antes de que pueda condensarse, y este calor debe transferirse hacia la pared. La cantidad de calor liberado cuando una unidad de masa de vapor sobrecalentado de una temperatura T_v, *se* enfría hasta T_{sat}, es $c_{pv}\,(T_v - T_{\text{sat}})$, donde c_{pv} es el calor específico del vapor a la temperatura promedio de $(T_v - T_{\text{sat}})$. El calor latente de vaporización modificado es:

$$h_{fg}^* = h_{fg} + 0.68c_{pl}\,(T_{\text{sat}} - T_s) + c_{pv}(T_v - T_{\text{sat}}) \tag{10-9b}$$

Tomando estas consideraciones, la razón de transferencia de calor puede expresarse como:

$$\dot{Q}_{\text{condensado}} = hA_s\,(T_{\text{sat}} - T_s) = \dot{m}h_{fg}^* \tag{10-10}$$

donde A_s es el área superficial de transferencia de calor (sobre la cual ocurre la condensación). Al despejar $\dot{m}$ de la ecuación anterior y sustituyéndola en la ecuación 10-8, se obtiene otra relación para el número de Reynolds:

$$\text{Re} = \frac{4\dot{Q}_{\text{condensado}}}{p\mu_l h_{fg}^*} = \frac{4A_s h(T_{\text{sat}} - T_s)}{p\mu_l h_{fg}^*} \tag{10-11}$$

Esta relación es conveniente utilizarla para calcular el número de Reynolds cuando se conoce el coeficiente de transferencia de calor por condensación o la razón de transferencia de calor en la condensación.

La temperatura de la película de líquido varía desde T_{sat} en la interfase líquido-vapor hasta T_s en la superficie de la pared. Por tanto, las propiedades del líquido se deben evaluar a *la temperatura de película* $T_f = (T_{\text{sat}} + T_s)/2$, la cual es aproximadamente la temperatura *promedio* del líquido. Sin embargo, h_{fg} debe evaluarse a T_{sat}, puesto que no es afectada por el subenfriamiento del líquido.

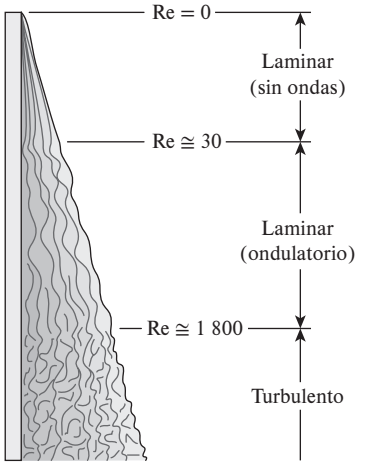


FIGURA 10-23

Regímenes de flujo durante la condensación sobre una placa vertical.

Regímenes de flujo

El número de Reynolds para la condensación en la superficie exterior de tubos o placas verticales se incrementa en la dirección del flujo debido al aumento del espesor de la película de líquido δ. El flujo de esta película líquida *exhibe regímenes diferentes* dependiendo del valor del número de Reynolds. Se observa que la superficie exterior de la película líquida se conserva *lisa* y sin *ondas* para un $\text{Re} \leq 30$, como se muestra en la figura 10-23 y, por tanto, el flujo es *laminar*. Rizos u ondas aparecen sobre la superficie libre del flujo condensado a medida que el número de Reynolds se incrementa, y el flujo del condensado se convierte en totalmente *turbulento* a un valor $\text{Re} \approx 1\,800$. El flujo de condensado se llama laminar ondulatorio en el rango de $30 < \text{Re} < 1\,800$, y *turbulento* en $\text{Re} > 1\,800$. Sin embargo, todavía existe un desacuerdo acerca del valor de Re en el cual el flujo se vuelve laminar ondulatorio o turbulento.

Correlaciones de transferencia de calor para la condensación en película

A continuación se estudian las relaciones para el coeficiente de transferencia de calor promedio h para el caso de condensación *laminar* en película para varias geometrías.

1 Placas verticales

Considere una placa vertical de alto L y ancho b que se mantiene a una temperatura constante T_s, que es expuesta a vapor a la temperatura de saturación T_{sat}. Se toma la dirección hacia abajo x positiva respecto al origen colocado en la parte superior de la placa donde inicia la condensación, como se muestra en la figura 10-24. La temperatura superficial está por debajo de la temperatura de saturación ($T_s < T_{\text{sat}}$), y por tanto, el vapor se condensa sobre la superficie. La película líquida fluye hacia abajo por la influencia de la gravedad. El espesor δ de la película se incrementa a medida que la velocidad del flujo de masa del condensado lo hace en x, como resultado de la condensación continua en la película existente. Después la transferencia de calor del vapor hacia la placa se presenta a través de la película, la cual ofrece cierta resistencia a esta transferencia. Como es evidente, a medida que la película es de mayor espesor, más grande es su resistencia térmica, y la razón de transferencia de calor es menor.

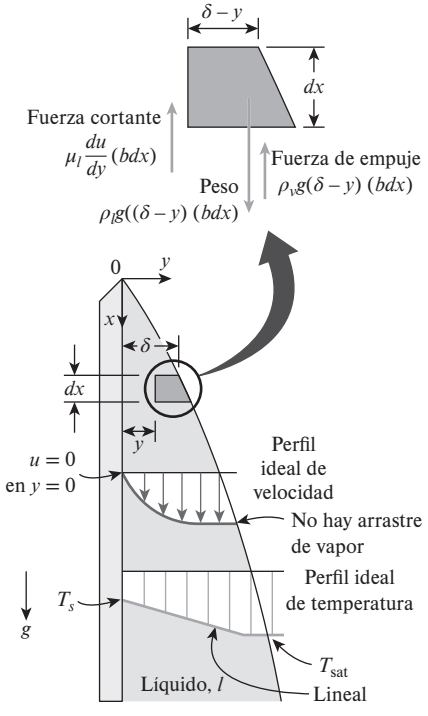


FIGURA 10-24

Elemento de volumen del condensado sobre una placa vertical, considerado en el análisis de Nusselt.

La relación analítica para el coeficiente de transferencia de calor en la condensación en película de una placa vertical, antes descrita, fue desarrollada por Nusselt por primera vez en 1916, simplificando las siguientes hipótesis:

1. Tanto la placa como el vapor se mantienen a las *temperaturas constantes* T_s y T_{sat}, respectivamente, y la temperatura a través de la película líquida varía *linealmente*.
2. La transferencia de calor a través de la película líquida es por *conducción* pura (no existen corrientes de convección en la película líquida).
3. La velocidad del vapor es baja (o cero), de tal manera que no ejerce *ningún arrastre* en el condensado (no existe ninguna fuerza cortante viscosa sobre la interfase líquido-vapor).
4. El flujo del condensado es *laminar* y las propiedades del líquido son constantes.
5. La aceleración de la capa de condensado es despreciable.

Entonces, la segunda ley de Newton del movimiento para el elemento de volumen que se muestra en la figura 10-24, en la dirección x vertical, puede escribirse como:

$$\sum F_x = ma_x = 0$$

puesto que la aceleración del fluido es cero. Se observa que la única fuerza que actúa hacia abajo es el peso del elemento líquido, y que las fuerzas que actúan hacia

arriba son la fuerza cortante viscosa (o fricción del fluido) a la izquierda, más la fuerza de empuje, el balance de fuerzas sobre el elemento de volumen se expresa:

$$F_{\text{hacia abajo}\ \downarrow} = F_{\text{hacia arriba}\ \uparrow}$$

$$\text{Peso} = \text{Fuerza cortante viscosa} + \text{Fuerza de empuje}$$

$$\rho_l g(\delta - y)(bdx) = \mu_l \frac{du}{dy}(bdx) + \rho_v\, g(\delta - y)(bdx)$$

Al eliminar el ancho b de la placa y despejar du/dy se obtiene:

$$\frac{du}{dy} = \frac{g(\rho_l - \rho_v)(\delta - y)}{\mu_l}$$

Al integrar desde $y = 0$, donde $u = 0$ (debido a la condición frontera de no deslizamiento) hasta $y = y$, en donde $u = u(y)$, da:

$$u(y) = \frac{g(\rho_l - \rho_v)}{\mu_l}\left(y\delta - \frac{y^2}{2}\right) \qquad \textbf{(10-12)}$$

El caudal másico del condensado en un punto x, donde el espesor de la capa frontera es δ, se calcula a partir de:

$$\dot{m}(x) = \int_A \rho_l u(y)dA = \int_{y=0}^{\delta} \rho_l u(y)bdy \qquad \textbf{(10-13)}$$

Al sustituir la relación $u(y)$, de la ecuación 10-12 en la ecuación 10-13, se obtiene:

$$\dot{m}(x) = \frac{gb\rho_l(\rho_l - \rho_v)\delta^3}{3\mu_l} \qquad \textbf{(10-14)}$$

cuya derivada respecto a x es:

$$\frac{d\dot{m}}{dx} = \frac{gb\rho_l(\rho_l - \rho_v)\delta^2}{\mu_l}\frac{d\delta}{dx} \qquad \textbf{(10-15)}$$

lo cual representa la rapidez o velocidad de condensación del vapor sobre una distancia vertical dx. La razón de transferencia de calor del vapor hasta la placa, a través de la película líquida, es igual al calor liberado, ya que el vapor se condensa y se expresa como:

$$d\dot{Q} = h_{fg}d\dot{m} = k_l(bdx)\frac{T_{\text{sat}} - T_s}{\delta} \quad \rightarrow \quad \frac{d\dot{m}}{dx} = \frac{k_l b}{h_{fg}}\frac{T_{\text{sat}} - T_s}{\delta} \qquad \textbf{(10-16)}$$

Al igualar ecuaciones 10-15 y 10-16 para $d\dot{m}/dx$, y separando las variables, se tiene:

$$\delta^3 d\delta = \frac{\mu_l k_l(T_{\text{sat}} - T_s)}{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)h_{fg}}dx \qquad \textbf{(10-17)}$$

Se integra desde $x = 0$, en donde $\delta = 0$ (es la parte superior de la placa), hasta $x = x$, en donde $\delta = \delta(x)$, el espesor de la película líquida en cualquier punto x se calcula como:

$$\delta(x) = \left[\frac{4\mu_l k_l(T_{\text{sat}} - T_s)x}{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)h_{fg}}\right]^{1/4} \qquad \textbf{(10-18)}$$

La razón de transferencia de calor del vapor hacia la placa, en un punto x puede expresarse como:

$$\dot{q}_x = h_x(T_{\text{sat}} - T_s) = k_l \frac{T_{\text{sat}} - T_s}{\delta} \quad \rightarrow \quad h_x = \frac{k_l}{\delta(x)} \tag{10-19}$$

Al sustituir la expresión $\delta(x)$ de la ecuación 10-18, el coeficiente de transferencia de calor local h_x se calcula de la siguiente forma:

$$h_x = \left[\frac{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)h_{fg}\, k_l^3}{4\mu_l(T_{\text{sat}} - T_s)x}\right]^{1/4} \tag{10-20}$$

El coeficiente de transferencia de calor promedio sobre toda la placa se calcula a partir de su definición, sustituyendo la relación h_x y realizando la integración. Se obtiene:

$$h = h_{\text{vert}} = \frac{1}{L}\int_0^L h_x dx = \frac{4}{3}h_{x=L} = 0.943\left[\frac{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)h_{fg}\, k_l^3}{\mu_l(T_{\text{sat}} - T_s)L}\right]^{1/4} \tag{10-21}$$

La ecuación 10-21, la cual se obtiene con las hipótesis simplificadas antes establecidas, aporta una buena idea de la dependencia funcional del coeficiente de transferencia de calor por condensación. Sin embargo, se observa que no predice correctamente la transferencia de calor, debido a que no toma en cuenta los efectos del perfil de temperatura no lineal de la película líquida y el enfriamiento del líquido por debajo de la temperatura de saturación. Ambos efectos se pueden incluir, al reemplazar h_{fg} por h_{fg}^* proporcionado en la ecuación 10-9a. Con esta modificación, el *coeficiente de transferencia de calor promedio* para la condensación en película laminar sobre una placa plana vertical de altura L se calcula como:

$$h_{\text{vert, laminar}} = 0.943\left[\frac{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)h_{fg}^* k_l^3}{\mu_l(T_{\text{sat}} - T_s)L}\right]^{1/4} \quad (\text{W/m}^2\cdot\text{K}), \quad 0 < \text{Re} < 30 \tag{10-22}$$

Donde:

g = aceleración gravitacional, m/s^2
ρ_l, ρ_v = densidades del líquido y del vapor, respectivamente, kg/m^3
μ_l = viscosidad del líquido, kg/m · s
$h_{fg}^* = h_{fg} + 0.68c_{pl}(T_{\text{sat}} - T_s)$ = calor latente de vaporización modificado, J/kg
K_l = conductividad térmica del líquido, W/m · k
L = altura de la placa vertical, m
T_s = temperatura superficial de la placa, °C
T_{sat} = temperatura de saturación del fluido condensado, °C

A una determinada temperatura, $\rho_v \ll \rho_l$, donde, $\rho_l - \rho_v \approx \rho_l$, excepto cerca del punto crítico de la sustancia. Al utilizar esta aproximación y sustituir las ecuaciones 10-14 y 10-18, en $x = L$ en la ecuación 10-8 se denota que $\delta_{x=L} = k/h_{x=L}$ y $h_{\text{vert}} = \frac{4}{3}h_{x=L}$ (ecuaciones 10-19 y 10-21) da:

$$\text{Re}_{\text{vert, laminar}} = \frac{4g\rho_l(\rho_l - \rho_v)\delta^3}{3\mu_l^2} = \frac{4g\rho_l^2}{3\mu_l^2}\left(\frac{k_l}{h_{x=L}}\right)^3 = \frac{4g}{3\nu_l^2}\left(\frac{k_l}{3h_{\text{vert}}/4}\right)^3 \tag{10-23}$$

Entonces, el coeficiente de transferencia de calor h_{vert} en términos de Re es:

$$h_{\text{vert, laminar}} \cong 1.47k_l\,\text{Re}^{-1/3}\left(\frac{g}{\nu_l^2}\right)^{1/3}, \qquad \begin{matrix} 0 < \text{Re} < 30 \\ \rho_v \ll \rho_l \end{matrix} \tag{10-24}$$

Los resultados que se obtienen a partir de las relaciones teóricas anteriores concuerdan de forma excelente con los resultados obtenidos experimentalmente. Se puede demostrar que al usar los valores de las propiedades en las ecuaciones 10-22 y 10-24, con las *unidades especificadas,* se obtiene el coeficiente de transferencia de calor por condensación en $W/m^2 \cdot K$ simplificando de esta forma manipulaciones con las unidades en cada caso (figura 10-25). Esto también es válido para las ecuaciones descritas más adelante. Todas las propiedades del líquido se van a evaluar a la temperatura de la película $T_f = (T_{sat} + T_s)/2$. Los parámetros h_{fg} y ρ_v se deben evaluar a la temperatura de saturación T_{sat}.

$$h_{vert} = \left(\frac{\frac{m}{s^2}\frac{kg}{m^3}\frac{kg}{m^3}\frac{J}{kg}\left(\frac{W}{m \cdot K}\right)^3}{\frac{kg}{m \cdot s} \cdot K \cdot m} \right)^{1/4}$$
$$= \left[\frac{m}{s}\frac{1}{m^6}\frac{W^3}{m^3 \cdot K^3}\frac{J}{K} \right]$$
$$= \left(\frac{W^4}{m^8 \cdot K^4} \right)^{1/4}$$
$$= W/m^2 \cdot K$$

FIGURA 10-25

La ecuación 10-22 proporciona el coeficiente de transferencia de calor por condensación en $W/m^2 \cdot K$, cuando los valores se expresan con las unidades especificadas en sus descripciones.

Flujo laminar ondulatorio en placas verticales

Con números de Reynolds mayores que 30, se observa la formación de ondas en la interfase líquido-vapor, aunque el flujo en la película líquida sigue todavía laminar. En este caso, se dice que el flujo es *laminar ondulatorio*. Las ondas en la interfase líquido-vapor tienden a incrementar la transferencia de calor. Sin embargo, las ondas también complican el análisis y hacen muy compleja la obtención de soluciones analíticas; por tanto, se tiene que confiar en estudios empíricos. El incremento en la transferencia de calor debido al efecto ondulatorio es, en promedio, cerca de 20%, pero puede exceder 50%. Mejorar la cantidad exacta dependerá del número de Reynolds. Con base en la experimentación y sus correlaciones empíricas, Kutateladze (1963) recomienda la siguiente relación para obtener el coeficiente de transferencia de calor promedio de un flujo laminar ondulatorio del condensado, para $\rho_v \ll \rho_l$ y $30 < Re < 1\,800$.

$$h_{\text{vert. ondulatorio}} = \frac{Re\, k_l}{1.08\, Re^{1.22} - 5.2} \left(\frac{g}{\nu_l^2} \right)^{1/3}, \qquad \begin{matrix} 30 < Re < 1\,800 \\ \rho_v \ll \rho_l \end{matrix} \tag{10-25}$$

Una alternativa más simple para la relación propuesta por Kutateladze (1963) es:

$$h_{\text{vert, ondulatorio}} = 0.8\, Re^{0.11}\, h_{\text{vert (liso)}} \tag{10-26}$$

la cual relaciona al coeficiente de transferencia de calor en un flujo laminar ondulatorio, con el del flujo laminar libre o sin ondas. McAdams (1954) fue aún más lejos y sugirió un aumento de transferencia de calor en la región ondulatoria, simplemente incrementando el coeficiente de transferencia de calor calculado en la ecuación 10-22 para el caso laminar de 20%. También se sugiere que la ecuación 10-22 puede utilizarse para la región ondulatoria, en el entendido de que este es un método conservador que proporciona un margen seguro en el diseño térmico. En este libro se utiliza la ecuación 10-25.

Una relación para el número de Reynolds en la región laminar ondulatoria puede calcularse sustituyendo la relación h de la ecuación 10-25 en la relación Re de la ecuación 10-11 y simplificar. De esta forma se obtiene:

$$Re_{\text{vert, ondulatorio}} = \left[4.81 + \frac{3.70\, L k_l (T_{sat} - T_s)}{\mu_l h_{fg}^*} \left(\frac{g}{\nu_l^2} \right)^{1/3} \right]^{0.820}, \qquad \rho_v \ll \rho_l \tag{10-27}$$

Flujo turbulento sobre placas verticales

Con un número de Reynolds cerca de 1 800, el flujo del condensado se convierte en turbulento. Se han propuesto algunas relaciones empíricas con grados variables de complejidad para el coeficiente de transferencia de calor para un flujo turbulento. Por simplicidad, se supone que $\rho_v \ll \rho_l$, Labuntsov (1957) propuso la siguiente relación para el flujo turbulento de condensado en *placas verticales:*

$$h_{\text{vert, turbulento}} = \frac{Re\, k_l}{8\,750 + 58\, Pr_l^{-0.5}(Re^{0.75} - 253)} \left(\frac{g}{\nu_l^2} \right)^{1/3}, \qquad \begin{matrix} Re > 1\,800 \\ \rho_v \ll \rho_l \end{matrix} \tag{10-28}$$

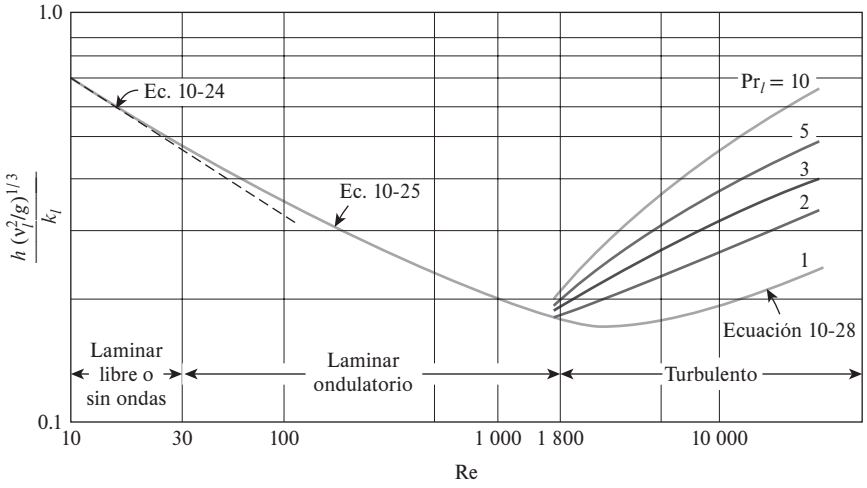


FIGURA 10-26

Coeficientes de transferencia de calor adimensionales para los flujos laminar libre o sin ondas, laminar ondulatorio y turbulento de condensado sobre placas verticales.

Las propiedades físicas del condensado se evalúan a la temperatura de la película $T_f = (T_{sat} + T_s)/2$. La relación Re en este caso se obtiene sustituyendo la relación *h, antes* con la relación Re de la ecuación 10-11, de lo cual se obtiene:

$$\mathrm{Re}_{\text{vert, turbulento}} = \left[\frac{0.0690\, L k_l \,\mathrm{Pr}_l^{0.5}\,(T_{sat} - T_s)}{\mu_l\, h_{fg}^*}\left(\frac{g}{\nu_l^2}\right)^{1/3} - 151\,\mathrm{Pr}_l^{0.5} + 253\right]^{4/3} \quad \textbf{(10-29)}$$

Los coeficientes de transferencia de calor adimensionalizados para los flujos laminar libre de ondas, laminar ondulatorio y turbulento de condensado sobre placas verticales se grafican en la figura 10-26.

2 Placas inclinadas

La ecuación 10-22 se desarrolló para placas verticales, pero también se puede utilizar para la condensación en película laminar sobre las superficies de placas *inclinadas* a un ángulo θ respecto a la *vertical*, donde se reemplaza la *g,* por $g \cos\theta$ (figura 10-27). Esta aproximación da resultados satisfactorios, en especial para $\theta \leq 60°$. Observe que los coeficientes de transferencia de calor por condensación en placas verticales e inclinadas están relacionados entre sí por medio de:

$$h_{\text{inclinada}} = h_{\text{vert}}(\cos\theta)^{1/4} \qquad \text{(laminar)} \quad \textbf{(10-30)}$$

La ecuación 10-30 se desarrolló para el flujo laminar del condensado; sin embargo, también puede utilizarse en flujos laminares ondulatorios como una aproximación.

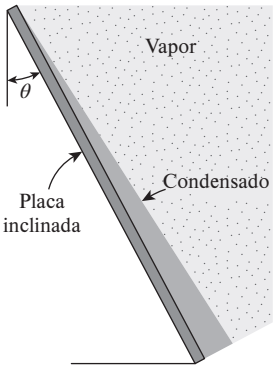


FIGURA 10-27

Condensación en película sobre una placa inclinada.

3 Tubos verticales

La ecuación 10-22 se puede utilizar en placas verticales para calcular el coeficiente de transferencia de calor promedio, para la condensación en película laminar sobre las superficies exteriores de los tubos verticales, siempre y cuando el diámetro del tubo sea mayor en relación con el espesor de la película líquida ($D >> \delta$). En la mayoría de los problemas incluidos en este capítulo, δ (el espesor de la película líquida en el fondo del tubo) se puede calcular combinando las ecuaciones 10-19 y 10-21, lo cual lleva a $\delta = 4k_l/3h$.

4 Tubos horizontales y esferas

El análisis de Nusselt sobre la condensación en película sobre placas verticales también se puede extender a tubos horizontales y esferas. El coeficiente de transferencia de

calor promedio para la condensación sobre las superficies exteriores de un *tubo horizontal* se calcula con:

$$h_{\text{horiz}} = 0.729\left[\frac{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)h_{fg}^{*}k_l^3}{\mu_l(T_{\text{sat}} - T_s)D}\right]^{1/4} \text{(W/m}^2\cdot\text{K)} \qquad \textbf{(10-31)}$$

donde D es el diámetro del tubo horizontal. La ecuación 10-31 se puede modificar con facilidad para la geometría de una *esfera,* al reemplazar la constante 0.729 por 0.815.

Al relacionar las relaciones del coeficiente de transferencia de calor entre un tubo vertical con altura L (ecuación 10-22), y un tubo horizontal de diámetro D (ecuación 10-31) se obtiene:

$$\frac{h_{\text{vert}}}{h_{\text{horiz}}} = \frac{0.943/L^{1/4}}{0.729/D^{1/4}} = 1.29\left(\frac{D}{L}\right)^{1/4} \qquad \textbf{(10-32)}$$

Si se establece que $h_{\text{vert}} = h_{\text{horiz}}$ da $L = 1.29^4\ D = 2.77D$, lo cual implica que para un tubo cuya longitud es 2.77 veces su diámetro, el coeficiente de transferencia de calor promedio para la condensación en película laminar es el *mismo,* ya sea que el tubo se coloque horizontal o verticalmente. Para $L > 2.77D$, el coeficiente de transferencia de calor es mayor en la posición horizontal. Si se toma en cuenta que la longitud de un tubo en cualquier aplicación práctica es varias veces su diámetro, es común colocar los tubos *horizontalmente* en un condensador, con el fin de maximizar el coeficiente de transferencia de calor por condensación sobre las superficies exteriores de esos tubos.

5 Bancos de tubos horizontales

Los tubos horizontales apilados uno sobre otro, como se muestra en la figura 10-28, son más utilizado para el diseño de condensadores. El espesor promedio de la película líquida en los tubos colocados más abajo es mucho mayor como resultado de la caída del condensado sobre la superficie de estos, proveniente de los tubos colocados directamente arriba de ellos. Por tanto, el coeficiente de transferencia de calor promedio de los tubos inferiores en dichos arreglos es menor. Al suponer que el condensado proveniente de los tubos superiores hacia los de abajo fluya de manera regular, el coeficiente de transferencia de calor por condensación en película promedio de todos los tubos en un nivel vertical se puede expresar como:

$$h_{\text{horiz, }N\text{ tubos}} = 0.729\left[\frac{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)h_{fg}^{*}k_l^3}{\mu_l(T_{\text{sat}} - T_s)ND}\right]^{1/4} = \frac{1}{N^{1/4}}h_{\text{horiz, 1 tubo}} \qquad \textbf{(10-33)}$$

Observe que la ecuación 10-33 se puede obtener a partir de la relación del coeficiente de transferencia de calor para un tubo horizontal (ecuación 10-31) al reemplazar D por ND, donde N es el número de tubos horizontales en el nivel. Esta relación no toma en cuenta el incremento de transferencia de calor debido a la formación de ondas y turbulencias causadas durante el drenaje, y de manera general se obtienen resultados conservadores.

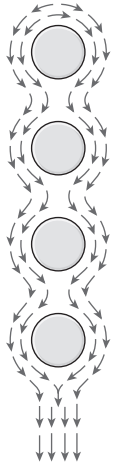


FIGURA 10-28
Condensación en película sobre un nivel vertical de tubos horizontales.

Efecto de la velocidad del vapor

En el análisis anterior se supone que la velocidad del vapor es baja y por tanto, el arrastre de vapor ejercido en la película líquida es despreciable, lo cual sucede para este caso. Sin embargo, cuando la velocidad del vapor es alta, el vapor "succionará" el líquido en la interfase, puesto que la velocidad del vapor en la interfase disminuye hasta el valor de la del líquido. Si el vapor fluye hacia abajo (es decir, en la misma dirección que el líquido), esta fuerza adicional incrementará la velocidad promedio

del líquido, y por ende, reducirá el espesor de la película. Esto, a su vez, reducirá la resistencia térmica de la película líquida, y por tanto, incrementará la transferencia de calor. El flujo de vapor hacia arriba tiene el efecto contrario: el vapor ejerce una fuerza en el líquido en la dirección opuesta al flujo, adelgaza la película líquida, y entonces reduce la transferencia de calor. Se ha estudiado la condensación en presencia de un flujo de vapor elevado (por ejemplo, Shekriladze *et al*., 1966), y se han obtenido relaciones de transferencia de calor; sin embargo, el análisis detallado de este tema está más allá del alcance de este libro introductorio.

Gases no condensables en los condensadores

En la mayoría de los condensadores que se utilizan en plantas de generación de energía eléctrica por medio de vapor, los gases no condensables operan a presiones muy por debajo de la atmosférica (por lo general, por debajo de 0.1 atm), con la finalidad de maximizar la eficiencia térmica del ciclo, pero con bajas presiones crece la posibilidad de que se filtre aire (un gas no condensable) en ellos. Estudios experimentales demuestran que la presencia de estos gases en el vapor tiene un efecto que va en decremento de la transferencia de calor por condensación. Inclusive pequeñas cantidades de gas no condensables en el vapor provocan caídas significativas en el coeficiente de transferencia de calor durante la condensación. Por ejemplo, la presencia de menos de 1% (en masa) de aire en el vapor puede reducir el coeficiente de transferencia de calor por condensación en más de la mitad. Por tanto, es común descargar periódicamente los gases no condensables que se acumulan en los condensadores con el fin de garantizar su adecuada operación.

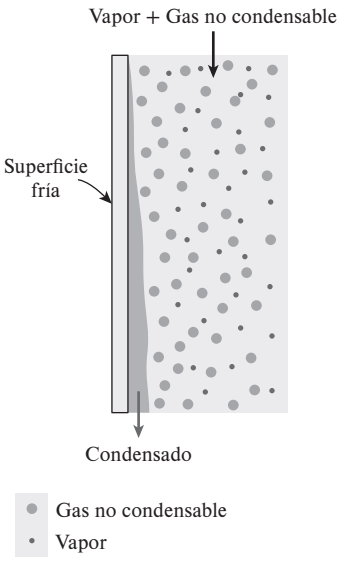


FIGURA 10-29

La presencia de un gas no condensable en un vapor evita que las moléculas de vapor lleguen fácilmente a la superficie fría, y por tanto, impide la transferencia de calor por condensación.

La reducción drástica del coeficiente de transferencia de calor por condensación en un gas no condensable puede explicarse como sigue: cuando se condensa el vapor mezclado con un gas no condensable, solo este permanece en los alrededores de la superficie (figura 10-29). Esta capa de gas actúa como una *barrera* entre el vapor y la superficie, y dificulta que el vapor llegue a esta. Ahora, el vapor debe difundirse primero a través del gas no condensable antes de llegar a la superficie y esto reduce la eficiencia del proceso de condensación.

Los estudios experimentales demuestran que la transferencia de calor en presencia de un gas no condensable depende significativamente de la naturaleza del flujo de vapor y de su velocidad. Usted podría esperar que *una velocidad de flujo elevada* sea más probable que remueva el gas no condensable estancado en los alrededores de la superficie y, por lo tanto, *mejore* la transferencia de calor.

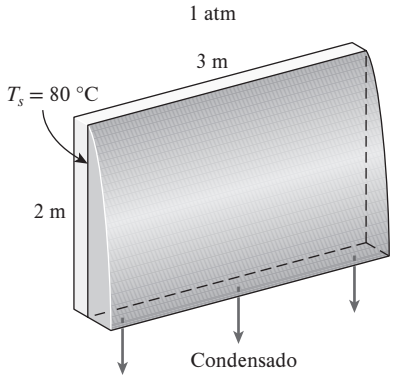


FIGURA 10-30

Esquema para el ejemplo 10-4.

EJEMPLO 10-4 **Condensación de vapor sobre una placa vertical**

Vapor saturado a presión atmosférica se condensa sobre una placa vertical de 2 m de alto y 3 m de ancho, que se mantiene a 80 °C por medio de la circulación de agua fría por el otro lado de la placa (figura 10-30). Determine *a*) la razón de la transferencia de calor por condensación hacia la placa y, *b*) la tasa a la que el condensado gotea de la placa en la parte inferior.

SOLUCIÓN Vapor saturado a 1 atm se condensa sobre una placa vertical. Se van a calcular las razones de transferencia de calor y de la condensación.

Suposiciones **1** Prevalecen condiciones de operación estacionarias. **2** La placa es isotérmica. **3** El flujo de condensado es laminar-ondulatorio sobre toda la placa (se demostrará). **4** La densidad del vapor es mucho más pequeña que la del líquido, $\rho_v \ll \rho_l$.

Propiedades Las propiedades del agua a la temperatura de saturación de 100 °C son $h_{fg} = 2\,257 \times 10^3$ J/kg y $\rho_v = 0.60$ kg/m^3. Las propiedades del agua

líquida a la temperatura de la película de $T_f = (T_{sat} + T_s)/2 = (100 + 80)/2 = 90\ °C$ son (tabla A-9):

$$\rho_l = 965.3\ \text{kg/m}^3 \qquad c_{pl} = 4\ 206\ \text{J/kg}\cdot\text{K}$$
$$\mu_l = 0.315 \times 10^{-3}\ \text{kg/m}\cdot\text{s} \qquad k_l = 0.675\ \text{W/m}\cdot\text{K}$$
$$\nu_l = \mu_l/\rho_l = 0.326 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}$$

Análisis *a*) El calor latente de vaporización modificado es:

$$\begin{aligned} h_{fg}^* &= h_{fg} + 0.68\, c_{pl}(T_{sat} - T_s) \\ &= 2\ 257 \times 10^3\ \text{J/kg} + 0.68 \times (4\ 206\ \text{J/kg}\cdot\text{K})(100 - 80)\ °\text{C} \\ &= 2\ 314 \times 10^3\ \text{J/kg} \end{aligned}$$

Para un flujo laminar-ondulatorio, el número de Reynolds se calcula a partir de la ecuación 10-27 como:

$$\begin{aligned} \text{Re} = \text{Re}_{\text{vert, ondulatorio}} &= \left[4.81 + \frac{3.70\, L k_l (T_{sat} - T_s)}{\mu_l h_{fg}^*}\left(\frac{g}{\nu_l^2}\right)^{1/3}\right]^{0.820} \\ &= \left[4.81 + \frac{3.70(2\ \text{m})(0.675\ \text{W/m}\cdot\text{K})(100 - 80)\ °\text{C}}{(0.315 \times 10^{-3}\ \text{kg/m}\cdot\text{s})(2\ 314 \times 10^3\ \text{J/kg})} \right. \\ &\quad \left. \times \left(\frac{9.81\ \text{m/s}^2}{(0.326 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s})^2}\right)^{1/3}\right]^{0.820} \\ &= 1\ 287 \end{aligned}$$

el cual se encuentra entre 30 y 1 800 y, por tanto, nuestra suposición de flujo laminar ondulatorio queda demostrada. Entonces, el coeficiente de transferencia de calor por condensación se determina a partir de la ecuación 10-25 como:

$$\begin{aligned} h = h_{\text{vert, ondulatorio}} &= \frac{\text{Re}\, k_l}{1.08\ \text{Re}^{1.22} - 5.2}\left(\frac{g}{\nu_l^2}\right)^{1/3} \\ &= \frac{1\ 287 \times (0.675\ \text{W/m}\cdot\text{K})}{1.08\,(1\ 287)^{1.22} - 5.2}\left(\frac{9.81\ \text{m/s}^2}{(0.326 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s})^2}\right)^{1/3} = 5\ 850\ \text{W/m}^2\cdot\text{K} \end{aligned}$$

El área superficial de transferencia de calor de la placa es $A_s = W \times L = (3\ \text{m})(2\ \text{m}) = 6\ \text{m}^2$. Entonces, la razón de transferencia de calor durante este proceso de condensación es:

$$\dot{Q} = hA_s(T_{sat} - T_s) = (5\ 850\ \text{W/m}^2\cdot\text{K})(6\ \text{m}^2)(100 - 80)\ °\text{C} = \mathbf{7.02 \times 10^5\ W}$$

b) La tasa de condensación del vapor se determina a partir de:

$$\dot{m}_{\text{condensación}} = \frac{\dot{Q}}{h_{fg}^*} = \frac{7.02 \times 10^5\ \text{J/s}}{2\ 314 \times 10^3\ \text{J/kg}} = \mathbf{0.303\ kg/s}$$

Es decir, el vapor se condensará sobre la superficie a una velocidad de 303 gramos/segundo.

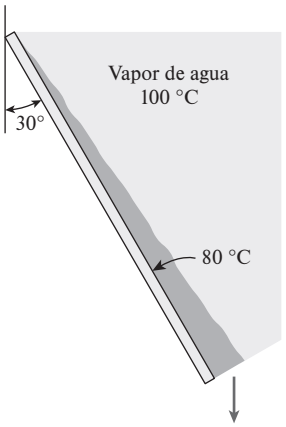


FIGURA 10-31
Esquema para el ejemplo 10-5.

EJEMPLO 10-5 **Condensación de vapor sobre una placa inclinada**

¿Cuál sería su respuesta al problema del ejemplo anterior si la placa se encontrara inclinada 30° respecto a la vertical, como se muestra en la figura 10-31?

SOLUCIÓN *a*) El coeficiente de transferencia de vapor en este caso puede calcularse a partir de la relación de la placa vertical reemplazando *g* por *g* cos *θ*. Sin embargo, en lugar de usar dicha ecuación, se utilizará la ecuación 10-30, porque ya se conoce el valor de la placa vertical del ejemplo anterior:

$$h = h_{\text{inclinada}} = h_{\text{vert}}(\cos\theta)^{1/4} = (5\ 850\ \text{W/m}^2\cdot\text{K})(\cos 30°)^{1/4} = 5\ 643\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}$$

El área superficial de transferencia de calor de la placa aún es de 6 m^2. Entonces, la razón de transferencia de calor por condensación en el caso de la placa inclinada es:

$$\dot{Q} = hA_s(T_{\text{sat}} - T_s) = (5\ 643\ \text{W/m}^2\cdot\text{K})(6\ \text{m}^2)(100 - 80)\ °\text{C} = \mathbf{6.77 \times 10^5\ W}$$

b) La velocidad de condensación del vapor se calcula de nuevo a partir de:

$$\dot{m}_{\text{condensación}} = \frac{\dot{Q}}{h_{fg}^*} = \frac{6.77 \times 10^5\ \text{J/s}}{2\ 314 \times 10^3\ \text{J/kg}} = \mathbf{0.293\ kg/s}$$

Discusión Observe que la tasa de condensación disminuye en 3.3% cuando la placa está inclinada.

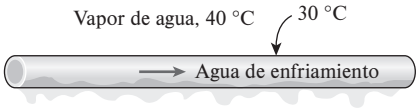


FIGURA 10-32
Esquema para el ejemplo 10-6.

EJEMPLO 10-6 **Condensación de vapor sobre tubos horizontales**

El condensador de una planta de generación de energía eléctrica (termoeléctrica) por medio de vapor, opera a una presión de 7.38 kPa. El vapor a esta presión se condensa sobre las superficies exteriores de los tubos horizontales, a través de los cuales circula agua de enfriamiento. El diámetro exterior de las tuberías es de 3 cm y las superficies exteriores de estas se mantienen a 30 °C (figura 10-32). Calcule *a*) la razón de transferencia de calor hacia el agua de enfriamiento circulando en los tubos, y *b*) la tasa de condensación de vapor por unidad de longitud de un tubo horizontal.

SOLUCIÓN El vapor saturado de agua a una presión de 7.38 kPa, se condensa sobre un tubo horizontal a 30 °C. Se van a determinar las razones de transferencia de calor y de condensación.

Suposiciones **1** Prevalecen condiciones de operación estacionarias. **2** El tubo es isotérmico.

Propiedades Las propiedades del agua a la temperatura de saturación de 40 °C correspondientes a 7.38 kPa son $h_{fg} = 2\ 407 \times 10^3$ J/kg y $\rho_v = 0.05$ kg/m^3. Las propiedades del agua líquida a la temperatura de película de $T_f = (T_{\text{sat}} + T_s)/2 = (40 + 30)/2 = 35\ °\text{C}$ son (tabla A-9),

$$\rho_l = 994\ \text{kg/m}^3 \qquad c_{pl} = 4\ 178\ \text{J/kg}\cdot\text{K}$$
$$\mu_l = 0.720 \times 10^{-3}\ \text{kg/m}\cdot\text{s} \qquad k_l = 0.623\ \text{W/m}\cdot\text{K}$$

Análisis *a*) El calor latente de vaporización modificado es:

$$\begin{aligned} h_{fg}^* &= h_{fg} + 0.68\ c_{pl}(T_{\text{sat}} - T_s) \\ &= 2\ 407 \times 10^3\ \text{J/kg} + 0.68 \times (4\ 178\ \text{J/kg}\cdot\text{K})(40 - 30)\ °\text{C} \\ &= 2\ 435 \times 10^3\ \text{J/kg} \end{aligned}$$

Se observa que $\rho_v \ll \rho_l$ (puesto que $0.05 \ll 994$), el coeficiente de transferencia de calor por condensación en un solo tubo horizontal se calcula con la ecuación 10-31 como:

$$h = h_{\text{horiz}} = 0.729\left[\frac{g\rho_l(\rho_l-\rho_v)h_{fg}^{*}k_l^3}{\mu_l(T_{\text{sat}}-T_s)D}\right]^{1/4} \cong 0.729\left[\frac{g\rho_l^2 h_{fg}^{*}k_l^3}{\mu_l(T_{\text{sat}}-T_s)D}\right]^{1/4}$$

$$= 0.729\left[\frac{(9.81\ \text{m/s}^2)(994\ \text{kg/m}^3)^2\,(2\,435\times10^3\ \text{J/kg})(0.623\ \text{W/m}\cdot\text{K})^3}{(0.720\times10^{-3}\ \text{kg/m}\cdot\text{s})(40-30)\ ^\circ\text{C}(0.03\ \text{m})}\right]^{1/4}$$

$$= 9\,294\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}$$

El área superficial de transferencia de calor de la tubería por unidad de longitud es $A_s = \pi DL = \pi(0.03\ \text{m})\ (1\ \text{m}) = 0.09425\ \text{m}^2$. Entonces, la razón de transferencia de calor durante este proceso de condensación queda:

$$\dot{Q} = hA_s(T_{\text{sat}} - T_s) = (9\,292\ \text{W/m}^2\cdot\text{K})(0.09425\ \text{m}^2)(40-30)\ ^\circ\text{C} = \mathbf{8\ 760\ W}$$

b) La tasa de condensación del vapor es:

$$\dot{m}_{\text{condensación}} = \frac{\dot{Q}}{h_{fg}^{*}} = \frac{8\,760\ \text{J/s}}{2\,435\times10^3\ \text{J/kg}} = \mathbf{0.00360\ kg/s}$$

Por tanto, el vapor va a condensarse sobre el tubo horizontal a una velocidad de 3.6 g/s o 13.0 kg/h por metro de longitud.

EJEMPLO 10-7 **Condensación de vapor sobre bancos de tubos horizontales**

Repita el ejemplo anterior para el caso de 12 tubos horizontales que forman un arreglo rectangular de 3 tubos de alto y 4 tubos de ancho, como se muestra en la figura 10-33.

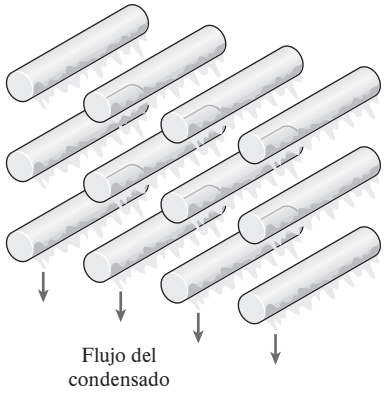


FIGURA 10-33
Esquema para el ejemplo 10-7.

SOLUCIÓN *a)* La transferencia de calor por condensación sobre un tubo no está influida por la presencia de otros tubos a su alrededor, a menos que el condensado de otros tubos gotee en él. En nuestro caso, los tubos horizontales están dispuestos en cuatro niveles verticales, cada uno de ellos consta de tres tubos. El coeficiente de transferencia de calor promedio de un nivel vertical de *N* tubos horizontales está relacionado con el de un solo tubo horizontal por medio de la ecuación 10-33, y se determina como sigue:

$$h_{\text{horiz, }N\text{ tubos}} = \frac{1}{N^{1/4}}h_{\text{horiz, 1 tubo}} = \frac{1}{3^{1/4}}(9\,294\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}) = 7\,062\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}$$

Cada nivel vertical consiste en tres tubos, y por tanto, el coeficiente de transferencia de calor que se determinó anteriormente es válido para cada uno de los cuatro niveles. En otras palabras, este valor puede considerarse como el coeficiente de transferencia de calor promedio para los 12 tubos.

El área superficial para los 12 tubos por unidad de longitud es:

$$A_s = N_{\text{total}}\,\pi DL = 12\pi(0.03\ \text{m})(1\ \text{m}) = 1.1310\ \text{m}^2$$

Entonces, la razón de transferencia de calor durante este proceso de condensación es:

$$\dot{Q} = hA_s(T_{\text{sat}} - T_s) = (7\,062\ \text{W/m}^2\cdot\text{K})(1.131\ \text{m}^2)(40-30)\ ^\circ\text{C} = \mathbf{79\ 870\ W}$$

b) La tasa de condensación del vapor se calcula de nuevo como:

$$\dot{m}_{\text{condensación}} = \frac{\dot{Q}}{h_{fg}^*} = \frac{79\ 870\ \text{J/s}}{2\ 435 \times 10^3\ \text{J/kg}} = \mathbf{0.0328\ kg/s}$$

Por tanto, el vapor se condensará en las tuberías horizontales a una velocidad de 32.8 g/s por metro de longitud de los tubos.

10-6 ▪ CONDENSACIÓN EN PELÍCULA DENTRO DE LOS TUBOS HORIZONTALES

Hasta el momento se ha estudiado la condensación en película sobre las *superficies exteriores* de tubos y otras geometrías, la cual se caracteriza por una velocidad despreciable del vapor y el flujo no restringido del condensado. La mayoría de los procesos de condensación que se enfrentan en las aplicaciones de refrigeración y aire acondicionado, se relacionan con la condensación de las *superficies interiores* de los tubos verticales u horizontales. El análisis de transferencia de calor de la condensación en el interior de los tubos es complejo por el hecho de que está fuertemente influido por la velocidad de vapor y la razón de la acumulación de líquido sobre las paredes de los tubos (figura 10-34).

Para velocidades de vapor altas (figura 10-34*a*), el flujo se caracteriza por condiciones anulares de dos fases. El núcleo es ocupado por el vapor y su diámetro disminuye a medida que el espesor del condensado en el anular aumenta en la dirección del flujo. A bajas velocidades de vapor (figura 10-34*b*), el flujo de condensado es una gran porción del tubo, hasta el fondo del mismo.

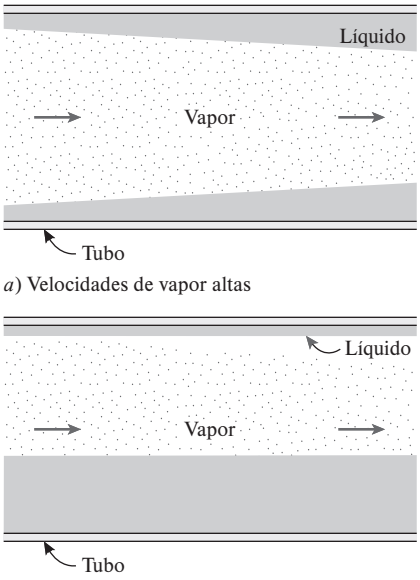
Para bajas velocidades del vapor, Chato (1962) recomienda esta expresión para la condensación,

$$h_{\text{interna}} = 0.555 \left[\frac{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)k_l^3}{\mu_l(T_{\text{sat}} - T_s)D} \left(h_{fg} + \frac{3}{8} c_{pl}(T_{\text{sat}} - T_s) \right) \right]^{1/4} \qquad \textbf{(10-34)}$$

para,

$$\text{Re}_{\text{vapor}} = \left(\frac{\rho_v V_v D}{\mu_v} \right)_{\text{entrada}} < 35\ 000 \qquad \textbf{(10-35)}$$

donde el número de Reynolds del vapor se evalúa en las condiciones de *entrada* al tubo, al utilizar su diámetro interior como la longitud característica. Las correlaciones del coeficiente de transferencia de calor para velocidades de vapor más elevadas son proporcionadas por Rohsenow (1973).



a) Velocidades de vapor altas

b) Velocidades de vapor bajas

FIGURA 10-34

Flujo de condensado en un tubo horizontal con velocidades altas y bajas.

PtD ***EJEMPLO 10-8*** **Prevención de la liberación de gas amoniaco condensándolo en líquido**

La exposición a una alta concentración de amoniaco gaseoso puede producir daño al tracto respiratorio y a los pulmones, y en algunos casos, inclusive la muerte. Una forma de evitar la liberación de altas concentraciones del gas amoniaco es almacenándolo en forma de líquido en contenedores presurizados. Considere un proceso de condensación del vapor de amoniaco saturado dentro de un tubo horizontal. El vapor de amoniaco saturado ingresa a un tubo de 25 mm de diámetro y 1.5 m de longitud, y se condensa dentro del tubo a 1 003 kPa. La temperatura superficial del tubo se mantiene constante a 15 °C

(figura 10-35). Para garantizar que el amoniaco esté totalmente condensado en líquido a la salida del tubo de 1.5 m de longitud, calcule la velocidad de flujo del amoniaco que entra al tubo.

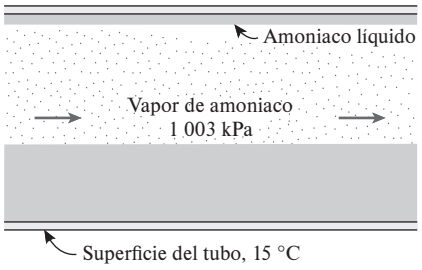


FIGURA 10-35
Esquema para el ejemplo 10-8.

SOLUCIÓN En este ejemplo, los conceptos de Prevención mediante el Diseño (PtD) se aplican en conjunto con el concepto de condensación dentro de un tubo horizontal para condensar vapor de amoniaco.

Suposiciones **1** Prevalecen condiciones de operación estacionarias. **2** El tubo es isotérmico. **3** La velocidad del vapor es baja, de tal modo que $\mathrm{Re}_{\text{vapor}} < 35\,000$ (se verificará).

Propiedades La temperatura de saturación del amoniaco a 1 003 kPa es $T_{\text{sat}} = 25\ ^\circ\text{C}$ (tabla A-11). Las propiedades del amoniaco saturado a $T_{\text{sat}} = 25\ ^\circ\text{C}$ son $h_{fg} = 1\,166 \times 10^3$ J/kg, $\rho_v = 7.809$ kg/m^3, $\mu_v = 1.037 \times 10^{-5}$ kg/m·s Las propiedades del amoniaco saturado a la temperatura en la película de $T_f = (T_{\text{sat}} + T_s) = (25 + 15)/2 = 20\ ^\circ\text{C}$ son:

$$\rho_l = 610.2 \text{ kg/m}^3$$
$$\mu_l = 1.519 \times 10^{-4} \text{ kg/m·s}$$
$$c_{pl} = 4\,745 \text{ J/kg·K}$$
$$k_l = 0.4927 \text{ W/m·K}$$

Análisis El coeficiente de transferencia de calor para la condensación dentro de un tubo horizontal es:

$$h = h_{\text{interno}} = 0.555\left[\frac{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)k_l^3}{\mu_l(T_{\text{sat}} - T_s)D}\left(h_{fg} + \frac{3}{8}c_{pl}(T_{\text{sat}} - T_s)\right)\right]^{1/4}$$

$$h = 0.555\left[\frac{(9.81 \text{ m/s}^2)(610.2 \text{ kg/m}^3)(610.2 - 7.809) \text{ kg/m}^3 (0.4927 \text{ W/m·K})^3}{(1.519 \times 10^{-4} \text{ kg/m·s})(25 - 15)\text{K}(0.025 \text{ m})}\right.$$
$$\left.\times \left(1\,166 \times 10^3 \text{ J/kg} + \frac{3}{8}(4\,745 \text{ J/kg·K})(25 - 15)\text{K}\right)\right]^{1/4}$$
$$= 5\,976.3 \text{ W/m}^2\text{·K}$$

El área superficial de transferencia de calor del tubo es:

$$A_s = \pi DL = \pi(0.025 \text{ m})(1.5 \text{ m}) = 0.11781 \text{ m}^2$$

Entonces, la razón de transferencia de calor durante este proceso de condensación se determina:

$$\dot{Q} = hA_s(T_{\text{sat}} - T_s) = (5\,976.3 \text{ W/m}^2\text{·K})(0.11781 \text{ m}^2)(25 - 15)\text{K} = 7\,040.7 \text{ W}$$

El calor latente de vaporización modificado, en este caso, es:

$$h_{fg}^* = h_{fg} + \frac{3}{8}c_{pl}(T_{\text{sat}} - T_s)$$
$$= 1\,166 \times 10^3 \text{ J/kg} + \frac{3}{8}(4\,745 \text{ J/kg·K})(25 - 15)\text{K} = 1\,183.8 \times 10^3 \text{ J/kg}$$

Entonces, la tasa de condensación es:

$$\dot{m}_{\text{condensación}} = \frac{\dot{Q}}{h_{fg}^*} = \frac{7\,040.7 \text{ J/s}}{1183.8 \times 10^3 \text{ J/kg}} = 0.005948 \text{ kg/s}$$

Por tanto, $\dot{m} \leq \mathbf{0.00595\ kg/s}$

Discusión Para garantizar que el vapor de amoniaco saturado está totalmente condensado dentro del tubo de 1.5 m de longitud, la velocidad de flujo del amoniaco que entra al tubo debe ser menor a la velocidad de condensación dentro del tubo.

Observe que la suposición de una velocidad baja de vapor es apropiada para $\dot{m} \leq 0.005948$ kg/s, puesto que:

$$\mathrm{Re}_{\text{vapor}} = \left(\frac{\rho_v V_v D}{\mu_v}\right)_{\text{entrada}} = \frac{4\dot{m}}{\pi D \mu_v} = \frac{4(0.005948 \text{ kg/s})}{\pi(0.025 \text{ m})(1.037 \times 10^{-5} \text{ kg/m} \cdot \text{s})}$$
$$= 29\,212 < 35\,000$$

10-7 ▪ CONDENSACIÓN POR GOTAS

FIGURA 10-36

Condensación por gotas de agua sobre una superficie vertical.

©*Chris Young/Alamy*

La condensación por gotas se caracteriza por la formación de un sinnúmero de gotas de diferentes diámetros sobre la superficie de condensación en lugar de una película líquida continua, es uno de los mecanismos más efectivos de transferir calor y se pueden alcanzar coeficientes de transferencia de calor extremadamente altos con este mecanismo (figura 10-36).

En la condensación por gotas, las pequeñas gotitas que se forman en los sitios de nucleación sobre la superficie, aumentan de tamaño como consecuencia de la condensación continua, coalescen o se juntan formando gotas grandes y se deslizan hacia abajo cuando alcanzan un cierto tamaño, limpiando la superficie y exponiéndola al vapor. No existe película líquida que resista la transferencia de calor en este caso. Como consecuencia, en la condensación por gotas, los coeficientes de transferencia de calor pueden alcanzar hasta 10 veces su valor respecto a los asociados con la condensación en película. Los coeficientes de transferencia de calor elevados permiten a los diseñadores alcanzar una razón de transferencia de calor específica, con un área superficial más pequeña, y por tanto, un pequeño condensador (menos costoso). Así que la condensación por gotas es el preferido en aplicaciones de transferencia de calor.

El reto en la condensación por gotas no es lograrla, sino *sostenerla* por periodos prolongados. Este tipo de condensación se logra *agregando* un químico promotor al vapor, y *tratando* el área superficial recubriéndola con un polímero como el teflón, o con un metal noble como oro, plata, rodio, paladio o platino. Entre los *promotores* utilizados se incluyen varias ceras y ácidos grasos, como los ácidos oleicos, esteárico y linoleico. Sin embargo, estos pierden su efectividad después de cierto tiempo debido a la incrustación, a la oxidación y a la remoción del promotor en el área superficial. Es posible sostener la condensación por gotas durante un año por los efectos combinados del recubrimiento del área superficial y la inyección periódica del promotor en el vapor. Sin embargo, cualquier ganancia en la transferencia de calor debe ser ponderada contra el costo asociado con el sostenimiento de la condensación por gotas.

La condensación por gotas ha sido estudiada experimentalmente formando varias combinaciones superficie-fluido. De estas, los estudios acerca de la condensación del vapor sobre áreas superficiales de cobre han atraído más la atención debido a su amplio uso en plantas de generación de energía eléctrica por medio de vapor. P. Griffith (1983) recomienda estas simples correlaciones para la condensación por gotas de *vapor* sobre *superficies de cobre:*

$$h_{\text{por gotas}} = \begin{cases} 51\,104 + 2\,044 T_{\text{sat}}, & 22\,^\circ\text{C} < T_{\text{sat}} < 100\,^\circ\text{C} \quad \textbf{(10-36)} \\ 255\,510, & T_{\text{sat}} > 100\,^\circ\text{C} \quad \textbf{(10-37)} \end{cases}$$

donde T_{sat} está en °C y el coeficiente de transferencia de calor $h_{\text{por gotas}}$ está en $\text{W/m}^2 \cdot \text{K}$

Los elevados coeficientes de transferencia de calor que se pueden alcanzar con la condensación por gotas serían poco significativas si el material de la superficie de condensación no fuera un buen conductor, como el cobre, o si la resistencia térmica del otro lado de la superficie fuera demasiado grande. En operación estacionaria, la transferencia de calor de un medio a otro depende de la suma de las resistencias térmicas en la trayectoria del flujo de calor, y una resistencia térmica elevada disminuye a todas las demás y domina el proceso de transferencia. En dichos casos, optimizarla en una pequeña resistencia (así se tuviera una debida condensación o ebullición) difícilmente produce alguna diferencia en los cálculos de la transferencia de calor total.

EJEMPLO 10-9 **Determinación de la tasa de condensación por gotas**

La lata de una bebida tiene las siguientes dimensiones; una altura de 123 mm y un diámetro de 66 mm, y se encuentra a una temperatura uniforme de 5 °C cuando se retira del refrigerador. La lata se coloca sobre la mesa de una habitación y el aire húmedo se condensa sobre la superficie exterior de la lata (figura 10-37). Determine la tasa de condensación por gotas de la humedad en el aire, si la temperatura de saturación es de 25 °C.

FIGURA 10-37
Esquema del ejemplo 10-9.
@belchonock/123RF

SOLUCIÓN La lata está a 5 °C y se coloca en una habitación. La lata condensa aire húmedo a 25 °C. Se va a calcular la tasa de condensación por gotas.

Suposiciones **1** Prevalecen condiciones de operación estacionarias. **2** La temperatura superficial de la lata es constante. **3** La condensación en las superficies superior e inferior de la lata se considera despreciable.

Propiedades Una propiedad requerida del agua a su temperatura de saturación $T_{\text{sat}} = 25\ ^\circ\text{C}$ es $h_{fg} = 2\,442 \times 10^3$ J/kg (tabla A-9). Una propiedad requerida del agua líquida a la temperatura en la película $T_f = (T_{\text{sat}} + T_s)/2 = (25 + 5)/2 = 15\ ^\circ\text{C}$ es $c_{pl} = 4\,185\ \text{J/kg}\cdot\text{K}$ (tabla A-9).

Análisis El calor latente de vaporización modificado es:

$$h_{fg}^* = h_{fg} + 0.68\ c_{pl}\,(T_{\text{sat}} - T_s)$$
$$= 2\,442 \times 10^3\ \text{J/kg} + 0.68\ (4\,185\ \text{J/kg}\cdot\text{K})(25 - 5)\,\text{K} = 2.4989 \times 10^6\ \text{J/kg}$$

El coeficiente de transferencia de calor por gotas, para $22\ ^\circ\text{C} < T_{\text{sat}} < 100\ ^\circ\text{C}$, se calcula como:

$$h = h_{\text{por gotas}} = 51\,104 + 2\,044 T_{\text{sat}}$$
$$= 51\,104 + 2\,044(25\ ^\circ\text{C}) = 102\,204\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}$$

La razón de transferencia de calor hacia la lata durante este proceso de condensación es:

$$\dot{Q} = h\,A_s(T_{\text{sat}} - T_s) = h(\pi DL)(T_{\text{sat}} - T_s)$$
$$= (102\,204\ \text{W/m}^2\cdot\text{K})\,\pi(0.066\ \text{m})(0.123\ \text{m})(25 - 5)\,\text{K} = 5.2131 \times 10^4\ \text{W}$$

Por tanto, la tasa de condensación es:

$$\dot{m} = \frac{\dot{Q}}{h_{fg}^*} = \frac{5.2131 \times 10^4\ \text{J/s}}{2.4989 \times 10^6\ \text{J/kg}} = \mathbf{0.02086\ kg/s}$$

Análisis La razón de transferencia de calor durante la condensación por gotas se incrementa cuando se aumenta el área superficial de la lata. Observe que, si se hubiera supuesto la condensación en película en este caso, la tasa de condensación calculada hubiera sido casi 20 veces menor que la condensación por gotas.

TEMA DE INTERÉS ESPECIAL*

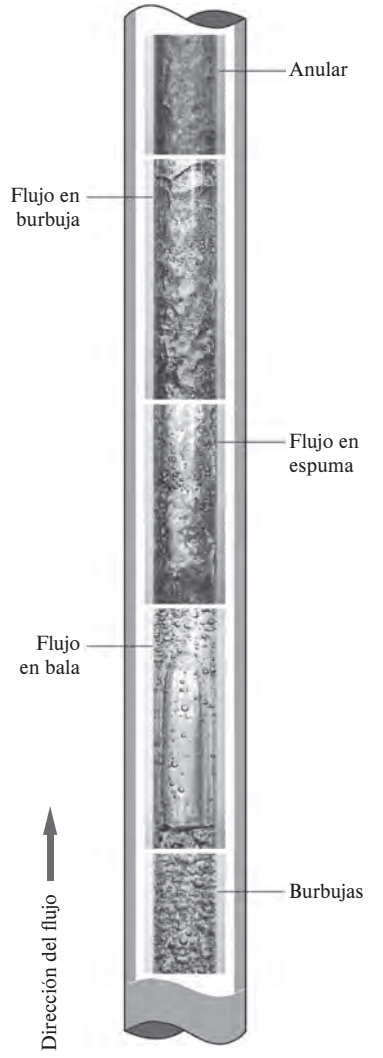


FIGURA 10-38

Patrones de flujo en flujo bifásico vertical.

@Ghajar and Tang, 2009

Transferencia de calor en flujos bifásicos sin ebullición

Los diferentes patrones de flujo (regímenes) encontrados en la ebullición de flujo (figura 10-19) también se pueden observar en el flujo bifásico sin ebullición en tubo vertical y horizontal (figuras 10-38 a 10-40). El flujo bifásico sin ebullición tiene muchas aplicaciones industriales, por ejemplo, el flujo de petróleo y gas natural en líneas de flujo y pozos, en los que se requiere conocimiento de la transferencia de calor bicomponente (líquido y gas permanente), bifásico sin ebullición. Durante la producción de fluidos de hidrocarburos bifásicos extraídos de un pozo petrolero hacia la superficie, la temperatura de los fluidos de hidrocarburos cambia debido a la diferencia de temperaturas del pozo petrolero y la superficie. El cambio de temperatura da como consecuencia la transferencia de calor entre los fluidos de hidrocarburos y la tierra que rodea al pozo petrolero, y la capacidad para estimar el perfil de temperaturas del flujo resulta necesario para resolver algunos problemas de diseño en la ingeniería de la producción petrolera.

En la producción de petróleo y gas natural del subsuelo marino, los fluidos de hidrocarburos pueden salir del pozo con una temperatura de 75 °C y fluir a través de los alrededores del subsuelo marino a 4 °C. Como consecuencia del gradiente de temperatura entre el pozo y los alrededores, el conocimiento de la transferencia de calor resulta crítico para evitar hidratos de gas y bloqueos de deposición de cera. Esta última puede traer como consecuencia problemas, entre los que se incluyen reducción del diámetro interior del tubo que provoca el bloqueo, incremento en la rugosidad de la superficie del tubo que lleva a una presión de línea de flujo restringida, y disminución en la producción, junto con varios problemas mecánicos.

En casos en los que es necesario un flujo a baja velocidad y son deseables altas razones de transferencia de calor, se utilizan dispositivos que mejoran dicha transferencia, como los insertos de alambre de resorte helicoidal, cinta trenzada y las costillas helicoidales que se usan para promover la turbulencia. A pesar de que estos dispositivos mejoran la transferencia de calor y han demostrado ser muy eficientes, también tienen desventajas, como la contaminación, el incremento en la caída de presión y, a veces, el bloqueo. Un método alternativo para la mejora de la transferencia de calor en el flujo a través del tubo consiste en inyectar gas en el líquido con el fin de promover la turbulencia.

En la evaluación de la transferencia de calor sin ebullición, la fracción nula (el cociente del volumen del espacio ocupado por la fase gaseosa entre el volumen total del sistema) y los patrones de flujo (definidos cualitativamente con base en la distribución de una fase respecto a la otra fase de la sección transversal de la tubería) son dos parámetros críticos que deben considerarse. En cualquier sistema gas-líquido, la fracción nula tiene grandes efectos en la transferencia de calor, puesto que la fase líquida por lo general tiene una conductividad térmica mucho mayor que la fase gaseosa. El conocimiento de los patrones de flujo en un sistema gas-líquido constituye también un aspecto crítico en la evaluación de la transferencia de calor sin ebullición. Por ejemplo, es probable que la transferencia de calor en un flujo de bala (las burbujas se unen en formas de balas de gas) sea diferente a la transferencia de calor en un flujo anular (el núcleo del flujo consiste en una fase gaseosa con gotas de líquido arrastrado de la fase líquida de los alrededores). La fracción nula, el patrón del flujo, y la transferencia de calor, son también afectados por la inclinación del tubo. Bhagwat y Ghajar (2012) reportaron que en tubos inclinados y verticales hacia arriba o hacia abajo, la hidrodinámica del flujo bifásico está influida por el balance entre el efecto de flotación y la fuerza de gravedad. La influencia de la flotación y la fuerza de gravedad afectan el corrimiento entre la fase gaseosa y líquida, las cuales a su vez afectan la fracción nula. La inclinación del tubo también afecta los

*Esta sección puede omitirse sin perder continuidad.

patrones de flujo, y es la razón de la diferencia entre el flujo vertical y horizontal (figuras 10-38 a 10-40). La influencia de la inclinación del tubo en las direcciones del flujo bifásico hacia arriba y hacia abajo en la hidrodinámica también repercute su efecto en la transferencia de calor, según lo reportó Bhagwat y Ghajar (2016 y 2017). Debido a la complejidad y a la falta de comprensión básica de la fracción nula, de los patrones de flujo y de la transferencia de calor sin ebullición en flujos bifásicos, la mayoría de las investigaciones documentadas, ya sean mapas de patrones de flujo o correlaciones de fracción nula y transferencia de calor, son solo aplicables a condiciones de flujo específicas. Ghajar y colaboradores han estudiado de manera extensa los patrones de flujo, la fracción nula, la caída de presión y la transferencia de calor sin ebullición en flujos bifásicos gas-líquido con varias inclinaciones de tuberías, y los resultados de sus estudios se resumen en la segunda edición de la obra *Handbook of Multiphse Flow*; véase Ghajar y Bhagwat (2017). A partir de una base de datos de 986 puntos, Ghajar y Tang (2009) recomendaron la correlación siguiente para el cálculo del coeficiente de transferencia de calor bifásico sin ebullición h_{tp}, para una gran variedad de patrones de flujo gas-líquido, combinaciones de fluido e inclinaciones de tubo. La correlación captura 90% de los datos medidos con un error de ±25%, y para 94% de ellos con ±30%.

$$h_{tp} = F_p h_l \left[1 + 0.55 \left(\frac{x}{1-x} \right)^{0.1} \left(\frac{1-F_p}{F_p} \right)^{0.4} \left(\frac{\mathrm{Pr}_g}{\mathrm{Pr}_l} \right)^{0.25} \left(\frac{\mu_l}{\mu_g} \right)^{0.25} (I^*)^{0.25} \right], \ \mathrm{W/m^2 \cdot K} \quad \textbf{(10-38)}$$

donde los subíndices l y g se refieren a la fase líquida y gaseosa, y

h_l = coeficiente de transferencia de calor de la fase líquida
$= 0.027 \mathrm{Re}_l^{4/5} \mathrm{Pr}_l^{1/3} (k_l/D)(\mu_l/\mu_s)^{0.14}$, $\mathrm{W/m^2 \cdot K}$

Re_l = número de Reynolds del líquido *in situ* $= 4\dot{m}_l/(\pi\sqrt{1-\alpha}\mu_l D)$

x = calidad del fluido $= \dot{m}_g/(\dot{m}_g + \dot{m}_l)$

I^* = factor de inclinación $= 1 + \dfrac{(\rho_l - \rho_g) g D^2}{\sigma} |\mathrm{sen}\,\theta|$

F_p = factor de patrón de flujo $= (1-\alpha) + \alpha \left[\dfrac{2}{\pi} \tan^{-1} \left(\sqrt{\dfrac{\rho_g (V_g - V_l)^2}{gD(\rho_l - \rho_g)}} \right) \right]^2$

Donde ρ es la densidad en $\mathrm{kg/m^3}$, V la velocidad en m/s, g la aceleración gravitacional en $\mathrm{m^2/s}$, D el diámetro del tubo en m, $\dot{m}$ el caudal másico en kg/s, μ la viscosidad dinámica en $\mathrm{kg/m \cdot s}$, Pr el número de Prandtl, k la conductividad térmica en $\mathrm{W/m \cdot K}$, σ la tensión superficial en N/m y θ el ángulo de inclinación en radianes.

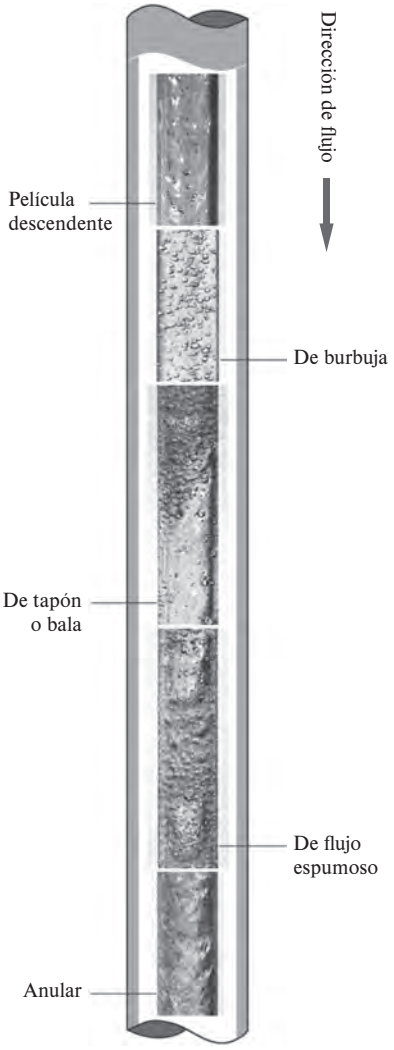


FIGURA 10-39

Patrones de flujo de un flujo bifásico vertical hacia abajo.

@Ghajar and Tang, 2012

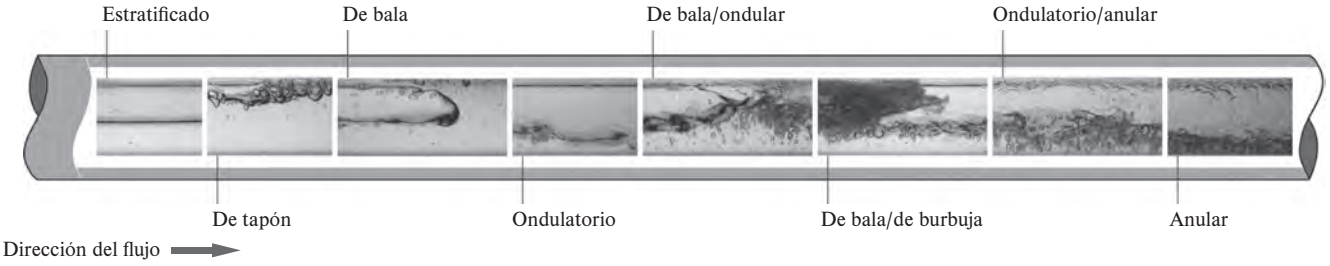


FIGURA 10-40

Patrones de flujo en un flujo bifásico horizontal.

©Ghajar and Tang, 2009

La fracción nula α de la ecuación 10-38 se calcula de (Woldesemayat y Ghajar, 2007),

$$\alpha = \frac{V_{sg}}{C_o(V_{sg} + V_{sl}) + u_{gm}} \tag{10-39}$$

donde C_o = coeficiente de distribución bifásica

$$= \frac{V_{sg}}{V_{sg} + V_{sl}}\left[1 + (V_{sl}/V_{sg})^{(\rho_g/\rho_l)^{0.1}}\right]$$

y u_{gm} = velocidad que deriva del gas

$$= 2.9(1.22 + 1.22 \text{ sen } \theta)^{P_{atm}/P_{sys}}\left[\frac{gD\sigma(1 + \cos\theta)(\rho_l - \rho_g)}{\rho_l^2}\right]^{0.25}, \text{ m/s}$$

Aquí, P_{sis} y P_{atm} son la presión del sistema y la atmosférica, en N/m^2 y V_{sl} y V_{sg} son las velocidades superficiales del líquido y del gas en m/s, respectivamente. En las ecuaciones anteriores, todas las propiedades físicas se evaluaron a la *temperatura media de la masa* $T_b = (T_i + T_e)/2$ excepto μ_s, la cual se evalúa a la temperatura superficial.

La correlación de la transferencia de calor para flujos bifásicos sin ebullición (ecuación 10-38) se basa en 986 puntos de datos experimentales (176 para el flujo horizontal, 555 para el flujo inclinado y 255 para el vertical), y es aplicable al siguiente rango de parámetros:

$$750 \le \text{Re}_{sl} \le 127\,000,\ 14 \le \text{Re}_{sg} \le 209\,000,$$

$$9.99 \times 10^{-3} \le \text{Pr}_g/\text{Pr}_l \le 148 \times 10^{-3},$$

y

$$3.64 \times 10^{-3} \le \mu_g/\mu_l \le 26.3 \times 10^{-3}$$

donde Re_{sl} y Re_{sg} son los números de Reynolds del líquido y gas superficiales.

La aplicación de la correlación general de transferencia de calor sin ebullición para flujos bifásicos proporcionada antes, se ilustra a continuación con un ejemplo práctico acerca de la mezcla de aire con silicona líquida.

EJEMPLO 10-10 Flujo de aire y silicona líquida (fluido Dow Corning 200, 5 cs), dentro de un tubo vertical

La silicona líquida, como el fluido Dow Corning 200, 5 cs es utilizado principalmente como un ingrediente en los productos cosméticos y de cuidado personal, debido a sus características de alta capacidad de propagación, baja tensión superficial ($\sigma = 19.7 \times 10^{-3}$ N/m), no grasoso, suavidad al tacto y de sutil humectación de la piel. Un flujo bifásico de aire y silicona líquida (Dow Corning 200 Fluid, 5 cs) se transporta a través de un tubo vertical de 11.7 mm de diámetro interior. La fase líquida consiste en silicona líquida con una viscosidad dinámica de 45.7×10^{-4} kg/m·s, una densidad de 913 kg/m^3, una conductividad térmica de 0.117 W/m·K y un número de Prandtl de 64. La fase gaseosa consiste en aire con una viscosidad dinámica de 18.4×10^{-6} kg/m·s, densidad de 1.19 kg/m^3 y un número de Prandtl de 0.71. Si el flujo bifásico tiene una calidad de $x = 2.08 \times 10^{-5}$, una fracción nula de $\alpha = 0.011$ y una velocidad de flujo de masa líquida de $\dot{m}_l = 0.907$ kg/s, calcule el coeficiente de transferencia de calor bifásico h_{tp}. Suponga que la viscosidad dinámica de la silicona líquida evaluada a la temperatura superficial del tubo es 39.8×10^{-4} kg/m·s.

SOLUCIÓN Un flujo bifásico de aire y silicona líquida (Dow Corning 200 Fluid, 5 cs) se transporta a través de un tubo vertical de 11.7 mm de diámetro. Utili-

zando la correlación de transferencia de calor bifásica sin ebullición, se calculará el coeficiente de transferencia de calor bifásico h_{tp}.

Suposiciones **1** Prevalecen condiciones de operación estacionarias. **2** El flujo bifásico es sin ebullición y no involucra cambio de fase. **3** Las propiedades del fluido son constantes.

Propiedades Las propiedades de la silicona líquida son: $\mu_l = 45.7 \times 10^{-4}$ kg/m·s, $\mu_s = 39.8 \times 10^{-4}$ kg/m·s, $\rho_l = 913$ kg/m^3, $k_l = 0.117$ W/m·K, $\sigma = 19.7 \times 10^{-3}$ N/m y $\text{Pr}_l = 64$. Las propiedades del aire (gas) son $\mu_g = 18.4 \times 10^{-6}$ kg/m·s, $\rho_g = 1.19$ kg/m^3 y $\text{Pr}_g = 0.71$.

Análisis Se conoce el caudal másico $\dot{m}_l$ y la calidad x, el caudal másico gaseoso $\dot{m}_{gg}$ se calcula mediante:

$$\dot{m}_g = \frac{x}{1-x}\dot{m}_l = \frac{2.08 \times 10^{-5}}{1 - 2.08 \times 10^{-5}}(0.907 \text{ kg/s}) = 1.89 \times 10^{-5} \text{ kg/s}$$

Con la ayuda de los flujos másicos del líquido y del gas, se calculan las velocidades superficiales del gas y líquido como:

$$V_{sg} = \frac{\dot{m}_g}{\rho_g A} = \frac{4\dot{m}_g}{\rho_g \pi D^2} = \frac{4(1.89 \times 10^{-5} \text{ kg/s})}{(1.19 \text{ kg/m}^3)\pi(0.0117 \text{ m})^2} = 0.148 \text{ m/s}$$

$$V_{sl} = \frac{\dot{m}_l}{\rho_l A} = \frac{4\dot{m}_l}{\rho_l \pi D^2} = \frac{4(0.907 \text{ kg/s})}{(913 \text{ kg/m}^3)\pi(0.0117 \text{ m})^2} = 9.24 \text{ m/s}$$

Al utilizar las velocidades superficiales y la fracción nula, se calculan las velocidades del gas y del líquido de la manera siguiente:

$$V_g = \frac{V_{sg}}{\alpha} = \frac{0.148 \text{ m/s}}{0.011} = 13.5 \text{ m/s}$$

$$V_l = \frac{V_{sl}}{1-\alpha} = \frac{9.24 \text{ m/s}}{1 - 0.011} = 9.34 \text{ m/s}$$

El factor de patrón de flujo (F_p) puede calcularse utilizando:

$$F_p = (1-\alpha) + \alpha\left[\frac{2}{\pi}\tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{\rho_g(V_g - V_l)^2}{gD(\rho_l - \rho_g)}}\right)\right]^2$$

$$= (1 - 0.011) + (0.011)\left[\frac{2}{\pi}\tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{(1.19 \text{ kg/m}^3)(13.5 \text{ m/s} - 9.34 \text{ m/s})^2}{(9.81 \text{ m/s}^2)(0.0117 \text{ m})(913 \text{ kg/m}^3 - 1.19 \text{ kg/m}^3)}}\right)\right]^2$$

$$= 0.9898$$

El factor de inclinación (I^*) para un tubo vertical ($\theta = 90°$) se calcula como sigue:

$$I^* = 1 + \frac{(\rho_l - \rho_g)gD^2}{\sigma}|\text{sen}\,\theta|$$

$$= 1 + \frac{(913 \text{ kg/m}^3 - 1.19 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(0.0117 \text{ m})^2}{19.7 \times 10^{-3} \text{ N/m}}|\text{sen}\,90\,°|$$

$$= 63.16$$

El coeficiente de transferencia de calor en fase líquida se calcula al utilizar:

$$h_l = 0.027 \mathrm{Re}_l^{4/5} \mathrm{Pr}_l^{1/3} \left(\frac{k_l}{D}\right) \left(\frac{\mu_l}{\mu_s}\right)^{0.14}$$

$$= 0.027(21\,718)^{4/5}(64)^{1/3} \left(\frac{0.117 \text{ W/m} \cdot \text{K}}{0.0117 \text{ m}}\right) \left(\frac{45.7 \times 10^{-4} \text{ kg/m} \cdot \text{s}}{39.8 \times 10^{-4} \text{ kg/m} \cdot \text{s}}\right)^{0.14}$$

$$= 3\,246 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

donde el número de Reynolds líquido *in situ* es:

$$\mathrm{Re}_l = \frac{4\dot{m}_l}{\pi\sqrt{1-\alpha}\,\mu_l D} = \frac{4(0.907 \text{ kg/s})}{\pi\sqrt{1-0.011}(45.7 \times 10^{-4} \text{ kg/m} \cdot \text{s})(0.0117\text{m})}$$

$$= 21\,718$$

Mediante la correlación general para la transferencia de calor de un flujo bifásico, ecuación 10-38, el coeficiente de transferencia de calor bifásico se calcula como:

$$\frac{h_{tp}}{h_l} = F_p \left[1 + 0.55 \left(\frac{x}{1-x}\right)^{0.1} \left(\frac{1-F_p}{F_p}\right)^{0.4} \left(\frac{\mathrm{Pr}_g}{\mathrm{Pr}_l}\right)^{0.25} \left(\frac{\mu_l}{\mu_g}\right)^{0.25} (I^*)^{0.25}\right]$$

$$= (0.9898)\left[1 + 0.55 \left(\frac{2.08 \times 10^{-5}}{1 - 2.08 \times 10^{-5}}\right)^{0.1} \left(\frac{1-0.9898}{0.9898}\right)^{0.4} \left(\frac{0.71}{64}\right)^{0.25} \times \left(\frac{45.7 \times 10^{-4} \text{ kg/m} \cdot \text{s}}{18.4 \times 10^{-6} \text{ kg/m} \cdot \text{s}}\right)^{0.25} (63.16)^{0.25}\right]$$

$$= 1.098$$

o

$$h_{tp} = 1.098\, h_l = 1.098(3\,246 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}) = \mathbf{3\,560 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}}$$

Discusión Cuando se compara con el coeficiente de transferencia de calor en flujo bifásico de 3 480 W/m$^2 \cdot$K de Rezkallah (1987) en condiciones de flujo similar, la correlación general para la transferencia de calor de flujos bifásicos, ecuación 10-38, predice un exceso de 2.3% del valor medido.

Aplicación de la analogía de Reynolds en un flujo bifásico sin ebullición

Al estudiar el concepto de la analogía de Reynolds en el capítulo 6, el coeficiente de transferencia de calor de monofásico se puede predecir a partir del coeficiente de fricción monofásico. Tang y Ghajar (2011) ampliaron la aplicación de la analogía de Reynolds y desarrollaron una correlación para predecir el coeficiente de transferencia de calor bifásico sin ebullición, a partir de la caída de presión friccional bifásica para orientaciones de flujos inclinados, horizontales y hacia arriba. Dicha correlación predice más de 87% de los 637 puntos de datos dentro de un error de ±30%. La correlación se expresa de la manera siguiente:

$$\frac{h_{tp}}{h_l} = F_p^m \left(\frac{\dot{m}_l}{\dot{m}}\right) \left(\frac{\rho_{tp}}{\rho_l}\right)^n \phi_l^p \qquad \textbf{(10-40)}$$

donde los exponentes m, n y p tienen los valores 0.5, –0.5 y 0.2 respectivamente, y

h_l = coeficiente de transferencia de calor de la fase líquida
$= 0.027\ \mathrm{Re}_l^{4/5}\,\mathrm{Pr}_l^{1/3}(k_l/D)(\mu_l/\mu_s)^{0.14}$, W/m$^2\cdot$K

F_p = factor de patrón de flujo, como se utiliza en la ecuación 10-38

ρ_{tp} = densidad de la mezcla bifásica $= (1-\alpha)\rho_l + \alpha\rho_g$, kg/m^3. La fracción nula (α) se calcula utilizando la correlación de Woldesemayat y Ghajar (2007), ecuación 10-39.

ϕ_l = multiplicador friccional bifásico $= \sqrt{\dfrac{(dP/dL)_{f,tp}}{(dP/dL)_{f,l}}}$ (cantidad adimensional)

$(dP/dL)_{f,l}$ y $(dP/dL)_{f,tp}$ es la relación de la caída de presión friccional bifásica y líquida monofásica, respectivamente. El factor de fricción requerido para el cálculo de la caída de presión líquida monofásica se puede obtener de la gráfica de Moody (figura A-20) o de la ecuación de Colebrook (ecuación 8-76). Si no se conoce la caída de presión friccional bifásica, entonces se utilizan las correlaciones recomendadas por Ghajar y Bhagwat (2014). La correlación para la transferencia de calor bifásica basada en la analogía de Reynolds (ecuación 10-40) se desarrolló con base en datos experimentales para orientaciones de tubería horizontal e inclinada, y vertical hacia arriba para ambos, al utilizar combinaciones de fluidos aire-agua y aire-glicerina, y es aplicable en los siguientes rangos:

Para aire-agua: $700 \le \mathrm{Re}_{sl} \le 107\,000$, $\quad 14 \le \mathrm{Re}_{sg} \le 150\,000$

Para aire-glicerina: $50 \le \mathrm{Re}_{sl} \le 83\,000$, $\quad 40 \le \mathrm{Re}_{sg} \le 59\,000$

donde Re_{sl} y Re_{sg} son los números de Reynolds del líquido superficial y del gas, respectivamente.

Para el flujo vertical con orientación hacia abajo, Bhagwat y colaboradores (2012) obtuvieron que el coeficiente de transferencia de calor bifásico es menor que el medido en un flujo vertical con orientación hacia arriba a velocidades de flujo de masa similares, mientras que la caída de presión bifásica es mucho mayor en la orientación del primer caso que en el segundo. Por tanto, la ecuación 10-40 con exponentes fijos no proporciona un desempeño satisfactorio en la predicción del coeficiente de transferencia de calor bifásico para el flujo vertical con orientación hacia abajo. Bhagwat y colaboradores (2012) propusieron la correlación basada en la analogía de Reynolds, la cual se utiliza para este caso con:

$$\frac{h_{tp}}{h_l} = \phi_l^{0.55} \qquad \textbf{(10-41)}$$

El coeficiente de transferencia de calor monofásico (h_l) y el multiplicador friccional bifásico (ϕ_l) se calculan de la misma forma que en la ecuación 10-40.

La ecuación 10-41 se basa en 165 puntos de datos medidos en una tubería de acero inoxidable de 0.0127 m, orientada verticalmente hacia abajo al utilizar una combinación de fluido aire-agua. Esta correlación predice más de 90% de los puntos de datos medidos dentro de bandas de error de ±20%, y es aplicable para $1\,400 \le \mathrm{Re}_{sl} \le 29\,000$ y $90 \le \mathrm{Re}_{sg} \le 18\,000$.

Debe observarse que ambas ecuaciones (10-38) y (10-40) requieren información precisa de la fracción nula. Ghajar y Bhagwat (2013, 2014) han evaluado varias correlaciones para la fracción nula disponibles en la literatura contra puntos de datos de la combinación aire-agua (5 162 puntos para las inclinaciones horizontal, hacia arriba y hacia abajo) y de la combinación refrigerante-vapor (645 puntos para el flujo horizontal). Los autores encontraron que el desempeño de la correlación de Woldesemayat y Ghajar (2007) o una correlación más reciente de Bhagwat y Ghajar (2014) para un rango más amplio de flujos bifásicos gas-líquido son aceptables

para aplicaciones más precisas en lo general. Para condiciones de flujo más específicas, se pueden utilizar otras correlaciones para la fracción nula con alto desempeño reportadas por Ghajar y Bhagwat (2013, 2014).

Referencias

1. S. M. Bhagwat y A. J. Ghajar. "Similarities and Differences in the Flow Patterns and Void Fraction in Vertical Upward and Downward Two Phase Flow." *Experimental Thermal and Fluid Science* 39 (2012), pp. 213–227.
2. S. M. Bhagwat, M. Mollamahmutoglu y A. J. Ghajar. "Experimental Investigation and Empirical Analysis of Non-Boiling Gas-Liquid Two Phase Heat Transfer in Vertical Downward Pipe Orientation." *Proceedings of the ASME 2012 Summer Heat Transfer Conference, Puerto Rico* (2012) HT2012-58072.
3. S. M. Bhagwat y A. J. Ghajar. "A Flow Pattern Independent Drift Flux Model Based Void Fraction Correlation for a Wide Range of Gas–Liquid Two Phase Flow." *International Journal of Multiphase Flow* 59 (2014), pp.186–205.
4. S. M. Bhagwat y A. J. Ghajar. "Experimental Investigation of Non-Boiling Gas-Liquid Two Phase Flow in Upward Inclined Pipes." *Experimental Thermal and Fluid Science* 79 (2016), pp. 301–318.
5. S. M. Bhagwat y A. J. Ghajar. "Experimental Investigation of Non-Boiling Gas–Liquid Two Phase Flow in Downward Inclined Pipes." *Experimental Thermal and Fluid Science* 89 (2017), pp. 219–237.
6. A. J. Ghajar y S. M. Bhagwat. "Effect of Void Fraction and Two-Phase Dynamic Viscosity Models on Prediction of Hydrostatic and Frictional Pressure Drop in Vertical Upward Gas-Liquid Two-Phase Flow." *Heat Transfer Engineering* 34, núm. 13 (2013), pp. 1044–1059.
7. A. J. Ghajar y S. M. Bhagwat. "Flow Patterns, Void Fraction and Pressure Drop in Gas-Liquid Two Phase Flow at Different Pipe Orientations." En *Frontiers and Progress in Multiphase Flow I,* ed. L. Cheng, capítulo 4, pp. 157–212. Suiza: Springer International Publishing, 2014.
8. A. J. Ghajar y S. M. Bhagwat. "Gas-Liquid Flow in Ducts." En *Handbook of Multiphase Flow,* 2a ed., ed. E. E. Michaelides, C. T. Crowe y J. D. Schwarzkopf, capítulo 3, pp. 287–356. Boca Ratón, FL: CRC Press/Taylor & Francis, 2017.
9. A. J. Ghajar y C. C. Tang. "Advances in Void Fraction, Flow Pattern Maps and Non-Boiling Heat Transfer Two-Phase Flow in Pipes with Various Inclinations." En *Advances in Multiphase Flow and Heat Transfer,* Vol. 1, ed. L. Cheng y D. Mewes, pp. 1–52. Bentham Science Publishers, RU, 2009.
10. A. J. Ghajar, A. J. y C. C. Tang. "Void Fraction and Flow Patterns of Two-Phase Flow in Upward and Downward Vertical and Horizontal Pipes." En *Advances in Multiphase Flow and Heat Transfer,* Vol. 4, ed. L. Cheng y D. Mewes, pp. 175–201. Bentham Sciences Publishers, RU, 2012.
11. K. S. Rezkallah. "Heat Transfer and Hydrodynamics in Two-Phase Two-Component Flow in a Vertical Tube." Ph.D. Tesis, University of Manitoba, Winnipeg, Manitoba, Canadá, 1987.
12. C. C. Tang and A. J. Ghajar. "A Mechanistic Heat Transfer Correlation for Non-Boiling Two Phase Flow in Horizontal, Inclined and Vertical Pipes." *Proceedings of ASME/JSME 8th Thermal Engineering Joint Conference, Hawaii,* (2011) AJTEC2011-44114.
13. M. A. Woldesemayat y A. J. Ghajar. "Comparison of Void Fraction Correlations for Different Flow Patterns in Horizontal and Upward Inclined Pipes." *International Journal of Multiphase Flow* 33 (2007), pp. 347–370.

RESUMEN

La ebullición se presenta cuando un líquido está en contacto con una superficie que se mantiene a una temperatura T_s por arriba de la temperatura de saturación T_{sat} del líquido. La ebullición se clasifica en *ebullición en masa y ebullición en flujo,* dependiendo de la presencia del movimiento másico del fluido. La *ebullición en masa* no tiene flujo de fluidos masivo, y la *ebu-*

llición en flujo (o *ebullición por convección forzada*) sí lo tiene. Ambos tipos de ebullición se clasifican además en *ebullición subenfriada* y *ebullición saturada*, dependiendo de la temperatura de la masa del líquido. Se dice que la ebullición es *subenfriada* (o *local*) cuando la temperatura del cuerpo principal del líquido se encuentra por debajo de la temperatura de saturación T_{sat} y *saturada* (o *masiva*) cuando la temperatura del líquido es igual a T_{sat}. La ebullición se cataloga en diferentes regímenes dependiendo del valor de la temperatura en exceso, ΔT_{exceso}. Se observan cuatro regímenes diferentes: ebullición por convección natural, ebullición nucleada, ebullición en transición y en película. Dichos regímenes se muestran en la *curva de ebullición.* La velocidad de evaporación y la razón de transferencia de calor en la ebullición nucleada aumentan a medida que lo hace ΔT_{exceso} y alcanza un valor máximo en algún punto. El flujo de calor en este punto se llama flujo de *calor crítico* (o *máximo*) $\dot{q}_{\text{máx}}$. La razón de transferencia de calor en la ebullición en masa nucleada se calcula a partir de:

$$\dot{q}_{\text{nucleada}} = \mu_l h_{fg}\left[\frac{g(\rho_l - \rho_v)}{\sigma}\right]^{1/2}\left[\frac{c_{pl}(T_s - T_{\text{sat}})}{C_{sf} h_{fg}\,\text{Pr}_l^n}\right]^3$$

El *flujo máximo de calor (*o *crítico)* en la ebullición en masa nucleada, se calcula a partir de:

$$\dot{q}_{\text{máx}} = C_{cr} h_{fg}[\sigma g \rho_v^2(\rho_l - \rho_v)]^{1/4}$$

donde el valor de la constante C_{cr} es alrededor de 0.15. El flujo mínimo de calor está dado por:

$$\dot{q}_{\text{min}} = 0.09\rho_v h_{fg}\left[\frac{\sigma g(\rho_l - \rho_v)}{(\rho_l + \rho_v)^2}\right]^{1/4}$$

El flujo de calor para la *ebullición en película* estable, sobre la superficie exterior de un *cilindro horizontal o de una esfera* de diámetro D está dado por:

$$\dot{q}_{\text{película}} = C_{\text{película}}\left[\frac{g k_v^3 \rho_v(\rho_l - \rho_v)h_{fg} + 0.4c_{pv}(T_s - T_{\text{sat}})}{\mu_v D(T_s - T_{\text{sat}})}\right]^{1/4} \times (T_s - T_{\text{sat}})$$

donde la constante $C_{\text{película}} = 0.62$ para cilindros horizontales y 0.67 para esferas. Las propiedades del *vapor* se evalúan a la *temperatura de película* $T_f = (T_{\text{sat}} + T_s)/2$, la cual es la *temperatura promedio* de la película de vapor. Las propiedades del líquido y h_{fg} se evalúan a la temperatura de saturación a una presión específica.

Se pueden observar dos formas distintas de condensación en la naturaleza: condensación en película y condensación por gotas. En la *condensación en película,* el condensado moja la superficie y forma una película líquida sobre la superficie y se desliza hacia abajo por la influencia de la gravedad. *En la condensación por gotas*, el vapor condensado forma un sinnúmero de gotitas de varios diámetros sobre la superficie, en lugar de formar una película continua.

El número de Reynolds para el flujo condensado se define como,

$$\text{Re} = \frac{D_h \rho_l V_l}{\mu_l} = \frac{4A_c \rho_l V_l}{p\mu_l} = \frac{4\dot{m}}{p\mu_l}$$

y

$$\text{Re} = \frac{4\dot{Q}_{\text{conden}}}{p\mu_l h_{fg}^*} = \frac{4A_s h(T_{\text{sat}} - T_s)}{p\mu_l h_{fg}^*}$$

donde h_{fg}^* es *el calor latente de vaporización modificado* que se define como,

$$h_{fg}^* = h_{fg} + 0.68c_{pl}(T_{\text{sat}} - T_s)$$

y representa la transferencia de calor durante la condensación por unidad de masa de condensado.

Al hacer uso de algunas simplificaciones, *el coeficiente de transferencia de calor promedio* para la condensación en película sobre una placa vertical de altura L, es,

$$h_{\text{vert, laminar}} = 0.943\left[\frac{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)h_{fg}^* k_l^3}{\mu_l(T_{\text{sat}} - T_s)L}\right]^{1/4}$$

Todas las propiedades del *líquido* se evalúan a la temperatura de película $T_f = (T_{\text{sat}} + T_s)/2$. Los valores de h_{fg} y ρ_v se van a evaluar a T_{sat}. El flujo condensado es suave y *laminar sin ondas* para un número de Reynolds ≤ 30, *laminar ondulatorio* en el rango de $30 < \text{Re} < 1\,800$ y *turbulento* para un valor $\text{Re} > 1\,800$. Los coeficientes de transferencia de calor en las regiones de flujo laminar ondulatorio y turbulento se calculan a partir de:

$$h_{\text{ver, ondulatorio}} = \frac{\text{Re}\,k_l}{1.08\,\text{Re}^{1.22} - 5.2}\left(\frac{g}{\nu_l^2}\right)^{1/3}, \quad 30 < \text{Re} < 1\,800,\ \rho_v \ll \rho_l$$

$$h_{\text{ver, turbulento}} = \frac{\text{Re}\,k_l}{8\,750 + 58\,\text{Pr}^{-0.5}(\text{Re}^{0.75} - 253)}\left(\frac{g}{\nu_l^2}\right)^{1/3}, \quad \text{Re} > 1\,800,\ \rho_v \ll \rho_l$$

Las ecuaciones para placas verticales también se pueden utilizar para la condensación en película laminar sobre las superficies superiores de las placas que están inclinadas formando un ángulo θ respecto a la vertical, y reemplazar g en esa ecuación por $g\cos\theta$. Las ecuaciones de las placas verticales también pueden utilizarse para calcular el coeficiente de transferencia de calor promedio para la condensación en película laminar sobre las superficies exteriores de tubos verticales, siempre y cuando el diámetro del tubo sea mayor en relación con el espesor de la película líquida.

El coeficiente de transferencia de calor promedio para la condensación en película sobre las superficies exteriores de un *tubo horizontal* se calcula con:

$$h_{\text{horiz}} = 0.729\left[\frac{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)h_{fg}^* k_l^3}{\mu_l(T_{\text{sat}} - T_s)D}\right]^{1/4}$$

donde D es el diámetro del tubo horizontal. Esta relación se modifica para el caso de una *esfera* reemplazando la constante 0.729 por 0.815. También se utiliza para *N tubos horizontales*

apilados uno sobre otro, al reemplazar D en el denominador por ND.

Para velocidades de vapor bajas, la transferencia de calor por condensación en película en el interior *de los tubos horizontales* se calcula con:

$$h_{\text{interno}} = 0.555 \left[\frac{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)k_l^3}{\mu_l(T_{\text{sat}} - T_s)D}\left(h_{fg} + \frac{3}{8}c_{pl}(T_{\text{sat}} - T_s)\right)\right]^{1/4}$$

$$\text{Re}_{\text{vapor}} = \left(\frac{\rho_v V_v D}{\mu_v}\right)_{\text{entrada}} < 35\,000$$

donde el número de Reynolds del vapor se evalúa para las condiciones de entrada al tubo, se utiliza el diámetro interior de este como longitud característica. Por último, el coeficiente de transferencia de calor para la *condensación por gotas* de vapor sobre las superficies de cobre está dado por:

$$h_{\text{por gotas}} = \begin{cases} 51\,104 + 2\,044\,T_{\text{sat}}, & 22\,^\circ\text{C} < T_{\text{sat}} < 100\,^\circ\text{C} \\ 255\,510 & T_{\text{sat}} > 100\,^\circ\text{C} \end{cases}$$

donde T_{sat} se da en °C y el coeficiente de transferencia de calor $h_{\text{por gotas}}$ está en $\text{W/m}^2 \cdot {}^\circ\text{C}$ o en su equivalente $\text{W/m}^2 \cdot \text{K}$.

REFERENCIAS Y LECTURAS RECOMENDADAS

1. N. Arai, T. Fukushima, A. Arai, T. Nakajima, K. Fujie y Y. Nakayama. "Heat Transfer Tubes Enhancing Boiling and Condensation in Heat Exchangers of a Refrigeration Machine." *ASHRAE Journal* 83 (1977), p. 58.
2. P. J. Berensen. "Film Boiling Heat Transfer for a Horizontal Surface." *Journal of Heat Transfer* 83 (1961), pp. 351–358.
3. P. J. Berensen. "Experiments in Pool Boiling Heat Transfer." *International Journal of Heat Mass Transfer* 5 (1962), pp. 985–999.
4. L. A. Bromley. "Heat Transfer in Stable Film Boiling."*Chemical Engineering Progress* 46 (1950), pp. 221–227.
5. J. C. Chato. "Laminar Condensation Inside Horizontal and Inclined Tubes." *ASHRAE Journal* 4 (1962), p. 52.
6. S. W. Chi. *Heat Theory and Practice.* Washington, DC: Hemisphere, 1976.
7. M. T. Cichelli y C. F. Bonilla. "Heat Transfer to Liquids Boiling Under Pressure." *Transactions of AIChE* 41 (1945), pp. 755–787.
8. R. A. Colclaser, D. A. Neaman y C. F. Hawkins. *Electronic Circuit Analysis.* Nueva York: John Wiley & Sons, 1984.
9. P. Griffith. "Dropwise Condensation." En *Heat Exchanger Design Handbook,* ed. E. U. Schlunder, Vol 2, Capítulo 2.6.5. Nueva York: Hemisphere, 1983.
10. H. Hampson y N. Ozişik. "An Investigation into the Condensation of Steam." *Proceedings of the Institute of Mechanical Engineers,* Londres 1B (1952), pp. 282–294.
11. J. J. Jasper. "The Surface Tension of Pure Liquid Compounds." *Journal of Physical and Chemical Reference Data* 1, núm. 4 (1972), pp. 841–1009.
12. S. S. Kutateladze. *Fundamentals of Heat Transfer.* Nueva York: Academic Press, 1963.
13. S. S. Kutateladze. "On the Transition to Film Boiling Under Natural Convection." *Kotloturbostroenie* 3 (1948), p. 48.
14. D. A. Labuntsov. "Heat Transfer in Film Condensation of Pure Steam on Vertical Surfaces and Horizontal Tubes." *Teploenergetika* 4 (1957), pp. 72–80.
15. J. H. Lienhard y V. K. Dhir. "Extended Hydrodynamic Theory of the Peak and Minimum Pool Boiling Heat Fluxes." NASA Report NASA-CR-2270, julio de 1973.
16. J. H. Lienhard y V. K. Dhir. "Hydrodynamic Prediction of Peak Pool Boiling Heat Fluxes from Finite Bodies." *Journal of Heat Transfer* 95 (1973), pp. 152–158.
17. W. H. McAdams. *Heat Transmission.* 3a. ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1954.
18. W. M. Rohsenow. "A Method of Correlating Heat Transfer Data for Surface Boiling of Liquids." *ASME Transactions* 74 (1952), pp. 969–975.
19. W. M. Rohsenow. "Film Condensation." En *Handbook of Heat Transfer,* ed. W. M. Rohsenow y J. P. Hartnett, capítulo 12A. Nueva York: McGraw-Hill, 1973.
20. I. G. Shekriladze, I. G. Gomelauri, y V. I. Gomelauri. "Theoretical Study of Laminar Film Condensation of Flowing Vapor." *International Journal of Heat Mass Transfer* 9 (1966), pp. 591–592.
21. N. V. Suryanarayana. *Engineering Heat Transfer.* St. Paul, MN: West Publishing, 1995.
22. J. W. Westwater y J. G. Santangelo. *Industrial Engineering Chemistry* 47 (1955), p. 1605.
23. N. Zuber. "On the Stability of Boiling Heat Transfer." *ASME Transactions* 80 (1958), pp. 711–720.

PROBLEMAS*

Transferencia de calor por ebullición

10-1C ¿Qué es ebullición? ¿Qué mecanismos son responsables de los coeficientes de transferencia de vapor muy elevados en la ebullición nucleada?

10-2C Nombre los diferentes regímenes de ebullición en el orden en que se presentan en un tubo vertical durante la ebullición de flujo.

* Los problemas señalados con una "C" son preguntas conceptuales en las que se alienta a los estudiantes a responderlas todas. Los problemas designados con una "I" están en unidades del sistema inglés, y los usuarios del SI pueden ignorarlos. Los problemas con el icono EES son de naturaleza integral y están destinados a resolverse con el software adecuado. Los problemas con el icono PtD son problemas de prevención a través del diseño (*Prevention through Design*). Los problemas con el icono C&S son de códigos y estándares (*Codes and Standards*).

10-3C ¿Cuál es la diferencia entre evaporación y ebullición?

10-4C ¿Cuál es la diferencia entre la ebullición en masa y la ebullición en flujo?

10-5C Dibuje la curva de ebullición e identifique los diferentes regímenes de ebullición y explique las características de cada uno.

10-6C ¿De qué manera difieren la ebullición en película de la ebullición nucleada? ¿El flujo de calor de ebullición es siempre mayor en el régimen de ebullición en película que en el régimen de ebullición nucleada?

10-7C Dibuje la curva de ebullición e identifique el punto de agotamiento en dicha curva. Explique cuál es la causa del agotamiento. ¿Por qué se evita el punto de agotamiento en el diseño de calderas?

10-8C Discuta algunos métodos para el mejoramiento permanente de la transferencia de calor por ebullición en masa.

10-9C ¿La cantidad de calor absorbido a medida que 1 kg de agua líquida saturada hierve a 100 °C tiene que ser igual a la cantidad de calor liberado conforme 1 kg de vapor de agua saturado se condensa a 100 °C?

10-10 Se hierve agua a 120 °C en una olla de presión de acero inoxidable pulida mecánicamente colocada sobre un quemador. La superficie interior del fondo de la olla se mantiene a una temperatura de 130 °C. Calcule el flujo de calor sobre la superficie. *Respuesta:* 228.4 kW/m^2

10-11 Una barra recubierta con platino con un diámetro de 10 mm se sumerge horizontalmente en agua a presión atmosférica. Si la superficie de la barra se mantiene a 10 °C por arriba de la temperatura de saturación, calcule la razón de transferencia de calor por ebullición en masa nucleada por unidad de longitud y la tasa de evaporación por unidad de longitud (en kg/s · m)

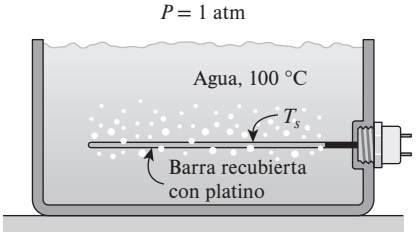


FIGURA P10-11

10-12 C&S Se hierve agua a 361 kPa en un sistema de alta presión con una barra de latón ASTM B371. Dicha barra tiene un diámetro y una longitud de 5 mm y 15 cm, respectivamente. La barra se sumerge en el agua horizontalmente. La temperatura de uso máxima para la barra de latón ASTM B371 es de 149 °C (Código ASME para Tuberías de Proceso, ASME B31.3-2014, Tabla A-1M). La barra ASTM B371 es suministrada con una razón de transferencia de calor de 20 kW para hervir el agua. Determine si la razón de transferencia de calor suministrada elevará la temperatura superficial de la barra por encima de la máxima temperatura de uso.

10-13 Un elemento de calentamiento de latón de 65 cm de largo y 2 cm de diámetro se va a utilizar para hervir agua a 120 °C. Si la temperatura superficial del elemento de calentamiento no excediera los 125 °C, calcule la máxima velocidad de producción de vapor en la caldera, en kg/h. *Respuesta:* 19.4 kg/h

10-14 C&S Un tubo de cobre ASTM B75 sirve como recubrimiento de un elemento de calentamiento que se utiliza para hervir agua a 1 254 kPa. El tubo de cobre está sumergido horizontalmente en agua y su superficie está pulida. El diámetro y la longitud del tubo son de 5 mm y 10 cm, respectivamente. La temperatura máxima de uso para el tubo de cobre ASTM B75 es de 204 °C (Código ASME para Tuberías de Proceso, ASME B31.3-2014, Tabla A-1M). Calcule la mayor tasa de evaporación del agua que puede alcanzar el quemador sin calentar la superficie del tubo por arriba de la temperatura máxima de uso.

10-15 Se hierve agua a presión atmosférica en una sartén de acero pulido mecánicamente colocada en la superficie de una unidad de calentamiento. La superficie interior del fondo de la sartén se mantiene a 110 °C. Si el diámetro del fondo de la sartén es 30 cm, calcule *a*) la razón de transferencia de calor hacia el agua, y *b*) la tasa de evaporación.

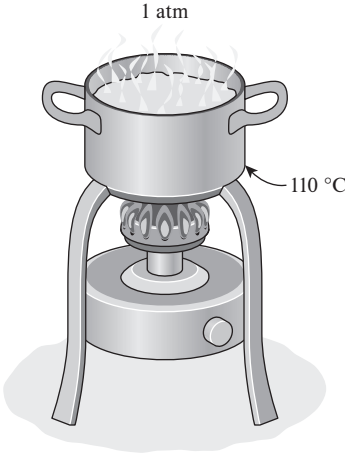


FIGURA P10-15

10-16 C&S Se hierve agua a 3 344 kPa con una placa de acero inoxidable ASME SA-240. Dicha placa es circular con un diámetro de 50 cm y su superficie está pulida mecánicamente. El Código ASME para Calderas y Recipientes a Presión (ASME BPVC.IV-2015, HF-300) limita la temperatura de uso máxima para la placa de acero inoxidable ASME SA-240 a 260 °C. Determine si la placa de acero inoxidable cumple con el Código ASME para Calderas y Recipientes a Presión si se utiliza para hervir el agua a una tasa de evaporación de 4 kg/s. Suponga ebullición nucleada. ¿Es esta una buena suposición?

10-17 Un tubo de cobre pulido de 15 m de largo con un diámetro exterior de 5 cm se sumerge en agua a 270 kPa. El tubo se calienta sin que fluyan por él gases calientes con el fin de generar vapor de agua. Para minimizar la temperatura de exceso, determine la temperatura superficial del tubo que se necesita para alcanzar una velocidad de generación de vapor de 1.5 kg/s. ¿Cuál sería el régimen de ebullición para la generación de vapor?

10-18 C&S Un elemento calefactor está revestido dentro de un tubo de aleación de cobre niquelado ASTM

B725. El elemento calefactor se utiliza para hervir agua horizontalmente en un sistema presurizado a 3 344 kPa. El diámetro del tubo es de 5 mm y su longitud es de 20 cm. La temperatura máxima de uso para el tubo de aleación de cobre niquelado B725 es de 260 °C (Código ASME para Tuberías de Proceso, ASME B31.3-2014, Tabla A-1M). Determine si el tubo ASTM B725 cumple con el Código ASTM para Tuberías de Proceso si se utiliza para hervir el agua a una tasa de evaporación de 1 kg/s. Si no es así, calcule la velocidad máxima de evaporación de agua que puede alcanzar el calefactor sin calentar la superficie del tubo por arriba de la temperatura máxima de uso. Suponga ebullición nucleada. ¿Es esta una buena suposición?

10-19 Se hierve agua a presión atmosférica por medio de una barra recubierta con platino con diámetro de 10 mm. Si la temperatura superficial de la barra se mantiene a 110 °C, calcule el coeficiente de transferencia de calor para la ebullición en estanque nucleada.

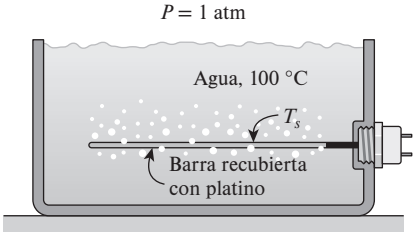


FIGURA P10-19

10-20 Un alambre eléctrico de 1 mm de diámetro se sumerge en agua a presión atmosférica y disipa 4 100 W/m de calor y la temperatura superficial alcanza los 128 °C. Si la constante experimental que depende del fluido es $n = 1$, calcule el coeficiente de transferencia de calor para la ebullición en masa nucleada y el valor de la constante experimental C_{sf}.

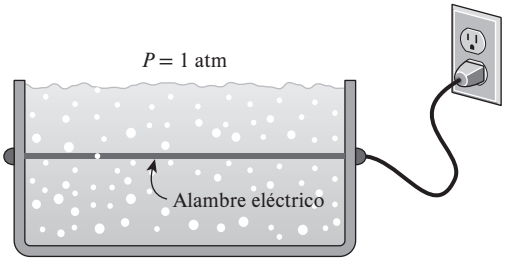


FIGURA P10-20

10-21 Se hierve agua a nivel del mar en una cafetera equipada con un elemento calefactor eléctrico de tipo inmersión de 30 cm de largo y 0.4 cm de diámetro hecho de acero inoxidable pulido mecánicamente. Al inicio, la cafetera contiene 1 L de agua a 14 °C. Una vez que ha empezado a hervir, se observa que la mitad del agua en la cafetera se evapora en 32 minutos. Determine la potencia eléctrica que necesita el elemento calefactor sumergido en el agua y la temperatura superficial del mismo. Asimismo, determine cuánto tiempo le tomará a este elemento calefactor elevar la temperatura de 1 L de agua fría de 14 °C a la temperatura de ebullición.

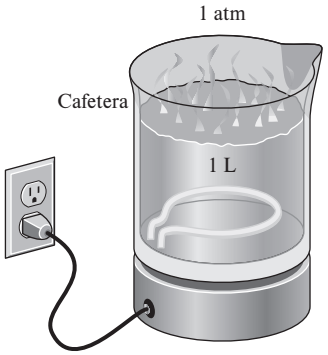


FIGURA P10-21

10-22 Repita el problema 10-21 utilizando un elemento calefactor de cobre.

10-23 Se hierve agua a 1 atm de presión en una sartén de acero inoxidable con teflón de 20 cm de diámetro interior en una estufa eléctrica. Se puede observar que el nivel del agua en la sartén disminuye en 10 cm en un tiempo de 15 min, determine la temperatura superficial interior de la sartén. *Respuesta:* 105.3 °C

10-24 Repita el problema 10-23 para el caso de una sartén de cobre pulido.

10-25 Se hierve agua a 120 °C en una olla de presión de acero inoxidable pulida mecánicamente colocada sobre un elemento calefactor. Si la superficie interior del fondo de la olla se mantiene a 128 °C, calcule el coeficiente de transferencia de calor por ebullición.

10-26I Se hierve agua a 250 °F con un elemento calefactor eléctrico niquelado de 2 pies de largo y 0.25 pulgadas de diámetro a 280 °F. Determine *a*) el coeficiente de transferencia de calor por ebullición, *b*) la potencia consumida por el elemento calefactor y *c*) la tasa de evaporación del agua.

10-27I Repita el problema 10-26I para el caso de un elemento calefactor recubierto con platino.

10-28I Reconsidere el problema 10-26E. Utilizando el software apropiado, investigue el efecto de la temperatura superficial del elemento calefactor en el coeficiente de transferencia de calor por ebullición, la potencia eléctrica y la tasa de evaporación del agua. Se deja que la temperatura superficial varíe de 260 a 300 °F. Grafique el coeficiente de transferencia de calor por ebullición, el consumo de potencia eléctrica y la tasa de evaporación del agua en función de la temperatura superficial y discuta los resultados.

10-29 Rodamientos de bolas de acero inoxidable de 5 cm de diámetro pulidos mecánicamente se calientan a 125 °C de manera uniforme. Los rodamientos se sumergen en agua a una presión de 1 atm para su enfriamiento. Determine la tasa de calor que se libera de los rodamientos en el instante que se sumergen en el agua.

10-30 PtD Una hoja de acero inoxidable larga y caliente, mecánicamente pulida (c_p = 450 J/kg·K, ρ = 7 900 kg/

m^3) es transportada a 2 m/s a través de un baño de agua para su enfriamiento. Dicha hoja tiene un ancho de 0.5 m y un espesor de 5 mm, y está a una temperatura de 125 °C en el momento que entra al baño de agua. La longitud de la hoja sumergida en agua es de 1 m conforme es transportada a través del baño de agua. A medida que la hoja caliente entra al baño de agua, comienza la ebullición a 1 atm. Para evitar quemaduras térmicas a las personas que manejan dicha hoja de acero, esta debe salir del baño de agua a una temperatura por debajo de los 45 °C. ¿Es suficiente la cantidad de calor que puede removerse de la hoja de acero inoxidable en el baño de agua para enfriarla a una temperatura por debajo de los 45 °C conforme sale del baño de agua?

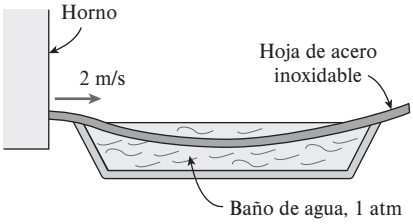


FIGURA P10-30

10-31 Se hierve agua a 90 °C por medio de un elemento calefactor de latón horizontal con un diámetro de 8 mm. Determine el flujo máximo de calor que puede alcanzarse en el régimen de ebullición nucleada.

10-32 Un alambre de níquel de 1 mm de diámetro con una resistencia eléctrica de 0.129 Ω/m se sumerge horizontalmente en agua a presión atmosférica. Determine la corriente eléctrica a la cual el alambre podría estar en peligro de fundirse en el régimen de ebullición nucleada.

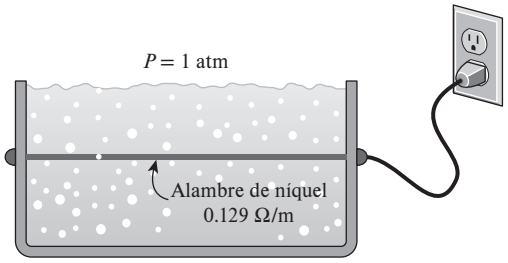


FIGURA P10-32

10-33 Se hierve agua a 100 °C en un quemador por medio del flujo de gases calientes que circulan a través de un tubo de 10 m de longitud y diámetro exterior de 5 cm sumergido en agua. Determine la razón máxima de vaporización del agua que puede generar el tubo en el régimen de ebullición nucleada.

10-34 Gases calientes fluyen dentro de un arreglo de tubos que son parte de un calentador plano horizontal de 3 m × 3 m. Dicho calentador se utiliza para hervir agua en un tanque a 160 °C. Con la finalidad de evitar quemaduras, determine la tasa máxima de vaporización del agua que puede alcanzar el calentador.

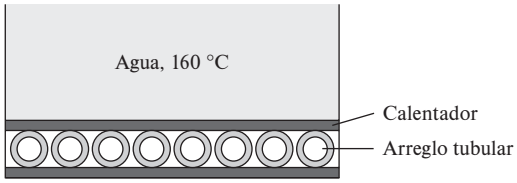


FIGURA P10-34

10-35 Se calienta agua por medio de dos calentadores que tienen geometrías diferentes: un calentador esférico y otro plano, horizontal. Ambos se sumergen en agua, la cual hierve a 1 atm. El calentador esférico tiene un diámetro de 1 m, mientras que el plano y horizontal tiene la misma superficie que el calentador esférico. Calcule la tasa máxima de vaporización de agua que puede alcanzar cada calentador sin que se presenten quemaduras. ¿Qué calentador producirá la tasa máxima de vaporización?

10-36 Gases calientes circulan dentro de un arreglo de tubos que son parte de un calentador plano horizontal de 3 m × 3 m. La superficie del calentador está niquelada y se utiliza para generar vapor hirviendo agua en el régimen de ebullición nucleada a 180 °C. Determine la temperatura superficial del calentador y el coeficiente de transferencia de calor por convección necesario para alcanzar la máxima tasa de generación de vapor.

10-37 Se hierve agua a presión atmosférica en un calentador de acero pulido mecánicamente de 2 cm de diámetro. Determine el flujo máximo de calor que puede alcanzarse en el régimen de ebullición nucleada y la temperatura superficial del calentador en este caso.

10-38 Reconsidere el problema 10-37. Utilizando el software apropiado, investigue el efecto que tiene la presión atmosférica local en el flujo máximo de calor y en la diferencia de temperaturas $T_s - T_{sat}$. Se deja que la presión atmosférica varíe de 70 kPa a 101.3 kPa. Grafique el flujo máximo de calor y la diferencia de temperatura en función de la presión atmosférica y discuta los resultados.

10-39 Un calentador plano horizontal de 10 cm × 10 cm se utiliza para vaporizar refrigerante 134a a 350 kPa. Dicho calentador se suministra con 0.35 MW/m^2 de flujo de calor y la temperatura superficial del calentador es de 25 °C. Si la constante experimental de la correlación de Rohsenow es $n = 1.7$, determine el valor del coeficiente C_{sf}. Analice si la correlación de Rohsenow es aplicable en este análisis o no.

10-40 En una caldera de gas se hierve agua a 150 °C por medio de gases calientes que fluyen a través de tuberías de acero inoxidable mecánicamente pulidas de 25 m de largo y 5 cm de diámetro exterior, las cuales están sumergidas en agua. Si la temperatura superficial exterior de las tuberías es de 160 °C, determine *a*) la razón de transferencia de calor de los gases calientes hacia el agua, *b*) la tasa de evaporación, *c*) la relación que existe entre

el flujo de calor crítico y el flujo de calor presente y, *d*) la temperatura superficial de la tubería a la cual se presenta el flujo de calor crítico.

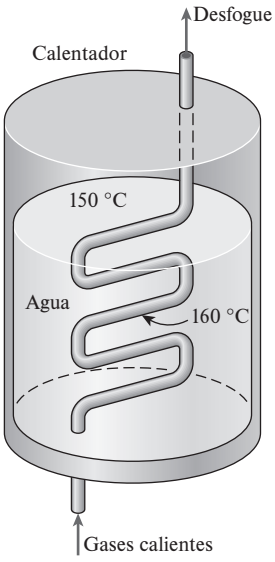


FIGURA P10-40

10-41 Repita el problema 10-40 para una temperatura de ebullición de 155 °C.

10-42 Un calentador plano horizontal de 1 m × 1 m se utiliza para generar vapor hirviendo agua a 1 atm. La ebullición se presenta a una temperatura por encima de 300 °C; sin embargo, se mantiene por debajo del punto de agotamiento. Calcule el rango de la razón de la generación de vapor que puede alcanzar el calentador.

10-43 Se hierve agua a 90 °C por medio de un elemento calefactor de latón horizontal que tiene un diámetro de 7 mm. Calcule la temperatura superficial del calentador para el caso de un flujo mínimo de calor.

10-44 C&S Un tubo fabricado con una aleación de cobre niquelado ASTM B165 recubre un elemento calefactor que se utiliza para hervir agua a 1 atm. El tubo está sumergido horizontalmente en el agua. El diámetro y la longitud del tubo son 5 mm y 15 cm, respectivamente. La temperatura máxima de uso del tubo de aleación de cobre niquelado ASTM B165 es de 260 °C (Código ASME para Tuberías de Proceso, ASME B31.3-2014, Tabla A-1M). Determine la máxima tasa de evaporación del agua a la que puede llegar el elemento calefactor sin calentar la superficie del tubo por arriba de la temperatura máxima de uso.

10-45 Una barra metálica cilíndrica de 2 mm de diámetro con una emisividad de 0.5 se sumerge horizontalmente en agua que está a presión atmosférica. Cuando la corriente eléctrica circula a través de la barra metálica, la temperatura superficial alcanza los 500 °C. Calcule la disipación de potencia por unidad de longitud de la barra metálica.

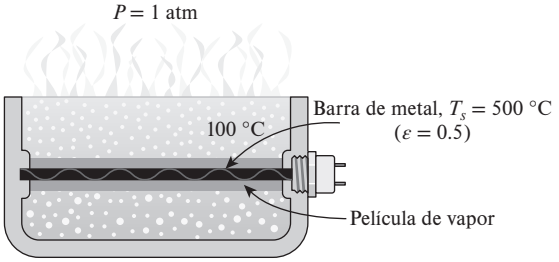


FIGURA P10-45

10-46I Se hierve agua a presión atmosférica por medio de un calefactor de cobre pulido horizontal de diámetro $D = 0.5$ in y emisividad $\varepsilon = 0.2$ sumergido en agua. Si la temperatura superficial del elemento calefactor es de 788 °F, determine la razón de transferencia de calor hacia el agua por unidad de longitud del elemento calefactor.

10-47I Repita el problema 10-46I para una temperatura del elemento calefactor de 988 °F.

10-48 C&S Una barra de aleación niquelada ASTM B335 con un diámetro de 5 mm y una longitud de 10 cm se utiliza para hervir agua a 1 atm. La barra está sumergida en el agua horizontalmente y tiene una emisividad de 0.3. La temperatura máxima de uso de la barra de aleación niquelada ASTM B335 es de 427 °C (Código ASME para Tuberías de Proceso, ASME B31.3-2014, Tabla A-1M). Determine la razón máxima de transferencia de calor que puede suministrarse a la barra ASTM B335 para hervir el agua sin calentar la superficie de la barra por arriba de la máxima temperatura de uso.

10-49 Una esfera metálica de 20 mm de diámetro tiene una emisividad de 0.75. La esfera se sacó de un horno cuando alcanzó la temperatura uniforme de 700 °C y súbitamente fue sumergida en un baño de agua a presión atmosférica. Calcule la razón de transferencia de calor inicial desde la esfera metálica sumergida.

10-50 Una barra de acero cilíndrica de 20 mm de diámetro con una longitud de 200 mm tiene una emisividad de 0.9. La barra de acero se retiró de un horno cuando alcanzó la temperatura uniforme de 500 °C y, súbitamente, fue sumergida horizontalmente en un baño de agua a presión atmosférica. Calcule la razón inicial de transferencia de calor de la barra de acero sumergida.

10-51 Se hierve agua a 100 °C por medio de un calefactor de platino esférico de 15 cm de diámetro y emisividad 0.10 sumergido en ella. Si la temperatura superficial del elemento calefactor es de 350 °C, determine la razón de transferencia de calor del elemento calefactor al agua.

10-52 Barras de acero inoxidable cilíndricas se calientan a una temperatura uniforme de 700 °C y, después se enfrían en agua a 1 atm. Las barras miden 25 cm de longitud, 25 mm de diámetro y su superficie tiene una emisividad de 0.3. Calcule el coeficiente de transferencia de calor por convección y la razón total de calor removido desde la barra en el instante en el que es sumergida en el agua durante el enfriamiento.

10-53 PtD Una barra cilíndrica larga de acero inoxidable (c_p = 450 J/kg·K, ρ = 7 900 kg/m^3, $\varepsilon = 0.30$) con una superficie pulida mecánicamente es transportada a través de un baño de agua para ser enfriada. La barra de acero inoxidable de

25 mm de diámetro tiene una temperatura de 700 °C a medida que ingresa al baño de agua. Una longitud de 3 m de la barra se sumerge en agua a medida que es transportada durante un proceso de enfriamiento. Conforme la barra de acero inoxidable ingresa al baño de agua, se presenta la ebullición a 1 atm. Para evitar quemaduras térmicas a las personas que manejan dicha barra, esta debe abandonar el baño de agua a una temperatura por debajo de los 45 °C. Determine la velocidad de la barra que se está transportando de tal manera que deje el baño de agua sin que exista riesgo de quemaduras térmicas.

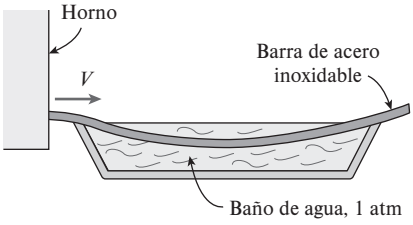


FIGURA P10-53

10-54 Una barra cilíndrica se utiliza para hervir agua a 1 atm. La barra tiene un diámetro de 1 cm y su superficie tiene una emisividad de 0.3. Determine el coeficiente de transferencia de calor por convección de la ebullición en película en el punto de agotamiento. Evalúe las propiedades del vapor a 1 150 °C. Analice si 1 150 °C es una temperatura de película razonable para las propiedades del vapor.

10-55 Un calentador cilíndrico de 3 mm de diámetro se utiliza para hervir agua a 100 °C. La superficie del calentador está fabricada con acero inoxidable mecánicamente pulido con una emisividad de 0.3. Determine los coeficientes de transferencia de calor por convección de ebullición en el flujo máximo de calor para *a*) ebullición nucleada y *b*) ebullición en película. Para esta última, evalúe las propiedades del vapor a 1 150 °C.

10-56 Para comprender el fenómeno del agotamiento, los experimentos sobre ebullición se llevan a cabo en agua a presión atmosférica utilizando un alambre horizontal recubierto con níquel de 30 cm de largo por 4 mm de diámetro calentado eléctricamente. Calcule *a*) el flujo crítico de calor, *b*) el incremento de temperatura del alambre conforme el punto de operación va de régimen de ebullición nucleada al régimen de ebullición en película a un flujo crítico de calor. Considere el valor de la emisividad del alambre como 0.3.

10-57 Reconsidere el problema 10-56. Utilizando el software apropiado, investigue los efectos de la presión atmosférica local y de la emisividad del alambre en el flujo crítico de calor y en el incremento de temperatura del alambre. Haga que la presión atmosférica varíe de 70 kPa a 101.3 kPa y la emisividad de 0.1 a 1.0. Grafique el flujo crítico de calor y el incremento de temperatura en función de la presión atmosférica y de la emisividad, discuta los resultados.

Transferencia de calor por condensación

10-58C ¿Qué es la condensación?

10-59C ¿Cuál es la diferencia entre la condensación en película y la condensación por gota? ¿Cuál es el mecanismo más efectivo para la transferencia de calor?

10-60C ¿De qué manera influye la presencia de un gas no condensable en un vapor en la transferencia de calor por condensación?

10-61C ¿Qué es el calor latente de vaporización modificado?, ¿para qué se utiliza? ¿De qué manera es diferente del calor latente de vaporización convencional?

10-62C Considere la condensación en película en una placa vertical. ¿El flujo de calor será mayor en la parte superior o inferior de la placa?, ¿por qué?

10-63C Considere la condensación en película en las superficies exteriores de cuatro tubos largos. ¿Para cuál orientación de los tubos el coeficiente de transferencia de calor por condensación será más alto: *a*) vertical, *b*) horizontal lado a lado, *c*) horizontal pero en un nivel vertical (directamente arriba uno de otro), o d) una pila horizontal de dos tubos de alto y dos tubos de ancho?

10-64C En un flujo de condensado, ¿cómo se define el perímetro mojado? ¿En qué difiere el perímetro mojado del perímetro convencional?

10-65 El número de Reynolds para el flujo de condensado se define como $\mathrm{Re} = 4\dot{m}/p\mu_l$, donde p es el perímetro mojado. Obtenga relaciones simplificadas para el número de Reynolds expresando p y $\dot{m}$ mediante sus equivalencias para las geometrías siguientes: *a*) una placa vertical de alto L y ancho w, *b*) una placa inclinada de alto L y ancho w inclinada a un ángulo u respecto a la vertical, *c*) un cilindro vertical de longitud L y diámetro D, *d*) un cilindro horizontal de longitud L y diámetro D, y *e*) una esfera de diámetro D.

10-66 Una placa cuadrada vertical de 0.2 m × 0.2 m se expone a vapor de agua saturado a presión atmosférica. Si la temperatura superficial es de 80 °C y el flujo es laminar, calcule los coeficientes de transferencia de calor local a la mitad y en la parte del fondo de la placa.

10-67 Una placa cuadrada vertical de 0.5 m × 0.5 m se utiliza en un proceso para condensar vapor de agua saturado. Si la velocidad de condensación que se desea es de 0.016 kg/s, calcule la temperatura superficial de la placa necesaria a presión atmosférica. Para este problema, como una primera aproximación, suponga una temperatura en película de 90 °C para la evaluación de las propiedades del líquido y una temperatura de superficie de 80 °C para la evaluación del calor latente de vaporización modificado. ¿Son estas buenas suposiciones?

10-68 Vapor de amoniaco saturado a 30 °C se hace circular a través de 30 placas planas verticales, cada una de 10 cm de alto y 25 cm de ancho. La temperatura superficial promedio de las placas es de 10 °C. Calcule el coeficiente de transferencia de calor promedio y la velocidad de condensación del amoniaco. Suponga un flujo laminar ondulatorio. ¿Es esta una buena suposición?

10-69 Vapor saturado a 1 atm se condensa sobre una placa vertical de 2 m de alto y 10 m de ancho que se mantiene a 90 °C haciendo circular agua helada a través del otro lado de la placa. Determine *a*) la razón de transferencia de calor por condensación hacia la placa, y *b*) la razón a la que el condensado gotea de la placa hacia la parte inferior. Suponga un flujo laminar ondulatorio. ¿Es esta una buena suposición?

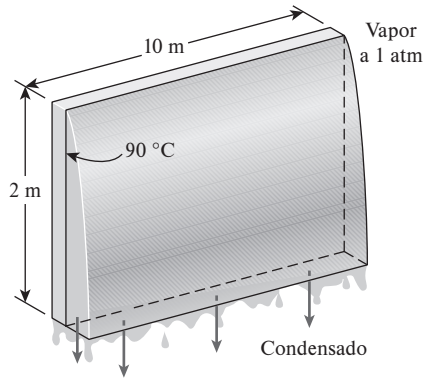


FIGURA P10-69

10-70 Repita el problema 10-69 para el caso en que la placa se incline 60° respecto a la vertical.

10-71 C&S Vapor de amoniaco saturado en un sistema presurizado experimenta condensación a 190 kPa sobre una placa vertical. Dicha placa está fabricada con acero inoxidable ASTM A240 410S; tiene una altura de 2 m y un ancho de 1.5 m. De acuerdo con el Código ASME para Tuberías de Proceso, la temperatura mínima apropiada para la placa de acero inoxidable ASTM A240 410S es de –30 °C (ASME B31.3-2014, tabla A-1M). Determine la velocidad de condensación más alta que puede generar la placa sin tener que enfriar la misma por debajo de la temperatura mínima apropiada que establece el Código ASME para Tuberías de Proceso. Suponga un flujo laminar ondulatorio. ¿Es esta una buena suposición?

10-72 Vapor saturado a 100 °C se condensa en una placa de 2 m × 2 m que está inclinada 30° respecto a la vertical. La placa se mantiene a 80 °C enfriándola desde el otro lado. Calcule *a*) el coeficiente de transferencia de calor promedio en toda la placa y *b*) la velocidad a la que el condensado comienza a gotear en la parte inferior de la placa. Suponga un flujo laminar ondulatorio. ¿Es esta una buena suposición?

10-73 Reconsidere el problema 10-72. Utilizando el software apropiado, investigue los efectos de la temperatura de la placa y del ángulo de la placa respecto a la vertical en el coeficiente de transferencia de calor promedio y en la razón a la que el condensado comienza a gotear. Se deja que la temperatura de la placa varíe de 40 a 90 °C, y el ángulo de la placa de 0° a 60°. Grafique el coeficiente de transferencia de vapor y la velocidad a la que el condensado empiece a gotear en función de la temperatura de la placa y del ángulo de inclinación y discuta los resultados.

10-74 Vapor saturado a 30 °C se condensa en el exterior de un tubo vertical de 4 cm de diámetro exterior y 2 m de longitud. La temperatura del tubo se mantiene a 20 °C por medio de agua de enfriamiento. Determine *a*) la razón de transferencia de calor del vapor hacia el agua de enfriamiento, *b)* la tasa de condensación del vapor, y *c*) el espesor aproximado de la película líquida en el fondo del tubo. Suponga un flujo laminar ondulatorio y que el diámetro del tubo es grande en relación con el espesor de la película líquida en el fondo del tubo. ¿Son buenas suposiciones?

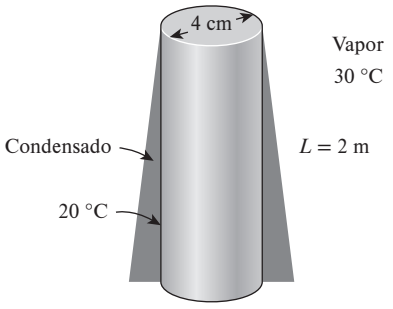


FIGURA P10-74

10-75 Vapor de agua saturado a presión atmosférica se condensa sobre la superficie exterior de una tubería vertical de 0.1 m de diámetro. Dicha tubería es de 1 m de largo y tiene una temperatura superficial uniforme de 80 °C. Determine la tasa de condensación y la razón de transferencia de calor por condensación. Analice si la tubería puede tratarse como una placa vertical. Suponga un flujo laminar ondulatorio y que el diámetro del tubo es grande en relación con el espesor de la película líquida en el fondo del tubo. ¿Son estas buenas suposiciones?

10-76 Vapor saturado a 55 °C se va a condensar a una velocidad de 10 kg/h sobre la superficie exterior de un tubo vertical de 3 cm de diámetro exterior cuya superficie se mantiene a 45 °C por medio de agua de enfriamiento. Determine la longitud de tubo requerida. Suponga un flujo laminar ondulatorio y que el diámetro del tubo es grande en relación con el espesor de la película líquida en el fondo del tubo. ¿Son estas buenas suposiciones?

10-77 Repita el problema 10-76 para el caso de un tubo horizontal. *Respuesta:* 0.70 m

10-78 Un tubo vertical de 1.5 m de longitud se utiliza para condensar vapor saturado a 60 °C. La temperatura superficial del tubo se mantiene a una temperatura uniforme de 40 °C haciendo circular refrigerante dentro del tubo. Determine la razón de transferencia de calor hacia el tubo y el diámetro requerido del tubo para condensar 12 kg/h de vapor durante el proceso de condensación. Suponga un flujo laminar ondulatorio y que el diámetro del tubo es grande en relación con el espesor de la película líquida en el fondo del tubo. ¿Son estas buenas suposiciones?

10-79 Repita el problema 10-78 para el caso de un tubo horizontal. Compare los diámetros requeridos entre un tubo vertical y otro horizontal para condensar 12 kg/h de vapor durante el proceso de condensación.

10-80 Vapor saturado de amoniaco a 10 °C se condensa sobre la superficie exterior de un tubo horizontal de 4 cm de diámetro exterior y 15 m de longitud cuya superficie exterior se mantiene a –10 °C. Determine *a*) la velocidad de transferencia de vapor del amoniaco, y *b*) la velocidad de condensación del amoniaco.

10-81 C&S Vapor saturado de refrigerante 134a experimenta un proceso de condensación sobre la superficie exterior de un tubo de acero inoxidable ASTM A268 TP443 a 133 kPa. El tubo tiene 50 cm de longitud y 15 mm de diámetro. De acuerdo con el Código ASME para Tuberías de Proceso, la temperatura mínima apropiada para el tubo de acero inoxidable ASTM A268 TP443 es –30 °C (ASME B31.3-2014, tabla

A-1M). Determine si la condensación del refrigerante 134a sobre la superficie del tubo a una razón de 3 g/s, enfriará la superficie por debajo de la temperatura mínima apropiada que establece el Código ASME para Tuberías de Proceso.

10-82 PtD Un tanque esférico de 3 m que almacena fluido frío tiene una temperatura superficial uniforme de 5 °C. La baja temperatura de la superficie del tanque está provocando la condensación de la humedad que existe en el aire que está a 25 °C. El tanque está ubicado en un lugar que se encuentra rodeado por dispositivos de alto voltaje, y el agua producto de la condensación que está sobre la superficie del tanque puede provocar un daño eléctrico. Para evitar un accidente, se implantará un sistema para retirar 0.5 kg/s de condensado que puede ponerse en contacto con los dispositivos de alto voltaje. Determine si dicho sistema de prevención puede manejar la velocidad de condensación de la superficie del tanque.

10-83 Considere la condensación en película sobre las superficies exteriores de N tubos horizontales dispuestos en un nivel vertical. ¿Para qué valor de N, el coeficiente de transferencia de calor promedio de toda la pila de tubos será igual a la mitad del que es para un solo tubo horizontal?

10-84 Un intercambiador de calor de gran tamaño tiene varias columnas de tubos y cada una tiene 33 tubos. El diámetro exterior de los tubos es de 1.5 cm. Vapor saturado a 50 °C se condensa sobre la superficie exterior de los tubos, los cuales se mantienen a 20 °C. Determine *a*) el coeficiente de transferencia de calor promedio y *b*) la tasa de condensación de vapor por metro de longitud de una columna.

10-85 El condensador de una planta productora de energía eléctrica opera a una presión de 4.25 kPa. El condensador consta de 144 tubos horizontales que forman un arreglo cuadrado de 12 × 12. Los tubos tienen una longitud de 8 m y un diámetro exterior de 3 cm. Si las superficies del tubo están a 20 °C, calcule *a*) la razón de transferencia de calor del vapor hacia el agua de enfriamiento y *b*) la tasa de condensación del vapor dentro del condensador. *Respuestas: a*) 5 060 kW, *b*) 2.06 kg/s

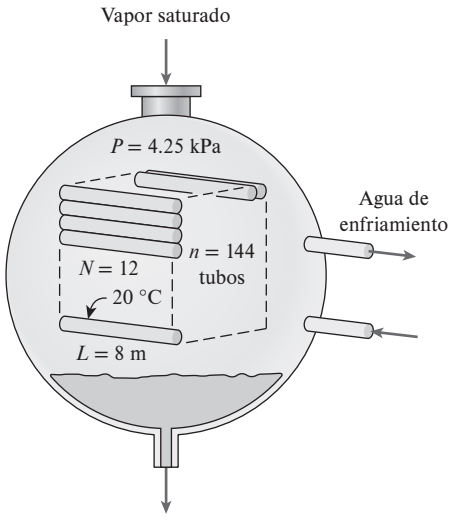


FIGURA P10-85

10-86 Reconsidere el problema 10-85. Utilizando el software apropiado, investigue el efecto de la presión del condensador en la razón de transferencia de calor y la tasa de condensación del vapor. Se deja que la presión del condensador varíe de 3 kPa a 15 kPa. Grafique la razón de transferencia de calor y la tasa de condensación del vapor en función de la presión de condensación y discuta los resultados.

10-87I Vapor saturado a 95 °F se condensa en las superficies exteriores de un arreglo de tuberías horizontales a través de los cuales circula agua de enfriamiento. El diámetro exterior de las tuberías es de 0.8 pulgadas y las superficies exteriores de las tuberías se mantienen a 65 °F. Determine *a*) la razón de transferencia de calor del agua de enfriamiento circulando por las tuberías, y *b*) la tasa de condensación del vapor por unidad de longitud en una sola tubería horizontal.

10-88I Repita el problema 10-87I para el caso de 32 tubos horizontales que forman un arreglo rectangular de 4 tubos de alto y 8 de ancho.

10-89 Un condensador horizontal utiliza arreglos de tubos de 4 × 4 que tienen un diámetro exterior de 5.0 cm y una longitud de 2.0 m. Vapor saturado a 101.3 kPa se condensa sobre la superficie exterior del tubo, la cual se mantiene a una temperatura de 80 °C. Calcule la tasa estacionaria de condensación de vapor en kg/h.

10-90 C&S Cuatro tornillos de acero inoxidable largos ASTM A437 B4B se utilizan para mantener unidas dos placas separadas. Los tornillos son cilíndricos y cada uno tiene un diámetro de 13 mm. Entre ambas placas, los tornillos horizontales están expuestos a vapor de propano saturado. La longitud de cada tornillo instalado entre las placas es de 15 cm. Los tornillos están dispuestos en un nivel vertical y se presenta la condensación de propano saturado sobre los tornillos a 344 kPa. La temperatura mínima apropiada para los tornillos de acero inoxidable ASTM A437 B4B es de –30 °C (Código ASME para Tuberías de Proceso, ASME B31.3-2014, tabla A-2M). Determine la tasa máxima de condensación que se puede presentar en los tornillos sin que se tengan que enfriar por debajo de la temperatura mínima apropiada que establece el Código ASME para Tuberías de Proceso.

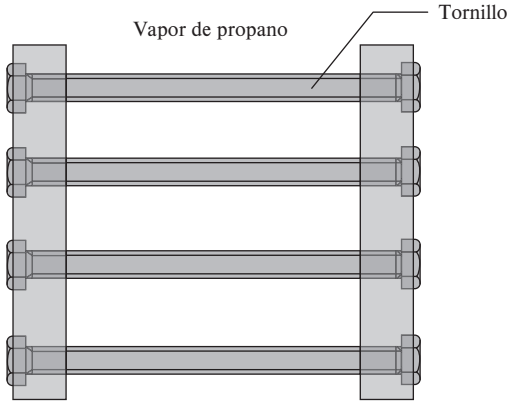


FIGURA P10-90

10-91 Vapor de agua saturado a una presión de 12.4 kPa se condensa sobre 100 tubos horizontales en un arreglo rectangu-

lar de 5 tubos de alto y 20 de ancho, cada uno tiene un diámetro de 8 mm. Si las superficies de los tubos se mantienen a una temperatura uniforme de 30 °C, determine la tasa de condensación por unidad de longitud (en kg/s · m) de los tubos.

10-92 Vapor de agua saturado a una presión de 12.4 kPa se condensa sobre un arreglo de 100 tubos horizontales, cada uno tiene 8 mm de diámetro y 1 m de longitud. Las superficies de los tubos se mantienen a una temperatura uniforme de 30 °C. Determine las tasas de condensación de los tubos para *a*) un arreglo rectangular de 5 tubos de alto y 20 de ancho, y *b*) un arreglo cuadrado de 10 tubos de alto y 10 de ancho. Compare y discuta los resultados de *a*) y *b*).

10-93 Vapor de refrigerante 134a saturado a una presión de 888 kPa se condensa a medida que circula a través de un tubo de 0.25 m de longitud con un diámetro de 12 mm. La temperatura de la pared del tubo se mantiene uniforme a 15 °C. Si el vapor entra al tubo a una razón de flujo de 0.003 kg/s, determine la razón de flujo del vapor a la salida.

10-94 C&S Vapor de amoniaco saturado fluye dentro de un tubo horizontal que tiene una longitud y un diámetro interior de 1 m y 25 mm, respectivamente. El tubo está fabricado con acero inoxidable ASTM A268 TP443. El vapor de amoniaco entra al tubo a una razón de flujo de 5 g/s y la condensación se presenta dentro del tubo a 190 kPa. La temperatura mínima apropiada para el tubo de acero inoxidable ASTM A268 TP443 es de –30 °C (Código ASME para Tuberías de Proceso, ASME B31.3-2014, tabla A-1M). Si la razón de flujo del vapor de amoniaco a la salida del tubo es de 0.5 g/s, ¿la temperatura de la pared del tubo cumpliría con el Código ASME?

10-95 Vapor de amoniaco saturado a una presión de 1 003 kPa se condensa conforme fluye a través de un tubo de 25 mm de diámetro. La longitud del tubo es de 0.5 m y la temperatura de la pared se mantiene uniforme a 5 °C. Si el vapor sale del tubo a una razón de flujo de 0.002 kg/s, calcule la razón de flujo del vapor a la entrada. Suponga que el número de Reynolds del vapor a la entrada del tubo es menor a 35 000. ¿Es esta una buena suposición?

10-96 Se utiliza un tubo de cobre de 10 m de largo con un diámetro de 25 mm para transportar refrigerante frío. El flujo de refrigerante dentro del tubo mantiene su superficie a una temperatura de 5 °C y provoca que el aire húmedo se condense sobre la superficie exterior del tubo. Determine la tasa de condensación por gotas de la humedad en el aire si la temperatura de saturación es de 25 °C.

10-97 PtD Un tubo de cobre de 10 m de longitud con un diámetro de 25 mm se utiliza para transportar fluido frío. Dicho fluido que circula en el interior del tubo provoca que la temperatura en su superficie, que está a 3 °C, se encuentre más frío que la temperatura ambiente. Como consecuencia, el aire húmedo se condensa a 27 °C sobre la superficie exterior del tubo. El tubo está instalado en un lugar donde se encuentran instalados dispositivos de alto voltaje y el agua producto de la condensación puede provocar un accidente eléctrico. Se ha determinado que tanto la condensación en película como la condensación por gotas se pueden presentar sobre la superficie del tubo. Con el fin de evitar cualquier riesgo por electrocución, se instalará un sistema que retire el condensado y evite que este se ponga en contacto con los dispositivos mencionados. Dimensione el sistema de tal manera que sea capaz de manejar la tasa de condensación en la superficie del tubo.

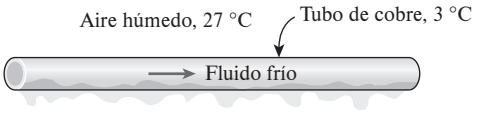


FIGURA P10-97

10-98 Se está condensando vapor a 60 °C en un tubo de cobre horizontal de 15 m de largo y con un diámetro de 25 mm. La temperatura superficial del tubo se mantiene a 40 °C. Determine la tasa de condensación del vapor durante *a*) la condensación en película, y *b*) la condensación por gotas. Compare y analice los resultados.

Tema especial: transferencia de calor por flujo bifásico sin ebullición

10-99 Considere un flujo bifásico gas-líquido sin ebullición en un tubo, donde la relación de las velocidades de flujo de masa es $\dot{m}_l/\dot{m}_g = 300$. Determine la calidad del flujo (x) de este flujo bifásico sin ebullición.

10-100 Considere un flujo bifásico gas-líquido sin ebullición que circula en un tubo de 102 mm de diámetro, donde la velocidad superficial del gas es un tercio de la del líquido. Si las densidades del gas y del líquido son $\rho_g = 8.5$ kg/m^3 y $\rho_l = 855$ kg/m^3, respectivamente, determine la calidad del flujo y las razones de transferencia de masa del gas y del líquido cuando la velocidad superficial del gas sea de 0.8 m/s.

10-101 Un flujo bifásico sin ebullición de aire y aceite para motor dentro de un tubo de 25 mm de diámetro tiene una temperatura media masiva de 140 °C. Si la calidad de flujo es de 2.1×10^{-3} y el caudal másico del aceite para motor es de 0.9 kg/s, determine el caudal másico del aire y las velocidades superficiales del aire y del aceite para motor.

10-102 Considere una mezcla de un flujo de aire y agua en un tubo. Repentinamente el flujo de aire se detiene, de tal manera que solo fluye agua por el tubo. Comenzando con la correlación de transferencia de calor sin ebullición bifásica, encuentre la expresión apropiada para esta situación.

10-103 Un tapón aire-agua fluye a través de un tubo horizontal de 25.4 mm de diámetro en condiciones de microgravedad (menos de 1% de la gravedad terrestre normal). La fase líquida consiste en agua con una viscosidad dinámica de $\mu_l = 85.5 \times 10^{-5}$ kg/m · s, densidad de $\rho_l = 997$ kg/m^3, conductividad térmica de $k_l = 0.613$ W/m · K y número de Prandtl de $\text{Pr}_l = 5.0$. La fase de gas consiste en aire con una viscosidad dinámica de $\mu_g = 18.5 \times 10^{-6}$ kg/m · s, densidad $\rho_g = 1.16$ kg/m^3 y número de Prandtl $\text{Pr}_g = 0.71$. A una velocidad superficial de gas de $V_{sg} = 0.3$ m/s, una velocidad superficial del líquido de $V_{sl} = 0.544$ m/s y una fracción nula de $\alpha = 0.27$, calcule el coeficiente de transferencia de calor bifásico h_{tp}. Suponga que la viscosidad dinámica del agua evaluada a la temperatura superficial del tubo es de 73.9×10^{-5} kg/m · s.

10-104 Una mezcla de aire y silicona líquida de un flujo bifásico (Dow Corning 200 Fluid, 5 cs) es transportada en un tubo

horizontal de pared delgada cuyo diámetro es de 11.7 mm. La fase líquida consiste en silicona líquida con una tensión superficial (σ) de 19.7×10^{-3} N/m, una viscosidad dinámica (μ_l) de 45.7×10^{-4} kg/m·s, una densidad (ρ_l) de 913 kg/m^3, una conductividad térmica (k_l) de 0.117 W/m·K y un número de Prandtl (Pr_l) de 64. La viscosidad dinámica de la silicona líquida evaluada a la temperatura superficial del tubo (μ_s) es de 39.8×10^{-4} kg/m·s. La fase gaseosa consiste en aire con una viscosidad dinámica (μ_g) de 18.4×10^{-6} kg/m·s, una densidad (ρ_g) de 1.19 kg/m^3, y un número de Prandtl (Pr_g) de 0.71. El flujo bifásico tiene una calidad de flujo (x) de 2.08×10^{-5}, una fracción nula (α) de 0.011, una velocidad del gas (V_g) de 13.5 m/s, una velocidad del líquido (V_l) de 9.34 m/s y una razón de flujo de masa líquida ($\dot{m}_l$) de 0.907 kg/s. Aire húmedo a una temperatura de saturación de 40 °C se condensa sobre la superficie exterior del tubo. Dicho tubo tiene una temperatura superficial uniforme de 20 °C. Determine el coeficiente de transferencia de calor por convección total (dentro y fuera) del tubo.

FIGURA P10-104

10-105 Una mezcla aire-agua fluye en un tubo inclinado 5° que tiene un diámetro de 25.4 mm. La mezcla bifásica ingresa al tubo a 25 °C y sale a 65 °C, mientras que la temperatura superficial del tubo se mantiene a 80 °C. Si las velocidades superficiales del gas y del líquido son de 1 m/s y 2 m/s, respectivamente, determine el coeficiente de transferencia de calor bifásico h_{tp}. Suponga que la tensión superficial es $\sigma = 0.068$ N/m y la fracción nula es $\alpha = 0.33$.

10-106 Una mezcla entre petróleo y gas natural es transportada en una línea de tubería que tiene un diámetro de 102 mm. Dicha línea está ubicada en un terreno que provocó que esta tuviera un ángulo de inclinación promedio de $\theta = 10°$. La fase líquida consiste en petróleo con una viscosidad dinámica de $\mu_l = 297.5 \times 10^{-4}$ kg/m·s, una densidad de $\rho_l = 853$ kg/m^3, una conductividad térmica de $k_l = 0.163$ W/m·K, una tensión superficial de $\sigma = 0.020$ N/m y un número de Prandtl de $\text{Pr}_l = 405$. La fase gaseosa consiste en gas natural con una viscosidad dinámica de $\mu_g = 9.225 \times 10^{-6}$ kg/m·s, una densidad de $\rho_g = 9.0$ kg/m^3 y un número de Prandtl de $\text{Pr}_g = 0.80$. El líquido fluye a una razón de flujo de 16 kg/s, mientras que el gas fluye a 0.055 kg/s. Si la fracción nula es $\alpha = 0.22$, determine el coeficiente de transferencia de calor bifásico h_{tp}. Suponga que la viscosidad dinámica del petróleo líquido evaluado a la temperatura superficial del tubo es de 238×10^{-4} kg/m·s.

10-107 Una mezcla aire-agua fluye en un tubo con un diámetro de 25.4 mm. La mezcla bifásica ingresa al tubo a 15 °C y sale a 75 °C, mientras que la temperatura superficial del tubo se mantiene a 80 °C. Si las velocidades superficiales del gas y del líquido son de 1 m/s y 2 m/s, respectivamente, determine el coeficiente de transferencia de calor bifásico h_{tp} para *a*) el tubo horizontal ($\theta = 0°$) y *b*) el tubo vertical ($\theta = 90°$) y compare los resultados. Suponga que la tensión superficial es $\sigma = 0.068$ N/m y que la fracción nula es $\alpha = 0.33$.

10-108 Considere un flujo bifásico de aire-agua en una tubería de acero inoxidable vertical hacia arriba cuyo diámetro interior es de 0.0254 m. La mezcla bifásica ingresa a la tubería a 25 °C a una presión del sistema de 201 kPa. Las velocidades superficiales del agua y del aire son 0.3 m/s y 23 m/s, respectivamente. El transductor de presión diferencial conectado en las tomas de presión colocadas a una distancia de 1 m registra una caída de presión de 2 700 Pa y el valor medido de la fracción nula es de 0.86. Utilizando el concepto de la analogía de Reynolds, determine el coeficiente de transferencia de calor por convección bifásico. Utilice las propiedades termofísicas del agua y del aire siguientes: $\rho_l = 997.1$ kg/m^3, $\mu_l = 8.9 \times 10^{-4}$ kg/m·s, $\mu_s = 4.66 \times 10^{-4}$ kg/m·s, $\text{Pr}_l = 6.26$, $k_l = 0.595$ W/m·K, $\sigma = 0.0719$ N/m, $\rho_g = 2.35$ kg/m^3 y $\mu_g = 1.84 \times 10^{-5}$ kg/m·s.

Problemas de repaso

10-109 Se hierve agua a 120 °C en una olla de presión de acero inoxidable pulida mecánicamente, colocada en la parte superior de una unidad calefactora. La superficie interior del fondo de la olla se mantiene a 130 °C. La olla tiene un diámetro de 20 cm y una altura de 30 cm, y está llena de agua a la mitad de su capacidad. Calcule el tiempo que le tomará a la olla vaciarse. *Respuesta:* 22.8 min

10-110 Se hierve agua a nivel del mar en una sartén de acero inoxidable AISI 304 pulida mecánicamente de 30 cm de diámetro colocada sobre un quemador eléctrico de 3 kW. Si 60% del calor generado por el quemador se transfiere al agua durante la ebullición, calcule la temperatura superficial interior del fondo de la sartén. Asimismo, calcule la diferencia de temperaturas entre las superficies interior y exterior del fondo de la sartén si tiene un espesor de 6 mm. Suponga que el régimen de ebullición es ebullición nucleada; ¿Es esa una buena suposición?

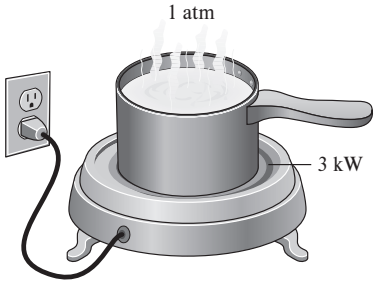


FIGURA P10-110

10-111 Repita el problema 10-110 para el caso de una ubicación en una elevación de 1 500 m donde la presión atmosférica es de 84.5 kPa y, por tanto, la temperatura de ebullición del agua es de 95 °C.

10-112 Un calentador de resistencia, fabricado con alambre de níquel de 2 mm de diámetro, se utiliza para calentar agua a una presión de 1 atm. Determine la temperatura máxima a la cual puede operar seguro este calentador sin correr el riesgo de quemaduras.

10-113 Se hierve agua eléctricamente a 100 °C por medio de un alambre horizontal de resistencia de 2 mm de diámetro y 80 cm de longitud fabricado con acero inoxidable corroído químicamente. Determine *a*) la razón de transferencia de calor hacia el agua y la tasa de evaporación del agua si la temperatura del alambre es de 115 °C y *b*) la tasa máxima de evaporación en el régimen de ebullición nucleada. *Respuestas: a*) 2 387 W, 3.81 kg/h, *b*) 1 280 kW/m^2

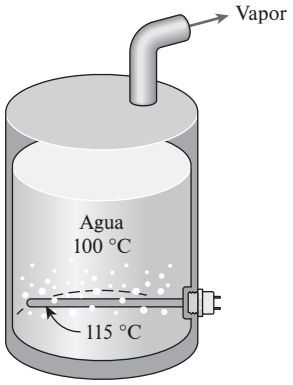


FIGURA P10-113

10-114 Durante un proceso de tratamiento por calor, una barra de acero cilíndrica de 20 mm de diámetro con una longitud de 200 mm se retiró de un horno cuando alcanzó una temperatura uniforme de 500 °C y fue súbitamente sumergida horizontalmente en un baño de agua a presión atmosférica. Si la barra de acero tiene una emisividad de 0.9, determine el coeficiente de transferencia de calor por ebullición y el coeficiente de transferencia de calor total cuando se sumergió al inicio en el baño de agua.

10-115 Corriente eléctrica circula a través de una barra metálica cilíndrica de 2 mm de diámetro con una emisividad de 0.5. La barra se sumerge horizontalmente en agua a la presión atmosférica y la temperatura superficial de la barra alcanza 500 °C. Calcule el coeficiente de transferencia de calor por ebullición y el coeficiente de transferencia de calor total.

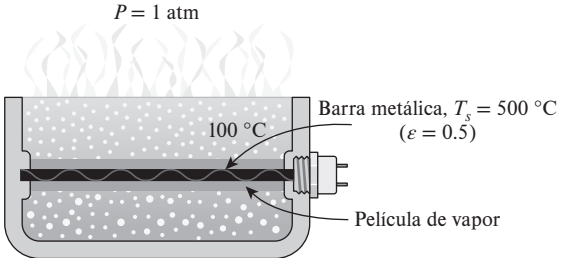


FIGURA P10-115

10-116 Se hierve agua a 100 °C por medio de un elemento calefactor esférico de platino de 8 cm de diámetro y emisividad de 0.10 sumergido en agua. Si la temperatura superficial del elemento de calentamiento es de 350 °C, calcule el coeficiente de transferencia de calor por ebullición convectiva.

10-117 En un proceso de tratamiento por calor, rodamientos de bolas de acero de 20 mm de diámetro se calientan a una temperatura uniforme de 700 °C. Los rodamientos de bolas se remueven enseguida y de inmediato se sumergen en un baño de agua a presión atmosférica. Si los rodamientos de bolas de acero tienen una emisividad de 0.75, determine el coeficiente de transferencia de calor por ebullición y el coeficiente de transferencia de calor total cuando al inicio se sumergieron en el baño de agua.

10-118I Vapor de agua saturado a 100 °F se condensa sobre una placa vertical de 4 pies de altura que se mantiene a una temperatura de 80 °F. Determine la razón de transferencia de calor del vapor hacia la placa y la tasa de condensación por pie de ancho de la placa. Suponga un flujo laminar ondulatorio; ¿Es esta una buena suposición?

10-119 Vapor de amoniaco saturado a 25 °C se condensa sobre la superficie exterior de un tubo vertical de 2 m de largo y 3.2 cm de diámetro exterior que se mantiene a 15 °C. Determine *a*) el coeficiente de transferencia de calor promedio, *b*) la razón de transferencia de calor y, *c*) la tasa de condensación del amoniaco. Suponga un flujo turbulento y que el diámetro del tubo es grande en relación con el espesor de la película líquida en el fondo del tubo. ¿Son estas suposiciones correctas?

10-120 Vapor de refrigerante 134a saturado a 35 °C va a condensarse sobre la superficie exterior de un tubo horizontal de 8 m de longitud y 1.2 cm de diámetro que se mantiene a una temperatura de 25 °C. Determine la velocidad a la cual el refrigerante se condensará en kg/min.

10-121 Repita el problema 10-120 para un tubo cuyo diámetro es de 3 cm.

10-122 Vapor a 40 °C se condensa en la superficie exterior de un tubo de cobre horizontal delgado de 3 cm de diámetro mediante agua de enfriamiento, que ingresa al tubo a 10 °C a una velocidad promedio de 2 m/s y sale a 30 °C. Calcule la tasa de condensación del vapor, el coeficiente de transferencia de calor promedio total entre el vapor y el agua de enfriamiento, y la longitud del tubo.

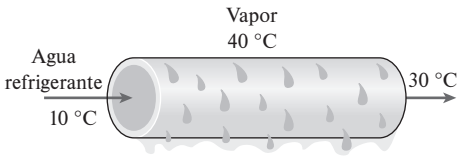


FIGURA P10-122

10-123 Una esfera de plata con un diámetro de 1.2 cm a 25 °C está suspendida en un cuarto lleno de vapor saturado a 100 °C. Al utilizar el análisis de sistemas concentrados, calcule cuánto tiempo le tomará a la temperatura de la esfera llegar a los 50 °C. Determine la cantidad de vapor que se condensa durante este proceso y compruebe que el análisis de sistemas concentrados es aplicable.

10-124 Repita el problema 10-123 para el caso de una esfera de cobre de 3 cm de diámetro.

10-125 Vapor de isobutano saturado en una planta geotérmica de ciclo binario se va a condensar sobre la superficie de un arreglo

de ocho tubos horizontales. Determine la relación entre las tasas de condensación para los casos en que los tubos se encuentran dispuestos en un nivel horizontal y en un nivel vertical de tubos horizontales.

10-126I El condensador de una planta de generación de energía eléctrica por vapor opera a una presión de 0.95 psia. El condensador consiste en 100 tubos horizontales dispuestos en un arreglo cuadrado de 10 × 10. Los tubos tienen una longitud de 15 pies y un diámetro exterior de 1.2 pulgadas. Si las superficies exteriores de los tubos se mantienen a 80 °F, determine *a*) la razón de transferencia de calor del vapor hacia el agua refrigerante y *b*) la tasa de condensación del vapor en el condensador.

10-127I Repita el problema 10-126I para un diámetro de tubo de 2 pulgadas.

10-128 En la figura P10-128 se muestra la disposición de los tubos para un condensador horizontal que se utiliza para licuar 900 kg/h de vapor de amoniaco saturado a 37 °C. Hay 14 tubos de cobre, cada uno tiene un diámetro interior $D_i = 3.0$ y uno exterior $D_o = 3.8$. Un refrigerante circula a través de los tubos y está a una temperatura promedio de 20 °C, de tal forma que proporciona un coeficiente de transferencia de calor de 4.0 kW/$m^2 \cdot K$. Para este condensador calcule *a*) el valor promedio del coeficiente de transferencia de calor total y *b*) la longitud de los tubos. Suponga una temperatura de la superficie exterior en los tubos de 31 °C. ¿Es esa una buena suposición?

FIGURA P10-128

10-129 Vapor de amoniaco saturado a 25 °C se condensa sobre la superficie exterior de 16 tubos de pared delgada de 2.5 cm de diámetro dispuestos horizontalmente en un arreglo cuadrado de 4 × 4. Entra agua de enfriamiento a los tubos a 14 °C a una velocidad promedio de 2 m/s y sale a 17 °C. Calcule *a*) la tasa de condensación del NH_3, *b*) el coeficiente de transferencia de calor total y *c*) la longitud del tubo.

10-130 Vapor saturado a 270.1 kPa se condensa dentro de un tubo horizontal de 10 m de largo y 2.5 cm de diámetro interior cuya superficie se mantiene a 110 °C. Si se supone una velocidad del vapor reducida, determine el coeficiente de transferencia de vapor y la tasa de condensación del vapor dentro de la tubería. *Respuestas:* 8 413 W/$m^2 \cdot K$, 0.0608 kg/s

Problemas del examen sobre Fundamentos de ingeniería (FI)

10-131 Cuando se está hirviendo un líquido saturado, se debe tener cuidado al aumentar el flujo de calor para evitar quemaduras. Estas se presentan cuando la ebullición experimenta una transición de ebullición _____.

a) por convección nucleada
b) por convección de película
c) de película a nucleada
d) de nucleada a película
e) ninguna de las anteriores

10-132 Los coeficientes de transferencia de calor para un vapor en condensación sobre una superficie pueden incrementarse mediante la promoción de:

a) condensación en película
b) condensación por goteo
c) acción rodante
d) ninguna de las anteriores

10-133 A una distancia x hacia abajo de una placa plana isotérmica vertical, en la que el vapor saturado se condensa en una película continua, el espesor de la capa de condensado líquido es δ. El coeficiente de transferencia de vapor en este punto sobre la placa está dado por:

a) k_l/δ *b*) δh_f
c) δh_{fg} *d*) δh_g
e) ninguno de los anteriores

10-134 Cuando un vapor saturado se condensa sobre una superficie plana isotérmica vertical en una película continua, la razón de transferencia de calor es proporcional a:

a) $(T_s - T_{sat})^{1/4}$ *b*) $(T_s - T_{sat})^{1/2}$
c) $(T_s - T_{sat})^{3/4}$ *d*) $(T_s - T_{sat})$
e) $(T_s - T_{sat})^{2/3}$

10-135 Vapor de agua saturado se condensa sobre una placa plana vertical de 0.5 m^2 en una película continua con un coeficiente de transferencia de calor promedio de 5 kW/$m^2 \cdot K$. La temperatura del agua es de 80 °C ($h_{fg} = 2\ 309$ kJ/kg), y en la placa es 60 °C. La razón a la que se está formando el condensado es:

a) 0.022 kg/s *b*) 0.048 kg/s *c*) 0.077 kg/s
d) 0.16 kg/s *e*) 0.32 kg/s

10-136 Vapor se condensa a 50 °C sobre una placa vertical de 1.2 m de alto y 2.4 m de ancho que se mantiene a 30 °C. El coeficiente de transferencia de calor por condensación es:

a) 4 260 W/$m^2 \cdot K$ *b*) 4 780 W/$m^2 \cdot K$
c) 5 510 W/$m^2 \cdot K$ *d*) 6 260 W/$m^2 \cdot K$
e) 6 940 W/$m^2 \cdot K$

(Para el agua, utilice $\rho_l = 992.1$ kg/m^3, $\mu_l = 0.653 \times 10^{-3}$ kg/m · s, $k_l = 0.631$ W/m · K, $c_{pl} = 4\ 179$ J/kg · °C, $h_{fg@T_{sat}} = 2\ 383$ kJ/kg).

10-137 El condensador del aire acondicionado de un automóvil consiste en un área tubular para el intercambio de calor de 2 m^2 cuya temperatura superficial es de 30 °C. Vapor refrigerante 134a saturado a 50 °C ($h_{fg} = 152$ kJ/kg) se condensa en esos tubos. ¿Qué coeficiente de transferencia de calor debe haber

entre la superficie del tubo y el vapor condensado, con el fin de generar 1.5 kg/min de condensado?

a) 95 W/m$^2 \cdot$K
b) 640 W/m$^2 \cdot$K
c) 727 W/m$^2 \cdot$K
d) 799 W/m$^2 \cdot$K
e) 960 W/m$^2 \cdot$K

10-138 Vapor de agua saturado a 40 °C se condensará conforme este fluye a través de un tubo a una razón de 0.2 kg/s. El condensado abandona el tubo como un líquido saturado a 40 °C. La razón de transferencia de calor desde el tubo es:

a) 34 kJ/s
b) 268 kJ/s
c) 453 kJ/s
d) 481 kJ/s
e) 515 kJ/s

10-139 Vapor se condensa a 50 °C sobre la superficie exterior de un tubo horizontal con un diámetro exterior de 6 cm. La superficie exterior del tubo se mantiene a 30 °C. El coeficiente de transferencia de calor por condensación es:

a) 5 493 W/m$^2 \cdot$K
b) 5 921 W/m$^2 \cdot$K
c) 6 796 W/m$^2 \cdot$K
d) 7 040 W/m$^2 \cdot$K
e) 7 350 W/m$^2 \cdot$K

(Para el agua, utilice $\rho_l = 992.1$ kg/m^3, $\mu_l = 0.653 \times 10^{-3}$ kg/m $\cdot$ s, $k_l = 0.631$ W/m $\cdot$ K, $c_{pl} = 4\,179$ J/kg $\cdot$ °C, $h_{fg@T\text{sat}} = 2\,383$ kJ/kg).

10-140 Vapor se condensa a 50 °C sobre un banco de tubos que consta de 20 tubos dispuestos en un arreglo rectangular de 4 tubos de alto y 5 de ancho. Cada tubo tiene un diámetro de 3 cm y una longitud de 5 m, y la superficie exterior de los tubos se mantiene a 30 °C. La tasa de condensación del vapor es:

a) 0.12 kg/s
b) 0.28 kg/s
c) 0.31 kg/s
d) 0.45 kg/s
e) 0.62 kg/s

(Para el agua, utilice $\rho_l = 992.1$ kg/m^3, $\mu_l = 0.653 \times 10^{-3}$ kg/m $\cdot$ s, $k_l = 0.631$ W/m $\cdot$ K, $c_{pl} = 4\,179$ J/kg $\cdot$ °C, $h_{fg@T_{\text{sat}}} = 2\,383$ kJ/kg).

Problemas de diseño y ensayo

10-141 Diseñe el condensador de una planta de energía eléctrica de vapor que tiene una eficiencia térmica de 40% y genera 10 MW de potencia eléctrica neta. Entra vapor al condensador como vapor saturado a 10 kPa y se condensa fuera de los tubos horizontales a través de los cuales fluye agua de enfriamiento proveniente de un río cercano. El incremento de temperatura del agua de enfriamiento se limita a 8 °C y la velocidad del agua de enfriamiento en las tuberías está limitada a 6 m/s para mantener la caída de presión en un nivel aceptable. Especifique el diámetro, la longitud total y el arreglo que deben tener las tuberías con el fin de minimizar el volumen del condensador.

10-142 El refrigerante que utiliza un refrigerador doméstico se condensa a medida que este fluye en su serpentín, que se localiza en la parte posterior de este. La transferencia de calor desde la superficie exterior del serpentín hacia los alrededores es por medio de convección natural y radiación. Obtenga información acerca de las condiciones de operación del refrigerador, incluyendo las presiones y temperaturas del refrigerante a la entrada y salida del serpentín. Demuestre su selección apropiada, y determine su margen de seguridad.

10-143 Por lo común, los condensadores de vapor enfriados con agua se utilizan en plantas de generación de energía eléctrica. Obtenga información acerca de los condensadores de vapor enfriados con agua, haga una búsqueda en la literatura de este tema, y contacte fabricantes de condensadores. En un informe, describa los diferentes tipos de condensadores, la forma como se diseñan, las limitaciones de cada tipo de condensador y los criterios de selección.

10-144 Una planta de manufactura requiere vapor saturado a 120 °C a una razón de 1.2 kg/min. Diseñe un calentador de vapor eléctrico para este propósito, con las siguientes restricciones:

- Tendrá la forma de un cilindro con una relación altura-diámetro de 1.5. Este puede ser horizontal o vertical.
- Operará en el régimen de ebullición nucleada y el diseño del flujo de calor no deberá exceder 60% del flujo crítico de calor para tener un margen de seguridad adecuado.
- Se usará un elemento de calentamiento eléctrico, tipo enchufe, disponible en el mercado, fabricado de acero inoxidable pulido mecánicamente. El diámetro del elemento no puede estar entre 0.5 cm y 3 cm.
- La mitad del volumen del calentador debe estar ocupado por el vapor, y debe ser suficientemente grande para almacenar agua que mantenga el suministro de vapor por un periodo de 2 horas. Asimismo, deberá estar bien aislado.

Se solicita: *a*) La altura y el diámetro interior del tanque, *b*) la longitud, el diámetro, la potencia y la temperatura superficial del elemento calefactor eléctrico, *c*) la razón máxima de generación de vapor durante periodos cortos en condiciones de sobrecarga, y cómo se puede alcanzar dicha velocidad.

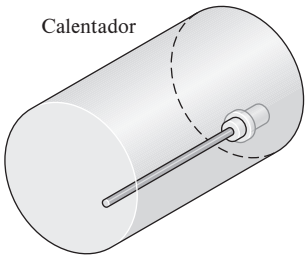


FIGURA P10-144

10-145 Repita el problema 10-144 para el caso de un calentador que genera vapor a 150 °C a una razón de 2.5 kg/min.

10-146 Construya equipo para realizar el siguiente experimento para determinar el coeficiente de transferencia de calor por ebullición. Se requiere un elemento calefactor eléctrico portátil para inmersión, un termómetro para interiores y exteriores, y pegamento para metal (todo esto puede adquirirse por un costo de unos $15 dólares en una ferretería). También se requiere un

pedazo de cuerda y una regla para calcular la superficie del calentador. Primero se pone a hervir agua en una sartén usando el elemento calefactor, mida la temperatura del agua hervida lejos del elemento calefactor. Con base en su lectura, estime la altura del lugar donde se encuentra y compárelo con el valor real. Después pegue la punta del alambre del termo-acoplador del termómetro a la parte media de la superficie del calentador. La lectura de la temperatura en este caso dará la temperatura superficial del calentador. Suponiendo que la potencia nominal del calentador sea el consumo de energía real durante el calentamiento (usted puede verificar esto midiendo la corriente eléctrica y el voltaje), calcule los coeficientes de transferencia de calor con la ley de enfriamiento de Newton.

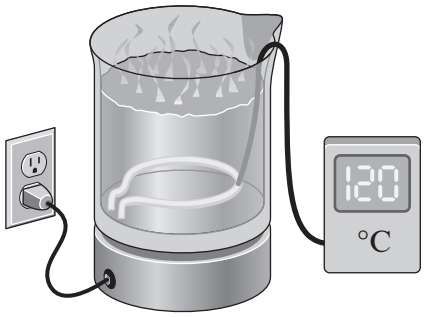


FIGURA P10-146

Elemento de diseño: "Icono de C&S © McGraw-Hill Education; Icono de PtD © McGraw-Hill Education; arte de la computadora © McGraw-Hill Education"

CAPÍTULO

11

INTERCAMBIADORES DE CALOR

Los intercambiadores de calor son dispositivos que facilitan el *intercambio de calor* entre dos fluidos que están a diferentes temperaturas y evitan que se mezclen entre sí. Los intercambiadores de calor se usan en una amplia variedad de aplicaciones, desde sistemas de calefacción y aire acondicionado en un hogar hasta procesamiento químico y producción de energía en plantas grandes. Los intercambiadores de calor difieren de las cámaras de mezcla en que no permiten que los dos fluidos involucrados se mezclen.

La transferencia de calor en un intercambiador de calor por lo general implica *convección* en cada fluido y *conducción* a través de la pared que separa los dos fluidos. En el análisis de los intercambiadores de calor es conveniente trabajar con un *coeficiente global de transferencia de calor U* que considere la contribución de todos estos efectos sobre la transferencia de calor. La tasa de transferencia de calor entre los dos fluidos en una posición en un intercambiador de calor depende de la magnitud de la diferencia de temperatura en esa posición, que varía a lo largo del intercambiador de calor.

Los intercambiadores de calor se fabrican en una variedad de tipos, este capítulo inicia con la *clasificación* de los intercambiadores de calor. Luego sigue con la determinación del coeficiente global de transferencia de calor en los intercambiadores de calor, y la *diferencia de temperatura media logarítmica* (LMTD; *logarithmic mean temperature difference*) para algunas configuraciones. Luego se introduce el *factor de corrección F* para tener en cuenta la desviación de la diferencia de temperatura media respecto de la LMTD en configuraciones complejas. A continuación se estudia el método de efectividad NTU, el cual permite analizar los intercambiadores de calor cuando no se conocen las temperaturas de salida de los fluidos. Finalmente, se presenta la selección de intercambiadores de calor.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al terminar de estudiar este capítulo, usted deberá ser capaz de:

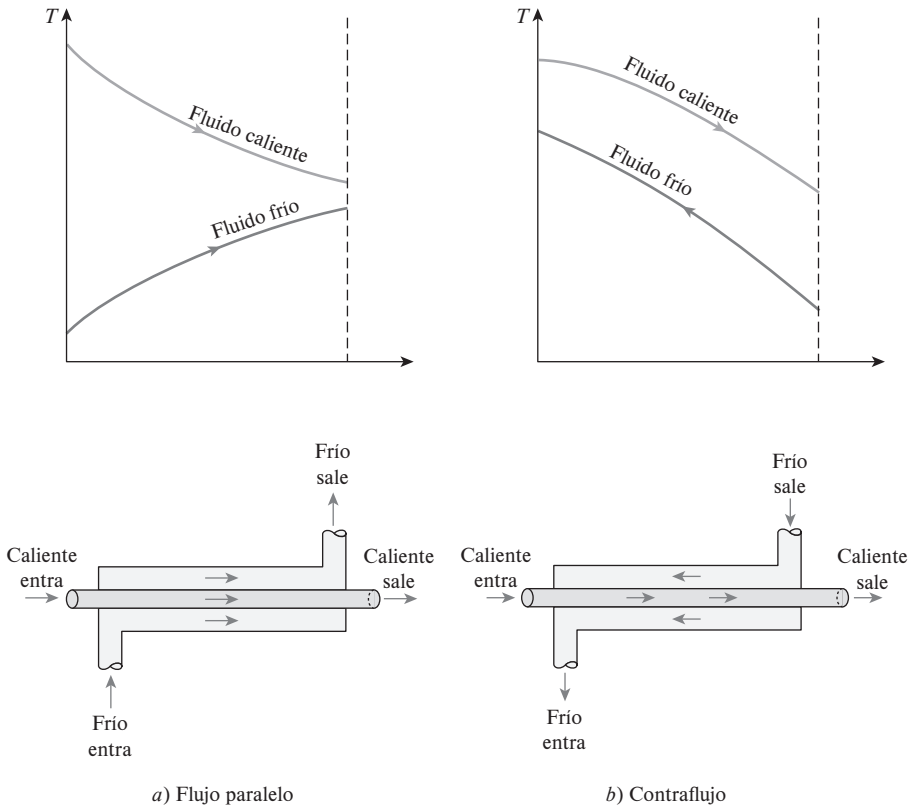
- Reconocer numerosos tipos de intercambiadores de calor y clasificarlos.
- Desarrollar un conocimiento de las incrustaciones (los sedimentos) en las superficies y determinar el coeficiente global de transferencia de calor para un intercambiador de calor.
- Realizar un análisis general de energía en intercambiadores de calor.
- Obtener una relación para la diferencia de temperatura media logarítmica para usar en el método LMTD y modificarla para diferentes tipos de intercambiadores de calor usando el factor de corrección.
- Desarrollar relaciones para la efectividad y analizar los intercambiadores de calor cuando no se conocen las temperaturas de salida utilizando el método de efectividad NTU.
- Conocer las consideraciones principales en la selección de intercambiadores de calor.

11-1 ▪ TIPOS DE INTERCAMBIADORES DE CALOR

Las diferentes aplicaciones de transferencia de calor requieren diferentes tipos de *hardware* y diferentes configuraciones de equipos de transferencia de calor. El intento de hacer coincidir el hardware de transferencia de calor con los requisitos de transferencia de calor dentro de limitaciones especificadas dadas, ha dado como resultado numerosos tipos de diseños innovadores de intercambiadores de calor.

El tipo más simple de intercambiador de calor consiste en dos tubos concéntricos de diferentes diámetros, como se muestra en la figura 11-1, llamado intercambiador de calor de **doble tubo**. Un fluido en un intercambiador de calor de doble tubería fluye a través de la tubería más pequeña, mientras que el otro fluido fluye a través del espacio anular entre las dos tuberías. Son posibles dos tipos de disposición de flujo en un intercambiador de calor de doble tubería: en **flujo paralelo**, tanto los fluidos calientes como los fríos entran al intercambiador de calor en el mismo extremo y se mueven en la *misma* dirección. En **contraflujo**, por otro lado, los fluidos calientes y fríos ingresan al intercambiador de calor en los extremos opuestos y fluyen en direcciones *opuestas*.

Otro tipo de intercambiador de calor específicamente diseñado para realizar una gran superficie de transferencia de calor por unidad de volumen es el intercambiador de calor **compacto**. La relación entre el área de superficie de transferencia de calor de un intercambiador de calor y su volumen se denomina *densidad de área* β. Un intercambiador de calor con $\beta > 700$ m^2/m^3 (o 200 pie^2/pie^3) se clasifica como compacto. Ejemplos de intercambiadores de calor compactos son los radiadores de automóviles ($\beta \approx 1\,000$ m^2/m^3), los intercambiadores de calor de turbina de gas de cerámica de vidrio ($\beta \approx 6\,000$ m^2/m^3), el regenerador de un motor Stirling ($\beta \approx 15\,000$ m^2/m^3), y el pulmón humano ($\beta \approx 20\,000$ m^2/m^3). Los pasos de flujo en estos intercambiadores de calor compactos suelen ser pequeños, y el flujo puede considerarse laminar. Los intercambiadores compactos de calor permiten alcanzar altas



a) Flujo paralelo

b) Contraflujo

FIGURA 11-1

Diferentes regímenes de flujo y perfiles de temperatura asociados en un intercambiador de calor de tubería doble.

tasas de transferencia de calor entre dos fluidos en un volumen pequeño, y se usan comúnmente en aplicaciones con limitaciones estrictas en el peso y el volumen de los intercambiadores de calor (figura 11-2).

La gran superficie de los intercambiadores de calor compactos se obtiene uniendo *placas delgadas* o *aletas corrugadas* muy espaciadas a las paredes que separan los dos fluidos. Los intercambiadores de calor compactos se usan en intercambiadores de calor de gas a gas y de gas a líquido (o líquido a gas) para contrarrestar el bajo coeficiente de transferencia de calor asociado con el flujo de gas al incrementar el área de superficie. En un radiador de automóvil, que es un intercambiador de calor compacto de agua a aire, por ejemplo, no sorprende que las aletas estén unidas al lado de aire de la superficie del tubo.

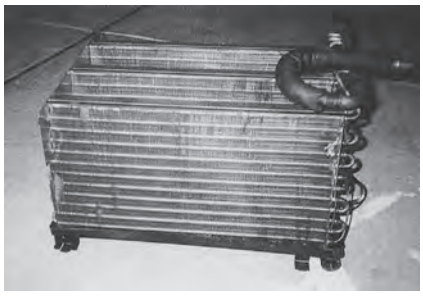


FIGURA 11-2

Intercambiador de calor compacto de gas a líquido para un sistema de aire acondicionado residencial.

©Yunus A. Çengel

Otro ejemplo de intercambiadores de calor compactos muy utilizados en la actualidad en aplicaciones industriales como el procesamiento químico, el procesamiento de combustible, la recuperación de calor residual y la refrigeración es el **intercambiador de calor de circuito impreso** denominado PCHE (por sus siglas en inglés: *Printed Circuit Heat Exchanger*, figura 11-3). PCHE deriva su nombre del proceso de fabricación en el que las placas de metal planas que forman el núcleo de este intercambiador de calor se graban químicamente a una profundidad de 1 a 3 mm. Estas placas se apilan juntas y se unen mediante unión por difusión. Puede haber diferentes patrones de grabado en las placas para hacer que el intercambiador de calor sea un intercambiador de calor paralelo, de contrario o de flujo cruzado. Li y colaboradores (2011) informaron que, a diferencia de los intercambiadores de calor convencionales con canales de flujo rectos, los canales de flujo en PCHE se pueden hacer en zigzag, en forma de S o en forma de lámina aerodinámica para inducir turbulencia de flujo y, por tanto, mejorar el coeficiente de transferencia de calor. Los PCHE tienen una alta densidad superficial mayor que 2 500 m^2/m^3. Los PCHE por lo general están hechos de acero inoxidable, titanio, cobre, níquel y aleaciones de níquel, y pueden soportar presiones de funcionamiento de hasta 500 bar. Las principales ventajas de los intercambiadores de calor de circuito impreso son su amplio rango de temperatura de funcionamiento, desde –250 a 900 °C, coeficientes de transferencia de calor muy altos, y su tamaño, que es de 4 a 6 veces más pequeño y más ligero que el calor de los intercambiadores de calor convencionales. Una de las principales desventajas del PCHE es una caída de presión muy alta y que requieren un fluido muy limpio que debe pasar a través de ellos, de lo contrario, pueden producirse fácilmente bloqueos en el fino espacio del canal (de 0.5 a 2 mm).

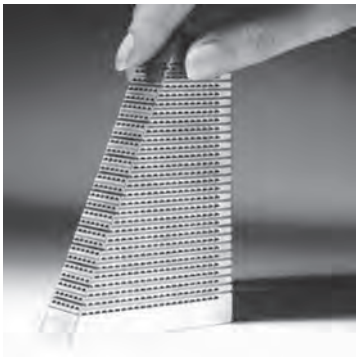
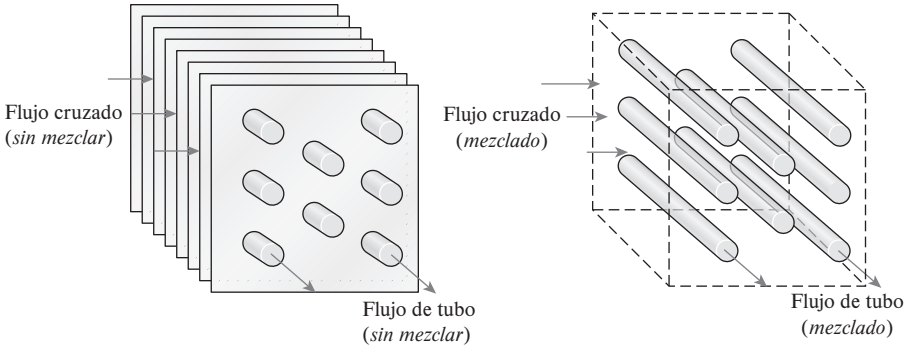


FIGURA 11-3

Fotografía de una sección "Central" de un intercambiador de calor de circuito impreso (Heatric, a Meggitt Company, Dorset, Reino Unido).

©Heatric, a Meggitt Company, Dorset UK

En los intercambiadores de calor compactos, los dos fluidos se mueven *perpendiculares* entre sí, y dicha configuración de flujo se llama flujo **cruzado**, el cual se clasifica además como flujo *no mezclado* y *mezclado*, según la configuración del flujo, como se muestra en la figura 11-4. En *a*) se dice que el flujo cruzado es *no mezclado,* ya que las aletas de la placa obligan al fluido a fluir a través de un espacio



a) Ambos fluidos sin mezclar

b) Un fluido mezclado, el otro sin mezclar

FIGURA 11-4

Diferentes configuraciones de flujo en intercambiadores de calor de flujo cruzado.

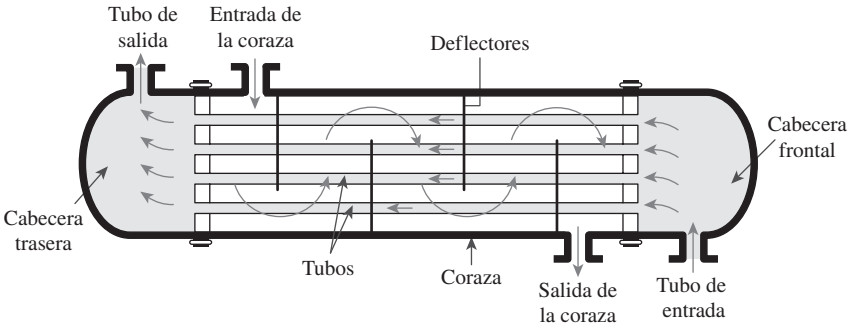


FIGURA 11-5

Esquema de un intercambiador de calor de tubos y coraza (un paso por la coraza y un paso por los tubos).

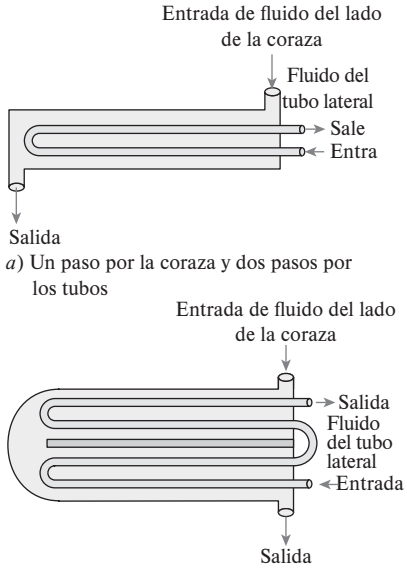
particular entre las aletas y evitan que se mueva en la dirección transversal (es decir, paralela a los tubos). Se dice que el flujo cruzado en *b*) está *mezclado,* ya que el fluido es libre de moverse en la dirección transversal. Ambos fluidos no se mezclan en el radiador de un automóvil. La presencia de mezclado en el fluido puede tener un efecto significativo en las características de transferencia de calor del intercambiador de calor.

Quizás el tipo más común de intercambiador de calor en aplicaciones industriales es el de calor de **tubo y coraza**, que se muestra en la figura 11-5. Estos intercambiadores contienen una gran cantidad de tubos (a veces varios cientos) empaquetados en una coraza con sus ejes paralelos al de la coraza. La transferencia de calor tiene lugar cuando un fluido fluye dentro de los tubos mientras otro fluido fluye fuera de los tubos a través de la coraza. Comúnmente se colocan *deflectores* en la coraza para forzar que el fluido del lado de la coraza fluya a través de la coraza para mejorar la transferencia de calor y también para mantener un espacio uniforme entre los tubos. A pesar de su uso generalizado, los intercambiadores de calor de tubo y coraza no son adecuados para su uso en aplicaciones de automóviles y aviones debido a que su tamaño y peso son relativamente grandes. Considere que los tubos en un intercambiador de calor de tubo y coraza se abren a algunas áreas de flujo grandes llamadas *cabeceras* en ambos extremos de la coraza, donde el líquido del lado del tubo se acumula antes de ingresar a los tubos y después de salir de ellos.

Los intercambiadores de calor de tubo y coraza se clasifican según el número de pasos de tubo y coraza involucrados. Por ejemplo, los intercambiadores de calor en los que todos los tubos hacen un giro en U en la coraza, se denominan *intercambiadores de calor de un paso por la coraza y de dos pasos por los tubos*. Del mismo modo, un intercambiador de calor que involucra dos pasos por la coraza y cuatro por los tubos, se llama intercambiador de calor de *dos pasos por la coraza y cuatro pasos por los tubos* (figura 11-6).

Un tipo innovador de intercambiador de calor que ha tenido un uso generalizado es el intercambiador de calor de **placa y marco** (o simplemente placa), que consiste en una serie de placas con pasos planos corrugados para el flujo (figura 11-7). Los fluidos calientes y fríos fluyen en pasos alternos, y por tanto cada corriente de fluido frío está rodeada por dos corrientes de fluido caliente, lo que resulta en una transferencia de calor muy efectiva. Además, los intercambiadores de calor de placas se pueden aumentar si hay una demanda creciente de transferencia de calor, montando simplemente más placas. Son muy adecuados para aplicaciones de intercambio de calor de líquido a líquido, siempre que las corrientes de fluido caliente y frío tengan aproximadamente la misma presión.

Otro tipo de intercambiador de calor que implica el paso alternativo de las corrientes de fluido caliente y frío a través de la misma área de flujo es el intercambiador de calor **regenerativo**. El intercambiador de calor regenerativo de tipo *estático* es básicamente una masa porosa que tiene una gran capacidad de almacenamiento



a) Un paso por la coraza y dos pasos por los tubos

b) Dos pasos por la coraza y cuatro pasos por los tubos

FIGURA 11-6

Disposiciones de flujo de múltiples pasos en intercambiadores de calor de tubos y coraza.

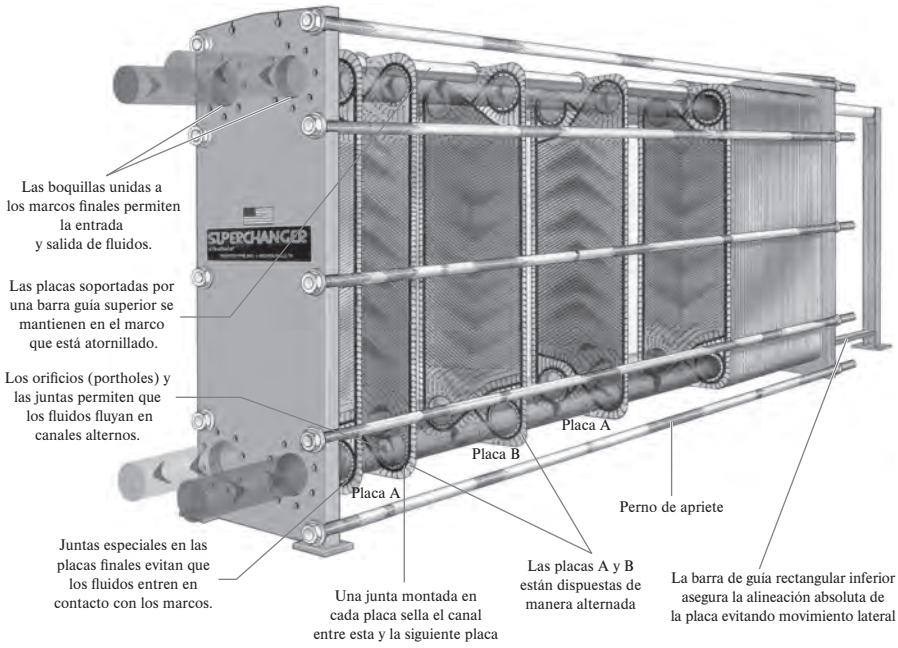


FIGURA 11-7
Intercambiador de calor de líquido a líquido de placa y marco.

de calor, como una malla de alambre de cerámica. Los fluidos calientes y fríos fluyen a través de esta masa porosa de manera alternada. El calor se transfiere del fluido caliente a la matriz del regenerador durante el flujo del fluido caliente, y de la matriz al fluido frío durante el flujo del fluido frío. Por tanto, la matriz sirve como medio de almacenamiento temporal de calor.

El regenerador de tipo *dinámico* implica un tambor giratorio y un flujo continuo del fluido frío y caliente a través de diferentes porciones del tambor, de modo que cualquier porción del tambor pasa periódicamente a través de la corriente caliente, almacenando calor y luego a través de la corriente fría, liberando el calor almacenado. Nuevamente, el tambor sirve como medio para transportar el calor de la corriente de fluido caliente a la fría.

A menudo, los intercambiadores de calor reciben nombres específicos para reflejar la aplicación específica para la que se utilizan. Por ejemplo, un *condensador* es un intercambiador de calor en el que uno de los fluidos se enfría y se condensa a medida que fluye a través del intercambiador de calor. Un calentador (*boiler*) es otro intercambiador de calor en el que uno de los fluidos absorbe calor y se evapora. Un *radiador espacial* es un intercambiador de calor que transfiere calor del fluido caliente al espacio circundante mediante radiación.

11-2 ▪ COEFICIENTE GLOBAL DE TRANSFERENCIA DE CALOR

Típicamente, un intercambiador de calor involucra dos fluidos que fluyen separados por una pared sólida. El calor se transfiere primero del fluido caliente a la pared por *convección*, a través de la pared por *conducción*, y de la pared al fluido frío otra vez por *convección*. Cualquier efecto de radiación se incluye en los coeficientes de transferencia de calor por convección.

El circuito de resistencias térmicas asociado con este proceso de transferencia de calor involucra dos resistencias de convección y una resistencia de conducción, como se muestra en la figura 11-8. El análisis es muy similar al material presentado en el capítulo 3. Aquí, los subíndices *i* y *o* representan las superficies internas y

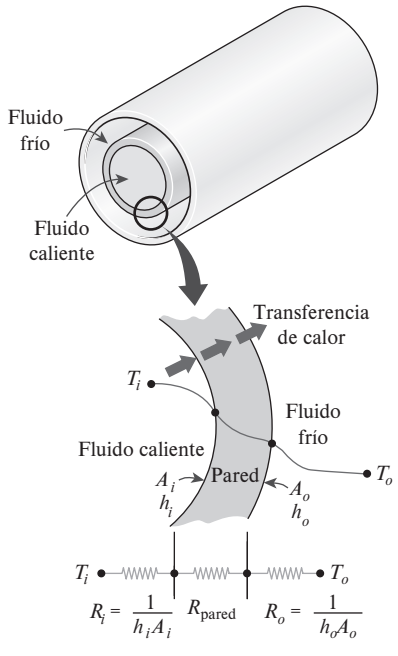


FIGURA 11-8
Circuito de resistencias térmicas asociado con transferencia de calor en un intercambiador de calor de doble tubo.

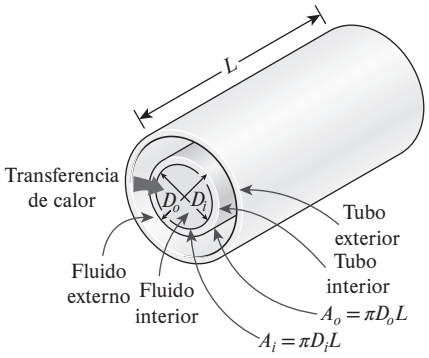


FIGURA 11-9

Las dos áreas de superficie de transferencia de calor asociadas con un intercambiador de calor de doble tubo (para tubos delgados, $D_i \approx D_o$ y, por tanto, $A_i \approx A_o$).

externas del tubo interno. Para un intercambiador de calor de doble tubo, la *resistencia térmica* de la pared del tubo es (véase también la ecuación 3-39):

$$R_{\text{pared}} = \frac{\ln(D_o/D_i)}{2\pi kL} \tag{11-1}$$

donde k es la conductividad térmica del material de la pared y L es la longitud del tubo. Entonces la *resistencia térmica total* queda (véase también la ecuación 3-43):

$$R = R_{\text{total}} = R_i + R_{\text{pared}} + R_o = \frac{1}{h_i A_i} + \frac{\ln (D_o/D_i)}{2\pi kL} + \frac{1}{h_o A_o} \tag{11-2}$$

A_i es el área de la superficie interna de la pared que separa los dos fluidos y A_o es el área de la superficie externa de la pared. En otras palabras, A_i y A_o son las áreas superficiales de la pared de separación mojadas por los fluidos interno y externo, respectivamente. Cuando un fluido fluye dentro de un tubo circular y también en otro tubo fuera de él, tenemos $A_i = \pi D_i L$ y $A_o = \pi D_o L$ (figura 11-9).

En el análisis de los intercambiadores de calor es conveniente combinar todas las resistencias térmicas en la ruta del flujo de calor desde el fluido caliente al frío en una resistencia única R, y expresar la tasa de transferencia de calor entre los dos fluidos, como:

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R} = UA_s \Delta T = U_i A_i \Delta T = U_o A_o \Delta T \tag{11-3}$$

donde A_s es el área de la superficie y U el **coeficiente global de transferencia de calor**, que se mide en unidades de $\text{W/m}^2 \cdot \text{K}$, que coinciden con las unidades del coeficiente de convección ordinario h. Cancelando ΔT, la ecuación 11-3 se reduce a:

$$\frac{1}{UA_s} = \frac{1}{U_i A_i} = \frac{1}{U_o A_o} = R = \frac{1}{h_i A_i} + R_{\text{pared}} + \frac{1}{h_o A_o} \tag{11-4}$$

Quizá se pregunte por qué hay dos coeficientes globales de transferencia de calor U_i y U_o para un intercambiador de calor. La razón es que cada intercambiador de calor tiene dos áreas de superficie de transferencia de calor A_i y A_o, que en general, no son iguales entre sí.

Observe que $U_i A_i = U_o A_o$, pero $U_i \neq U_o$ a menos que $A_i = A_o$. Por tanto, el coeficiente global de transferencia de calor U de un intercambiador de calor no tiene sentido a menos que se especifique el área en la que se basa. Este es el caso cuando un lado de la pared del tubo tiene aletas y el otro lado no, ya que el área de superficie del lado con aletas es varias veces mayor que la del lado sin aletas.

Cuando el grosor de la pared del tubo es pequeño y la conductividad térmica del material del tubo es alta, como suele ser el caso, la resistencia térmica del tubo es insignificante ($R_{pared} \approx 0$) y las superficies interna y externa del tubo son casi idénticas ($A_i \approx A_o \approx A_s$). Así que la ecuación 11-4 para el coeficiente global de transferencia de calor se simplifica a:

$$\frac{1}{U} \approx \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_o} \tag{11-5}$$

donde $U \approx U_i \approx U_o$. Los coeficientes individuales de transferencia de calor por convección dentro y fuera del tubo, h_i y h_o, se determinan utilizando las relaciones de convección discutidas en los capítulos 8 y 7 para flujos de convección forzada interna y externa, respectivamente.

El coeficiente global de transferencia de calor U en la ecuación 11-5 está dominado por el coeficiente de convección *más pequeño*, ya que el inverso de un número grande es un número pequeño. Cuando uno de los coeficientes de convección es *mucho más pequeño* que el otro (digamos, $h_i \ll h_o$), tenemos que $1/h_i \gg 1/h_o$, y por tanto $U \approx h_i$. Por tanto, un coeficiente de transferencia de calor pequeño crea un *cuello de botella* en el flujo de la transferencia de calor y la impide seriamente. Esta situación surge con frecuencia cuando uno de los fluidos es un gas y el otro un líquido. En tales casos, las aletas se usan en el lado del gas para mejorar el producto UA y, por tanto, la transferencia de calor en ese lado.

Los valores representativos del coeficiente global de transferencia de calor U se dan en la tabla 11-1. Observe que el coeficiente global de transferencia de calor varía de aproximadamente 10 $W/m^2 \cdot K$ para intercambiadores de calor de gas a gas, a cerca de 10 000 $W/m^2 \cdot K$ para intercambiadores de calor que implican cambios de fase. Esto no sorprende, ya que los gases tienen conductividades térmicas muy bajas, y los procesos de cambio de fase implican coeficientes de transferencia de calor muy altos.

Cuando el tubo tiene *aletas* en un lado para mejorar la transferencia de calor, el área total de la superficie de transferencia de calor en el lado con aletas se vuelve:

$$A_s = A_{\text{total}} = A_{\text{aletas}} + A_{\text{sin aletas}} \tag{11-6}$$

donde A_{aleta} es el área de superficie de las aletas y $A_{\text{sin aletas}}$ es el área de la porción sin aletas de la superficie del tubo. Para aletas cortas de alta conductividad térmica se puede usar esta área total en la relación para la resistencia de convección $R_{\text{conv}} = 1/hA_s$, ya que las aletas en este caso serán casi isotérmicas. De lo contrario, se debería determinar el área de la superficie efectiva a partir de:

$$A_s = A_{\text{sin aletas}} + \eta_{\text{aleta}} A_{\text{aleta}} \tag{11-7}$$

TABLA 11-1

Valores representativos de los coeficientes globales de transferencia de calor en intercambiadores de calor

Tipo de intercambiador de calor	U, $W/m^2 \cdot K$*
Agua a agua	850-1 700
Agua a aceite	100-350
Agua a gasolina o queroseno	300-1 000
Agua a salmuera	600-1 200
Calentadores alimentados por agua	1 000-8500
Vapor a aceite combustible ligero	200-400
Vapor a aceite combustible pesado	50-200
Condensador de vapor	1 000-6 000
Condensador de freón (refrigerado por agua)	300-1 000
Condensador de amoniaco (refrigerado por agua)	800-1 400
Condensadores de alcohol (refrigerados por agua)	250-700
Gas a gas	10-40
Gas a salmuera	10-250
Aceite a aceite	50-400
Vapores orgánicos a agua	700-1 000
Disolventes orgánicos a disolventes orgánicos	100-300
Agua-aire en tubos con aletas (agua en tubos)	30-60†
	400-850‡
Vapor a aire en tubos con aletas (vapor en tubos)	30-300†
	400-4 000‡

* Multiplique los valores listados por 0.176 para convertirlos a Btu/h · pie2 · °F.
† Basado en el área de la superficie del lado del aire.
‡ Basado en el área de la superficie del lado del agua o del vapor.

donde η_{aleta} es la eficiencia de la aleta, que se puede obtener de las relaciones discutidas en el capítulo 3. De esta manera, se considera la caída de temperatura a lo largo de las aletas. Observe que $\eta_{\text{aleta}} = 1$ para aletas isotérmicas y, por tanto, la ecuación 11-7 se reduce a la ecuación 11-6 en ese caso. Para la superficie con aletas debe calcularse el área relevante (A_i o A_o) en la ecuación 11-4 a partir de la ecuación 11-7.

Factor de incrustación

FIGURA 11-10

Incrustación (ensuciamiento) por precipitación de partículas de ceniza en los tubos de un supercalentador.

© De Steam: Its generation, and Use, Babcock y Wilcox Co., 1978. Reimpresión con permiso.

El rendimiento de los intercambiadores de calor por lo general se deteriora con el tiempo como resultado de la acumulación de *depósitos* en las superficies de transferencia de calor. La capa de depósitos representa una *resistencia adicional* a la transferencia de calor y hace que disminuya la tasa de transferencia de calor en un intercambiador de calor. El efecto neto de estas acumulaciones en la transferencia de calor está representado por un **factor de incrustación** R_f, que es una medida de la *resistencia térmica* introducida por la incrustación.

El tipo más común de incrustación es la *precipitación* de depósitos sólidos en un fluido en las superficies de transferencia de calor. Este tipo de incrustaciones están en cualquier casa: si revisa las superficies internas de su tetera después de un uso prolongado, notará una capa de depósitos a base de calcio en las superficies en las que se produce la ebullición. Este es el caso en particular en áreas donde el agua es dura. Las escamas de dichos depósitos se pueden desprender rascando, y las superficies pueden limpiarse mediante tratamiento químico. Ahora imagine esos depósitos minerales que se forman en las superficies internas de los tubos finos en intercambiador de calor (figura 11-10) y el efecto perjudicial que puede tener sobre el área del paso del flujo y en la transferencia de calor. Para evitar este problema potencial, en las plantas de energía y proceso se trata ampliamente el agua, y se elimina su contenido sólido antes de permitir que circule por el sistema. Las partículas de cenizas sólidas en los gases de combustión que se acumulan en las superficies de los precalentadores de aire crean problemas similares.

Otra forma de incrustación común en la industria de procesos químicos es la *corrosión* y otras *incrustaciones químicas*. En este caso, las superficies se ensucian por la incrustación o acumulación de los productos de las reacciones químicas en las superficies. Esta forma de incrustación (ensuciamiento) se puede evitar al recubrir las tuberías de metal con vidrio o usando tuberías de plástico en lugar de metal. Los intercambiadores de calor también pueden verse afectados por el crecimiento de algas en fluidos cálidos; ese tipo de ensuciamiento se denomina *incrustaciones biológicas,* y puede prevenirse mediante tratamiento químico.

En aplicaciones donde es probable que ocurra, se debe tener en cuenta la incrustación en el diseño y la selección de los intercambiadores de calor. En estas aplicaciones puede ser necesario seleccionar un intercambiador de calor más grande y, por tanto, más costoso para garantizar que cumpla con los requisitos de diseño de transferencia de calor incluso después de que ocurra la incrustación. La limpieza periódica de los intercambiadores de calor y el tiempo de inactividad resultante son problemas adicionales asociados al ensuciamiento por incrustación.

El factor de incrustación es obviamente cero para un intercambiador de calor nuevo, y aumenta con el tiempo a medida que se acumulan depósitos sólidos en la superficie del intercambiador de calor. El factor de incrustación depende de la *temperatura de funcionamiento* y la *velocidad* de los fluidos, así como de la duración del servicio. El nivel de incrustación se incrementa al *aumentar la temperatura* y *disminuir la velocidad*.

La relación del coeficiente global de transferencia de calor ecuación 11-4 u 11-5 para un intercambiador de calor de doble tubo sin aletas es válida para superficies limpias, y debe modificarse para tener en cuenta los efectos de las incrustaciones en

las superficies interna y externa del tubo. Para un intercambiador de calor de doble tubo sin aletas, se puede expresar como:

$$\frac{1}{UA_s}=\frac{1}{U_iA_i}=\frac{1}{U_oA_o}=R=\frac{1}{h_iA_i}+\frac{R_{f,i}}{A_i}+\frac{\ln(D_o/D_i)}{2\pi kL}+\frac{R_{f,o}}{A_o}+\frac{1}{h_oA_o} \quad \textbf{(11-8)}$$

donde $R_{f,i}$ y $R_{f,o}$ son los factores de incrustación de esas superficies.

La tabla 11-2 muestra valores representativos de factores de incrustación. Hay tablas más completas en algunos manuales. Como era de esperarse, existe una incertidumbre considerable en estos valores, y deberían usarse solo como una guía en la selección y evaluación de los intercambiadores de calor para anticipar los efectos de las incrustaciones en la transferencia de calor. Observe que la mayoría de los factores de incrustación dados en la tabla son del orden de 10^{-4} m$^2\cdot$K/W, que es equivalente a la resistencia térmica por unidad de área de una capa de piedra caliza de 0.2 mm de espesor ($k = 2.9$ W/m$\cdot$K). Por tanto, sin datos específicos, se puede suponer que las superficies están recubiertas con 0.2 mm de piedra caliza como punto de partida para tener en cuenta los efectos de la incrustación.

TABLA 11-2

Factores de incrustación representativos (resistencia térmica debido a incrustación para una unidad superficial de área)

Fluido	R_f, m$^2\cdot$K/W
Agua destilada, agua de mar, agua de río, agua de alimentación de calderas:	
Por debajo 50 °C	0.0001
Por arriba 50 °C	0.0002
Gasolina	0.0009
Aceite de transformador, lubricante o hidráulico	0.0002
Aceite de enfriamiento	0.0007
Aceite vegetal	0.0005
Vapor (sin aceite)	0.0001
Vapor (con trazas de aceite)	0.0002
Vapores orgánicos solventes, gas natural	0.0002
Escape de motor y gases combustibles	0.0018
Refrigerantes (líquidos)	0.0002
Refrigerantes (vapor)	0.0004
Etileno y metil-glicol (anticongelante) y soluciones de amina	0.00035
Vapores de alcohol	0.0001
Aire	0.0004

Fuente: Tabular Exchange Manufacturers Associations.

EJEMPLO 11-1 Coeficiente global de transferencia de calor de un intercambiador de calor

Se debe enfriar aceite caliente en un intercambiador de calor de contraflujo de doble tubo. Los tubos interiores de cobre tienen un diámetro de 2 cm y un grosor insignificante. El diámetro interno del tubo externo (la coraza) es de 3 cm. Fluye agua a través del tubo a una tasa de 0.5 kg/s, y el aceite fluye a través de la coraza a una tasa de 0.8 kg/s. Tomando las temperaturas promedio del agua y el aceite como 45 y 80 °C, respectivamente, determine el coeficiente global de transferencia de calor de este intercambiador de calor.

SOLUCIÓN El aceite caliente se enfría con agua en un intercambiador de calor de contraflujo de doble tubo. Se determinará el coeficiente global de transferencia de calor.

Suposiciones **1** La resistencia térmica del tubo interno es insignificante, ya que el material del tubo es altamente conductor y su grosor insignificante. **2** Tanto el flujo de aceite como el de agua están completamente desarrollados. **3** Las propiedades del aceite y el agua son constantes.

Propiedades Las propiedades del agua a 45 °C son (tabla A-9):

$$\rho = 990.1\ \text{kg/m}^3 \qquad \text{Pr} = 3.91$$
$$k = 0.637\ \text{W/m}\cdot\text{K} \qquad \nu = \mu/\rho = 0.602\times10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}$$

Las propiedades del aceite a 80 °C son (tabla A-13):

$$\rho = 852\ \text{kg/m}^3 \qquad \text{Pr} = 499.3$$
$$k = 0.138\ \text{W/m}\cdot\text{K} \qquad \nu = 3.794\times10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s}$$

Análisis La figura 11-11 muestra el esquema del intercambiador de calor. El coeficiente global de transferencia de calor U puede determinarse a partir de la ecuación 11-5:

$$\frac{1}{U}\approx\frac{1}{h_i}+\frac{1}{h_o}$$

donde h_i y h_o son los coeficientes de transferencia de calor por convección dentro y fuera del tubo, respectivamente, que se determinarán utilizando las relaciones de convección forzada.

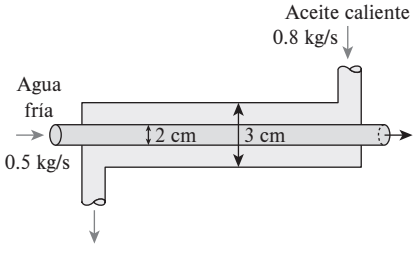


FIGURA 11-11
Esquema para el ejemplo 11-1.

El diámetro hidráulico de un tubo circular es el diámetro del tubo en sí, $D_h = D = 0.02$ m. La velocidad promedio del agua en el tubo y el número de Reynolds son:

$$V = \frac{\dot{m}}{\rho A_c} = \frac{\dot{m}}{\rho(\frac{1}{4}\pi D^2)} = \frac{0.5 \text{ kg/s}}{(990.1 \text{ kg/m}^3)[\frac{1}{4}\pi(0.02 \text{ m})^2]} = 1.61 \text{ m/s}$$

y

$$\text{Re} = \frac{VD}{\nu} = \frac{(1.61 \text{ m/s})(0.02 \text{ m})}{0.602 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 53\,490$$

que es mayor a 10 000; por tanto, el flujo de agua es turbulento. Suponiendo que el flujo esté completamente desarrollado, el número de Nusselt se puede determinar a partir de:

$$\text{Nu} = \frac{hD}{k} = 0.023 \text{ Re}^{0.8}\text{Pr}^{0.4} = 0.023(53\,490)^{0.8}(3.91)^{0.4} = 240.6$$

Entonces:

$$h = \frac{k}{D}\text{Nu} = \frac{0.637 \text{ W/m} \cdot \text{K}}{0.02 \text{ m}}(240.6) = 7\,663 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

Ahora se repite el análisis para el aceite.
El diámetro hidráulico para el espacio anular es:

$$D_h = D_o - D_i = 0.03 - 0.02 = 0.01 \text{ m}$$

La velocidad promedio y el número de Reynolds en este caso son:

$$V = \frac{\dot{m}}{\rho A_c} = \frac{\dot{m}}{\rho[\frac{1}{4}\pi(D_o^2 - D_i^2)]} = \frac{0.8 \text{ kg/s}}{(852 \text{ kg/m}^3)[\frac{1}{4}\pi(0.03^2 - 0.02^2)] \text{ m}^2} = 2.39 \text{ m/s}$$

y

$$\text{Re} = \frac{VD_h}{\nu} = \frac{(2.39 \text{ m/s})(0.01 \text{ m})}{3.794 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}} = 630$$

que es menor a 2 300; por tanto, el flujo de aceite es laminar. Suponiendo un flujo completamente desarrollado, el número de Nusselt en el lado del tubo del espacio anular Nu_i correspondiente a $D_i/D_o = 0.02/0.03 = 0.667$ se puede determinar por interpolación a partir de la tabla 11-3:

$$\text{Nu} = 5.45$$

y

$$h_o = \frac{k}{D_h}\text{Nu} = \frac{0.138 \text{ W/m} \cdot \text{K}}{0.01 \text{ m}}(5.45) = 75.2 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

Así que el coeficiente global de transferencia de calor para este intercambiador de calor queda:

$$U = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_o}} = \frac{1}{\frac{1}{7\,663 \text{W/m}^2 \cdot \text{K}} + \frac{1}{75.2 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}}} = \mathbf{74.5 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}}$$

TABLA 11-3

Número de Nusselt para flujo laminar completamente desarrollado en un anillo circular con una superficie aislada y la otra isotérmica

D_i/D_o	Nu_i	Nu_o
0.00	–	3.66
0.05	17.46	4.06
0.10	11.56	4.11
0.25	7.37	4.23
0.50	5.74	4.43
1.00	4.86	4.86

Kays y Perkins, 1972

Discusión Observe que en este caso $U \approx h_o$, ya que $h_i \gg h_o$. Esto confirma la afirmación anterior de que el coeficiente global de transferencia de calor en un intercambiador de calor está dominado por el coeficiente de transferencia de calor más pequeño cuando la diferencia entre los dos valores es grande.

Para mejorar el coeficiente global de transferencia de calor y, por tanto, la transferencia de calor en este intercambiador de calor, se deben usar algunas técnicas de mejora en el lado del aceite, por ejemplo, una superficie con aletas.

EJEMPLO 11-2 Efecto de las incrustaciones en el coeficiente global de transferencia de calor

Un intercambiador de calor de doble tubo (tubos y coraza) está construido con un tubo interno de acero inoxidable ($k = 15.1$ W/m·K) de diámetro interno $D_i = 1.5$ cm y externo $D_o = 1.9$ cm y una coraza exterior de diámetro interior 3.2 cm. El coeficiente de transferencia de calor por convección es $h_i = 800$ W/m^2·K en la superficie interna del tubo y $h_o = 1\,200$ W/m^2·K en la superficie externa. Para un factor de incrustación $R_{f,\,i} = 0.0004$ m^2·K/W en el lado del tubo y $R_{f,\,o} = 0.0001$ m^2·K/W en el lado de la coraza, determine *a*) la resistencia térmica del intercambiador de calor por unidad de longitud y *b*) los coeficientes globales de transferencia de calor U_i y U_o basados en las áreas de las superficies interna y externa del tubo, respectivamente.

SOLUCIÓN Se dan los coeficientes de transferencia de calor y los factores de incrustación en los lados del tubo y coraza de un intercambiador de calor. Se determinarán la resistencia térmica y los coeficientes globales de transferencia de calor basados en las áreas interna y externa.

Suposiciones Los coeficientes de transferencia de calor y los factores de incrustación son constantes y uniformes.

Análisis *a*) El esquema del intercambiador de calor se da en la figura 11-12. La ecuación 11-8 proporciona la resistencia térmica para un intercambiador de calor de tubos y coraza sin aletas con incrustaciones en ambas superficies de transferencia de calor.

$$R = \frac{1}{UA_s} = \frac{1}{U_iA_i} = \frac{1}{U_oA_o} = \frac{1}{h_iA_i} + \frac{R_{f,\,i}}{A_i} + \frac{\ln(D_o/D_i)}{2\pi kL} + \frac{R_{f,\,o}}{A_o} + \frac{1}{h_oA_o}$$

donde

$$A_i = \pi D_iL = \pi(0.015\text{ m})(1\text{ m}) = 0.0471\text{ m}^2$$
$$A_o = \pi D_oL = \pi(0.019\text{ m})(1\text{ m}) = 0.0597\text{ m}^2$$

Sustituyendo, se determina que la resistencia térmica total es:

$$\begin{aligned} R &= \frac{1}{(800\text{ W/m}^2\cdot\text{K})(0.0471\text{ m}^2)} + \frac{0.0004\text{ m}^2\cdot\text{K/W}}{0.0471\text{ m}^2} \\ &\quad + \frac{\ln(0.019/0.015)}{2\pi(15.1\text{ W/m}\cdot\text{K})(1\text{m})} \\ &\quad + \frac{0.0001\text{ m}^2\cdot\text{K/W}}{0.0597\text{ m}^2} + \frac{1}{(1\,200\text{ W/m}^2\cdot\text{K})(0.0597\text{ m}^2)} \\ &= (0.02654 + 0.00849 + 0.0025 + 0.00168 + 0.01396)\text{K/W} \\ &= \mathbf{0.0532\ °C/W} \end{aligned}$$

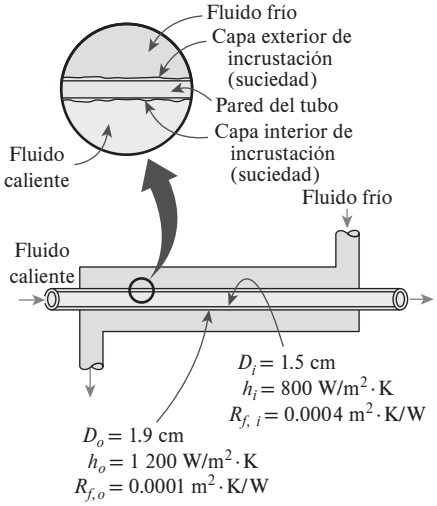


FIGURA 11-12
Esquema para el ejemplo 11-2.

Aproximadamente 19% de la resistencia térmica total en este caso se debe a las incrustaciones y 5% se debe al tubo de acero que separa los dos fluidos. El resto (76%) se debe a las resistencias de convección.
b) Conociendo la resistencia térmica total y las áreas de superficie de la transferencia de calor, se pueden calcular los coeficientes globales de transferencia de calor basados en las superficies interna y externa del tubo:

$$U_i = \frac{1}{RA_i} = \frac{1}{(0.0532\ \text{K/W})(0.0471\ \text{m}^2)} = \mathbf{399\ W/m^2 \cdot K}$$

y

$$U_o = \frac{1}{RA_o} = \frac{1}{(0.0532\ \text{K/W})(0.0597\ \text{m}^2)} = \mathbf{315\ W/m^2 \cdot K}$$

Discusión Los dos coeficientes globales de transferencia de calor difieren significativamente (en 27%) en este caso debido a la diferencia considerable entre las áreas de las superficie de transferencia de calor en los lados interno y externo del tubo. Para tubos de espesor insignificante, la diferencia entre los dos coeficientes globales de transferencia de calor sería insignificante.

11-3 ▪ ANÁLISIS DE INTERCAMBIADORES DE CALOR

Los intercambiadores de calor se usan comúnmente, y un ingeniero a menudo se encuentra en la necesidad de *seleccionar un intercambiador de calor* que logre un *cambio de temperatura específico* ante una corriente de fluido de flujo másico conocido, o de *predecir las temperaturas de salida* de las corrientes de flujo frías y calientes en un *intercambiador de calor especificado.*

En las siguientes secciones se estudiarán los dos métodos utilizados en el análisis de intercambiadores de calor. De estos, el método de *diferencia de temperatura media logarítmica* (o LMTD por sus siglas en inglés) es el más adecuado para la primera tarea y el método de *efectividad* NTU (número de unidades de transferencia) es el más adecuado para la segunda tarea. Pero primero se presentan algunas consideraciones generales.

Los intercambiadores de calor suelen funcionar durante largos periodos sin cambios en sus condiciones de funcionamiento. Por tanto, se pueden modelar como dispositivos de *flujo estacionario*. Como tal, la tasa de flujo másico de cada fluido permanece constante, y las propiedades del fluido como la temperatura y la velocidad en cualquier entrada o salida permanecen iguales. Además, las corrientes de fluido experimentan poco o ningún cambio en sus velocidades y elevaciones, y por tanto los cambios de energía cinética y potencial son insignificantes. El calor específico de un fluido, en general, cambia con la temperatura. Pero en un rango de temperatura específico, puede considerarse como constante en algún valor promedio, sin que se pierda mucha precisión. La conducción de calor axial a lo largo del tubo suele ser insignificante y puede ignorarse. Por último, se considera que la superficie exterior del intercambiador de calor está *perfectamente aislada*, de modo que no hay pérdida de calor en el medio circundante, y cualquier transferencia de calor ocurre solo entre los dos fluidos.

Las idealizaciones ya indicadas son muy aproximadas en la práctica y simplifican en gran medida el análisis de un intercambiador de calor sacrificando solo un poco de precisión. Por tanto, se usan comúnmente. Según estos supuestos, la *primera ley de la termodinámica* requiere que la tasa de transferencia de calor del fluido caliente sea igual a la tasa de transferencia de calor al fluido frío; es decir,

$$\dot{Q} = \dot{m}_c c_{pc}(T_{c,\,\text{salida}} - T_{c,\,\text{entrada}}) \tag{11-9}$$

y

$$\dot{Q} = \dot{m}_h c_{ph}(T_{h,\,\text{salida}} - T_{h,\,\text{entrada}}) \tag{11-10}$$

donde los subíndices *c* y *h* representan fluidos fríos (*cold*) y calientes (*hot*), respectivamente, y:

$\dot{m}_c, \dot{m}_h$ = tasa de flujo másico
c_{pc}, c_{ph} = calores específicos
$T_{c,\,\text{salida}}, T_{h,\,\text{salida}}$ = temperaturas de salida
$T_{c,\,\text{entrada}}, T_{h,\,\text{entrada}}$ = temperaturas de entrada

La tasa de transferencia de calor $\dot{Q}$ se considera una cantidad positiva, y se entiende que su dirección es del fluido caliente al frío de acuerdo con la segunda ley de la termodinámica.

En el análisis del intercambiador de calor, a menudo es conveniente combinar el producto del flujo másico y el calor específico de un fluido en una sola cantidad. Esta cantidad se denomina **tasa de capacidad calorífica** y se define para las corrientes de fluido frío y caliente como:

$$C_h = \dot{m}_h c_{ph} \text{ y } C_c = \dot{m}_c c_{pc} \tag{11-11}$$

La tasa de capacidad calorífica de una corriente de fluido representa la tasa de transferencia de calor necesaria para cambiar la temperatura de la corriente de fluido en 1 °C a medida que fluye a través de un intercambiador de calor. En un intercambiador de calor, un fluido con una *alta* tasa de capacidad calorífica experimenta un cambio de temperatura *pequeño*, y un fluido con una tasa de capacidad calorífica *pequeña* experimenta un cambio de temperatura *grande*. Por tanto, al *duplicar* la tasa de flujo másico de un fluido y dejar todo lo demás sin cambios, reducirá a la *mitad* el cambio de temperatura del fluido.

Dada la definición anterior de la tasa de capacidad calorífica, las ecuaciones 11-9 y 11-10 también se pueden expresar como:

$$\dot{Q} = C_c(T_{c,\,\text{salida}} - T_{c,\,\text{entrada}}) \tag{11-12}$$

y

$$\dot{Q} = C_h(T_{h,\,\text{entrada}} - T_{h,\,\text{salida}}) \tag{11-13}$$

Es decir, la tasa de transferencia de calor en un intercambiador de calor es igual a la tasa de capacidad calorífica de cualquier fluido multiplicada por el cambio de temperatura del fluido. *El único momento en que el aumento de temperatura de un fluido frío es igual a la caída de temperatura del fluido caliente es cuando las tasas de capacidad calorífica de los dos fluidos son iguales entre sí* (figura 11-13).

Dos tipos especiales de intercambiadores de calor muy utilizados son los *condensadores* y los *calentadores*. Uno de los fluidos en un condensador o un calentador se somete a un proceso de cambio de fase, y la tasa de transferencia de calor se expresa como:

$$\dot{Q} = \dot{m} h_{fg} \tag{11-14}$$

donde $\dot{m}$ es la tasa de evaporación o condensación del fluido y h_{fg} es la entalpía de vaporización del fluido a la temperatura o presión especificada.

Un fluido ordinario absorbe o libera una gran cantidad de calor esencialmente a temperatura constante durante un proceso de cambio de fase, como se muestra en la figura 11-14. La tasa de capacidad calorífica de un fluido durante un proceso de cambio de fase se acerca a infinito, ya que el cambio de temperatura es prácticamente cero. Es decir, $C = \dot{m}c_p \to \infty$ cuando $\Delta T \to 0$, de modo que la tasa de trans-

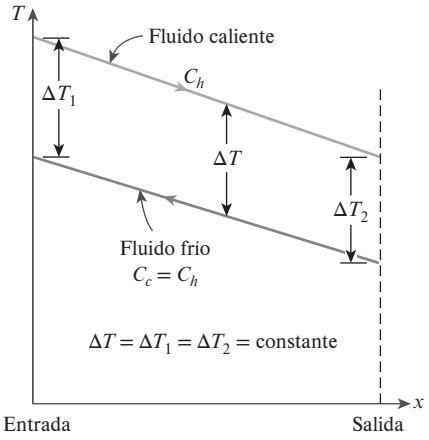


FIGURA 11-13

Dos corrientes de fluido que tienen las mismas tasas de capacidad experimentan el mismo cambio de temperatura en un intercambiador de calor bien aislado.

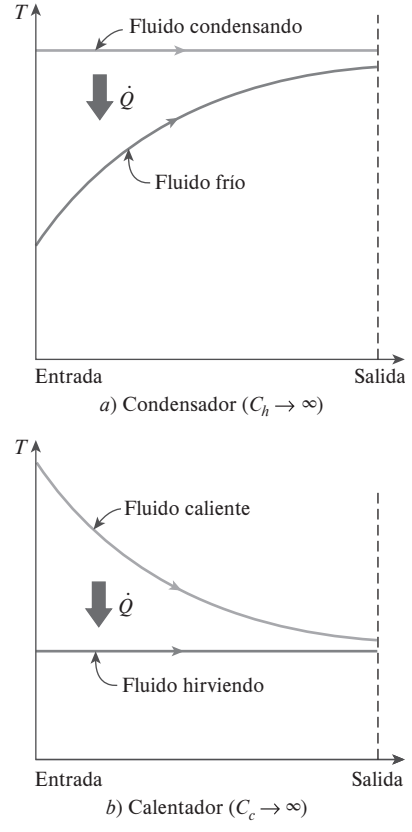


FIGURA 11-14

Variación de la temperatura del fluido en un intercambiador de calor cuando uno de los fluidos se condensa o hierve.

ferencia de calor $\dot{Q} = \dot{m}c_p\,\Delta T$ es una cantidad finita. Por tanto, en el análisis del intercambiador de calor, un fluido de condensación o de ebullición se modela convenientemente como un fluido cuya tasa de capacidad calorífica es *infinita*.

La tasa de transferencia de calor en un intercambiador de calor también se puede expresar de manera análoga a la ley de enfriamiento de Newton como:

$$\dot{Q} = UA_s\,\Delta T_m \tag{11-15}$$

donde U es el coeficiente global de transferencia de calor, A_s es el área de superficie de la transferencia de calor y ΔT_m es una diferencia de temperatura media apropiada entre los dos fluidos. Aquí, el área superficial A_s se puede determinar con precisión utilizando las dimensiones del intercambiador de calor. Sin embargo, el coeficiente global de transferencia de calor U y la diferencia de temperatura ΔT entre los fluidos calientes y fríos, en general, pueden variar a lo largo del intercambiador de calor.

El valor promedio del coeficiente global de transferencia de calor se puede determinar como se describe en la sección 11-2 utilizando los coeficientes de convección promedio para cada fluido. Resulta que la forma apropiada de la diferencia de temperatura promedio entre los dos fluidos es de naturaleza *logarítmica*, y su determinación se presenta en la sección 11-4. Cabe señalar que la diferencia de temperatura media ΔT_m depende de la disposición del flujo en el intercambiador de calor y de cómo se haya construido.

11-4 ▪ MÉTODO DE DIFERENCIA DE TEMPERATURA MEDIA LOGARÍTMICA

Ya se mencionó que la diferencia de temperatura entre los fluidos frío y caliente varía a lo largo del intercambiador de calor, y es conveniente tener una *diferencia de temperatura media* ΔT_m para usar en la relación $\dot{Q} = UA_s\,\Delta T_m$.

Considere el intercambiador de calor de *doble tubo* de *flujo paralelo* que se muestra en la figura 11-15, que se utilizará para obtener una relación para la diferencia de temperatura promedio equivalente entre los dos fluidos. La diferencia de temperatura ΔT entre los fluidos caliente y frío es grande en la entrada del intercambiador de calor, pero disminuye exponencialmente hacia la salida. Como era de esperar, la temperatura del fluido caliente disminuye y la temperatura del fluido frío aumenta a lo largo del intercambiador de calor, pero la temperatura del fluido frío nunca puede exceder la del fluido caliente, sin importar cuan largo sea el intercambiador de calor.

Suponiendo que la superficie externa del intercambiador de calor esté bien aislada para que se produzca cualquier transferencia de calor entre los dos fluidos, y sin tener en cuenta los cambios en la energía cinética y potencial, se puede expresar un equilibrio de energía de cada fluido en una sección diferencial del intercambiador de calor como:

$$\delta\dot{Q} = -\dot{m}_h c_{ph}\,dT_h \tag{11-16}$$

y

$$\delta\dot{Q} = \dot{m}_c c_{pc}\,dT_c \tag{11-17}$$

Es decir, la tasa de pérdida de calor del fluido caliente en cualquier sección de un intercambiador de calor es igual a la tasa de ganancia de calor por el fluido frío en esa sección. El cambio de temperatura del fluido caliente es una cantidad *negativa*, por lo que se agrega un *signo negativo* a la ecuación 11-16 para hacer que la tasa de

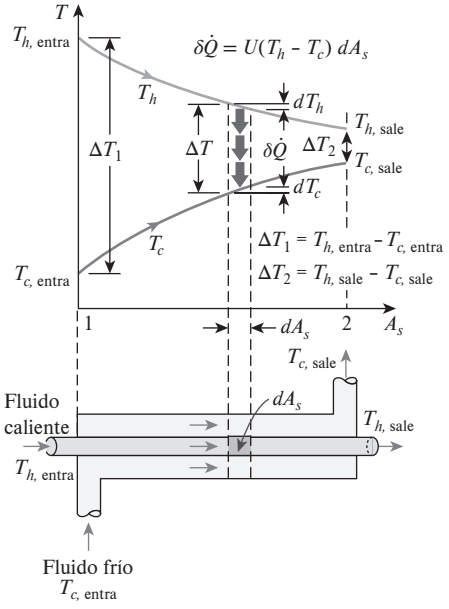


FIGURA 11-15

Variación de las temperaturas del fluido en un intercambiador de calor de doble tubo de flujo paralelo.

transferencia de calor $\dot{Q}$ sea una cantidad positiva. Al resolver las ecuaciones anteriores para dT_h y dT_c da:

$$dT_h = -\frac{\delta \dot{Q}}{\dot{m}_h c_{ph}} \tag{11-18}$$

y

$$dT_c = \frac{\delta \dot{Q}}{\dot{m}_c c_{pc}} \tag{11-19}$$

Tomando su diferencia, se obtiene:

$$dT_h - dT_c = d(T_h - T_c) = -\delta \dot{Q}\left(\frac{1}{\dot{m}_h c_{ph}} + \frac{1}{\dot{m}_c c_{pc}}\right) \tag{11-20}$$

La tasa de transferencia de calor en la sección diferencial del intercambiador de calor también se puede expresar como:

$$\delta \dot{Q} = U(T_h - T_c)dA_s \tag{11-21}$$

Sustituyendo esta ecuación en la ecuación 11-20 y reorganizar, se tiene:

$$\frac{d(T_h - T_c)}{T_h - T_c} = -U\, dA_s\left(\frac{1}{\dot{m}_h c_{ph}} + \frac{1}{\dot{m}_c c_{pc}}\right) \tag{11-22}$$

Integrando desde la entrada del intercambiador de calor hasta su salida, se obtiene:

$$\ln \frac{T_{h,\,\text{sale}} - T_{c,\,\text{sale}}}{T_{h,\,\text{entra}} - T_{c,\,\text{entra}}} = -UA_s\left(\frac{1}{\dot{m}_h c_{ph}} + \frac{1}{\dot{m}_c c_{cp}}\right) \tag{11-23}$$

Por último, resolviendo las ecuaciones 11-9 y 11-10 para $\dot{m}_c c_{pc}$ y $\dot{m}_h c_{ph}$ y sustituyendo en la ecuación 11-23 dar, después de arreglar la expresión:

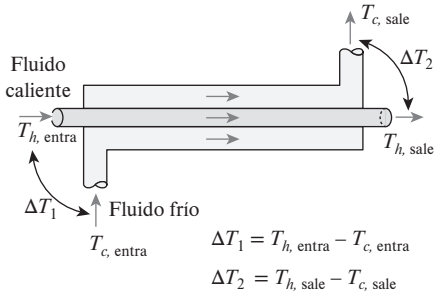
$$\dot{Q} = UA_s \Delta T_{\text{ml}} \tag{11-24}$$

donde

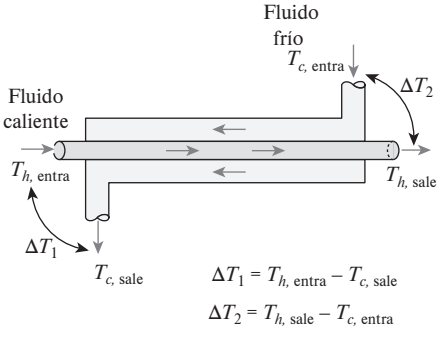
$$\Delta T_{\text{ml}} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln(\Delta T_1/\Delta T_2)} \tag{11-25}$$

es la **diferencia de temperatura media logarítmica**, que es la forma adecuada de la diferencia de temperatura promedio para usar en el análisis de intercambiadores de calor. Aquí ΔT_1 y ΔT_2 representan la diferencia de temperatura entre los dos fluidos en los dos extremos (entrada y salida) del intercambiador de calor. No importa qué extremo del intercambiador de calor se designe como la entrada o la salida (figura 11-16). Cabe señalar que las ecuaciones 11-24 y 11-25 son adecuadas para cualquier intercambiador de calor siempre que las diferencias de temperatura del punto final se definan correctamente. Para intercambiadores de calor de múltiples pasos y flujo cruzado, como se mostrará más adelante, la diferencia de temperatura media logarítmica debe corregirse mediante un factor de corrección.

La diferencia de temperatura entre los dos fluidos disminuye de ΔT_1 en la entrada a ΔT_2 en la salida. Por tanto, es tentador usar la temperatura media aritmética $\Delta T_{\text{am}} = \frac{1}{2}(\Delta T_1 + \Delta T_2)$ como la diferencia de temperatura promedio. La diferencia de temperatura media logarítmica ΔT_{ml} se obtiene al rastrear el perfil de temperatura real de los fluidos a lo largo del intercambiador de calor, y es una representación *exacta* de la *diferencia de temperatura promedio* entre los fluidos calientes y fríos. Realmente refleja la caída exponencial de la diferencia de temperatura local.



a) Intercambiadores de calor de flujo paralelo



b) Intercambiadores de calor de contraflujo

FIGURA 11-16

Expresiones para ΔT_1 y ΔT_2 en intercambiadores de calor de flujo paralelo y contraflujo.

Observe que ΔT_{ml} es siempre menor que ΔT_{ma}. Por tanto, el uso de ΔT_{ma} en los cálculos en lugar de ΔT_{ml} sobreestimará la tasa de transferencia de calor en un intercambiador de calor entre los dos fluidos. Cuando ΔT_1 difiere de ΔT_2 en no más de 40%, el error al usar la diferencia de temperatura media aritmética es menor a 1%. Pero el error aumenta a niveles indeseables cuando ΔT_1 difiere de ΔT_2 en mayores cantidades. Por tanto, siempre se debe usar la *diferencia de temperatura media logarítmica* para determinar la tasa de transferencia de calor en un intercambiador de calor.

Intercambiadores de calor de contraflujo

La figura 11-17 muestra la variación de las temperaturas de los fluidos calientes y fríos en un intercambiador de calor de contraflujo. Los fluidos calientes y fríos ingresan al intercambiador de calor desde extremos opuestos, y la temperatura de salida del *fluido frío* en este caso puede exceder la temperatura de salida del *fluido caliente*. En el caso límite, el fluido frío se calentará a la temperatura de entrada del fluido caliente. Sin embargo, la temperatura de salida del fluido frío *nunca* puede exceder la temperatura de entrada del fluido caliente, ya que esto sería una violación de la segunda ley de la termodinámica.

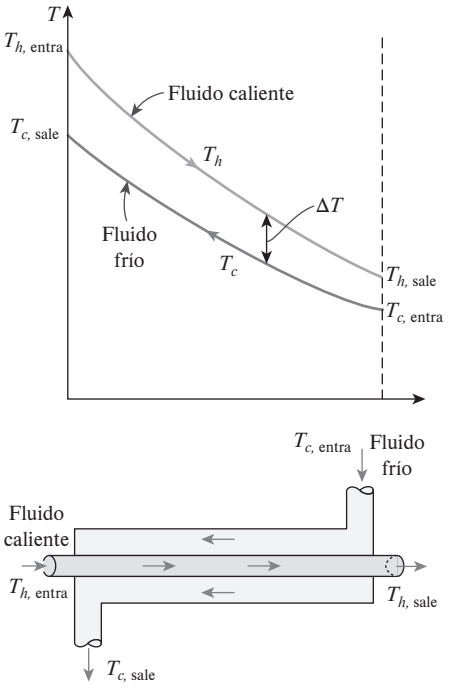


FIGURA 11-17

Variación de las temperaturas del fluido en un intercambiador de calor de doble tubo en contraflujo.

La relación dada anteriormente para la diferencia de temperatura media logarítmica se desarrolla utilizando un intercambiador de calor de flujo paralelo, pero se puede mostrar que el análisis también se puede aplicar a los intercambiadores de calor de contraflujo. Pero esta vez, ΔT_1 y ΔT_2 se expresan como se muestra en la figura 11-16.

Para temperaturas de entrada y salida especificadas, la diferencia de temperatura media logarítmica para un intercambiador de calor de contraflujo es siempre mayor que la de un intercambiador de calor de flujo paralelo. Es decir, $\Delta T_{ml,\ CF} > \Delta T_{ml,\ PF}$, así que se necesita un área de superficie más pequeña (y por tanto, un intercambiador de calor más pequeño) para lograr una tasa de transferencia de calor específica en un intercambiador de calor de contraflujo, asumiendo el mismo valor del coeficiente global de transferencia de calor. Por tanto, es una práctica común usar disposiciones de contraflujo en intercambiadores de calor.

En un intercambiador de calor de contraflujo, la diferencia de temperatura entre los fluidos calientes y fríos permanece constante a lo largo del intercambiador de calor cuando las *tasas de capacidad calorífica* de los dos fluidos son *iguales* (es decir, $\Delta T =$ constante cuando $C_h = C_c$ o $\dot{m}_h c_{ph} = \dot{m}_c c_{pc}$. Luego, tenemos que $\Delta T_1 = \Delta T_2$, y la relación de diferencia de temperatura media logarítmica da $\Delta T_{ml} = \frac{0}{0}$, lo cual es indeterminado. Se puede demostrar mediante la aplicación de la regla de l'Hôpital, que en este caso tenemos, $\Delta T_{ml} = \Delta T_1 = \Delta T_2$, como se esperaba.

Un *condensador* o un *calentador* puede considerarse intercambiador de calor en paralelo o en contraflujo, ya que ambos enfoques dan el mismo resultado.

Intercambiadores de calor de pasos múltiples y de flujo cruzado: uso del factor de corrección

La relación de diferencia de temperatura media logarítmica ΔT_{ml} desarrollada se limita solo a intercambiadores de calor de flujo paralelo y contraflujo. Se pueden desarrollar relaciones similares para intercambiadores de calor de *pasos múltiples de coraza y tubo*, así como para intercambiadores de *flujo cruzado*, pero las expresiones resultantes son demasiado complicadas debido a las complejas condiciones del flujo.

En tales casos, es conveniente relacionar la diferencia de temperatura equivalente con la diferencia de temperatura media logarítmica para el caso de contraflujo como:

$$\Delta T_{ml} = F \Delta T_{ml,\ CF} \qquad \textbf{(11-26)}$$

donde F es el **factor de corrección**, que depende de la *geometría* del intercambiador de calor y de las temperaturas de entrada y salida de las corrientes de fluido caliente y frío. La cantidad $\Delta T_{\text{ml, CF}}$ es la diferencia de temperatura media logarítmica para el caso de un intercambiador de calor de *contraflujo* con las mismas temperaturas de entrada y salida y se determina a partir de la ecuación 11-25 tomando $\Delta T_1 = T_{h,\text{ entra}} - T_{c,\text{ sale}}$ y $\Delta T_2 = T_{h,\text{ sale}} - T_{c,\text{ entra}}$ (figura 11-18).

El factor de corrección es menor que 1 para un intercambiador de calor de flujo cruzado y pasos múltiples de tubo y coraza. Es decir, $F \leq 1$. El valor límite de $F = 1$ corresponde al intercambiador de calor de contraflujo. Por tanto, el factor de corrección F para un intercambiador de calor es una *medida de la desviación de* ΔT_{ml} *respecto de los valores correspondientes para el caso de contraflujo.*

El factor de corrección F para configuraciones de intercambiadores de calor de flujo cruzado y de tubo y coraza comunes se muestra en la figura 11-19 para dos cocientes de temperatura P y R definidos por

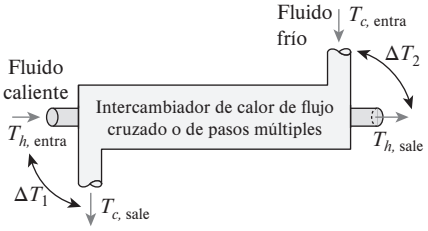
$$P = \frac{t_2 - t_1}{T_1 - t_1} \tag{11-27}$$

y

$$R = \frac{T_1 - T_2}{t_2 - t_1} = \frac{(\dot{m}c_p)_{\text{lado del tubo}}}{(\dot{m}c_p)_{\text{lado de la coraza}}} \tag{11-28}$$

donde los subíndices 1 y 2 representan la *entrada* y la *salida*, respectivamente. Tenga en cuenta que para un intercambiador de calor de tubos y coraza, T y t representan las temperaturas del lado de la *coraza y* del lado de los *tubos*, respectivamente, como se muestra en las gráficas de los factores de corrección. No hay ninguna diferencia si el fluido caliente o frío fluye a través de la coraza o a través de los tubos. La determinación del factor de corrección F requiere conocer las temperaturas de entrada y salida tanto para los fluidos fríos como para los calientes.

El valor de P varía de 0 a 1. El valor de R, por otro lado, varía de 0 a infinito, donde $R = 0$ correspondiente al cambio de fase (condensación o ebullición) en el lado de la coraza y $R \to \infty$ corresponde al cambio de fase en el lado del tubo. El factor de corrección $F = 1$ es para ambos casos límite. Por tanto, el factor de corrección para un condensador o un calentador es $F = 1$, independientemente de la configuración del intercambiador de calor.



Tasa de transferencia de calor:

$$\dot{Q} = UA_s F \Delta T_{\text{ml, CF}}$$

donde

$$\Delta T_{\text{ml, CF}} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln(\Delta T_1/\Delta T_2)}$$

$$\Delta T_1 = T_{h,\text{ entra}} - T_{c,\text{ sale}}$$

$$\Delta T_2 = T_{h,\text{ sale}} - T_{c,\text{ entra}}$$

y

$F =$ ... (figura 11-19)

FIGURA 11-18

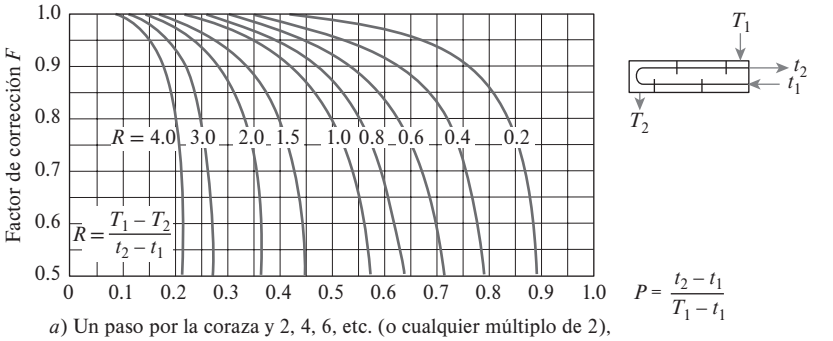
Determinación de la tasa de transferencia de calor para intercambiadores de calor de tubos y coraza de flujo cruzados y de pasos múltiples utilizando el factor de corrección.

EJEMPLO 11-3 **Condensación de vapor en un condensador**

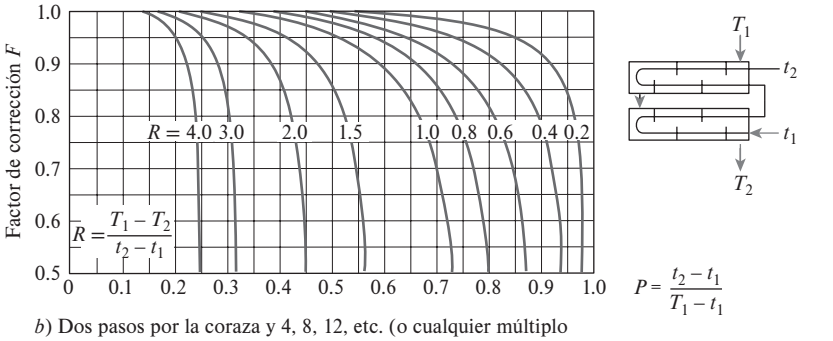
El vapor en el condensador de una central eléctrica se debe condensar a una temperatura de 30 °C con agua de refrigeración de un lago cercano, que ingresa a los tubos del condensador a 14 °C y sale a 22 °C. La superficie del área de los tubos es de 45 m^2, y el coeficiente global de transferencia de calor es de 2 100 $W/m^2 \cdot K$. Determine la tasa de flujo másico del agua de enfriamiento necesaria y la tasa de condensación del vapor en el condensador.

SOLUCIÓN El vapor se condensa enfriando agua en el condensador de una central eléctrica. Se determinarán la tasa de flujo másico del agua de enfriamiento y la tasa de condensación.

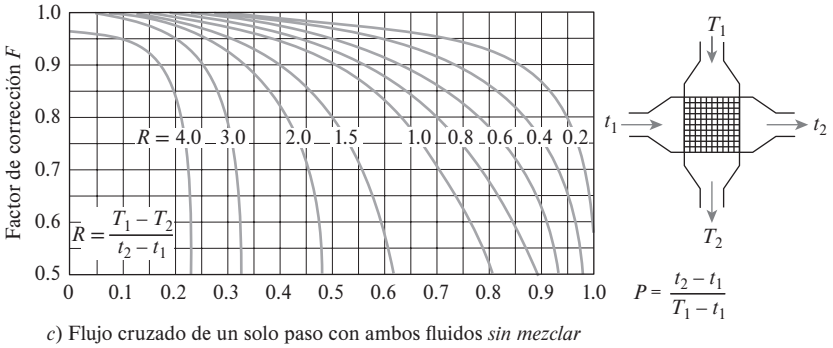
Suposiciones **1** Existen condiciones de funcionamiento estacionarias. **2** El intercambiador de calor está bien aislado de modo que la pérdida de calor en los alrededores es insignificante. **3** Los cambios en las energías cinética y potencial de las corrientes de los fluidos son insignificantes. **4** No hay incrustaciones. **5** Las propiedades del fluido son constantes.



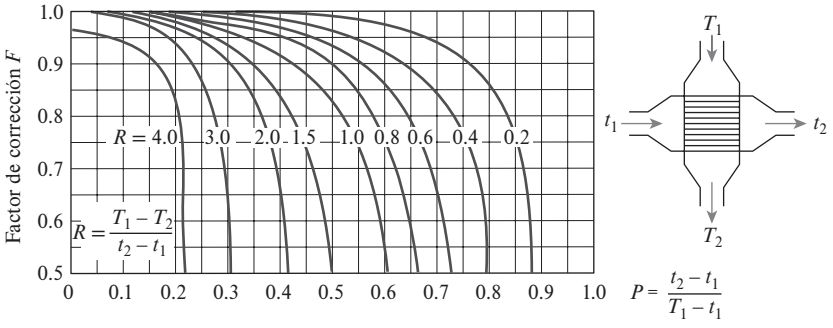
a) Un paso por la coraza y 2, 4, 6, etc. (o cualquier múltiplo de 2), pasos por los tubos



b) Dos pasos por la coraza y 4, 8, 12, etc. (o cualquier múltiplo de 4), pasos por los tubos



c) Flujo cruzado de un solo paso con ambos fluidos *sin mezclar*



d) Flujo cruzado de un solo paso con un fluido *mezclado* y el otro *sin mezclar*

FIGURA 11-19

Gráficas para el factor de corrección F para intercambiadores de calor comunes de tubos y coraza y de flujo cruzado.

Fuente: Bowman, Mueller y Nagle, 1940.

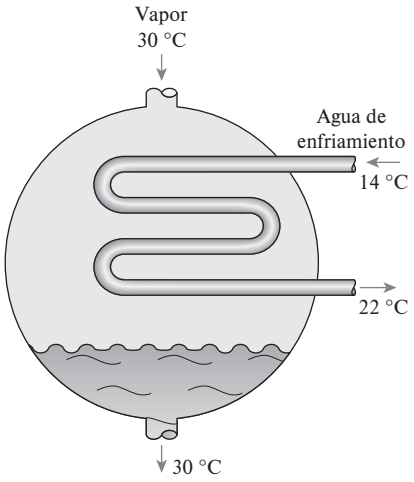


FIGURA 11-20
Esquema para el ejemplo 11-3.

Propiedades El calor de vaporización del agua a 30 °C es $h_{fg} = 2\,431$ kJ/kg, y el calor específico del agua fría a la temperatura promedio de 18 °C es $c_p = 4\,184$ J/kg·K (tabla A-9).

Análisis El esquema del condensador se muestra en la figura 11-20. El condensador puede tratarse como un intercambiador de calor de contraflujo, ya que la temperatura de uno de los fluidos (el vapor) permanece constante.

La diferencia de temperatura entre el vapor y el agua de enfriamiento en los dos extremos del condensador es:

$$\Delta T_1 = T_{h,\,\text{entra}} - T_{c,\,\text{sale}} = (30 - 22)\ ^\circ\text{C} = 8\ ^\circ\text{C}$$
$$\Delta T_2 = T_{h,\,\text{sale}} - T_{c,\,\text{entra}} = (30 - 14)\ ^\circ\text{C} = 16\ ^\circ\text{C}$$

Es decir, la diferencia de temperatura entre los dos fluidos varía de 8 °C en un extremo a 16 °C en el otro. La diferencia de temperatura promedio adecuada entre los dos fluidos es la *diferencia de temperatura media logarítmica* (no la aritmética), que se determina a partir de:

$$\Delta T_{\text{ml}} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln(\Delta T_1/\Delta T_2)} = \frac{8 - 16}{\ln(8/16)} = 11.5\ ^\circ\text{C}$$

Esto es un poco menos que la diferencia de temperatura media aritmética de $\frac{1}{2}(8 + 16) = 12\ ^\circ\text{C}$. Así que la tasa de transferencia de calor en el condensador se determina a partir de:

$$\dot{Q} = UA_s\Delta T_{\text{ml}} = (2\,100\ \text{W/m}^2\cdot\text{K})(45\ \text{m}^2)(11.5\ ^\circ\text{C}) = 1.087 \times 10^6\ \text{W} = 1\,087\ \text{kW}$$

Por tanto, el vapor perderá calor a una tasa de 1 087 kW a medida que fluye a través del condensador, y el agua de enfriamiento ganará prácticamente todo el calor, ya que el condensador está bien aislado.

La tasa de flujo másico del agua de enfriamiento y la tasa de condensación del vapor se determinan a partir de $\dot{Q} = [\dot{m}c_p(T_{\text{sale}} - T_{\text{entra}})]_{\text{agua de enfriamiento}} = (\dot{m}h_{fg})_{\text{vapor}}$ y es:

$$\dot{m}_{\text{agua de enfriamiento}} = \frac{\dot{Q}}{c_p(T_{\text{sale}} - T_{\text{entra}})} = \frac{1\,087\ \text{kJ/s}}{(4.184\ \text{kJ/kg}\cdot\text{K})(22 - 14)\ ^\circ\text{C}} = \mathbf{32.5\ kg/s}$$

y

$$\dot{m}_{\text{vapor}} = \frac{\dot{Q}}{h_{fg}} = \frac{1\,087\ \text{kJ/s}}{2\,431\ \text{kJ/kg}} = \mathbf{0.45\ kg/s}$$

Por tanto, necesitamos hacer circular unos 72 kg de agua de enfriamiento por cada 1 kg de vapor de condensación para eliminar el calor liberado durante el proceso de condensación.

EJEMPLO 11-4 Calentamiento de agua en un intercambiador de calor de contraflujo

Un intercambiador de calor de doble tubo de contraflujo se usa para calentar agua de 20 a 80 °C a una tasa de 1.2 kg/s. El calentamiento se realizará mediante agua geotérmica disponible a 160 °C a un flujo másico de 2 kg/s. El tubo interno es de pared delgada y tiene un diámetro de 1.5 cm. Si el coeficiente de transferencia de calor global del intercambiador de calor es de 640 $\text{W/m}^2\cdot\text{K}$, determine la longitud del intercambiador de calor requerida para lograr el calentamiento deseado.

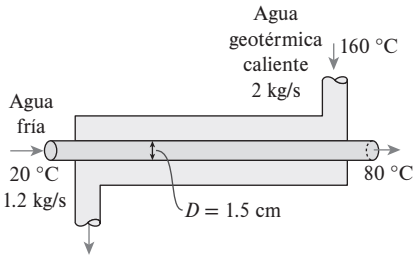


FIGURA 11-21
Esquema para el ejemplo 11-4.

SOLUCIÓN El agua se calienta en un intercambiador de calor de doble tubo de contraflujo mediante agua geotérmica. Se debe determinar la longitud requerida del intercambiador de calor.

Suposiciones **1** Existen condiciones de funcionamiento estacionarias. **2** El intercambiador de calor está bien aislado, así que la pérdida de calor en los alrededores es insignificante. **3** Los cambios en las energías cinética y potencial de las corrientes de fluidos son insignificantes. **4** No hay incrustaciones. **5** Las propiedades del fluido son constantes.

Propiedades Se toman los calores específicos del agua y fluido geotérmico como 4.18 y 4.31 kJ/kg·K, respectivamente.

Análisis El esquema del intercambiador de calor se muestra en la figura 11-21. La tasa de transferencia de calor en el intercambiador de calor se puede determinar a partir de:

$$\dot{Q} = [\dot{m}c_p(T_{\text{sale}} - T_{\text{entra}})]_{\text{agua}} = (1.2\ \text{kg/s})(4.18\ \text{kJ/kg}\cdot\text{K})(80 - 20)\ ^\circ\text{C} = 301\ \text{kW}$$

Considerando que todo este calor es suministrado por el agua geotérmica, se determina que la temperatura de salida del agua geotérmica es:

$$\dot{Q} = [\dot{m}c_p(T_{\text{entra}} - T_{\text{sale}})]_{\text{geotérmica}} \longrightarrow T_{\text{sale}} = T_{\text{entra}} - \frac{\dot{Q}}{\dot{m}c_p}$$

$$= 160\ ^\circ\text{C} - \frac{301\ \text{kW}}{(2\ \text{kg/s})(4.31\ \text{kJ/kg}\cdot\text{K})}$$

$$= 125\ ^\circ\text{C}$$

Conociendo las temperaturas de entrada y salida de ambos fluidos, la diferencia de temperatura media logarítmica para este intercambiador de calor de contraflujo se convierte:

$$\Delta T_1 = T_{h,\,\text{entra}} - T_{c,\,\text{sale}} = (160 - 80)\ ^\circ\text{C} = 80\ ^\circ\text{C}$$
$$\Delta T_2 = T_{h,\,\text{sale}} - T_{c,\,\text{entra}} = (125 - 20)\ ^\circ\text{C} = 105\ ^\circ\text{C}$$

y

$$\Delta T_{\text{ml}} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln(\Delta T_1/\Delta T_2)} = \frac{80 - 105}{\ln(80/105)} = 91.9\ ^\circ\text{C}$$

Entonces, el área de superficie del intercambiador de calor es:

$$\dot{Q} = UA_s\Delta T_{\text{ml}} \longrightarrow A_s = \frac{\dot{Q}}{U\Delta T_{\text{ml}}} = \frac{301\,000\ \text{W}}{(640\ \text{W/m}^2\cdot\text{K})(91.9\ ^\circ\text{C})} = 5.12\ \text{m}^2$$

Para proporcionar esta área de superficie de transferencia de calor, la longitud del tubo debe ser:

$$A_s = \pi DL \longrightarrow L = \frac{A_s}{\pi D} = \frac{5.12\ \text{m}^2}{\pi(0.015\ \text{m})} = \mathbf{109\ m}$$

Discusión El tubo interno de este intercambiador de calor de contraflujo (y, por tanto, el intercambiador de calor en sí) debe tener más de 100 m de largo para lograr la transferencia de calor deseada, lo que no es práctico. En casos como este, es necesario usar un intercambiador de calor de placas o un intercambiador de calor de tubos y coraza con múltiples pasos y con grupos de tubos de múltiples pasos.

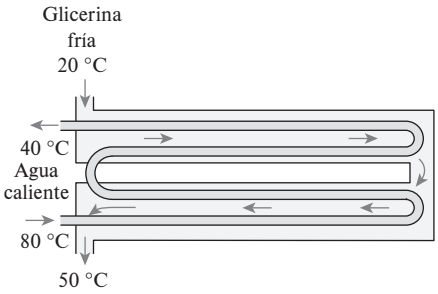


FIGURA 11-22
Esquema para el ejemplo 11-5.

EJEMPLO 11-5 **Calentamiento de glicerina en un intercambiador de calor de pasos múltiples**

Se utiliza un intercambiador de calor de dos pasos por la coraza y cuatro pasos por los tubos para calentar glicerina de 20 a 50 °C con agua caliente, que ingresa en los tubos de pared delgada de 2 cm de diámetro a 80 °C, y sale a 40 °C (figura 11-22). La longitud total de los tubos en el intercambiador de calor es de 60 m. El coeficiente de transferencia de calor por convección es de 25 $W/m^2 \cdot K$ en el lado de la glicerina (cubierta) y de 160 $W/m^2 \cdot K$ en el lado del agua (tubo). Determine la tasa de transferencia de calor en el intercambiador de calor *a*) antes de cualquier ensuciamiento por incrustación y *b*) después de que se produce un ensuciamiento por incrustación con un factor de incrustación de 0.0006 $m^2 \cdot K/W$ en las superficies externas de los tubos.

SOLUCIÓN La glicerina se calienta en un intercambiador de calor de dos pasos por la coraza y cuatro por los tubos mediante agua caliente. Se debe determinar la tasa de transferencia de calor para los casos con incrustaciones y sin incrustaciones.

Suposiciones **1** Existen condiciones de funcionamiento estacionarias. **2** El intercambiador de calor está bien aislado, así que la pérdida de calor en los alrededores es insignificante. **3** Los cambios en las energías cinética y potencial de las corrientes de fluidos son insignificantes. **4** Los coeficientes de transferencia de calor y los factores por incrustación son constantes y uniformes. **5** La resistencia térmica del tubo interno es insignificante, ya que el tubo es de pared delgada y altamente conductor.

Análisis Se indica que los tubos son de paredes delgadas y, por tanto, es razonable asumir que las áreas de las superficies interior y exterior de los tubos sean iguales. Entonces el área de superficie para transferencia de calor queda:

$$A_s = \pi DL = \pi(0.02\ \text{m})(60\ \text{m}) = 3.77\ \text{m}^2$$

La tasa de transferencia de calor en este intercambiador de calor se puede determinar a partir de:

$$\dot{Q} = UA_sF\Delta T_{\text{ml, CF}}$$

donde F es el factor de corrección y $\Delta T_{\text{ml, CF}}$ es la diferencia de temperatura media logarítmica para la disposición de contraflujo. Estas dos cantidades se determinan a partir de:

$$\Delta T_1 = T_{h,\,\text{entra}} - T_{c,\,\text{sale}} = (80 - 50)\ ^\circ\text{C} = 30\ ^\circ\text{C}$$
$$\Delta T_2 = T_{h,\,\text{sale}} - T_{c,\,\text{entra}} = (40 - 20)\ ^\circ\text{C} = 20\ ^\circ\text{C}$$
$$\Delta T_{\text{ml, CF}} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln(\Delta T_1/\Delta T_2)} = \frac{30 - 20}{\ln(30/20)} = 24.7\ ^\circ\text{C}$$

y

$$\left.\begin{aligned} P &= \frac{t_2 - t_1}{T_1 - t_1} = \frac{40 - 80}{20 - 80} = 0.67 \\ R &= \frac{T_1 - T_2}{t_2 - t_1} = \frac{20 - 50}{40 - 80} = 0.75 \end{aligned}\right\} F = 0.91 \qquad \textbf{(Figura 11-19}\textit{b}\textbf{)}$$

a) En caso de que no haya ensuciamiento por incrustaciones, el coeficiente de transferencia de calor global U es:

$$U = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_o}} = \frac{1}{\frac{1}{160\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}} + \frac{1}{25\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}}} = 21.6\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}$$

Así que la tasa de transferencia de calor se convierte en:

$$\dot{Q} = UA_s F \Delta T_{\text{ml, CF}} = (21.6\ \text{W/m}^2\cdot\text{K})(3.77\ \text{m}^2)(0.91)(24.7\ ^\circ\text{C}) = \mathbf{1\ 830\ W}$$

b) Cuando hay incrustaciones en una de las superficies, tenemos.

$$U = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_o} + R_f} = \frac{1}{\frac{1}{160\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}} + \frac{1}{25\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}} + 0.0006\ \text{m}^2\cdot\text{K/W}}$$
$$= 21.3\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}$$

y

$$\dot{Q} = UA_s F \Delta T_{\text{ml, CF}} = (21.3\ \text{W/m}^2\cdot\text{K})(3.77\ \text{m}^2)(0.91)(24.7\,^\circ\text{C}) = \mathbf{1\ 805\ W}$$

Discusión Observe que la tasa de transferencia de calor disminuye como resultado de las incrustaciones, como se esperaba. Sin embargo, la disminución no es drástica debido a que los coeficientes de transferencia de calor por convección involucrados son relativamente bajos.

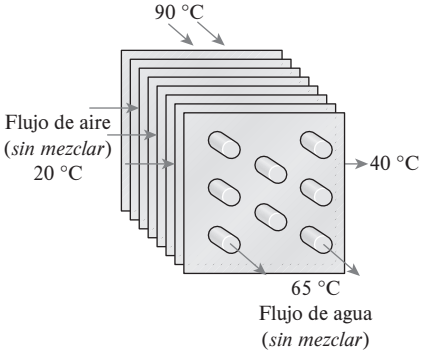


FIGURA 11-23
Esquema para el ejemplo 11-6.

EJEMPLO 11-6 **Enfriamiento de agua en un radiador automotriz**

Se realiza una prueba para determinar el coeficiente global de transferencia de calor en un radiador de automóvil que es un intercambiador de calor compacto de flujo cruzado de agua a aire con ambos fluidos (aire y agua) sin mezclar (figura 11-23). El radiador tiene 40 tubos de 0.5 cm de diámetro interno y 65 cm de longitud en una matriz con aletas de placa muy cercanas entre sí. El agua caliente ingresa a los tubos a 90 °C a una tasa de 0.6 kg/s y sale a 65 °C. El aire fluye a través del radiador a través de los espacios entre las placas y se calienta de 20 a 40 °C. Determine el coeficiente global de transferencia de calor U_i de este radiador basado en el área de superficie interna de los tubos.

SOLUCIÓN Durante un experimento con un radiador automotriz se miden las temperaturas de entrada y salida de agua y aire, y el flujo másico del agua. Se determinará el coeficiente global de transferencia de calor basado en el área superficial interna.

Suposiciones **1** Existen condiciones de funcionamiento estacionarias. **2** Los cambios en las energías cinética y potencial de las corrientes de fluidos son insignificantes. **3** Las propiedades del fluido son constantes.

Propiedades El calor específico del agua a la temperatura promedio de (90 + 65)/2 = 77.5 °C es 4.195 kJ/ kg·K (tabla A-9).

Análisis La tasa de transferencia de calor en este radiador del agua caliente al aire se determina a partir de un balance de energía en el flujo de agua:

$$\dot{Q} = [\dot{m}c_p(T_{\text{entra}} - T_{\text{sale}})]_{\text{agua}} = (0.6\ \text{kg/s})(4.195\ \text{kJ/kg}\cdot\text{K})(90 - 65)\,^\circ\text{C}$$
$$= 62.93\ \text{kW}$$

El área de transferencia de calor del lado del tubo es el área de la superficie total de los tubos y se determina a partir de (donde n es el número de tubos):

$$A_i = n\pi D_i L = (40)\pi(0.005\ \text{m})(0.65\ \text{m}) = 0.408\ \text{m}^2$$

Conociendo la tasa de transferencia de calor y el área de superficie, el coeficiente de transferencia de calor global se puede determinar a partir de:

$$\dot{Q} = U_i A_i F \Delta T_{\text{ml, CF}} \longrightarrow U_i = \frac{\dot{Q}}{A_i F \Delta T_{\text{ml, CF}}}$$

donde F es el factor de corrección y $\Delta T_{\text{ml, CF}}$ es la diferencia de temperatura media logarítmica para la disposición de contraflujo. Se encuentra que estas dos cantidades son:

$$\Delta T_1 = T_{h,\,\text{entra}} - T_{c,\,\text{sale}} = (90 - 40)\,^\circ\text{C} = 50\,^\circ\text{C}$$
$$\Delta T_2 = T_{h,\,\text{sale}} - T_{c,\,\text{entra}} = (65 - 20)\,^\circ\text{C} = 45\,^\circ\text{C}$$
$$\Delta T_{\text{ml, CF}} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln(\Delta T_1/\Delta T_2)} = \frac{50 - 45}{\ln(50/45)} = 47.5\,^\circ\text{C}$$

y

$$\left.\begin{aligned} P &= \frac{t_2 - t_1}{T_1 - t_1} = \frac{65 - 90}{20 - 90} = 0.36 \\ R &= \frac{T_1 - T_2}{t_2 - t_1} = \frac{20 - 40}{65 - 90} = 0.80 \end{aligned}\right\} F = 0.97 \qquad \textbf{(Figura 11-19c)}$$

Sustituyendo, se determina que el coeficiente global de transferencia de calor U_i es:

$$U_i = \frac{\dot{Q}}{A_i F \Delta T_{\text{ml, CF}}} = \frac{62\,930\ \text{W}}{(0.408\ \text{m}^2)(0.97)(47.5\ ^\circ\text{C})} = \mathbf{3\,347\ W/m^2 \cdot K}$$

Discusión El coeficiente global de transferencia de calor en el lado del aire será mucho más bajo debido a la gran superficie involucrada en ese lado.

11-5 ▪ MÉTODO DE EFECTIVIDAD NTU

El método de diferencia de temperatura media logarítmica (*LMTD*, por sus siglas en inglés) analizado en la sección 11-4 es fácil de usar en el análisis del intercambiador de calor cuando las temperaturas de entrada y salida de los fluidos calientes y fríos se conocen o pueden determinarse a partir de un balance de energía. Una vez que están disponibles ΔT_{ml}, los flujos másicos y el coeficiente de transferencia de calor global, se puede determinar el área de superficie de transferencia de calor del intercambiador de calor a partir de:

$$\dot{Q} = UA_s \Delta T_{\text{ml}}$$

Por tanto, el método LMTD es muy adecuado para determinar el *tamaño* de un intercambiador de calor para alcanzar las temperaturas de salida prescritas cuando se especifican los flujos másicos y las temperaturas de entrada y salida de los fluidos calientes y fríos.

Con el método LMTD, la tarea es *seleccionar* un intercambiador de calor que cumpla con los requisitos de transferencia de calor prescritos. El procedimiento a seguir para el proceso de selección es:

1. Seleccione el tipo de intercambiador de calor adecuado para la aplicación.
2. Determine cualquier temperatura de entrada o salida desconocida y la tasa de transferencia de calor utilizando un balance de energía.
3. Calcule la diferencia de temperatura media logarítmica ΔT_{ml} y el factor de corrección F, si es necesario.
4. Obtenga (seleccione o calcule) el valor del coeficiente global de transferencia de calor U.
5. Calcule la superficie de transferencia de calor A_s.

La tarea se completa al seleccionar un intercambiador de calor que tenga un área de superficie de transferencia de calor igual o mayor que A_s.

Un segundo tipo de problema encontrado en el análisis de un intercambiador de calor es la determinación de la *tasa de transferencia de calor* y las *temperaturas de salida* de los fluidos calientes y fríos para las tasas de flujo másico y las temperaturas de entrada prescritas cuando se especifica el *tipo* y *tamaño* del intercambiador de calor. La superficie de transferencia de calor del intercambiador de calor en este caso se conoce, pero las *temperaturas de salida* no. Aquí el objetivo es determinar el rendimiento de transferencia de calor de un intercambiador de calor específico o determinar si un intercambiador de calor disponible en almacén será útil para el trabajo.

El método LMTD podría usarse aún para este problema alternativo, pero el procedimiento requeriría iteraciones tediosas y, por tanto, no es práctico. En un intento por eliminar las iteraciones de la solución de tales problemas, Kays y London idearon un método en 1955 llamado **método de efectividad NTU**, que simplificó el análisis del intercambiador de calor.

Este método se basa en un parámetro adimensional llamado **efectividad de transferencia de calor** ε, definido como:

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{\text{máx}}} = \frac{\text{Tasa de transferencia de calor real}}{\text{Tasa de transferencia de calor máxima posible}} \tag{11-29}$$

La tasa de transferencia de calor *real* en un intercambiador de calor puede determinarse a partir del balance de energía en los fluidos calientes o fríos, y puede expresarse como:

$$\dot{Q} = C_c(T_{c,\text{ sale}} - T_{c,\text{ entra}}) = C_h(T_{h,\text{ entra}} - T_{h,\text{ sale}}) \tag{11-30}$$

donde $C_c = \dot{m}_c c_{pc}$ y $C_h = \dot{m}_h c_{ph}$ son las tasas de capacidad calorífica de los fluidos fríos y calientes, respectivamente.

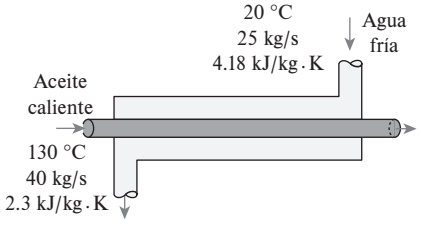
Para determinar la tasa de transferencia de calor máxima posible en un intercambiador de calor, primero reconocemos que la *diferencia de temperatura máxima* en un intercambiador de calor es la diferencia de las temperaturas de entrada de los fluidos calientes y fríos. Es decir,

$$\Delta T_{\text{máx}} = T_{h,\text{ entra}} - T_{c,\text{ entra}} \tag{11-31}$$

La transferencia de calor en un intercambiador de calor alcanzará su valor máximo cuando 1) el fluido frío se calienta a la temperatura de entrada del fluido caliente o 2) el fluido caliente se enfría a la temperatura de entrada del fluido frío. Estas dos condiciones limitantes no se alcanzarán simultáneamente a menos que las tasas de capacidad calorífica de los fluidos calientes y fríos sean idénticas (es decir, $C_c = C_h$). Cuando $C_c \approx C_h$, que suele ser el caso, el fluido con la tasa de capacidad calorífica más *pequeña* experimentará un cambio de temperatura más grande y, por tanto, será el primero en experimentar la temperatura máxima, momento en el cual se detiene la transferencia de calor. Por tanto, la tasa de transferencia de calor máxima posible en un intercambiador de calor es (figura 11-24):

$$\dot{Q}_{\text{máx}} = C_{\text{mín}}(T_{h,\text{ entra}} - T_{c,\text{ entra}}) \tag{11-32}$$

donde $C_{\text{mín}}$ es el menor de C_h y C_c. Esto se aclara aún más en el ejemplo 11-7.



$C_c = \dot{m}_c c_{pc} = 104.5$ kW/K

$C_h = \dot{m}_h c_{ph} = 92$ kW/K

$C_{\text{mín}} = 92$ kW/K

$\Delta T_{\text{máx}} = T_{h,\text{ entra}} - T_{c,\text{ entra}} = 110$ °C

$\dot{Q}_{\text{máx}} = C_{\text{mín}}\,\Delta T_{\text{máx}} = 10\,120$ kW

FIGURA 11-24

Determinación de la tasa máxima de transferencia de calor en un intercambiador de calor.

EJEMPLO 11-7 **Límite superior para la transferencia de calor en un intercambiador de calor**

Considere que ingresa agua fría a un intercambiador de calor de contraflujo a 10 °C y a una tasa de 8 kg/s, donde se calienta por una corriente de agua caliente que ingresa al intercambiador de calor a 70 °C y a una tasa de 2 kg/s. Suponiendo que el calor específico del agua permanece constante a $c_p = 4.18$ kJ/kg·K, determine la tasa máxima de transferencia de calor y las temperaturas de salida de las corrientes de agua fría y caliente para este caso límite.

SOLUCIÓN Entran corrientes de agua fría y caliente en un intercambiador de calor a temperaturas y tasas de flujo específicos. Se determinará la tasa máxima de transferencia de calor en el intercambiador de calor y las temperaturas de salida.

Suposiciones **1** Existen condiciones de funcionamiento estacionarias. **2** El intercambiador de calor está bien aislado, así que la pérdida de calor en los alrededores es insignificante. **3** Los cambios en la energía cinética y potencial de las corrientes de los fluidos son insignificantes. **4** Las propiedades del fluido son constantes.

Propiedades El calor específico del agua es $c_p = 4.18$ kJ/kg·K.

Análisis En la figura 11-25 se proporciona un esquema del intercambiador de calor. Las tasas de capacidad calorífica de los fluidos calientes y fríos son:

$$C_h = \dot{m}_h c_{ph} = (2 \text{ kg/s})(4.18 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}) = 8.36 \text{ kW/K}$$

y

$$C_c = \dot{m}_c c_{pc} = (8 \text{ kg/s})(4.18 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}) = 33.4 \text{ kW/K}$$

Por tanto,

$$C_{\text{mín}} = C_h = 8.36 \text{ kW/K}$$

que es la menor de las dos tasas de capacidad calorífica. Luego, la tasa máxima de transferencia de calor se determina a partir de la ecuación 11-32:

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{\text{máx}} &= C_{\text{mín}}(T_{h,\,\text{entra}} - T_{c,\,\text{entra}}) \\ &= (8.36 \text{ kW/K})(70 - 10)\ ^\circ\text{C} \\ &= \mathbf{502 \text{ kW}} \end{aligned}$$

Es decir, la tasa de transferencia de calor máxima posible en este intercambiador de calor es de 502 kW. Este valor se alcanzaría en un intercambiador de calor de contraflujo con una superficie de transferencia de calor *muy grande*.

La diferencia de temperatura máxima en este intercambiador de calor es $\Delta T_{\text{máx}} = T_{h,\,\text{entra}} - T_{c,\,\text{entra}} = (70 - 10)\ ^\circ\text{C} = 60\ ^\circ\text{C}$. Por tanto, el agua caliente no puede enfriarse en más de 60 °C (a 10 °C) en este intercambiador de calor, y el agua fría no puede calentarse en más de 60 °C (a 70 °C), sin importar lo que hagamos. Entonces, se determina que las temperaturas de salida de las corrientes fría y caliente en este caso límite son:

$$\dot{Q} = C_c(T_{c,\,\text{sale}} - T_{c,\,\text{entra}}) \longrightarrow T_{c,\,\text{sale}} = T_{c,\,\text{entra}} + \frac{\dot{Q}}{C_c} = 10\ ^\circ\text{C} + \frac{502 \text{ kW}}{33.4 \text{ kW/K}} = \mathbf{25\ ^\circ\text{C}}$$

$$\dot{Q} = C_h(T_{h,\,\text{entra}} - T_{h,\,\text{sale}}) \longrightarrow T_{h,\,\text{sale}} = T_{h,\,\text{entra}} - \frac{\dot{Q}}{C_h} = 70\ ^\circ\text{C} - \frac{502 \text{ kW}}{8.38 \text{ kW/K}} = \mathbf{10\ ^\circ\text{C}}$$

Discusión El agua caliente se enfría al límite de 10 °C (la temperatura de entrada de la corriente de agua fría), pero el agua fría se calienta a 25 °C solo

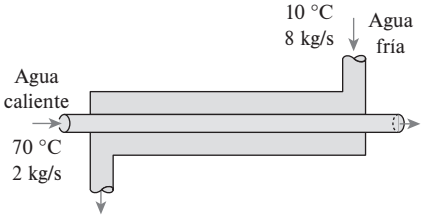
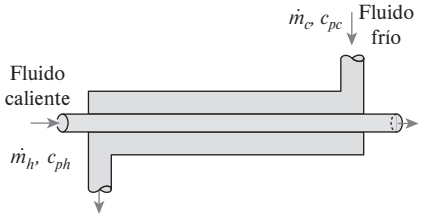


FIGURA 11-25
Esquema para el ejemplo 11-7.



$$\dot{Q} = \dot{m}_h c_{ph} \Delta T_h = \dot{m}_c c_{pc} \Delta T_c$$

Si $\dot{m}_c c_{pc} = \dot{m}_h c_{ph}$

entonces $\Delta T_h = \Delta T_c$

FIGURA 11-26

El aumento de temperatura del fluido frío en un intercambiador de calor será igual a la caída de temperatura del fluido caliente cuando las tasas de capacidad calorífica de los fluidos caliente y frío son idénticas.

cuando se produce la máxima transferencia de calor en el intercambiador de calor. Esto no es sorprendente, ya que el flujo másico del agua caliente es solo un cuarto del agua fría y, como resultado, la temperatura del agua fría aumenta en solo 0.25 °C por cada caída de 1 °C en la temperatura del agua caliente.

Puede sentirse tentado a pensar que el agua fría debe calentarse a 70 °C en el caso límite de la máxima transferencia de calor. Pero esto requerirá que la temperatura del agua caliente baje a –170 °C (por debajo de 10 °C), lo cual es imposible. Por tanto, la transferencia de calor en un intercambiador de calor alcanza su valor máximo cuando el fluido con la tasa de capacidad calorífica más pequeña (o la tasa de flujo másico más pequeño cuando ambos fluidos tienen el mismo valor de calor específico) experimenta el cambio máximo de temperatura. Este ejemplo explica por qué usamos $C_{mín}$ en la evaluación de $\dot{Q}_{máx}$ en lugar de $C_{máx}$.

Se puede mostrar que el agua caliente saldrá a la temperatura de entrada del agua fría y viceversa en el caso limite de la máxima transferencia de calor cuando los flujos másicos de las corrientes de agua fría y caliente sean idénticos (figura 11-26). También se puede mostrar que la temperatura de salida del agua fría alcanzará el límite de 70 °C cuando el flujo másico del agua caliente sea mayor que el del agua fría.

La determinación de $\dot{Q}_{máx}$ requiere conocer la *temperatura de entrada* de los fluidos calientes y fríos y sus *flujos másicos*, que por lo general se especifican. Luego, una vez que se conoce la efectividad del intercambiador de calor, la tasa de transferencia de calor real $\dot{Q}$ se puede determinar a partir de:

$$\dot{Q} = \varepsilon \dot{Q}_{máx} = \varepsilon C_{mín}(T_{h,\,entra} - T_{c,\,entra}) \quad \textbf{(11-33)}$$

donde

Si $C_c = C_{mín}$:
$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{máx}} = \frac{C_c(T_{c,\,sale} - T_{c,\,entra})}{C_c(T_{h,\,entra} - T_{c,\,entra})} = \frac{T_{c,\,sale} - T_{c,\,entra}}{T_{h,\,entra} - T_{c,\,entra}}$$

Si $C_h = C_{mín}$:
$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{máx}} = \frac{C_h(T_{h,\,entra} - T_{h,\,sale})}{C_h(T_{h,\,entra} - T_{c,\,entra})} = \frac{T_{h,\,entra} - T_{h,\,sale}}{T_{h,\,entra} - T_{c,\,entra}}$$

Por tanto, la efectividad de un intercambiador de calor permite determinar la tasa de transferencia de calor sin conocer las *temperaturas de salida* de los fluidos.

La efectividad de un intercambiador de calor depende de su *geometría*, así como de la *disposición del flujo*. Por tanto, los diferentes tipos de intercambiadores de calor tienen diferentes relaciones de efectividad. A continuación se ilustra el desarrollo de la relación de efectividad ε para el intercambiador de calor de *flujo paralelo* de doble tubería.

La ecuación 11-23 desarrollada en la sección 11-4 para un intercambiador de calor de flujo paralelo se puede reorganizar como:

$$\ln \frac{T_{h,\,sale} - T_{c,\,sale}}{T_{h,\,entra} - T_{c,\,entra}} = -\frac{UA_s}{C_c}\left(1 + \frac{C_c}{C_h}\right) \quad \textbf{(11-34)}$$

Además, al resolver la ecuación 11-30 para $T_{h,\,sale}$ queda:

$$T_{h,\,sale} = T_{h,\,entra} - \frac{C_c}{C_h}(T_{c,\,sale} - T_{c,\,entra}) \quad \textbf{(11-35)}$$

Sustituyendo esta relación en la ecuación 11-34 después de sumar y restar T_c, queda:

$$\ln\frac{T_{h,\,\text{entra}} - T_{c,\,\text{entra}} + T_{c,\,\text{entra}} - T_{c,\,\text{sale}} - \dfrac{C_c}{C_h}(T_{c,\,\text{sale}} - T_{c,\,\text{entra}})}{T_{h,\,\text{entra}} - T_{c,\,\text{entra}}} = -\frac{UA_s}{C_c}\left(1 + \frac{C_c}{C_h}\right)$$

que se simplifica a

$$\ln\left[1 - \left(1 + \frac{C_c}{C_h}\right)\frac{T_{c,\,\text{sale}} - T_{c,\,\text{entra}}}{T_{h,\,\text{entra}} - T_{c,\,\text{entra}}}\right] = -\frac{UA_s}{C_c}\left(1 + \frac{C_c}{C_h}\right) \tag{11-36}$$

Ahora se manipula la definición de efectividad para obtener:

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{\text{máx}}} = \frac{C_c(T_{c,\,\text{sale}} - T_{c,\,\text{entra}})}{C_{\text{mín}}(T_{h,\,\text{entra}} - T_{c,\,\text{entra}})} \longrightarrow \frac{T_{c,\,\text{sale}} - T_{c,\,\text{entra}}}{T_{h,\,\text{entra}} - T_{c,\,\text{entra}}} = \varepsilon\frac{C_{\text{mín}}}{C_c}$$

Sustituyendo este resultado en la ecuación 11-36 y despejando ε se obtiene la siguiente relación para la efectividad de un intercambiador de calor de *flujo paralelo*:

$$\varepsilon_{\text{flujo paralelo}} = \frac{1 - \exp\left[-\dfrac{UA_s}{C_c}\left(1 + \dfrac{C_c}{C_h}\right)\right]}{\left(1 + \dfrac{C_c}{C_h}\right)\dfrac{C_{\text{mín}}}{C_c}} \tag{11-37}$$

Tomando ya sea C_c o C_h como $C_{\text{mín}}$ (ambos enfoques dan el mismo resultado), la relación anterior se puede expresar más convenientemente como:

$$\varepsilon_{\text{flujo paralelo}} = \frac{1 - \exp\left[-\dfrac{UA_s}{C_{\text{mín}}}\left(1 + \dfrac{C_{\text{mín}}}{C_{\text{máx}}}\right)\right]}{1 + \dfrac{C_{\text{mín}}}{C_{\text{máx}}}} \tag{11-38}$$

De nuevo, $C_{\text{mín}}$ es la tasa de capacidad calorífica *más pequeña* y $C_{\text{máx}}$ es la más grande, y no importa si $C_{\text{mín}}$ pertenece al fluido caliente o frío.

Las relaciones de efectividad de los intercambiadores de calor típicamente involucran al grupo *adimensional* $UA_s/C_{\text{mín}}$. Esta cantidad se conoce como **número de unidades de transferencia NTU** (del inglés: *number of transfer units*), y se expresa como:

$$\text{NTU} = \frac{UA_s}{C_{\text{mín}}} = \frac{UA_s}{(\dot{m}c_p)_{\text{mín}}} \tag{11-39}$$

donde U es el coeficiente global de transferencia de calor y A_s es el área de superficie de transferencia de calor del intercambiador de calor. Observe que NTU es proporcional a A_s. Por tanto, para valores específicos de U y $C_{\text{mín}}$, el valor de NTU es una *medida de la superficie de transferencia de calor* A_s. Por tanto, cuanto mayor sea NTU, mayor será el intercambiador de calor.

En el análisis del intercambiador de calor también es conveniente definir otra cantidad adimensional llamada **cociente de capacidad** c como:

$$c = \frac{C_{\text{mín}}}{C_{\text{máx}}} \tag{11-40}$$

Se puede demostrar que la efectividad de un intercambiador de calor es una función del número de unidades de transferencia NTU y del cociente de capacidad c. Es decir,

$$\varepsilon = \text{función}\ (UA_s/C_{\text{mín}},\ C_{\text{mín}}/C_{\text{máx}}) = \text{función}\ (\text{NTU}, c)$$

Se han desarrollado relaciones de efectividad para una gran cantidad de intercambiadores de calor, y los resultados se muestran en la tabla 11-4. La efectividad de algunos tipos comunes de intercambiadores de calor también se representa en la figura 11-27.

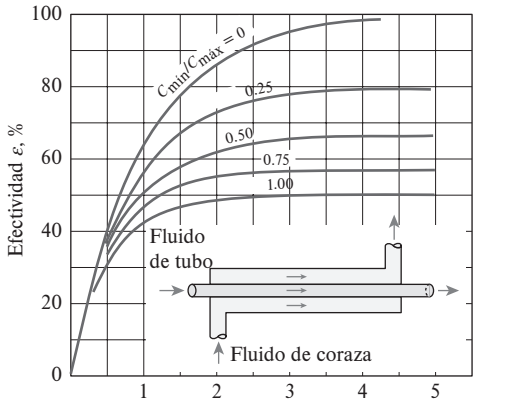
En la literatura se pueden encontrar gráficos y relaciones de efectividad más extensos. Las líneas discontinuas en la figura 11-27*f* son para el caso de $C_{\text{mín}}$ sin mezclar y $C_{\text{máx}}$ con mezcla. Las líneas continuas son para el caso opuesto. Las relaciones analíticas para la efectividad dan resultados más precisos que los gráficos, ya que los errores de lectura en los gráficos son inevitables, y las relaciones son muy adecuadas para el análisis computarizado de intercambiadores de calor.

TABLA 11-4

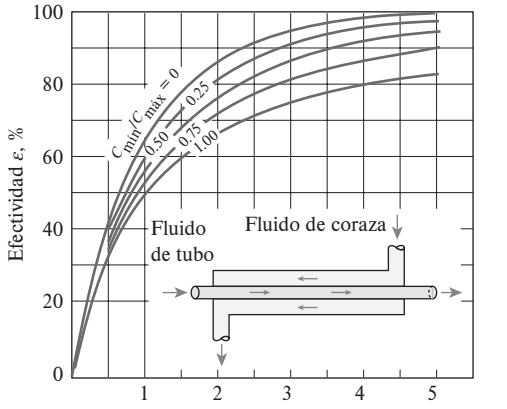
Relaciones de efectividad para intercambiadores de calor: $\text{NTU} = UA_s/C_{\text{mín}}$ y $c = C_{\text{mín}}/C_{\text{máx}} = (\dot{m}c_p)_{\text{mín}}/(\dot{m}c_p)_{\text{máx}}$

Tipo de intercambiador de calor	Relación de efectividad
1 *Doble tubo:* Flujo paralelo	$\varepsilon = \dfrac{1 - \exp\,[-\text{NTU}(1+c)]}{1+c}$
Contraflujo	$\varepsilon = \dfrac{1 - \exp\,[-\text{NTU}(1-c)]}{1 - c\,\exp\,[-\text{NTU}(1-c)]}$ (para $c < 1$)
	$\varepsilon = \dfrac{\text{NTU}}{1+\text{NTU}}$ (para $c = 1$)
2 *Tubos y coraza:* Un paso por la coraza 2, 4, . . . pasos por los tubos	$\varepsilon_1 = 2\left\{1 + c + \sqrt{1+c^2}\,\dfrac{1+\exp\,\left[-\text{NTU}_1\sqrt{1+c^2}\right]}{1-\exp\,\left[-\text{NTU}_1\sqrt{1+c^2}\right]}\right\}^{-1}$
pasos por la coraza $2n$ $4n$, . . . pasos por los tubos	$\varepsilon = \left[\left(\dfrac{1-\varepsilon_1 c}{1-\varepsilon_1}\right)^n - 1\right]\left[\left(\dfrac{1-\varepsilon_1 c}{1-\varepsilon_1}\right)^n - c\right]^{-1}$
3 Flujo cruzado (*paso único*) Ambos fluidos sin mezclar	$\varepsilon = 1 - \exp\left\{\dfrac{\text{NTU}^{0.22}}{c}[\exp(-c\text{NTU}^{0.78}) - 1]\right\}$
$C_{\text{máx}}$ mezclado, $C_{\text{mín}}$ sin mezclado	$\varepsilon = \dfrac{1}{c}(1 - \exp\{-c[1 - \exp(-\text{NTU})]\})$
$C_{\text{mín}}$ mezclado, $C_{\text{máx}}$ sin mezclado	$\varepsilon = 1 - \exp\left\{-\dfrac{1}{c}[1 - \exp(-c\ \text{NTU})]\right\}$
4 Todos los intercambiadores de calor con $c = 0$	$\varepsilon = 1 - \exp(-\text{NTU})$

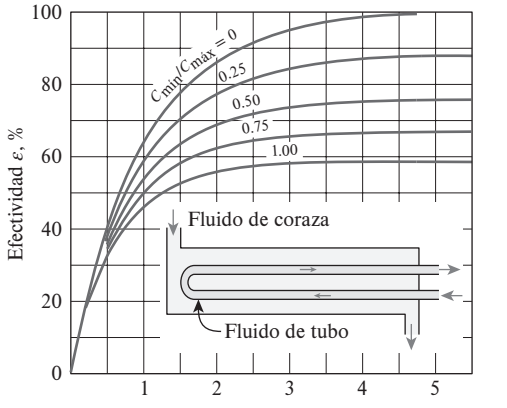
Fuente: W. M. Kays y A. L. London. Compact Heat Exchangers, 3/e. McGraw-Hill, 1984.



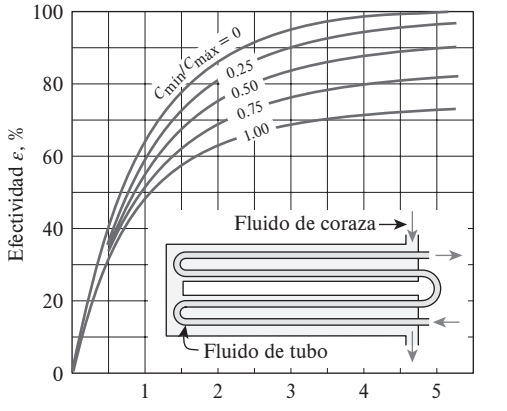
a) Flujo paralelo



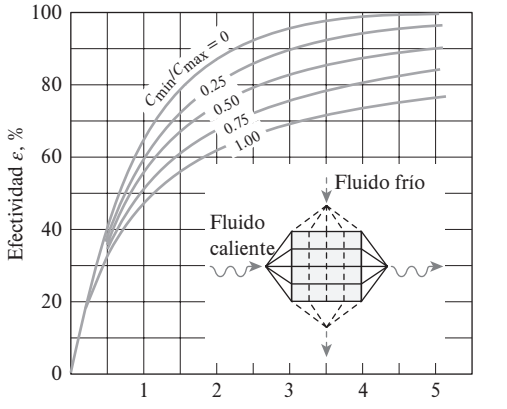
b) Contraflujo



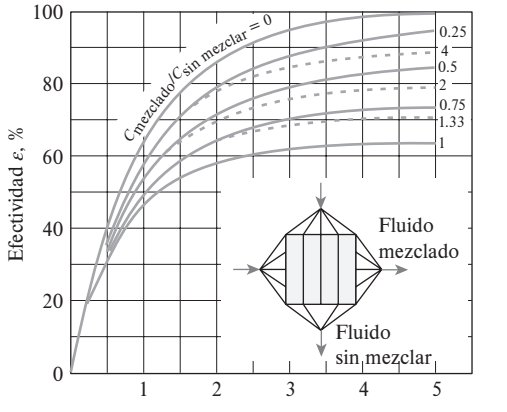
c) Paso de una coraza 2, 4, 6, ... pasos de tubo



d) Dos pasos por la coraza y 4, 8, 12, ... pasos por los tubos



e) Flujo cruzado con ambos fluidos sin mezclar



f) Flujo cruzado con un fluido mezclado y el otro sin mezclar.

FIGURA 11-27

Efectividad para intercambiadores de calor

Fuente: W. M. Kays and A. L. London. Compact Heat Exchangers, 3/e. McGraw-Hill, 1984.

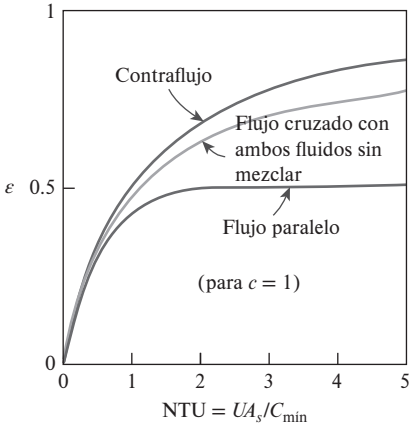


FIGURA 11-28

Para un NTU especificado y un cociente de capacidad c dado, el intercambiador de calor de contraflujo tiene la mayor efectividad y el flujo paralelo el más pequeño.

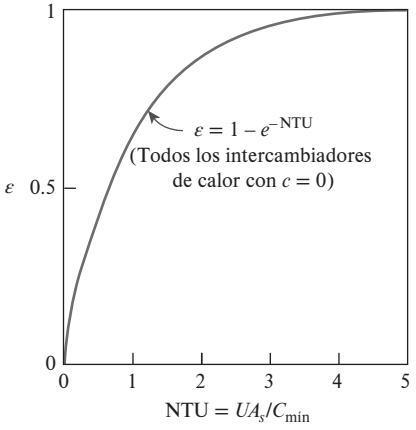


FIGURA 11-29

La relación de efectividad se reduce a $\varepsilon = \varepsilon_{máx} = 1 - \exp(-NTU)$ para todos los intercambiadores de calor cuando el cociente de capacidad $c = 0$.

Estas son algunas observaciones a partir de las relaciones de efectividad y los gráficos mencionados:

1. El valor de la efectividad varía de 0 a 1. Aumenta rápidamente con NTU para valores pequeños (hasta aproximadamente NTU = 1.5), pero lo hace bastante lento para valores más grandes. Por tanto, el uso de un intercambiador de calor con un NTU grande (por lo general mayor que 3) y, por tanto, un gran tamaño, no puede justificarse económicamente, ya que en este caso, un gran aumento de NTU corresponde a un pequeño aumento en la efectividad. Puede ser deseable un intercambiador de calor con una muy alta efectividad desde un punto de vista de transferencia de calor, pero indeseable desde un punto de vista económico.
2. Para un NTU específico y un cociente de capacidad $c = C_{mín}/C_{máx}$, el intercambiador de calor de *contraflujo* tiene la *mayor* efectividad, seguido de cerca por los intercambiadores de calor de flujo cruzado con ambos fluidos sin mezclar. Como es de esperar, los valores de efectividad más bajos se encuentran en los intercambiadores de calor de flujo paralelo (figura 11-28).
3. La efectividad de un intercambiador de calor es independiente del cociente de capacidad c para valores de NTU de menos de 0.3.
4. El valor del cociente de capacidad c oscila entre 0 y 1. Para un NTU específico, la efectividad se convierte en un *máximo* para $c = 0$ y un *mínimo* para $c = 1$. El caso $c = C_{mín}/C_{máx} \to 0$ corresponde a $C_{máx} \to \infty$, que ocurre durante un proceso de cambio de fase en un *condensador* o *calentador.* Todas las relaciones de efectividad en este caso se reducen a:

$$\varepsilon = \varepsilon_{máx} = 1 - \exp(-NTU) \qquad \textbf{(11-41)}$$

independientemente del tipo de intercambiador de calor (figura 11-29). En este caso, la temperatura del fluido de condensación o ebullición permanece constante. La efectividad es la *más baja* en el otro caso límite de $c = C_{mín}/C_{máx} = 1$, que se obtiene cuando las tasas de capacidad calorífica de los dos fluidos son iguales. En aplicaciones industriales como el enfriamiento de agua caliente o el calentamiento de agua fría en el contexto de la industria de calefacción, ventilación y aire acondicionado (HVAC, por sus siglas en inglés: *heating, ventilating, and air conditioning*), el fluido caliente o frío se conduce de un lugar a otro con la tubería sumergida en el ambiente. Ejemplos típicos de esta situación de flujo son los tubos intercambiadores de calor que transportan fluidos expuestos al aire ambiente o sumergidos en grandes medios líquidos como un lago. En tales casos, dado que el cambio efectivo en la temperatura de referencia del ambiente es prácticamente cero y la masa relativa del ambiente es infinitamente grande, la tasa de capacidad calorífica máxima $C_{máx}$ es un número muy grande. Por tanto, el cociente de capacidad, $c = C_{mín}/C_{máx} \to 0$ y, entonces, la ecuación 11-41 se puede aplicar cuando el intercambiador de calor está en contacto con el ambiente.

Una vez que se han evaluado las cantidades $c = C_{mín}/C_{máx}$ y NTU $= UA_s/C_{mín}$, se puede determinar la efectividad ε a partir de las gráficas dadas o de la relación de efectividad para el tipo especificado de intercambiador de calor. Así, se pueden determinar la tasa de transferencia de calor $\dot{Q}$ y las temperaturas de salida $T_{h,\,sale}$ y $T_{c,\,sale}$ a partir de las ecuaciones 11-33 y 11-30, respectivamente. El análisis de intercambiadores de calor con temperaturas de salida desconocidas es una cuestión relativamente sencilla con el método de efectividad NTU, pero requiere iteraciones bastante tediosas con el método LMTD.

Cuando se especifican todas las temperaturas de entrada y salida, el *tamaño* del intercambiador de calor se puede determinar utilizando el método LMTD. También se puede determinar el tamaño del intercambiador de calor a partir del método efectividad NTU evaluando primero la efectividad ε a partir de su definición (ecuación 11-29) y luego el NTU a partir de la relación para NTU apropiado en la tabla 11-5.

Las relaciones en la tabla 11-5 son equivalentes a las de la tabla 11-4. Ambos conjuntos se dan por conveniencia. Las relaciones en la tabla 11-4 dan la efectividad directamente cuando se conoce NTU, y las relaciones en la tabla 11-5 dan NTU directamente cuando se conoce la efectividad ε.

TABLA 11-5

Relaciones NTU para intercambiadores de calor: $\text{NTU} = UA_s/C_{\text{mín}}$ y $c = C_{\text{mín}}/C_{\text{máx}} = (\dot{m}c_p)_{\text{mín}}/(\dot{m}c_p)_{\text{máx}}$

	Tipo de intercambiador de calor	Relación NTU
1	*Doble tubo:*	
	Flujo paralelo	$\text{NTU} = -\dfrac{\ln[1-\varepsilon(1+c)]}{1+c}$
	Contraflujo	$\text{NTU} = \dfrac{1}{c-1}\ln\left(\dfrac{\varepsilon-1}{\varepsilon c-1}\right)$ (para $c<1$)
		$\text{NTU} = \dfrac{\varepsilon}{1-\varepsilon}$ (para $c=1$)
2	*Tubos y coraza:* Un paso por la coraza, 2, 4, . . . pasos por los tubos	$\text{NTU}_1 = -\dfrac{1}{\sqrt{1+c^2}}\ln\left(\dfrac{2/\varepsilon_1 - 1 - c - \sqrt{1+c^2}}{2/\varepsilon_1 - 1 - c + \sqrt{1+c^2}}\right)$
	n-pasos por la coraza, 2*n*, 4*n*, . . . pasos por los tubos	$\text{NTU} = n(\text{NTU})_1$ Para encontrar la efectividad del intercambiador de calor con un paso por la coraza, use $\varepsilon_1 = \dfrac{F-1}{F-c}$ donde $F = \left(\dfrac{\varepsilon c-1}{\varepsilon-1}\right)^{1/n}$
3	*Flujo cruzado (paso único):*	
	$C_{\text{máx}}$ mezclado, $C_{\text{mín}}$ sin mezclado	$\text{NTU} = -\ln\left[1+\dfrac{\ln(1+\varepsilon c)}{c}\right]$
	$C_{\text{mín}}$ mezclado, $C_{\text{máx}}$ sin mezclado	$\text{NTU} = -\dfrac{\ln[c\ln(1-\varepsilon)+1]}{c}$
4	Todos los intercambiadores de calor con $c = 0$	$\text{NTU} = -\ln(1-\varepsilon)$

Fuente: W. M. Kays y A. L. London. Compact Heat Exchangers, 3/e. McGraw-Hill, 1984.

EJEMPLO 11-8 El método de efectividad NTU

Un intercambiador de calor de doble tubo a contraflujo sirve para calentar agua de 20 a 80 °C a una tasa de 1.2 kg/s (figura 11-30). El calentamiento se realizará mediante agua geotérmica disponible a 160 °C a un flujo másico de 2 kg/s. El tubo interno es de pared delgada y tiene un diámetro de 1.5 cm. El coeficiente global de transferencia de calor del intercambiador de calor es de 640 W/m$^2\cdot$K. Usando el método de efectividad NTU, determine la longitud del intercambiador de calor requerido para lograr el calentamiento deseado.

SOLUCIÓN El agua se calienta en un intercambiador de calor de tubería doble de contraflujo mediante agua geotérmica. Usando el método ε NTU se debe determinar la longitud requerida del intercambiador de calor.

Análisis En el método de efectividad NTU primero se determinan las tasas de capacidad calorífica de los fluidos calientes y fríos y se identifica la más pequeña.

$$C_h = \dot{m}_h c_{ph} = (2\ \text{kg/s})(4.31\ \text{kJ/kg·K}) = 8.62\ \text{kW/K}$$
$$C_c = \dot{m}_c c_{pc} = (1.2\ \text{kg/s})(4.18\ \text{kJ/kg·K}) = 5.02\ \text{kW/K}$$

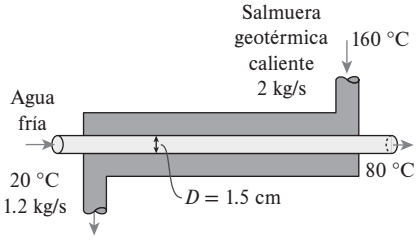


FIGURA 11-30
Esquema para el ejemplo 11-8.

Por tanto,

$$C_{\text{mín}} = C_c = 5.02 \text{ kW/K}$$

y

$$c = C_{\text{mín}}/C_{\text{máx}} = 5.02/8.62 = 0.582$$

Así que la tasa máxima de transferencia de calor se determina a partir de la ecuación 11-32, es decir,

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{máx}} &= C_{\text{mín}}(T_{h,\text{ entra}} - T_{c,\text{ entra}}) \\ &= (5.02 \text{ kW/K})(160 - 20)\ ^\circ\text{C} \\ &= 702.8 \text{ kW}\end{aligned}$$

La tasa de transferencia de calor máxima posible en este intercambiador de calor es 702.8 kW. La tasa real de transferencia de calor es:

$$\begin{aligned}\dot{Q} &= [\dot{m}c_p(T_{\text{sale}} - T_{\text{entra}})]_{\text{agua}} = (1.2 \text{ kg/s})(4.18 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K})(80 - 20)\ ^\circ\text{C} \\ &= 301.0 \text{ kW}\end{aligned}$$

Por tanto, la efectividad del intercambiador de calor es:

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{\text{máx}}} = \frac{301.0 \text{ kW}}{702.8 \text{ kW}} = 0.428$$

Conociendo la efectividad, el NTU de este intercambiador de calor de contraflujo se puede determinar a partir de la figura 11-27*b* o a partir de la relación apropiada de la tabla 11-5 para $c < 1$. Elegimos el último enfoque para tener mayor precisión:

$$\text{NTU} = \frac{1}{c-1}\ln\left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon c - 1}\right) = \frac{1}{0.582 - 1}\ln\left(\frac{0.428 - 1}{0.428 \times 0.582 - 1}\right) = 0.651$$

Entonces el área de superficie de transferencia de calor se convierte en:

$$\text{NTU} = \frac{UA_s}{C_{\text{mín}}} \longrightarrow A_s = \frac{\text{NTU}\,C_{\text{mín}}}{U} = \frac{(0.651)(5\,020 \text{ W/K})}{640 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}} = 5.11 \text{ m}^2$$

Para proporcionar esta área de superficie de transferencia de calor, la longitud del tubo debe ser:

$$A_s = \pi DL \longrightarrow L = \frac{A_s}{\pi D} = \frac{5.11 \text{ m}^2}{\pi(0.015 \text{ m})} = \mathbf{108 \text{ m}}$$

Discusión Este problema se resolvió en el ejemplo 11-4 utilizando el método LMTD. Cabe resaltar que se obtuvo prácticamente el mismo resultado de manera sistemática y directa utilizando el método de efectividad NTU.

EJEMPLO 11-9 **Enfriamiento de aceite caliente por agua en un intercambiador de calor de múltiples pasos**

Se debe enfriar aceite caliente con agua en un intercambiador de calor de un paso por la coraza y ocho pasos por los tubos. Los tubos tienen paredes delgadas y están hechos de cobre con un diámetro interno de 1.4 cm. La longitud

de cada paso por los tubos en el intercambiador de calor es de 5 m, y el coeficiente global de transferencia de calor es de 310 W/m$^2 \cdot$K. El agua fluye a través de los tubos a una tasa de 0.2 kg/s, y el aceite a través de la coraza a una tasa de 0.3 kg/s. El agua y el aceite entran a temperaturas de 20 y 150 °C, respectivamente. Determine la tasa de transferencia de calor en el intercambiador de calor y las temperaturas de salida del agua y el aceite.

SOLUCIÓN El aceite caliente debe enfriarse con agua en un intercambiador de calor. Se dan las tasas de flujo másico y las temperaturas de entrada. Se determinará la tasa de transferencia de calor y las temperaturas de salida.

Suposiciones **1** Existen condiciones de funcionamiento estacionarias. **2** El intercambiador de calor está bien aislado, de modo que la pérdida de calor en los alrededores es insignificante. **3** El grosor del tubo es insignificante, ya que tiene paredes delgadas. **4** Los cambios en las energías cinética y potencial de las corrientes de los fluidos son insignificantes. **5** El coeficiente global de transferencia de calor es constante y uniforme.

Propiedades Se toma el calor específico de agua y aceite como 4.18 y 2.13 kJ/kg $\cdot$ °C, respectivamente.

Análisis El esquema del intercambiador de calor se da en la figura 11-31. Las temperaturas de salida no están especificadas y no pueden determinarse a partir de un balance de energía. El uso del método LMTD en este caso implicará iteraciones tediosas y, por tanto, se sugiere emplear el método ε NTU. El primer paso en este método es determinar las tasas de capacidad calorífica de los fluidos calientes y fríos e identificar el más pequeño:

$$C_h = \dot{m}_h c_{ph} = (0.3 \text{ kg/s})(2.13 \text{ kJ/kg} \cdot \text{°C}) = 0.639 \text{ kW/K}$$
$$C_c = \dot{m}_c c_{pc} = (0.2 \text{ kg/s})(4.18 \text{ kJ/kg} \cdot \text{°C}) = 0.836 \text{ kW/K}$$

Por tanto,

$$C_{\text{mín}} = C_h = 0.639 \text{ kW/K y } c = \frac{C_{\text{mín}}}{C_{\text{máx}}} = \frac{0.639}{0.836} = 0.764$$

Luego, la tasa máxima de transferencia de calor se determina a partir de la ecuación 11-32, es decir,

$$\dot{Q}_{\text{máx}} = C_{\text{mín}}(T_{h,\text{ entra}} - T_{c,\text{ entra}}) = (0.639 \text{ kW/K})(150 - 20) \text{°C} = 83.1 \text{ kW}$$

Es decir, la tasa de transferencia de calor máxima posible en este intercambiador de calor es 83.1 kW. El área de superficie de transferencia de calor queda entonces:

$$A_s = n(\pi DL) = 8\pi(0.014 \text{ m})(5 \text{ m}) = 1.76 \text{ m}^2$$

Así que el NTU de este intercambiador de calor es:

$$\text{NTU} = \frac{UA_s}{C_{\text{mín}}} = \frac{(310 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K})(1.76 \text{ m}^2)}{639 \text{ W/K}} = 0.854$$

La efectividad de este intercambiador de calor correspondiente a $c = 0.764$ y NTU = 0.854 se determina de la figura 11-27*c*:

$$\varepsilon = 0.47$$

También se podría determinar la efectividad a partir de la tercera relación en la tabla 11-4 con mayor precisión, pero con más trabajo. Entonces la tasa real de transferencia de calor queda:

$$\dot{Q} = \varepsilon \dot{Q}_{\text{máx}} = (0.47)(83.1 \text{ kW}) = \mathbf{39.1 \text{ kW}}$$

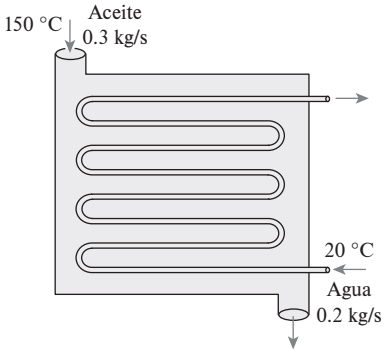


FIGURA 11-31
Esquema para el ejemplo 11-9.

Finalmente, se determina que las temperaturas de salida de las corrientes de fluido frío y caliente son:

$$\dot{Q} = C_c(T_{c,\,\text{sale}} - T_{c,\,\text{entra}}) \longrightarrow T_{c,\,\text{sale}} = T_{c,\,\text{entra}} + \frac{\dot{Q}}{C_c}$$

$$= 20\,^\circ\text{C} + \frac{39.1\ \text{kW}}{0.836\ \text{kW/K}} = \mathbf{66.8\,^\circ C}$$

$$\dot{Q} = C_h(T_{h,\,\text{entra}} - T_{h,\,\text{sale}}) \longrightarrow T_{h,\,\text{sale}} = T_{h,\,\text{entra}} - \frac{\dot{Q}}{C_h}$$

$$= 150\,^\circ\text{C} - \frac{39.1\ \text{kW}}{0.639\ \text{kW/K}} = \mathbf{88.8\,^\circ C}$$

Por tanto, la temperatura del agua de enfriamiento aumentará de 20 a 66.8 °C a medida que enfría el aceite caliente de 150 a 88.8 °C en este intercambiador de calor.

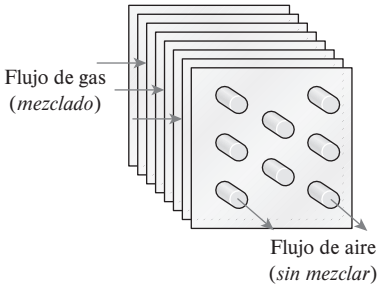


FIGURA 11-32
Esquema para el ejemplo 11-10.

C&S *EJEMPLO 11-10* Cumplimiento de un equipo comercial de lavado de vajillas con el estándar de la National Sanitation Foundation

El agua caliente para los equipos comerciales de lavado de vajillas se genera por el calor recuperado de los gases de escape de un horno. Se utiliza un intercambiador de calor de flujo cruzado, donde el gas caliente (mezclado) fluye sobre los tubos (figura 11-32). El gas caliente (c_p = 1 040 J/kg·K) ingresa al intercambiador de calor a 450 °C con un flujo másico de 2.5 kg/s. El agua (c_p = 4 200 J/kg·K) fluye a través de los tubos sin mezclar a 4 kg/s. Los tubos tienen un grosor de pared insignificante, y cada tubo tiene un diámetro y una longitud de 25 mm y 2 m, respectivamente. Los correspondientes coeficientes de transferencia de calor por convección en las superficies del tubo exterior e interior son 250 y 3 300 W/m^2·K, respectivamente. El estándar de la *National Sanitation Foundation* (NSF) para equipos comerciales de lavado de vajillas (ANSI/NSF 3) requiere que la temperatura final del agua de enjuague esté entre 82 y 90 °C. Si el agua ingresa al intercambiador de calor a 50 °C, determine la cantidad de tubos que se requieren en flujo cruzado con el gas para calentar el agua a 86 °C, de modo que cumpla con el estándar ANSI/NSF 3.

SOLUCIÓN En este ejemplo, los códigos de ingeniería desarrollados por el estándar de la *National Sanitation Foundation* (NSF) para equipos comerciales de lavado de vajillas (ANSI/NSF 3) se incorporan en un problema que involucra el uso de un intercambiador de calor de flujo cruzado para calentar agua para equipos comerciales de lavado de vajillas mediante el calor recuperado de un gas de escape de un horno. Se utiliza el método de efectividad NTU para el análisis del intercambiador de calor para determinar la cantidad de tubos necesarios en el flujo cruzado con el gas, de modo que el intercambiador de calor cumpla con el estándar ANSI/NSF 3.

Suposiciones **1** Condiciones de estado estacionario. **2** El intercambiador de calor está bien aislado, de modo que la pérdida de calor hacia los alrededores es insignificante y, por tanto, la transferencia de calor del fluido caliente es igual a la transferencia de calor al fluido frío. **3** Las propiedades de los fluidos son constantes. **4** Existe un factor de ensuciamiento por incrustación insignificante.

Análisis El coeficiente global de transferencia de calor para el intercambiador de calor es:

$$U = \left(\frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_o}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{3\,300\,\text{W/m}^2\cdot\text{K}} + \frac{1}{250\,\text{W/m}^2\cdot\text{K}}\right)^{-1} = 232.39\,\text{W/m}^2\cdot\text{K}$$

La tasa de capacidad calorífica para el fluido frío es:

$$C_c = \dot{m}_c c_{pc} = (4\,\text{kg/s})(4\,200\,\text{J/kg}\cdot\text{K}) = 16\,800\,\text{W/K}$$

La tasa de capacidad calorífica para el fluido caliente es:

$$C_h = \dot{m}_h c_{ph} = (2.5\,\text{kg/s})(1\,040\,\text{J/kg}\cdot\text{K}) = 2\,600\,\text{W/K} = C_{\text{mín}}$$

El cociente de capacidad se convierte en:

$$c = \frac{C_{\text{mín}}}{C_{\text{máx}}} = \frac{C_h}{C_c} = \frac{2\,600\,\text{W/K}}{16\,800\,\text{W/K}} = 0.15476$$

La efectividad del intercambiador de calor es:

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{\text{máx}}} = \frac{C_c(T_{c,\,\text{sale}} - T_{c,\text{entra}})}{C_{\text{mín}}(T_{h,\text{entra}} - T_{c,\text{entra}})} = \frac{(16\,800\,\text{W/K})(86-50)\,\text{K}}{(2\,600\,\text{W/K})(450-50)\,\text{K}} = 0.58154$$

La relación efectividad NTU para el intercambiador de calor de flujo cruzado ($C_{\text{mín}}$ mezclado, $C_{\text{máx}}$ sin mezclar) de la tabla 11-5 es:

$$\text{NTU} = -\frac{\ln[c\ln(1-\varepsilon)+1]}{c} = -\frac{\ln[(0.15476)\ln(1-0.58154)+1]}{0.15476} = 0.93578$$

La superficie total de transferencia de calor es:

$$A_s = \text{NTU}\frac{C_{\text{mín}}}{U} = (0.93578)\frac{2\,600\,\text{W/K}}{232.39\,\text{W/m}^2\cdot\text{K}} = 10.47\,\text{m}^2$$

El área de superficie de transferencia de calor se determina a partir del número de tubos, la longitud del tubo y su diámetro:

$$A_s = \pi DL \times \text{Número de tubos}$$

Por tanto, el número de tubos en flujo cruzado con el gas caliente queda:

$$\text{Número de tubos} = \frac{A_s}{\pi DL} = \frac{10.47\,\text{m}^2}{\pi(0.025\,\text{m})(2\,\text{m})} = 66.65 = \mathbf{67\ tubos}$$

Discusión Para generar agua caliente por el calor recuperado de un gas de escape del horno de 50 a 86 °C (el estándar ANSI/NSF3 requiere entre 82 y 90 °C), el intercambiador de calor de flujo cruzado necesitaría 67 tubos en flujo cruzado con el gas.

PtD *EJEMPLO 11-11* Prevención del peligro de incendio enfriando el etanol por debajo de su punto de inflamación

El etanol está clasificado por la Asociación Nacional de Protección contra Incendios (NFPA, por sus siglas en inglés: *National Fire Protection Association*) como un fluido inflamable debido a su bajo punto de inflamación de 17 °C.

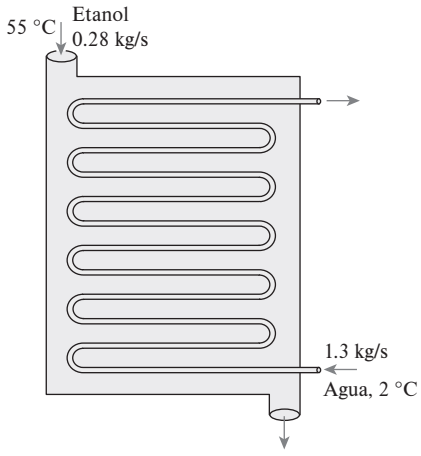


FIGURA 11-33
Esquema para el ejemplo 11-11.

Esto significa que a 17 °C o más, el etanol puede vaporizarse y convertirse en una mezcla en el aire que se encendería cuando está presente una fuente de ignición. Por tanto, en un entorno donde hay fuentes de ignición, mantener el etanol a una temperatura por debajo de su punto de inflamación puede ayudar a prevenir riesgo de incendio. Considere un proceso en el que se enfría etanol mediante agua en un intercambiador de calor de un paso que puede acomodar un máximo de 14 pasos de tubo (figura 11-33). Los tubos están hechos de cobre y tienen paredes delgadas con un diámetro interno de 1.5 cm. La longitud de cada paso de tubo que se puede instalar dentro del intercambiador de calor es de 3 m, y el coeficiente global de transferencia de calor es de 700 $W/m^2 \cdot K$. El etanol (c_p = 2 630 J/kg·K) ingresa al intercambiador de calor a 55 °C y fluye a través de la coraza a una tasa de 0.28 kg/s. El agua ingresa al intercambiador de calor a 2 °C y fluye a través de los tubos a una tasa de 1.3 kg/s. Para evitar el riesgo de incendio, el etanol debe enfriarse a 15 °C, que está por debajo de su punto de inflamación. Determine el número de pasos por los tubos que son necesarios dentro del intercambiador de calor de tubos y coraza para enfriar el etanol a la temperatura prescrita. Discuta si este intercambiador de calor es adecuado o no para esta aplicación. Evalúe cualquier propiedad requerida del agua a 5 °C. ¿Es esta una buena suposición?

SOLUCIÓN En este ejemplo se aplican los conceptos de Prevención a través del diseño (PtD) junto con el método de efectividad NTU para el análisis del intercambiador de calor.

Suposiciones **1** Existen condiciones de funcionamiento estacionarias. **2** El intercambiador de calor está bien aislado, de modo que la pérdida de calor en los alrededores es insignificante. **3** Los cambios en la energía cinética y potencial de las corrientes de fluidos son insignificantes. **4** Las propiedades del fluido son constantes. **5** La resistencia térmica de la pared del tubo es insignificante.

Propiedades El calor específico del etanol se conoce: c_{ph} = 2 630 J/kg·K. El calor específico del agua a 5 °C es c_{pc} = 4 205 J/kg·K (tabla A-9).

Análisis En el método de efectividad NTU, primero se determinan las tasas de capacidad calorífica de los fluidos calientes y fríos y se identifica la más pequeña:

$$C_h = \dot{m}_h c_{ph} = (0.28 \text{ kg/s})(2\,630 \text{ J/kg} \cdot \text{K}) = 736.4 \text{ W/K}$$
$$C_c = \dot{m}_c c_{pc} = (1.3 \text{ kg/s})(4\,205 \text{ J/Kg} \cdot \text{K}) = 5\,466.5 \text{ W/K}$$

Por tanto,

$$C_{\text{mín}} = C_h = 736.4 \text{ W/K}$$

y

$$c = C_{\text{mín}}/C_{\text{máx}} = 736.4/5\,466.5 = 0.1347$$

Luego, la tasa máxima de transferencia de calor se determina a partir de la ecuación 11-32, y se obtiene:

$$\dot{Q}_{\text{máx}} = C_{\text{mín}}(T_{h,\,\text{entra}} - T_{c,\,\text{entra}}) = (736.4 \text{ W/K})(55 - 2)\text{K} = 39\,029 \text{ W}$$

La tasa real de transferencia de calor es:

$$\dot{Q} = C_h(T_{h,\,\text{entra}} - T_{h,\,\text{sale}}) = (736.4 \text{ W/K})(55 - 15)\text{K} = 29\,456 \text{ W}$$

Por tanto, la efectividad del intercambiador de calor es:

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{\text{máx}}} = \frac{29\,456}{39\,029} = 0.7547$$

Para este intercambiador de calor de un paso, conociendo la efectividad (ε), se puede determinar el NTU de este intercambiador de calor a partir de la relación apropiada de la tabla 11-5:

$$\begin{aligned}\text{NTU}_1 &= -\frac{1}{\sqrt{1+c^2}}\ln\left(\frac{2/\varepsilon_1 - 1 - c - \sqrt{1+c^2}}{2/\varepsilon_1 - 1 - c + \sqrt{1+c^2}}\right)\\ &= -\frac{1}{\sqrt{1+0.1347^2}}\ln\left(\frac{2/0.7547 - 1 - 0.1347 - \sqrt{1+0.1347^2}}{2/0.7547 - 1 - 0.1347 + \sqrt{1+0.1347^2}}\right)\\ &= 1.592\end{aligned}$$

Note que para este intercambiador de calor de un paso, $\varepsilon_1 = \varepsilon$ y $\text{NTU}_1 = \text{NTU}$. Luego, el número de pasos por los tubos (n) se puede determinar usando

$$\text{NTU} = \frac{UA_s}{C_{\text{mín}}} = \frac{U(\pi DL)n}{C_{\text{mín}}} = 1.592$$

Así,

$$n = \frac{C_{\text{mín}}\text{NTU}}{U\pi DL} = \frac{(736.4\ \text{W/K})(1.592)}{(700\ \text{W/m}^2\cdot\text{K})\pi(0.015\ \text{m})(3\ \text{m})} = 11.8 \rightarrow \textbf{12 pasos por tubo}$$

Discusión Para reducir la temperatura del etanol de 55 a 15 °C, el intercambiador de calor de un paso requiere al menos 12 pasos por los tubos de 1.5 cm de diámetro y 3 m de largo. A 15 °C, la temperatura está por debajo del punto de inflamación del etanol, y se alivia el riesgo de incendio.

El intercambiador de calor puede acomodar hasta 14 pasos por los tubos, por lo que es adecuado para esta aplicación.

La temperatura de salida del agua se puede determinar a partir de:

$$\dot{Q} = C_c(T_{c,\,\text{sale}} - T_{c,\,\text{entra}}) \rightarrow T_{c,\,\text{sale}} = \frac{\dot{Q}}{C_c} + T_{c,\,\text{entra}} = \frac{29\,456\ \text{W}}{5\,466.5\text{W/}^\circ\text{C}} + 2\ ^\circ\text{C} = 7.4\ ^\circ\text{C}$$

Entonces, la temperatura media del volumen de agua es $T_{c,\,b} = (T_{c,\,\text{sale}} + T_{c,\,\text{entra}})/2 = 4.7$ °C. Por tanto, 5 °C es una temperatura adecuada para evaluar el calor específico del agua.

11-6 ▪ SELECCIÓN DE INTERCAMBIADORES DE CALOR

Los intercambiadores de calor son dispositivos complicados, y los resultados obtenidos con los enfoques simplificados presentados anteriormente deben usarse con cuidado. Por ejemplo, supusimos que el coeficiente global de transferencia de calor U es constante en todo el intercambiador de calor, y que los coeficientes de transferencia de calor por convección pueden predecirse utilizando las correlaciones de convección. Sin embargo, debe considerarse que la incertidumbre en el valor predicho de U puede superar 30%. Por tanto, es natural tender a diseñar los intercambiadores de calor hacia sus límites superiores para evitar sorpresas desagradables.

La mejora de la transferencia de calor en los intercambiadores de calor suele ir acompañada de *mayor caída de presión* y, por tanto, de *mayor potencia de bombeo.* Por tanto, cualquier ganancia de la mejora en la transferencia de calor debe sopesarse contra el costo de la caída de presión que la acompaña. Además, se debe pensar qué fluido debe pasar a través del lado del tubo y cuál a través del lado de la coraza. Por lo general, *el fluido más viscoso es más adecuado para el lado de la coraza*

(área de paso más grande y, por tanto, menor caída de presión) y *el fluido con mayor presión es más adecuado para el lado del tubo.*

Los ingenieros en la industria a menudo se encuentran en condiciones de seleccionar intercambiadores de calor para realizar ciertas tareas de transferencia de calor. Por lo general, el objetivo es calentar o enfriar un determinado fluido a un flujo másico y temperatura conocidos a una temperatura deseada. Por tanto, la *tasa de transferencia de calor* en el posible intercambiador de calor es:

$$\dot{Q} = \dot{m}c_p(T_{\text{entra}} - T_{\text{sale}})$$

lo que proporciona el requisito de transferencia de calor del intercambiador de calor antes de tener alguna idea sobre el intercambiador de calor en sí.

Un ingeniero que revisa los catálogos de fabricantes de intercambiadores de calor se verá abrumado por los tipos y números de intercambiadores de calor disponibles en el mercado. La selección adecuada depende de varios factores.

Tasa de transferencia de calor

Esta es la cantidad más importante en la selección de un intercambiador de calor. Un intercambiador de calor debe ser capaz de transferir calor a la tasa especificada para lograr el cambio de temperatura deseado del fluido a la tasa de flujo másico especificada.

Costo

Las limitaciones de presupuesto generalmente juegan un papel importante en la selección de intercambiadores de calor, excepto en algunos casos especializados en los que "el dinero no es un problema". Un intercambiador de calor en la bodega listo para usarse tiene una ventaja de costo definitiva sobre los que se van a pedir. Sin embargo, en algunos casos, ninguno de los intercambiadores de calor existentes funcionará, y puede ser necesario llevar a cabo la tarea costosa y lenta de diseñar y fabricar un intercambiador de calor desde cero para satisfacer ciertas necesidades. Este suele ser el caso cuando el intercambiador de calor es una parte integral del dispositivo general a fabricar.

Los costos de operación y mantenimiento del intercambiador de calor también son consideraciones importantes para evaluar el costo total.

Potencia de bombeo

En un intercambiador de calor, ambos fluidos se ven obligados a fluir por bombas o ventiladores que consumen energía eléctrica. El costo anual de electricidad asociado con la operación de las bombas y los ventiladores se puede determinar a partir de:

$$\begin{aligned}\text{Costo operativo} = {} & (\text{Potencia de bombeo, kW}) \times (\text{Tiempo de operación, h}) \\ & \times (\text{Costo unitario de la electricidad, \$/kWh})\end{aligned}$$

donde la potencia de bombeo es la potencia eléctrica total consumida por los motores de las bombas y los ventiladores. Por ejemplo, un intercambiador de calor que involucra una bomba de 1 hp y un ventilador 1/3 hp (1 hp = 0.746 kW) que funciona a plena carga durante 8 h al día y 5 días a la semana, consumirá 2 069 kWh de electricidad por año, lo que cuesta $166 (USD) a un costo de electricidad de 8 centavos/kWh.

Al minimizar la caída de presión y el flujo másico de los fluidos, se minimiza el costo operativo del intercambiador de calor, pero esto maximiza el tamaño del intercambiador de calor y, por tanto, el costo inicial. Como regla general, duplicar el flujo másico reducirá el costo inicial a la *mitad*, pero aumentará los requisitos de potencia de bombeo en un factor de *ocho,* aproximadamente.

Típicamente, las velocidades de los fluidos encontradas en los intercambiadores de calor oscilan entre 0.7 y 7 m/s para líquidos, y entre 3 y 30 m/s para gases. Las velocidades bajas son útiles para evitar la erosión, las vibraciones de los tubos y el ruido, así como la caída de presión.

Tamaño y peso

Normalmente, cuanto más *pequeño* y *ligero* sea el intercambiador de calor, mejor será. Este es especialmente el caso en las industrias *automotriz* y *aeroespacial,* donde los requisitos de tamaño y peso son más estrictos. Además, un intercambiador de calor más grande normalmente tiene un precio más alto. El espacio disponible para el intercambiador de calor en algunos casos limita la longitud de los tubos que se pueden usar.

Tipo

El tipo de intercambiador de calor a seleccionar depende principalmente de los tipos de *fluidos* involucrados, las limitaciones de *tamaño* y *peso,* y la presencia de cualquier proceso de *cambio de fase*. Por ejemplo, un intercambiador de calor es adecuado para enfriar un líquido con un gas si la superficie del lado del gas es mucho mayor que la del lado del líquido. Por otro lado, un intercambiador de calor de placa o coraza es muy adecuado para enfriar un líquido con otro líquido.

Materiales

Los materiales utilizados en la construcción del intercambiador de calor pueden ser una consideración importante en la selección de los intercambiadores de calor. Por ejemplo, los *efectos de tensión térmica y estructural* no necesitan considerarse a presiones inferiores a 15 atm o a temperaturas inferiores a 150 °C. Sin embargo, estos efectos son consideraciones importantes por encima de 70 atm o 550 °C y limitan seriamente los materiales aceptables del intercambiador de calor.

Una diferencia de temperatura de 50 °C o más entre los tubos y la coraza probablemente planteará problemas de *expansión térmica diferencial,* y también debe considerarse. En el caso de fluidos corrosivos, es posible que tengamos que seleccionar materiales caros *resistentes a la corrosión,* como el acero inoxidable o incluso el titanio si no estamos dispuestos a reemplazar con frecuencia los intercambiadores de calor de bajo costo.

Otras consideraciones

Hay otras consideraciones en la selección de intercambiadores de calor que pueden o no ser trascendentes, dependiendo de la aplicación. Por ejemplo, estar *a prueba de fugas* es una consideración importante cuando se trata de fluidos *tóxicos* o *caros*. Otras consideraciones en el proceso de selección son la facilidad de servicio, el bajo costo de mantenimiento y la seguridad y confiabilidad. La tranquilidad es una de las principales consideraciones en la selección de intercambiadores de calor líquido-aire utilizados en aplicaciones de calefacción y aire acondicionado.

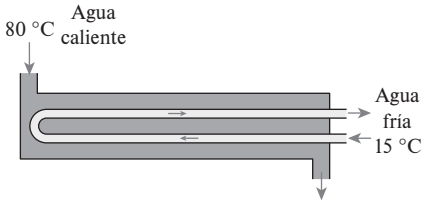


FIGURA 11-34
Esquema para el ejemplo 11-12.

EJEMPLO 11-12 **Instalación de un intercambiador de calor para ahorrar energía y dinero**

En una planta lechera, la leche se pasteuriza con agua caliente suministrada por un horno de gas natural. Se descarga agua caliente a un drenaje de piso abierto a 80 °C a una tasa de 15 kg/min. La planta funciona las 24 horas del día y los 365 días del año. El horno tiene una eficiencia de 80%, y el costo del gas natural es de $1.10 por termia (1 termia = 105 500 kJ). La temperatura promedio del agua fría que ingresa al horno todo el año es de 15 °C. El agua caliente drenada no puede devolverse al horno y recircularse porque está contaminada durante el proceso.

Para ahorrar energía se propone instalar un intercambiador de calor de agua a agua para precalentar el agua fría entrante con el agua caliente drenada. Suponiendo que el intercambiador de calor recuperará 75% del calor disponible en el agua caliente, determine la tasa de transferencia de calor del intercambiador de calor que necesita comprar y sugiera un tipo adecuado. Además, determine la cantidad de dinero que este intercambiador de calor ahorrará a la compañía al año al reducir su consumo de gas natural.

SOLUCIÓN Se instalará un intercambiador de calor de agua a agua para transferir energía del agua caliente drenada al agua fría entrante para precalentarla. Se determinará la tasa de transferencia de calor en el intercambiador de calor y las cantidades de energía y dinero ahorradas por año.

Suposiciones **1** Existen condiciones de funcionamiento estacionarias. **2** La efectividad del intercambiador de calor permanece constante.

Propiedades Se utiliza el calor específico del agua a temperatura ambiente, $c_p = 4.18$ kJ/kg · °C, y se trata como una constante.

Análisis En la figura 11-34 se ofrece un esquema del posible intercambiador de calor. La recuperación de calor del agua caliente será máxima cuando salga del intercambiador de calor a la temperatura de entrada del agua fría. Por tanto,

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{máx}} &= \dot{m}_h c_p (T_{h,\,\text{entra}} - T_{c,\,\text{entra}}) \\ &= \left(\frac{15}{60}\,\text{kg/s}\right)(4.18\,\text{kJ/kg}\cdot\text{K})(80-15)\,^\circ\text{C} \\ &= 67.9\,\text{kJ/s}\end{aligned}$$

Es decir, la corriente de agua caliente existente tiene el potencial de suministrar calor a una tasa de 67.9 kJ/s al agua fría entrante. Este valor se conseguiría en un intercambiador de calor de contraflujo con una superficie de transferencia de calor *muy grande*. Un intercambiador de calor de tamaño y costo razonables puede capturar 75% de este potencial de transferencia de calor. Por tanto, la tasa de transferencia de calor del posible intercambiador de calor debe ser:

$$\dot{Q} = \varepsilon \dot{Q}_{\text{máx}} = (0.75)(67.9\,\text{kJ/s}) = \mathbf{50.9\,kJ/s}$$

Es decir, el intercambiador de calor debería poder suministrar calor a una tasa de 50.9 kJ/s desde el agua caliente hasta el agua fría. Un intercambiador de calor ordinario de placa o uno de *tubos y coraza* debe ser adecuado para este propósito, ya que ambos lados del intercambiador de calor involucran el mismo fluido a tasas de flujo comparables y, por tanto, con coeficientes de transferencia de calor comparables. (Tenga en cuenta que si estuviera calentando aire con agua caliente, tendría que especificar un intercambiador de calor con una gran superficie en el lado del aire).

El intercambiador de calor funcionará las 24 horas del día y los 365 días del año. Por tanto, las horas de funcionamiento anuales son:

$$\text{Horas de funcionamiento} = (24\ \text{h/día})(365\ \text{días/año}) = 8\ 760\ \text{h/año}$$

Considerando que este intercambiador de calor ahorra 50.9 kJ de energía por segundo, la energía ahorrada durante todo un año será:

$$\begin{aligned}\text{Dinero ahorrado} &= (\text{tasa de transferencia de calor})(\text{tiempo de operación})\\ &= (50.9\ \text{kJ/s})(8\ 760\,\text{h/año})(3\ 600\,\text{s/h})\\ &= 1.605 \times 10^9\ \text{kJ/año}\end{aligned}$$

Se dice que el horno es 80% eficiente; es decir, por cada 80 unidades de calor suministradas por el horno, se debe suministrar al horno gas natural con un contenido energético de 100 unidades. Por tanto, los ahorros de energía determinados resultan en ahorros de combustible en la cantidad de:

$$\begin{aligned}\text{Combustible ahorrado} &= \frac{\text{Energía ahorrada}}{\text{Eficiencia del horno}} = \frac{1.605 \times 10^9\ \text{kJ/Año}}{0.80}\ \frac{1\ \text{termia}}{(105\ 500\ \text{kJ})}\\ &= 19\ 020\ \text{termia/año}\end{aligned}$$

Si el precio del gas natural es de $1.10 por termia, la cantidad de dinero ahorrado se convierte en:

$$\begin{aligned}\text{Dinero ahorrado} &= (\text{combustible ahorrado}) \times (\text{precio del combustible})\\ &= (119\ 020\ \text{termias/año})(\$1.10/\text{termia})\\ &= \mathbf{\$20\ 920/año}\end{aligned}$$

Por tanto, la instalación del intercambiador de calor propuesto le ahorrará a la compañía $20 920 al año, y el costo de instalación del intercambiador de calor quizá se pagará con el ahorro de combustible en poco tiempo.

TEMA DE INTERÉS ESPECIAL*

*El sistema cardiovascular humano como un intercambiador de calor a contraflujo**

El cuerpo humano experimenta muchos mecanismos por los cuales gana o pierde calor, incluida la conducción (por ejemplo por los pies en contacto con concreto), convección (viento que sopla sobre la piel expuesta), radiación (por ejemplo, solar) y evaporación (figura 11-35), como se describe en el capítulo 1. Además, el cuerpo humano genera calor a través del metabolismo; sin embargo, una cantidad significativa de este calor puede perderse en el entorno a través de la conducción y la convección. Para evitar que la temperatura corporal central descienda significativamente, el sistema cardiovascular se organiza como un intercambiador de calor a contraflujo. Este mecanismo de contraflujo cardiovascular desempeña una función importante en la termorregulación humana (sección 3-7). Recuerde que las extremidades tienden a tener una temperatura más baja o más alta en comparación con el cuerpo central, y que esto se debe en parte a factores externos y niveles de actividad. La temperatura corporal central no fluctúa significativamente en condiciones normales. En el sistema cardiovascular, el diseño a contraflujo se compone de una arteria que siempre está emparejada y adyacente a una vena (tenga en cuenta que una arteria transporta la sangre desde el corazón y generalmente hacia las extremidades, mientras que una vena transporta la sangre hacia el corazón y generalmente alejándose

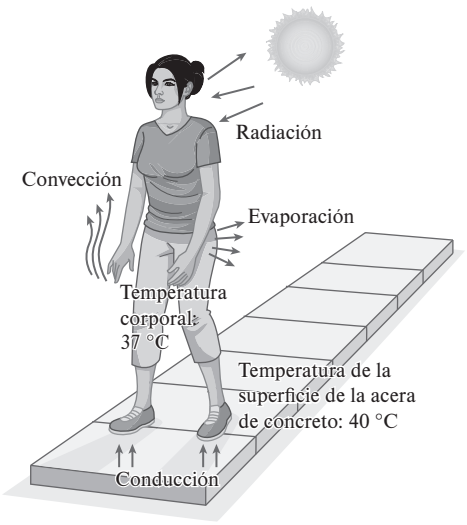
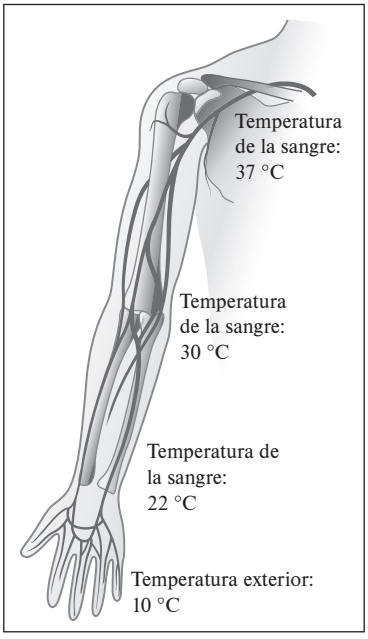


FIGURA 11-35
Intercambio de calor entre el cuerpo humano y su entorno por diferentes mecanismos (conducción, convección, radiación y evaporación).

** Esta sección es aportada por el profesor David A. Rubenstein, Departamento de Ingeniería Biomédica, Stony Brook, University Stony Brook, NY.*



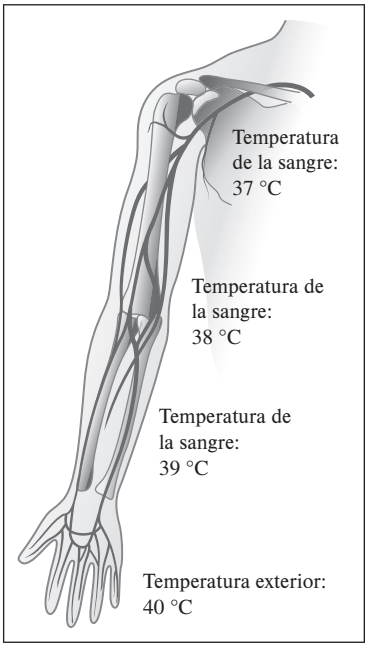


FIGURA 11-36

Variación de la temperatura de la sangre en el brazo humano para un ambiente frío y caliente.

de las extremidades). Se ha sugerido que el factor fisiológico relevante para reducir la cantidad de pérdida de calor del cuerpo hacia el medio ambiente, medido por una caída de la temperatura del flujo sanguíneo, es esta disposición muy precisa y muy regular del sistema cardiovascular como intercambiador de calor a contraflujo. Esta organización se ha observado en muchas especies (incluidos todos los animales de sangre caliente), y se ha observado una transferencia de calor cuantificable significativa y se ha medido entre estos dos vasos.

¿Cómo funciona el mecanismo de contraflujo en humanos? Imagine a una persona que ingresa a un ambiente más frío que la temperatura central del cuerpo (por ejemplo, 37 °C) desde un ambiente que es aproximadamente igual a la temperatura central del cuerpo. Primero, las extremidades de la persona (manos, dedos de manos y pies, etc.) estarán a una temperatura más alta que el medio ambiente. Por tanto, el calor fluirá desde las extremidades hacia el medio ambiente. Esto significa que la temperatura del tejido en las extremidades, y lo que es más importante, la sangre en las venas, será más baja que la temperatura de la sangre en las arterias (figura 11-36). Esto es causado por la transferencia de energía al medio ambiente si recordamos que las arterias alimentan el tejido con sangre, y son las venas las que eliminan la sangre del tejido. Con una transferencia de calor significativa entre la arteria y la vena, la temperatura de la sangre arterial comienza a descender, pero al mismo tiempo, la sangre venosa comienza a calentarse (recuerde que en los animales de sangre caliente, incluidos los humanos, los sistemas circulatorios están cerrados). Esto da como resultado que la sangre venosa regrese a la parte central a una temperatura más alta que la que tendría sin la transferencia de calor entre la arteria y la vena en un mecanismo de contraflujo. Además, esta sangre venosa calentada puede continuar calentándose a medida que pasa hacia el corazón y, por tanto, puede estar más cerca de la temperatura central del cuerpo generada por el metabolismo una vez que regresa al corazón. Por tanto, la transferencia neta de calor al medio ambiente se reduce a través de las acciones del intercambiador de calor a contraflujo cardiovascular. Parte de la belleza de este sistema es que no solo se altera la temperatura de la sangre venosa para que coincida más con la temperatura corporal central, sino que la temperatura de la sangre arterial también cambia para ajustarse más a la temperatura ambiental. Esto reduce efectivamente la fuerza impulsora para la transferencia de calor en las extremidades. Recuerde que con el calor excesivo perdido al medio ambiente, el cuerpo humano reducirá la temperatura de la piel y aumentará la tasa de generación de calor metabólico, como se describe en el capítulo 1: Tema de interés especial: Comodidad térmica. Este mecanismo desempeña una función primordial cuando la temperatura ambiental externa difiere significativamente de la temperatura corporal central en todos los animales de sangre caliente (figura 11-36, tanto en un ambiente frío, como en uno caliente).

La figura 11-37 puede representar un modelo simplificado del intercambiador de calor a contraflujo cardiovascular que se encuentra en una extremidad. Las direcciones de transferencia de calor se indican en esta figura, pero recuerde que la temperatura puede aumentar o disminuir (el calor se gana o se pierde) principalmente dependiendo de la temperatura ambiental. Aplicando la conservación de energía al sistema, se puede ver que la energía solo es transportada por la sangre y por el flujo de calor entre los tres sistemas (arteria, vena y ambiente externo). La energía que transporta la sangre se puede denotar como:

$$\dot{Q}_{\text{sangre}} = \dot{m}\frac{dh}{dx} = \dot{m}c_p\frac{dT}{dx} \qquad \textbf{(11-42)}$$

donde $\dot{m}$ es el flujo másico de la sangre y h es la entalpía de la sangre. Además, la transferencia de calor que ocurre entre los tres sistemas puede describirse mediante:

$$\dot{Q} = UA_s\Delta T_m \qquad \textbf{(11-15)}$$

que se ha usado para describir la tasa de transferencia de calor total en un intercambiador de calor. Aquí se incluyen múltiples ocurrencias de transferencia de calor en un parámetro global para simplificar el análisis. Por tanto, la tasa de transferencia de calor total de este sistema se puede definir como:

$$\dot{Q}_{\text{sangre}} + \dot{Q} = \dot{m}c_p\frac{dT}{dx} + UA_s\Delta T_m \tag{11-43}$$

La ecuación anterior se puede ampliar para los sistemas arterial (denotado con un subíndice A) y venoso (denotado con un subíndice V) como:

$$\begin{aligned}\dot{m}c_p\frac{dT_A}{dx} + (UA_s)_{AV}(T_A - T_V) + (UA_s)_A(T_A - T_\infty) = 0 \quad &\text{Arteria}\\ \dot{m}c_p\frac{dT_V}{dx} + (UA_s)_{AV}(T_A - T_V) - (UA_s)_V(T_V - T_\infty) = 0 \quad &\text{Vena}\end{aligned} \tag{11-44}$$

La ecuación 11-44 es un sistema de ecuaciones diferenciales lineales ordinarias, que se pueden resolver con cualquier método con el que esté familiarizado en un curso anterior de matemáticas avanzadas. Antes de continuar, es importante señalar que hay algunos supuestos que se han incorporado en este modelo. La primera suposición es que la diferencia de temperatura en la dirección radial (r) y la dirección angular (ϕ) son insignificantes (consulte la discusión del sistema de coordenadas en la sección 2-1, figura 2-3); la temperatura es solo una función de la dirección del flujo (x). También se puede ampliar este análisis a un sistema vascular más complicado si se sabe cómo cada uno de los pares arteria-vena está relacionado con el par arteria-vena analizado (es decir, si todas las propiedades de transferencia de calor son iguales, entonces simplemente se multiplica por la cantidad de lechos vasculares en todo el sistema para obtener la tasa de transferencia de calor total). También suponemos que los coeficientes de transferencia de calor y todas las demás propiedades térmicas no cambian a lo largo de la dirección del flujo dentro de un lecho vascular (es decir, el coeficiente de transferencia de calor entre la arteria y la vena es el mismo a lo largo de toda la longitud de los vasos sanguíneos, lo cual no es una gran suposición, ya que las propiedades biológicas del tejido cambiarán de los vasos más grandes a los más pequeños). Que las tasas de flujo dentro de la circulación arterial y venosa sean las mismas (o muy similares), también será una suposición subyacente de este modelo.

Todos los métodos que se han discutido en esta sección (el método de diferencia de temperatura media logarítmica o el método de efectividad NTU) para analizar un intercambiador de calor a contraflujo se pueden aplicar al flujo a través del sistema cardiovascular. Sin embargo, hay un par de puntos clave para recordar, que hacen que estos sistemas sean diferentes de los ya considerados. Primero, el fluido es el mismo en ambos vasos, y podemos suponer que las propiedades del fluido (excepto la temperatura) son muy similares en cada vaso. La densidad y la viscosidad del fluido en general son razonablemente iguales en arterias y venas, pero en los vasos pequeños, las propiedades del fluido pueden divergir. Además, el flujo de salida del recipiente más cálido está conectado a la entrada del recipiente más frío, por lo que deberíamos tener una tasa de flujo másico similar a través de cada tubo, y se puede suponer que $T_{h,\text{ sale}}$ es igual a $T_{c,\text{ entra}}$. Esto ignora que se pierde algo de líquido a lo largo de los vasos sanguíneos más pequeños; por tanto, hay algunos acoplamientos adicionales que pueden considerarse en estos casos.

El sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias lineales puede ser bastante complejo de analizar en la práctica. Por tanto, ha habido un trabajo significativo para simplificar este análisis. La simplificación más fácil de aplicar vino de Weinbaum y Jiji (1985), y puede representarse como:

$$\rho c_p\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(k_{\text{efe}}\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \dot{e}_m \tag{11-45}$$

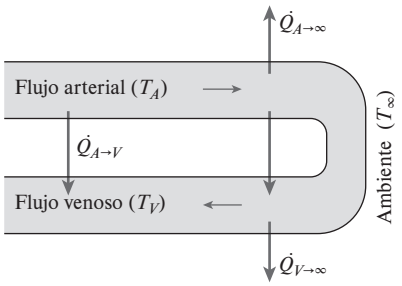


FIGURA 11-37

Modelo simplificado de extremidades para un intercambiador de calor a contraflujo.

donde $\dot{e}_m$ es el término de fuente metabólica de calor. La ecuación 11-45 solo es válida si podemos suponer una transferencia de calor unidimensional. De hecho, esta ecuación puede derivarse de la ecuación de transferencia de biocalentamiento discutida en el capítulo 3 (sección 3-7). Este modelo se ha basado únicamente en la temperatura del tejido, suponiendo que la temperatura sanguínea promedio y la temperatura local del tejido serán similares. La dificultad con este análisis es que el término de conductividad efectiva se vuelve bastante complicado porque Weinbaum y Jiji (1985) intentaron incorporar las imperfecciones del diseño del intercambiador de calor a contraflujo cardiovascular dentro de este término. La conductividad efectiva se puede representar como:

$$k_{\text{efe}} = k + \frac{n\pi^2 r^4 \rho^2 c_p^2 V_{\text{prom}}^2}{S^2 k_b} \tag{11-46}$$

donde S es el factor de forma de conducción de los vasos sanguíneos, n la densidad numérica de los pares de vasos que cruzan el volumen de control, r el radio de la arteria, ρ la densidad de la sangre, V_{prom} la velocidad promedio de la sangre, k la conductividad térmica del vaso sanguíneo, y k_b es la conductividad térmica de la sangre. El hallazgo más crítico del documento de Weinbaum y Jiji (1985) es que el diseño del sistema cardiovascular de esta manera mejora efectivamente la conductividad del tejido. Para los vasos más pequeños en la piel, la conductividad es aproximadamente 5% más grande de lo que se esperaría sin el diseño en contraflujo. Para los vasos más grandes en la región de la piel, esta mejora puede llegar hasta 70%, lo que sugiere que el mecanismo cardiovascular a contraflujo es un diseño muy eficiente para calentar la sangre antes de que ingrese a la parte central del cuerpo. Los supuestos principales en el modelo de Weinbaum y Jiji son que la temperatura media del tejido es igual al promedio de la temperatura de la sangre arterial y la temperatura de la vena en una sección transversal particular. En segundo lugar, la mayor parte de la conducción de calor ocurre entre la arteria y la vena, mientras que se pierde un mínimo de calor hacia el tejido circundante o el medio ambiente. Existen algunos trabajos computacionales y experimentales destinados a aliviar las limitaciones de los modelos ya descritos. Para estos métodos, era típico adoptar un enfoque de promedios de volumen para derivar las ecuaciones de transferencia de biocalentamiento y las ecuaciones de flujo sanguíneo. Estas ecuaciones tienden a ignorar las homogeneidades espaciales y la posibilidad de fluctuaciones con el tiempo. En realidad, estos modelos tienden a ser demasiado complicados y sin agregar mucha precisión.

EJEMPLO 11-13 Intercambiador de calor a contraflujo en el cuerpo humano

Considere que fluye sangre a través de un par de arterias y venas cerca de una extremidad del cuerpo humano. La arteria y la vena tienen un diámetro de 1 cm y 1.5 cm, respectivamente. La longitud de cada vaso sanguíneo es de 100 cm. La sangre fluye a través de la arteria a un flujo másico de 2 g/s, y fluye a través de la vena a un flujo másico de 1.8 g/s. La temperatura promedio de la sangre en la arteria es de 34 °C, y la temperatura promedio de la sangre en la vena es de 32 °C. La temperatura de entrada de la arteria es de 36 °C y la temperatura ambiente externa es de 20 °C. Determine el coeficiente global de transferencia de calor de la sangre y el cambio de temperatura respecto a la distancia para estas condiciones de flujo sanguíneo.

SOLUCIÓN La sangre en la arteria se está enfriando, mientras que la sangre en la vena se está calentando. La sangre fluye a contraflujo y se debe determi-

nar el coeficiente global de transferencia de calor para la sangre y el cambio de temperatura para estas condiciones de flujo sanguíneo.

Suposiciones **1** El flujo a través de cada vaso sanguíneo está completamente desarrollado. **2** Las propiedades de la sangre son constantes e iguales en la arteria y la vena. **3** Se tiene flujo de calor de superficie constante. **4** Las conductancias al medio ambiente desde la arteria y la vena son iguales.

Propiedades Las propiedades de la sangre son las siguientes:

$$k = 0.67\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}\cdot\mathrm{K}} \quad c_p = 3.475\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{K}}$$

$$\rho = 1\,050\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \qquad \mu = 0.035\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{s}\cdot\mathrm{cm}}$$

Análisis La figura 11-37 muestra el esquema de los vasos sanguíneos. El coeficiente global de transferencia de calor se puede calcular a partir de:

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_{\text{arteria}}} + \frac{1}{h_{\text{vena}}}$$

que es una modificación de la ecuación 11-5. Los coeficientes de transferencia de calor por convección se pueden determinar utilizando las relaciones de convección forzada. Usando la ecuación 8-5, el número de Reynolds para sangre en la arteria es:

$$\mathrm{Re} = \frac{4\dot{m}}{\mu\pi D} = \frac{4\left(2\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{s}}\right)}{\left(0.035\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{s}\cdot\mathrm{cm}}\right)(\pi)(1\ \mathrm{cm})} = 72.8$$

Y el número de Reynolds para la sangre en la vena es:

$$\mathrm{Re} = \frac{4\dot{m}}{\mu\pi D} = \frac{4\left(1.8\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{s}}\right)}{\left(0.035\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{s}\cdot\mathrm{cm}}\right)(\pi)(1.5\ \mathrm{cm})} = 43.7$$

El flujo es laminar (Re < 2 300) tanto en la arteria como en la vena. Por tanto, dado que el flujo está completamente laminar desarrollado con condiciones a la frontera de flujo de calor de superficie constante, el número de Nusselt para cada una de estas condiciones de flujo es 4.36 según lo dado por la ecuación 8-60.

Los coeficientes de transferencia de calor por convección se pueden calcular a partir de:

$$h_{\text{arteria}} = \frac{k}{D}\mathrm{Nu} = \frac{0.67\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}\cdot\mathrm{K}}}{0.01\ \mathrm{m}}(4.36) = 292\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2\cdot\mathrm{K}}$$

$$h_{\text{vena}} = \frac{k}{D}\mathrm{Nu} = \frac{0.67\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}\cdot\mathrm{K}}}{0.015\ \mathrm{m}}(4.36) = 195\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2\cdot\mathrm{K}}$$

Por tanto, el coeficiente global de transferencia de calor es igual a:

$$U = \frac{1}{\frac{1}{h_{\text{arteria}}} + \frac{1}{h_{\text{vena}}}} = \frac{1}{\frac{1}{292.12\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2\cdot\mathrm{K}}} + \frac{1}{194.75\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2\cdot\mathrm{K}}}} = \mathbf{116.9}\,\frac{\mathbf{W}}{\mathbf{m^2\cdot K}}$$

Al resolver esta ecuación 11-44 se obtiene:

$$\frac{T_A - T_\infty}{T_o - T_\infty} = \frac{\sqrt{1+2\left(\frac{N_i}{N_o}\right)}\cosh\left(N_o\sqrt{1+2\left(\frac{N_i}{N_o}\right)}\right)\left(1-\frac{x}{L}\right) + \operatorname{senh}\left(N_o\sqrt{1+2\left(\frac{N_i}{N_o}\right)}\right)\left(1-\frac{x}{L}\right)}{\sqrt{1+2\left(\frac{N_i}{N_o}\right)}\cosh\left(N_o\sqrt{1+2\left(\frac{N_i}{N_o}\right)}\right) + \operatorname{senh}\left(N_o\sqrt{1+2\left(\frac{N_i}{N_o}\right)}\right)}$$

$$\frac{T_V - T_\infty}{T_o - T_\infty} = \frac{\sqrt{1+2\left(\frac{N_i}{N_o}\right)}\cosh\left(N_o\sqrt{1+2\left(\frac{N_i}{N_o}\right)}\right)\left(1-\frac{x}{L}\right) - \operatorname{senh}\left(N_o\sqrt{1+2\left(\frac{N_i}{N_o}\right)}\right)\left(1-\frac{x}{L}\right)}{\sqrt{1+2\left(\frac{N_i}{N_o}\right)}\cosh\left(N_o\sqrt{1+2\left(\frac{N_i}{N_o}\right)}\right) + \operatorname{senh}\left(N_o\sqrt{1+2\left(\frac{N_i}{N_o}\right)}\right)}$$

donde

$$N_o = \frac{(UA_s)_A L}{\dot{m}c_p} \cong \frac{(UA_s)_V L}{\dot{m}c_p} = 0.00132$$

$$N_i = \frac{(UA_s)_{AV} L}{\dot{m}c_p} = 1.06$$

donde L es la longitud total de interés del vaso sanguíneo y los subíndices denotan arteria (A) o vena (V) o el par vascular combinado (AV). La solución a la ecuación 11-44 sigue una forma similar a la discutida para la ecuación de aleta en el capítulo 3 (sección 3-6), y está estrechamente relacionada con la solución para convección desde la punta de la aleta. Resolviendo las dos ecuaciones anteriores para nuestras condiciones, se obtiene:

$$\frac{T_A - 20\ ^\circ\text{C}}{36\ ^\circ\text{C} - 20\ ^\circ\text{C}} = \frac{\sqrt{1+2\left(\frac{1.06}{0.00132}\right)}\cosh\left(0.00132\sqrt{1+2\left(\frac{1.06}{0.00132}\right)}\right)\left(1-\frac{x}{100\text{ cm}}\right) + \operatorname{senh}\left(0.00132\sqrt{1+2\left(\frac{1.06}{0.00132}\right)}\right)\left(1-\frac{x}{100\text{ cm}}\right)}{\sqrt{1+2\left(\frac{1.06}{0.00132}\right)}\cosh\left(0.00132\sqrt{1+2\left(\frac{1.06}{0.00132}\right)}\right) + \operatorname{senh}\left(0.00132\sqrt{1+2\left(\frac{1.06}{0.00132}\right)}\right)}$$

$$\frac{T_v - 20\ ^\circ\text{C}}{36\ ^\circ\text{C} - 20\ ^\circ\text{C}} = \frac{\sqrt{1+2\left(\frac{1.06}{0.00132}\right)}\cosh\left(0.00132\sqrt{1+2\left(\frac{1.06}{0.00132}\right)}\right)\left(1-\frac{x}{100\text{ cm}}\right) - \operatorname{senh}\left(0.00132\sqrt{1+2\left(\frac{1.06}{0.00132}\right)}\right)\left(1-\frac{x}{100\text{ cm}}\right)}{\sqrt{1+2\left(\frac{1.06}{0.00132}\right)}\cosh\left(0.00132\sqrt{1+2\left(\frac{1.06}{0.00132}\right)}\right) + \operatorname{senh}\left(0.00132\sqrt{1+2\left(\frac{1.06}{0.00132}\right)}\right)}$$

Llevando a cabo las operaciones algebraicas, podemos encontrar una expresión para la variación de temperatura a lo largo de la longitud de los vasos sanguíneos.

$$T_A = 16\ ^\circ\text{C}\left(1 - \frac{x}{100\text{ cm}}\right) + 20\ ^\circ\text{C}$$

$$T_V = 15.97\ ^\circ\text{C}\left(1 - \frac{x}{100\text{ cm}}\right) + 20\ ^\circ\text{C}$$

Discusión La variación de temperatura a lo largo del vaso sanguíneo varía linealmente con la distancia. Se han encontrado soluciones similares para el flujo interno completamente desarrollado en condiciones a la frontera de flujo de calor de superficie constante (figura 8-11) y para intercambiadores de calor con dos corrientes de fluido que tienen la misma capacidad calorífica (figura 11-13). Se asume que las propiedades del fluido eran las mismas en la arteria y en la vena, y que cambiarían significativamente con la temperatura. A partir de las dos ecuaciones de variación de temperatura se puede calcular la temperatura a lo largo de la longitud de los vasos sanguíneos. Cuando $x = 0$ cm, las temperaturas en la arteria y la vena son 36 y 35.9 °C, respectivamente

(recuerde que la longitud sería relativa a la entrada de la arteria). Cuando x = 50 cm, las temperaturas en la arteria y la vena son 28 y 27.9 °C, respectivamente. Por último, cuando x = 100 cm, la temperatura en la arteria y en la vena son iguales, y son 20 °C, que es la temperatura ambiental.

En trabajos más recientes se ha demostrado que la organización en contraflujo de los vasos sanguíneos tiene una relevancia fisiológica más significativa que el calentamiento/enfriamiento de la sangre a medida que regresa al cuerpo central. La temperatura del cerebro es crítica para muchos procesos fisiológicos, y uno puede imaginar el daño que ocurriría si la temperatura del cerebro fluctuara significativamente desde su temperatura normal. Un artículo reciente identificó que por arriba de un cierto umbral de temperatura (en el rango de 38.5 °C), el aumento de la temperatura cerebral no coincide con el de la temperatura de la arteria carótida (el vaso sanguíneo que suministra sangre al cerebro) en las ovejas (Strauss *et al.*, 2015). Este grupo también ilustró que este mecanismo estaba relacionado con el grado de hidratación del animal, y propusieron el enfriamiento selectivo del cerebro como mecanismo para regular la hidratación del animal. En las condiciones en las que estaban deshidratadas las ovejas, se usó enfriamiento selectivo del cerebro con mayor frecuencia para controlar la temperatura del cerebro, y este mecanismo permitió a los animales ahorrar un promedio de 2.6 L de agua por día. Sin embargo, con esos estudios hubo una cantidad significativa de variabilidad entre animales. El objetivo de este estudio fue ilustrar roles fisiológicos adicionales de la organización de intercambio de calor a contraflujo del sistema cardiovascular.

Referencias

1. W. M. Strauss, R. S. Hetem, D. Mitchell, S. K. Maloney, L. C. R. Meyer y A. Fuller. “Selective Brain Cooling Reduces Water Turnover in Dehydrated Sheep.” *PLOS One* 10(2): 2015, pp. e0115514 (12 páginas). doi: 10.1371/journal.pone.0115514.
2. S. Weinbaum y L. M. Jiji. “A New Simplified Bioheat Equation for the Effect of Blood Flow on Local Average Tissue Temperature.” *Journal of Biomechanical Engineering* 107 (1985), pp. 131-139.

RESUMEN

Los intercambiadores de calor son dispositivos que permiten el intercambio de calor entre dos fluidos sin dejar que se mezclen entre sí. Los intercambiadores de calor se fabrican en una variedad de tipos, el más simple es el intercambiador de calor de *doble tubo.* En el tipo de *flujo paralelo*, tanto los fluidos calientes como los fríos ingresan al intercambiador de calor en el mismo extremo y se mueven en la misma dirección, mientras que en un tipo de *contraflujo*, los fluidos calientes y fríos ingresan al intercambiador de calor en extremos opuestos y fluyen en direcciones opuestas. En intercambiadores de calor *compactos*, los dos fluidos se mueven de manera perpendicular entre sí y dicha configuración de flujo se llama *flujo cruzado*. Otros tipos comunes de intercambiadores de calor en aplicaciones industriales son los intercambiadores de calor de *placas* y los de *tubos* y *coraza*.

La transferencia de calor en un intercambiador de calor implica convección en cada fluido y conducción a través de la pared que separa los dos fluidos. En el análisis de intercambiadores de calor es conveniente trabajar con un *coeficiente global de transferencia de calor U* o una *resistencia térmica total R*, expresada como:

$$\frac{1}{UA_s} = \frac{1}{U_iA_i} = \frac{1}{U_oA_o} = R = \frac{1}{h_iA_i} + R_{\text{pared}} + \frac{1}{h_oA_o}$$

donde los subíndices i y o representan las superficies internas y externas de la pared que separa los dos fluidos, respectivamente. Cuando el grosor de la pared del tubo es pequeño y la conductividad térmica del material del tubo es alta, la relación se simplifica a:

$$\frac{1}{U} \approx \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_o}$$

donde $U \approx U_i \approx U_o$. Los efectos de las incrustaciones (suciedad) en las superficies internas y externas de los tubos de un intercambiador de calor pueden expresarse como:

$$\frac{1}{UA_s} = \frac{1}{U_iA_i} = \frac{1}{U_oA_o} = R = \frac{1}{h_iA_i} + \frac{R_{f,i}}{A_i} + \frac{\ln(D_o/D_i)}{2\pi kL} + \frac{R_{f,o}}{A_o} + \frac{1}{h_oA_o}$$

donde $A_i = \pi D_iL$ y $A_o = \pi D_oL$ son las áreas de las superficies interna y externa y $R_{f,i}$ y $R_{f,o}$ son los factores de incrustación en esas superficies.

En un intercambiador de calor bien aislado, la tasa de transferencia de calor desde el fluido caliente es igual a la tasa de transferencia de calor hacia el fluido frío. Es decir,

$$\dot{Q} = \dot{m}_c c_{pc}(T_{c,\text{sale}} - T_{c,\text{entra}}) = C_c(T_{c,\text{sale}} - T_{c,\text{entra}})$$

y

$$\dot{Q} = \dot{m}_h c_{ph}(T_{h,\text{entra}} - T_{h,\text{sale}}) = C_h(T_{h,\text{entra}} - T_{h,\text{sale}})$$

donde los subíndices *c* (*frío*) y *h* (*caliente*) representan los fluidos frío y caliente, respectivamente, y el producto de la tasa de flujo másico y el calor específico de un fluido $\dot{m}c_p$ se llama *tasa de capacidad calorífica.*

De los dos métodos utilizados en el análisis de los intercambiadores de calor, el método de *diferencia de temperatura media logarítmica* (o LMTD, por sus siglas en inglés) es el más adecuado para determinar el tamaño de un intercambiador de calor cuando se conocen todas las temperaturas de entrada y salida. El método *efectividad NTU* es el más adecuado para predecir las temperaturas de salida de las corrientes de fluido caliente y frío en un intercambiador de calor específico. En el método LMTD, la tasa de transferencia de calor se determina a partir de:

$$\dot{Q} = UA_s\Delta T_{\text{ml}}$$

donde

$$\Delta T_{\text{ml}} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln(\Delta T_1/\Delta T_2)}$$

es la *diferencia de temperatura media logarítmica*, que es la forma adecuada para la diferencia de temperatura promedio para ser usada en el análisis de intercambiadores de calor. Aquí ΔT_1 y ΔT_2 representan las diferencias de temperatura entre los dos fluidos en los dos extremos (entrada y salida) del intercambiador de calor. Para intercambiadores de calor de flujo cruzado y de tubos y coraza de flujo de pasos múltiples, la diferencia de temperatura media logarítmica está relacionada con la temperatura contraflujo $\Delta T_{\text{ml, CF}}$ como:

$$\Delta T_{\text{ml}} = F\Delta T_{\text{ml, CF}}$$

donde *F* es el *factor de corrección*, que depende de la geometría del intercambiador de calor y de las temperaturas de entrada y salida de las corrientes de fluido caliente y frío.

La *efectividad* de un intercambiador de calor se define como:

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{\text{máx}}} = \frac{\text{Tasa de transferencia de calor real}}{\text{Tasa de transferencia de calor posible máxima}}$$

donde

$$\dot{Q}_{\text{máx}} = C_{\text{mín}}(T_{h,\text{entra}} - T_{c,\text{entra}})$$

y $C_{\text{mín}}$ es el menor de $C_h = \dot{m}_h c_{ph}$ y $C_c = \dot{m}_c c_{pc}$. La efectividad de los intercambiadores de calor se puede determinar a partir de las relaciones o gráficas de efectividad.

La selección o diseño de un intercambiador de calor depende de varios factores, como la tasa de transferencia de calor, costo, caída de presión, tamaño, peso, tipo de construcción, materiales y el entorno operativo.

REFERENCIAS Y LECTURAS RECOMENDADAS

1. N. Afgan y E. U. Schlunder. *Heat Exchanger: Design and Theory Sourcebook*. Washington, DC: McGraw-Hill/Scripta, 1974.
2. R. A. Bowman, A. C. Mueller y W. M. Nagle. "Mean Temperature Difference in Design." *Transactions of the ASME* 62 (1940), p. 283. Reimpreso con autorización de ASME International.
3. A. P. Fraas. *Heat Exchanger Design.* 2a ed. Nueva York: John Wiley & Sons, 1989.
4. K. A. Gardner. "Variable Heat Transfer Rate Correction in Multipass Exchangers, Shell Side Film Controlling." *Transactions of the ASME* 67 (1945), pp. 31-38.
5. W. M. Kays y A. L. London. *Compact Heat Exchangers.* 3a ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1984.
6. W. M. Kays y H. C. Perkins. "Forced Convection, Internal Flow in Ducts." En *Handbook of Heat Transfer,* ed. W. M. Rohsenow y J. P. Hartnett. Nueva York: McGraw-Hill, 1972, Cap. 7.
7. Q. Li, G. Flamant, X. Yuan, P. Neveu y L. Luo. "Compact Heat Exchangers: A Review and Future Applications for a New Generation of High Temperature Solar Receivers." *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 15 (2011), pp. 4855-4875.
8. A. C. Mueller. "Heat Exchangers." Cap. 18 En *Handbook of Heat Transfer*, ed. W. M. Rohsenow y J. P. Hartnett. Nueva York: McGraw-Hill, 1972.
9. M. N. Özişik. *Heat Transfer–A Basic Approach*. Nueva York: McGraw-Hill, 1985.

10. E. U. Schlunder. *Heat Exchanger Design Handbook.* Washington, DC: Hemisphere, 1982.
11. *Standards of Tubular Exchanger Manufacturers Association*, 9a ed. Nueva York: Tubular Exchanger Manufacturers Association, 2007.
12. R. A. Stevens, J. Fernandes y J. R. Woolf. "Mean Temperature Difference in One, Two, and Three Pass Crossflow Heat Exchangers." *Transactions of the ASME* 79 (1957), pp. 287-297.
13. J. Taborek, G. F. Hewitt y N. Afgan. *Heat Exchangers: Theory and Practice*. New York: Hemisphere, 1983.
14. G. Walker. *Industrial Heat Exchangers*. Washington, DC: Hemisphere, 1982.

PROBLEMAS*

Tipos de intercambiadores de calor

11-1C Clasifique los intercambiadores de calor según el tipo de flujo y explique las características de cada uno.

11-2C ¿Cuándo se clasifica un intercambiador de calor como compacto? ¿Cree que un intercambiador de calor de doble tubo se puede clasificar como un intercambiador de calor compacto?

11-3C ¿Qué es un intercambiador de calor regenerativo? ¿Cómo difiere un intercambiador de calor regenerativo de tipo estático de uno dinámico?

11-4C ¿Cuál es la función de los deflectores en un intercambiador de calor de tubos y coraza? ¿Cómo afectan los deflectores la transferencia de calor y los requisitos de potencia de bombeo? Explique.

11-5C Dibuje un intercambiador de calor de tubos y coraza de un paso por la coraza y seis pasos por los tubos. ¿Cuáles son las ventajas y desventajas de usar seis pasos por los tubos en lugar de solo dos del mismo diámetro?

11-6C Dibuje un intercambiador de calor de tubos y coraza de dos pasos por la coraza y ocho por los tubos. ¿Cuál es la razón principal para usar tantos pasos por los tubos?

11-7C ¿En qué se diferencia un intercambiador de calor de flujo cruzado de uno de contraflujo? ¿Cuál es la diferencia entre fluidos mezclados y no mezclados en flujo cruzado?

Coeficiente global de transferencia de calor

11-8C ¿Cuáles son los mecanismos de transferencia de calor involucrados durante la transferencia de calor en un intercambiador de calor líquido a líquido desde el fluido caliente al frío?

11-9C ¿En qué condiciones es insignificante la resistencia térmica del tubo en un intercambiador de calor?

11-10C Considere un intercambiador de calor de flujo paralelo de tubería doble de longitud L. Los diámetros interno y externo del tubo interno son D_1 y D_2, respectivamente, y el diámetro interno del tubo externo es D_3. Explique cómo determinaría las dos áreas de superficie de transferencia de calor A_i y A_o. ¿Cuándo es razonable suponer $A_i \approx A_o \approx A_s$?

11-11C ¿Cómo se toma en cuenta la resistencia térmica debido a las incrustaciones (ensuciamiento) en un intercambiador de calor?, ¿cómo afecta la velocidad del fluido y la temperatura a las incrustaciones?

11-12C ¿Cuáles son las restricciones en la relación $UA_s = U_iA_i = U_oA_o$ para un intercambiador de calor? Aquí A_s es el área de superficie de transferencia de calor y U es el coeficiente global de transferencia de calor.

11-13C En un intercambiador de calor de doble tubo de pared delgada, ¿cuándo es razonable la aproximación $U = h_i$? Aquí U es el coeficiente global de transferencia de calor y h_i es el coeficiente de transferencia de calor por convección dentro del tubo.

11-14C ¿Cuáles son las causas comunes de incrustación en un intercambiador de calor?, ¿cómo afecta las incrustaciones (suciedad) en la transferencia de calor y la caída de presión?

11-15C ¿En qué condiciones se puede determinar el coeficiente global de transferencia de calor de un intercambiador de calor a partir de $U = (1/h_i + 1/h_o)^{-1}$?

11-16I El tubo de un intercambiador de calor tiene un diámetro interno de 2 pulg y un diámetro externo de 3 pulg. La conductividad térmica del material del tubo es de 0.5 Btu/h·pie·°F, mientras que el coeficiente de transferencia de calor de la superficie interna es de 50 Btu/h·pie^2·°F y el coeficiente de transferencia de calor de la superficie externa es de 10 Btu/h·pie^2.°F. Determine los coeficientes globales de transferencia de calor en función de las superficies exterior e interior.

11-17 Se utiliza un intercambiador de calor de doble tubo de paredes delgadas y largas con diámetros de tubo y coraza de 1.0 cm y 2.5 cm, respectivamente, para condensar el refrigerante 134a con agua a 20 °C. El refrigerante fluye a través del tubo, con un coeficiente de transferencia de calor por convección $h_i = 4\ 100$ W/m^2·K. El agua fluye a través de la coraza a una tasa de 0.3 kg/s. Determine el coeficiente global de transferencia de calor de este intercambiador de calor.

11-18 Repita el problema 11-17 asumiendo que se forma una capa de piedra caliza de 2 mm de espesor ($k = 1.3$ W/m·K) en la superficie externa del tubo interno.

11-19 Reconsidere el problema 11-18. Usando el software apropiado, trace el coeficiente de transferencia de calor global en función del grosor de la piedra caliza, que varía de 1 mm a 3 mm, y analice los resultados.

11-20I Fluye agua a una temperatura promedio de 180 °F y una velocidad promedio de 4 pie/s a través de un tubo de diámetro delgado $\frac{3}{4}$ de pulg. El agua se enfría por el aire que fluye

* Los problemas señalados con una "C" son preguntas conceptuales en las que se alienta a los estudiantes a responderlas todas. Los problemas designados con una "I" están en unidades del sistema inglés, y los usuarios del SI pueden ignorarlos. Los problemas con el icono son de naturaleza integral y están destinados a resolverse con el software adecuado. Los problemas con el icono PtD son problemas de prevención a través del diseño (*Prevention through Design*). Los problemas con el icono C&S son de códigos y estándares (*Codes and Standards*).

a través del tubo con una velocidad de 12 pie/s a una temperatura promedio de 80 °F. Determine el coeficiente global de transferencia de calor.

11-21 Un recipiente enchaquetado, equipado con un agitador de turbina, se usa para calentar una corriente de agua de 10 a 54 °C. El coeficiente de transferencia de calor promedio para el agua en la pared interna del recipiente se puede estimar a partir de $Nu = 0.76\ Re^{2/3}Pr^{1/3}$. Vapor saturado a 100 °C se condensa en la chaqueta, con un coeficiente promedio de transferencia de calor en $kW/m^2 \cdot K$, $h_o = 13.1\ (T_g - T_w)^{-0.25}$. Las dimensiones del recipiente son: $D_t = 0.6$ m, $H = 0.6$ m y $D_a = 0.2$ m. La velocidad del agitador es de 60 rpm. Calcule la tasa de masa de agua que se puede calentar en este recipiente agitado de manera constante.

11-22I Se dice que un intercambiador de calor de contraflujo tiene un coeficiente global de transferencia de calor basado en el área del tubo exterior de 50 $Btu/h \cdot pie^2 \cdot °F$ cuando funciona limpiamente en condiciones de diseño. Después de un periodo de uso, la acumulación de incrustaciones en el intercambiador de calor da un factor de incrustación de 0.002 $h \cdot pie^2 \cdot °F/Btu$. Determine *a*) el coeficiente global de transferencia de calor del intercambiador de calor, y *b*) el cambio porcentual en el coeficiente global de transferencia de calor debido a la acumulación de incrustaciones.

11-23 Fluye agua a una temperatura promedio de 110 °C y una velocidad promedio de 3.5 m/s a través de un tubo de acero inoxidable de 7 m de largo ($k = 14.2$ W/m · K) en una caldera. Los diámetros interior y exterior del tubo son $D_i = 1.0$ cm y $D_o = 1.4$ cm, respectivamente. Si el coeficiente de transferencia de calor por convección en la superficie exterior del tubo donde se produce la ebullición es $h_o = 7\ 200\ W/m^2 \cdot K$, determine el coeficiente global de transferencia de calor U_i de esta caldera en función de la superficie interna del tubo.

11-24 Repita el problema 11-23 suponiendo un factor de incrustación $R_{f,i} = 0.0005\ m^2 \cdot K/W$ en la superficie interna del tubo.

11-25 Reconsiderar el problema 11-24. Usando un software apropiado, trace el coeficiente global de transferencia de calor con base en la superficie interna como función del factor de incrustación, que varía de $0.0001\ m^2 \cdot K/W$ a $0.0008\ m^2 \cdot K/W$, y discuta los resultados.

11-26 Un intercambiador de calor de tubo doble está construido con un tubo interno de cobre ($k = 380$ W/m · K) de diámetro interno $D_i = 1.2$ cm y diámetro externo $D_o = 1.6$ cm y un tubo externo de diámetro 3.0 cm . Se informa que el coeficiente de transferencia de calor por convección es $h_i = 800\ W/m^2 \cdot K$ en la superficie interna del tubo y $h_o = 240\ W/m^2 \cdot K$ en su superficie externa. Para un factor de incrustación de $R_{f,i} = 0.0005\ m^2 \cdot K/W$ en el lado del tubo y $R_{f,o} = 0.0002\ m^2 \cdot K/W$ en el lado de la coraza, determine *a*) la resistencia térmica del intercambiador de calor por unidad de longitud, y *b*) los coeficientes globales de transferencia de calor U_i y U_o basados en las áreas de superficie interna y externa del tubo, respectivamente.

11-27 Reconsidere el problema 11-26. Usando el software apropiado, investigue los efectos de la conductividad de la tubería y los coeficientes de transferencia de calor sobre la resistencia térmica del intercambiador de calor. Considere que la conductividad térmica varía de 10 W/m · K a 400 W/m · K, y que el coeficiente de transferencia de calor por convección varía de $500\ W/m^2 \cdot K$ a $1\ 500\ W/m^2 \cdot K$ en la superficie interna, y de $1\ 000\ W/m^2 \cdot K$ a $2\ 000\ W/m^2 \cdot K$ en la superficie exterior. Trace la resistencia térmica del intercambiador de calor en función de la conductividad térmica y los coeficientes de transferencia de calor, y analice los resultados.

11-28 Fluye aceite de motor caliente con una capacidad calorífica de 4 440 W/K (producto del flujo másico y calor específico), y una temperatura de entrada de 150 °C a través de un intercambiador de calor de doble tubo. El intercambiador de calor está construido con una tubería de cobre de 1.5 m de longitud ($k = 250$ W/m · K) con un tubo interno de diámetro interno de 2 cm y un diámetro externo de 2.25 cm. El diámetro interior del tubo exterior del intercambiador de calor es de 6 cm. Fluye aceite a una tasa de 2 kg/s a través del tubo interno y sale del intercambiador de calor a una temperatura de 50 °C. El fluido frío, es decir, el agua, ingresa al intercambiador de calor a 20 °C y sale a 70 °C, suponiendo que el factor de incrustación en el lado del aceite y el lado del agua sea $0.00015\ m^2 \cdot K/W$ y $0.0001\ m^2 \cdot K/W$, respectivamente, determine el coeficiente global de transferencia de calor en las superficies interna y externa del tubo de cobre.

Análisis de intercambiadores de calor

11-29C ¿Cuáles son las aproximaciones comunes que se hacen en el análisis de intercambiadores de calor?

11-30C ¿En qué condiciones la relación de transferencia de calor $\dot{Q} = \dot{m}_c c_{pc}(T_{c,\text{sale}} - T_{c,\text{entra}}) = \dot{m}_h c_{ph}(T_{h,\text{entra}} - T_{h,\text{sale}})$ es válida para un intercambiador de calor?

11-31C Considere un condensador en el que se condensa vapor a una temperatura específica al rechazar el calor hacia el agua de enfriamiento. Si se conoce la tasa de transferencia de calor en el condensador y el aumento de temperatura del agua de enfriamiento, explique cómo se puede determinar la tasa de condensación del vapor y la tasa de flujo másico del agua de enfriamiento. Además, explique cómo se puede evaluar la resistencia térmica total *R* de este condensador en este caso.

11-32C ¿Qué es la tasa de capacidad calorífica? ¿Qué puede decir sobre los cambios de temperatura de los fluidos calientes y fríos en un intercambiador de calor si ambos fluidos tienen la misma tasa de capacidad calorífica? ¿Qué significa una capacidad calorífica infinita para un fluido en un intercambiador de calor?

11-33C ¿En qué condiciones la elevación de temperatura del fluido frío en un intercambiador de calor será igual a la disminución de temperatura del fluido caliente?

11-34 Muestre que los perfiles de temperatura de dos corrientes de fluido (caliente y frío) que tienen las mismas tasas de capacidad calorífica son paralelas entre sí en cada sección del intercambiador de calor de contraflujo. *Sugerencia:* consulte el análisis presentado en las secciones 11-3 y 11-4.

Método de diferencia de temperatura media logarítmica

11-35C En la relación de transferencia de calor $\dot{Q} = UA_s\,\Delta T_{\text{ml}}$ para un intercambiador de calor, ¿cómo se llama ΔT_{ml}? ¿Cómo se calcula para un intercambiador de calor de flujo paralelo y uno de contracorriente?

11-36C ¿Cómo difiere de la diferencia de temperatura media logarítmica para un intercambiador de calor de la diferencia de temperatura media aritmética? Para temperaturas de entrada y salida especificadas, ¿cuál de estas dos cantidades es mayor?

11-37C La diferencia de temperatura entre los fluidos calientes y fríos en un intercambiador de calor es ΔT_1 en un extremo y ΔT_2 en el otro. ¿Puede la diferencia de temperatura logarítmica ΔT_{ml} de este intercambiador de calor ser mayor que ΔT_1 y ΔT_2? Explique.

11-38C ¿Puede la temperatura de salida del fluido frío en un intercambiador de calor ser más alta que la temperatura de salida del fluido caliente en un intercambiador de calor de flujo paralelo?, ¿y en un intercambiador de calor de contraflujo? Explique.

11-39C Explique cómo se puede utilizar el método LMTD para determinar el área de superficie de transferencia de calor de un intercambiador de calor de tubos y coraza múltiple cuando se proporciona toda la información necesaria, incluidas las temperaturas de salida.

11-40C En la relación de transferencia de calor $\dot{Q} = UA_s \Delta T_{ml}$ para un intercambiador de calor, ¿cómo se llama la cantidad F?, ¿qué representa?, ¿puede F ser mayor que 1?

11-41C Cuando no se conocen las temperaturas de salida de los fluidos en un intercambiador de calor, ¿sigue siendo práctico utilizar el método LMTD? Explique.

11-42C Para temperaturas de entrada y salida dadas, ¿para qué tipo de intercambiador de calor será ΔT_{ml} mayor: flujo paralelo de doble tubo, contraflujo de doble tubo, flujo cruzado o intercambiador de calor de tubos y coraza de múltiples pasos?

11-43 Se utiliza un intercambiador de calor de flujo paralelo de doble tubo para calentar agua fría del grifo usando agua caliente. El agua caliente ($c_p = 4.25$ kJ/kg·K) ingresa al tubo a 85 °C a una tasa de 1.4 kg/s y sale a 50 °C. El intercambiador de calor no está bien aislado, y se estima que 3% del calor liberado por el fluido caliente se pierde en el intercambiador de calor. Si el coeficiente global de transferencia de calor y el área de superficie del intercambiador de calor son 1 150 W/m^2·K y 4 m^2, respectivamente, determine la tasa de transferencia de calor al agua fría y la diferencia de temperatura media logarítmica para este intercambiador de calor.

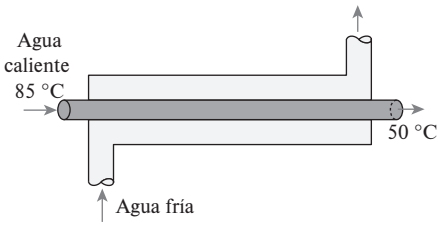


FIGURA P11-43

11-44 Una corriente de hidrocarburos ($c_p = 2.2$ kJ/kg·K) se enfría a una tasa de 720 kg/h de 150 a 40 °C en el lado del tubo de un intercambiador de calor de doble tubo a contraflujo. Ingresa agua ($c_p = 4.18$ kJ/kg·K) al intercambiador de calor a 10 °C y a una tasa de 540 kg/h. El diámetro exterior del tubo interior es de 2.5 cm, y su longitud es de 6.0 m. Calcule el coeficiente global de transferencia de calor.

11-45 Se usa un intercambiador de calor de flujo paralelo de doble tubo para calentar agua ($c_p = 4\ 180$ J/kg·K) de 25 a 60 °C a una tasa de 0.2 kg/s. El calentamiento se realizará mediante agua geotérmica ($c_p = 4\ 310$ J/kg·K) disponible a 140 °C con un flujo másico de 0.3 kg/s. El tubo interno es de pared delgada y tiene un diámetro de 0.8 cm. Si el coeficiente global de transferencia de calor del intercambiador de calor es de 550 W/m^2·K, determine la longitud del tubo requerido para lograr el calentamiento deseado.

11-46 Reconsidere el problema 11-45. Usando el software apropiado, investigue los efectos de la temperatura y la tasa de flujo másico del agua geotérmica en la longitud del tubo. Considere que la temperatura varía de 100 a 200 °C, y la tasa de flujo másico de 0.1 kg/s a 0.5 kg/s. Trace la longitud del tubo en función de la temperatura y el flujo másico, y analice los resultados.

11-47 Se debe calentar glicerina ($c_p = 2\ 400$ J/kg·K) a 20 °C y 0.5 kg/s con etilenglicol ($c_p = 2\ 500$ J/kg·K) a 70 °C en un intercambiador de calor de pared delgada de doble tubo de flujo paralelo. La diferencia de temperatura entre los dos fluidos es de 15 °C a la salida del intercambiador de calor. Si el coeficiente global de transferencia de calor es 240 W/m^2·K y el área de superficie de transferencia de calor es 3.2 m^2, determine *a*) la tasa de transferencia de calor, *b*) la temperatura de salida de la glicerina y *c*) el flujo másico del etilenglicol.

11-48 Un intercambiador de calor contiene 400 tubos con un diámetro interno de 23 mm y un diámetro externo de 25 mm. La longitud de cada tubo es de 3.7 m. La diferencia de temperatura media logarítmica corregida es 23 °C, mientras que el coeficiente de transferencia de calor por convección de la superficie interna es 3 410 W/m^2·K y el coeficiente de transferencia de calor por convección de la superficie externa es 6 820 W/m^2·K. Si la resistencia térmica de los tubos es insignificante, determine la tasa de transferencia de calor.

11-49I Un intercambiador de calor de un solo paso debe diseñarse para calentar 100 000 lbm de agua en una hora de 60 a 100 °F por condensación de vapor de agua a 230 °F en el lado de la coraza. Cada tubo tiene un diámetro interno de 1.2 pulg. Y un espesor de pared de 0.12 pulg. El coeficiente de transferencia de calor por convección de la superficie interna es 480 Btu/h·pie^2·°F, y el coeficiente de transferencia de calor por convección de la superficie externa es 2 000 Btu/h·pie^2. °F. Si la velocidad de flujo de entrada del agua ($c_{pc} = 1$ Btu/lbm·°F y $\rho = 62.3$ lbm/pie^3) en el lado del tubo es de 4 pies/s, determine el número requerido de tubos y la longitud de tubos. Suponga que la resistencia térmica de los tubos es insignificante.

11-50 Considere el flujo de aceite de motor ($c_p = 2\ 048$ J/kg·K) a través de un tubo de cobre de pared delgada a una tasa de 0.3 kg/s. El aceite del motor que ingresa al tubo de cobre a una temperatura de entrada de 80 °C debe enfriarse con agua fría ($c_p = 4\ 180$ J/kg·K) que fluye a una temperatura de 20 °C. Se desea tener una temperatura de salida del aceite de motor que no sobrepase los 40 °C. Los coeficientes de transferencia de calor por convección individuales en los lados de aceite y agua son 750 W/m^2·K y 350 W/m^2·K, respectivamente. Si una sonda de termopar instalada en el lado aguas abajo del agua de enfriamiento mide una temperatura de 32 °C, para un intercam-

biador de calor de flujo paralelo de doble tubo determine *a*) la tasa de flujo másico del agua de enfriamiento, *b*) la diferencia de temperatura media logarítmica y *c*) el área del intercambiador de calor.

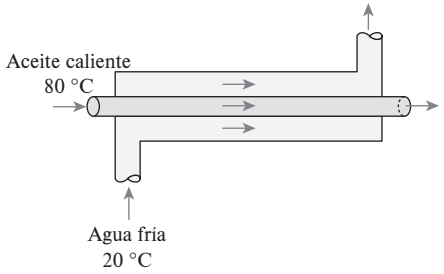


FIGURA P11-50

11-51 En un intercambiador de calor de flujo paralelo, el fluido caliente ingresa al intercambiador de calor a una temperatura de 150 °C y un flujo másico de 3 kg/s. El medio de enfriamiento ingresa al intercambiador de calor a una temperatura de 30 °C con un flujo másico de 0.5 kg/s y sale a una temperatura de 70 °C. Las capacidades de calor específico de los fluidos calientes y fríos son 1 150 J/kg·K y 4 180 J/kg·K, respectivamente. El coeficiente de transferencia de calor por convección en los lados interior y exterior del tubo es de 300 W/$m^2 \cdot K$ y 800 W/$m^2 \cdot K$, respectivamente. Para un factor de incrustación (ensuciamiento) de 0.0003 $m^2 \cdot K/W$ en el lado del tubo y 0.0001 $m^2 \cdot K/W$ en el lado de la coraza, determine *a*) el coeficiente global de transferencia de calor, *b*) la temperatura de salida del fluido caliente, y *c*) el área de superficie del intercambiador de calor.

11-52 Se calienta etilenglicol de 25 40 °C a una tasa de 2.5 kg/s en un tubo de cobre horizontal ($k = 386$ W/m·K) con un diámetro interno de 2.0 cm y un diámetro externo de 2.5 cm. Se condensa vapor saturado ($T_g = 110$ °C) en la superficie del tubo exterior con el coeficiente de transferencia de calor (en kW/$m^2 \cdot K$) dado por $9.2/(T_g - T_w)^{0.25}$, donde T_w es la temperatura promedio de la pared del tubo exterior. ¿Qué longitud del tubo debe usarse? Las propiedades de etilenglicol son $\rho = 1\ 109$ kg/m^3, $c_p = 2\ 428$ J/kg·K, $k = 0.253$ W/m·K, $\mu = 0.01545$ kg/m·s y Pr = 148.5.

11-53 Se dice que un intercambiador de calor de contraflujo tiene un coeficiente global de transferencia de calor de 284 W/$m^2 \cdot K$ cuando funciona en condiciones óptimas de diseño y limpieza. El fluido caliente ingresa al lado del tubo a 93 °C y sale a 71 °C, mientras que el fluido frío ingresa al lado de la coraza a 27 °C y sale a 38 °C. Después de un periodo de uso, la escala acumulada en el intercambiador de calor da un factor de incrustación de 0.0004 $m^2 \cdot K/W$. Si el área de superficie es de 93 m^2, determine *a*) la tasa de transferencia de calor en el intercambiador de calor y *b*) las tasas de flujo másico de los fluidos calientes y fríos. Suponga que tanto los fluidos calientes como los fríos tienen un calor específico de 4.2 kJ/kg·K.

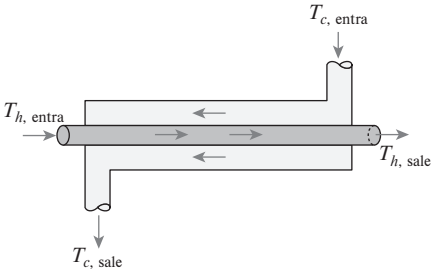


FIGURA P11-53

11-54 C&S Una instalación de procesos químicos tiene un sistema de tuberías con la superficie interna recubierta con revestimiento de polipropileno. El código ASME para tuberías de proceso limita la temperatura máxima de uso para el revestimiento de polipropileno a 107 °C (ASME B31.3-2014, Tabla A323.4.3). Un intercambiador de calor de contraflujo de doble tubo se encuentra aguas arriba para reducir la temperatura del fluido caliente antes de que fluya hacia el sistema de tubería recubierto con revestimiento de polipropileno. El tubo interno del intercambiador de calor tiene un espesor de pared insignificante, y su longitud y diámetro son 5 m y 25 mm, respectivamente. Los coeficientes de transferencia de calor por convección dentro y fuera del tubo interno del intercambiador de calor son 1 000 W/$m^2 \cdot K$ y 1 500 W/$m^2 \cdot K$, respectivamente. El fluido caliente ingresa al intercambiador de calor a una tasa de capacidad calorífica de 1 kW/K y 120 °C. En la corriente de fluido frío, el agua ingresa al intercambiador de calor a 10 °C y sale a 30 °C. Determine el nivel más alto del factor de incrustación (ensuciamiento) que puede tolerar el intercambiador de calor antes de que no pueda enfriar el fluido caliente a 107 °C en la salida.

11-55 Se utilizará un intercambiador de calor de contraflujo de doble tubo de pared delgada para enfriar aceite ($c_p = 2\ 200$ J/kg·K) de 150 a 50 °C a una tasa de 2.5 kg/s con agua ($c_p = 4\ 180$ J/kg·K) que ingresa a 22 °C a una tasa de 1.5 kg/s. El diámetro del tubo es de 2.5 cm y su longitud es de 6 m. Determine el coeficiente global de transferencia de calor de este intercambiador de calor.

11-56 Reconsidere el problema 11-55. Usando el software apropiado, investigue los efectos de la temperatura de salida del aceite y la temperatura de entrada del agua en el coeficiente global de transferencia de calor del intercambiador de calor. Considere que la temperatura de salida del aceite varía de 30 a 70 °C y la temperatura de entrada del agua de 5 a 25 °C. Trace el coeficiente global de transferencia de calor en función de las dos temperaturas y analice los resultados.

11-57 Se debe calentar aceite del motor ($c_p = 2\ 100$ J/kg·K) de 20 a 60 °C a una tasa de 0.3 kg/s en un tubo de cobre de pared delgada de 2 cm de diámetro mediante condensación vapor al exterior a una temperatura de 130 °C ($h_{fg} = 2\ 174$ kJ/kg). Para un coeficiente global de transferencia de calor de 650 W/$m^2 \cdot K$, determine la tasa de transferencia de calor y la longitud del tubo requerido para lograrlo. *Respuestas:* 25.2 kW, 7.0 m

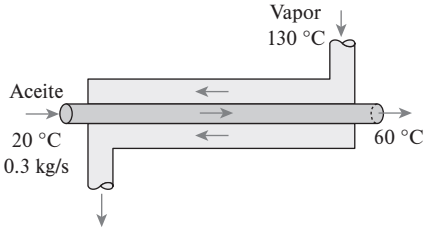


FIGURA P11-57

11-58I Se debe usar agua geotérmica (c_p = 1.03 Btu/lbm · °F) como fuente de calor para suministrar calor al sistema de calefacción hidrónico de una casa a una tasa de 40 Btu/s en un intercambiador de calor de contraflujo de doble tubería. El agua (c_p = 1.0 Btu/lbm · °F) se calienta de 140 a 200 °F en el intercambiador de calor a medida que el agua geotérmica se enfría de 270 a 180 °F. Determine el flujo másico de cada fluido y la resistencia térmica total de este intercambiador de calor.

11-59 El agua fría (c_p = 4 180 J/kg · K) que conduce a una ducha ingresa a un intercambiador de calor de contraflujo de doble tubo de paredes delgadas a 15 °C a una tasa de 1.25 kg/s, y se calienta a 60 °C mediante agua caliente (c_p = 4 190 J/kg · K) que ingresa a 100 °C a una tasa de 4 kg/s. Si el coeficiente global de transferencia de calor es 880 W/m^2 · K, determine la tasa de transferencia de calor y el área de superficie de transferencia de calor del intercambiador de calor.

11-60 C&S Un sistema de tuberías utiliza varias juntas de anillo de caucho de etileno propileno dieno (EPDM, por sus siglas en inglés) en sus diversos componentes. De acuerdo con el código de calderas y recipientes a presión ASME (ASME BPVC.IV-2015, HG-360), el límite de temperatura para las juntas de anillo de EPDM es de 150 °C. Un intercambiador de calor de contraflujo de doble tubería se coloca aguas arriba del sistema de tuberías para reducir la temperatura del fluido caliente antes de que fluya hacia el sistema de tuberías. El fluido caliente ingresa al intercambiador de calor con una tasa de capacidad calorífica de 3 kW/K y 210 °C. En la corriente de fluido frío, el agua ingresa al intercambiador de calor a 10 °C y sale a 80 °C. El coeficiente global de transferencia de calor del intercambiador de calor se estima en 2 000 W/m^2 · K. El tubo interior tiene un diámetro de 25 mm y una longitud de 5 m. Determine si la temperatura del fluido caliente en la salida del intercambiador de calor está por debajo del límite de temperatura para las juntas de anillo. De lo contrario, determine la longitud del intercambiador de calor necesario para enfriar el fluido caliente por debajo de 150 °C en la salida del intercambiador de calor, antes de que fluya hacia el sistema de tuberías.

11-61I Se debe condensar vapor en el lado de un condensador de tubos y coraza de un paso por la coraza y ocho pasos por los tubos, con 60 tubos en cada paso a 90 °F (h_{fg} = 1 043 Btu/lbm). El agua de enfriamiento (c_p = 1.0 Btu/lbm · °F) ingresa a los tubos a 55 °F y sale a 70 °F. Los tubos son de paredes delgadas y tienen un diámetro de 3/4 pulg. Y una longitud de 5 pies por paso. Si el coeficiente global de transferencia de calor es de 600 Btu/h · pie^2 · °F, determine *a*) la tasa de transferencia de calor, *b*) la tasa de condensación de vapor y *c*) la tasa de flujo másico del agua fría.

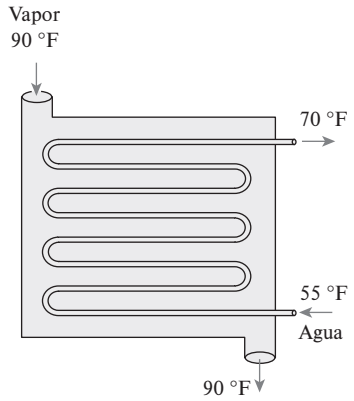


FIGURA P11-61I

11-62I Reconsidere el problema 11-61**I**. Usando el software apropiado, investigue el efecto de la temperatura del vapor de condensación en la tasa de transferencia de calor, la tasa de condensación del vapor y la tasa de flujo másico del agua fría. Deje que la temperatura del vapor varíe de 80 a 120 °F. Trace la tasa de transferencia de calor, la tasa de condensación del vapor y la tasa de flujo másico del agua fría en función de la temperatura del vapor, y analice los resultados.

11-63 Se deben usar los gases de escape calientes de un motor diésel estacionario para generar vapor en un evaporador. Los gases de escape (c_p = 1 051 J/kg · K) ingresan al intercambiador de calor a 550 °C a una tasa de 0.25 kg/s mientras que el agua ingresa como líquido saturado y se evapora a 200 °C (h_{fg} = 1 941 kJ/kg). El área de superficie de transferencia de calor del intercambiador de calor basado en el lado del agua es de 0.5 m^2, y el coeficiente global de transferencia de calor es de 1 780 W/m^2 · K. Determine la tasa de transferencia de calor, la temperatura de salida de los gases de escape y la tasa de evaporación del agua.

11-64 Reconsidere el problema 11-63. Usando el software apropiado, investigue el efecto de la temperatura de entrada del gas de escape en la tasa de transferencia de calor, la temperatura de salida de los gases de escape y la tasa de evaporación del agua. Deje que la temperatura de los gases de escape varíe de 300 a 600 °C. Trace la tasa de transferencia de calor, la temperatura de salida de los gases de escape y la tasa de evaporación del agua en función de la temperatura de los gases de escape y discuta los resultados.

11-65 En una planta de fabricación de textiles, el agua de tintura residual (c_p = 4 295 J/kg · K) a 80 °C se utilizará para precalentar agua fresca (c_p = 4 180 J/kg · K) a 10 °C al mismo flujo másico en un intercambiador de calor de contraflujo de tubo doble. El área de superficie de transferencia de calor del intercambiador de calor es 1.65 m^2, y el coeficiente global de transferencia de calor es 625 W/m^2 · K. Si la tasa de transferencia de calor en el intercambiador de calor es de 35 kW, determine la temperatura de salida y la tasa de flujo másico de cada corriente de fluido.

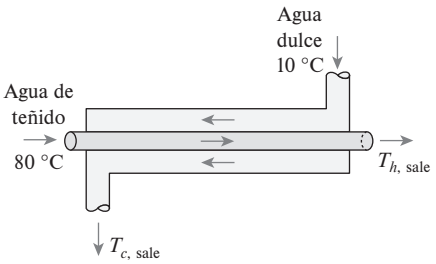


FIGURA P11-65

11-66 Se está realizando una prueba de rendimiento en un intercambiador de calor de contraflujo de doble tubo que transporta aceite y agua de motor a un flujo másico de 2.5 kg/s y 1.75 kg/s, respectivamente. Dado que el intercambiador de calor ha estado en servicio durante mucho tiempo, se sospecha que podría haberse desarrollado incrustación dentro del intercambiador de calor que podría afectar el coeficiente global de transferencia de calor. La prueba a realizar es tal que, para un valor de diseño del coeficiente global de transferencia de calor de 450 $W/m^2 \cdot K$ y una superficie de 7.5 m^2, el aceite debe calentarse de 25 a 55 °C haciendo pasar agua caliente a 100 °C ($c_p = 4\ 206$ J/kg · K) a los flujos másicos mencionados anteriormente. Determine si las incrustaciones (ensuciamiento) ha afectado el coeficiente de transferencia de calor global. En caso afirmativo, ¿cuál es la magnitud de la resistencia por incrustación?

11-67 En una instalación industrial, un intercambiador de calor de doble tubo a contraflujo utiliza vapor sobrecalentado a una temperatura de 250 °C para calentar el agua de alimentación a 30 °C. El vapor sobrecalentado experimenta una caída de temperatura de 70 °C al salir del intercambiador de calor. El agua que se va a calentar fluye a través del tubo del intercambiador de calor de espesor insignificante a una tasa constante de 3.47 kg/s. El coeficiente de transferencia de calor por convección en el lado del vapor sobrecalentado y el agua es de 850 $W/m^2 \cdot K$ y 1 250 $W/m^2 \cdot K$, respectivamente. Para tener en cuenta las incrustaciones debido a las impurezas químicas que pueden estar presentes en el agua de alimentación, use un factor de incrustación apropiado para el lado del agua. Determine *a*) el área del intercambiador de calor requerida para mantener la temperatura de salida del agua a un mínimo de 70 °C y *b*) ¿cuál sería el área del intercambiador de calor requerida en el caso de una disposición de flujo paralelo?

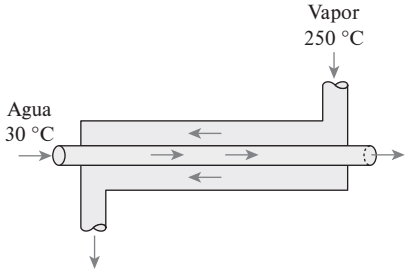


FIGURA P11-67

11-68 C&S Un sistema de tuberías está construido principalmente con tuberías CPVC ASTM F441. El código ASME para Tuberías de Proceso (ASME B31.3-2014, Tabla B-1) recomienda que el límite máximo de temperatura para las tuberías CPVC sea de 93.3 °C. Un intercambiador de calor de tubería doble se encuentra aguas arriba del sistema de tuberías para reducir la temperatura del agua caliente antes de que fluya hacia las tuberías de CPVC. El tubo interno del intercambiador de calor tiene un espesor de pared insignificante, y su longitud y diámetro son 5 m y 25 mm, respectivamente. Los coeficientes de transferencia de calor por convección dentro y fuera del tubo interno del intercambiador de calor son 3 600 $W/m^2 \cdot K$ y 4 500 $W/m^2 \cdot K$, respectivamente. El fluido caliente ingresa al intercambiador de calor a 105 °C con un flujo másico de 0.75 kg/s. En la corriente de fluido frío, el agua entra al intercambiador de calor a 10 °C y sale a 80 °C. Determine si este intercambiador de calor de doble tubería debe emplear la configuración de flujo paralelo o de contraflujo para garantizar que el agua caliente que sale del intercambiador de calor sea de 93.3 °C o menos.

11-69 C&S Un sistema de tuberías utiliza varias juntas de anillo de caucho de nitrilo hidrogenado (HNBR, por sus siglas en inglés) en sus diversos conectores. Las juntas de anillo HNBR tienen un límite de temperatura máxima de 150 °C establecido por el código ASME para calderas y recipientes a presión (ASME BPVC.IV- 2015, HG-360). Un intercambiador de calor de doble tubo se encuentra aguas arriba para reducir la temperatura del fluido caliente antes de que fluya hacia el sistema de tuberías. El fluido caliente ingresa al intercambiador de calor con una capacidad calorífica de 1 kW/K y 180 °C. En la corriente de fluido frío, el agua ingresa al intercambiador de calor a 10 °C y sale a 30 °C. El intercambiador de calor tiene una pared muy delgada, y su diámetro y longitud son de 25 mm y 5 m, respectivamente. Los coeficientes de transferencia de calor por convección dentro y fuera del tubo interno del intercambiador de calor son 1 000 $W/m^2 \cdot K$ y 1 500 $W/m^2 \cdot K$, respectivamente. Determine si un flujo paralelo o una configuración de contraflujo para este intercambiador de calor de doble tubo toleraría un mayor nivel de factor de incrustación (ensuciamiento) antes de que no sea capaz de enfriar el fluido caliente a 150 °C en la salida.

11-70 Se realiza una prueba para determinar el coeficiente global de transferencia de calor en un intercambiador de calor de aceite a agua de tubos y coraza que tiene 24 tubos de diámetro interno de 1.2 cm y una longitud de 2 m en una sola coraza. El agua fría ($c_p = 4\ 180$ J/kg · K) ingresa a los tubos a 20 °C a una tasa de 3 kg/s y sale a 55 °C. El aceite ($c_p = 2\ 150$ J/kg · K) fluye a través de la coraza y se enfría de 120 a 45 °C. Determine el coeficiente global de transferencia de calor U_i de este intercambiador de calor en función del área de superficie interna de los tubos. *Respuesta:* 8.31 $kW/m^2 \cdot K$

11-71 Se utiliza un intercambiador de calor de tubos y coraza para calentar 14 kg/s de aceite ($c_p = 2.0$ kJ/kg · K) de 20 a 46 °C. El intercambiador de calor tiene un paso por la coraza y 6 pasos por los tubos . El agua ingresa al lado de la coraza a 80 °C y sale a 60 °C. El coeficiente global de transferencia de calor se estima en 1 000 $W/m^2 \cdot K$. Calcule la tasa de transferencia de calor y el área de transferencia de calor.

11-72I Se utiliza un intercambiador de calor de tubos y coraza de un paso por la coraza y ocho pasos por los tubos para calentar glicerina (c_p = 0.60 Btu/lbm · °F) de 80 a 140 °F con agua caliente (c_p = 1.0 Btu/lbm · °F) que ingresa a los tubos de pared delgada de 0.5 pulg de diámetro a 175 °F y sale a 120 °F. La longitud total de los tubos en el intercambiador de calor es de 400 pies. El coeficiente de transferencia de calor por convección es de 4 Btu/h · pie^2 · °F en el lado de la glicerina (coraza) y 50 Btu/h · pie^2 · °F en el lado del agua (tubo). Determine la tasa de transferencia de calor en el intercambiador de calor *a*) antes de que ocurra cualquier incrustación y *b*) después de la incrustación con un factor de incrustación de 0.002 h · pie^2 · °F/Btu en las superficies externas de los tubos.

11-73 Se utiliza un intercambiador de calor de tubos y coraza con dos pasos por la coraza y 12 pasos por los tubos para calentar agua (c_p = 4 180 J/kg · K) con etilenglicol (c_p = 2 680 J/kg · K). El agua ingresa a los tubos a 22 °C a una tasa de 0.8 kg/s y sale a 70 °C. El etilenglicol ingresa a la coraza a 110 °C y sale a 60 °C. Si el coeficiente global de transferencia de calor en el lado del tubo es 280 W/m^2 · K, determine la tasa de transferencia de calor y el área de superficie de transferencia de calor en el lado del tubo.

11-74 Reconsidere el problema 11-73. Usando el software apropiado, investigue el efecto de la tasa de flujo másico del agua sobre la tasa de transferencia de calor y el área de la superficie del lado del tubo. Deje que el flujo másico varíe de 0.4 kg/s a 2.2 kg/s. Grafique la tasa de transferencia de calor y el área de superficie en función de la tasa de flujo másico y discuta los resultados.

11-75I Se enfría aceite de 180 a 120 °F en un intercambiador de calor de una coraza y dos pasos por los tubos con un coeficiente global de transferencia de calor de 40 Btu/h · pie^2 · °F. Entra agua (c_{pc} = 1.0 Btu/lbm · °F) a 80 °F y sale a 100 °F con un flujo másico de 20 000 lbm/h. Determine *a*) la diferencia de temperatura media logarítmica y *b*) el área de superficie del intercambiador de calor.

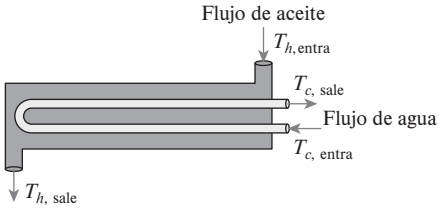


FIGURA P11-75I

11-76 Se utiliza un intercambiador de calor de tubos y coraza con dos pasos por la coraza y 12 pasos por los tubos para calentar agua (c_p = 4 180 J/kg · K) en los tubos de 20 a 70 °C a una tasa de 4.5 kg/s. El calor es suministrado por aceite caliente (c_p = 2 300 J/kg · K) que ingresa del lado de la coraza a 170 °C a una tasa de 10 kg/s. Para un coeficiente global de transferencia de calor del lado del tubo de 350 W/m^2 · K, determine el área de superficie de transferencia de calor en el lado del tubo. *Respuesta:* 25.7 m^2

11-77 Repita el problema 11-76 para un flujo másico de 3 kg/s para agua.

11-78 Se utiliza un intercambiador de calor de tubos y coraza con dos pasos por la coraza y ocho pasos por los tubos para calentar alcohol etílico (c_p = 2 670 J/kg · K) en los tubos de 25 a 70 °C a una tasa de 2.1 kg/s. El calentamiento debe realizarse con agua (c_p = 4 190 J/kg · K) que ingresa al lado de la coraza a 95 °C y sale a 45 °C. Si el coeficiente de transferencia de calor total es 950 W/m^2 · K, determine la superficie de transferencia de calor del intercambiador de calor.

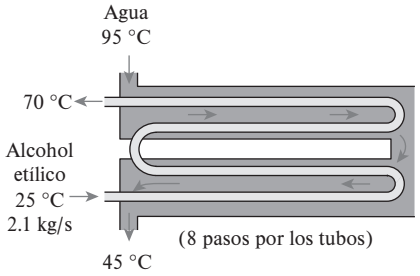


FIGURA P11-78

11-79 PtD Considere un intercambiador de calor de tubos y coraza en una unidad de pasteurización de leche en la que la leche que fluye debe calentarse desde 20 °C con agua caliente inicialmente a 140 °C y fluye a una tasa de 5 kg/s. La leche fluye a través de 30 tubos de paredes delgadas con un diámetro interno de 20 mm, y cada tubo hace 10 pasos a través de la coraza. Los coeficientes de transferencia de calor por convección promedio en los lados de la leche y el agua son 450 W/m^2 · K y 1 100 W/m^2 · K, respectivamente. Para completar el proceso de pasteurización y, por tanto, restringir el crecimiento de microbios en la leche, es necesario que la temperatura de salida de la leche alcance al menos 70 °C. Como ingeniero de diseño, su trabajo es decidir el ancho de la coraza (longitud del tubo en cada paso) para que se pueda alcanzar la temperatura de salida de la leche de 70 °C. Uno de los requisitos de diseño es que la temperatura de salida del agua caliente debe ser al menos 10 °C más alta que la temperatura de salida de la leche.

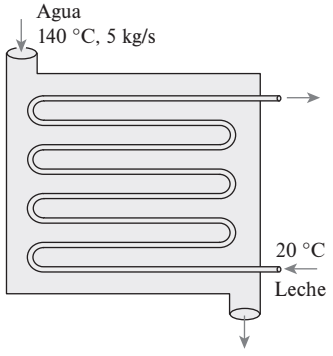


FIGURA P11-79

11-80I Se usa un intercambiador de calor de flujo cruzado de un solo paso para enfriar el agua de la camisa (c_p = 1.0 Btu/lbm · °F) de un motor diésel de 190 a 140 °F, usando aire (c_p = 0.245 Btu/lbm · °F) con una temperatura de entrada de 90 °F. Tanto el flujo de aire como el flujo de agua no están mezclados. Si las tasas de flujo másico de agua y aire son 92 000 lbm/h y 400 000 lbm/h, respectivamente, determine la diferencia de temperatura media logarítmica para este intercambiador de calor.

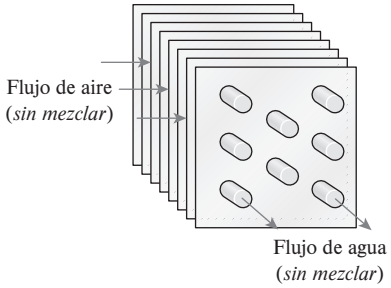


FIGURA P11-80I

11-81 Un intercambiador de calor de flujo cruzado de un solo paso con ambos fluidos sin mezclar ingresa agua a 16 °C y la saca a 33 °C, mientras que el aceite (c_p = 1.93 kJ/kg · K y ρ = 870 kg/m^3) fluye a 0.19 m^3/min entra a 38 °C y sale a 29 °C. Si el área de superficie del intercambiador de calor es de 20 m^2, determine el valor del coeficiente global de transferencia de calor.

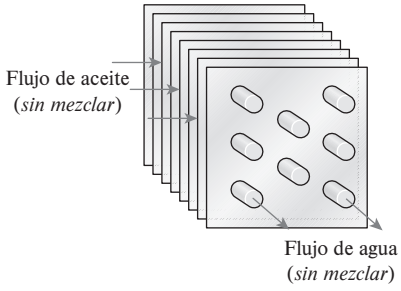


FIGURA P11-81

Método de efectividad NTU

11-82C ¿Qué representa la efectividad de un intercambiador de calor? ¿La efectividad puede ser mayor que 1? ¿De qué factores depende la efectividad de un intercambiador de calor?

11-83C Para un par de fluidos específicos, con temperaturas de entrada y flujos másicos dados, qué tipo de intercambiador de calor tendrá la mayor efectividad: intercambiador de calor de flujo paralelo de doble tubo, de contraflujo de doble tubo, de flujo cruzado o tubos y coraza de múltiples pasos?

11-84C Explique cómo puede evaluar las temperaturas de salida de los fluidos fríos y calientes en un intercambiador de calor después de determinar su efectividad.

11-85C ¿Puede la temperatura del fluido caliente caer por debajo de la temperatura de entrada del fluido frío en cualquier lugar en un intercambiador de calor? Explique.

11-86C ¿Puede la temperatura del fluido frío elevarse por encima de la temperatura de entrada del fluido caliente en cualquier lugar en un intercambiador de calor? Explique.

11-87C Considere un intercambiador de calor en el que ambos fluidos tienen los mismos calores específicos pero diferentes tasas de flujo másico. ¿Qué fluido experimentará un mayor cambio de temperatura: el que tiene el flujo másico más bajo o el más alto?

11-88C Explique cómo se puede determinar la tasa de transferencia de calor máxima $\dot{Q}_{máx}$ en un intercambiador de calor cuando se especifican las tasas de flujo másico, los calores específicos y las temperaturas de entrada de los dos fluidos. ¿El valor de $\dot{Q}_{máx}$ depende del tipo de intercambiador de calor?

11-89C ¿En qué condiciones puede un intercambiador de calor de contraflujo tener una efectividad de 1?, ¿cuál sería su respuesta para un intercambiador de calor de flujo paralelo?

11-90C Considere un intercambiador de calor de contraflujo de doble tubo. Para mejorar la transferencia de calor, se duplica la longitud del intercambiador de calor. ¿Cree usted que su efectividad también se duplicará?

11-91C Considere un intercambiador de calor de tubos y coraza de agua a agua con flujos másicos idénticos tanto para el flujo de agua caliente como para el de agua fría. Si se reduce el flujo másico del agua fría a la mitad. ¿La efectividad de este intercambiador de calor aumentará, disminuirá o permanecerá igual como resultado de esta modificación? Explique. Suponga el coeficiente global de transferencia de calor y las temperaturas de entrada permanecen iguales.

11-92C Considere dos intercambiadores de calor de contraflujo de doble tubo idénticos, excepto que uno es el doble de largo que el otro ¿Qué intercambiador de calor tiene más probabilidades de tener una mayor efectividad?

11-93C ¿Cómo se define el NTU de un intercambiador de calor?, ¿qué representa? ¿Es un intercambiador de calor con un NTU muy grande (suponga, 10) necesariamente una buena opción para comprar?

11-94C Considere un intercambiador de calor que tenga un NTU = 4. Alguien propone duplicar el tamaño del intercambiador de calor y así duplicar el NTU a 8 para aumentar la efectividad del intercambiador de calor y así ahorrar energía. ¿Apoyaría esta propuesta?

11-95C Considere un intercambiador de calor que tenga un NTU de 0.1. Alguien propone triplicar el tamaño del intercambiador de calor y, por tanto, triplicar el NTU a 0.3 para aumentar la efectividad del intercambiador de calor y ahorrar energía. ¿Apoyaría esta propuesta?

11-96 El radiador en un automóvil es un intercambiador de calor de flujo cruzado (UA_s = 10 kW/K) que usa aire (c_p = 1.00

kJ/kg · K) para enfriar el líquido refrigerante del motor (c_p = 4.00 kJ/kg · K). El ventilador del motor aspira aire a 22 °C a través de este radiador a una tasa de 8 kg/s, mientras que la bomba de refrigerante hace circular el refrigerante del motor a una tasa de 5 kg/s. El refrigerante ingresa a este radiador a 80 °C. En estas condiciones, la efectividad del radiador es 0.4. Determine *a*) la temperatura de salida del aire y *b*) la tasa de transferencia de calor entre los dos fluidos.

11-97 Considere un intercambiador de calor de doble tubo de aceite a aceite cuya disposición de flujo no se conoce. Las mediciones de temperatura indican que el aceite frío entra a 15 °C y sale a 55 °C, mientras que el aceite caliente entra a 80 °C y sale a 40 °C. ¿Cree que se trata de un intercambiador de calor de flujo paralelo o contraflujo?, ¿por qué? Suponiendo que las tasas de flujo másico de ambos fluidos sean idénticas, determine la efectividad de este intercambiador de calor.

11-98I Ingresa agua caliente a un intercambiador de calor de agua de contraflujo de doble tubo a 190 °F y sale a 100 °F. El aceite ingresa a 70 °F y sale a 130 °F. Determine qué fluido tiene la menor capacidad calorífica, y calcule la efectividad de este intercambiador de calor.

11-99 Se debe calentar glicerina (c_p = 2 400 J/kg · K) a 20 °C y 0.5 kg/s con etilenglicol (c_p = 2 500 J/kg · K) a 60 °C y el mismo flujo másico en un intercambiador de calor de flujo paralelo y doble tubo de pared delgada. Si el coeficiente de transferencia de calor global es 380 W/m^2 · K y el área de superficie de transferencia de calor es 6.5 m^2, determine *a*) la tasa de transferencia de calor y *b*) las temperaturas de salida de la glicerina y el glicol.

11-100 Agua caliente (c_{ph} = 4 188 J/kg · K) con una tasa de flujo másico de 2.5 kg/s a 100 °C ingresa a un intercambiador de calor de contraflujo de tubo concéntrico de pared delgada con un área de superficie de 23 m^2 y un coeficiente global de transferencia de calor de 1 000 W/m^2 · K. Agua fría (c_{pc} = 4 178 J/kg · K) con un flujo másico de 5 kg/s ingresa al intercambiador de calor a 20 °C. Determine *a*) la tasa de transferencia de calor para el intercambiador de calor y *b*) las temperaturas de salida de los fluidos fríos y calientes. Después de un periodo de operación, el coeficiente de transferencia de calor global se reduce a 500 W/m^2 · K, por tanto, determine *c*) el factor de incrustación que causó la reducción en el coeficiente global de transferencia de calor.

11-101 Debe calentarse agua (c_p = 4 180 J/kg · K) con aire caliente calentado por el Sol (c_p = 1 010 J/kg · K) en un intercambiador de calor de contraflujo de tubo doble. El aire ingresa al intercambiador de calor a 90 °C a una tasa de 0.3 kg/s, mientras que el agua ingresa a 22 °C a una tasa de 0.1 kg/s. El coeficiente global de transferencia de calor en el lado interno del tubo es 80 W/m^2 · K. La longitud del tubo es de 12 m, y el diámetro interno del tubo es de 1.2 cm. Determine las temperaturas de salida del agua y el aire.

11-102 Reconsidere el problema 11-101. Usando el software apropiado, investigue los efectos del flujo másico del agua y la longitud del tubo en las temperaturas de salida del agua y el aire. Considere variaciones del flujo másico de 0.05 kg/s a 1.0 kg/s y la longitud del tubo de 5 m a 25 m. Grafique las temperaturas de salida del agua y el aire como funciones del flujo másico y la longitud del tubo, y analice los resultados.

11-103 C&S Se utiliza un intercambiador de calor de doble tubo para enfriar un fluido caliente antes de que fluya hacia un sistema de tuberías. La superficie interna de las tuberías está recubierta principalmente con revestimiento de polipropileno. La temperatura máxima de uso para el revestimiento de polipropileno es de 107 °C (código ASME para tuberías de proceso, ASME B31.3-2014, Tabla A323.4.3). El intercambiador de calor de doble tubo tiene un tubo interno de pared delgada, con coeficientes de transferencia de calor por convección dentro y fuera del tubo interno que se estiman en 1 400 W/m^2 · K y 1 100 W/m^2 · K, respectivamente. El intercambiador de calor tiene una superficie de transferencia de calor de 2.5 m^2, y el factor de incrustación estimado causado por la acumulación de depósitos en la superficie es de 0.0002 m^2 · K/W. El fluido caliente (c_p = 3 800 J/kg · K) ingresa al intercambiador de calor a 200 °C con un flujo másico de 0.4 kg/s. En el lado frío, el fluido refrigerante (c_p = 4 200 J/kg · K) ingresa al intercambiador de calor a 10 °C con un flujo másico de 0.5 kg/s. Determine el coeficiente global de transferencia de calor.

11-104 El agua fría (c_p = 4 180 J/kg · K) que conduce a una ducha ingresa a un intercambiador de calor de contraflujo de doble tubo de pared delgada a 15 °C a una tasa de 0.25 kg/s y se calienta a 45 °C con agua que ingresa a 100 °C a una tasa de 3 kg/s. Si el coeficiente global de transferencia de calor es 950 W/m^2 · K, determine la tasa de transferencia de calor y el área de superficie de transferencia de calor del intercambiador de calor utilizando el método ε NTU. *Respuestas:* 31.35 kW, 0.482 m^2

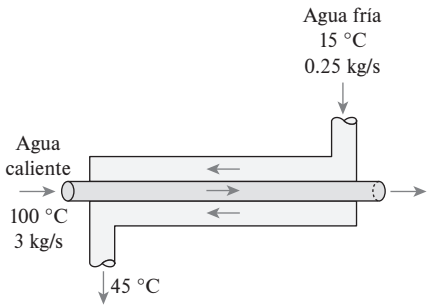


FIGURA P11-104

11-105 Reconsidere el problema 11-104. Usando el software apropiado, investigue los efectos de la temperatura de entrada del agua caliente y el coeficiente de transferencia de calor sobre la tasa de transferencia de calor y el área de superficie. Considere variaciones de la temperatura de entrada de 60 a 120 °C y del coeficiente global de transferencia de calor de 750 W/m^2 · K a 1 250 W/m^2 · K. Trace la tasa de transferencia de calor y el área de superficie como funciones de la temperatura de entrada y el coeficiente de transferencia de calor, y analice los resultados.

11-106 C&S Se utiliza un intercambiador de calor de contraflujo de doble tubo para enfriar un fluido caliente antes de que fluya hacia un sistema de tuberías. El sistema de tuberías está construido principalmente con tuberías de polipropileno ASTM F2389. De acuerdo con el código ASME para tuberías de proceso, la temperatura máxima recomendada para las tuberías de polipropileno es de 99 °C (ASME B31.3-2014, Tabla B-1). El tubo interno del intercambiador de calor tiene un grosor de pared insignificante. Los coeficientes de transferencia de calor por convección dentro y fuera del tubo interno del intercambiador de calor son 1 500 $W/m^2 \cdot K$ y 1 000 $W/m^2 \cdot K$, respectivamente. El factor de incrustación estimado para el intercambiador de calor es 0.0001 $m^2 \cdot K/W$. El fluido caliente (c_p = 3 800 J/kg·K) ingresa al intercambiador de calor a 150 °C con un flujo másico de 0.5 kg/s. En el lado frío, el fluido refrigerante (c_p = 4 200 J/kg·K) ingresa al intercambiador de calor a 10 °C con un flujo másico de 0.75 kg/s. Determine el área de superficie de transferencia de calor que el intercambiador de calor necesita enfriar el fluido caliente a 99 °C en la salida para que fluya hacia el sistema de tuberías a una temperatura que no exceda la temperatura máxima recomendada para las tuberías de polipropileno.

11-107I Se debe utilizar un intercambiador de calor de contraflujo de doble tubo de pared delgada para enfriar aceite (c_p = 0.525 Btu/lbm·°F) de 300 a 105 °F a una tasa de 5 lbm/s con agua (c_p = 1.0 Btu/lbm·°F) que ingresa a 70 °F a una tasa de 3 lbm/s. El diámetro del tubo es de 5 pulgadas y su longitud es de 200 pies. Determine el coeficiente global de transferencia de calor de este intercambiador de calor utilizando *a*) el método LMTD y *b*) el método ε NTU.

11-108 En una instalación industrial, se utiliza un intercambiador de calor de doble tubo a contracorriente para calentar glicerina de 10 a 50 °C que fluye a una tasa de 1.5 kg/s haciendo pasar agua caliente a una temperatura de entrada de 120 °C. El agua caliente experimenta una caída de temperatura de 50 °C a medida que fluye a través del intercambiador de calor. Considere que el coeficiente global de transferencia de calor del intercambiador de calor es de 950 $W/m^2 \cdot K$. Se debe instalar una disposición similar en otra ubicación, y se propone utilizar dos pequeños intercambiadores de calor de la misma superficie para disponerlos en serie en lugar de un solo intercambiador de calor grande. Sin embargo, primero es necesario comparar el área de superficie de los dos intercambiadores de calor pequeños con la del intercambiador de calor grande y único, ya que el espacio disponible es una limitante importante para el diseño propuesto. La disposición de los intercambiadores de calor es como se muestra en la figura P11-108. El flujo másico de agua se divide entre los dos intercambiadores de calor de modo que 60% iría al primer intercambiador de calor y 40% restante iría al segundo intercambiador de calor. Se supone que el coeficiente global de transferencia de calor de los dos intercambiadores de calor pequeños sigue siendo el mismo que el del intercambiador de calor grande. Como ingeniero de diseño, para ambos casos de intercambiador de calor determine *a*) la efectividad, *b*) el NTU, *c*) el área de superficie y *d*) la elección del intercambiador de calor si el costo de construcción de los intercambiadores de calor más pequeños es aproximadamente 15% más alto que un solo intercambiador de calor grande por unidad de superficie.

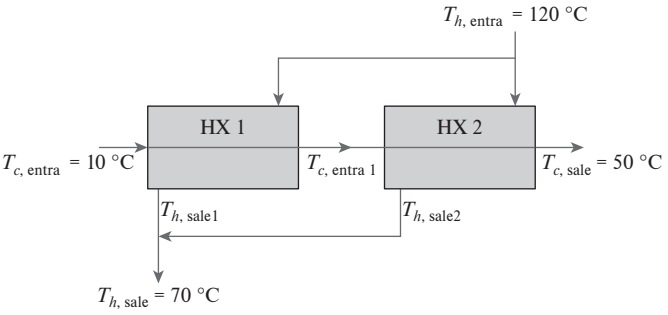


FIGURA P11-108

11-109I Un intercambiador de calor de un paso por la coraza y dos pasos por los tubos tiene un coeficiente global de transferencia de calor de 300 Btu/h·pie^2·°F. El fluido del lado de la coraza tiene una capacidad calorífica de 20 000 Btu/h·°F, mientras que el fluido del lado del tubo tiene una capacidad calorífica de 40 000 Btu/h·°F. Las temperaturas de entrada del lado de la coraza y del lado del tubo son 200 y 90 °F, respectivamente. Si el área total de transferencia de calor es de 100 pie^2, determine *a*) la efectividad de la transferencia de calor y *b*) la tasa de transferencia de calor real en el intercambiador de calor.

11-110 En un intercambiador de calor de un paso por la coraza y dos pasos por los tubos, el agua fría con una temperatura de entrada de 20 °C se calienta con agua caliente suministrada en la entrada a 80 °C. Los flujos másicos de agua fría y caliente son de 5 000 kg/h y 10 000 kg/h, respectivamente. Si el intercambiador de calor de tubos y coraza tiene un valor UA_s de 11 600 W/K, determine las temperaturas de salida del agua fría y del agua caliente. Suponga que c_{pc} = 4 178 J/kg·K y c_{ph} = 4 188 J/kg·K.

11-111 Se debe enfriar aceite caliente (c_p = 2 200 J/kg·K) con agua (c_p = 4 180 J/kg·K) en un intercambiador de calor de 2 pasos por la coraza y 12 pasos por los tubos . Los tubos tienen paredes delgadas y están hechos de cobre con un diámetro de 1.8 cm. La longitud de cada paso por los tubos en el intercambiador de calor es de 3 m y el coeficiente global de transferencia de calor es de 340 $W/m^2 \cdot K$. El agua fluye a través de los tubos a una tasa total de 0.1 kg/s, y el aceite fluye a través de la coraza a una tasa de 0.2 kg/s. El agua y el aceite entran a temperaturas de 18 y 160 °C, respectivamente. Determine la tasa de transferencia de calor en el intercambiador de calor y las temperaturas de salida del agua y el aceite. *Respuestas:* 36.2 kW, 104.6 °C, 77.7 °C

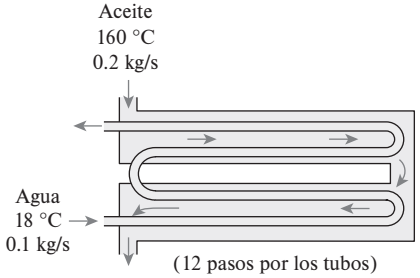


FIGURA P11-111

11-112I Se enfría aceite de 180 a 120 °F en un intercambiador de calor de un paso por la coraza y dos pasos por los tubos con un coeficiente global de transferencia de calor de 40 Btu/h · pie^2 · °F. Entra agua (c_{pc} = 1.0 Btu/lbm · °F) a 80 °F y sale a 100 °F con un flujo másico de 20 000 lbm/h. Determine *a*) el valor de NTU y *b*) el área de superficie del intercambiador de calor.

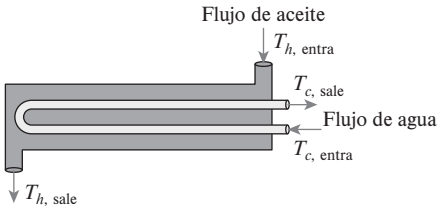


FIGURA P11-112I

11-113 Se utiliza un intercambiador de calor de tubos y coraza con dos pasos por la coraza y ocho pasos por los tubos para calentar alcohol etílico (c_p = 2 670 J/kg · K) en los tubos de 25 a 70 °C a una tasa de 2.1 kg/s. El calentamiento debe realizarse con agua (c_p = 4 190 J/kg · K) que ingresa a la coraza a 95 °C y sale a 60 °C. Si el coeficiente global de transferencia de calor es de 800 W/m^2 · K, determine el área de superficie de transferencia de calor del intercambiador de calor utilizando *a*) el método LMTD y *b*) el método ε NTU. *Respuestas: a*) 11.4 m^2

11-114 Ingresa agua fría (c_p = 4 180 J/kg · K) a los tubos de un intercambiador de calor con dos pasos por la coraza y 23 pasos por los tubos a 14 °C a una tasa de 3 kg/s, mientras que el aceite caliente (c_p = 2 200 J/kg · K) ingresa a la coraza a 200 °C al mismo flujo másico. El coeficiente global de transferencia de calor basado en la superficie exterior del tubo es de 300 W/m^2 · K, y el área de superficie de transferencia de calor en ese lado es de 20 m^2. Determine la tasa de transferencia de calor utilizando *a*) el método LMTD y *b*) el método ε NTU.

11-115 C&S La norma de la *National Sanitation Foundation* (NSF) para equipos comerciales de lavado de vajillas (ANSI/NSF3) requiere que la temperatura final del agua de enjuague esté entre 82 y 90 °C. Un intercambiador de calor de tubos y coraza debe calentar 0.5 kg/s de agua (c_p = 4 200 J/kg · K) de 48 a 86 °C usando salmuera geotérmica que fluye a través de un paso por la coraza. El agua calentada se alimenta luego a equipos comerciales de lavado de vajillas. La salmuera geotérmica entra y sale del intercambiador de calor a 98 y 90 °C, respectivamente. El agua fluye a través de cuatro tubos de paredes delgadas, cada uno con un diámetro de 25 mm, con los cuatro tubos haciendo el mismo número de pasos a través de la coraza. La longitud del tubo por paso para cada tubo es de 5 m. Los coeficientes de transferencia de calor por convección correspondientes en las superficies del tubo exterior e interior son 1 050 y 2 700 W/m^2 · K, respectivamente. El factor de incrustación estimado causado por la acumulación de depósitos de la salmuera geotérmica es de 0.0002 m^2 · K/W. Determine el número de pasos requeridos para que los tubos dentro de la coraza calienten al agua a 86 °C, que está dentro del rango de temperatura requerido por el estándar ANIS/NSF3.

11-116I En un intercambiador de calor de un paso por la coraza y ocho pasos por los tubos, la temperatura del agua que fluye a una tasa de 50 000 lbm/h se eleva de 70 a 150 °F. Fluye aire caliente (c_p = 0.25 Btu/lbm · °F) en el lado del tubo que entra en el intercambiador de calor a 600 °F y sale a 300 °F. Si el coeficiente de transferencia de calor por convección en la superficie exterior de los tubos es de 30 Btu/h · pie^2 · °F, determine el área de superficie del intercambiador de calor utilizando los métodos LMTD y ε NTU. Tenga en cuenta la posible resistencia a las incrustaciones (ensuciamiento) de 0.0015 y 0.001 h · pie^2 · °F/Btu en los lados del agua y el aire, respectivamente.

11-117 C&S Un intercambiador de calor de tubos y coraza (dos pasos por la coraza) debe calentar 0.5 kg/s de agua (c_p = 4 200 J/kg · K) mediante salmuera geotérmica que fluye a través de los pasos de la coraza. El agua calentada alimenta luego a equipos comerciales de lavado de vajillas. El estándar de la National Sanitation Foundation (NSF) para equipos comerciales de lavado de vajillas (ANSI/NSF 3) requiere que la temperatura final del agua de enjuague esté entre 82 y 90 °C. La salmuera geotérmica ingresa y sale del intercambiador de calor a 98 y 90 °C, respectivamente. El agua fluye a través de un tubo de paredes delgadas dentro de los depósitos. El diámetro del tubo es de 25 mm y la longitud del tubo por paso es de 4 m. Los coeficientes de transferencia de calor por convección correspondientes en las superficies del tubo exterior e interior son 450 y 2 700 W/m^2 · K, respectivamente. El factor de incrustación estimado causado por la acumulación de depósitos de la salmuera geotérmica es de 0.0002 m^2 · K/W. Si el agua ingresa al intercambiador de calor a 20 °C, determine el número de pasos de tubo requeridos dentro de cada paso de coraza para calentar el agua a 86 °C para que cumpla con el estándar ANSI/NSF 3.

11-118 C&S Se utiliza un intercambiador de calor de tubos y coraza (dos pasos por la coraza, 12 pasos por los tubos en cada coraza) para enfriar un fluido caliente antes de que fluya hacia un sistema de tuberías. El sistema de tuberías está construido principalmente con tubos de cobre ASTM B75. La temperatura máxima de uso para los tubos de cobre ASTM B75 es 204 °C (código ASME para tuberías de proceso, ASME B31.3-2014, Tabla A-1M). El fluido caliente se enfría mediante un fluido de transferencia de calor (c_p = 3 kJ/kg · K) que fluye a 1.4 kg/s a través de los pasos por la coraza. El fluido a calentar entra y sale del intercambiador de calor a 50 y 200 °C, respectivamente. El fluido caliente fluye a través de un tubo de paredes delgadas dentro de los pasos de la coraza. El diámetro del tubo es de 25 mm, y los coeficientes de transferencia de calor por convección correspondientes en las superficies del tubo exterior e interior son 2 300 y 3 000 W/m^2 · K, respectivamente. Si el fluido caliente ingresa al intercambiador de calor a 250 °C, determine la longitud del tubo por paso requerida dentro de cada paso de coraza para enfriar el fluido caliente a 204 °C, de modo que cumpla con el código ASME.

11-119 Ingresa aire (c_p = 1 005 J/kg · K) a un intercambiador de calor de flujo cruzado a 20 °C a una tasa de 3 kg/s, donde es calentado por una corriente de agua caliente (c_p = 4 190 J/kg · K) que ingresa al intercambiador de calor a 70 °C a una tasa de 1 kg/s. Determine la tasa máxima de transferencia de calor y las temperaturas de salida de ambos fluidos para ese caso.

11-120 Un intercambiador de calor de flujo cruzado con ambos fluidos sin mezclar tiene un coeficiente global de transferencia de calor de 200 $W/m^2 \cdot K$ y un área de superficie de transferencia de calor de 400 m^2. El fluido caliente tiene una capacidad calorífica de 40 000 W/K, mientras que el fluido frío tiene una capacidad calorífica de 80 000 W/K. Si las temperaturas de entrada de los fluidos calientes y fríos son 80 y 20 °C, respectivamente, determine la temperatura de salida del fluido frío.

11-121 Se utiliza un intercambiador de calor aire-agua de flujo cruzado con una efectividad de 0.65 para calentar agua (c_p = 4 180 J/kg · K) con aire caliente (c_p = 1 010 J/kg · K). El agua ingresa al intercambiador de calor a 20 °C a una tasa de 4 kg/s, mientras que el aire ingresa a 100 °C a una tasa de 9 kg/s. Si el coeficiente global de transferencia de calor del lado del agua es de 260 $W/m^2 \cdot K$, determine el área de superficie de transferencia de calor del intercambiador de calor del lado del agua. Suponga que ambos fluidos no están mezclados. *Respuesta:* 52.4 m^2

11-122 Ingresa agua fría (c_p = 4.18 kJ/kg · K) a un intercambiador de calor de flujo cruzado a 14 °C a una tasa de 0.35 kg/s donde se calienta con aire caliente (c_p = 1.0 kJ/kg · K) que ingresa al intercambiador de calor a 65 °C a una tasa de 0.8 kg/s y sale a 25 °C. Determine la temperatura máxima de salida del agua fría y la efectividad de este intercambiador de calor.

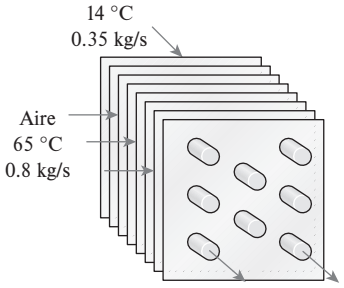


FIGURA P11-122

11-123 El aceite en un motor se enfría por aire en un intercambiador de calor de flujo cruzado, donde ambos fluidos no se mezclan. El aceite (c_{ph} = 2 047 J/kg · K) que fluye con una tasa de flujo de 0.026 kg/s ingresa al intercambiador de calor a 75 °C, mientras que el aire (c_{pc} = 1 007J/kg · K) ingresa a 30 °C con un flujo másico de 0.21 kg/s. El coeficiente de transferencia de calor global del intercambiador de calor es de 53 $W/m^2 \cdot K$ y la superficie total es de 1 m^2. Determine *a*) la efectividad de la transferencia de calor y *b*) la temperatura de salida del aceite.

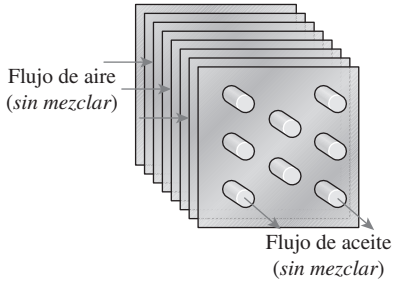


FIGURA P11-123

11-124 Un intercambiador de calor de flujo cruzado consta de 80 tubos de paredes delgadas de 3 cm de diámetro ubicados en un conducto de sección transversal de 1 m × 1 m. No hay aletas unidas a los tubos. El agua fría (c_p = 4 180 J/kg · K) ingresa a los tubos a 18 °C con una velocidad promedio de 3 m/s, mientras que el aire caliente (c_p = 1 010 J/kg · K) ingresa al canal a 130 °C y 105 kPa a una velocidad promedio de 12 m/s. Si el coeficiente global de transferencia de calor es 130 $W/m^2 \cdot K$, determine las temperaturas de salida de ambos fluidos y la tasa de transferencia de calor.

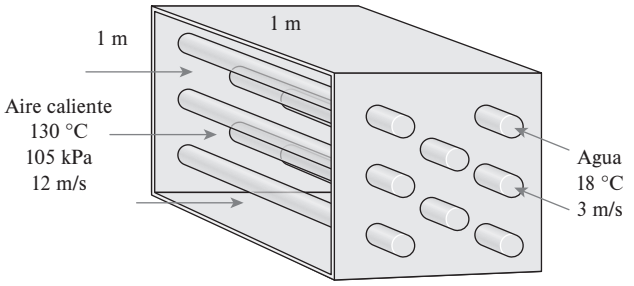


FIGURA P11-124

11-125 Considere un intercambiador de calor recuperativo de flujo cruzado (ambos fluidos sin mezclar) utilizado en un sistema de turbina de gas que transporta los gases de escape a una tasa de flujo másico de 7.5 kg/s y una temperatura de 500 °C. El aire está inicialmente a 30 °C con un flujo másico de 15 kg/s y se debe calentar en el recuperador. Los coeficientes de transferencia de calor por convección en el lado de escape del gas y del aire son de 750 $W/m^2 \cdot K$ y 300 $W/m^2 \cdot K$, respectivamente. Debido al uso a largo plazo de la turbina de gas, el intercambiador de calor recuperativo está sujeto a incrustaciones tanto en el lado del gas como en el aire, lo que ofrece una resistencia de 0.0004 $m^2 \cdot K/W$ en cada uno. Considere que las propiedades de los gases de escape son las mismas que las del aire (c_p = 1 069 J/kg · K). Si la temperatura de salida del gas de escape es 320 °C, determine *a*) si el aire podría calentarse a una temperatura de 150 °C y *b*) el área del intercambiador de calor. *c*) si la respuesta a la parte *a*) es no, entonces determine cuál debería ser el flujo másico de aire para alcanzar la temperatura de salida deseada de 150 °C y *d*) grafique la variación de la temperatura del aire de salida en un rango de 75 a 300 °C en función del flujo másico de aire, suponiendo que todas las demás condiciones permanezcan iguales.

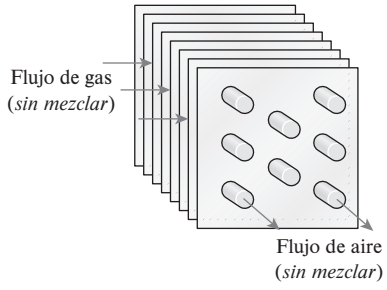


FIGURA P11-125

11-126 Considere la operación de un intercambiador de calor de flujo cruzado de un solo paso con agua (c_p = 4 193 J/kg·K) (mezclado) y metanol (c_p = 2 577 J/kg·K) (sin mezclar). El agua que entra y sale del intercambiador de calor a 90 y 60 °C, respectivamente, se usa para calentar el etanol inicialmente a 10 °C. El coeficiente global de transferencia de calor y la tasa de transferencia de calor total se estima en 650 W/m^2·K y 250 kW, respectivamente. Con el fin de lograr una efectividad de al menos 0.5, *a*) ¿cuál sería la tasa de flujo másico del agua y el área de superficie del intercambiador de calor? *b*) Si la tasa de flujo másico del agua cambia dentro de ± 30% de la determinada en la parte *a*) con la misma área de superficie (A_s), trace la variación de la tasa de transferencia de calor, la temperatura de salida de metanol, el coeficiente de transferencia de calor, y la efectividad del intercambiador de calor con respecto al cambio en el flujo másico de agua.

11-127 Considere un calentador de aceite de motor de flujo cruzado que utiliza etilenglicol que fluye a una temperatura de 110 °C para calentar aceite inicialmente a 10 °C. El etilenglicol ingresa a un banco de tubos que consiste en tubos de cobre (k = 250 W/m·K) con disposición escalonada en un espacio de 0.5 m × 0.5 m. El diámetro exterior de los tubos de cobre de 0.5 m de largo es de 25 mm y el grosor de la pared es de 2 mm. El paso longitudinal y transversal de los haces de varillas es de 0.035 m cada uno. El aceite del motor a calentar fluye dentro de los tubos con un flujo másico de 4.05 kg/s. Considere el coeficiente de transferencia de calor del aceite como 2 500 W/m^2·K. Si la temperatura de salida mínima deseada del aceite es de 70 °C y la temperatura de salida medida del etilenglicol es de 90 °C, determine *a*) el flujo másico de etilenglicol y *b*) el número de filas de tubos. En su cálculo, use las siguientes propiedades para el etilenglicol.

ρ = 1 062 kg/m^3	$\mu = 2.499 \times 10^{-3}$ kg/m·s
k = 0.262 W/m·K	c_p = 2 742 J/kg·K
Pr = 26.12	$\text{Pr}_{s@40\,^\circ\text{C}}$ = 96.97

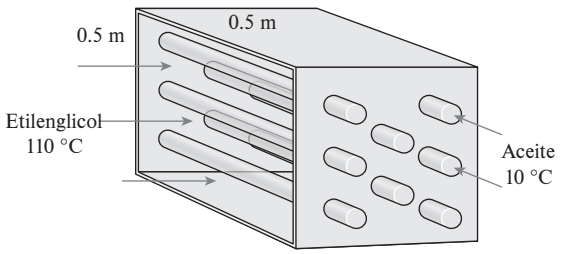


FIGURA P11-127

11-128 Ingresa agua (c_p = 4 180 J/kg·K) al tubo de diámetro interno de 2.5 cm de un intercambiador de calor de contraflujo de tubo doble a 20 °C a una tasa de 2.2 kg/s. El agua se calienta por vapor condensado a 120 °C (h_{fg} = 2 203 kJ/kg) en la coraza. Si el coeficiente global de transferencia de calor del intercambiador de calor es de 700 W/m^2·K, determine la longitud del tubo requerido para calentar el agua a 80 °C utilizando *a*) el método LMTD y *b*) el método ε NTU.

11-129 Se evapora etanol a 78 °C (h_{fg} = 846 kJ/kg) en un intercambiador de calor de flujo paralelo de doble tubo a una tasa de 0.04 kg/s usando aceite caliente (c_p = 2 200 J/kg·K) que ingresa a 115 °C. Si el área de superficie de transferencia de calor y los coeficientes globales de transferencia de calor son 6.2 m^2 y 320 W/m^2·K, respectivamente, determine la temperatura de salida y la tasa de flujo másico del aceite usando *a*) el método LMTD y *b*) el método ε NTU.

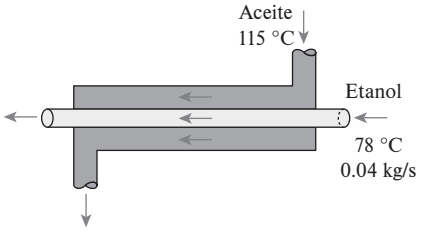


FIGURA P11-129

11-130 Se condensa vapor de agua saturado a 100 °C en un intercambiador de calor de un paso por la coraza y de dos pasos por los tubos con una superficie de 0.5 m^2 y un coeficiente global de transferencia de calor de 2 000 W/m^2·K. El agua fría (c_{pc} = 4 179 J/kg·K) que fluye a 0.5 kg/s ingresa al lado del tubo a 15 °C. Determine *a*) la efectividad de la transferencia de calor, *b*) la temperatura de salida del agua fría y *c*) la tasa de transferencia de calor del intercambiador de calor.

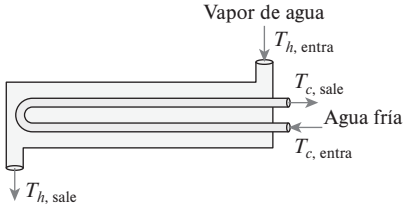


FIGURA P11-130

11-131 Se debe condensar vapor en el lado de la coraza de un condensador de paso único y 8 pasos por los tubos, con 50 tubos en cada paso, a 30 °C (h_{fg} = 2 431 kJ/kg). El agua de refrigeración (c_p = 4 180 J/kg·K) ingresa a los tubos a 18 °C a una tasa de 2 200 kg/h. Los tubos tienen paredes delgadas y tienen un diámetro de 1.5 cm y una longitud de 2 m por paso. Si el coeficiente global de transferencia de calor es de 3 000 W/m^2·K, determine *a*) la tasa de transferencia de calor y *b*) la tasa de condensación del vapor.

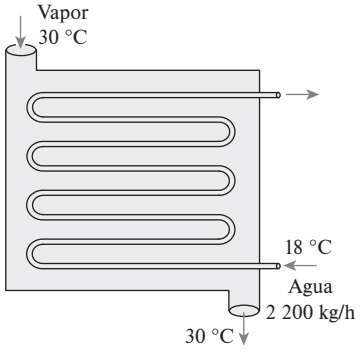


FIGURA P11-131

11-132 Reconsidere el problema 11-131. Usando el software apropiado, investigue los efectos de la temperatura del vapor de condensación y el diámetro del tubo en la tasa de transferencia de calor y la tasa de condensación del vapor. Deje que la temperatura del vapor varíe de 20 a 70 °C y el diámetro del tubo de 1.0 cm a 2.0 cm. Grafique la tasa de transferencia de calor y la tasa de condensación en función de la temperatura del vapor y el diámetro del tubo, y analice los resultados.

11-133I Considere un intercambiador de calor de circuito cerrado que transporta agua de salida (c_p = 1 Btu/lbm · °F y ρ = 62.4 lbm/pie^3) de un lado del condensador inicialmente a 100 °F. El agua fluye a través de tubo de acero inoxidable de 500 pies de longitud y de 1 pulg de diámetro interno sumergido en un gran lago. La temperatura del agua del lago que rodea el intercambiador de calor es de 45 °F. El coeficiente global de transferencia de calor del intercambiador de calor se estima en 250 Btu/h · pie^2 · °F. ¿Cuál es la temperatura de salida del agua del intercambiador de calor sumergido si fluye a través de la tubería a una velocidad promedio de 9 pie/s? Use el método ε NTU para el análisis.

11-134 Considere el flujo de vapor saturado a 270.1 kPa que fluye a través del lado de la coraza de un intercambiador de calor de tubos y coraza mientras el agua fluye a través de cuatro tubos de 1.25 cm de diámetro a una tasa de 0.25 kg/s a través de cada tubo. El agua ingresa a los tubos del intercambiador de calor a 20 °C y sale a 60 °C. Debido al intercambio de calor con el fluido frío, el vapor se condensa en la superficie externa del tubo. El coeficiente de transferencia de calor por convección en el lado del vapor es de 1 500 W/m^2 · K, mientras que la resistencia a las incrustaciones (ensuciamiento) del vapor y el agua puede tomarse como 0.00015 y 0.0001 m^2 · K/W, respectivamente. Usando el método NTU, determine *a*) la efectividad del intercambiador de calor, *b*) la longitud del tubo y *c*) la tasa de condensación de vapor.

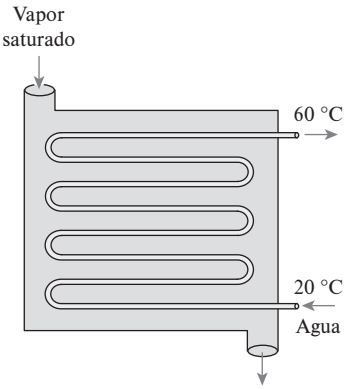


FIGURA P11-134

11-135 PtD Considere una unidad de condensador (intercambiador de calor de tubos y coraza) de una instalación de *HVAC* donde el refrigerante saturado R-134a a una presión de saturación de 1 318.6 kPa y a una tasa de 2.5 kg/s fluye a través de tubos de cobre de paredes delgadas. El refrigerante ingresa al condensador como vapor saturado y deseamos tener un refrigerante líquido saturado a la salida. El enfriamiento del refrigerante se lleva a cabo mediante agua fría que ingresa al intercambiador de calor a 10 °C y sale a 40 °C. Suponiendo que el coeficiente global de transferencia de calor inicial del intercambiador de calor sea 3 500 W/m^2 · K, determine la superficie del intercambiador de calor y el flujo másico del agua de refrigeración para la condensación completa del refrigerante. En la práctica, durante un largo periodo de tiempo, se produce incrustación dentro del intercambiador de calor que reduce su coeficiente global de transferencia de calor y hace que aumente la tasa de flujo másico del agua de enfriamiento. El aumento en la tasa de flujo másico del agua de enfriamiento requerirá una potencia de bombeo adicional, lo que hace que el proceso de intercambio de calor no sea económico. Para evitar que la unidad del condensador tenga un bajo rendimiento, suponga que se ha producido ensuciamiento dentro del intercambiador de calor y ha reducido su coeficiente de transferencia de calor general en 20%. Para la misma temperatura de entrada y tasa de flujo de refrigerante, determine la nueva tasa de flujo de agua de enfriamiento para asegurar la condensación completa del refrigerante a la salida del intercambiador de calor.

Selección de intercambiadores de calor

11-136C Hay dos intercambiadores de calor que pueden cumplir con los requisitos de transferencia de calor de una instalación. Ambos tienen los mismos requisitos de potencia de bombeo, la misma vida útil y el mismo precio. Pero uno es más pesado y más grande. ¿Bajo qué condiciones elegirías el más pequeño?

11-137C Hay dos intercambiadores de calor que pueden cumplir con los requisitos de transferencia de calor de una instalación. Uno es más pequeño y más barato, pero requiere una bomba más grande, mientras que el otro es más grande y más caro, pero tiene una caída de presión más pequeña y, por tanto, requiere una bomba más pequeña. Ambos intercambiadores de calor tienen la misma esperanza de vida y cumplen con todos los demás requisitos. Explique qué intercambiador de calor elegiría y en qué condiciones.

11-138C Se debe seleccionar un intercambiador de calor para enfriar un producto químico líquido caliente a una tasa de flujo y a una temperatura especificadas. Explique los pasos involucrados en el proceso de selección.

11-139 Un intercambiador de calor se usa para enfriar aceite (c_p = 2 200 J/kg · K) a una tasa de 10 kg/s de 120 a 40 °C por aire. Determine la clasificación de transferencia de calor del intercambiador de calor y proponga un tipo adecuado.

11-140 Se debe seleccionar un calentador de proceso de tubos y coraza para calentar agua (c_p = 4 190 J/kg · K) de 20 a 90 °C mediante vapor que fluye en el lado de la coraza. La carga de transferencia de calor del calentador es de 600 kW. Si el diámetro interno de los tubos es de 1 cm y la velocidad del agua no debe exceder los 3 m/s, determine cuántos tubos deben usarse en el intercambiador de calor.

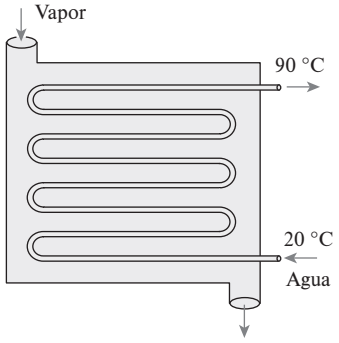


FIGURA P11-140

11-141 Reconsidere el problema 11-140. Usando el software apropiado, grafique el número de pasos por los tubos en función de la velocidad del agua en el rango de 1 m/s a 8 m/s, y discuta los resultados.

11-142 El condensador de una gran central eléctrica debe eliminar 125 MW de calor de la condensación de vapor a 30 °C (h_{fg} = 2 431 kJ/kg). El enfriamiento se logrará enfriando agua (c_p = 4 180 J/kg·K) de un río cercano, que ingresa a los tubos a 18 °C y sale a 26 °C. Los tubos del intercambiador de calor tienen un diámetro interno de 2 cm, y el coeficiente global de transferencia de calor es 3 500 W/m^2·K. Determine la longitud total de los tubos requeridos en el condensador. ¿Qué tipo de intercambiador de calor es adecuado para esta tarea?

11-143 Repita el problema 11-142 para una carga de transferencia de calor de 50 MW.

11-144 Se diseñará un intercambiador de calor de tubos y coraza para enfriar el vapor orgánico a base de petróleo disponible a un flujo másico de 5 kg/s y a una temperatura de saturación de 75 °C. El agua fría (c_p = 4 187 J/kg·K) utilizada para su condensación se suministra a una tasa de 25 kg/s y una temperatura de 15 °C. El agua fría fluye a través de tubos de cobre con un diámetro exterior de 20 mm, un espesor de 2 mm, y una longitud de 5 m. Se supone que el coeficiente global de transferencia de calor es de 550 W/m^2·K, y el calor latente de vaporización del vapor orgánico puede considerarse de 580 kJ/kg. Suponiendo una resistencia térmica insignificante debido al grosor de la pared de la tubería, determine la cantidad de tubos necesarios para cumplir este objetivo.

11-145I El agua que fluye a través del lado del tubo de un intercambiador de calor de flujo cruzado de tubo a una tasa de 40 000 lbm/h se calienta de 80 a 110 °F. En el lado de la coraza, el agua a 175 °F fluye a través de una coraza a una tasa de 30 000 lbm/h y actúa como un fluido de calentamiento. El coeficiente global de transferencia de calor del intercambiador de calor es de 220 Btu/h·pie^2·°F, y la velocidad promedio del agua que fluye a través de una tubería de 0.75 pulgadas de diámetro interno es de 1.5 pie/s. Debido a las limitaciones de espacio, se desea limitar la longitud del tubo a menos de 8 pies. Calcule el número de pasos por los tubos, el número de tubos por paso y la longitud de los tubos que satisfacen las restricciones de espacio.

11-146 El benceno líquido saturado que fluye a una tasa de 5 kg/s debe enfriarse de 75 a 45 °C utilizando una fuente de agua fría (c_p = 4 187 J/kg·K) que fluye a 3.5 kg/s y 15 °C a través de un tubo de 20 mm de diámetro de espesor de pared insignificante. El coeficiente global de transferencia de calor del intercambiador de calor se estima en 750 W/m^2·K. Si el calor específico del benceno líquido es 1 839 J/kg·K y suponiendo que el cociente de la capacidad y la efectividad permanecen iguales, determine el área de superficie del intercambiador de calor para los siguientes cuatro intercambiadores de calor: *a*) flujo paralelo, *b*) contraflujo, *c*) tubos y coraza con dos pasos por la coraza y 40 pasos por los tubos, y *d*) flujo cruzado con un fluido mezclado (benceno líquido) y otro fluido sin mezclar (agua).

Tema especial: el sistema cardiovascular humano como un intercambiador de calor a contracorriente

11-147C Describa el mecanismo de contracorriente cardiovascular en el cuerpo humano.

11-148C Discuta las diferencias entre el diseño de contracorriente cardiovascular y el diseño de contracorriente de ingeniería estándar.

11-149C ¿Cómo afectan la ropa pesada y las condiciones ambientales extremas al intercambiador de contracorriente cardiovascular?

11-150 Calcule la resistencia térmica total del intercambiador de calor cardiovascular, suponiendo que la conductividad térmica del sistema es k = 0.670 W/m·K y los coeficientes de transferencia de calor por convección para la arteria y la vena son h_A = 300 W/m^2·K y h_V = 190 W/m^2·K. La arteria tiene un diámetro exterior de 500 μm, la vena tiene un diámetro exterior de 600 μm y la longitud de ambos vasos sanguíneos es de 50 cm.

11-151 Usando los valores discutidos en el problema 11-150, calcule el coeficiente de transferencia de calor general arterial y venoso.

11-152 ¿Cómo cambiaría la respuesta al problema 11-150 si intentáramos aproximar la pérdida de transferencia de calor a través del vaso sanguíneo con un factor de incrustación (ensuciamiento) para describir las homogeneidades fisiológicas? Suponga que el factor de incrustación para la arteria es 0.0005 m^2·K/W y el factor de incrustación para la vena es 0.0003 m^2·K/W.

11-153 El mecanismo del intercambiador de calor a contracorriente cardiovascular es calentar la sangre venosa de 28 a 35 °C a una tasa de flujo másico de 2 g/s. La temperatura de entrada de la arteria es de 37 °C a una tasa de flujo másico de 5 g/s. El diámetro promedio de la vena es de 5 cm y el coeficiente de transferencia de calor global es de 125 W/m^2·K. Determine la longitud total de los vasos sanguíneos necesaria para calentar la sangre venosa a 35 °C si el calor específico de la sangre arterial y venosa es constante e igual a 3 475 J/kg·K.

11-154 El intercambiador de calor a contracorriente cardiovascular tiene un coeficiente global de transferencia de calor de 100 W/m^2·K. La sangre arterial entra a 37 °C y sale a 27 °C. La sangre venosa entra a 25 °C y sale a 34 °C. Determine las tasas de flujo de masa de la sangre arterial y venosa en g/s si el calor específico de la sangre arterial y la sangre venosa son ambos constantes e iguales a 3 475 J/kg·K, y el área superficial de la transferencia de calor que se produce es de 0.15 cm^2.

Problemas de repaso

11-155 Considere un intercambiador de calor de doble tubo de agua a agua cuya disposición de flujo no se conoce. Las mediciones de temperatura indican que el agua fría entra a 20 °C y sale a 50 °C, mientras que el agua caliente entra a 80 °C y sale a 45 °C. ¿Cree que se trata de un intercambiador de calor de flujo paralelo o contraflujo? Explique.

11-156 Al tomar el límite como $\Delta T_2 \rightarrow \Delta T_1$, demuestre que cuando $\Delta T_1 = \Delta T_2$ para un intercambiador de calor, la relación ΔT_{ml} se reduce a $\Delta T_{ml} = \Delta T_1 = \Delta T_2$.

11-157I Debe calentarse agua (c_p = 1.0 Btu/lbm · °F) con aire caliente calentado por el Sol (c_p = 0.24 Btu/lbm · °F) en un intercambiador de calor de contraflujo de doble tubo. El aire ingresa al intercambiador de calor a 190 °F a una tasa de 0.7 lbm/s y sale a 135 °F. El agua entra a 70 °F a una tasa de 0.35 lbm/s. El coeficiente global de transferencia de calor en el lado interno del tubo es de 20 Btu/h · pie^2 · °F. Determine la longitud del tubo requerida para un diámetro interno de 0.5 pulg.

11-158 Se utiliza un intercambiador de calor de tubos y coraza con un paso por la coraza y 14 pasos por los tubos para calentar agua en los tubos con condensación de vapor geotérmico a 120 °C (h_{fg} = 2 203 kJ/kg) en el lado de la coraza. Los tubos tienen paredes delgadas y tienen un diámetro de 2.4 cm y una longitud de 3.2 m por paso. El agua (c_p = 4 180 J/kg · K) ingresa a los tubos a 18 °C a una tasa de 6.2 kg/s. Si la diferencia de temperatura entre los dos fluidos en la salida es de 46 °C, determine *a*) la tasa de transferencia de calor, *b*) la tasa de condensación de vapor y *c*) el coeficiente global de transferencia de calor.

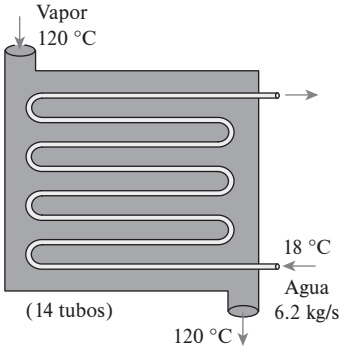


FIGURA P11-158

11-159 El agua caliente a 60 °C se enfría a 36 °C a través del lado de los tubos de un intercambiador de calor de tubos y coraza de un paso por la coraza y dos pasos por los tubos. El refrigerante también es una corriente de agua, para la cual las temperaturas de entrada y salida son de 7 y 31 °C, respectivamente. El coeficiente global de transferencia de calor y el área de transferencia de calor son 950 W/m^2 · K y 15 m^2, respectivamente. Calcule los flujos másicos de las corrientes de agua fría y caliente en funcionamiento estacionario.

11-160 Ingresa agua fría (c_p = 4 180 J/kg · K) a los tubos de un intercambiador de calor con dos pasos por la coraza y 20 pasos por los tubos a 15 °C a una tasa de 4 kg/s, mientras que aceite caliente (c_p = 2 200 J/kg · K) ingresa a la coraza a 130 °C con el mismo flujo másico y sale a 60 °C. Si el coeficiente global de transferencia de calor basado en la superficie externa del tubo es de 220 W/m^2 · K, determine *a*) la tasa de transferencia de calor y *b*) el área de superficie de transferencia de calor en el lado exterior del tubo.

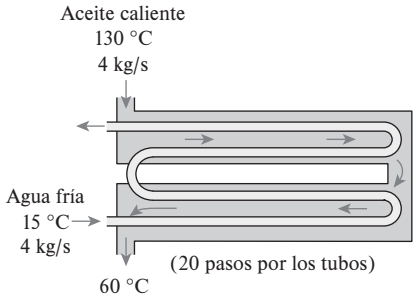


FIGURA P11-160

11-161 Se utiliza un intercambiador de calor de tubos y coraza para enfriar 47 kg/s de una corriente de proceso que fluye a través de los tubos desde 160 a 100 °C. Este intercambiador de calor tiene un total de 100 tubos idénticos, cada uno con un diámetro interior de 2.5 cm y grosor de pared insignificante. Las propiedades promedio de la corriente de proceso son: ρ = 950 kg/m^3, k = 0.50 W/m · K, c_p = 3.5 kJ/kg · K y μ = 0.002 kg/m · s. La corriente refrigerante es agua c_p = 4.18 kJ/kg · K, a una tasa de 66 kg/s y una temperatura de entrada de 10 °C, lo que produce un coeficiente de transferencia de calor promedio del lado de la coraza de 4.0 kW/m^2 · K. Calcule la longitud del tubo si el intercambiador de calor tiene *a*) un paso por la coraza y un paso por los tubos y *b*) un paso por la coraza y cuatro pasos por los tubos.

11-162 Se utiliza un intercambiador de calor de dos pasos por la coraza y cuatro pasos por los tubos para calentar una corriente de hidrocarburos (c_p = 2.0 kJ/kg · K) de 20 a 50 °C. Una corriente de agua ingresa al lado de la cubierta a 80 °C y sale a 40 °C. Hay 160 tubos de pared delgada, cada uno con un diámetro de 2.0 cm y una longitud de 1.5 m. Los coeficientes de transferencia de calor del lado del tubo y del lado de la coraza son 1.6 y 2.5 kW/m^2 · K, respectivamente. *a*) Calcule la tasa de transferencia de calor y las tasas de masa de las corrientes de agua e hidrocarburos. *b*) Con el uso, se descubrió que la temperatura de salida de la corriente de hidrocarburos disminuye en 5 °C debido a la deposición de sólidos en la superficie del tubo. Estime la magnitud del factor de incrustación.

11-163 Se utiliza un intercambiador de calor de tubos y coraza con dos pasos por la coraza y cuatro pasos por los tubos para enfriar aceite (c_p = 2.0 kJ/kg · K) de 125 a 55 °C. El refrigerante es agua, que ingresa el lado de la coraza a 25 °C y sale a 46 °C. El coeficiente global de transferencia de calor es de 900 W/m^2 · K. Para un flujo másico de aceite de 10 kg/s, calcule el flujo másico de agua de enfriamiento y el área de transferencia de calor.

11-164 El vapor de agua saturado a 100 °C se condensa en el lado de la coraza de un intercambiador de calor de una coraza

y dos tubos con una superficie de 0.5 m^2 y un coeficiente global de transferencia de calor de 2 000 $W/m^2 \cdot K$. Si el agua fría (c_{pc} = 4 179 J/kg·K) que fluye a 0.5 kg/s ingresa al lado del tubo a 15 °C, determine la temperatura de salida del agua fría y la tasa de transferencia de calor para el intercambiador de calor.

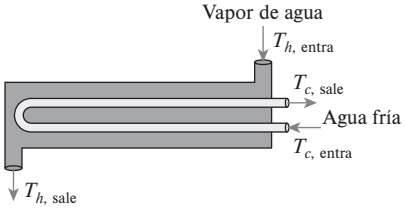


FIGURA P11-164

11-165 Un intercambiador de calor de flujo cruzado de un solo paso utiliza aire caliente (mezclado) para calentar agua (sin mezclar), que fluye con un flujo másico de 3 kg/s, de 30 a 80 °C. El aire caliente entra y sale el intercambiador de calor a 220 y 100 °C, respectivamente. Si el coeficiente global de transferencia de calor es 200 $W/m^2 \cdot K$, determine el área de superficie requerida.

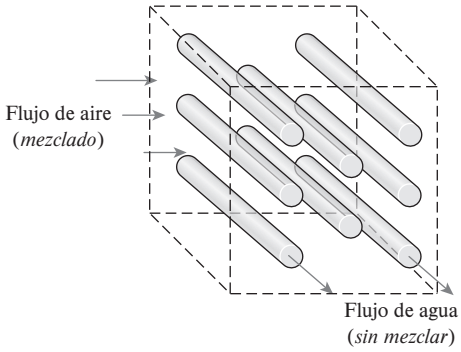


FIGURA P11-165

11-166 El condensador de un acondicionador de aire ambiental está diseñado para rechazar calor a una tasa de 22 500 kJ/h del refrigerante 134a mientras el refrigerante se condensa a una temperatura de 40 °C. Fluye aire (c_p = 1 005 J/kg·K) a través de las aletas del condensador, entrando a 25 °C y saliendo a 32 °C. Si el coeficiente global de transferencia de calor en el lado del refrigerante es de 150 $W/m^2 \cdot K$, determine el área de transferencia de calor en el lado del refrigerante.

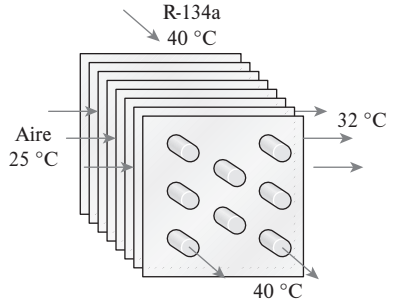


FIGURA P11-166

11-167 El aceite en un motor se enfría por aire en un intercambiador de calor de flujo cruzado, donde ambos fluidos no se mezclan. El aceite (c_{ph} = 2 047 J/kg·K) que fluye con una tasa de 0.026 kg/s ingresa al lado del tubo a 75 °C, mientras que el aire (c_{pc} = 1 007 J/kg·K) ingresa al lado de la coraza a 30 °C con un flujo másico de 0.21 kg/s. El coeficiente global de transferencia de calor del intercambiador de calor es de 53 $W/m^2 \cdot K$, y la superficie total es de 1 m^2. Si el factor de corrección es F = 0.96, determine las temperaturas de salida del aceite y el aire.

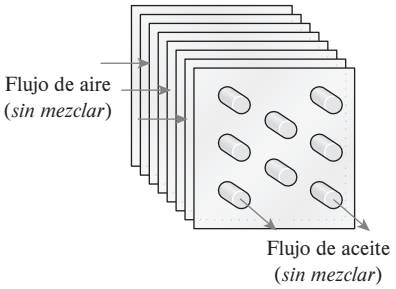


FIGURA P11-167

11-168 Considere un intercambiador de calor de contraflujo de agua a agua con las siguientes especificaciones. Entra agua caliente a 90 °C mientras que entra agua fría a 20 °C. La temperatura de salida del agua caliente es 15 °C mayor que la del agua fría, y el flujo másico del agua caliente es 50% mayor que el del agua fría. El producto del área de superficie de transferencia de calor y el coeficiente global de transferencia de calor es 2 200 W/K. Tomando el calor específico del agua fría y caliente como c_p = 4 180 J/kg·K, determine *a*) la temperatura de salida del agua fría, *b*) la efectividad del intercambiador de calor, *c*) el flujo másico del agua fría y *d*) la tasa de transferencia de calor.

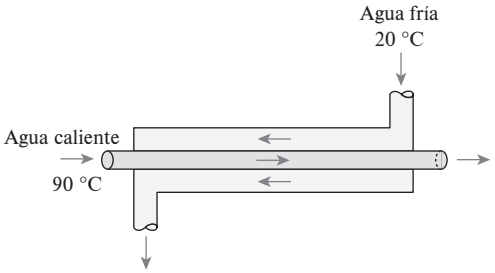


FIGURA P11-168

11-169 Se utilizará agua geotérmica (c_p = 4 250 J/kg·K) a 75 °C para calentar agua dulce (c_p = 4 180 J/kg·K) a 17 °C a una tasa de flujo másico de 1.2 kg/s usando un intercambiador de calor de contraflujo de doble tubo. El área de superficie de transferencia de calor es de 25 m^2, el coeficiente global de transferencia de calor es de 480 $W/m^2 \cdot K$ y el flujo másico del agua geotérmica es mayor que el del agua dulce. Si la efectividad del intercambiador de calor debe ser 0.823, determine la tasa de flujo másico del agua geotérmica y las temperaturas de salida de ambos fluidos.

11-170 Un intercambiador de calor de flujo cruzado con ambos fluidos sin mezclar tiene un coeficiente global de transferencia de calor de 200 $W/m^2 \cdot K$, y una superficie de transferencia de calor de 400 m^2. El fluido caliente tiene una capacidad calorífica de 40 000 W/K, mientras que el fluido frío tiene una capacidad calorífica de 80 000 W/K. Si las temperaturas de entrada de los fluidos calientes y fríos son 80 y 20 °C, respectivamente, determine *a*) la temperatura de salida del fluido caliente y *b*) la tasa de transferencia de calor en el intercambiador de calor.

11-171 En una planta química, cierto químico se calienta con agua caliente suministrada por un horno de gas natural. El agua caliente (c_p = 4 180 J/kg · K) se descarga a 60 °C a una tasa de 8 kg/min. La planta opera 8 h al día, 5 días a la semana, 52 semanas al año. El horno tiene una eficiencia de 78% y el costo del gas natural es de $1.00 por termia (1 termia = 105 500 kJ). La temperatura promedio del agua fría que ingresa al horno durante todo el año es de 14 °C. Para ahorrar energía, se propone instalar un intercambiador de calor de agua a agua para precalentar el agua fría entrante con el agua caliente drenada. Suponiendo que el intercambiador de calor recuperará 72% del calor disponible en el agua caliente, determine la tasa de transferencia de calor del intercambiador de calor que necesita comprar y sugiera un tipo adecuado. Además, determine la cantidad de dinero que este intercambiador de calor ahorrará a la compañía por año considerando el ahorro de gas natural.

11-172 Un intercambiador de calor de flujo cruzado de un solo paso con ambos fluidos sin mezclar tiene agua que ingresa a 16 °C y sale a 33 °C, mientras que el aceite (c_p = 1.93 kJ/kg · K y ρ = 870 kg/m^3) fluye a 0.19 m^3/min, entra a 38 °C y sale a 29 °C. Si el área de superficie del intercambiador de calor es de 20 m^2, determine *a*) el valor de NTU y *b*) el valor del coeficiente global de transferencia de calor.

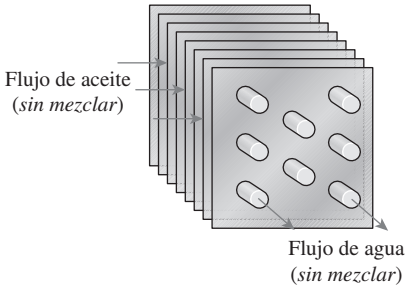


FIGURA P11-172

11-173 Se debe calentar aire de 18 °C (c_p = 1 006 J/kg · K) a 58 °C con aceite caliente a 80 °C (c_p = 2 150 J/kg · K) en un intercambiador de calor de flujo cruzado con aire mezclado y aceite sin mezclar. El producto del área de superficie de transferencia de calor y el coeficiente global de transferencia de calor es de 750 W/K, y el flujo másico de aire es el doble que el del aceite. Determine *a*) la efectividad del intercambiador de calor, *b*) la tasa de flujo másico del aire y *c*) la tasa de transferencia de calor.

11-174 El flujo másico, el calor específico y la temperatura de entrada de la corriente del lado del tubo en un intercambiador de calor de flujo paralelo de doble tubo son 3 200 kg/h, 2.0 kJ/kg /K y 120 °C, respectivamente. El flujo másico, el calor específico y la temperatura de entrada de la otra corriente son 2 000 kg/h, 4.2 kJ/kg · K y 20 °C, respectivamente. El área de transferencia de calor y el coeficiente global de transferencia de calor son 0.50 m^2 y 2.0 $kW/m^2 \cdot K$, respectivamente. Encuentre las temperaturas de salida de ambas corrientes en operación estable usando *a*) el método LMTD y *b*) el método de efectividad NTU.

11-175 Durante un experimento, se prueba un intercambiador de calor de placas que se usa para transferir calor de una corriente de agua caliente a una corriente de agua fría, y se toman las siguientes medidas:

	Corriente de agua caliente	Corriente de agua fría
Temperatura de entrada, °C	38.9	14.3
Temperatura de salida, °C	27.0	19.8
Tasa de flujo volumétrico, L/min	2.5	4.5

El área de transferencia de calor se calcula en 0.056 m^2.

a) Calcule la tasa de transferencia de calor al agua fría.
b) Calcule el coeficiente global de transferencia de calor.
c) Determine si el intercambiador de calor es realmente adiabático. Si no es así, determine la fracción de pérdida de calor y calcule la eficiencia de transferencia de calor.
d) Determine la efectividad y los valores de NTU del intercambiador de calor.

Además, discuta si los valores medidos son razonables.

Problemas del examen de Fundamentos de ingeniería (FI)

11-176 Se debe condensar vapor de agua saturado a 40 °C a medida que fluye a través de los tubos de un condensador enfriado por aire a una tasa de 0.2 kg/s. El condensado sale de los tubos como un líquido saturado a 40 °C. La tasa de transferencia de calor al aire es:

a) 34 kJ/s *b*) 268 kJ/s *c*) 453 kJ/s
d) 481 kJ/s *e*) 515 kJ/s

11-177 Considere un intercambiador de calor de doble tubo con un diámetro de tubo de 10 cm y un grosor de tubo insignificante. La resistencia térmica total del intercambiador de calor se calculó en 0.025 k/W cuando se construyó por primera vez. Después de un uso prolongado, se produce incrustación en las superficies interna y externa con factores de incrustación de 0.00045 m2 · K/W y 0.00015 $m^2 \cdot K/W$, respectivamente. El porcentaje de disminución en la tasa de transferencia de calor en este intercambiador de calor debido a las incrustaciones es:

a) 2.3% *b*) 6.8% *c*) 7.1%
d) 7.6% *e*) 8.5%

11-178 El agua caliente que sale de un motor debe enfriarse con aire ambiente en el radiador de un automóvil. Los tubos de

aluminio en los que fluye el agua tienen un diámetro de 4 cm y un grosor insignificante. Las aletas están unidas en la superficie exterior de los tubos para aumentar el área de superficie de transferencia de calor en el lado del aire. Los coeficientes de transferencia de calor en las superficies interna y externa son 2 000 y 150 $W/m^2 \cdot K$, respectivamente. Si el área de superficie efectiva en el lado con aletas es 12 veces el área de superficie interna, entonces el coeficiente global de transferencia de calor de este intercambiador de calor basado en el área de superficie interna es

a) 760 $W/m^2 \cdot K$ *b*) 832 $W/m^2 \cdot K$
c) 947 $W/m^2 \cdot K$ *d*) 1 075 $W/m^2 \cdot K$
e) 1 210 $W/m^2 \cdot K$

11-179 Se usa un intercambiador de calor para calentar el agua fría que ingresa a 12 °C a una tasa de 1.2 kg/s mediante aire caliente que ingresa a 90 °C a una tasa de 2.5 kg/s. La tasa más alta de transferencia de calor en el intercambiador de calor es:

a) 82 kW *b*) 156 kW *c*) 195 kW
d) 224 kW *e*) 391 kW

11-180 Ingresa agua fría (c_p = 4.18 kJ/kg · K) a un intercambiador de calor a 15 °C a una tasa de 0.5 kg/s, donde se calienta con aire caliente (c_p = 1.0 kJ/kg · K) que ingresa al intercambiador de calor a 50 °C a una tasa de 1.8 kg/s. La tasa de transferencia de calor máxima posible en este intercambiador de calor es:

a) 51.1 kW *b*) 63.0 kW *c*) 66.8 kW
d) 73.2 kW *e*) 80.0 kW

11-181 Se debe enfriar aceite caliente (c_p = 2.1 kJ/kg · K) a 110 °C y 12 kg/s en un intercambiador de calor con agua fría (c_p = 4.18 kJ/kg · K) que ingresa a 10 °C y a una tasa de 2 kg/s. La temperatura más baja a la que puede enfriarse el aceite en este intercambiador de calor es:

a) 10 °C *b*) 24 °C *c*) 47 °C
d) 61 °C *e*) 77 °C

11-182 Ingresa agua fría (c_p = 4.18 kJ/kg · K) a un intercambiador de calor a contraflujo a 18 °C y a una tasa de 0.7 kg/s donde se calienta con aire caliente (c_p = 1.0 kJ/kg · K) que ingresa al intercambiador de calor a 50 °C a una tasa de 1.6 kg/s y sale a 25 °C. La temperatura máxima posible de salida del agua fría es

a) 25.0 °C *b*) 32.0 °C *c*) 35.5 °C
d) 39.7 °C *e*) 50.0 °C

11-183 Un intercambiador de calor se utiliza para condensar el vapor que sale de la turbina de una central eléctrica de vapor mediante agua fría de un lago cercano. El agua fría (c_p = 4.18 kJ/kg · K) ingresa al condensador a 16 °C a una tasa de 42 kg/s y sale a 25 °C, mientras que el vapor se condensa a 45 °C. El condensador no está aislado. y se estima que se pierde calor a una tasa de 8 kW del condensador hacia aire circundante. La tasa a la que se condensa el vapor es:

a) 0.228 kg/s *b*) 0.318 kg/s *c*) 0.426 kg/s
d) 0.525 kg/s *e*) 0.663 kg/s

11-184 Un controlador de aire es un gran intercambiador de calor sin mezclar que se utiliza para controlar la comodidad en edificios grandes. En una de estas aplicaciones, el agua helada (c_p = 4.2 kJ/kg · K) ingresa a un controlador de aire a 5 °C y sale a 12 °C con un flujo másico de 1 000 kg/h. Esta agua fría enfría 5 000 kg/h de aire (c_p = 1.0 kJ/kg · K) que ingresa al controlador de aire a 25 °C. Si estas corrientes están en contracorriente y las condiciones de la corriente de agua permanecen fijas, la temperatura mínima a la salida de aire es:

a) 5 °C *b*) 12 °C *c*) 19 °C
d) 22 °C *e*) 25 °C

11-185 Un controlador de aire es un gran intercambiador de calor sin mezclar utilizado para el control de la comodidad en edificios grandes. En una de estas aplicaciones, el agua helada (c_p = 4.2 kJ/kg · K) ingresa a un controlador de aire a 5 °C y sale a 12 °C con un flujo másico de 1 000 kg/h. Esta agua fría enfría el aire (c_p = 1.0 kJ/kg · K) de 25 a 15 °C. La tasa de transferencia de calor entre las dos corrientes es:

a) 8.2 kW *b*) 23.7 kW *c*) 33.8 kW
d) 44.8 kW *e*) 52.8 kW

11-186 En un intercambiador de calor de líquido a líquido de flujo paralelo, las temperaturas de entrada y salida del fluido caliente son 150 y 90 °C, mientras que las del fluido frío son 30 y 70 °C, respectivamente. Para el mismo coeficiente global de transferencia de calor, el porcentaje de disminución en el área de superficie del intercambiador de calor si se usa la disposición de contraflujo es:

a) 3.9% *b*) 9.7% *c*) 14.5%
d) 19.7% *e*) 24.6%

11-187 Se usa un intercambiador de calor de contraflujo para enfriar aceite (c_p = 2.20 kJ/kg · K) de 110 a 85 °C a una tasa de 0.75 kg/s con agua fría (c_p = 4.18 kJ/kg · K) que ingresa al intercambiador de calor a 20 °C a una tasa de 0.6 kg/s. Si el coeficiente global de transferencia de calor es de 800 $W/m^2 \cdot K$, el área de transferencia de calor del intercambiador de calor es:

a) 0.745 m^2 *b*) 0.760 m^2 *c*) 0.775 m^2
d) 0.790 m^2 *e*) 805 m^2

11-188 El radiador en un automóvil es un intercambiador de calor de flujo cruzado (UA_s = 10 kW/K) que usa aire (c_p = 1.00 kJ/kg · K) para enfriar el líquido refrigerante del motor (c_p = 4.00 kJ/kg · K) El ventilador del motor aspira aire a 30 °C a través de este radiador a una tasa de 12 kg/s mientras que la bomba de refrigerante circula el refrigerante del motor a una tasa de 5 kg/s. El refrigerante ingresa a este radiador a 80 °C. En estas condiciones, ¿cuál es el número de unidades de transferencia (NTU) de este radiador?

a) 2 *b*) 2.5 *c*) 3.0
d) 3.5 *e*) 4.0

11-189 En un intercambiador de calor de agua a agua de flujo paralelo, el agua caliente ingresa a 75 °C a una tasa de 1.2 kg/s y el agua fría entra a 20 °C a una tasa de 0.9 kg/s. El coeficiente global de transferencia de calor global y el área de superficie para este intercambiador de calor son 750 $W/m^2 \cdot K$ y 6.4 m^2, respectivamente. Se puede considerar que el calor espe-

cífico tanto para los fluidos calientes como para los fríos es de 4.18 kJ/kg·K. Para el mismo coeficiente de transferencia de calor global y el área de superficie, el aumento en la efectividad de este intercambiador de calor si se usa con una disposición de contraflujo es:

a) 0.09 *b*) 0.11 *c*) 0.14
d) 0.17 *e*) 0.19

11-190 En un intercambiador de calor de flujo paralelo, el NTU se calcula en 2.5. La efectividad más baja posible para este intercambiador de calor es:

a) 10% *b*) 27% *c*) 41%
d) 50% *e*) 92%

11-191 Ingresa agua fría (c_p = 4.18 kJ/kg·K) a un intercambiador de calor de contraflujo a 10 °C a una tasa de 0.35 kg/s, donde se calienta con aire caliente (c_p = 1.0 kJ/kg·K) que ingresa al intercambiador de calor a 50 °C a una tasa de 1.9 kg/s y sale a 25 °C. Por tanto, la efectividad de este intercambiador de calor es:

a) 0.50 *b*) 0.63 *c*) 0.72
d) 0.81 *e*) 0.89

11-192 Se debe condensar vapor en el lado de la coraza de un condensador de dos pasos por la coraza y ocho pasos por los tubos, con 20 tubos en cada paso. El agua de enfriamiento ingresa a los tubos a una tasa de 2 kg/s. Si el área de transferencia de calor es de 14 m^2 y el coeficiente global de transferencia de calor es de 1 800 W/m^2·K, entonces la efectividad de este condensador es:

a) 0.70 *b*) 0.80 *c*) 0.90
d) 0.95 *e*) 1.0

11-193 Se hierve agua a 150 °C en una caldera mediante gases de escape calientes (c_p = 1.05kJ/kg·°C) que ingresan a la caldera a 540 °C a una tasa de 0.4 kg/s y salen a 200 °C. La superficie del intercambiador de calor es de 0.64 m^2. Por tanto, el coeficiente global de transferencia de calor de este intercambiador de calor es:

a) 880 W/m^2·K *b*) 1 120 W/m^2·K
c) 1 350 W/m^2·K *d*) 2 120 W/m^2·K
e) 1 840 W/m^2·K

11-194 Se usa un condensador enfriado por aire para condensar isobutano en una planta de energía geotérmica binaria. El isobutano se condensa a 85 °C por aire (c_p = 1.0 kJ/kg·K) que ingresa a 22 °C a una tasa de 18 kg/s. El coeficiente global de transferencia de calor y el área de superficie para este intercambiador de calor son 2.4 kW/m^2·K y 2.6 m^2, respectivamente. La temperatura de salida del aire es:

a) 35.6 °C *b*) 40.5 °C *c*) 52.1 °C
d) 58.5 °C *e*) 62.8 °C

Problemas de diseño y ensayo

11-195 Escriba un programa de computadora interactivo que proporcione la efectividad de un intercambiador de calor y las temperaturas de salida de los fluidos calientes y fríos cuando los tipos de fluidos, cuando se especifican las temperaturas de entrada, las tasas de flujo másico, el área de superficie de transferencia de calor, el coeficiente global de transferencia de calor y el tipo de intercambiador de calor. El programa debe permitir al usuario seleccionar entre los fluidos agua, aceite de motor, glicerina, alcohol etílico y amoniaco. Suponga calores específicos constantes a aproximadamente temperatura ambiente.

11-196 Fluye agua a través de un cabezal de una ducha de manera constante a una tasa de 8 kg/min. El agua se calienta en un calentador eléctrico de agua de 15 a 45 °C. En un intento por conservar energía, se propone pasar el agua tibia drenada a una temperatura de 38 °C a través de un intercambiador de calor para precalentar el agua fría entrante. Diseñe un intercambiador de calor que sea adecuado para esta tarea y analice los posibles ahorros en energía y dinero para su entorno.

11-197 Abra el compartimento del motor de su automóvil y busque los intercambiadores de calor; ¿cuántos tiene?, ¿de qué tipo son?, ¿por qué cree que se seleccionan esos tipos específicos? Si estuviera rediseñando el automóvil, ¿usaría diferentes tipos? Explique.

11-198 Escriba un ensayo sobre los tipos estáticos y dinámicos de intercambiadores de calor regenerativos, y recopile información sobre fabricantes de tales intercambiadores de calor. Elija algunos modelos de diferentes fabricantes y compare sus costos y rendimiento.

11-199 Diseñe una unidad de hidroenfriamiento que pueda enfriar frutas y verduras de 30 a 5 °C a una tasa de 20 000 kg/h en las siguientes condiciones:

La unidad será del tipo de inundación que enfriará los productos a medida que se transportan al canal lleno de agua. Los productos se dejarán caer en el canal lleno de agua en un extremo y se recogerán en el otro extremo. El canal puede ser tan ancho como 3 m y tan alto como 90 cm. El agua debe ser circulada y enfriada por la sección del evaporador de un sistema de refrigeración. La temperatura del refrigerante dentro de las bobinas debe ser –2 °C, y la temperatura del agua no debe caer por debajo de 1 °C y no debe exceder los 6 °C.

Suponiendo valores razonables para la densidad promedio del producto, el calor específico y la porosidad (la fracción de volumen de aire en una caja), recomiende valores razonables para las cantidades relacionadas con los aspectos térmicos del enfriador hidráulico, incluyendo *a*) cuánto tiempo necesitan permanecer las frutas y verduras en el canal, *b*) la longitud del canal, *c*) la velocidad del agua a través del canal, *d*) la velocidad del transportador y, por tanto, de las frutas y verduras a través del canal, *e*) la capacidad de refrigeración del sistema de refrigeración, y *f*) el tipo de intercambiador de calor para el evaporador y la superficie del lado del agua.

11-200 Una compañía posee un sistema de refrigeración cuya capacidad de refrigeración es de 200 toneladas de refrigeración (1 tonelada de refrigeración = 211 kJ/min), y usted debe diseñar un sistema de enfriamiento de aire forzado para frutas cuyos diámetros no excedan los 7 cm bajo los siguientes condiciones:

Las frutas deben enfriarse de 28 °C a una temperatura promedio de 8 °C. La temperatura del aire debe permanecer por encima de –2 °C y por debajo de 10 °C en todo momento, y la velocidad del aire que se aproxima a las frutas debe permanecer

por debajo 2 m/s. La sección de enfriamiento puede tener una anchura de hasta 3.5 m y una altura de hasta 2 m.

Suponiendo valores razonables para la densidad promedio de la fruta, el calor específico y la porosidad (la fracción del volumen de aire en una caja), recomiende valores razonables para las cantidades relacionadas con los aspectos térmicos del enfriamiento por aire forzado, incluyendo *a*) cuánto tiempo deben permanecer las frutas en la sección de enfriamiento, *b*) la longitud de la sección de enfriamiento, *c*) la velocidad del aire que se aproxima a la sección de enfriamiento, *d*) la capacidad de enfriamiento del producto del sistema, en kg de fruta/h, *e*) el flujo volumétrico del aire, y *f*) el tipo de intercambiador de calor para el evaporador y el área de superficie en el lado del aire.

11-201 Se utiliza un intercambiador de calor de doble tubo de contraflujo con $A_s = 9.0\ \text{m}^2$ para enfriar una corriente de líquido ($c_p = 3.15\ \text{kJ/kg}\cdot\text{K}$) a una tasa de 10.0 kg/s con una temperatura de entrada de 90 °C. El refrigerante ($c_p = 4.2\ \text{kJ/kg}\cdot\text{K}$) ingresa al intercambiador de calor a una tasa de 8.0 kg/s con una temperatura de entrada de 10 °C. Los datos de la planta dieron la siguiente ecuación para el coeficiente global de transferencia de calor en $\text{W/m}^2\cdot\text{K}$: $U = 600/(1/\dot{m}_c^{0.8} + 2/\dot{m}_h^{0.8})$, donde $\dot{m}_c$ y $\dot{m}_h$ son los flujos de la corriente fría y caliente en kg/s, respectivamente. *a*) Calcule la tasa de transferencia de calor y las temperaturas de la corriente de salida para esta unidad. *b*) La unidad existente debe ser reemplazada. Un proveedor ofrece un descuento muy atractivo en dos intercambiadores de calor idénticos que se encuentran actualmente almacenados en su almacén, cada uno con $A_s = 5\ \text{m}^2$. Debido a que los diámetros de los tubos en las unidades existentes y nuevas son iguales, se espera que la ecuación del coeficiente de transferencia de calor anterior también sea válida para las nuevas unidades. El vendedor propone que las dos unidades nuevas se puedan operar en paralelo, de modo que cada unidad procese exactamente la mitad de la tasa de flujo de cada una de las corrientes calientes y frías en contracorriente; por tanto, juntos cumplirían (o excederían) la demanda térmica actual de la planta. Dé su recomendación, con cálculos de respaldo, sobre esta propuesta de reemplazo.

Elemento de diseño: "Icono de C&S © McGraw-Hill Education; Icono de PtD © McGraw-Hill Education; arte de la computadora © McGraw-Hill Education"

CAPÍTULO

12

FUNDAMENTOS DE LA RADIACIÓN TÉRMICA

Hasta el momento, se han considerado los modos de transferencia de calor por conducción y convección, los cuales están relacionados con la naturaleza del medio involucrado y el movimiento en el fluido, entre otras cosas. Ahora es preciso centrar la atención en el tercer mecanismo de transferencia de calor: la *radiación*, la cual es característicamente diferente a los otras dos.

Este capítulo inicia con un análisis de las *ondas electromagnéticas* y el *espectro electromagnético*, con un particular énfasis en la *radiación térmica.* Posteriormente, presentamos al *cuerpo negro* idealizado, *la radiación de cuerpo negro* y la *función de radiación del cuerpo negro* junto con la *ley Stefan-Boltzmann, la ley de Planck* y *la ley del desplazamiento de Wien.*

La radiación es emitida por todo punto sobre una superficie plana en todas direcciones hacia el hemisferio por arriba de la superficie. La cantidad que describe la magnitud de la radiación emitida o incidente en una dirección específica en el espacio es *la intensidad de radiación*. Varios flujos de radiación, como la *potencia de emisión,* la *irradiación* y la *radiosidad,* se expresan en términos de la intensidad. Esto es seguido por un análisis de las propiedades radiactivas de materiales como la *emisividad*, *capacidad de absorción*, *reflectividad* y *transmisividad,* y su dependencia de la longitud de onda, dirección, y temperatura. El *efecto invernadero* se presenta como un ejemplo de las consecuencias de la dependencia de la longitud de onda de las propiedades de radiación. El capítulo termina con una discusión sobre la *radiación atmosférica* y *solar.*

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al terminar de estudiar este capítulo, usted deberá ser capaz de:

- Clasificar la radiación electromagnética e identificar la radiación térmica.
- Comprender el cuerpo negro idealizado y calcular la potencia de emisión total y espectral del cuerpo negro.
- Calcular la fracción de radiación emitida en una banda de longitudes de onda específica utilizando las funciones de radiación de cuerpo negro.
- Comprender el concepto de intensidad de radiación y definir las cantidades direccionales espectrales utilizando intensidad.
- Desarrollar una comprensión clara de las propiedades de la emisividad, absorción, reflectividad y transmisividad sobre bases espectrales, direccionales y totales.
- Aplicar la ley de Kirchhoff para determinar la absorción de una superficie cuando se conoce su emisividad.
- Modelar la radiación atmosférica mediante una temperatura del cielo efectiva y apreciar la importancia del efecto invernadero.

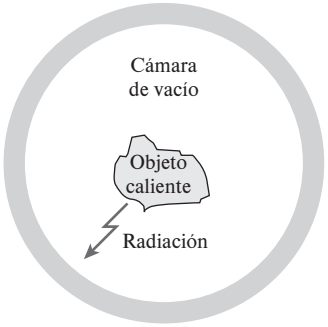


FIGURA 12-1

Un objeto caliente dentro de una cámara de vacío pierde calor solo por radiación.

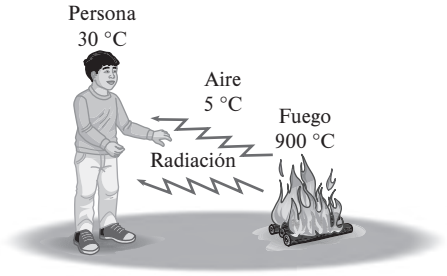


FIGURA 12-2

A diferencia de la conducción y la convección, la transferencia de calor por radiación puede presentarse entre dos cuerpos aun cuando estén separados por un medio que está más frío que los cuerpos.

12-1 ▪ INTRODUCCIÓN

Considere un objeto caliente que está suspendido en una cámara al vacío cuyas paredes están a la temperatura ambiente (figura 12-1). Al final, el objeto se enfriará y alcanzará el equilibrio térmico con sus alrededores, es decir, perderá calor hasta que su temperatura alcance la misma de las paredes de la cámara. La transferencia de calor entre el objeto y la cámara no pudo haberse llevado a cabo por conducción ni por convección, debido a que estos dos mecanismos no pueden presentarse en el vacío. Por tanto, la transferencia de calor debió haber ocurrido a través de otro mecanismo que involucre la emisión de la energía interna del objeto. Dicho mecanismo recibe el nombre de *radiación*.

La radiación difiere de los otros dos mecanismos de transferencia de calor en que no requiere de un medio material para que se lleve a cabo. De hecho, la transferencia de energía por radiación es más rápida (a la velocidad de la luz) y no sufre atenuación en el *vacío*. Asimismo, la transferencia por radiación se presenta en sólidos, así como en líquidos y gases. En la mayoría de las aplicaciones prácticas, estos tres modos de transferencia de calor se presentan simultáneamente en varios grados. Sin embargo, la transferencia de calor a través de un espacio al vacío puede ser solo por radiación; por ejemplo, la energía del Sol alcanza a la Tierra por radiación.

Recordará que la transferencia de calor por conducción o convección se lleva a cabo en la dirección en la que la temperatura decrece; es decir, de un medio con temperatura alta a una baja. Es interesante el hecho de que la transferencia de calor por radiación puede presentarse entre dos cuerpos separados por un medio más frío que ambos cuerpos (figura 12-2). Por ejemplo, la radiación solar llega a la superficie de la Tierra después de haber pasado a través de capas de aire a elevadas altitudes. Asimismo, las superficies absorbentes de radiación dentro de un invernadero alcanzan altas temperaturas aun cuando su cubierta de plástico o vidrio se mantiene relativamente fría.

El fundamento teórico de la radiación fue establecido en 1864 por el físico James Clerk Maxwell, quien postuló que las cargas aceleradas o las corrientes eléctricas cambiantes dan origen a campos eléctricos y magnéticos. Dichos campos en rápido movimiento se llaman **ondas electromagnéticas** o **radiación electromagnética**, y representan a la energía emitida por la materia como resultado de los cambios en las configuraciones electrónicas de los átomos y las moléculas. En 1887, Heinrich Hertz demostró experimentalmente la existencia de dichas ondas. Las ondas electromagnéticas transportan energía de la misma forma que lo hacen otras ondas y toda onda electromagnética viaja a la *velocidad de la luz* en el vacío, la cual es $c_0 = 2.9979 \times 10^8$ m/s. Las ondas electromagnéticas se caracterizan por su *frecuencia* ν o *longitud de onda* λ. Estas dos propiedades de un medio se relacionan mediante la ecuación:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \qquad \textbf{(12-1)}$$

donde c es la velocidad de propagación de una onda en ese medio. La velocidad de propagación en un medio está relacionada con la velocidad de la luz en el vacío mediante $c = c_0/n$, donde n es el *índice de refracción* de dicho medio. El índice de refracción es esencialmente unitario para el aire y la mayoría de los gases, alrededor de 1.5 para el vidrio y 1.33 para el agua. La unidad comúnmente utilizada para la longitud de onda es el *micrómetro* (μm) o micra, $1\mu m = 10^{-6}$ m. A diferencia de la longitud de onda y de la velocidad de propagación, la frecuencia de una onda electromagnética depende solamente de la fuente y es independiente del medio a través del cual viaja la onda. La *frecuencia* (el número de oscilaciones por segundo) de una onda electromagnética puede variar desde menos de un millón de Hertz hasta un septillón de Hertz o más, dependiendo de la fuente. Observe en la ecuación 12-1 que la

longitud de onda y la frecuencia de la radiación electromagnética son inversamente proporcionales.

Ha demostrado ser útil ver la radiación electromagnética como la propagación de una colección de paquetes discretos de energía llamados **fotones** o **cuantos**, tal como propuso Max Planck en 1900 junto con su *teoría cuántica*. En esta vista, se considera que cada fotón de frecuencia ν tiene una energía de:

$$e = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \qquad \textbf{(12-2)}$$

donde $h = 6.626069 \times 10^{-34}$ J·s es la *constante de Planck.* Observe en la segunda parte de la ecuación 12-2 que la energía de un fotón es inversamente proporcional a su longitud de onda, por tanto, la radiación de longitud de onda más corta posee mayores energías fotónicas. No es sorpresa que se trata de evitar la radiación a longitudes de onda muy pequeñas, como los rayos gamma y los rayos X, puesto que estos son muy destructivos.

12-2 ▪ RADIACIÓN TÉRMICA

A pesar de que todas las ondas electromagnéticas tienen las mismas características generales, las ondas de diferente longitud de onda difieren de manera significativa en su comportamiento. La radiación electromagnética que se encuentra en la práctica abarca un amplio rango de longitudes de onda, que varía desde menos de 10^{-10} μm para el caso de los rayos cósmicos hasta más de 10^{10} μm para las ondas de potencia eléctricas. El **espectro electromagnético** también incluye a los rayos gama, los rayos X, la radiación ultravioleta y las ondas de radio, como se muestra en la figura 12-3.

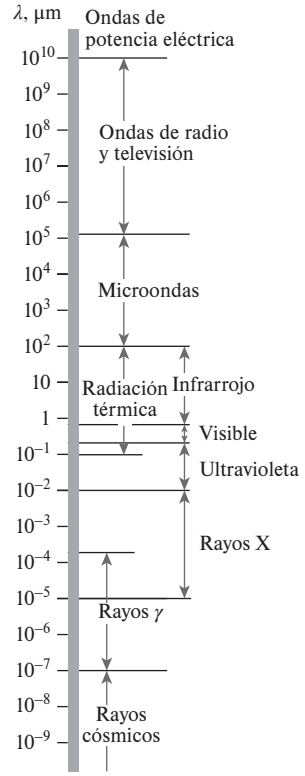


FIGURA 12-3
Espectro de ondas electromagnéticas.

Los diferentes tipos de radiación electromagnética se generan a través de varios mecanismos. Por ejemplo, los *rayos gamma* se generan por medio de reacciones nucleares, los *rayos X* por el bombardeo de metales con electrones de alta energía, las *microondas* por medio de tipos especiales de tubos electrónicos como los tubos de klistrones y los tubos de magnetrones, y las *ondas de radio* por medio de la excitación de algunos cristales o por el flujo de corriente alterna a través de conductores eléctricos.

Los rayos gama de longitud de onda pequeña y los rayos X son principalmente del interés de los ingenieros nucleares, mientras que las microondas de longitud de onda larga y las ondas de radio son de interés para los ingenieros eléctricos. El tipo de radiación electromagnética que es pertinente a la transferencia de calor es la **radiación térmica** emitida como resultado de transiciones energéticas de moléculas, átomos y electrones de una sustancia. La temperatura es una medida de la intensidad de dichas actividades a un nivel microscópico y la velocidad de la emisión de radiación térmica aumenta al aumentar la temperatura. La radiación térmica es emitida continuamente por toda la materia cuya temperatura está por arriba del cero absoluto; es decir, todo lo que está alrededor de nosotros, como las paredes, los muebles y nuestros amigos constantemente están emitiendo (y absorbiendo) radiación (figura 12-4). La radiación térmica también se define como la porción del espectro electromagnético que se extiende de alrededor de 0.1 a 100 μm, puesto que la radiación emitida por los cuerpos debido a su temperatura cae casi totalmente dentro de este rango de longitudes de onda. Por tanto, la radiación térmica incluye a todas las bandas de radiación visible e infrarroja (IR), así como una porción de la banda de radiación ultravioleta (UV).

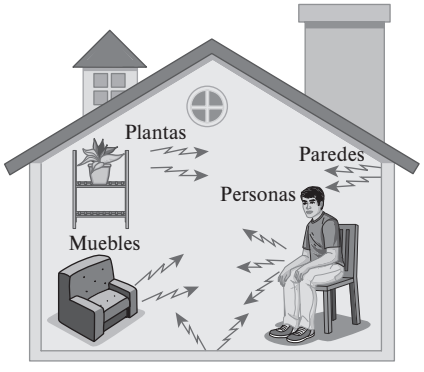


FIGURA 12-4
Todo lo que está alrededor de nosotros emite radiación térmica.

Lo que se llama **luz** es simplemente la porción *visible* del espectro electromagnético que cae entre 0.40 y 0.76 μm. La luz no es característicamente diferente a cualquier otro tipo de radiación electromagnética, excepto que provoca que se dispare

TABLA 12-1

Rangos de longitudes de onda de los diferentes colores

Color	Banda de longitudes de onda
Violeta	0.40-0.44 μm
Azul	0.44-0.49 μm
Verde	0.49-0.54 μm
Amarillo	0.54-0.60 μm
Naranja	0.60-0.67 μm
Rojo	0.63-0.76 μm

la sensación en el ojo humano de poder ver. La luz, o el espectro visible, consiste en bandas angostas de color desde el ultravioleta (0.40-0.44 μm) hasta el rojo (0.63-0.76 μm), como se muestra en la tabla 12-1.

A un cuerpo que emite radiación en el rango visible se le llama fuente luminosa. El Sol es nuestra fuente luminosa por excelencia. La radiación electromagnética emitida por el Sol se conoce como **radiación solar**, y casi todo lo que se encuentre en la banda de longitudes de onda de 0.3 a 3 μm. Casi la *mitad* de la radiación solar es luz (es decir, cae dentro del rango visible) mientras que el resto de dicha radiación constituye la radiación ultravioleta e infrarroja.

La radiación emitida por cuerpos que se encuentran a temperatura ambiente entra en la región **infrarroja** del espectro, la cual se extiende desde 0.76 hasta 100 μm. Los cuerpos comienzan a emitir radiación visible notable a temperaturas por arriba de los 800 K. El filamento de tungsteno de la bombilla de luz debe calentarse a temperaturas por arriba de los 2 000 K antes de que pueda emitir una importante cantidad de radiación en el rango visible.

La radiación **ultravioleta** incluye el extremo de longitudes de onda pequeñas del espectro de radiación térmica, y está en el rango de longitudes de onda de 0.01 a 0.40 μm. Los rayos ultravioleta se tratan de evitar, puesto que pueden matar microorganismos y provocar daños significativos a los humanos y a otros seres vivientes. Alrededor de 12% de radiación solar se encuentra en el rango ultravioleta, y sería devastador si este tipo de radiación llegara a la superficie de la Tierra. Por fortuna, la capa de ozono (O_3) de la atmósfera actúa como una cubierta protectora que absorbe la mayor parte de esta radiación ultravioleta. Los rayos ultravioleta que quedan en la luz solar son suficientes para causar serias quemaduras solares a las personas que adoran asolearse y la exposición prolongada a la luz solar directa es la causa principal del cáncer de piel, el cual puede ser letal. Descubrimientos recientes de "agujeros" en la capa de ozono han alertado a la comunidad internacional a prohibir el uso de químicos que destruyen la capa de ozono, como el refrigerante Freon-12, con la finalidad de salvar la Tierra. La radiación ultravioleta se produce también de manera artificial en las lámparas fluorescentes que se utilizan en medicina como eliminador de bacterias y en salones de bronceado como bronceadores artificiales.

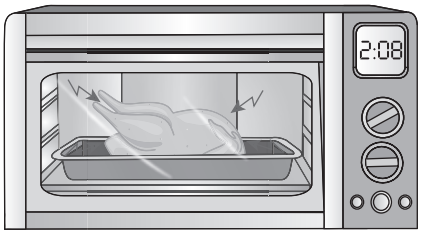


FIGURA 12-5

Los alimentos son calentados o cocinados en un horno de microondas mediante la absorción de energía de radiación electromagnética generada por el magnetrón del horno.

Los hornos de microondas utilizan radiación electromagnética en la región del espectro de las **microondas**, y son generadas por medio de tubos de microondas llamados *magnetrones*. Las microondas que están en el rango de 10^2–10^5 μm son muy adecuadas para su uso en la preparación de alimentos, ya que son *reflejadas* por las moléculas de los metales, *transmitidas* por las moléculas del vidrio y de los plásticos y *absorbida* por las moléculas de los alimentos (en especial el agua). Por tanto, la energía eléctrica convertida en radiación dentro de un horno de microondas forma parte de la energía interna de los alimentos. La forma rápida y eficiente de preparar los alimentos en hornos de microondas los ha convertido en uno de los aparatos domésticos esenciales en las cocinas modernas (figura 12-5).

Los radares y teléfonos inalámbricos también utilizan la radiación electromagnética en la región de las microondas. La longitud de onda de las ondas electromagnéticas utilizadas en la radio y la difusión de TV usualmente está entre 1 y 1 000 m de la región de **ondas de radio** del espectro.

En los estudios de transferencia de calor, estamos interesados en la energía emitida por los cuerpos debido solo a su temperatura; así que nos limitamos a considerar a la *radiación térmica*, la cual se llama simplemente *radiación*. Las relaciones que se desarrollan más adelante están restringidas a la radiación térmica y no son aplicables a otras formas de radiación electromagnética.

Los electrones, átomos y moléculas de todos los sólidos, líquidos y gases a una temperatura por encima del cero absoluto, están en continuo movimiento y, por ende, se emite radiación constantemente, así como también se absorbe o transmite en todo el volumen de la materia. Es decir, la radiación es un **fenómeno volumétrico**.

Sin embargo, para sólidos opacos (no transparentes) como metales, madera y roca, la radiación se considera un **fenómeno superficial**, puesto que la radiación emitida por las regiones interiores nunca llega a la superficie, y la radiación incidente de dichos cuerpos es absorbida dentro de unas cuantas micras respecto a la superficie (figura 12-6). Observe que las características de la radiación en las superficies pueden modificarse por completo mediante la aplicación de capas delgadas de recubrimientos sobre las mismas.

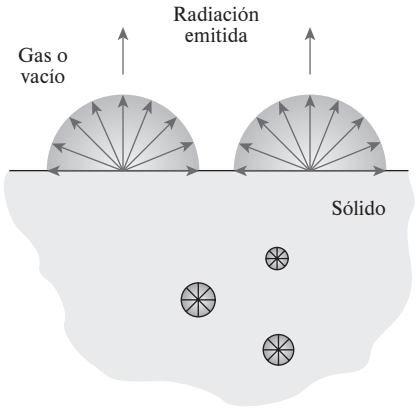


FIGURA 12-6

La radiación en sólidos opacos se considera un fenómeno de superficie, puesto que la radiación emitida solo por las moléculas que están en la superficie puede escapar del sólido.

12-3 ▪ RADIACIÓN DE CUERPO NEGRO

Un cuerpo a una temperatura termodinámica (o absoluta) por arriba de cero emite radiación en todas direcciones en un amplio rango de longitudes de onda. La cantidad de energía de radiación emitida por una superficie a una determinada longitud de onda depende del material del cuerpo y la condición de su superficie, así como de la temperatura de dicha superficie. Así que los diferentes cuerpos pueden emitir diferentes cantidades de radiación por unidad de superficie aun cuando estos se encuentren a la misma temperatura. Por ende, es natural determinar la cantidad *máxima* de radiación que puede ser emitida por una superficie a una determinada temperatura. Satisfacer esta curiosidad requiere la definición de un cuerpo idealizado, llamado *cuerpo negro*, que sirva como un estándar con el que las propiedades radiactivas de las superficies reales puedan ser comparadas.

Un **cuerpo negro** se define como un *emisor y absorbedor de radiación perfecto.* A una temperatura y longitud de onda específicas, ninguna superficie puede emitir más energía que un cuerpo negro. Este absorbe *toda* la radiación incidente, sin tener en cuenta la longitud de onda ni la dirección. Asimismo, un cuerpo negro emite energía de radiación uniformemente en todas direcciones por unidad de área perpendicular a la dirección de emisión (figura 12-7). Es decir, un cuerpo negro es un emisor *difusor*. El término *difusor* significa "independiente de la dirección".

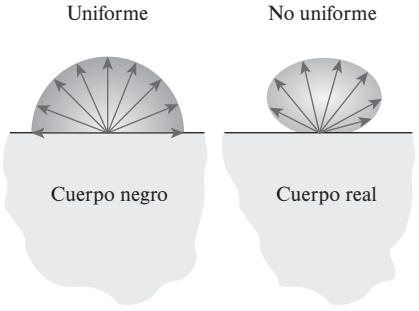


FIGURA 12-7

Se dice que un cuerpo negro es un emisor *difuso* puesto que emite radiación de energía uniformemente en todas direcciones.

La energía de radiación emitida por un cuerpo negro por unidad de tiempo y por unidad de superficie fue calculada experimentalmente por Joseph Stefan en 1879 y se expresa como:

$$E_b(T) = \sigma T^4 \qquad (\mathrm{W/m^2}) \tag{12-3}$$

donde $\sigma = 5.670 \times 10^{-8}\ \mathrm{W/m^2 \cdot K^4}$ es la *constante de Stefan-Boltzmann* y T es la temperatura absoluta de la superficie en K. Esta relación la verificó teóricamente en 1884 Ludwig Boltzmann. A la ecuación 12-3 se le conoce como la **ley de Stefan-Boltzmann** y E_b se llama **potencia de emisión del cuerpo negro**. Observe que la emisión de la radiación térmica es proporcional a la *cuarta potencia* de la temperatura absoluta.

A pesar de que un cuerpo negro podría parecer para el ojo humano como si fuera *negro*, se debe hacer una distinción entre el cuerpo negro idealizado y una superficie negra convencional. Cualquier superficie que absorba luz (la porción visible de la radiación) podría parecer negra para el ojo humano, y una superficie que la refleje completamente podría parecer blanca. Considerando que la radiación visible ocupa una banda muy angosta del espectro, de 0.4 a 0.76 μm, no se puede emitir ningún juicio acerca del grado de oscuridad de una superficie basándonos en observaciones visuales. Por ejemplo, la nieve y la pintura blanca reflejan la luz y, por tanto, parece ser de color blanco. Sin embargo, son esencialmente negras para la radiación infrarroja, puesto que estas absorben significativamente la radiación con longitudes de onda largas. Las superficies recubiertas con pintura negra se acercan al comportamiento idealizado del cuerpo negro.

Otro tipo de cuerpo que recuerda mucho a un cuerpo negro es una *cavidad grande con una pequeña apertura*, como se muestra en la figura 12-8. La radiación que entra a través de la apertura de área A experimenta reflexiones múltiples y, por

FIGURA 12-8

Una cavidad isotérmica grande a una temperatura T con una pequeña abertura de área A recuerda a un cuerpo negro cuya superficie es A a la misma temperatura.

tanto, tiene alguna probabilidad de ser absorbida por las superficies interiores de la cavidad antes de que pueda escapar alguna de sus partes. Asimismo, si la superficie de la cavidad es isotérmica a la temperatura T, la radiación emitida por las superficies interiores fluye a través de la apertura después de experimentar múltiples reflexiones y, por ende, tiene una naturaleza difusa. La cavidad actúa como un absorbedor y emisor perfectos y la apertura será muy parecida a la de un cuerpo negro de superficie A a una temperatura T, sin importar las propiedades radiactivas reales de la cavidad.

La ley de Stefan-Boltzmann de la ecuación 12-3 proporciona la potencia de emisión de cuerpo negro *total* E_b, la cual es la suma de la radiación emitida a todas las longitudes de onda. Algunas veces es necesario conocer la **potencia de emisión de cuerpo negro espectral**, la cual es la *cantidad de energía de radiación emitida por un cuerpo negro a una temperatura termodinámica T por unidad de tiempo, por unidad de superficie y por unidad de longitud de onda respecto a la longitud de onda* λ. Por ejemplo, estamos más interesados en la cantidad de radiación que un bulbo incandescente emite en el espectro de longitudes de onda visibles que en la cantidad total emitida.

La relación de la potencia de emisión espectral de cuerpo negro $E_{b\lambda}$ fue desarrollada por Max Planck en 1901 en conjunto con su famosa teoría cuántica. Dicha relación se conoce con el nombre de **ley de Planck**, y se expresa como:

$$E_{b\lambda}(\lambda, T) = \frac{C_1}{\lambda^5 [\exp(C_2/\lambda T) - 1]} \quad (\mathrm{W/m^2 \cdot \mu m}) \tag{12-4}$$

Donde

$$C_1 = 2\pi h c_0^2 = 3.74177 \times 10^8 \ \mathrm{W \cdot \mu m^4/m^2}$$
$$C_2 = h c_0 / k = 1.43878 \times 10^4 \ \mathrm{\mu m \cdot K}$$

Asimismo, T es la temperatura absoluta de la superficie, λ es la longitud de onda de la radiación emitida y $k = 1.38065 \times 10^{-23}$ J/K es la *constante de Boltzmann*. Esta relación es válida para una superficie en el *vacío* o en un *gas*. Para cualquier otro medio, necesita modificarse reemplazando C_1 por C_1/n^2, donde n es el índice de refracción de dicho medio. Observe que el término *espectral* indica la dependencia de la longitud de onda.

La variación de la potencia de emisión espectral de cuerpo negro respecto a la longitud de onda se grafica en la figura 12-9 para ciertas temperaturas. Se pueden hacer varias observaciones a partir de esta figura:

1. La radiación emitida es una función continua de la *longitud de onda*. A cualquier temperatura específica, la radiación emitida aumenta en función de la longitud de onda, alcanza un valor pico y después disminuye a medida que aumenta la longitud de onda.
2. A cualquier longitud de onda, la cantidad de radiación emitida *aumenta* al subir la temperatura.
3. A medida que aumenta la temperatura, las curvas se desplazan hacia la izquierda, que es la región de longitudes de onda más cortas. En consecuencia, una fracción más grande de radiación es emitida a *longitudes de onda más cortas* a temperaturas más elevadas.
4. La radiación emitida por el *Sol*, el cual se considera un cuerpo negro a 5 780 K (5 800 K aproximadamente), alcanza su pico en la región visible del espectro. Por tanto, el Sol está sintonizado con nuestros ojos. Por otro lado, las superficies a $T \leq 800$ K emiten casi en su totalidad en la región del infrarrojo y, por ende, no son visibles al ojo humano, a menos que dichas superficies reflejen la luz que proviene de otras fuentes.

A medida que aumenta la temperatura, el pico de la curva de la figura 12-9 se desplaza hacia longitudes de onda más cortas. La longitud de onda a la que se pre-

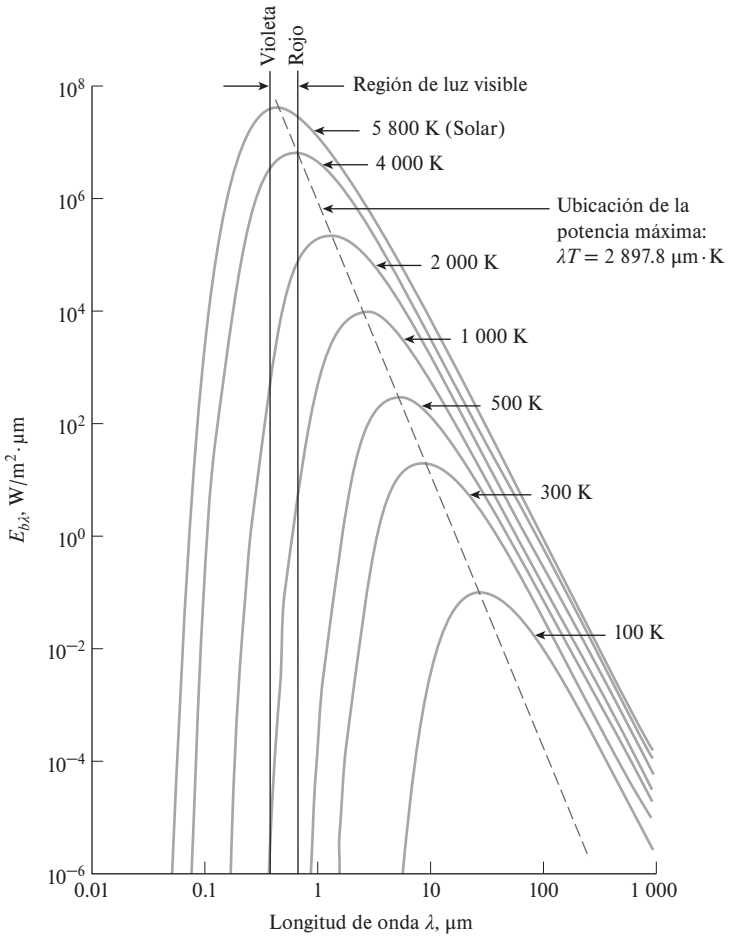


FIGURA 12-9

Variación de la potencia de emisión de un cuerpo negro en función de la longitud de onda para varias temperaturas.

senta el pico a una determinada temperatura está dada por la **ley de desplazamiento de Wien**, y se expresa como:

$$(\lambda T)_{\text{potencia máxima}} = 2\ 897.8\ \mu m \cdot K \qquad \textbf{(12-5)}$$

Esta relación fue desarrollada originalmente por Willy Wien en 1894 utilizando la termodinámica clásica; sin embargo, también puede obtenerse diferenciando la ecuación 12-4 respecto a λ mientras se mantiene el valor de T constante e igualando a cero el resultado. Una gráfica de la ley de desplazamiento de Wien, la cual es el lugar geométrico de los picos de las curvas de emisión de radiación, se proporciona también en la figura 12-9.

Por ejemplo, el pico de la radiación solar se presenta en $\lambda = 2\ 897.8/5\ 780 = 0.50\ \mu m$, el cual está cerca de la mitad del rango visible. El pico de la radiación emitida por la superficie a temperatura ambiente ($T = 298$ K) se presenta a 9.72 μm, que está en la región infrarroja del espectro.

Un calentador de resistencia eléctrica comienza a irradiar calor poco después de enchufarlo, y se puede sentir la energía de radiación emitida al sostener las manos contra el calentador. Pero esta radiación está completamente en la región infrarroja y, por tanto, no puede ser percibida por nuestros ojos. El calentador aparecerá rojo apagado cuando su temperatura alcance alrededor de 1 000 K, ya que comienza a emitir una cantidad detectable (aproximadamente 1 W/m$^2 \cdot \mu$m) de radiación roja visible a esa temperatura. A medida que la temperatura aumenta aún más, el calentador aparece de color rojo brillante y se dice que está al *rojo vivo*. Cuando la temperatura alcanza casi los 1 500 K, el calentador emite suficiente radiación en todo

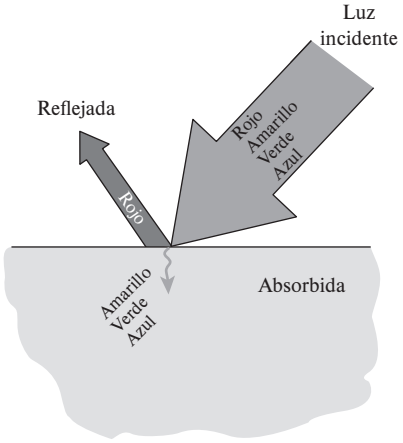


FIGURA 12-10

Una superficie que refleja el color rojo mientras absorba las demás partes de la luz incidente, será vista como roja por el ojo humano.

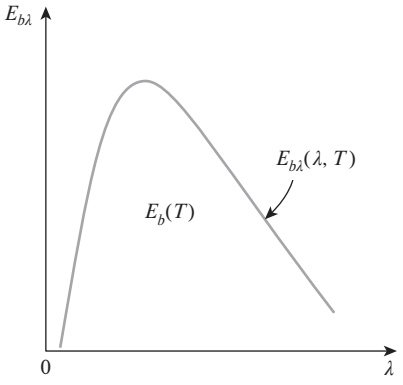


FIGURA 12-11

En una gráfica $E_{b\lambda}$–λ, el área bajo una curva a una temperatura determinada representa la energía de radiación total emitida por un cuerpo negro a dicha temperatura.

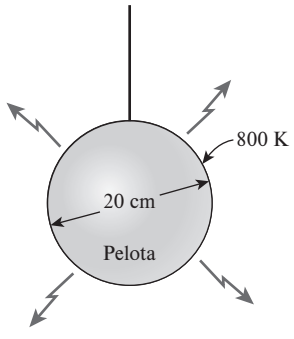


FIGURA 12-12

Pelota esférica considerada en el ejemplo 12-1.

el rango visible del espectro para que parezca casi *blanco* a los ojos, y se llama *blanco candente*.

A pesar de que no es posible detectarla por el ojo humano, la radiación infrarroja puede percibirse por cámaras infrarrojas, las cuales transmiten la información a los microprocesadores con el fin de desplegar imágenes visuales de los objetos en la noche. Las *serpientes de cascabel* tienen la capacidad de sentir la radiación infrarroja o el "calor del cuerpo" que proviene de animales de sangre caliente y, por tanto, pueden ver en la noche sin utilizar ningún instrumento. De manera similar, las abejas son sensibles a la radiación ultravioleta. Una superficie que refleje toda la luz tiene la apariencia de ser *blanca*, mientras que una que absorba toda la luz incidente en ella, tendrá la apariencia de ser de color negro. (Entonces, ¿cómo vemos una superficie negra?).

El color de un objeto no se debe a la emisión, la cual está principalmente en la región infrarroja, a menos que la temperatura superficial del objeto exceda un valor de alrededor de 1 000 K. En lugar de eso, el color de una superficie depende de las características de absorción y reflexión de la superficie, y se debe a la absorción y reflexión selectiva de la radiación visible incidente proveniente de una fuente de luz, como por ejemplo, el Sol o una bombilla incandescente. Un pedazo de tela que contenga un pigmento que refleje el rojo a la vez que absorba las partes que restan de la luz incidente tendrá la apariencia de ser de color "rojo" al ojo humano (figura 12-10). Las hojas de un árbol se perciben de color "verde" debido a que sus células contienen un pigmento llamado clorofila, el cual refleja fuertemente el verde mientras que absorbe los demás colores.

Se deja como ejercicio demostrar que la integración de la potencia de emisión *espectral* de cuerpo negro $E_{b\lambda}$ en todo el espectro de longitudes de onda proporciona la potencia de emisión de cuerpo negro *total* E_b:

$$E_b(T) = \int_0^\infty E_{b\lambda}(\lambda, T)\, d\lambda = \sigma T^4 \quad (\mathrm{W/m^2}) \tag{12-6}$$

Por tanto, se obtiene la ley de Stefan-Boltzmann (ecuación 12-3) integrando la ley de Planck (ecuación 12-4) en todas las longitudes de onda. Observe que en una gráfica $E_{b\lambda} - \lambda$, $E_{b\lambda}$ corresponde a cualquier valor sobre la curva, mientras que E_b corresponde al área bajo toda la curva para una temperatura específica (figura 12-11). Asimismo, el término *total* significa "integrado sobre todas las longitudes de onda".

EJEMPLO 12-1 **Emisión de radiación proveniente de una pelota negra**

Considere una pelota esférica de 20 cm de diámetro que está a una temperatura de 800 K y se encuentra suspendida en el aire, como se muestra en la figura 12-12. Suponiendo que la pelota se aproxima a un cuerpo negro, determine *a*) la potencia total de emisión de cuerpo negro, *b*) la cantidad de radiación total emitida por la pelota en 5 minutos, *c*) la potencia de emisión de cuerpo negro espectral a una longitud de onda de 3 μm, y *d*) la longitud de onda para la potencia máxima de emisión de cuerpo negro espectral a una temperatura de la superficie de la pelota de 800 K.

SOLUCIÓN Una esfera isotérmica está suspendida en el aire. Se calculará la potencia de emisión de cuerpo negro total, la emisión de radiación total en 5 minutos, la potencia de emisión de cuerpo negro espectral a 3 μm y la longitud de onda para la potencia máxima de emisión de cuerpo negro espectral a una temperatura de la superficie de la pelota de 800 K.

Suposiciones **1** La pelota se comporta como un cuerpo negro. **2** La temperatura de la superficie de la pelota es uniforme.

Análisis *a*) La potencia de emisión de cuerpo negro total se calcula a partir de la ley de Stefan-Boltzmann como:

$$E_b = \sigma T^4 = (5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4)(800\ \text{K})^4 = \mathbf{23.2\ kW/m^2}$$

Es decir, la pelota emite 23.2 kJ de energía en forma de radiación electromagnética por segundo por m^2 de la superficie de la pelota.

b) La cantidad de radiación de energía total de toda la pelota en 5 minutos se calcula multiplicando la potencia de emisión de cuerpo negro obtenida antes, por la superficie total de la pelota, por el intervalo de tiempo proporcionado:

$$A_s = \pi D^2 = \pi(0.2\ \text{m})^2 = 0.1257\ \text{m}^2$$

$$\Delta t = (5\ \text{min})\left(\frac{60\ \text{s}}{1\ \text{min}}\right) = 300\ \text{s}$$

$$Q_{\text{rad}} = E_b A_s \Delta t = (23.2\ \text{kW/m}^2)(0.1257\ \text{m}^2)(300\ \text{s})\left(\frac{1\ \text{kJ}}{1\ \text{kW} \cdot \text{s}}\right)$$

$$= \mathbf{875\ kJ}$$

Es decir, la pelota pierde 875 kJ de su energía interna en forma de ondas electromagnéticas hacia los alrededores en 5 minutos, lo cual es suficiente energía para calentar 20 kg de agua desde una temperatura de 0 a 100 °C. Observe que la temperatura de la superficie de la pelota no puede permanecer constante a 800 K a menos que exista una cantidad igual de flujo de energía hacia la superficie proveniente de los alrededores o de las regiones interiores de la pelota a través de algún mecanismo como reacciones químicas o nucleares.

c) La potencia de emisión de cuerpo negro espectral a una longitud de onda de 3 μm se calcula a partir de la ley de distribución de Planck como:

$$E_{b\lambda} = \frac{C_1}{\lambda^5\left[\exp\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right) - 1\right]} = \frac{3.74177 \times 10^8\ \text{W} \cdot \mu\text{m}^4/\text{m}^2}{(3\ \mu\text{m})^5\left[\exp\left(\frac{1.43878 \times 10^4\ \mu\text{m} \cdot \text{K}}{(3\ \mu\text{m})(800\ \text{K})}\right) - 1\right]}$$

$$= \mathbf{3846\ W/m^2 \cdot \mu m}$$

d) La longitud de onda para la potencia de emisión máxima espectral de cuerpo negro a la temperatura superficial de la pelota de 800 K se calcula a partir de la ley de desplazamiento de Wien como:

$$(\lambda T)_{\text{potencia máxima}} = 2\ 897.8\ \mu\text{m} \cdot \text{K}$$

De tal forma que:

$$\lambda_{\text{potencia máxima}} = \frac{2\ 897.8\ \mu\text{m} \cdot \text{K}}{800\ \text{K}} = \mathbf{3.62\ \mu m}$$

Discusión La potencia de emisión espectral máxima de cuerpo negro a la longitud de onda $\lambda_{\text{potencia máxima}} = 3.62\ \mu\text{m}$ es 4 229 $\text{W/m}^2 \cdot \mu\text{m}$. Esto es alrededor de 10% mayor que el valor calculado en la parte (*c*) para una longitud de onda de 3 μm.

La ley de Stefan-Boltzmann $E_b(T) = \sigma T^4$ proporciona la radiación *total* emitida por un cuerpo negro a todas las longitudes de onda desde $\lambda = 0$ hasta $\lambda = \infty$. Sin embargo, a menudo estamos interesados en la cantidad de radiación emitida sobre

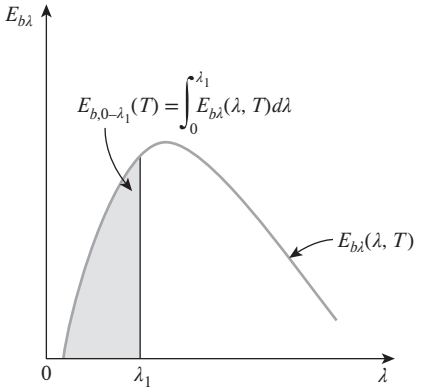


FIGURA 12-13

En una gráfica $E_{b\lambda}$–λ, el área bajo la curva del lado izquierdo de la línea $\lambda = \lambda_1$ representa la energía de radiación emitida por un cuerpo negro en el rango de longitudes de onda 0–λ_1 a una temperatura determinada.

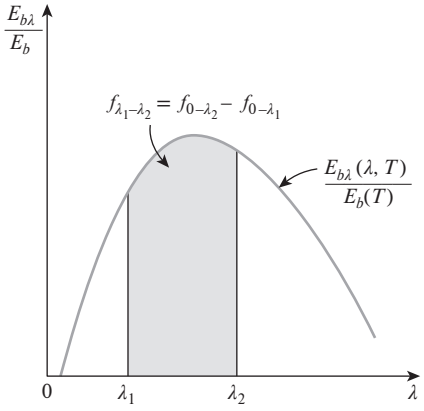


FIGURA 12-14

Representación gráfica de la fracción de radiación emitida en la banda de longitudes de onda de λ_1 a λ_2.

alguna banda de longitudes de onda. Por ejemplo, un bulbo incandescente se valora con base en la radiación que emite en el rango visible más que en la radiación que emite en todas las longitudes de onda.

La energía de radiación emitida por un cuerpo negro por unidad de área sobre una banda de longitudes de onda desde $\lambda = 0$ hasta λ se calcula a partir de (figura 12-13).

$$E_{b,\,0-\lambda}(T) = \int_0^{\lambda} E_{b\lambda}(\lambda, T)d\lambda \quad (\mathrm{W/m^2}) \tag{12-7}$$

Todo parece indicar que se puede determinar $E_{b,\,0-\lambda}$ sustituyendo la relación $E_{b\lambda}$ de la ecuación 12-4 y llevando a cabo esta integración. Sin embargo, resulta que esta integración no tiene una solución simple de forma cerrada y, llevar a cabo una integración numérica cada vez que se necesite un valor de $E_{b,\,0-\lambda}$ no es práctico. Por tanto, se define una cantidad adimensional f_λ llamada **función de radiación de cuerpo negro** como:

$$f_\lambda(T) = \frac{\int_0^{\lambda} E_{b\lambda}(\lambda, T)d\lambda}{\sigma T^4} \tag{12-8}$$

La función f_λ representa la *fracción de radiación emitida de un cuerpo negro a una temperatura T en la banda de longitudes de onda que va desde $\lambda = 0$ hasta λ.* En la figura 12-13, f_λ puede interpretarse como la relación de la región sombreada (radiación de energía emitida por el cuerpo negro en el rango de longitudes de onda $0 - \lambda_1$) entre el área total bajo la curva (la energía de radiación total emitida por el cuerpo negro en el rango de longitudes de onda $0 - \infty$). Los valores de f_λ se listan en la tabla 12-2 en función de λT, donde λ está en μm y T está en K.

La fracción de energía de radiación emitida por un cuerpo negro a una temperatura T sobre una banda finita de longitudes de onda de $\lambda = \lambda_1$ a $\lambda = \lambda_2$ se calcula a partir de (figura 12-14):

$$f_{\lambda_1-\lambda_2}(T) = \frac{\int_0^{\lambda_2} E_{b\lambda}(\lambda, T)d\lambda - \int_0^{\lambda_1} E_{b\lambda}(\lambda, T)d\lambda}{\sigma T^4} = f_{\lambda_2}(T) - f_{\lambda_1}(T) \tag{12-9}$$

donde $f_{\lambda 1}(T)$ y $f_{\lambda 2}(T)$ son funciones de radiación de cuerpo negro correspondientes a $\lambda_1 T$ y $\lambda_2 T$, respectivamente.

EJEMPLO 12-2 **Luz emitida por el Sol y por una bombilla de luz**

Los sensores de imágenes de dispositivos acoplados por carga (CCD), los cuales son muy comunes en las cámaras digitales modernas, responden de manera diferente a las fuentes luminosas con distribuciones espectrales distintas. Las fuentes de luz proveniente de la luz del día y de bombillas incandescentes pueden aproximarse a cuerpos negros a temperaturas de superficie efectivas de 5 800 K y 2 800 K, respectivamente. Calcule la fracción de radiación emitida dentro de las longitudes de onda del espectro visible, de 0.40 μm (violeta) a 0.76 μm (rojo), por cada una de las fuentes de luz.

SOLUCIÓN Para temperaturas de cuerpo negro específicas, se calculará la fracción de radiación visible emitida por el Sol y el filamento de una bombilla incandescente.

Suposiciones El Sol y el filamento de la bombilla incandescente se comportan como cuerpos negros.

Análisis El rango visible del espectro electromagnético se extiende desde $\lambda_1 = 0.40\ \mu m$ hasta $\lambda_2 = 0.76\ \mu m$. Para el Sol a una temperatura $T = 5\ 800$ K, las funciones de radiación de cuerpo negro correspondientes a $\lambda_1 T$ y $\lambda_2 T$ se calculan a partir de la tabla 12-2 como (figura 12-15):

$$\lambda_1 T = (0.40\ \mu m)(5\ 800\ K) = 2\ 320\ \mu m \cdot K \rightarrow f_{\lambda_1,\ \text{luz del día}} = 0.124509$$
$$\lambda_2 T = (0.76\ \mu m)(5\ 800\ K) = 4\ 408\ \mu m \cdot K \rightarrow f_{\lambda_2,\ \text{luz del día}} = 0.550015$$

Entonces, la fracción de la radiación visible emitida por el Sol es:

$$f_{\lambda_1 - \lambda_2,\ \text{luz del día}} = 0.550015 - 0.124509 = \mathbf{0.426}\ \text{o}\ \mathbf{42.6\ por\ ciento}$$

Para una bombilla incandescente a $T = 2\ 800$K, las funciones de radiación de cuerpo negro correspondientes a $\lambda_1 T$ y $\lambda_2 T$ se calculan de la tabla 12-2 como:

$$\lambda_1 T = (0.40\ \mu m)(2\ 800\ K) = 1\ 120\ \mu m \cdot K \rightarrow f_{\lambda_1,\ \text{incandescente}} = 0.001409$$
$$\lambda_2 T = (0.76\ \mu m)(5\ 800\ K) = 2\ 128\ \mu m \cdot K \rightarrow f_{\lambda_2,\ \text{incandescente}} = 0.088590$$

Entonces, la fracción de radiación que la bombilla de luz emite en el rango visible es:

$$f_{\lambda_1 - \lambda_2,\ \text{incandescente}} = 0.088590 - 0.001409 = \mathbf{0.087}\ \text{u}\ \mathbf{8.7\ por\ ciento}$$

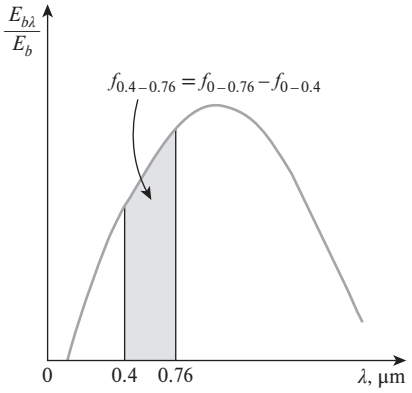


FIGURA 12-15

Representación gráfica de la fracción de radiación emitida en el rango visible del ejemplo 12-2.

TABLA 12-2

Funciones de radiación de cuerpo negro f_λ

λT, μm·K	f_λ	λT, μm·K	f_λ
200	0.000000	6 200	0.754140
400	0.000000	6 400	0.769234
600	0.000000	6 600	0.783199
800	0.000016	6 800	0.796129
1 000	0.000321	7 000	0.808109
1 200	0.002134	7 200	0.819217
1 400	0.007790	7 400	0.829527
1 600	0.019718	7 600	0.839102
1 800	0.039341	7 800	0.848005
2 000	0.066728	8 000	0.856288
2 200	0.100888	8 500	0.874608
2 400	0.140256	9 000	0.890029
2 600	0.183120	9 500	0.903085
2 800	0.227897	10 000	0.914199
3 000	0.273232	10 500	0.923710
3 200	0.318102	11 000	0.931890
3 400	0.361735	11 500	0.939959
3 600	0.403607	12 000	0.945098
3 800	0.443382	13 000	0.955139
4 000	0.480877	14 000	0.962898
4 200	0.516014	15 000	0.969981
4 400	0.548796	16 000	0.973814
4 600	0.579280	18 000	0.980860
4 800	0.607559	20 000	0.985602
5 000	0.633747	25 000	0.992215
5 200	0.658970	30 000	0.995340
5 400	0.680360	40 000	0.997967
5 600	0.701046	50 000	0.998953
5 800	0.720158	75 000	0.999713
6 000	0.737818	100 000	0.999905

Discusión Observe que casi la mitad de la radiación emitida por el Sol es en el rango visible y, por tanto, el Sol es una fuente de luz muy eficiente. Sin embargo, menos de 10% de la radiación emitida por la bombilla de luz incandescente es en forma de luz visible y, por tanto, estas bombillas son ineficientes como fuentes de luz. En consecuencia, son reemplazadas por fuentes de luz fluorescentes de muy alta eficiencia y fuentes de luz LED.

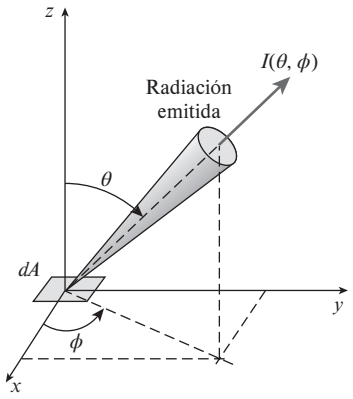
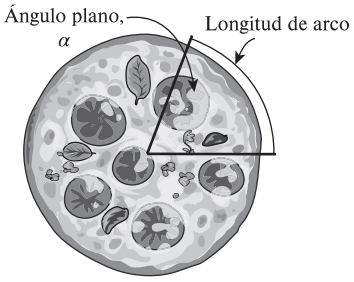
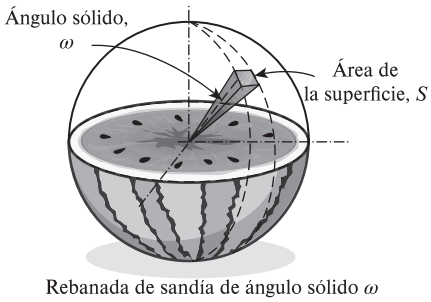


FIGURA 12-16

La intensidad de radiación se utiliza para describir la variación de la energía de radiación en función de la dirección.



Rebanada de pizza de ángulo plano α



Rebanada de sandía de ángulo sólido ω

FIGURA 12-17

Descripción del tamaño de una rebanada de pizza por medio de un ángulo plano y el tamaño de una rebanada de sandía por medio de un ángulo sólido.

12-4 ▪ INTENSIDAD DE RADIACIÓN

La radiación es emitida por todas las partes de una superficie plana en todas direcciones hacia el hemisferio arriba de dicha superficie y la distribución direccional de la radiación emitida (o incidente), por lo general, no es uniforme. Por tanto, se necesita una cantidad que describa la magnitud de la radiación emitida (o incidente) en una dirección específica del espacio. A esta cantidad se le conoce como *intensidad de radiación,* y se denota con una *I.* Antes de describir una cantidad direccional, se debe especificar su dirección en el espacio. La dirección de la radiación que pasa a través de un punto se describe mejor en coordenadas esféricas en términos del ángulo zenit θ y el ángulo azimut ϕ, como se muestra en la figura 12-16. La intensidad de radiación se utiliza para describir cómo la radiación emitida varía con los ángulos zenit y azimut.

Si todas las superficies emitieran radiación uniformemente en todas direcciones, la *potencia de emisión* sería suficiente para cuantificar la radiación y no se necesitaría lidiar con la intensidad. La radiación emitida por un cuerpo negro por unidad de área perpendicular es la misma en todas direcciones, y no existe ninguna dependencia direccional. Sin embargo, este no es el caso en superficies reales. Antes de definir intensidad, es importante cuantificar el tamaño de una apertura en el espacio.

Ángulo sólido

Intentemos cuantificar el tamaño de una rebanada de pizza. Una manera de hacerlo consiste en especificar la longitud de arco de la orilla exterior de la rebanada y formarla conectando los puntos extremos del arco con el centro. Un método más general consiste en especificar el ángulo de la rebanada en el centro, como se muestra en la figura 12-17. Un ángulo de 90° (o $\pi/2$ radianes), por ejemplo, siempre representa un cuarto de pizza, sin importar qué medida tenga el radio. Para el caso de un círculo de radio unitario, la longitud del arco es equivalente en magnitud al *ángulo plano* que subtiende (ambos son 2π para un círculo completo de radio $r = 1$).

Ahora considere una sandía e intentemos cuantificar el tamaño de una rebanada. De nuevo se puede hacer especificando la superficie exterior de la rebanada (la parte verde) o trabajando con los ángulos para ser más generales. Conectar todos los puntos de las orillas de la rebanada con el centro en este caso formará un cuerpo tridimensional (como un cono cuya punta está en el centro), y, por tanto, el ángulo en el centro se llama **ángulo sólido**, que se identifica por medio de la letra ω, y su unidad es el *steradian* (sr). En analogía con el ángulo plano, se puede decir que *la superficie de una esfera de radio unitario es equivalente en magnitud al ángulo sólido que subtiende* (ambos son iguales a 4π para el caso de una esfera de radio $r = 1$).

Lo anterior puede demostrarse fácilmente considerando una superficie diferencial en una esfera $dS = r^2 \operatorname{sen}\theta\, d\theta\, d\phi$, como se muestra en la figura 12-18, e integrándola desde que $\theta = 0$ hasta $\theta = \pi$ y desde que $\phi = 0$ hasta $\phi = 2\pi$. Se obtiene:

$$S = \int_{\text{esfera}} dS = \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} r^2 \operatorname{sen}\theta\, d\theta d\phi = 2\pi r^2 \int_{\theta=0}^{\pi} \operatorname{sen}\theta\, d\theta = 4\pi r^2 \qquad \textbf{(12-10)}$$

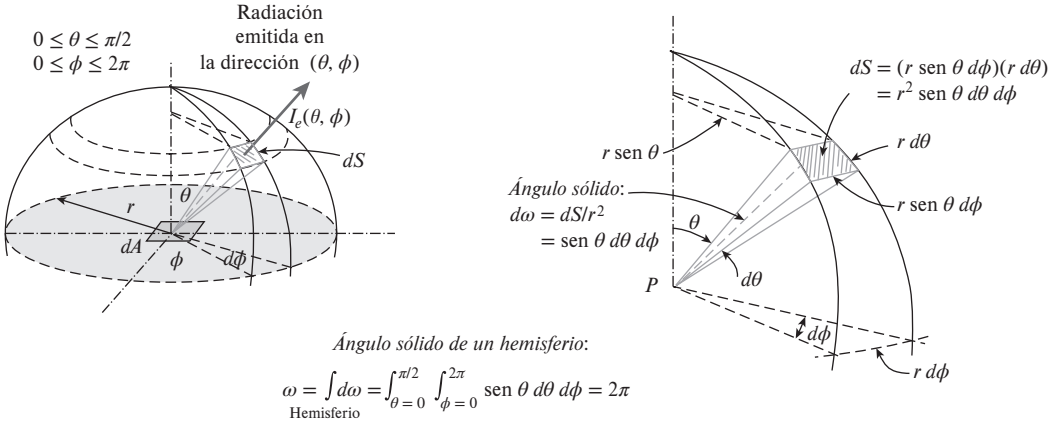


FIGURA 12-18
Emisión de radiación proveniente de un elemento de superficie diferencial hacia el espacio hemisférico circundante por medio de un ángulo sólido diferencial.

la cual es la fórmula para obtener el área de una esfera. Para $r = 1$, se reduce a $S = 4\pi$ y, por tanto, el ángulo sólido asociado con una esfera es $\omega = 4\pi$ sr. Para el caso de una semiesfera, la cual es más relevante para la radiación emitida o recibida por una superficie, es $\omega = 2\pi$ sr.

El ángulo sólido diferencial $d\omega$ subtendido por un área diferencial dS sobre una esfera de radio r puede expresarse como:

$$d\omega = \frac{dS}{r^2} = \text{sen } \theta\, d\theta\, d\phi \qquad \textbf{(12-11)}$$

Observe que el área dS es perpendicular a la dirección de visualización, puesto que dS es vista desde el centro de la esfera. En general, el ángulo sólido diferencial $d\omega$ subtendido por una superficie diferencial dA cuando es vista desde un punto ubicado a una distancia r respecto a dA, se expresa como:

$$d\omega = \frac{dA_n}{r^2} = \frac{dA \cos\, \alpha}{r^2} \qquad \textbf{(12-12)}$$

donde α es el ángulo entre la perpendicular a la superficie y la dirección de visualización y, por tanto, $dA_n = dA \cos \alpha$ es el área perpendicular (o proyectada) a la dirección de visualización.

Las pequeñas superficies vistas desde distancias relativamente grandes pueden tratarse como áreas diferenciales en los cálculos del ángulo sólido. Por ejemplo, el ángulo sólido subtendido por una superficie plana de 5 cm^2 cuando se ve desde un punto a una distancia de 80 cm a lo largo de la perpendicular a la superficie es:

$$\omega \cong \frac{A_n}{r^2} = \frac{5 \text{ cm}^2}{(80 \text{ cm})^2} = 7.81 \times 10^{-4} \text{ sr}$$

Si la superficie está inclinada de tal forma que la perpendicular a la superficie forma un ángulo $\alpha = 60°$ con la línea que conecta el punto de visualización con el centro de la superficie, el área proyectada sería $dA_n = dA \cos \alpha = (5 \text{ cm}^2) \cos 60° = 2.5 \text{ cm}^2$, y el ángulo sólido sería la mitad del valor que se acaba de calcular.

Intensidad de la radiación emitida

Considere la emisión de radiación por parte de un elemento de área diferencial dA de una superficie, como se muestra en la figura 12-18. La radiación emitida en todas direcciones en el espacio hemisférico y la radiación emitida a través de la superficie dS es proporcional al ángulo sólido $d\omega$ subtendido por dS. También es proporcional al área de radiación dA, como lo puede ver un observador que esté

sobre dS, el cual varía desde un máximo en dA cuando dS está en la parte superior directamente arriba dA ($\theta = 0°$) hasta un mínimo en cero cuando dS está en la parte inferior ($\theta = 90°$). Por tanto, el área efectiva de dA para la emisión en la dirección de θ es la proyección de dA sobre un plano perpendicular a θ, el cual es $dA \cos \theta$. La intensidad de radiación en una determinada dirección está basada en un área unitaria *perpendicular* a esa dirección para proporcionar una base común para poder comparar la radiación emitida en diferentes direcciones.

La **intensidad de radiación** de la radiación emitida $I_e(\theta, \phi)$ se define como *la velocidad a la cual la energía de radiación* $d\dot{Q}_e$ *es emitida en la dirección* (θ, ϕ) *por unidad de área perpendicular a esta dirección y por ángulo sólido unitario respecto a esta dirección.* Es decir:

$$I_e(\theta, \phi) = \frac{d\dot{Q}_e}{dA \cos\theta \cdot d\omega} = \frac{d\dot{Q}_e}{dA \cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi} \quad (\mathrm{W/m^2 \cdot sr}) \tag{12-13}$$

El *flujo de radiación* de la radiación emitida es la **potencia de emisión** E (la velocidad a la cual la energía de radiación es emitida por unidad de área de superficie de emisión), la cual puede expresarse en forma diferencial como:

$$dE = \frac{d\dot{Q}_e}{dA} = I_e(\theta, \phi) \cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi \tag{12-14}$$

Observando que el hemisferio que está arriba de la superficie intercepta a todos los rayos emitidos por la superficie, la potencia de emisión de la superficie hacia dicho hemisferio que la rodea puede determinarse mediante integración como:

$$E = \int_{\text{hemisferio}} dE = \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} I_e(\theta, \phi) \cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi \quad (\mathrm{W/m^2}) \tag{12-15}$$

La intensidad de radiación emitida por una superficie, en general, varía en función a la dirección (especialmente en función del ángulo zenit θ). Sin embargo, muchas superficies en la práctica pueden aproximarse como si fueran difusas. Para una superficie *de emisión difusa*, la intensidad de la radiación emitida es independiente a la dirección y, por tanto, I_e = constante.

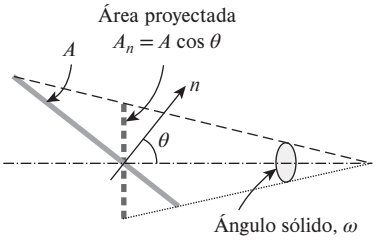


FIGURA 12-19

La intensidad de radiación se basa en el área proyectada, por tanto, el cálculo de la emisión de radiación proveniente de una superficie involucra la proyección de la superficie.

Observando que $\int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} \cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi = \pi$, la relación de potencia de emisión en la ecuación 12-15 se reduce en este caso a:

Superficie de emisión difusa $$E = \pi I_e \quad (\mathrm{W/m^2}) \tag{12-16}$$

Observe que el factor de la ecuación 12-16 es π. Usted seguramente esperaba que dicho factor fuera 2π puesto que la intensidad es igual a la energía de radiación por ángulo sólido unitario, y el ángulo sólido asociado con un hemisferio es 2π. La razón de que el factor sea π es que la potencia de emisión se basa en la superficie *real*, mientras que la intensidad en el área *proyectada* (por tanto, el factor cos θ que lo acompaña), como se muestra en la figura 12-19.

Para un *cuerpo negro*, el cual es un emisor difuso, la ecuación 12-16 puede expresarse como:

Cuerpo negro: $$E_b = \pi I_b \tag{12-17}$$

donde $E_b = \sigma T^4$ es la potencia de emisión de cuerpo negro. Por tanto, la intensidad de radiación emitida por un cuerpo negro a una temperatura absoluta T es:

Cuerpo negro: $$I_b(T) = \frac{E_b(T)}{\pi} = \frac{\sigma T^4}{\pi} \quad (\mathrm{W/m^2 \cdot sr}) \tag{12-18}$$

Radiación incidente

Todas las superficies emiten radiación; sin embargo, también reciben la radiación emitida o reflejada proveniente de otras superficies. La intensidad de la radiación incidente $I_i(\theta, \phi)$ se define como la *velocidad a la cual la energía de radiación dG incide de la dirección* (θ, ϕ) *por unidad de área de la superficie receptora perpendicular a esta dirección y por ángulo sólido unitario respecto a esta dirección* (figura 12-20). Aquí θ es el ángulo entre la dirección de la radiación incidente y la perpendicular a la superficie.

El flujo de radiación incidente sobre una superficie proveniente de *todas direcciones* se llama **irradiación** *G,* y se expresa como:

$$G = \int_{\text{hemisferio}} dG = \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} I_i(\theta, \phi) \cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi \qquad (\text{W/m}^2) \qquad \textbf{(12-19)}$$

Por tanto, la irradiación representa la velocidad a la cual la energía de radiación incide sobre una superficie por área unitaria de dicha superficie. Cuando la radiación incidente es difusa y, por ende, I_i = constante, la ecuación 12-19 se reduce a:

Radiación incidente difusa $\qquad G = \pi I_i \qquad (\text{W/m}^2)$ **(12-20)**

Observe que la irradiación se basa en la superficie *real* (de ahí el factor cos θ), mientras que la intensidad de la radiación incidente se basa en el área *proyectada*.

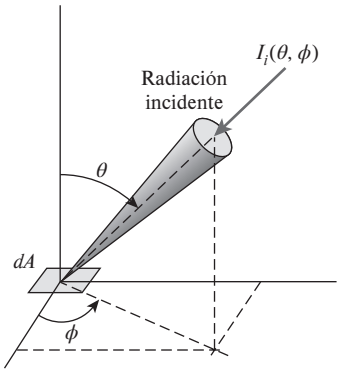


FIGURA 12-20

Radiación incidente sobre una superficie en la dirección (θ, ϕ).

Radiosidad

Las superficies emiten radiación además de reflejarla y, por tanto, la radiación que sale de una superficie consta de componentes emitidos y reflejados, como se muestra en la figura 12-21. El cálculo de la transferencia de calor por radiación entre superficies implica la energía de radiación *total* que fluye desde una superficie, sin tener en cuenta su origen. Por tanto, es necesario definir una cantidad que represente *la velocidad a la que la energía de radiación abandona un área unitaria de una superficie en todas las direcciones*. Esta cantidad se llama **radiosidad** *J* y se expresa como:

$$J = \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} I_{e+r}(\theta, \phi) \cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi \qquad (\text{W/m}^2) \qquad \textbf{(12-21)}$$

donde I_{e+r} es la suma de las intensidades emitidas y reflejadas. Para una superficie que es tanto un emisor difuso como uno reflector, I_{e+r} = constante y la relación de radiosidad se reduce a:

Emisor y reflector difusos: $\qquad J = \pi I_{e+r} \qquad (\text{W/m}^2)$ **(12-22)**

Para un cuerpo negro, la radiosidad *J* es equivalente a la potencia de emisión E_b puesto que un cuerpo negro absorbe toda la radiación incidente sobre este, y no existe ningún componente reflejado en radiosidad.

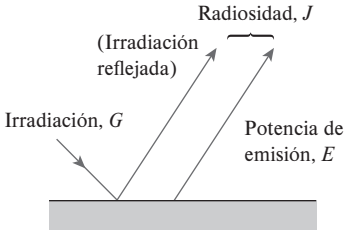


FIGURA 12-21

Los tres tipos de flujo de radiación (en W/m^2): potencia de emisión, irradiación y radiosidad.

Cantidades espectrales

Hasta el momento se han considerado cantidades de radiación *totales* (cantidades integradas sobre todas las longitudes de onda), y no se ha hecho ninguna referencia a la dependencia de la longitud de onda. El método integrado es apropiado para su aplicación en muchos problemas sobre radiación que se encuentran con frecuencia. Sin embargo, a veces es necesario considerar la variación de la radiación en función de la longitud de onda, así como también de la dirección y expresar cantidades a una cierta longitud de onda λ o por intervalo de longitud de onda unitario respecto a λ.

Dichas cantidades se conocen con el nombre de cantidades *espectrales* para hacer énfasis en la dependencia de la longitud de onda. El modificador "espectral" se utiliza para indicar "a una longitud de onda determinada".

La *intensidad de radiación espectral* $I_\lambda(\lambda, \theta, \phi)$ por ejemplo, es simplemente la intensidad de radiación total $I(\theta, \phi)$ por intervalo de longitud de onda unitario respecto a λ. La **intensidad espectral** de la radiación emitida $I_{\lambda, e}(\lambda, \theta, \phi)$ puede definirse como *la velocidad a la cual la energía de radiación* $d\dot{Q}_e$ *es emitida a una longitud de onda* λ *en la dirección* (θ, ϕ) *por área unitaria perpendicular a esta dirección, por ángulo sólido unitario respecto a esta dirección*, y puede expresarse como:

$$I_{\lambda, e}(\lambda, \theta, \phi) = \frac{d\dot{Q}_e}{dA \cos\theta \cdot d\omega \cdot d\lambda} \quad (\mathrm{W/m^2 \cdot sr \cdot \mu m}) \tag{12-23}$$

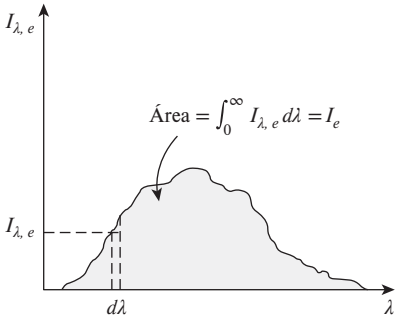


FIGURA 12-22

La integración de una cantidad "espectral" para todas las longitudes de onda proporciona la cantidad "total".

Entonces, *la potencia de emisión espectral* es:

$$E_\lambda = \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} I_{\lambda, e}(\lambda, \theta, \phi) \cos\theta \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi \quad (\mathrm{W/m^2}) \tag{12-24}$$

Se pueden obtener relaciones similares para la irradiación espectral G_λ y para la radiosidad espectral J_λ reemplazando $I_{\lambda, e}$ en esta ecuación por $I_{\lambda, i}$ y $I_{\lambda, e+r}$, respectivamente.

Cuando se conoce la variación de la intensidad de la radiación espectral I_λ respecto a la longitud de onda λ, la intensidad de radiación total I para la radiación emitida, incidente y emitida + reflejada, puede calcularse integrando sobre todo el espectro de longitudes de onda como sigue (figura 12-22):

$$I_e = \int_0^\infty I_{\lambda, e}\, d\lambda, \qquad I_i = \int_0^\infty I_{\lambda, i}\, d\lambda, \qquad \text{y} \qquad I_{e+r} = \int_0^\infty I_{\lambda, e+r}\, d\lambda \tag{12-25}$$

Estas intensidades pueden utilizarse en las ecuaciones 12-15, 12-19 y 12-21 para calcular la potencia de emisión E, la irradiación G y la radiosidad J, respectivamente.

De manera similar, cuando se conocen las variaciones de los flujos de radiación espectral E_λ, G_λ y J_λ respecto a la longitud de onda λ, los flujos de radiación total pueden calcularse por medio de la integración sobre todo el espectro de longitudes de onda como sigue:

$$E = \int_0^\infty E_\lambda\, d\lambda, \qquad G = \int_0^\infty G_\lambda\, d\lambda, \qquad \text{y} \qquad J = \int_0^\infty J_\lambda\, d\lambda \tag{12-26}$$

Cuando las superficies y la radiación incidente son *difusos*, los flujos de radiación espectral están relacionados con las intensidades por medio de:

$$E_\lambda = \pi I_{\lambda, e}, \qquad G_\lambda = \pi I_{\lambda, i}, \qquad \text{y} \qquad J_\lambda = \pi I_{\lambda, e+r} \tag{12-27}$$

Observe que las relaciones para las cantidades de radiación espectral y radiación total tienen la misma forma.

La intensidad espectral de la radiación emitida por un cuerpo negro a una temperatura termodinámica T a una longitud de onda λ fue calculada por Max Planck y se expresa como sigue:

$$I_{b\lambda}(\lambda, T) = \frac{2hc_0^2}{\lambda^5[\exp(hc_0/\lambda kT) - 1]} \quad (\mathrm{W/m^2 \cdot sr \cdot \mu m}) \tag{12-28}$$

donde $h = 6.626069 \times 10^{-34}$ J·s es la constante de Planck, $k = 1.38065 \times 10^{-23}$ J/K es la constante de Boltzmann, y $c_0 = 2.9979 \times 10^8$ m/s es la velocidad de la luz en

el vacío. Entonces, la potencia de emisión espectral de cuerpo negro es, de la ecuación 12-27:

$$E_{b\lambda}(\lambda, T) = \pi I_{b\lambda}(\lambda, T) \quad \textbf{(12-29)}$$

Una relación simplificada para $E_{b\lambda}$ se proporciona en la ecuación 12-4.

EJEMPLO 12-3 **Radiación incidente sobre una pequeña superficie**

Una pequeña superficie de área $A_1 = 3\ \text{cm}^2$ emite radiación como un cuerpo negro a $T_1 = 600$ K. Parte de la radiación emitida por A_1 incide en otra pequeña superficie de área $A_2 = 5\ \text{cm}^2$ orientada como se muestra en la figura 12-23. Calcule el ángulo sólido subtendido por A_2 cuando se ve desde A_1, así como la velocidad a la que la radiación emitida por A_1 incide en A_2.

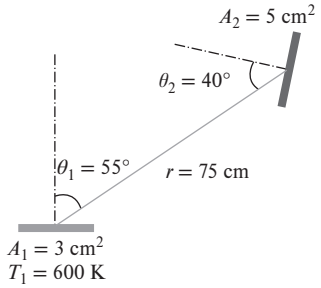


FIGURA 12-23
Esquema para el ejemplo 12-3.

SOLUCIÓN Una superficie está sujeta a radiación emitida por otra superficie. Se calculará el ángulo sólido subtendido y la velocidad a la que la radiación emitida es recibida.

Suposiciones **1** La superficie A_1 emite difusamente como un cuerpo negro. **2** Tanto A_1 como A_2 pueden aproximarse a superficies diferenciales, puesto que ambas son muy pequeñas en comparación con el cuadrado de la distancia entre ellas.

Análisis Aproximando tanto a A_1 como a A_2 a superficies diferenciales, el ángulo sólido subtendido por A_2 cuando es visto desde A_1, puede calcularse a partir de la ecuación 12-12 como:

$$\omega_{2-1} \cong \frac{A_{n,2}}{r^2} = \frac{A_2 \cos\theta_2}{r^2} = \frac{(5\ \text{cm}^2)\cos 40°}{(75\ \text{cm})^2} = \mathbf{6.81 \times 10^{-4}\ sr}$$

ya que la perpendicular de A_2 forma un ángulo de 40° con la dirección de visualización. Observe que al ángulo sólido subtendido por A_2 sería máximo si A_2 se colocara perpendicular a la dirección de visualización. Asimismo, el punto de visualización de A_1 es colocado en un punto a la mitad; sin embargo, puede ser cualquier punto porque se supone que A_1 es muy pequeño.

La radiación emitida por A_1 que incide en A_2 es equivalente a la radiación emitida por A_1 a través del ángulo sólido ω_{2-1}. La intensidad de la radiación emitida por A_1 es:

$$I_1 = \frac{E_b(T_1)}{\pi} = \frac{\sigma T_1^4}{\pi} = \frac{(5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}^4)(600\ \text{K})^4}{\pi} = 2\ 339 \text{W/m}^2\cdot\text{sr}$$

Este valor de intensidad es el mismo en todas las direcciones, ya que un cuerpo negro es un emisor difuso. La intensidad representa la tasa de emisión de radiación por unidad de área normal a la dirección de emisión por unidad de ángulo sólido. Por tanto, la tasa de energía de radiación emitida por A_1 en la dirección de θ_1 a través del ángulo sólido ω_{2-1} se determina multiplicando I_1 por el área de A_1 normal a θ_1 y el ángulo sólido ω_{2-1}. Es decir,

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{1-2} &= I_1(A_1\cos\theta_1)\omega_{2-1} \\ &= (2\ 339\ \text{W/m}^2\cdot\text{sr})(3 \times 10^{-4}\cos 55°\ \text{m}^2)(6.81 \times 10^{-4}\ \text{sr}) \\ &= \mathbf{2.74 \times 10^{-4}\ W}\end{aligned}$$

Por tanto, la radiación emitida por la superficie A_1 incidirá a la superficie A_2 a una velocidad de 2.74×10^{-4} W.

Discusión La velocidad total de emisión de radiación proveniente de la superficie A_1 es $\dot{Q}_e = A_1\sigma T_1^4 = 2.204$ W. Por tanto, la fracción de radiación emitida que incide en A_2 es $2.74 \times 10^{-4}/2.204 = 0.00012$ (o 0.012%). Observando

que el ángulo sólido asociado con un hemisferio es 2π, la fracción del ángulo sólido subtendido por A_2 es $6.81 \times 10^{-4}/(2\pi) = 0.000108$ (o 0.0108%), la cual es 0.9 veces la fracción de la radiación emitida. La fracción de ángulo sólido que ocupa una superficie no representa la fracción de energía de radiación que la superficie recibirá aun cuando la intensidad de la radiación emitida sea constante. Esto es así debido a que la energía de radiación emitida por una superficie en una dirección determinada es proporcional al *área proyectada* de la superficie en esa dirección, y se reduce desde un valor máximo en $\theta = 0°$ (la dirección perpendicular a la superficie) hasta cero en $\theta = 90°$ (la dirección paralela a la superficie).

12-5 ▪ PROPIEDADES RADIACTIVAS

La mayoría de los materiales, como los metales, la madera y los ladrillos, son *opacos* a la radiación térmica, y la radiación se considera un *fenómeno superficial* para dichos materiales. Es decir, la radiación térmica se emite o absorbe dentro de las primeras micras de la superficie, por tanto, hablamos de las propiedades radiactivas de las *superficies* para materiales opacos.

Otros materiales, como el vidrio y el agua, permiten que la radiación visible penetre a profundidades considerables antes de que tenga lugar una absorción significativa. La radiación a través de tales materiales *semitransparentes* no puede considerarse un fenómeno superficial, ya que todo el volumen del material interactúa con la radiación. Por otro lado, tanto el vidrio como el agua son prácticamente opacos a la radiación infrarroja. Por eso, los materiales pueden exhibir un comportamiento distinto a diferentes longitudes de onda, y la dependencia de la longitud de onda es una consideración importante en el estudio de las propiedades radiactivas como la emisividad, la absorción, la reflectividad y la transmisividad de los materiales.

En la sección 12-4 se define un *cuerpo negro* como un perfecto emisor y absorbedor de radiación, y se aclaró que ningún cuerpo puede emitir más radiación que un cuerpo negro a la misma temperatura. Un cuerpo negro puede servir como *referencia* conveniente para describir las características de emisión y absorción de superficies reales.

Emisividad

La **emisividad** de una superficie representa la *relación entre la radiación emitida por la superficie a una determinada temperatura y la radiación emitida por un cuerpo negro a la misma temperatura.* La emisividad de una superficie se denota con el símbolo ε, y este varía entre 0 y 1, $0 \le \varepsilon \le 1$. La emisividad es una medida de qué tanto una superficie real se aproxima a un cuerpo negro, para el cual el valor de $\varepsilon = 1$.

La emisividad de una superficie real no es una constante. Más que eso, esta varía en función de la *temperatura* de la superficie, así como de la *longitud de onda* y la *dirección* de la radiación emitida. Para una superficie pueden definirse diferentes emisividades dependiendo de los efectos a considerar. La emisividad más elemental de una superficie a una temperatura determinada es la **emisividad direccional espectral**, la cual se define como el cociente de la intensidad de radiación emitida por la superficie a una longitud de onda específica en una dirección determinada entre la intensidad de radiación emitida por un cuerpo negro a la misma temperatura y a la misma longitud de onda. Es decir:

$$\varepsilon_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta, \phi, T) = \frac{I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi, T)}{I_{b\lambda}(\lambda, T)} \qquad \textbf{(12-30)}$$

donde λ y θ se utilizan para designar cantidades *espectrales* y *direccionales*, respectivamente. Observe que la intensidad de radiación de cuerpo negro es independiente a la dirección y, por tanto, no tiene ninguna dependencia funcional de θ y ϕ.

La **emisividad direccional total** se define de una manera similar utilizando intensidades totales (intensidades integradas sobre todas las longitudes de onda) como:

$$\varepsilon_\theta(\theta, \phi, T) = \frac{I_e(\theta, \phi, T)}{I_b(T)} \tag{12-31}$$

En la práctica, por lo general es más conveniente trabajar con propiedades de radiación promediadas en todas direcciones, también llamadas *propiedades hemisféricas.* Observando que la integral de la velocidad de energía de radiación emitida a una longitud de onda específica por unidad de superficie sobre el hemisferio completo es la *potencia de emisividad espectral*, la **emisividad hemisférica espectral** puede expresarse como:

$$\varepsilon_\lambda(\lambda, T) = \frac{E_\lambda(\lambda, T)}{E_{b\lambda}(\lambda, T)} \tag{12-32}$$

La emisividad de una superficie a una determinada longitud de onda puede ser diferente a temperaturas distintas, puesto que la distribución espectral de la radiación emitida (y, por tanto, la cantidad de radiación emitida a una determinada longitud de onda) cambia en función de la temperatura.

Por último, la **emisividad hemisférica total** se define en términos de la energía de radiación emitida sobre todas las longitudes de onda en todas direcciones como:

$$\varepsilon(T) = \frac{E(T)}{E_b(T)} \tag{12-33}$$

La emisividad hemisférica total (o simplemente "la emisividad promedio") de una superficie a una temperatura determinada representa el cociente de la energía de radiación total emitida por la superficie entre la radiación emitida por un cuerpo negro de la misma superficie a la misma temperatura.

Observando las ecuaciones 12-26 y 12-32 que $E = \int_0^\infty E_\lambda d\lambda$ y $E_\lambda(\lambda, T) = \varepsilon_\lambda(\lambda, T)\, E_{b\lambda}(\lambda, T)$, la emisividad hemisférica total también puede expresarse como:

$$\varepsilon(T) = \frac{E(T)}{E_b(T)} = \frac{\displaystyle\int_0^\infty \varepsilon_\lambda(\lambda, T) E_{b\lambda}(\lambda, T) d\lambda}{\sigma T^4} \tag{12-34}$$

ya que $E_b(T) = \sigma T^4$. Para llevar a cabo esta integración es necesario conocer la variación de la emisividad espectral respecto a la longitud de onda a una determinada temperatura. El integrando es, por lo general, una función complicada y la integración tiene que llevarse a cabo numéricamente. Sin embargo, la integración puede realizarse muy fácil, dividiendo el espectro en un número suficiente *de bandas de longitudes de onda* y suponiendo que la emisividad permanece constante sobre cada banda; es decir, expresando la función $\varepsilon_\lambda(\lambda, T)$ como una función escalón. Esta simplificación ofrece una gran ventaja a cambio de sacrificar un poco la precisión, ya que permite transformar la integración en una suma en términos de funciones de emisión de cuerpo negro.

Como un ejemplo, considere la función de emisividad graficada en la figura 12-24. Parece como si esta función pudiera aproximarse razonablemente bien a una función escalón de la forma:

$$\varepsilon_\lambda = \begin{cases} \varepsilon_1 = \text{constante}, & 0 \le \lambda < \lambda_1 \\ \varepsilon_2 = \text{constante}, & \lambda_1 \le \lambda < \lambda_2 \\ \varepsilon_3 = \text{constante}, & \lambda_2 \le \lambda < \infty \end{cases} \tag{12-35}$$

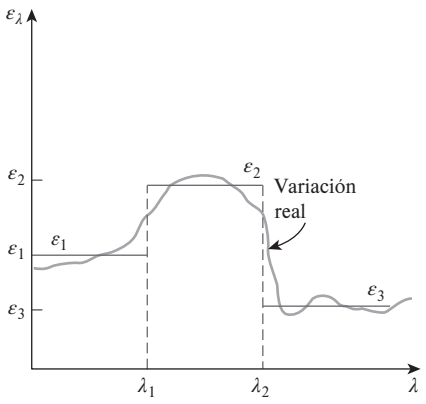


FIGURA 12-24

Aproximación de la variación real de la emisividad en función de la longitud de onda por una función escalón.

Superficie real:
$\varepsilon_\theta \neq$ constante
$\varepsilon_\lambda \neq$ constante

Superficie de difusión:
$\varepsilon_\theta =$ constante

Superficie gris:
$\varepsilon_\lambda =$ constante

Superficie gris difusa:
$\varepsilon = \varepsilon_\lambda = \varepsilon_\theta =$ constante

FIGURA 12-25

Efecto de las aproximaciones difusa y gris en la emisividad de una superficie.

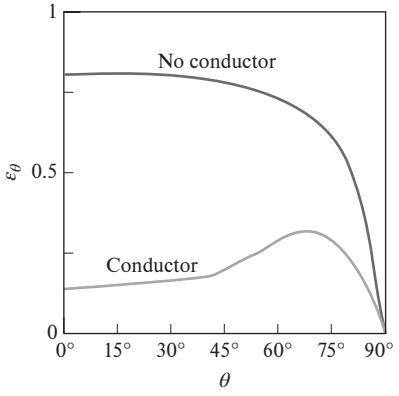


FIGURA 12-26

Variaciones típicas de la emisividad respecto a la dirección para conductores y no conductores eléctricos.

Luego, la emisividad promedio se puede calcular de la ecuación 12-34 dividiendo la integral en tres partes y utilizando la definición de función de radiación de cuerpo negro como:

$$\varepsilon(T) = \frac{\varepsilon_1 \int_0^{\lambda_1} E_{b\lambda} d\lambda}{E_b} + \frac{\varepsilon_2 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{b\lambda} d\lambda}{E_b} + \frac{\varepsilon_3 \int_{\lambda_2}^{\infty} E_{b\lambda} d\lambda}{E_b} \qquad \textbf{(12-36)}$$
$$= \varepsilon_1 f_{0-\lambda_1}(T) + \varepsilon_2 f_{\lambda_1-\lambda_2}(T) + \varepsilon_3 f_{\lambda_2-\infty}(T)$$

La radiación es un fenómeno complejo de por sí, y la consideración de que las propiedades dependen de la longitud de onda y de la dirección, suponiendo que existen suficientes datos, la hace todavía más complicada. Por tanto, las aproximaciones *difusa* y *gris* a menudo se utilizan en los cálculos sobre radiación. Se dice que una superficie es *difusa* si sus propiedades son *independientes de la dirección,* y *gris* si sus propiedades son *independientes de la longitud de onda*. Por tanto, la emisividad de una superficie gris y difusa es simplemente la emisividad hemisférica total de dicha superficie debido a la independencia de la dirección y la longitud de onda (figura 12-25).

Algunos comentarios acerca de la validez de la aproximación difusa son apropiados. Aunque las superficies reales no emiten radiación de una manera perfectamente difusa como lo hace el cuerpo negro, dichas superficies lo hacen de manera muy semejante. La variación de la emisividad con la dirección para conductores y no conductores eléctricos se muestra en la figura 12-26. Aquí, θ es el ángulo medido desde la perpendicular a la superficie y, por tanto, $\theta = 0$ para la radiación emitida en una dirección perpendicular a la superficie. Observe que ε_θ permanece casi constante para un valor de $\theta < 40°$ para conductores como metales, y tiene un valor $\theta < 70°$ para no conductores como plásticos. Por tanto, la emisividad direccional de una superficie en la dirección perpendicular es representativa de la emisividad hemisférica de la superficie. En el análisis de radiación, es una práctica muy común suponer que las superficies son emisores difusos con una emisividad igual al valor en la dirección perpendicular ($\theta = 0$).

El efecto de la aproximación gris en la emisividad y en la potencia de emisión de una superficie real se muestra en la figura 12-27. Observe que la emisión de radiación de una superficie real, en general, difiere de la distribución de Planck y la curva de emisión puede tener varios picos y valles. Una superficie gris deberá emitir tanta radiación como la superficie real que representa a la misma temperatura; por tanto, las áreas bajo las curvas de emisión de las superficies real y gris deben ser iguales.

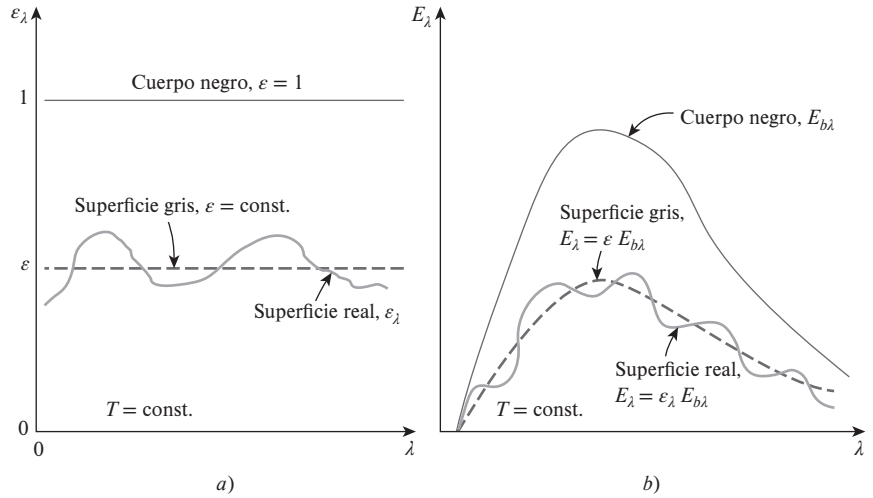


FIGURA 12-27

Comparación de la emisividad *a*) y potencia de emisión *b*) de una superficie real con los de una superficie gris y un cuerpo negro a la misma temperatura.

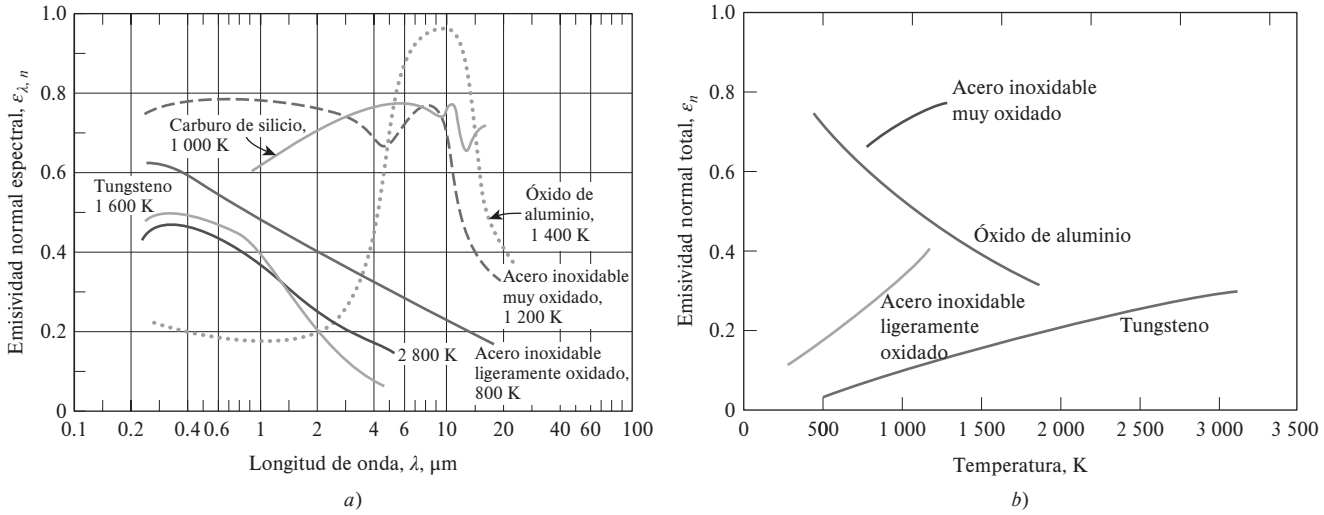


FIGURA 12-28

Variación de la emisividad normal respecto a *a*) la longitud de onda, y *b*) la temperatura de varios materiales.

Las emisividades de materiales comunes se encuentran en las tablas A-18 y A-19, y la variación de la emisividad con la longitud de onda y la temperatura se muestra en la figura 12-28. Los rangos típicos de emisividad de diferentes materiales se proporcionan en la figura 12-29. Observe que los metales, en general, tienen bajas emisividades, tan bajas como 0.02 para superficies pulidas, y los no metales como las cerámicas y los materiales orgánicos, tienen emisividades altas. La emisividad de los metales se incrementa con la temperatura. Asimismo, la oxidación provoca aumentos significativos en la emisividad de los metales. Los metales muy oxidados pueden tener emisividades comparables a los no metales.

Se debe tener cuidado en el uso y la interpretación de los datos sobre las propiedades de la radiación que se reportan en la literatura, pues dichas propiedades dependen de las condiciones de las superficies, como oxidación, aspereza, tipo de acabado y limpieza. En consecuencia, existe una considerable discrepancia e incertidumbre en los valores reportados. Dicha incertidumbre es, en gran medida, debida a la dificultad en caracterizar y describir las condiciones de las superficies con precisión.

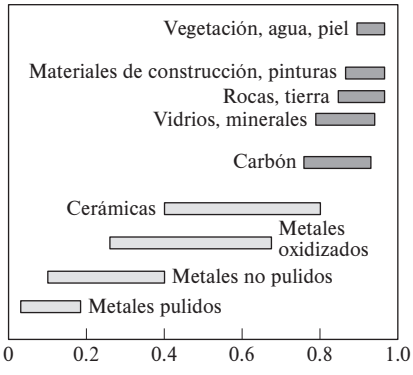


FIGURA 12-29

Rangos típicos de emisividad de diferentes materiales.

EJEMPLO 12-4 **Emisividad de una superficie y potencia emisora**

La función de emisividad espectral de una superficie opaca a 800 K es aproximadamente la siguiente (figura 12-30):

$$\varepsilon_\lambda = \begin{cases} \varepsilon_1 = 0.3, & 0 \le \lambda < 3\ \mu\text{m} \\ \varepsilon_2 = 0.8, & 3\ \mu\text{m} \le \lambda < 7\ \mu\text{m} \\ \varepsilon_3 = 0.1, & 7\ \mu\text{m} \le \lambda < \infty \end{cases}$$

Calcule la emisividad promedio de la superficie y su potencia de emisión.

SOLUCIÓN Se proporciona la variación de la emisividad de una superficie a una determinada temperatura respecto a la longitud de onda. Se calcularán la emisividad promedio de la superficie y su potencia de emisión.

Análisis La variación de la emisividad en función de la longitud de onda se proporciona como una función escalón. Por tanto, la emisividad promedio de

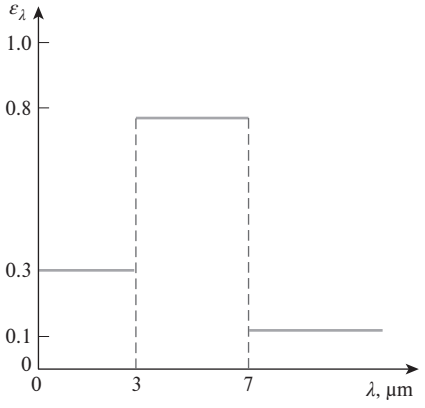


FIGURA 12-30

Emisividad espectral de la superficie considerada en el ejemplo 12-4.

la superficie puede calcularse a partir de la ecuación 12-34 dividiendo la integral en tres partes:

$$\begin{aligned}\varepsilon(T) &= \frac{\varepsilon_1 \int_0^{\lambda_1} E_{b\lambda}\, d\lambda}{\sigma T^4} + \frac{\varepsilon_2 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{b\lambda}\, d\lambda}{\sigma T^4} + \frac{\varepsilon_3 \int_{\lambda_2}^{\infty} E_{b\lambda}\, d\lambda}{\sigma T^4} \\ &= \varepsilon_1 f_{0-\lambda_1}(T) + \varepsilon_2 f_{\lambda_1-\lambda_2}(T) + \varepsilon_3 f_{\lambda_2-\infty}(T) \\ &= \varepsilon_1 f_{\lambda_1} + \varepsilon_2 (f_{\lambda_2} - f_{\lambda_1}) + \varepsilon_3 (1 - f_{\lambda_2})\end{aligned}$$

donde f_{λ_1} y f_{λ_2} son funciones de radiación de cuerpo negro y se calculan de la tabla 12-2 como sigue:

$$\lambda_1 T = (3\ \mu\text{m})(800\ \text{K}) = 2\,400\ \mu\text{m}\cdot\text{K} \rightarrow f_{\lambda_1} = 0.140256$$
$$\lambda_2 T = (7\ \mu\text{m})(800\ \text{K}) = 5\,600\ \mu\text{m}\cdot\text{K} \rightarrow f_{\lambda_2} = 0.701046$$

Observe que $f_{0-\lambda_1} = f_{\lambda_1} - f_0 = f_{\lambda_1}$, puesto que $f_0 = 0$, y $f_{\lambda_2-\infty} = f_\infty - f_{\lambda_2} = 1 - f_{\lambda_2}$, puesto que $f_\infty = 1$ Sustituyendo:

$$\begin{aligned}\varepsilon &= 0.3 \times 0.140256 + 0.8(0.701046 - 0.140256) + 0.1(1 - 0.701046) \\ &= \mathbf{0.521}\end{aligned}$$

Es decir, la superficie emitirá tanta energía de radiación a 800 K como una superficie gris que tenga una constante de emisividad de $\varepsilon = 0.521$. La potencia de emisividad de la superficie es:

$$E = \varepsilon\sigma T^4 = 0.521(5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}^4)(800\ \text{K})^4 = \mathbf{12\,100\ W/m^2}$$

Discusión Observe que la superficie emite 12.1 kJ de energía de radiación por segundo por m^2 de superficie.

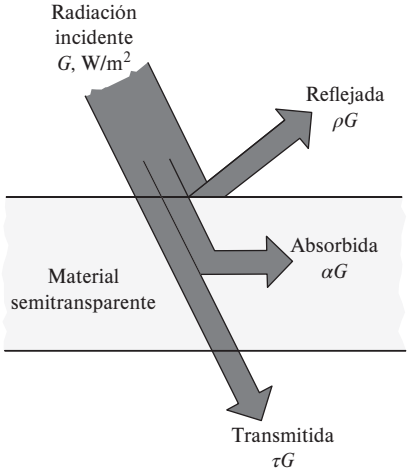


FIGURA 12-31

Absorción, reflexión y transmisión de radiación incidente en un material semitransparente.

Absorción, reflectividad y transmisividad

Todo lo que está alrededor de nosotros emite constantemente radiación, y la emisividad representa las características de emisión de dichos cuerpos. Esto significa que todo cuerpo, incluyendo el nuestro, es bombardeado por radiación proveniente de todas direcciones a una gama muy amplia de longitudes de onda. Recuerde que el flujo de *radiación incidente sobre una superficie* se llama **irradiación** y se expresa por medio de la letra G.

Cuando la radiación incide sobre una superficie, parte de ella es absorbida, otra parte es reflejada y la parte que queda, si aún queda alguna, es transmitida como se muestra en la figura 12-31. *La fracción de irradiación absorbida por la superficie* se llama **absorción** α, *la fracción reflejada por la superficie* se llama **reflectividad** ρ, y la *fracción transmitida* se llama **transmisividad** τ. Es decir,

Absorción:
$$\alpha = \frac{\text{Radiación absorbida}}{\text{Radiación incidente}} = \frac{G_{\text{abs}}}{G}, \qquad 0 \le \alpha \le 1 \qquad \textbf{(12-37)}$$

Reflectividad:
$$\rho = \frac{\text{Radiación reflejada}}{\text{Radiación incidente}} = \frac{G_{\text{ref}}}{G}, \qquad 0 \le \rho \le 1 \qquad \textbf{(12-38)}$$

Transmisividad: $$\tau = \frac{\text{Radiación transmitida}}{\text{Radiación incidente}} = \frac{G_{tr}}{G}, \qquad 0 \le \tau \le 1 \qquad \textbf{(12-39)}$$

donde G es el flujo de radiación incidente sobre la superficie y G_{abs}, G_{ref} y G_{tr} son las porciones absorbidas, reflejadas y transmitidas de ella, respectivamente. La primera ley de la termodinámica requiere que la suma de la radiación absorbida, reflejada y transmitida sea igual a la radiación incidente. Es decir,

$$G_{abs} + G_{ref} + G_{tr} = G$$

Dividiendo cada término de esta relación entre G se obtiene:

$$\alpha + \rho + \tau = 1 \qquad \textbf{(12-40)}$$

Para el caso de cuerpos negros idealizados, los cuales son absorbedores perfectos, $\rho = 0$ y $\tau = 0$ y la ecuación 12-40 se reduce a $\alpha = 1$. En el caso de superficies opacas como la mayoría de los sólidos y líquidos, $\tau = 0$ y, por tanto,

$$\alpha + \rho = 1 \qquad \textbf{(12-41)}$$

Para la mayoría de los gases, la reflectancia está ausente $\rho = 0$, y la ecuación 12-40 se reduce a:

$$\alpha + \tau = 1 \qquad \textbf{(12-42)}$$

Las dos ecuaciones anteriores son relaciones importantes de propiedades, ya que el conocimiento de una propiedad (ya sea α o ρ en la ecuación 12-41 y α o τ en la ecuación 12-42) implica el conocimiento de la otra.

Estas definiciones son para propiedades *hemisféricas totales*, ya que G representa el flujo de radiación incidente sobre la superficie proveniente de todas direcciones sobre el espacio hemisférico y sobre todas las longitudes de onda. Por tanto, α, ρ y τ son las propiedades *promedio* de un medio para todas las direcciones y longitudes de onda. Sin embargo, como la emisividad, dichas propiedades también pueden definirse por una longitud de onda específica y/o una dirección. Por ejemplo, la **absorción direccional espectral** y la **reflectividad direccional espectral** de una superficie se definen, respectivamente, como las fracciones absorbidas y reflejadas de la intensidad de radiación incidente a una longitud de onda específica y en una dirección determinada como:

$$\alpha_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta, \phi) = \frac{I_{\lambda,\text{abs}}(\lambda, \theta, \phi)}{I_{\lambda,i}(\lambda, \theta, \phi)} \qquad \text{y} \qquad \rho_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta, \phi) = \frac{I_{\lambda,\text{ref}}(\lambda, \theta, \phi)}{I_{\lambda,i}(\lambda, \theta, \phi)} \qquad \textbf{(12-43)}$$

De manera similar, la **absorción hemisférica espectral** y la **reflectividad hemisférica espectral** de una superficie se define como:

$$\alpha_\lambda(\lambda) = \frac{G_{\lambda,\text{abs}}(\lambda)}{G_\lambda(\lambda)} \qquad \text{y} \qquad \rho_\lambda(\lambda) = \frac{G_{\lambda,\text{ref}}(\lambda)}{G_\lambda(\lambda)} \qquad \textbf{(12-44)}$$

donde G_λ es la irradiación espectral (en $\text{W/m}^2 \cdot \mu\text{m}$) incidente sobre la superficie y $G_{\lambda\text{abs}}$ y $G_{\lambda\text{ref}}$ son las porciones reflejadas y absorbidas de esta, respectivamente.

Se pueden definir cantidades similares para la transmisividad de los materiales semitransparentes. Por ejemplo, la **transmisividad hemisférica espectral** de un medio puede expresarse como:

$$\tau_\lambda(\lambda) = \frac{G_{\lambda,\text{tr}}(\lambda)}{G_\lambda(\lambda)} \qquad \textbf{(12-45)}$$

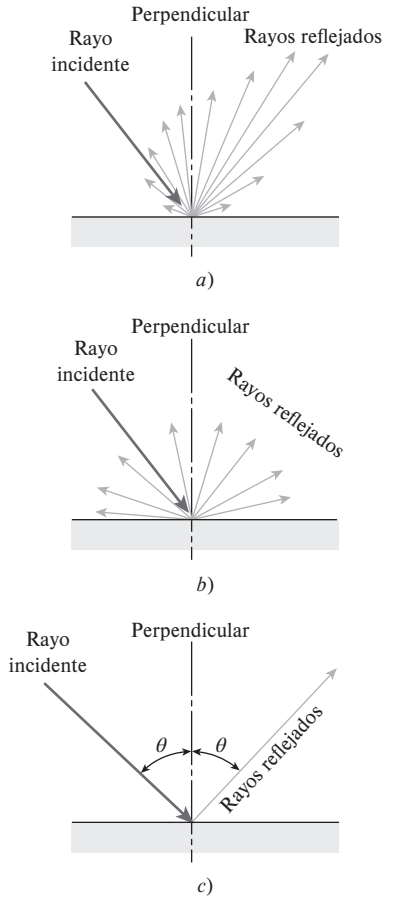


FIGURA 12-32

Diferentes tipos de reflexión provenientes de una superficie: *a*) real o irregular, *b*) difusa y *c*) especular o tipo espejo.

La absorción, reflectividad y transmisividad promedio de una superficie puede definirse también en términos de sus homólogos espectrales como:

$$\alpha = \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda G_\lambda \, d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda \, d\lambda}, \qquad \rho = \frac{\int_0^\infty \rho_\lambda G_\lambda \, d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda \, d\lambda}, \qquad \tau = \frac{\int_0^\infty \tau_\lambda G_\lambda \, d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda \, d\lambda} \tag{12-46}$$

La reflectividad difiere de alguna forma de las demás propiedades en que esta es *bidireccional* por naturaleza. Es decir, el valor de la reflectividad de una superficie depende no solo de la dirección de la radiación incidente, sino también de la dirección de reflexión. Por tanto, los rayos reflejados de un haz de radiación incidente sobre una superficie real en una dirección específica muestran una forma irregular, como se puede observar en la figura 12-32. Tales datos detallados sobre la reflectividad no existen para la mayoría de las superficies y, aún si existieran, serían de un pequeño valor en los cálculos de radiación puesto que esto normalmente agregaría más complejidad al análisis.

En la práctica, se supone que las superficies se reflejan de manera *especular* o *difusa*. En la **reflexión especular** (o *espejo*), *el ángulo de reflexión es igual al ángulo de incidencia del haz de radiación*. En la **reflexión difusa**, *la radiación se refleja por igual en todas las direcciones*, como se muestra en la figura 12-32. La reflexión desde superficies lisas y pulidas se aproxima a la reflexión especular, mientras que la reflexión desde superficies rugosas se aproxima a la reflexión difusa. En el análisis de radiación, la suavidad se define en relación con la longitud de onda. Se dice que una superficie es *lisa* si la altura de la rugosidad de la superficie es mucho menor que la longitud de onda de la radiación incidente.

A diferencia de la emisividad, la absorción de un material es prácticamente independiente de la temperatura de la superficie. Sin embargo, la absorción depende mucho de la temperatura de la fuente desde la cual la radiación incidente se origina. Esto es también evidente en la figura 12-33, la cual muestra las absorciones de varios materiales a temperatura ambiente en función de la temperatura de la fuente de radiación. Por ejemplo, la absorción del techo de concreto de una casa es de alrededor de 0.6 para la radiación solar (temperatura de la fuente: 5 780 K) y 0.9 para la radiación que se origina en los árboles y edificios de los alrededores (temperatura de la fuente: 300 K), como se ilustra en la figura 12-34.

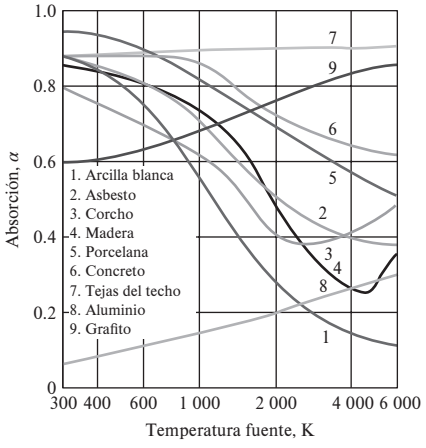


FIGURA 12-33

Variación de la absorción respecto a la temperatura de la fuente de irradiación para varios materiales comunes a temperatura ambiente.

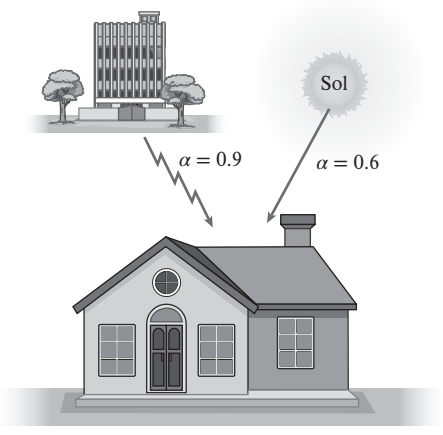


FIGURA 12-34

La absorción de un material puede ser muy diferente a la radiación que se origina en fuentes a diferentes temperaturas.

Observe que la absorción del aluminio aumenta en función de la temperatura de la fuente, una característica de los metales, mientras que la absorción de los no conductores eléctricos, en general, disminuye en función de la temperatura. Esta disminución es más pronunciada en las superficies que para el ojo humano parecen ser de color blanco. Por ejemplo, la absorción de una superficie pintada en color blanco es baja para la radiación solar; sin embargo, es muy elevada para la radiación infrarroja.

Ley de Kirchhoff

Considere un pequeño cuerpo de superficie A_s, emisividad ε y absorción α a una temperatura T, dentro de un contenedor isotérmico grande a la misma temperatura, como se muestra en la figura 12-35. Recuerde que un contenedor isotérmico grande forma una cavidad de cuerpo negro sin importar las propiedades de radiación de la superficie del contenedor y el cuerpo en el contenedor es muy pequeño como para interferir con la naturaleza de cuerpo negro de la cavidad. Por tanto, la radiación incidente en cualquier parte de la superficie del cuerpo pequeño es igual a la radiación emitida por un cuerpo negro a una temperatura T. Es decir, $G = E_b(T) = \sigma T^4$, y la radiación absorbida por el cuerpo pequeño por unidad de superficie es:

$$G_{\text{abs}} = \alpha G = \alpha \sigma T^4$$

La radiación emitida por un cuerpo pequeño es:

$$E_{\text{emisión}} = \varepsilon \sigma T^4$$

Considerando que el pequeño cuerpo está en equilibrio térmico con el contenedor, la velocidad neta de transferencia de calor hacia el cuerpo debe ser cero. Por tanto, la radiación emitida por el cuerpo debe ser igual a la radiación absorbida por él:

$$A_s \varepsilon \sigma T^4 = A_s \alpha \sigma T^4$$

Se puede concluir que para cualquier superficie dentro del contenedor:

$$\varepsilon(T) = \alpha(T) \qquad \textbf{(12-47)}$$

Es decir, *la emisividad hemisférica total de una superficie a una temperatura T es igual a su absorción hemisférica total para la radiación proveniente de un cuerpo negro a la misma temperatura.* Esta relación, la cual simplifica el análisis de radiación, fue desarrollada primero por Gustav Kirchhoff en 1860, y ahora se le conoce con el nombre de **ley de Kirchhoff**. Observe que esta relación es válida con la condición de que la temperatura de la superficie sea igual a la temperatura de la fuente de irradiación, por lo que el lector debe ser muy cuidadoso al usarla cuando la diferencia de temperaturas (mayor a cientos de grados) entre la temperatura de la superficie y la temperatura de la fuente de irradiación es muy grande.

Para cualquier superficie dentro del contenedor, la deducción que se acaba de hacer también puede repetirse para la radiación a una longitud de onda específica con el fin de obtener la forma *espectral* de la ley de Kirchhoff:

$$\varepsilon_\lambda(T) = \alpha_\lambda(T) \qquad \textbf{(12-48)}$$

Esta relación es válida cuando la irradiación o radiación emitida es independiente a la dirección. La forma de la ley de Kirchhoff que no involucra restricciones es la forma *direccional espectral* expresada como $\varepsilon_{\lambda,\theta}(T) = \alpha_{\lambda,\theta}(T)$. Es decir, la emisividad de una superficie a una longitud de onda, dirección y temperatura específicas es siempre igual a su absorción a la misma longitud de onda, dirección y temperatura.

Es muy tentador utilizar la ley de Kirchhoff en el análisis de radiación, ya que la relación $\varepsilon = \alpha$ junto con $\rho = 1 - \alpha$, permite calcular las tres propiedades de una superficie opaca a partir del conocimiento de *una sola* propiedad. Aunque la

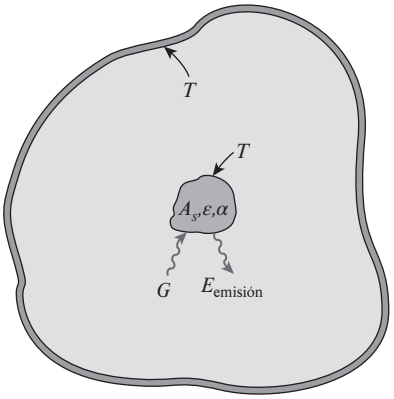


FIGURA 12-35

El pequeño cuerpo contenido en un contenedor isotérmico de gran tamaño utilizado en el desarrollo de la ley de Kirchhoff.

ecuación 12-47 proporciona resultados aceptables en la mayoría de los casos, en la práctica se debe ser muy cuidadoso cuando exista una diferencia muy significativa entre la temperatura de la superficie y la temperatura de la fuente de radiación incidente.

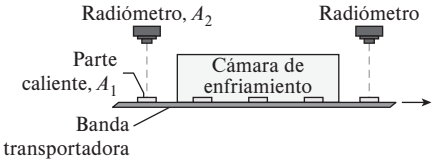


FIGURA 12-36
Esquema para el ejemplo 12-5.

PtD ***EJEMPLO 12-5*** **Prevención de daño por quemadura térmica utilizando sensores de radiación para supervisar la temperatura de las partes de una banda transportadora**

Partes opacas a alta temperatura ($A_1 = 15$ cm^2, $m = 0.5$ kg, $c_V = 450$ J/kg·K, $\varepsilon = 0.85$), que salen de una línea de producción y están en camino al área de empacado, son enfriadas dentro de una cámara con aire enfriado (figura 12-36). Una de las razones de enfriar las partes antes de que se empaquen es aminorar el riesgo de que se presenten quemaduras térmicas. Para que las partes estén seguras y puedan ser manejadas por los operadores, cada parte debe enfriarse a una temperatura por debajo de los 45 °C. Para supervisar la temperatura de las partes, se colocan dos radiómetros idénticos a una distancia de 1 m de las partes que están sobre una banda transportadora, a la entrada y a la salida de la cámara de enfriado. A lo largo de todo el proceso, se estima que la irradiación proveniente de los alrededores sobre todas las partes es de 300 W/m^2. Dentro de la cámara de enfriamiento, 215 W de calor está siendo removida de cada una de las partes en un tiempo igual a 1 minuto. Si el radiómetro que se encuentra a la entrada de la cámara de enfriamiento detecta una irradiación de 0.21 W/m^2, calcule la irradiación que medirá el radiómetro colocado a la salida de la cámara de enfriamiento. ¿Estarán seguras para su manejo las partes que salen de la cámara de enfriamiento?

SOLUCIÓN En este ejemplo, se aplican los conceptos de Prevención a través del Diseño (PtD) en conjunto con los conceptos de intensidad de radiación y propiedades radiativas.

Suposiciones **1** Tanto la superficie de las partes como el radiómetro pueden aproximarse a superficies diferenciales puesto que ambas son muy pequeñas comparadas con el cuadrado de la distancia que existe entre ellos. **2** La temperatura de las partes es uniforme. **3** La ley de Kirchhoff es aplicable. **4** Las partes son opacas y sus propiedades constantes.

Propiedades El calor específico y la emisividad de las partes se proporcionan como $c_V = 450$ J/kg·K y $\varepsilon = 0.85$. La constante de Stefan-Boltzmann es $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}$ W/m^2·K^4.

Análisis De la ley de Kirchhoff, la emisividad de las partes es:

$$\varepsilon = \alpha = 0.85$$

Las partes son opacas ($\tau = 0$) y la reflectividad de las partes es:

$$\rho = 1 - \alpha = 1 - 0.85 = 0.15$$

El ángulo sólido subtendido por ambos radiómetros cuando son vistos desde las partes a la entrada y a la salida de la cámara de enfriamiento es:

$$\omega_{2-1} \cong \frac{A_{n,2}}{L^2} = \frac{A_2 \cos\theta_2}{L^2}$$

La intensidad de las radiaciones emitida y reflejada (radiosidad) por las partes A_1 a la entrada y a la salida de la cámara de enfriamiento son:

$$I_{1,\text{ entrada}} = \frac{J_{\text{entrada}}}{\pi} = \frac{E_{\text{entrada}} + G_{\text{ref}}}{\pi} = \frac{\varepsilon\sigma T_{1,\text{ entrada}}^4 + \rho G_1}{\pi} \text{ y}$$

$$I_{1,\text{ salida}} = \frac{J_{\text{salida}}}{\pi} = \frac{E_{\text{salida}} + G_{\text{ref}}}{\pi} = \frac{\varepsilon\sigma T_{1,\text{ salida}}^4 + \rho G_1}{\pi}$$

Las irradiaciones medidas por los radiómetros A_2 a la entrada y a la salida de la cámara de enfriamiento son:

$$G_{2,\text{ entrada}} = \frac{\dot{Q}_{1-2,\text{ entrada}}}{A_2} = \frac{I_{1,\text{ entrada}}(A_1\cos\theta_1)\omega_{2-1}}{A_2} = \frac{(\varepsilon\sigma T_{1,\text{ entrada}}^4 + \rho G_1)A_1(\cos\theta_1)(\cos\theta_2)}{\pi L^2}$$

y

$$G_{2,\text{ salida}} = \frac{\dot{Q}_{1-2,\text{ salida}}}{A_2} = \frac{I_{1,\text{ salida}}(A_1\cos\theta_1)\omega_{2-1}}{A_2} = \frac{(\varepsilon\sigma T_{1,\text{ salida}}^4 + \rho G_1)A_1(\cos\theta_1)(\cos\theta_2)}{\pi L^2}$$

Con ambos radiómetros en posición perpendicular a la dirección de visualización de cada parte que pasa a través de ellos ($\theta_1 = \theta_2 = 0°$), se tiene:

$$G_{2,\text{ entrada}} = \frac{(\varepsilon\sigma T_{1,\text{ entrada}}^4 + \rho G_1)A_1}{\pi L^2} \quad \text{y} \quad G_{2,\text{ salida}} = \frac{(\varepsilon\sigma T_{1,\text{ salida}}^4 + \rho G_1)A_1}{\pi L^2}$$

A partir de la irradiación proporcionada $G_{2,\text{ entrada}}$ detectada por el radiómetro colocado en la entrada de la cámara de enfriamiento, la temperatura de las partes en esa ubicación es:

$$T_{1,\text{ entrada}} = \left[\left(\frac{G_{2,\text{ entrada}}\pi L^2}{A_1} - \rho G_1\right)\left(\frac{1}{\varepsilon\sigma}\right)\right]^{1/4}$$

$$= \left\{\left[\frac{(0.21\text{ W/m}^2)\pi(1.5\text{ m})^2}{15\times10^{-4}\text{ m}^2} - (0.15)(300\text{ W/m}^2)\frac{1}{(0.85)(5.67\times10^{-8}\text{ W/m}^2\cdot\text{K}^4)}\right]\right\}^{1/4}$$

$$= 374\text{ K} = 101\,^\circ\text{C}$$

La temperatura de las partes a la salida de la cámara de enfriamiento puede calcularse a partir del cambio en la energía interna y en el calor removido de las partes durante el proceso de enfriamiento:

$$Q = \dot{Q}\Delta t = \Delta U = mc_v(T_{1,\text{ entrada}} - T_{1,\text{ salida}}) \quad \text{o} \quad T_{1,\text{ salida}} = T_{1,\text{ entrada}} - \frac{\dot{Q}\Delta t}{mc_v}$$

Por tanto,

$$T_{1,\text{ salida}} = 101\,^\circ\text{C} - \frac{(215\text{ W})(60\text{ s})}{(0.5\text{ kg})(450\text{ J/kg}\cdot\text{K})} = \mathbf{43.7\,^\circ C} < 45\,^\circ\text{C}$$

Por último, la irradiación $G_{2,\text{ salida}}$ medida por el radiómetro a la salida de la cámara de enfriamiento es:

$$G_{2,\text{ salida}} = \frac{(\varepsilon\sigma T_{1,\text{ salida}}^4 + \rho G_1)A_1}{\pi L^2}$$

$$= \frac{(0.85)(5.67\times10^{-8}\text{ W/m}^2\cdot\text{K}^4)(43.7+273)^4\text{K}^4 + (0.15)(300\text{ W/m}^2)}{\pi(1.5\text{ m})^2}(15\times10^{-4}\text{ m}^2)$$

$$= \mathbf{0.112\text{ W/m}^2}$$

Discusión La temperatura de las partes que salen de la cámara de enfriamiento está por debajo de los 45 °C y, por tanto, están seguras para ser manejadas en la operación de empacado.

Tener dos radiómetros supervisando la temperatura de las partes conforme ingresan y salen de la cámara de enfriamiento, permite a los ingenieros calcular el tiempo de enfriamiento necesario para las partes. Por tanto, la velocidad de la banda transportadora puede optimizarse mientras que al mismo tiempo se evitan los daños causados por quemadura térmica.

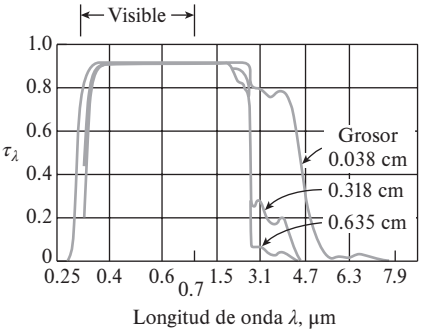


FIGURA 12-37

Transmisividad espectral del vidrio bajo en hierro a temperatura ambiente con diferentes grosores.

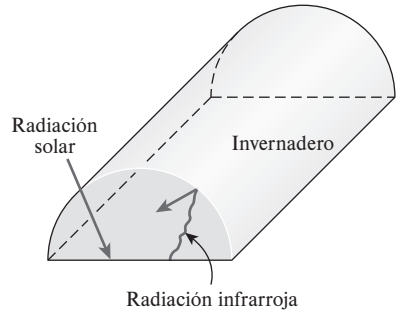


FIGURA 12-38

Un invernadero atrapa energía permitiendo que la radiación solar entre; sin embargo, no permite que salga la radiación infrarroja.

Efecto invernadero

Habrá notado que cuando deja su auto en el rayo del sol directo en un día soleado, el interior se calienta mucho más que el aire que está afuera, se habrá preguntado por qué el auto actúa como una *trampa de calor.* La respuesta está en la curva de transmisividad espectral del *vidrio*, el cual se asemeja a una U invertida, como se muestra en la figura 12-37. En esta figura se observa que el vidrio, en un grosor común, transmite más de 90% de radiación en el rango visible, y es casi opaco (no transparente) a la radiación en las regiones del infrarrojo de longitudes de onda mayores dentro del espectro electromagnético (aproximadamente $\lambda > 3$ μm). Por tanto, el vidrio tiene una ventana transparente en el rango de longitudes de onda de 0.3 μm $< \lambda <$ 3 μm, en la que más de 90% de la radiación solar es emitida. Por otro lado, la radiación emitida por las superficies a temperatura ambiente cae totalmente en la región del infrarrojo. En consecuencia, el vidrio permite que entre la radiación solar; sin embargo, no deja que escape la radiación infrarroja de las superficies interiores. Esto provoca un incremento en la temperatura interior como resultado de la acumulación de energía dentro del auto. A este efecto de calentamiento, el cual se debe a la característica de no gris del vidrio (o de plásticos claros) se le conoce con el nombre de **efecto invernadero**, puesto que se utiliza mucho en invernaderos (figura 12-38).

El efecto invernadero también se puede experimentar en una escala más grande en la tierra. La superficie de la Tierra, la cual se calienta durante el día como resultado de la absorción de la energía solar, se enfría en la noche radiando su energía al espacio profundo como radiación infrarroja. Los gases de combustión como el CO_2 y el vapor de agua de la atmósfera transmiten el grueso de la radiación solar; sin embargo, absorben la radiación infrarroja emitida por la superficie de la tierra. Por tanto, hay una gran preocupación de que la energía atrapada en la tierra provoque el calentamiento global y, por ende, cambios severos en los patrones del clima.

En lugares *húmedos* como las áreas costeras, no existe un cambio importante entre las temperaturas durante el día y la noche debido a que la humedad actúa como una barrera que bloquea la radiación infrarroja que proviene de la tierra y, por ende, hace más lento el proceso de enfriamiento en las noches. En áreas con cielos despejados, como los desiertos, hay un gran cambio entre las temperaturas diurnas y nocturnas debido a la ausencia de tales barreras para la radiación infrarroja.

12-6 ▪ RADIACIÓN ATMOSFÉRICA Y SOLAR

El Sol es la principal fuente de energía. La energía que proviene de él, llamada *energía solar*, llega en forma de ondas electromagnéticas después de haber experimentado un número considerable de interacciones con la atmósfera. La energía de radiación emitida o reflejada por los elementos constituyentes de la atmósfera forma la *radiación atmosférica.* Aquí se proporciona un panorama de la radiación solar y atmosférica debido a su importancia y relevancia en la vida diaria. Asimismo,

nuestra familiaridad con la energía solar la convierte en una herramienta muy eficiente en el desarrollo de una mejor comprensión de algunos de los conceptos novedosos que se presentaron antes. Un tratamiento a detalle de este tema puede consultarse en un gran número de libros dedicados al estudio de este fenómeno.

El *Sol* es un cuerpo casi esférico que tiene un diámetro $D \approx 1.39 \times 10^9$ y una masa $m \approx 2 \times 10^{30}$ y se localiza a una distancia media de $L = 1.50 \times 10^{11}$ respecto a la Tierra. Emite energía de radiación continuamente a una velocidad de $E_{\text{sol}} \approx 3.8 \times 10^{26}$ W. Menos de la billonésima parte de esta energía (alrededor de 1.7×10^{17} W) incide en la Tierra, la cual es suficiente para mantenerla caliente y conservar la vida a través del proceso de fotosíntesis. La energía del Sol se debe a la continua reacción de *fusión* durante la cual dos átomos de hidrógeno se fusionan para formar un átomo de helio. Por tanto, el Sol es fundamentalmente un *reactor nuclear* que llega a tener temperaturas del orden de los 40 000 000 K en su región central. La temperatura se reduce a un valor de alrededor de los 5 800 K en la región exterior del Sol llamada la zona convectiva, como resultado de la disipación de esta energía en forma de radiación.

La energía solar que llega a la atmósfera de la Tierra se llama **irradiación solar total** G_s, cuyo valor es:

$$G_s = 1\ 373\ \text{W/m}^2 \tag{12-49}$$

La irradiación solar total (también llamada **constante solar** representa la *velocidad a la cual la energía solar incide sobre una superficie perpendicular a los rayos del Sol en el extremo exterior de la atmósfera cuando la Tierra está a su distancia media respecto al Sol* (figura 12-39).

El valor de la irradiación solar total puede utilizarse para calcular la temperatura superficial efectiva del Sol a partir del requerimiento que:

$$(4\pi L^2)G_s = (4\pi r^2)\sigma T_{\text{sol}}^4 \tag{12-50}$$

donde L es la distancia media entre el centro del Sol y la Tierra y r es el radio del Sol. El primer miembro de esta ecuación representa la energía solar total que pasa a través de una superficie esférica cuyo radio es la distancia media entre la Tierra y el Sol, mientras que el segundo miembro de la ecuación representa la energía total que abandona la superficie exterior del Sol. El principio de conservación de la energía requiere que estas dos cantidades sean iguales entre sí, puesto que la energía solar no experimenta atenuación (o mejora) durante su trayecto en el vacío (figura 12-40). La **temperatura superficial efectiva** del Sol se calcula a partir de la ecuación 12-50 como $T_{\text{sol}} = 5780$ K. Es decir, el Sol puede tratarse como un cuerpo negro que está a una temperatura de 5 780 K. Esto también está confirmado mediante mediciones de la distribución espectral de la radiación solar justo fuera de la atmósfera graficada en la figura 12-41, la cual solo muestra pequeñas desviaciones del comportamiento idealizado del cuerpo negro.

La distribución espectral de la radiación solar sobre la Tierra que se grafica en la figura 12-41 muestra que la radiación solar experimenta una *atenuación* considerable cuando pasa a través de la atmósfera como resultado de la absorción y el esparcimiento. Alrededor de 99% de la atmósfera se encuentra dentro de una distancia de 30 km de la superficie terrestre. Las diversas caídas en la distribución espectral de la radiación sobre la superficie terrestre se deben a la *absorción* por los gases O_2, O_3 (ozono), H_2O y CO_2. La absorción por *oxígeno* se presenta en una banda angosta alrededor de $\lambda = 0.76$ μm. El *ozono* absorbe la radiación *ultravioleta* a longitudes de onda por debajo de 0.3 μm casi en su totalidad y la radiación en el rango entre 0.3 y 0.4 μm considerablemente. Por tanto, la capa de ozono en las regiones superiores de la atmósfera protege a los sistemas biológicos sobre la Tierra contra

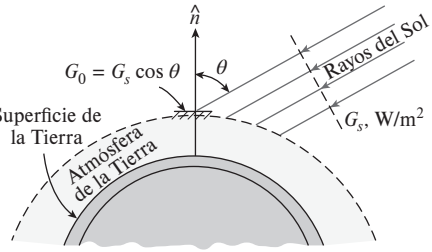


FIGURA 12-39

La radiación solar incidiendo en la atmósfera terrestre y la irradiación solar total.

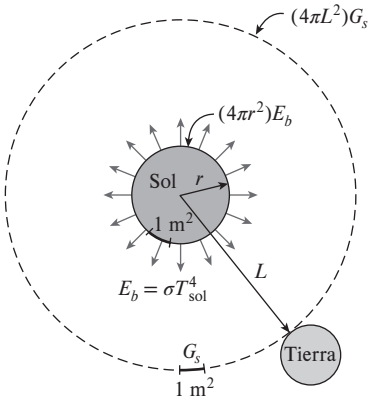


FIGURA 12-40

La energía solar total pasando a través de esferas concéntricas permanece constante; sin embargo, la energía que incide por unidad de área disminuye al incrementarse el radio.

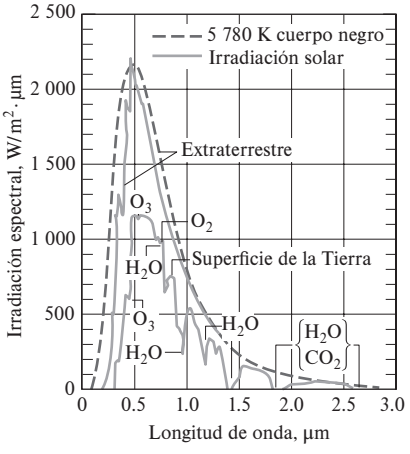


FIGURA 12-41

Distribución espectral de la radiación solar fuera de la atmósfera, en la superficie de la Tierra, en un día normal y la comparación con la radiación de cuerpo negro a 5 780 K.

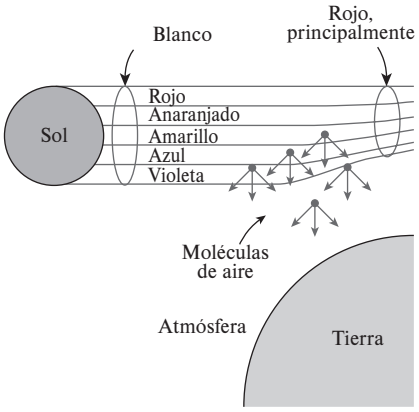


FIGURA 12-42

Las moléculas de aire esparcen la luz en color azul mucho más que la luz roja. En la puesta del Sol, la luz viaja a través de una capa más gruesa de la atmósfera, la cual remueve gran cantidad del azul de la luz natural, permitiendo que el color rojo predomine.

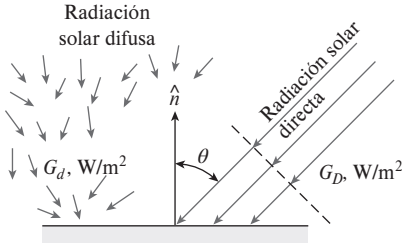


FIGURA 12-43

Radiación directa y difusa incidente sobre una superficie horizontal en la superficie terrestre.

la radiación ultravioleta dañina. A su vez, debemos proteger la capa de ozono contra los químicos destructivos más utilizados, como los refrigerantes, los agentes para la limpieza y los propulsores en latas de aerosol. El uso de dichos químicos está prohibido. El gas ozono también absorbe alguna radiación en el rango visible. La absorción en la región del infrarrojo está dominada por el *vapor de agua* y el *dióxido de carbono*. Las partículas de polvo y de otros contaminantes en la atmósfera también absorben radiación a diferentes longitudes de onda.

Como resultado de estas absorciones, la energía solar que llega a la superficie terrestre es atenuada considerablemente, a un valor de alrededor de 950 W/m^2 en un día despejado, y mucho más, en los días nublados o contaminados. Asimismo, casi toda la radiación solar que llega a la superficie terrestre se encuentra en la banda de longitudes de onda de 0.3 a 2.5 μm.

Otro mecanismo que atenúa la radiación solar a medida que transita a través de la atmósfera es el *esparcimiento* o *reflexión* por moléculas de aire y los otros muchos tipos de partículas como el polvo, la contaminación y las gotas de agua suspendidas en la atmósfera. El esparcimiento está gobernado sobre todo por el tamaño de la partícula en relación con la longitud de onda de radiación. Las moléculas de oxígeno y nitrógeno principalmente esparcen la radiación a longitudes de onda muy cortas que son comparables con los tamaños de las moléculas en sí mismas; por tanto, la radiación a longitudes de onda correspondientes a los colores violeta y azul es la que más se esparce. Este esparcimiento molecular en todas direcciones es lo que brinda al cielo su color azulado. El mismo fenómeno es responsable de los amaneceres y puestas del Sol. Temprano por la mañana y al terminar la tarde, los rayos del Sol pasan a través de una capa más gruesa de atmósfera que la que atraviesan al mediodía, cuando el Sol está en a la parte más alta. Por tanto, los colores violeta y azul de la luz se encuentran con un mayor número de moléculas hasta el momento en que llegan la superficie terrestre y, por ende, una mayor fracción de estos se esparcen (figura 12-42). En consecuencia, la luz que llega a la superficie terrestre consta fundamentalmente de los colores correspondientes a longitudes de onda mayores como el rojo, el anaranjado y el amarillo. Las nubes tienen una apariencia color rojizo-naranja en esos momentos; por la misma razón, el color rojo de los semáforos de tránsito es visible desde una distancia mayor que el color verde en las mismas circunstancias.

La energía solar incidente sobre una superficie en la Tierra se considera que consiste en partes *directas* y *difusas*. La parte de la radiación solar que llega a la superficie terrestre sin haber sido esparcida o absorbida por la atmósfera se llama **radiación solar directa** G_D. Se supone que la radiación esparcida llega a la superficie terrestre uniformemente proveniente de todas direcciones y se llama **radiación solar difusa** G_d. Entonces, la energía solar *total* incidente sobre el área unitaria de *una superficie horizontal* en la tierra es (figura 12-43):

$$G_{\text{solar}} = G_D \cos\theta + G_d \quad (\text{W/m}^2) \tag{12-51}$$

donde θ es el ángulo de incidencia de la radiación solar directa (el ángulo que los rayos solares hacen con la perpendicular a la superficie). La radiación difusa varía desde alrededor de 10% de la radiación total en un día despejado, hasta casi 100% en un día totalmente nublado.

Las moléculas de gas y las partículas suspendidas en la atmósfera emiten radiación y también la absorben. La emisión atmosférica se debe fundamentalmente a las moléculas de CO_2 y H_2O, y está concentrada en las regiones entre 5 y 8 μm y por arriba de los 13 μm. Aunque esta emisión está lejos de parecerse a la distribución de radiación de un cuerpo negro, es conveniente que en los cálculos sobre radiación se considere a la atmósfera como un cuerpo negro a una temperatura ficticia menor a la que emite una cantidad equivalente de energía de radiación. A esta temperatura ficticia se le conoce como **temperatura efectiva del cielo,** T_{cielo}. Enton-

ces, la emisión de radiación por parte de la atmósfera hacia la superficie terrestre se expresa como:

$$G_{\text{cielo}} = \sigma T_{\text{cielo}}^4 \quad (\text{W/m}^2) \tag{12-52}$$

El valor de T_{cielo} depende de las condiciones atmosféricas. Esta varía desde alrededor de 230 K en condiciones de cielo despejado y frío hasta alrededor de 285 K en condiciones de cielo nublado y cálido.

Observe que la temperatura efectiva del cielo no se desvía mucho de la temperatura ambiente. Por tanto, en vista de la ley de Kirchhoff, se puede considerar la absorción de una superficie igual a su emisividad a temperatura ambiente, $\alpha = \varepsilon$. Entonces, la radiación del cielo absorbida por una superficie puede expresarse como:

$$E_{\text{cielo. absorbida}} = \alpha G_{\text{cielo}} = \alpha\sigma T_{\text{cielo}}^4 = \varepsilon\sigma T_{\text{cielo}}^4 \quad (\text{W/m}^2) \tag{12-53}$$

La velocidad neta de transferencia de calor por radiación hacia una superficie expuesta a la radiación solar y atmosférica se calcula de un balance de energía (figura 12-44):

$$\begin{aligned} \dot{q}_{\text{neta, rad}} &= \sum E_{\text{absorbida}} - \sum E_{\text{emitida}} \\ &= E_{\text{solar, absorbida}} + E_{\text{cielo, absorbida}} - E_{\text{emitida}} \\ &= \alpha_s G_{\text{solar}} + \varepsilon\sigma T_{\text{cielo}}^4 - \varepsilon\sigma T_s^4 \\ &= \alpha_s G_{\text{solar}} + \varepsilon\sigma (T_{\text{cielo}}^4 - T_s^4) \quad (\text{W/m}^2) \end{aligned} \tag{12-54}$$

donde T_s es la temperatura de la superficie en K y ε es su emisividad a temperatura ambiente. Un resultado positivo de $\dot{q}_{\text{net, rad}}$ indica ganancia de calor por radiación por parte de la superficie, mientras que uno negativo indica pérdida de calor.

La absorción y la emisión por radiación por parte de *gases elementales* como el H_2, O_2 y N_2 a temperaturas moderadas son despreciables, y un medio lleno con dichos gases puede ser tratado como un *vacío* en el análisis de radiación. La absorción y la emisión de gases con *moléculas de mayor tamaño* como el H_2O y el CO_2 pueden ser *significativas,* y quizá sea necesario considerarlas cuando cantidades significativas de dichos gases están presentes en el medio. Por ejemplo, una capa de vapor de agua de 1 m de grosor a una presión de 1 atm y a 100 °C emite más de 50% de la energía que un cuerpo negro emitiría a la misma temperatura.

En aplicaciones de energía solar, la distribución espectral de la radiación solar incidente es muy diferente a la distribución espectral de la radiación emitida por las superficies, ya que la primera se concentra en la región de longitud de onda corta y la segunda en la región infrarroja. Por tanto, las propiedades de radiación de las superficies son diferentes para la radiación incidente y emitida, y no se puede suponer que las superficies sean grises. En cambio, se supone que las superficies tienen dos conjuntos de propiedades: una para la radiación solar y otra para la radiación infrarroja a temperatura ambiente. La tabla 12-3 lista la *emisividad* ε y la *absorción solar* α_s de algunos materiales comunes. Se desea que las superficies destinadas a *recolectar energía solar*, como las superficies absorbentes de los colectores solares, tengan α_s pero valores bajos de ε para maximizar la absorción de la radiación solar y minimizar la emisión de radiación. Se desea que las superficies destinadas a *permanecer frescas* bajo el sol, como las superficies exteriores de los tanques de combustible y los camiones frigoríficos, tengan las propiedades opuestas. Las superficies a menudo reciben las propiedades deseadas al recubrirlas con capas delgadas de materiales *selectivos*. Una superficie se puede mantener fría, por ejemplo, simplemente pintándola de blanco. En la práctica, los ingenieros prestan mucha atención a la relación α_s/ε cuando se seleccionan materiales apropiados para la recolección de calor o rechazo de calor. Para la recolección de calor, materiales con grandes valores

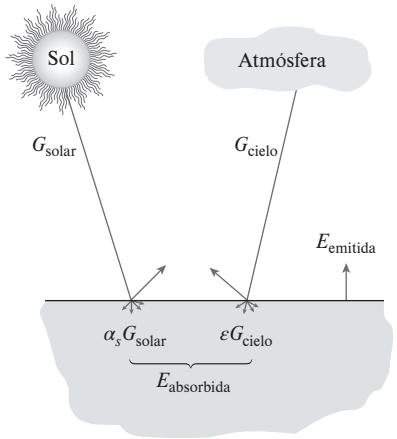


FIGURA 12-44
Interacciones de la radiación de una superficie expuesta a la radiación solar y atmosférica.

TABLA 12-3

Comparación de la absorción solar α_s de algunas superficies con su valor de emisividad ε a temperatura ambiente

Superficie	α_s	ε
Aluminio		
Pulido	0.09	0.03
Anodizado	0.14	0.84
En hoja	0.15	0.05
Cobre		
Pulido	0.18	0.03
Empañado	0.65	0.75
Acero inoxidable		
Pulido	0.37	0.60
Mate	0.50	0.21
Metales chapados		
Óxido de níquel negro	0.92	0.08
Cromo negro	0.87	0.09
Concreto	0.60	0.88
Mármol blanco	0.46	0.95
Ladrillo rojo	0.63	0.93
Asfalto	0.90	0.90
Pintura negra	0.97	0.97
Pintura blanca	0.14	0.93
Nieve	0.28	0.97
Piel humana (caucásica)	0.62	0.97

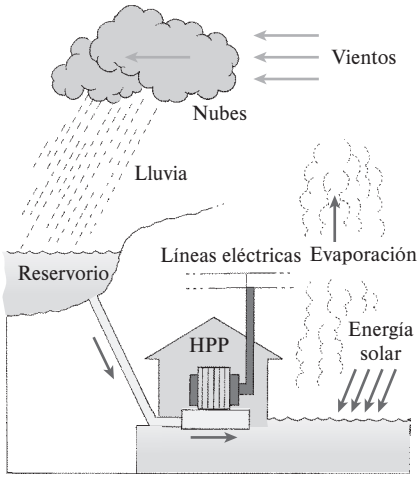


FIGURA 12-45

El ciclo que experimenta el agua en una planta generadora de energía hidroeléctrica.

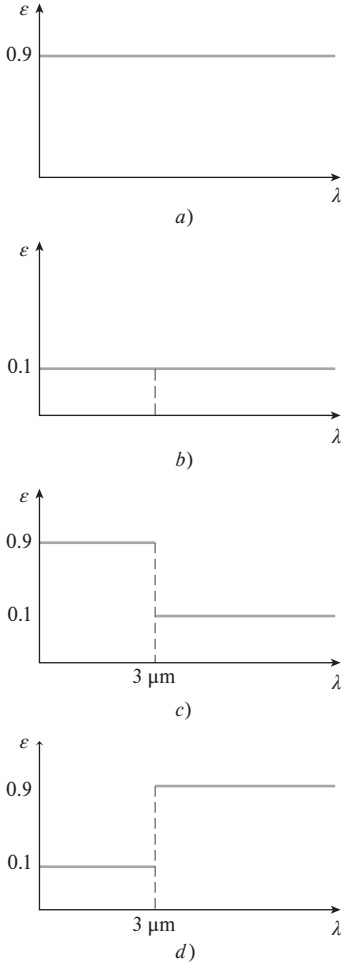


FIGURA 12-46

Representación gráfica de las emisividades espectrales de las cuatro superficies consideradas en el ejemplo 12-6.

de α_s/ε (como la chapa galvanizada limpia con $\alpha_s/\varepsilon = 5.0$) son obligatorios. Para el rechazo de calor, son deseables materiales con pequeños valores de α_s/ε (como aluminio anodizado con $\alpha_s/\varepsilon = 0.17$). Valores de α_s/ε junto con la capacidad de absorción solar para materiales seleccionados se listan en la tabla A-19.

Esta sección cierra enfatizando en que la *energía renovable* es, por lo general, la manifestación de la energía solar en diferentes formas. Entre dichas fuentes de energía se incluyen la energía eólica, hidroeléctrica, térmica oceánica y la maremotriz y energía termoeléctrica. Por ejemplo, ninguna planta hidroeléctrica puede generar electricidad año tras año a menos que el agua se evapore por medio de la absorción de energía solar y regrese como agua de lluvia para que vuelva a llenar la fuente de agua (figura 12-45). Aunque la energía solar es suficiente para satisfacer todas las necesidades de energía del mundo, en la actualidad no resulta económico hacer eso debido a la baja concentración de energía solar sobre la tierra y el elevado costo de capital de aprovecharla.

EJEMPLO 12-6 **Absorbedor selectivo y superficies selectivas**

Se tiene una superficie expuesta a radiación solar. En un momento determinado, los componentes directo y difuso de la radiación solar son G_D = 400 y G_d = 300 W/m^2, y la radiación directa forma un ángulo de 20° con la perpendicular a la superficie. Se puede observar que la temperatura de la superficie es de 320 K en ese momento. Suponiendo una temperatura de cielo efectiva de 260 K, calcule la velocidad neta de transferencia de calor por radiación en estos casos (figura 12-46):

a) α_s = 0.9 y ε = 0.9 (superficie de absorción gris)
b) α_s = 0.1 y ε = 0.1 (superficie reflectora gris)
c) α_s = 0.9 y ε = 0.1 (superficie de absorción selectiva)
d) α_s = 0.1 y ε = 0.9 (superficie reflectora selectiva)

SOLUCIÓN Una superficie está expuesta a radiación solar y celeste. Se calculará la velocidad de transferencia de calor por radiación para cuatro combinaciones de emisividad y absorciones solares diferentes.

Análisis La energía solar total incidente sobre la superficie es:

$$\begin{aligned} G_{\text{solar}} &= G_D \cos\theta + G_d \\ &= (400\ \text{W/m}^2)\cos 20^\circ + (300\ \text{W/m}^2) \\ &= 676\ \text{W/m}^2 \end{aligned}$$

Entonces, la velocidad neta de transferencia de calor por radiación en cada uno de los cuatro casos se calcula a partir de:

$$\dot{q}_{\text{neta, rad}} = \alpha_s G_{\text{solar}} + \varepsilon\sigma(T_{\text{cielo}}^4 - T_s^4)$$

a) α_s = 0.9 y ε = 0.9 (superficie de absorción gris):

$$\begin{aligned} \dot{q}_{\text{neta, rad}} &= 0.9(676\ \text{W/m}^2) + 0.9(5.67\times10^{-8}\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}^4)[(260\ \text{K})^4 - (320\ \text{K})^4] \\ &= \mathbf{307\ W/m^2} \end{aligned}$$

b) α_s = 0.1 y ε = 0.1 (superficie reflectora gris):

$$\begin{aligned} \dot{q}_{\text{neta, rad}} &= 0.1(676\ \text{W/m}^2) + 0.1(5.67\times10^{-8}\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}^4)[(260\ \text{K})^4 - (320\ \text{K})^4] \\ &= \mathbf{34\ W/m^2} \end{aligned}$$

c) α_s = 0.9 y ε = 0.1 (superficie de absorción selectiva):

$$\dot{q}_{\text{neta, rad}} = 0.9(676\ \text{W/m}^2) + 0.1(5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}^4)[(260\ \text{K})^4 - (320\ \text{K})^4]$$
$$= \mathbf{575\ W/m^2}$$

d) $\alpha_s = 0.1$ y $\varepsilon = 0.9$ (superficie reflectora selectiva):

$$\dot{q}_{\text{neta, rad}} = 0.1(676\ \text{W/m}^2) + 0.9(5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}^4)[(260\ \text{K})^4 - (320\ \text{K})^4]$$
$$= \mathbf{-234\ W/m^2}$$

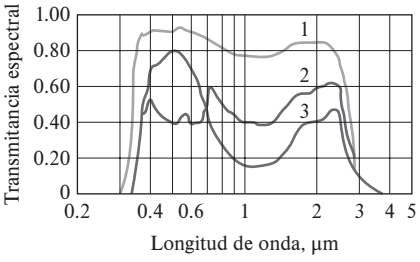
Análisis Observe que la superficie de un material gris convencional de alta absorción gana calor a una velocidad de 307 W/m^2. La cantidad de ganancia de calor aumenta a 575 W/m^2 cuando la superficie está recubierta con un material selectivo que tenga la misma absorción de la radiación solar, pero una baja emisividad a la radiación infrarroja. Asimismo, observe que la superficie de un material gris convencional de alta reflectividad también gana calor a una velocidad de 34 W/m^2. Cuando la superficie está recubierta con un material selectivo que tiene la misma reflectividad para la radiación solar, pero una alta emisividad para la radiación infrarroja, la superficie pierde 234 W/m^2. Por tanto, la temperatura de la superficie disminuirá cuando se utilice una superficie reflejante selectiva.

TEMA DE INTERÉS ESPECIAL*

Ganancia de calor solar a través de las ventanas

El Sol es la fuente de calor principal de la Tierra y la irradiación solar sobre una superficie perpendicular a los rayos del Sol más allá de la atmósfera de la Tierra a la distancia media de la Tierra al Sol de 149.5 millones de kilómetros se llama irradiancia solar total o constante solar. El valor aceptado de la constante solar es 1 373 W/m^2 (435·4 Btu/h·pie^2); sin embargo, su valor cambia en 3.5% desde un máximo de 1 418 W/m^2 el 3 de enero, cuando la Tierra está más cerca del Sol, hasta un mínimo de 1 325 W/m^2 el 4 de julio, cuando la Tierra está más alejada del Sol. La distribución espectral de la radiación solar más allá de la atmósfera de la Tierra hace pensar en la energía emitida por un cuerpo negro a 5 780 °C, con alrededor de 9% de la energía contenida en la región ultravioleta (a longitudes de onda en el rango de 0.29 a 0.4 μm), 39% en la región visible (0.4 a 0.7 μm) y el 52% restante en la región del cercano infrarrojo (0.7 a 3.5 μm). La radiación pico se presenta a una longitud de onda alrededor de 0.48 μm, la cual corresponde a la porción de color verde del espectro visible. Obviamente, un material de acristalamiento que transmite la parte visible del espectro mientras absorbe la porción infrarroja es ideal para una aplicación que requiere luz solar máxima y ganancia mínima de calor. Sorprende que el vidrio convencional se aproxima en su comportamiento significativamente bien (figura 12-47).

Parte de la radiación solar que ingresa a la atmósfera de la Tierra es esparcida y absorbida por el aire y las moléculas de vapor de agua, partículas de polvo y gotas de agua de las nubes y, por tanto, la radiación solar incidente sobre la superficie de la Tierra es menor que la constante solar. El grado de atenuación de la radiación solar depende de la longitud de la trayectoria de los rayos que pasan a través de la atmósfera, así como también de la composición misma de la atmósfera (nubes, polvo, humedad y contaminación) a lo largo de la trayectoria. La mayor parte de la radiación ultravioleta es absorbida por el ozono en la atmósfera alta. A una altitud solar de 41.8°, la energía total de radiación solar directa incidente a nivel del mar



1. Hoja regular de 3 mm
2. Placa de 6 mm color gris absorbente al calor/flota
3. Placa de 6 mm color verde absorbente al calor/flota

FIGURA 12-47

Variación de la transmitancia del vidrio arquitectónico típico en función a la longitud de onda.

Fuente: ASHRAE Handbook of Fundamentals, Chap. 27, Fig. 11.

* Esta sección puede omitirse sin perder continuidad.

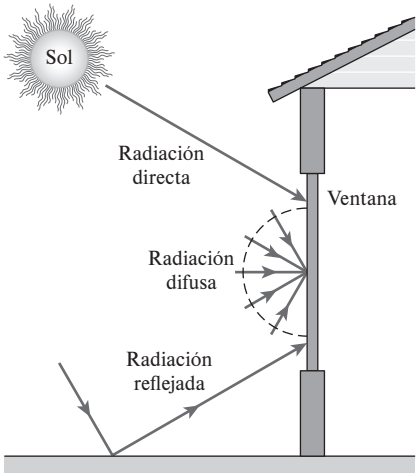


FIGURA 12-48

Componentes directa, difusa y reflejada de la radiación solar incidente sobre una ventana.

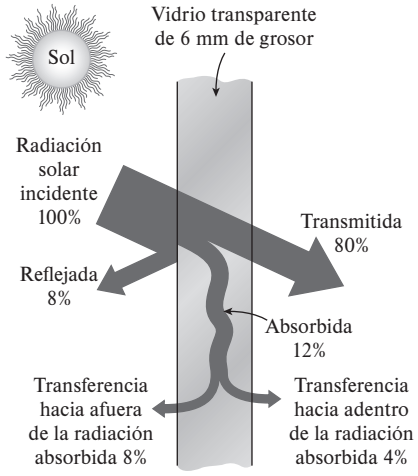


FIGURA 12-49

Distribución de la radiación solar incidente sobre un vidrio transparente.

en un día despejado consiste en alrededor de 3% de radiación ultravioleta, 38% de radiación visible y 59% de radiación infrarroja.

La parte de la radiación solar que llega a la superficie terrestre sin ser esparcida o absorbida se llama *radiación directa*. La radiación solar que se esparce o se reemite por las partes constitutivas de la atmósfera se llama *radiación difusa*. La radiación directa proviene directamente del Sol siguiendo una trayectoria recta, mientras que la radiación difusa proviene del cielo en cualquier dirección. La radiación total que llega a una superficie, en general, consiste en tres componentes: radiación directa, radiación difusa y radiación reflejada sobre la superficie que proviene de superficies de los alrededores (figura12-48). Superficies comunes como el pasto, los árboles, las rocas y el concreto reflejan alrededor de 20% de la radiación mientras que absorben el resto. Sin embargo, las superficies cubiertas por nieve reflejan 70% de la radiación incidente. La radiación que incide sobre una superficie que no tiene línea de vista hacia el Sol consiste en radiación difusa y reflejada; por tanto, al mediodía, las radiaciones solares incidentes sobre las superficies este, oeste y norte de una casa orientada hacia el sur son idénticas, puesto que todas ellas consisten en componentes difusos y reflejados. La diferencia entre las radiaciones incidentes sobre las paredes sur y norte, en este caso proporciona la magnitud de la radiación directa incidente sobre la pared sur.

Cuando la radiación solar incide una superficie de vidrio, parte de ella (alrededor de 8% en el caso de vidrio claro sin protección) es reflejada hacia la intemperie, otra parte (de 5 a 50% dependiendo de la composición y grosor) es absorbida dentro del vidrio, y la restante es transmitida hacia el interior, como se muestra en la figura 12-49. El principio de conservación de la energía requiere que la suma de la radiación solar transmitida, reflejada y absorbida sea igual a la radiación solar incidente; es decir,

$$\tau_s + \rho_s + \alpha_s = 1$$

donde τ_s es la transmisividad, ρ_s es la reflectividad y α_s es la absorción del vidrio a la energía solar, la cual es del orden de una fracción de la radiación solar incidente, transmitida, reflejada y absorbida, respectivamente. La ventana de cristal transparente con doble reforzamiento y de una sola pieza de 3 mm (1/8 de pulgada) estándar transmite 86%, refleja 8% y absorbe 6% de la energía solar incidente sobre dicha superficie. Las propiedades de radiación de los materiales, por lo general, se proporcionan para una incidencia perpendicular; sin embargo, también pueden utilizarse en el caso de radiación incidente a otros ángulos, puesto que la transmisividad, reflectividad y absorción de los materiales acristalados permanecen esencialmente constantes para ángulos de hasta 60 ° respecto a la perpendicular.

La variación horaria de la radiación solar incidente en las paredes y ventanas de una casa se proporciona en la tabla 12-4. La radiación solar transmitida en los interiores es parcialmente absorbida y reflejada cada vez que incide sobre una superficie; sin embargo, finalmente es absorbida como calor sensible por parte de los muebles, paredes, personas, etc. Por tanto, la energía solar transmitida dentro de un edificio representa una ganancia de calor para dicho edificio. Asimismo, la radiación solar absorbida por el vidrio es transferida después hacia los interiores y los exteriores por medio de convección y radiación. La suma de la radiación solar *transmitida* y la porción de la radiación *absorbida* que fluye en los interiores constituye la **ganancia de calor solar** del edificio.

La fracción de radiación solar incidente que ingresa a través de los cristales se llama **coeficiente de ganancia de calor solar** (SHGC), y se expresa como sigue:

$$\begin{aligned} \text{SHGC} &= \frac{\text{Ganancia de calor solar a través de la ventana}}{\text{Radiación solar incidente sobre la ventana}} \\ &= \frac{\dot{q}_{\text{solar, ganancia}}}{\dot{q}_{\text{solar, incidente}}} = \tau_s + f_i \alpha_s \end{aligned} \qquad \textbf{(12-55)}$$

TABLA 12-4

Variación por hora de la radiación solar incidente sobre varias superficies y los totales diarios a lo largo del año a 40° de latitud

		*Radiación solar incidente sobre la superficie,** W/m^2														
		Tiempo solar														
Fecha	Dirección de la superficie	5	6	7	8	9	10	11	12 Mediodía	13	14	15	16	17	18	19	Total diario
Enero	N	0	0	0	20	43	66	68	71	68	66	43	20	0	0	0	446
	NE	0	0	0	63	47	66	68	71	68	59	43	20	0	0	0	489
	E	0	0	0	402	557	448	222	76	68	59	43	20	0	0	0	1 863
	SE	0	0	0	483	811	875	803	647	428	185	48	20	0	0	0	4 266
	S	0	0	0	271	579	771	884	922	884	771	579	271	0	0	0	5 897
	SO	0	0	0	20	48	185	428	647	803	875	811	483	0	0	0	4 266
	O	0	0	0	20	43	59	68	76	222	448	557	402	0	0	0	1 863
	NO	0	0	0	20	43	59	68	71	68	66	47	63	0	0	0	489
	Horizontal	0	0	0	51	198	348	448	482	448	348	198	51	0	0	0	2 568
	Directo	0	0	0	446	753	865	912	926	912	865	753	446	0	0	0	—
Abril	N	0	41	57	79	97	110	120	122	120	110	97	79	57	41	0	1 117
	NE	0	262	508	462	291	134	123	122	120	110	97	77	52	17	0	2 347
	E	0	321	728	810	732	552	293	131	120	110	97	77	52	17	0	4 006
	SE	0	189	518	682	736	699	582	392	187	116	97	77	52	17	0	4 323
	S	0	18	59	149	333	437	528	559	528	437	333	149	59	18	0	3 536
	SO	0	17	52	77	97	116	187	392	582	699	736	682	518	189	0	4 323
	O	0	17	52	77	97	110	120	392	293	552	732	810	728	321	0	4 006
	NO	0	17	52	77	97	110	120	122	123	134	291	462	508	262	0	2 347
	Horizontal	0	39	222	447	640	786	880	911	880	786	640	447	222	39	0	6 938
	Directo	0	282	651	794	864	901	919	925	919	901	864	794	651	282	0	—
Julio	N	3	133	109	103	117	126	134	138	134	126	117	103	109	133	3	1 621
	NE	8	454	590	540	383	203	144	138	134	126	114	95	71	39	0	3 068
	E	7	498	739	782	701	531	294	149	134	126	114	95	71	39	0	4 313
	SE	2	248	460	580	617	576	460	291	155	131	114	95	71	39	0	3 849
	S	0	39	76	108	190	292	369	395	369	292	190	108	76	39	0	2 552
	SO	0	39	71	95	114	131	155	291	460	576	617	580	460	248	2	3 849
	O	0	39	71	95	114	126	134	149	294	531	701	782	739	498	7	4 313
	NO	0	39	71	95	114	126	134	138	144	203	383	540	590	454	8	3 068
	Horizontal	1	115	320	528	702	838	922	949	922	838	702	528	320	115	1	3 902
	Directo	7	434	656	762	818	850	866	871	866	850	818	762	656	434	7	—
Octubre	N	0	0	7	40	62	77	87	90	87	77	62	40	7	0	0	453
	NE	0	0	74	178	84	80	87	90	87	87	62	40	7	0	0	869
	E	0	0	163	626	652	505	256	97	87	87	62	40	7	0	0	2 578
	SE	0	0	152	680	853	864	770	599	364	137	66	40	7	0	0	4 543
	S	0	0	44	321	547	711	813	847	813	711	547	321	44	0	0	5 731
	SO	0	0	7	40	66	137	364	599	770	864	853	680	152	0	0	4 543
	O	0	0	7	40	62	87	87	97	256	505	652	626	163	0	0	2 578
	NO	0	0	7	40	62	87	87	90	87	80	84	178	74	0	0	869
	Horizontal	0	0	14	156	351	509	608	640	608	509	351	156	14	0	0	3 917
	Directo	0	0	152	643	811	884	917	927	917	884	811	643	152	0	0	—

* Multiplique por 0.3171 para convertir a Btu/h · pie2 · °F.

Los valores proporcionados corresponden al día 21 de mes para días promedio sin nubes. Los valores pueden ser hasta 15% más elevados a alturas más grandes bajo un cielo despejado, y hasta 30% más bajos en sitios muy húmedos con atmósferas industriales muy polvosas. Los totales diarios se obtuvieron utilizando la regla de Simpson para la integración con intervalos de tiempo de 10 minutos. La reflectancia solar del piso se supone que es de 0.2, lo cual es válido para el concreto viejo, la roca triturada y para la hierba verde brillante. Para un lugar en específico, utilice los datos de radiación solar obtenidos en dicho sitio. La dirección de una superficie indica la dirección a la que una superficie vertical está apuntando. Por ejemplo, O representa la radiación solar incidente sobre una pared que apunta hacia el oeste por unidad de área de la pared.

El tiempo solar puede desviarse del tiempo local. El Sol de mediodía es el tiempo cuando el Sol está en el punto más alto (y, por tanto, cuando las sombras proyectadas por el Sol son más cortas). Los datos sobre la radiación solar son simétricos respecto al mediodía solar: el valor en la pared oeste antes del mediodía solar es igual al valor en la pared este 2 horas después del mediodía solar.

Fuente: ASHRAE Handbook of Fundamentals, Capítulo. 27, Tabla 15.

TABLA 12-5

Coeficiente de sombreado SC y transmisividad solar τ_{solar} para algunos tipos comunes de vidrio en condiciones de diseño para el verano

Tipo de acristalamiento	*Grosor nominal* mm	pulg	τ_{solar}	SC*
a) Acristalamiento único				
Transparente	3	$\frac{1}{8}$	0.86	1.0
	6	$\frac{1}{4}$	0.78	0.95
	10	$\frac{3}{8}$	0.72	0.92
	13	$\frac{1}{2}$	0.67	0.88
Absorbedor de calor	3	$\frac{1}{8}$	0.64	0.85
	6	$\frac{1}{4}$	0.46	0.73
	10	$\frac{3}{8}$	0.33	0.64
	13	$\frac{1}{2}$	0.24	0.58
b) Acristalamiento doble				
Claro adentro,	3[a]	$\frac{1}{8}$	0.71[b]	0.88
claro afuera	6	$\frac{1}{4}$	0.61	0.82
Claro adentro, absorción de calor hacia afuera[c]	6	$\frac{1}{4}$	0.36	0.58

* Multiplique por 0.87 para obtener el SHGC
[a] El grosor de cada panel de vidrio.
[b] Transmitancia combinada para una unidad ensamblada.
[c] Se refiere al vidrio flotado absorbente de calor teñido en gris, bronce y verde.
Fuente: ASHRAE handbook of Fundamentals, Chap. 27, Table 11.

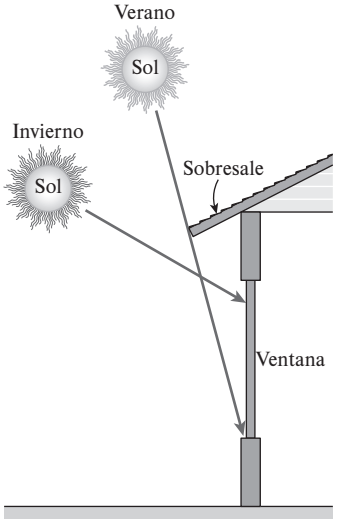


FIGURA 12-50

Una parte del techo sobresaliente bien diseñada bloquea los rayos del Sol totalmente en verano, mientras que en invierno los deja pasar.

donde α_s es la absorción solar del vidrio y f_i es la fracción que fluye hacia adentro de la radiación solar absorbida por el vidrio. Por tanto, la cantidad adimensional SHGC es la suma de las fracciones de la porción transmitida directamente (τ_s) y las porciones absorbida y reemitida ($f_i\alpha_s$) de la radiación solar incidente sobre la ventana. El valor de SHGC varía en el rango de 0 a 1, donde 1 corresponde a una abertura de la pared (o del techo) sin acristalamiento. Cuando se conoce el SHGC de una ventana, la ganancia de calor solar total a través de dicha ventana se calcula como:

$$\dot{Q}_{\text{solar, ganancia}} = \text{SHGC} \times A_{\text{acristalamiento}} \times \dot{q}_{\text{solar, incidente}} \quad \text{(W)} \qquad \textbf{(12-56)}$$

donde $A_{\text{acristalamiento}}$ es el área de acristalamiento de la ventana y $\dot{q}_{\text{solar, incidente}}$ es el flujo de calor solar incidente sobre la superficie exterior de la ventana en W/m^2.

Otra forma de determinar las características de transmisión solar de diferentes tipos de dispositivos de acristalamiento y de sombreado es comparándolos con un material acristalado bien conocido que pueda servir como base. Esto se lleva a cabo tomando una hoja de vidrio transparente estándar con doble refuerzo de 3 mm (1/8 de pulgada) de grosor cuyo SHGC sea 0.87 como *referencia de acristalamiento* y definiendo el **coeficiente de sombreado** SC como:

$$\begin{aligned}\text{SC} &= \frac{\text{Ganancia de calor solar del producto}}{\text{Ganancia de calor solar del acristalamiento de referencia}} \\ &= \frac{\text{SHGC}}{\text{SHGC}_{\text{ref}}} = \frac{\text{SHGC}}{0.87} = 1.15 \times \text{SHGC}\end{aligned} \qquad \textbf{(12-57)}$$

Por tanto, el coeficiente de sombreado de una ventana de vidrio transparente de un solo lado es SC = 1.0. Los coeficientes de sombreado de otros productos de fenestración comúnmente utilizados se proporcionan en la tabla 12-5 en condiciones de diseño en verano. Los valores para condiciones de diseño en invierno pueden ser ligeramente menores debido a los elevados coeficientes de transferencia de calor sobre la superficie exterior debido a los fuertes vientos y, por ende, a la elevada velocidad del flujo hacia afuera del calor absorbido por el acristalamiento; sin embargo, la diferencia es pequeña.

Observe que a medida que el coeficiente de sombreado es mayor, el efecto de sombreado es menor y, por tanto, será mayor la cantidad de ganancia de calor solar. Un material de acristalamiento con un coeficiente de sombreado grande permite que ingrese una mayor fracción de radiación solar.

Los dispositivos de sombreado se clasifican en *sombreado interno* y *sombreado externo*, dependiendo de dónde se coloque el dispositivo, en el *interior* o *exterior*. Los dispositivos de sombreado externo son más eficientes para reducir la ganancia de calor solar, puesto que interceptan los rayos solares antes de que lleguen al acristalamiento. La ganancia de calor solar a través de una ventana puede reducirse tanto como 80% por medio del sombreado exterior. Los voladizos del techo se han utilizado durante mucho tiempo para el sombreado exterior de ventanas. El Sol está en una posición elevada en el horizonte en el verano y en una baja en el invierno. Un voladizo de techo del tamaño adecuado o una proyección horizontal bloquea por completo los rayos solares en el verano, mientras que en el invierno los dejan entrar en su mayor parte, como se muestra en la figura 12-50. Dichas estructuras de sombreado pueden reducir considerablemente la ganancia de calor total en las ventanas del sur, sureste y suroeste del hemisferio norte. También una ventana puede sombrearse desde afuera por medio de proyecciones arquitectónicas verticales y horizontales, pantallas de insectos y para sombreados, y pantallas solares. Para que sea eficiente, el aire debe soplar libremente alrededor del dispositivo exterior con el fin de que pueda remover el calor absorbido por los materiales de sombreado y acristalamiento.

Algún tipo de sombreado interior se utiliza en la mayoría de las ventanas para proporcionar efectos de privacidad y estéticos, así como también algún control sobre

la ganancia de calor total. Los dispositivos de sombreado interno reducen la ganancia de calor solar reflejando la radiación solar transmitida hacia el acristalamiento antes de que pueda ser absorbida y convertida en calor dentro del edificio.

Las *cortinas* reducen las cargas anuales de calentamiento y enfriamiento de un edificio en 5 a 20%, dependiendo del tipo y de los hábitos del usuario. Durante el verano, las cortinas reducen la ganancia de calor reflejando la radiación solar directa, principalmente (figura 12-51). El espacio de aire semicerrado formado por las cortinas sirve como una barrera adicional contra la transferencia de calor, lo cual resulta en un menor factor U para la ventana y, por tanto, una menor velocidad de transferencia de calor en el verano y en el invierno. Las propiedades ópticas solares de las cortinas pueden medirse con precisión u obtenerse directo de los fabricantes. El coeficiente de sombreado de las cortinas depende del factor de apertura, el cual es el cociente del área abierta entre las fibras que permite que los rayos solares pasen libremente, entre el área total de la tela. Las telas tejidas muy apretadas casi no permiten que fluya la radiación directa a través de ellas y, por tanto, tienen un factor de apertura pequeño. La *reflectancia* de la superficie de la cortina que apunta hacia el acristalamiento tiene un efecto más pronunciado en la cantidad de ganancia de calor solar. Las *cortinas en colores claros* fabricadas con telas tejidas muy apretadas o de punto muy cerrado maximizan la reflexión hacia atrás y, por ende, minimizan la ganancia de calor. Por otro lado, *las cortinas de colores oscuros* fabricados con telas tejidas con punto abierto o semiabierto, minimizan la reflexión hacia atrás y, por tanto, la ganancia solar.

Los coeficientes de sombreado de las cortinas también dependen de cómo están instaladas. Por lo general, el ancho de las cortinas utilizadas es el doble del ancho del área drapeada para permitir el plegado de las cortinas y darles características de apariencia "completa" u "ondulada". Una cortina plana se comporta como una sombra de ventana convencional. Dicho tipo de cortina tiene una reflectancia mayor y, por tanto, un coeficiente de sombreado menor que una cortina completa.

Los dispositivos de sombreado externos como los voladizos y acristalamientos tintados no requieren modificación, y proporcionan un servicio muy confiable por un largo periodo, sin que se degrade significativamente en todo su tiempo de vida. Su funcionamiento no depende de una persona o de un sistema automatizado, y dichos dispositivos pasivos de sombreado se consideran muy eficientes en la determinación de la carga de enfriamiento pico y en el uso anual de energía. La efectividad de los dispositivos de sombreado operados manualmente, por otro lado, varía enormemente en función de los hábitos del usuario, y se debe tomar en cuenta dicha variación al momento de evaluar su desempeño.

La función principal de un dispositivo para sombreado de interiores es proporcionar *confort térmico* a sus ocupantes. Un vidrio sin sombreado permite la entrada a la mayor parte de la radiación solar incidente, y también disipa parte de la energía solar que absorbe emitiendo radiación infrarroja al cuarto. La radiación emitida y la luz solar directa transmitida pueden molestar a los ocupantes que se encuentren cerca de la ventana. Durante el invierno, la temperatura del vidrio es menor a la del medio ambiente, provocando esto una pérdida de calor excesiva por radiación de los ocupantes. Un dispositivo de sombreado permite el control de la radiación solar directa y de la infrarroja, a la vez que brinda varios grados de privacidad y visión hacia afuera. El dispositivo de sombreado está también a una temperatura más elevada que el vidrio durante el invierno y, por tanto, reduce la pérdida de radiación proveniente de los ocupantes. El *deslumbramiento* proveniente de las cortinas puede minimizarse usando colores blanquecinos. Los dispositivos de sombreado para interiores, en especial las cortinas fabricadas de una tela tejida con punto muy cerrado, son muy efectivos para reducir los *sonidos* que se originan en el cuarto, sin embargo, no son tan efectivos para evitar los sonidos provenientes del exterior.

El tipo de clima en un área por lo general dicta los tipos de ventanas que se utilizarán en los edificios. En *climas fríos* donde la carga de calefacción es mucho mayor que la de enfriamiento, las ventanas deben tener el valor más alto de transmisividad

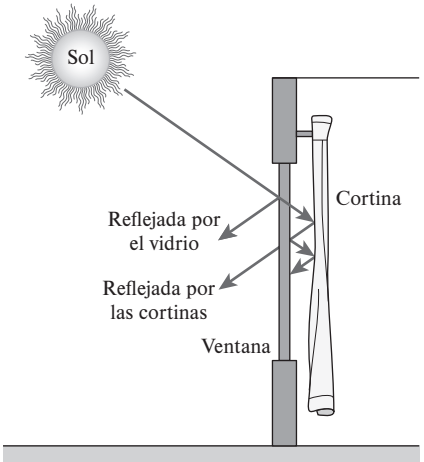
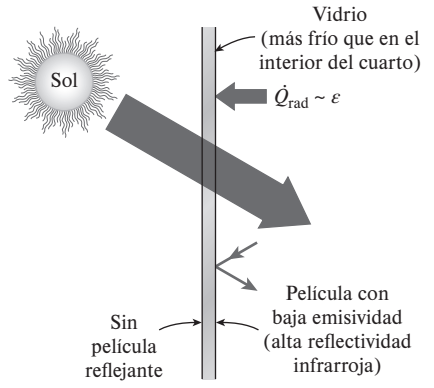
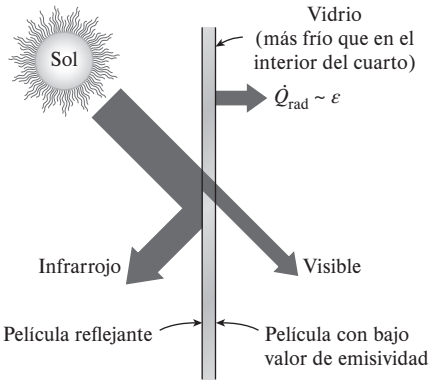


FIGURA 12-51

Las cortinas reducen el calor durante el verano, reflejando la radiación solar, y reducen la pérdida de calor durante el invierno, formando un espacio con aire entre la ventana y la cortina.



a) Climas fríos



b) Climas cálidos

FIGURA 12-52

La transferencia de calor por radiación entre un cuarto y sus ventanas es proporcional a la emisividad de la superficie del vidrio y los revestimientos con bajo valor de emisividad en la superficie interior de las ventanas reducen la pérdida de calor durante el invierno y la ganancia de calor durante el verano.

en todo el espectro solar, así como una elevada reflectividad (o, lo que es lo mismo, una baja emisividad) para la radiación en el lejano infrarrojo emitida por las paredes y mobiliario del cuarto. Ventanas con baja emisividad son muy apropiadas para dichos edificios donde domina el calor. Unas ventanas diseñadas y operadas adecuadamente permiten la entrada de más calor al edificio durante la temporada de calor que lo que pierde, haciéndolas contribuyentes de energía más que consumidores de la misma. En *climas cálidos*, donde la carga de enfriamiento es mucho mayor que la de calentamiento, las ventanas deben permitir la entrada de radiación solar visible (luz); sin embargo, deben bloquear la radiación solar infrarroja. Dichas ventanas pueden reducir la ganancia de calor solar en 60% sin una pérdida apreciable de calor durante el día. Este comportamiento se aproxima mediante el acristalamiento de ventanas recubiertas con una película exterior absorbente de calor y una película de baja emisividad en el interior (figura 12-52). La selección apropiada de ventanas puede reducir la carga de enfriamiento de 15 a 30%, en comparación con ventanas fabricadas de vidrio transparente.

Observe que la transferencia de calor por radiación entre el cuarto y sus ventanas es proporcional a la emisividad de la superficie del vidrio que apunta al cuarto, ε_{vidrio}, y puede expresarse como:

$$\dot{Q}_{rad,\ cuarto\text{-}ventana} = \varepsilon_{vidrio} A_{vidrio} \sigma (T^4_{cuarto} - T^4_{vidrio}) \qquad \textbf{(12-58)}$$

Por tanto, un vidrio para interiores con baja emisividad reducirá la pérdida de calor por radiación durante el invierno ($T_{vidrio} < T_{cuarto}$) y la ganancia de calor por radiación durante el verano ($T_{vidrio} > T_{cuarto}$).

El vidrio tintado y el vidrio recubierto con películas reflectantes reducen la ganancia de calor solar durante el verano y la pérdida de calor durante el invierno. Las ganancias y pérdidas de calor por conductividad pueden minimizarse utilizando ventanas con múltiples paneles. Las ventanas de doble panel por lo general se prefieren en climas donde la temperatura de diseño durante el invierno es menor a 7 °C (45 °F). Las ventanas de doble panel con películas tintadas o reflectivas se utilizan en los edificios con áreas para ventanas muy grandes. El vidrio transparente es preferible para salas de exposiciones, ya que este permite una máxima visibilidad desde el exterior, mientras que el vidrio en colores bronce, gris y verde son los preferidos para edificios de oficinas, puesto que proporcionan un grado de privacidad considerable al reducir el reflejo.

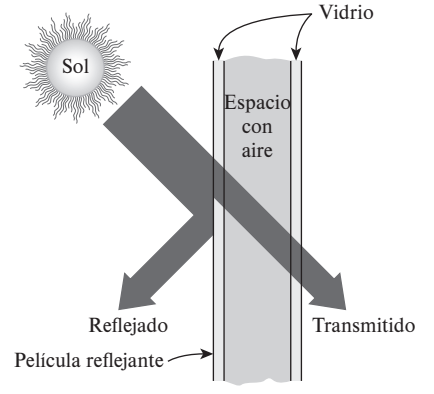


FIGURA 12-53

Esquema para el ejemplo 12-7.

EJEMPLO 12-7 **Instalación de películas reflectivas en ventanas**

Una planta de manufactura ubicada a una latitud de 45 °N tiene un área de acristalamiento de 40 m^2, que consiste en ventanas de doble panel fabricadas con vidrio transparente (SHGC = 0.766). Con el fin de reducir la ganancia de calor solar durante el verano, se considera la instalación de una película reflexiva que reduce el SHGC a un valor de 0.261. La temporada de enfriamiento incluye los meses de junio, julio, agosto y septiembre, mientras que la temporada de calefacción incluye los meses de octubre hasta abril. Los flujos de calor solar diarios promedio que inciden sobre el lado oeste a dicha latitud son 1.86, 2.66, 3.43, 4.00, 4.36, 5.13, 4.31, 3.93, 3.28, 2.80, 1.84 y 1.54 kWh/día·m^2 de enero a diciembre, respectivamente. Asimismo, el costo unitario de electricidad y gas natural es de $0.08/kWh y $0.50/térmicos, respectivamente. Si el coeficiente de desempeño (COP) del sistema de enfriamiento es de 2.5 y la eficiencia del horno es de 0.8, calcule los ahorros netos anuales debido a la instalación de recubrimiento reflexivo en las ventanas. Asimismo, calcule el periodo de amortización si el costo de la instalación de la película reflexiva es de $20/$m^2$ (figura 12-53).

SOLUCIÓN Se calcularán los ahorros en el costo anual neto producto de la instalación de película reflexiva en las ventanas que dan al oeste de un edificio, así como también en periodo de amortización simple.

Suposiciones **1** Los cálculos proporcionados corresponden a un año promedio. **2** Los costos unitarios de electricidad y gas natural permanecen constantes.

Análisis Utilizando los promedios diarios de cada mes y observando el número de días de cada mes, se calcula que el flujo de calor solar total incidente sobre el acristalamiento durante los meses del verano e invierno es:

$$\begin{aligned} Q_{\text{solar, verano}} &= 5.13 \times 30 + 4.31 \times 31 + 3.93 \times 31 + 3.28 \times 30 = 508 \text{ kWh/año} \\ Q_{\text{solar, invierno}} &= 2.80 \times 31 + 1.84 \times 30 + 1.54 \times 31 + 1.86 \times 31 \\ &\quad + 2.66 \times 28 + 3.43 \times 31 + 4.00 \times 30 \\ &= 548 \text{ kWh/año} \end{aligned}$$

Entonces, la disminución de la carga de enfriamiento anual y el aumento de la carga de calentamiento anual debidos a la película reflectiva es:

$$\begin{aligned} \text{Disminución de la carga de enfriamiento} &= Q_{\text{solar, verano}}\, A_{\text{acristalamiento}}\, (\text{SHGC}_{\text{sin película}} - \text{SHGC}_{\text{con película}}) \\ &= (508 \text{ kWh/año})(40 \text{ m}^2)(0.766 - 0.261) \\ &= 10\,262 \text{ kWh/año} \\ \text{Aumento de la carga de calentamiento} &= Q_{\text{solar, verano}}\, A_{\text{acristalamiento}}\, (\text{SHGC}_{\text{sin película}} - \text{SHGC}_{\text{con película}}) \\ &= (548 \text{ kWh/año})(40 \text{ m}^2)(0.766 - 0.261) \\ &= 11\,070 \text{ kWh/año} = 377.7 \text{ térmicos/año} \end{aligned}$$

puesto que 1 térmico = 29.31 kWh. El decremento correspondiente en los costos de enfriamiento y el aumento en los costos de calentamiento son:

$$\begin{aligned} \text{Disminución en los costos de enfriamiento} &= (\text{disminución de la carga de enfriamiento})(\text{costo unitario de electricidad})/\text{COP} \\ &= (10\,262 \text{ kWh/año})(\$0.08/\text{kWh})/2.5 = \$328/\text{año} \\ \text{Aumento en los costos de calentamiento} &= (\text{aumento de la carga de calentamiento})(\text{costo unitario del combustible})/\text{eficiencia} \\ &= (377.7 \text{ térmicos/año})(\$0.50/\text{térmico})/0.80 = \$236/\text{año} \end{aligned}$$

Entonces, los ahorros en el costo anual neto debidos a la película reflexiva son:

$$\begin{aligned} \text{Ahorro en costos} &= \text{disminución en los costos de enfriamiento} - \text{aumento en los costos de calentamiento} \\ &= \$328 - \$236 = \mathbf{\$92/\text{año}} \end{aligned}$$

El costo de implementación de la instalación de las películas es:

$$\text{Costo de implementación} = (\$20/\text{m}^2)(40\text{m}^2) = \$800$$

Esto da un periodo de amortización simple de:

$$\text{Periodo de amortización simple} = \frac{\text{costo de implementación}}{\text{ahorros en los costos anuales}} = \frac{\$800}{\$92/\text{año}} = \mathbf{8.7 \text{ año}}$$

Discusión La película reflectiva se amortizará en este caso en nueve años, aproximadamente. Esto puede ser inaceptable para la mayoría de los fabrican-

tes puesto que, por lo general, no están interesados en ninguna medida de la energía que no se justifique dentro de un periodo de tres años. Sin embargo, la mejora en cuanto a confort térmico y, por tanto, el consecuente aumento en la productividad, a menudo hace que valga la pena instalar película reflectiva.

RESUMEN

La radiación se propaga en forma de ondas electromagnéticas. La *frecuencia* ν y la *longitud de onda* λ de las ondas electromagnéticas en un medio están relacionadas por $\lambda = c/\nu$, donde c es la velocidad de propagación de la luz en dicho medio. Toda la materia continuamente emite *radiación térmica* como resultado de movimientos vibracionales y rotacionales de moléculas, átomos y electrones de una sustancia.

Un cuerpo negro se define como un emisor y absorbedor de radiación perfecto. A una determinada temperatura y longitud de onda, ninguna superficie puede emitir más energía que un cuerpo negro. Dicho cuerpo absorbe *toda* la radiación incidente sin importar su longitud de onda y dirección. La energía de radiación emitida por un cuerpo negro por unidad de tiempo y por unidad de superficie se llama *potencia de emisión de cuerpo negro,* E_b, y se expresa por medio de la *ley de Stefan-Boltzmann* como:

$$E_b(T) = \sigma T^4$$

donde $\sigma = 5.670 \times 10^{-8}$ W/m$^2 \cdot$K^4 es la *constante de Stefan-Boltzmann,* y T es la temperatura absoluta de la superficie en K. A una temperatura específica, la potencia de emisión espectral de cuerpo negro $E_{b\lambda}$ aumenta con la longitud de onda, alcanza un pico y, después, disminuye al incrementarse la longitud de onda. La longitud de onda a la cual se presenta el pico a una temperatura específica está dada por la *ley de desplazamiento de Wien* como:

$$(\lambda T)_{\text{potencia máxima}} = 2\,897.8\ \mu\text{m} \cdot \text{K}$$

La función de radiación de cuerpo negro f_λ representa la fracción de radiación emitida por un cuerpo negro a una temperatura T en la banda de longitudes de onda que va desde $\lambda = 0$ hasta λ. La fracción de energía de radiación emitida por un cuerpo negro a una temperatura T en una banda de longitudes de onda finita que va desde $\lambda = \lambda_1$ hasta $\lambda = \lambda_2$ se calcula como:

$$f_{\lambda_1 - \lambda_2}(T) = f_{\lambda_2}(T) - f_{\lambda_1}(T)$$

donde $f_{\lambda 1}(T)$ y $f_{\lambda 2}(T)$ son las funciones de radiación de cuerpo negro correspondientes a $\lambda_1 T$ y $\lambda_2 T$, respectivamente.

La magnitud de un ángulo de visualización en el espacio se describe a través del ángulo sólido expresado como $d\omega = dA_n/r^2$. La *intensidad de radiación* de la radiación emitida $I_e(\theta, \phi)$ se define como la velocidad a la cual la energía de radiación es emitida en la dirección (θ, ϕ) por unidad de área perpendicular a dicha dirección y por unidad de ángulo sólido respecto a dicha dirección. El *flujo de radiación* de la radiación emitida es la *potencia de emisión* E y se expresa como:

$$E = \int_{\text{hemisferio}} dE = \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} I_e(\theta, \phi) \cos\theta \,\text{sen}\,\theta \, d\theta \, d\phi$$

Para una superficie que *emite difusamente*, la intensidad es independiente de la dirección y, por tanto:

$$E = \pi I_e$$

Para un cuerpo negro:

$$E_b = \pi I_b \qquad \text{y} \qquad I_b(T) = \frac{E_b(T)}{\pi} = \frac{\sigma T^4}{\pi}$$

El flujo de radiación incidente sobre la superficie proveniente de todas direcciones se llama *irradiación* G, y para la radiación incidente difusa de intensidad I_i, esta se expresa como:

$$G = \pi I_i$$

La velocidad a la cual la energía de radiación abandona una unidad de superficie en todas direcciones se llama *radiosidad* J, y para una superficie que es tanto una emisora difusora como un reflector difusor, se expresa como:

$$J = \pi I_{e+r}$$

donde I_{e+r} es la suma de las intensidades emitidas y reflejadas. Las cantidades espectrales emitidas están relacionadas con las cantidades totales por medio de:

$$I_e = \int_0^\infty I_{\lambda,e}\, d\lambda \qquad \text{y} \qquad E = \int_0^\infty E_\lambda \, d\lambda$$

Estas ecuaciones se reducen, en el caso de una superficie emisora difusamente y para un cuerpo negro a:

$$E_\lambda = \pi I_{\lambda,e} \qquad \text{y} \qquad E_{b\lambda}(\lambda, T) = \pi I_{b\lambda}(\lambda, T)$$

La *emisividad* de una superficie representa el cociente de la radiación emitida por la superficie a una temperatura determinada entre la radiación emitida por un cuerpo negro a la misma temperatura. Las diferentes emisividades se definen como:

Emisividad direccional espectral:

$$\varepsilon_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta, \phi, T) = \frac{I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi, T)}{I_{b\lambda}(\lambda, T)}$$

Emisividad direccional total:

$$\varepsilon_\theta(\theta, \phi, T) = \frac{I_e(\theta, \phi, T)}{I_b(T)}$$

Emisividad hemisférica espectral:

$$\varepsilon_\lambda(\lambda, T) = \frac{E_\lambda(\lambda, T)}{E_{b\lambda}(\lambda, T)}$$

Emisividad hemisférica total:

$$\varepsilon(T) = \frac{E(T)}{E_b(T)} = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda(\lambda, T) E_{b\lambda}(\lambda, T) d\lambda}{\sigma T^4}$$

La emisividad también puede expresarse por medio de una función escalón dividiendo el espectro en un número suficiente *de bandas de longitudes de onda* de emisividad constante, por ejemplo:

$$\varepsilon(T) = \varepsilon_1 f_{0-\lambda_1}(T) + \varepsilon_2 f_{\lambda_1-\lambda_2}(T) + \varepsilon_3 f_{\lambda_2-\infty}(T)$$

La *emisividad hemisférica total* ε de una superficie es la emisividad promedio en todas direcciones y longitudes de onda.

Cuando la radiación incide sobre una superficie, parte de ella es absorbida, otra parte es reflejada y la parte restante, si queda alguna, es transmitida. La fracción de radiación incidente (intensidad I_i o irradiación G) absorbida por la superficie se llama *absorción*, la fracción reflejada por la superficie se llama *reflectividad*, y a la fracción transmitida se le llama *transmisividad*. Diferentes absorciones, reflectividades y transmisividades de un medio se expresan como:

$$\alpha_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta, \phi) = \frac{I_{\lambda,\text{abs}}(\lambda, \theta, \phi)}{I_{\lambda,i}(\lambda, \theta, \phi)} \text{ y } \rho_{\lambda,\theta}(\lambda, \theta, \phi) = \frac{I_{\lambda,\text{ref}}(\lambda, \theta, \phi)}{I_{\lambda,i}(\lambda, \theta, \phi)}$$

$$\alpha_\lambda(\lambda) = \frac{G_{\lambda,\text{abs}}(\lambda)}{G_\lambda(\lambda)}, \rho_\lambda(\lambda) = \frac{G_{\lambda,\text{ref}}(\lambda)}{G_\lambda(\lambda)}, \text{ y } \tau_\lambda(\lambda) = \frac{G_{\lambda,\text{tr}}(\lambda)}{G_\lambda(\lambda)}$$

$$\alpha = \frac{G_{\text{abs}}}{G}, \rho = \frac{G_{\text{ref}}}{G}, \text{ y } \tau = \frac{G_{\text{tr}}}{G}$$

La consideración de que las propiedades dependan de la longitud de onda y de la dirección, hace que los cálculos sobre radiación sean muy complejos. Por tanto, las aproximaciones de *gris* y *difusa* se utilizan más en los cálculos de radiación. Se dice que una superficie es *difusa* si sus propiedades son independientes de la dirección, y es *gris* si sus propiedades son independientes de la longitud de onda.

La suma de las fracciones de radiación de energía absorbidas, reflejadas y transmitidas debe ser igual a la unidad,

$$\alpha + \rho + \tau = 1$$

Para superficies *opacas* $(\tau = 0)$: $\alpha + \rho = 1$
Para superficies *sin reflectancia* $(\rho = 0)$: $\alpha + \tau = 1$

Por lo general, se supone que las superficies reflejan de una manera perfectamente *especular* o *difusa* por simplicidad. En la reflexión *especular* (como un *espejo*), el ángulo de *reflexión* es igual al ángulo de incidencia del haz de radiación. En la *reflexión difusa, l*a radiación es reflejada igualmente en todas las direcciones. La reflexión proveniente de superficies lisas y pulidas se aproxima a la reflexión especular, mientras que la reflexión desde superficies ásperas se aproxima a la reflexión difusa. *La ley de Kirchhoff* de la radiación se expresa como:

$$\varepsilon_{\lambda,\theta}(T) = \alpha_{\lambda,\theta}(T), \varepsilon_\lambda(T) = \alpha_\lambda(T), \text{ y } \varepsilon(T) = \alpha(T)$$

Las moléculas de gas y las partículas suspendidas en la atmósfera emiten radiación, y también la absorben. La atmósfera puede tratarse como un cuerpo negro a una temperatura ficticia baja llamada *temperatura celeste efectiva* T_{cielo} que emite una cantidad equivalente de energía de radiación:

$$G_{\text{cielo}} = \sigma T_{\text{cielo}}^4$$

La velocidad neta de transferencia de calor por radiación hacia una superficie expuesta a la radiación solar y atmosférica se calcula a partir de un balance de energía que se expresa como:

$$\dot{q}_{\text{neta, rad}} = \alpha_s G_{\text{solar}} + \varepsilon\sigma(T_{\text{cielo}}^4 - T_s^4)$$

donde T_s es la temperatura de la superficie en K y ε es la emisividad de la superficie a temperatura ambiente.

BIBLIOGRAFÍA Y LECTURAS RECOMENDADAS

1. American Society of Heating, Refrigeration, and Air Conditioning Engineers. *Handbook of Fundamentals.* Atlanta, GA: ASHRAE, 1993.
2. A. G. H. Dietz. "Diathermanous Materials and Properties of Surfaces." En *Space Heating with Solar Energy,* ed. R. W. Hamilton. Cambridge, MA: MIT Press, 1954.
3. J. A. Duffy y W. A. Beckman. *Solar Energy Thermal Process.* Nueva York: John Wiley & Sons, 1974.
4. H. C. Hottel. "Radiant Heat Transmission." En *Heat Transmission,* 3a ed., ed. W. H. McAdams. Nueva York: McGraw-Hill, 1954.
5. M. F. Modest. *Radiative Heat Transfer.* Nueva York: McGraw-Hill, 1993.
6. M. Planck. *The Theory of Heat Radiation.* Nueva York: Dover, 1959.
7. W. Sieber. *Zeitschrift für Technische Physics* 22 (1941), pp. 130–135.
8. R. Siegel y J. R. Howell. *Thermal Radiation Heat Transfer,* 3a ed. Washington, DC: Hemisphere, 1992.
9. Y. S. Touloukian y D. P. DeWitt. "Nonmetallic Solids." En *Thermal Radiative Properties.* Vol. 8. Nueva York: IFI/Plenum, 1970.
10. Y. S. Touloukian y D. P. DeWitt. "Metallic Elements and Alloys." En *Thermal Radiative Properties,* Vol. 7. Nueva York: IFI/Plenum, 1970.

PROBLEMAS *

Radiación electromagnética y térmica

12-1C ¿Qué es una onda electromagnética?, ¿en qué difiere de una onda sonora?

12-2C ¿Por qué propiedades se caracteriza una onda electromagnética?, ¿cómo se relacionan entre sí dichas propiedades?

12-3C ¿Qué es la radiación térmica?, ¿de qué manera difiere de las demás formas de radiación electromagnética?

12-4C ¿En qué difiere el cocinado en horno de microondas del cocinado convencional?

12-5C ¿Qué es la luz visible?, ¿en qué difiere respecto a otras formas de radiación electromagnética?

12-6C ¿Cuál es la causa del color? ¿Por qué algunos objetos parecen ser azules para el ojo humano y para otros rojo? ¿Está relacionado el color de la superficie a temperatura ambiente con la radiación que emite?

12-7C ¿Por qué los esquiadores se queman la piel tan fácilmente?

12-8C ¿En qué difieren la radiación ultravioleta de la infrarroja? ¿Cree que su cuerpo emita algún tipo de radiación en el rango ultravioleta? Explique.

12-9C ¿Por qué la radiación por lo general es tratada como un fenómeno de superficie?

12-10 Se diseña un teléfono inalámbrico para operar a una frecuencia de 8.5×10^8 Hz. Calcule la longitud de onda de estas ondas telefónicas.

12-11 La electricidad es generada y transmitida a través de líneas de potencia a una frecuencia de 50 Hz (1 Hz =1 ciclo por segundo). Calcule la longitud de onda de las ondas electromagnéticas generadas por la electricidad al circular por dichas líneas.

12-12 La velocidad de la luz en el vacío está dada por 3.0×10^8 m/s. Determine la velocidad de la luz en el aire ($n = 1$), en el agua ($n = 1.33$) y en el vidrio ($n = 1.5$).

12-13 Una estación de radio está difundiendo ondas de radio a una longitud de onda de 150 m. Determine la frecuencia de dichas ondas.

12-14 Un horno de microondas está diseñado para trabajar a una frecuencia de 2.2×10^9 Hz. Determine la longitud de onda de estas microondas y la energía de cada microonda.

12-15 Se tiene una onda de radio con una longitud de onda de 10^7 μm y un rayo γ con una longitud de onda de 10^{-7} μm. Calcule la energía fotónica de la onda de radio y del rayo γ, así como también el cociente entre la energía fotónica del rayo γ y la onda de radio.

12-16 Una onda electromagnética que tiene una longitud de onda de 0.5 μm se propaga a través de medios diferentes: aire, agua y vidrio. El índice de refracción del aire, del agua y del vidrio son 1, 1.33 y 1.5, respectivamente. Calcule la energía fotónica en eV de la onda electromagnética en cada uno de los medios de transmisión (1 eV = 1.6022×10^{-19} J).

12-17 El espectro electromagnético que se encuentra entre 0.40 y 0.76 μm es lo que se llama luz visible. Dentro de este espectro, el color violeta tiene la longitud de onda más corta, mientras que el color rojo tiene la longitud de onda más larga. Determine cuál de estos colores, violeta ($\lambda = 0.40$ μm) o rojo ($\lambda_1 = 0.76$ μm) transporta más energía fotónica.

Radiación de cuerpo negro

12-18C ¿Qué es un cuerpo negro? ¿En realidad existe un cuerpo negro?

12-19C Defina las potencias de emisión de cuerpo negro espectral y total. ¿Cómo se relacionan entre sí?, ¿en qué difieren?

12-20C ¿Por qué definimos la función de radiación de cuerpo negro?, ¿qué representa?, ¿para qué se utiliza?

12-21C Considere dos cuerpos idénticos, uno a 1 000 K y el otro a 1 500 K. ¿Qué cuerpo emite más radiación en la región de longitudes de onda pequeñas?, ¿qué cuerpo emite más radiación a una longitud de onda de 20 μm?

12-22 Considere una superficie a una temperatura uniforme de 1 000 K. Calcule la velocidad máxima de radiación térmica que puede emitir esta superficie, en W/m^2.

12-23 C&S Un tubo de pared delgada tiene su superficie interior recubierta con un revestimiento de polipropileno. El Código para Tubería de Procesos de ASME limita la máxima temperatura de uso del revestimiento de polipropileno a 107 °C (ASME B31.3-2014, Tabla A323.4.3). El tubo tiene un diámetro de 5 cm. Suponga que el tubo se comporta como un cuerpo negro y la irradiación en el tubo proveniente de los alrededores es despreciable. Determine la tasa de emisión de radiación total por unidad de longitud de tubo que puede alcanzarse sin que se exceda la máxima temperatura de uso del revestimiento de polipropileno.

12-24 Se tiene un cuerpo cúbico de 20 cm × 20 cm × 20 cm a 900 K suspendido en el aire. Suponiendo que el cuerpo se aproxima a un cuerpo negro, calcule *a*) la velocidad a la que el cubo emite radiación de energía en W, y *b*) la potencia de emisión espectral de cuerpo negro a una longitud de onda de 4 μm.

12-25 Una flama proveniente de un cerillo puede aproximarse a un cuerpo negro a una temperatura superficial efectiva de 1 700 K, mientras que la luz de la Luna puede aproximarse a un cuerpo negro a una temperatura superficial efectiva de 4 000 K, respectivamente. Determine la potencia de emisión espectral pico de cuerpo negro para ambas fuentes luminosas (el cerillo y la luz de la Luna).

12-26 C&S La temperatura máxima de uso de una barra de acero inoxidable ASTM A479 904L es de 260 °C

* Los problemas señalados con una "C" son preguntas conceptuales en las que se alienta a los estudiantes a responderlas todas. Los problemas designados con una "I" están en unidades del sistema inglés, y los usuarios del SI pueden ignorarlos. Los problemas con el icono son de naturaleza integral y están destinados a resolverse con el software adecuado. Los problemas con el icono PtD son problemas de prevención a través del diseño (*Prevention through Design*). Los problemas con el icono C&S son de códigos y estándares (*Codes and Standards*).

(Código ASME de la Tubería de Procesos, ASME B31.3-2014, Tabla A-1M). Suponga que la barra se comporta como un cuerpo negro y determine *a*) las potencias de emisión espectral de cuerpo negro en los límites del espectro electromagnético para el caso de radiación térmica a la máxima temperatura de uso, y *b*) la potencia de emisión espectral máxima de cuerpo negro que la barra puede alcanzar sin exceder su máxima temperatura de uso.

12-27 A una longitud de onda de 0.7 μm, la potencia de emisión de cuerpo negro es igual a 10^8 W/m^3. Calcule *a*) la temperatura de cuerpo negro, y *b*) la potencia de emisión total a dicha temperatura.

12-28 C&S La máxima temperatura de uso de una placa de acero inoxidable ASTM A240 410S es de 649 °C (Código ASME para Procesos de Tubería, ASME B31.3-2014, Tabla A-1M). La placa se utiliza en un proceso donde la potencia de emisión espectral máxima del cuerpo negro proveniente de la superficie de la placa es de 9 000 W/m$^2\cdot$μm. Suponga que la placa se comporta como un cuerpo negro y determine si dicha placa es la apropiada para este proceso.

12-29 El Sol puede tratarse como un cuerpo negro a una temperatura de 5 780 K. Utilizando el software apropiado, calcule y grafique la potencia de emisión espectral de cuerpo negro, $E_{b\lambda}$ del Sol contra la longitud de onda en el rango de 0.01 μm a 1 000 μm. Comente los resultados.

12-30 Un cuerpo pequeño se coloca dentro de una cámara de acero inoxidable esférica cuyo diámetro es de 3 m. A dicha cámara se le practica el vacío y tiene una temperatura superficial constante de 500 K. Determine la radiación incidente sobre la superficie de dicho cuerpo que está dentro de la cámara si la superficie interior de la cámara está *a*) recubierta en color negro, y *b*) bien pulida.

12-31 Se tiene una pelota esférica negra con un diámetro de 25 cm que está suspendida en el aire. Determine la temperatura superficial de la pelota que esta debe mantener con la finalidad de calentar 10 kg de aire de 20 a 30 °C en 5 minutos.

12-32 C&S Un tubo colocado en el vacío tiene un diámetro exterior de 5 cm y su grosor de pared es de 1 cm. La pared del tubo tiene una conductividad térmica de 5 W/m$\cdot$K. La superficie interior del tubo está recubierta con un revestimiento de politetrafluoretileno (PTFE). El Código ASME para Tuberías de Proceso limita el valor de la temperatura de uso máxima del revestimiento del polipropileno a un valor de 260 °C (ASME B31.3-2014, Tabla A323.4.3). La velocidad de emisión de radiación total por unidad de longitud del tubo proveniente de la superficie exterior del tubo es de 680 W/m. Determine si el uso del revestimiento PTFE es apropiado para recubrir la superficie interior del tubo. Suponga que el tubo se comporta como un cuerpo negro y la irradiación sobre el tubo proveniente de los alrededores es despreciable.

12-33 Una placa de cobre vertical delgada está sometida a un flujo de calor uniforme de 1 000 W/m^2 de un lado, mientras que el otro está expuesto a la temperatura de los alrededores, que es de 5 °C. La superficie de la placa es negro oxidado y puede ser tratada como un cuerpo negro. El coeficiente de transferencia de calor debido a la convección natural sobre la superficie de la placa es de 5.3 W/m$^2\cdot$K. Determine la temperatura de la superficie de la placa. Comente la contribución de la transferencia de calor neta por radiación en la pérdida de calor total de la placa.

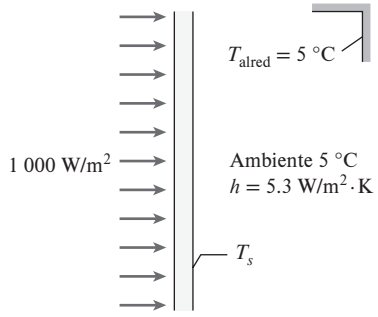


FIGURA P12-33

12-34 Una placa circular de cerámica que puede modelarse como un cuerpo negro es calentada por medio de un calentador eléctrico. La placa tiene un diámetro de 30 cm y se encuentra a una temperatura ambiente en los alrededores de 15 °C, donde el coeficiente de transferencia de calor por convección natural es de 12 W/m$^2\cdot$K. Si la eficiencia del calentador eléctrico para transferir calor hacia la placa es de 80%, calcule la potencia eléctrica que necesita el calentador para mantener la temperatura de la superficie de la placa a 200 °C.

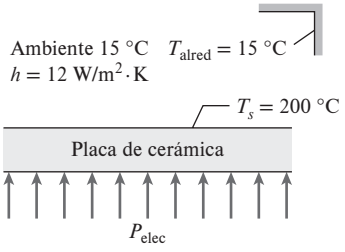


FIGURA P12-34

12-35 Se desea que una bombilla incandescente emita al menos 15% de su energía a longitudes de onda menores a 0.8 μm. Determine la temperatura mínima a la cual necesita calentarse el filamento de la bombilla incandescente.

12-36 La temperatura del filamento de una bombilla incandescente es de 2 500 K. Suponiendo que el filamento es un cuerpo negro, calcule la fracción de energía radiante emitida por el filamento que se encuentra en el rango visible. Asimismo, calcule la longitud de onda a la cual la emisión de radiación del filamento experimenta un pico.

12-37 La temperatura del filamento de una bombilla incandescente es de 2 800 K. Considerando que el filamento es un cuerpo negro, calcule la fracción de energía radiante emitida por el filamento que está en el rango visible. Asimismo, calcule la longitud de onda a la cual la emisión de radiación proveniente del filamento tiene un pico.

12-38 Reconsidere el problema 12-37. Utilizando el software apropiado, investigue el efecto de la temperatura en la fracción de radiación emitida en el rango visible. Per-

mita que la temperatura de la superficie varíe desde los 1 000 K hasta los 4 000 K, y grafique la fracción de radiación emitida en el rango visible contra la temperatura de la superficie.

12-39I Se tiene una superficie negra a 2 060 °F. Determine la energía de radiación emitida por la superficie negra por unidad de área (en Btu/h·pie^2) para $\lambda \geq 4$ μm.

12-40 Se quiere que la radiación de energía emitida por una fuente luminosa alcance un máximo en el rango del color azul ($\lambda = 0.47$ μm). Determine la temperatura de esta fuente de luz y la fracción de radiación que emite en el rango visible ($\lambda = 0.40 - 0.76$ μm).

12-41I El Sol puede considerarse un cuerpo negro a una temperatura de superficie efectiva de 10 400 R. Determine la velocidad a la cual la energía de radiación infrarroja ($\lambda = 0.76 - 100$ μm) es emitida por el Sol en Btu/h·pie^2.

12-42 El vidrio de una ventana de 3 mm de grosor transmite 90% de la radiación entre $\lambda = 0.3$ y 30 μm, y es esencialmente opaca para la radiación en otras longitudes de onda. Determine la velocidad de radiación transmitida a través de una ventana de vidrio de 3 m × 3 m proveniente de fuentes de cuerpo negro a una temperatura de *a*) 5 800 K y *b*) 1 000 K.

12-43 La luz del día y la proveniente de una vela pueden aproximarse a un cuerpo negro a temperaturas de superficie efectivas de 5 800 K y 1 800 K, respectivamente. Determine la energía de radiación (en W/m^2) emitida por ambas fuentes luminosas (luz del día y de una vela) dentro de la región de la luz visible (0.40 a 0.76 μm).

12-44 C&S La temperatura de uso máxima de una varilla de aleación niquelada ASTM B335 es de 427 °C (Código ASME para Tubería de Procesos, ASME B31.3-2014, Tabla A-1M). Suponga que la varilla se comporta como un cuerpo negro. Determine la energía de radiación por unidad de área más alta que puede ser emitida por la varilla en una banda de longitudes de onda de 2 a 10 μm, sin que se exceda la temperatura de uso máxima.

12-45 Se tiene al Sol, el cual se considera un cuerpo negro con una temperatura de superficie de aproximadamente 5 800 K. Determine el porcentaje de energía solar *a*) en el rango visible, *b*) a longitudes de onda más cortas que las correspondientes a la luz visible y, *c*) a longitudes de onda mayores al rango visible.

Intensidad de radiación

12-46C ¿Qué representa un ángulo sólido y en qué forma es diferente de un ángulo plano? ¿Cuál es el valor de un ángulo sólido asociado con una esfera?

12-47C Para una superficie, ¿cómo se define la irradiación? Para la radiación incidente difusa, ¿cómo se relaciona la irradiación sobre una superficie con la intensidad de la radiación incidente?

12-48C Para una superficie, ¿cómo se define la radiosidad? Para superficies de emisión y reflexión difusa, ¿cómo se relaciona la radiosidad con las intensidades de la radiación emitida y reflejada?

12-49C Cuando se conoce la variación de la cantidad de radicación espectral con la longitud de onda, ¿cómo se calcula la correspondiente cantidad total?

12-50C ¿Cómo se define la intensidad de la radiación emitida? Para una superficie de emisión difusa, ¿cómo se relaciona la potencia de emisión con la intensidad de la radiación emitida?

12-51 Una pequeña superficie de área $A_1 = 3$ cm^2 emite radiación como si fuera un cuerpo negro y parte de la radiación emitida por A_1 incide a otra pequeña superficie de área $A_2 = 8$ cm^2 orientada como se muestra en la figura P12-51. Si la velocidad a la que la radiación emitida por parte de A_1 que incide en A_2 es igual a 274×10^{-6} W, determine la intensidad de radiación emitida por A_1 y la temperatura de A_1.

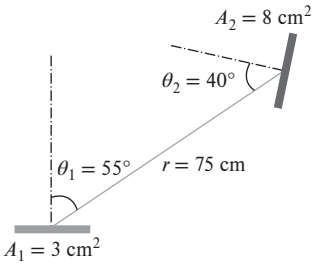


FIGURA P12-51

12-52 Una pequeña superficie circular de área $A_1 = 2$ cm^2 ubicada en el centro de una esfera cuyo diámetro es de 2 m emite radiación como un cuerpo negro a una temperatura $T_1 = 1\,000$ K. Determine la velocidad a la cual la energía de radiación fluye a través de un agujero de diámetro $D_2 = 1$ cm localizado en *a*) la parte superior de la esfera directamente arriba de A_1 y, *b*) en el lado de la esfera tal que la línea que conecta los centros de A_1 y A_2, hace un ángulo de 45° con la superficie A_1.

12-53 Repita el problema 12-52 para el caso de una esfera de 4 m de diámetro.

12-54 Una pequeña superficie de área $A_1 = 7$ cm^2 emite radiación como un cuerpo negro a $T_1 = 800$ K. Parte de la radiación emitida por A_1 incide en otra pequeña superficie de área $A_2 = 7$ cm^2 orientada como se muestra en la figura P12-54. Determine el ángulo sólido subtendido por A_2 cuando se ve desde A_1, así como la velocidad a la que la radiación emitida por A_1 incide directamente en A_2. ¿Cuál sería su respuesta si A_2 estuviera directamente sobre A_1 a una distancia de 80 cm?

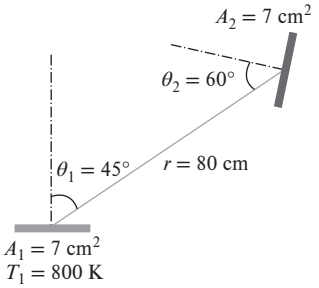


FIGURA P12-54

12-55 Una superficie pequeña de área $A_1 = 1$ cm^2 emite radiación como un cuerpo negro a 2 100 K. Determine la velocidad a la que la energía de radiación es emitida a través de una banda

definida por $0 \le \phi \le 2\pi$ y $45 \le \theta \le 60°$, donde θ es el ángulo que hace un haz de radiación con la perpendicular a la superficie, y ϕ es el ángulo de azimut.

12-56 La intensidad de la radiación solar incidente sobre la superficie de la Tierra puede expresarse como $I_i = 100 \cos \theta$, donde I_i está en unidades de W/m$^2 \cdot$sr. Calcule el valor pico de la intensidad de radiación solar incidente y de la irradiación solar sobre la superficie terrestre.

12-57 Una pequeña superficie de área $A_1 = 3$ cm^2 emite radiación como un cuerpo negro con una potencia de emisión total de $E_b = 5.67 \times 10^4$ W/m^2. Parte de la radiación emitida por A_1 incide sobre otra superficie pequeña de área $A_2 = 8$ cm^2 orientada como se muestra en la figura P12-57. Calcule la velocidad a la que la radiación emitida por A_1 incide sobre A_2 y la irradiación sobre A_2.

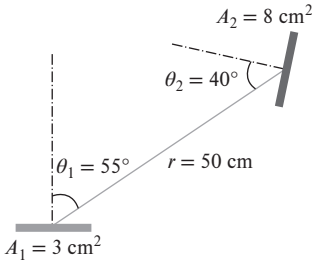


FIGURA P12-57

12-58 Una pequeña superficie de área $A_1 = 3$ cm^2 emite radiación como si fuera un cuerpo negro a $T_1 = 1\,000$ K. Un detector de radiación (A_2) se coloca en una posición perpendicular a la dirección de avistamiento con respecto a la superficie A_1 a una distancia L, como se muestra en la figura P12-58. Si el detector de radiación despliega una lectura del valor de irradiación igual a 100 W/m^2, calcule la distancia que existe entre el detector de radiación y la superficie A_1.

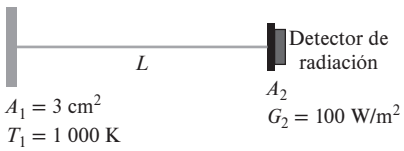


FIGURA P12-58

12-59 Una pequeña superficie de área $A_1 = 1$ cm^2 está sometida a una radiación incidente de intensidad constante de $I_i = 2.2 \times 10^4$ W/m$^2 \cdot$K sobre todo el hemisferio. Calcule la velocidad a la que la energía de radiación incide sobre la superficie a los ángulos *a*) $0 \le \theta \le 45°$ y *b*) $45 \le \theta \le 90°$, donde θ es el ángulo que hace un haz de radiación con la perpendicular a la superficie.

12-60 Considere una apertura de 10 mm de diámetro a través de la cual se emite radiación como cuerpo negro con una potencia de emisividad de 2.87×10^5 W/m^2. Se coloca un sensor de radiación formando un ángulo de 30° de inclinación con respecto a la dirección de avistamiento perpendicular, como se muestra en la figura. Si el sensor está detectando una irradiación de 50 W/m^2, determine la distancia entre la apertura y el sensor.

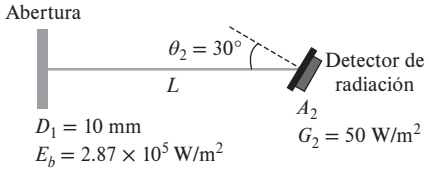


FIGURA P12-60

12-61 Una pequeña placa circular tiene un diámetro de 2 cm y puede aproximarse como si fuera un cuerpo negro. Para determinar la radiación proveniente de la placa, se coloca un radiómetro perpendicular a la dirección de avistamiento con respecto a la placa a una distancia de 50 cm. Si el radiómetro proporciona una lectura de irradiación de 85 W/m^2 con respecto a la placa, calcula la temperatura de la placa.

12-62 PtD El calor disipado de un motor en funcionamiento puede causar puntos calientes en su superficie. Si la superficie exterior de un motor está situada en un lugar donde es posible una fuga de aceite, entonces cuando el aceite filtrado entra en contacto con puntos calientes por encima de la temperatura de autoignición del aceite, puede encenderse espontáneamente. Considere una superficie externa del motor que se pueda aproximar como un cuerpo negro. Para evitar el riesgo de incendio en el caso de una fuga de aceite en la superficie del motor, la temperatura de la superficie del motor debe mantenerse por debajo de 180 °C. Se coloca un radiómetro a una distancia normal de 1 m de la superficie del motor para controlar temperatura de la superficie. El radiómetro recibe radiación de un área objetivo de 1 cm^2 de la superficie del motor. Si el radiómetro detecta una irradiación de 0.1 W/m^2, ¿habrá algún riesgo de daño por incendio?

12-63 Se puede utilizar un radiómetro para determinar la posición de un objeto caliente que se aproxime mediante la medición de la cantidad de irradiación que detecte. Considere un radiómetro colocado a una distancia $H = 0.5$ m del eje x utilizado para medir la posición de un objeto pequeño de cuerpo negro que se aproxima. Si la lectura del radiómetro es 80% de la irradiación correspondiente a la posición del objeto directamente debajo del radiómetro ($x = 0$), calcule la posición del objeto L.

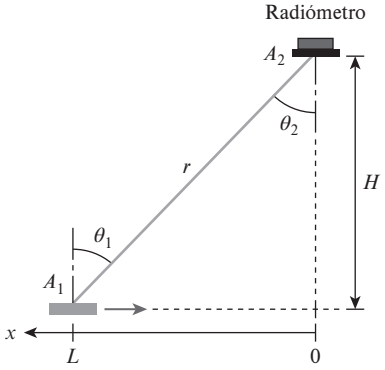


FIGURA P12-63

12-64 Reconsidere el problema 12-63. Utilizando el software apropiado, evalúe el efecto que tiene la posición del objeto que se aproxima en el cociente de irradiación $G_{2,x}/G_{2,0}$, donde $G_{2,x}$ y $G_{2,0}$ son los valores de irradiación en el radiómetro cuando el objeto se encuentra en la posición x y en $x = 0$, respectivamente. Haciendo variar x de 0 a 3 m con incrementos de 0.2 m, grafique el cociente de irradiación $G_{2,x}/G_{2,0}$ en función de la posición del objeto que se aproxima x para ubicaciones del radiómetro de $H = 0.5$, 1.0 y 1.5 m.

12-65 Una pequeña placa circular que tiene una superficie A_1 puede aproximarse a un cuerpo negro. Se coloca un radiómetro con una superficie A_2 en posición perpendicular a la dirección de avistamiento desde la placa a una distancia L. ¿Disminuirá el valor de la irradiación que se lee en el radiómetro de la placa si la distancia L se duplicara? y, si es así, ¿en cuánto lo haría?

12-66 Una placa de cuerpo negro ($A_1 = 5$ cm^2) está sometida a un flujo de calor uniforme de 1 000 W/m^2 desde el fondo, mientras que la superficie superior está expuesta a una temperatura ambiente de 5 °C. El coeficiente de transferencia de calor debido a la convección natural sobre la superficie de la placa es de 5 W/m$^2 \cdot$K. Un radiómetro se coloca a 1 m sobre la placa en una dirección perpendicular con respecto a la dirección de avistamiento con respecto a la placa. Determine el valor de irradiación que detectaría el radiómetro.

12-67 PtD Una hoja de metal larga que se puede aproximar a un cuerpo negro está siendo transportada a través de un baño de agua para su enfriamiento. Con la finalidad de evitar quemaduras térmicas al personal que se encarga de manejar la hoja, esta debe abandonar al baño de agua a una temperatura por debajo de los 45 °C. Se coloca un radiómetro en dirección perpendicular a y a una distancia de 0.5 m con respecto a la superficie de la hoja con el fin de supervisar la temperatura de la hoja a la salida. El radiómetro recibe radiación del área objetivo de 1 cm^2 de la superficie de la hoja de metal. Cuando el radiómetro detecta que la temperatura de la hoja metálica no está por debajo de los 45 °C, se dispara una alarma de advertencia que indica que la hoja no se puede tocar debido a su temperatura. Calcule el valor de irradiación que marcaría el radiómetro, el cual desencadenará la señal de alarma.

12-68 PtD Se usa un radiómetro para supervisar la temperatura de partes fabricadas ($A_1 = 10$ cm^2) que se transportan a través de una banda. Se coloca un radiómetro a una distancia de 1 m en dirección perpendicular a las partes fabricadas. Cuando se mueve una parte a la posición perpendicular del radiómetro, un sensor mide la radiación emitida por dicha parte. Con la finalidad de evitar daños por quemaduras al personal que maneja dichas partes al final de la banda transportadora, la temperatura de las partes deberá siempre estar por debajo de los 45 °C. Un arreglo de cabezas aerosoles está programado para descargar una niebla que enfría las partes cuando el radiómetro detecta una temperatura por arriba de los 45 °C en alguna de las partes. Si las partes fabricadas pueden tratarse como si fueran cuerpos negros, calcule el valor de irradiación que se puede leer en el radiómetro que dispararía las cabezas del spray para liberar niebla fría cuando la temperatura esté por arriba de los 45 °C.

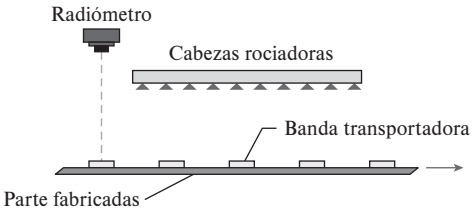


FIGURA P12-68

12-69 PtD Una barra metálica de gran longitud ($c_p = 450$ J/kg$\cdot$K, $\rho = 7\,900$ kg/m^3) está siendo transportada a través de un baño de agua con el fin de enfriarla. La barra metálica tiene una sección transversal de 30 mm × 15 mm e ingresa al baño de agua a 700 °C. Durante el proceso de enfriamiento, se liberan 500 kW de calor de la barra hacia el baño de agua. Con la finalidad de evitar quemaduras térmicas al personal que maneja dicha barra, esta debe abandonar el baño de agua a una temperatura por debajo de los 45 °C. Se coloca un radiómetro perpendicular a una distancia de 1 m de la barra con el fin de supervisar la temperatura de la barra a la salida. El radiómetro recibe radiación proveniente del área objetivo de 1 cm^2 de la superficie de la barra. Se utiliza una señal de irradiación detectada por el radiómetro con el fin de controlar la velocidad de la barra que está siendo transportada hacia el baño de agua, de tal forma que la temperatura de salida de la misma cumple con el valor para ser manejada sin riesgo alguno. Si el radiómetro detecta un valor de irradiación de 0.015 W/m^2, determine la velocidad de la barra que está siendo transportada a través del baño de agua. Suponga que dicha barra puede considerarse como un cuerpo negro.

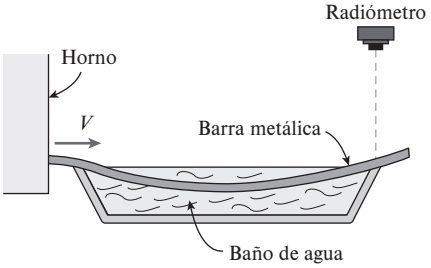


FIGURA P12-69

12-70 C&S Un radiómetro se coloca en posición perpendicular con respecto a una tubería de CPVC a una distancia de 1 m con el fin de supervisar la temperatura de la superficie de la tubería. La lectura del radiómetro mide un valor de irradiación de 500 μW/m^2 desde un área objetivo de 1 mm^2 sobre la superficie de la tubería de CPCV. El Código ASME para Tubería de Procesos especifica una temperatura de uso máxima de 93.3 °C para la tubería CPVC (ASME B31.3-2014, Tabla A-1M). Determine si la temperatura de la superficie de la tubería de CPCV cumple con el código ASME.

12-71 C&S Se coloca un radiómetro en posición perpendicular con respecto a una hoja de acero inoxidable ASTM

A240 410S a una distancia de 0.7 m para supervisar la temperatura de la superficie de la hoja. La temperatura de uso máxima de una hoja metálica de acero inoxidable ASTM A240 410S es de 649 °C (Código ASME para Tubería de Procesos, ASME B31.3-2014, Tabla A-1M). La hoja de acero inoxidable tiene una emisividad de 0.4 y un valor de irradiación de 0.2 W/m^2 del área objetivo de 5 mm^2 es sensado por el radiómetro. Determine si la temperatura superficial de la hoja de acero inoxidable cumple con el código ASME.

Propiedades de la radiación

12-72C ¿Qué es un cuerpo gris?, ¿en qué difiere de un cuerpo negro? ¿Qué es una superficie gris difusa?

12-73C Defina las propiedades emisividad y absorción. ¿Cuándo dichas propiedades son iguales entre sí?

12-74C Defina las propiedades reflectividad y transmisividad y analice las diferentes formas de reflexión.

12-75C ¿Qué es el efecto invernadero?, ¿por qué es un tema de gran preocupación entre los científicos dedicados al estudio de las ciencias de la atmósfera?

12-76C Podemos ver dentro de un horno de microondas durante su operación a través de la puerta de vidrio, lo cual indica que está escapando radiación del horno. ¿Usted cree que también esté escapando radiación de microondas dañina?

12-77I Se sabe que una pelota esférica de 5 pulgadas de diámetro emite radiación a una tasa de 480 Btu/h cuando la temperatura de su superficie es de 950 R. Determine la emisividad promedio de la pelota a dicha temperatura.

12-78 Una superficie pequeña cuya área es de $A_1 = 5$ cm^2 emite radiación como si fuera un cuerpo negro a $T_1 = 1\,000$ K. Un sensor de área $A_2 = 3$ cm^2 se coloca en posición perpendicular a la dirección de avistamiento con respecto a la superficie A_1 a una distancia L. Se coloca un filtro óptico con la transmisividad espectral siguiente enfrente del sensor:

$$\tau_\lambda = \begin{cases} \tau_1 = 0, & 0 \le \lambda < 2\ \mu\text{m} \\ \tau_2 = 0.5, & 2\ \mu\text{m} \le \lambda < \infty \end{cases}$$

Si la distancia entre el sensor de radiación y la superficie A_1 es $L = 0.5$ m, determine la irradiación medida por el sensor.

12-79 PtD Un tanque está lleno de químicos que están experimentando una reacción exotérmica. La reacción calienta la pared del tanque y, con el fin de evitar quemaduras térmicas en el personal, la temperatura de la superficie exterior del tanque debe mantenerse por debajo de los 45 °C. La emisividad de la superficie del tanque es de 0.85 y se estima que la irradiación sobre la superficie del tanque proveniente de los alrededores es de 390 W/m^2. Se coloca un radiómetro en posición perpendicular y a una distancia de 0.5 m con respecto a la superficie del tanque con el fin de supervisar la temperatura de la superficie. El radiómetro recibe radiación proveniente de un área objetivo de 1 cm^2 de la superficie del tanque. Si la irradiación medida por el radiómetro es de 0.085 W/m^2, determine si es seguro tocar la superficie del tanque.

12-80 Un horno que tiene una ventana de vidrio de 40 cm × 40 cm puede considerarse un cuerpo negro a 1 200 K. Si la transmisividad del vidrio es de 0.7 para una radiación a longitudes de onda menores a 3 μm y de cero para una radiación a longitudes de onda mayores a 3 μm, calcule la fracción y la velocidad de radiación que proviene del horno y es transmitida a través de la ventana.

12-81 La función de emisividad espectral de una superficie opaca a 1 000 K es aproximadamente de:

$$\varepsilon_\lambda = \begin{cases} \varepsilon_1 = 0.4, & 0 \le \lambda < 3\ \mu\text{m} \\ \varepsilon_2 = 0.7, & 3\ \mu\text{m} \le \lambda < 6\ \mu\text{m} \\ \varepsilon_3 = 0.3, & 6\ \mu\text{m} \le \lambda < \infty \end{cases}$$

Determine la emisividad promedio de la superficie y la tasa de emisión de radiación proveniente de la superficie en W/m^2.

12-82 C&S La temperatura de uso máxima de una placa de acero inoxidable ASTM A240 410S es de 649 °C (Código ASME para Procesos de Tubería, ASME B31.3-2014, Tabla A-1M). La placa es tratada de tal forma que exhibe la emisividad espectral siguiente:

$$\varepsilon_\lambda = \begin{cases} \varepsilon_1 = 0.8, & 0 \le \lambda < 3.25\ \mu\text{m} \\ \varepsilon_2 = 0.6, & 3.25\ \mu\text{m} \le \lambda < 10.3\ \mu\text{m} \\ \varepsilon_3 = 0.3, & 10.3\ \mu\text{m} \le \lambda < \infty \end{cases}$$

Determine la tasa de emisión de radiación más elevada en W/m^2 que puede alcanzarse sin violar el código ASME.

12-83 C&S Una placa de acero al carbón (ASTM A992) tiene una temperatura de uso máxima de 427 °C especificada por el Código ASME para Procesos de Tubería (ASME B31.3-2014, Tabla A-1M). La superficie de la placa fue sometida a un tratamiento tal que exhibe la reflectividad espectral siguiente:

$$\rho_\lambda = \begin{cases} \rho_1 = 0.2, & 0 \le \lambda < 4\ \mu\text{m} \\ \rho_2 = 0.5, & 4\ \mu\text{m} \le \lambda < 15\ \mu\text{m} \\ \rho_3 = 0.8, & 15\ \mu\text{m} \le \lambda < \infty \end{cases}$$

Suponga que se puede aplicar a la placa la forma espectral de la ley de Kirchhoff. Determine la tasa de emisión de radiación más elevada, en W/m^2, que puede alcanzar la placa sin violar el código ASME.

12-84 La emisividad de un filamento de tungsteno puede tener una radiación aproximada de 0.5 para longitudes de onda menores a 1 μm y 0.15 para un valor de radiación mayor a 1 μm. Calcule la emisividad promedio del filamento a *a*) 1 500 K, y *b*) 2 500 K. Asimismo, calcule la absorción y reflectividad del filamento a ambas temperaturas.

12-85 Las variaciones de la emisividad espectral de dos superficies están dadas en la figura P12-85. Determine la emisividad promedio de cada superficie a $T = 3\,000$ K. Asimismo, determine la absorción y reflectividad promedio de cada superficie para la radiación proveniente de una fuente a 3 000 K. ¿Qué superficie es más apropiada para servir como absorbedor solar?

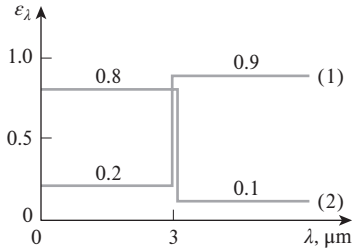


FIGURA P12-85

12-86 La emisividad de una superficie recubierta con óxido de aluminio puede aproximarse a un valor de 0.15 para una radiación a longitudes de onda menores a 5 μm y a 0.9 para radiaciones a longitudes de onda mayores a 5 μm. Determine la emisividad promedio de esta superficie a *a*) 5 800 K, y *b*) 300 K. ¿Qué puede decir acerca la absorción de esta superficie para el caso de radiación proveniente de fuentes a 5 800 K y 300 K? *Respuestas: a*) 0.154, *b*) 0.89

12-87 La variación de la absorción espectral de una superficie está dada en la figura P12-87. Determine la absorción y reflectividad promedio de la superficie para una radiación que se origina de una fuente a $T = 2\ 500$ K. Asimismo, calcule la emisividad promedio de dicha superficie a 3 000 K.

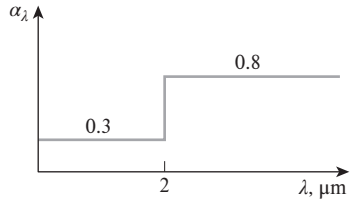


FIGURA P12-87

12-88 La reflectividad del aluminio recubierto con sulfato de plomo es 0.35 para la radiación a longitudes de onda menores a 3 μm y 0.95 para radiación mayor a 3 μm. Calcule la reflectividad promedio de esta superficie para el caso de radiación solar ($T \approx 5\ 800$ K) y para la radiación proveniente de superficies a temperatura ambiente ($T \approx 300$ K). Asimismo, calcule la emisividad y la absorción de esta superficie a ambas temperaturas. ¿Piensa que este material es apropiado para su uso en paneles solares?

12-89 C&S La temperatura de uso máxima de una placa de acero al carbono ASTM A992 es de 427 °C (Código ASME para Tuberías de Proceso, ASME B31.3-2014, Tabla A-1M). La superficie de dicha placa fue tratada de tal forma que exhibe la reflectividad espectral siguiente:

$$\rho_\lambda = \begin{cases} \rho_1 = 0.45, & 0 \le \lambda < 1\ \mu\text{m} \\ \rho_2 = 0.65, & 1\ \mu\text{m} \le \lambda < 6\ \mu\text{m} \\ \rho_3 = 0.80, & 6\ \mu\text{m} \le \lambda < \infty \end{cases}$$

Suponga que se aplica a la placa la forma espectral de la ley de Kirchhoff. La irradiación solar ($T \approx 5\ 800$ K) sobre la superficie de la placa es de 1 000 W/m^2, y el flujo de calor por radiación neto que abandona la superficie de la placa es 6 000 W/m^2. Calcule si la placa de acero al carbón es apropiada para las condiciones dadas de tal forma que cumpla con el código ASME.

12-90 La variación de la transmisividad espectral de una ventana de vidrio de 0.6 cm de grosor está dada en la figura P12-90. Determine la transmisividad promedio de esta ventana para la radiación solar ($T \approx 5\ 800$ K) y para la radiación proveniente de superficies a temperatura ambiente ($T \approx 300$ K). Asimismo, determine la cantidad de radiación solar transmitida a través de la ventana para una radiación solar incidente de 650 W/m^2. *Respuesta:* 0.870, 0.00016, 566 W/m^2

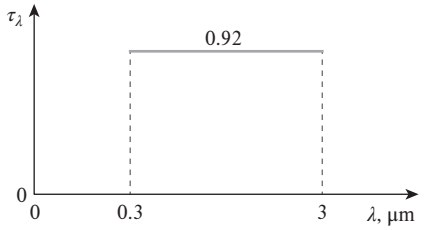


FIGURA P12-90

12-91 Considere una placa opaca horizontal que está bien aislada de las orillas y de la superficie inferior. La placa se mantiene a 500 K, tiene una absorción hemisférica total de 0.51 y la función de emisividad espectral siguiente:

$$\varepsilon_\lambda = \begin{cases} \varepsilon_1 = 0.4, & 0 \le \lambda < 4\ \mu\text{m} \\ \varepsilon_2 = 0.8, & 4\ \mu\text{m} \le \lambda < \infty \end{cases}$$

Si la placa está sometida a una irradiación de 5 600 W/m^2, calcule *a*) la emisividad hemisférica total y *b*) la radiosidad de la superficie de la placa.

12-92 Una placa opaca horizontal está bien aislada de las orillas y en la superficie inferior. La irradiación en la placa es de 3 000 W/m^2, de la cual 500 W/m^2 es reflejada. La placa tiene una temperatura uniforme de 700 K y una potencia emisiva de 5 000 W/m^2. Calcule la emisividad y la absorción total de la placa.

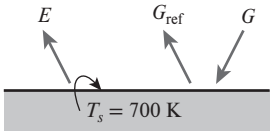


FIGURA P12-92

12-93 La irradiación sobre un medio semitransparente es a una velocidad de 520 W/m^2. Si 160 W/m^2 de la irradiación es reflejada en medio y 130 W/m^2 es transmitida a través del mismo, calcule la absorción, reflectividad, transmisividad y emisividad del medio.

12-94 Se tiene una placa opaca horizontal bien aislada de las orillas y de su superficie inferior. La placa está irradiada uniformemente desde arriba, mientras que aire a $T_\infty = 300$ K circula sobre la superficie proporcionando un coeficiente de transferencia de calor por convección uniforme de 40 W/m$^2 \cdot$K. En condiciones de estado estacionario, la superficie tiene una radiosidad de 4 000 W/m$^2 \cdot$K y la temperatura de la placa se mantiene uniformemente a 350 K. Si la absorción total de la placa es de 0.40, calcule *a*) la irradiación sobre la placa, *b*) la reflectividad total de la placa, *c*) la potencia de emisión de la placa y, *d*) la emisividad total de la placa.

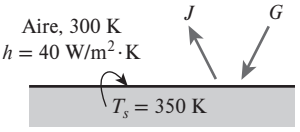


FIGURA P12-94

12-95 Se tiene una placa opaca que está bien aislada de las orillas y es calentada en su parte inferior con un calentador eléctrico. La placa tiene una emisividad de 0.67 y está ubicada a una temperatura ambiente de 7 °C, donde el coeficiente de transferencia de calor natural es de 7 W/m$^2 \cdot$K. Con la finalidad de mantener una temperatura superficial de 80 °C, el calentador eléctrico proporciona un flujo de calor uniforme de 1 000 W/m^2 a la placa. Determine la radiosidad de la paca en estas condiciones.

12-96 Una placa horizontal está sometida a una irradiación uniforme en sus superficies inferior y superior. La temperatura del aire en los alrededores de la placa es de 290 K con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 30 W/m$^2 \cdot$K. Tanto la superficie superior como la inferior de la placa tienen una radiosidad de 4 000 W/m^2 y la temperatura de la placa se mantiene uniformemente a 390 K. Si la placa no es opaca y tiene una absorción de 0.527, calcule la irradiación y la emisividad de la placa.

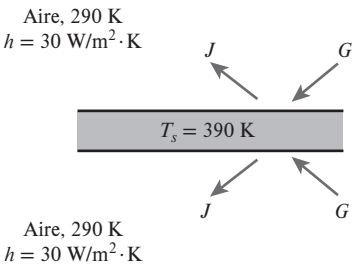


FIGURA P12-96

12-97 Una placa semitransparente ($A_1 = 2$ cm^2) tiene un valor de irradiación de 500 W/m^2, donde 30% de la irradiación es reflejada hacia afuera de la placa y 50% es transmitida a través de la misma. Se coloca un radiómetro 0.5 m arriba de la placa en posición perpendicular a la dirección de visualización con respecto a la placa. Si la temperatura de la placa es uniforme a 350 K, determine la irradiación que detectaría el radiómetro.

Radiación solar y atmosférica

12-98C Cuando la Tierra se encuentra en el punto más cercano al Sol, es invierno en el hemisferio norte. Explique por qué. Asimismo, explique por qué es verano en el hemisferio norte cuando la Tierra se encuentra en el punto más alejado del Sol.

12-99C Explique por qué las superficies, por lo general, tienen absorciones muy diferentes para la radiación solar y para la radiación proveniente de los cuerpos situados a su alrededor.

12-100C En las supercarreteras existen señalamientos de precaución que indican que los puentes pueden tener hielo aun cuando los caminos no. Explique por qué puede suceder esto.

12-101C ¿Qué cambios notaría usted si el Sol emitiera radiación a una temperatura efectiva de 2 000 K en lugar de 5 762 K?

12-102C ¿Qué es la constante solar?, ¿cómo se usa para calcular la temperatura superficial efectiva del Sol?, ¿de qué manera cambiaría el valor de la constante solar si la distancia entre la Tierra y el Sol fuera el doble?

12-103C Explique por qué el cielo es azul y el amanecer es amarillo-naranja.

12-104C ¿Qué es la temperatura celeste efectiva?

12-105I Radiación solar incide en la superficie exterior de una nave espacial a una velocidad de 400 Btu/h$\cdot$pie^2. Dicha superficie tiene una absorción de $\alpha_s = 0.10$ para la radiación solar y una emisividad de $\varepsilon = 0.6$ a temperatura ambiente. La superficie exterior radia calor hacia el espacio a 0 R. Si no hay transferencia de calor neta hacia la nave, determine la temperatura de equilibrio de la superficie. *Respuesta:* 444 R

12-106 La temperatura del aire en una noche despejada permanece a un valor de alrededor de 4 °C. Sin embargo, se reporta que se congeló el agua esa noche debido al efecto de radiación. Considerando que el coeficiente de transferencia de calor fue de 18 W/m$^2 \cdot$K, determine el valor de la temperatura celeste máxima efectiva en dicha noche.

12-107 Una superficie tiene una absorción de $\alpha_s = 0.72$ de radiación solar y una emisividad de $\varepsilon = 0.6$ a temperatura ambiente. Se observa que la temperatura superficial es de 350 K cuando los componentes directos y difusos de la radiación solar son $G_D = 350$ y $G_d = 400$ W/m^2, respectivamente, y la radiación directa hace un ángulo de 30° con la perpendicular a la superficie. Considerando que la temperatura celeste efectiva es de 280 K, determine la velocidad de transferencia de calor por radiación neta hacia la superficie en ese instante.

12-108 La superficie de absorción de un panel solar está fabricada con aluminio revestido con cromo negro ($\alpha_s = 0.87$ y $\varepsilon = 0.09$). La radiación solar incide sobre dicha superficie a una velocidad de 720 W/m^2. Las temperaturas del aire y la celeste efectiva son 25 y 15 °C, respectivamente, y el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 10 W/m$^2 \cdot$K. Para una temperatura de la superficie de absorción de 70 °C, calcule la velocidad neta de la energía solar entregada por la placa de absorción al agua que circula por detrás de la placa.

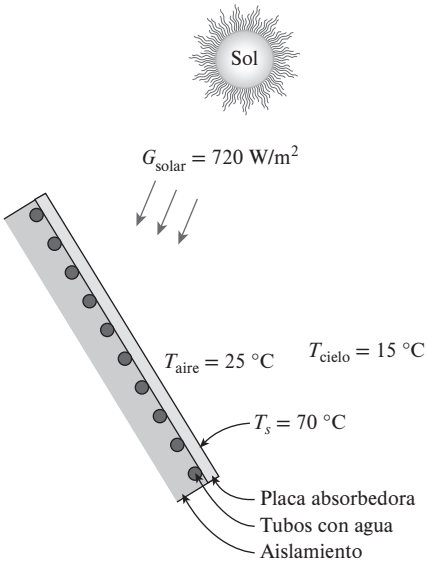


FIGURA P12-108

12-109 Calcule la temperatura de equilibrio de la superficie de absorción del problema12-108 si el lado posterior del absorbedor estuviera aislado.

12-110 Reconsidere el problema 12-108. Utilizando el software apropiado, grafique la velocidad de la energía solar neta transferida al agua en función de la absorción de la placa absorbedora. Haga que varíe la absorción de 0.5 a 1.0 y comente los resultados.

Tema especial: Ganancia de calor solar a través de ventanas

12-111C ¿Qué fracción de la energía solar está en el rango visible, *a*) fuera de la atmósfera de la Tierra y, *b*) a nivel del mar sobre la tierra? Conteste la misma pregunta en el caso de radiación infrarroja.

12-112C Describa las propiedades de la radiación solar de una ventana especialmente diseñada para minimizar la carga de aire acondicionado.

12-113C ¿Cuál es el efecto de un recubrimiento con un valor bajo de e en la superficie interior de un vidrio para ventana en *a*) la pérdida de calor durante el invierno y, *b*) la ganancia de calor durante el verano a través de la ventana?

12-114C ¿Qué es un dispositivo de sombreado? ¿Es el dispositivo de sombreado interno o externo el más efectivo para reducir la ganancia de calor solar a través de una ventana? ¿Cómo afecta el color de la superficie de un dispositivo de sombreado que apunta hacia afuera, la ganancia de calor solar?

12-115C ¿Qué representa el SC (coeficiente de sombreado) de un dispositivo? ¿Cómo se comparan los coeficientes de sombreado del vidrio transparente y del vidrio absorbedor de calor?

12-116C Defina el SHGC (coeficiente de ganancia de calor solar) y explique de qué forma difiere del CS (coeficiente de sombreado). ¿Cuáles son los valores del SHGC y del CS de una ventana de vidrio transparente de un solo panel?

12-117 Considere un edificio en Nueva York (40 °N de latitud) que tiene 76 m^2 de área de ventanales en su pared sur. Dichas ventanas son del tipo de doble panel con absorbedores de calor y están equipados con persianas venecianas de color claro que tienen un coeficiente de sombreado de CS = 0.30. Determine la ganancia de calor solar total del edificio a través de las ventanas al sur del edificio al medio día en el mes de abril. ¿Cuál sería se respuesta si no hubiera persianas en las ventanas?

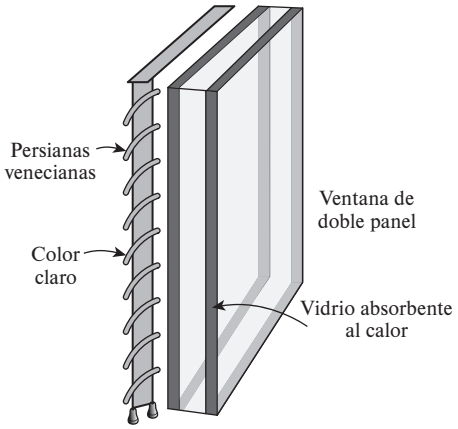


FIGURA P12-117

12-118 Un típico día de invierno en Reno, Nevada (39 °N de latitud) es frío pero soleado y, por tanto, la ganancia de calor solar a través de las ventanas llega a ser mayor que la pérdida de calor a través de ellas durante el día. Se tiene una casa con un tipo de ventanas de doble puerta que tienen dos paneles con vidrios de 3 mm de grosor y 6.4 mm de espacio libre para el aire, y tienen marcos y espaciadores de aluminio. La casa se mantiene a 22 °C en todo momento. Determine si la casa está perdiendo más o menos calor que lo que está ganando producto de la radiación solar a través de la ventana oriente en un día típico del mes de enero por un periodo de 24 horas si la temperatura promedio en el exterior es de 10 °C. *Respuesta:* menos

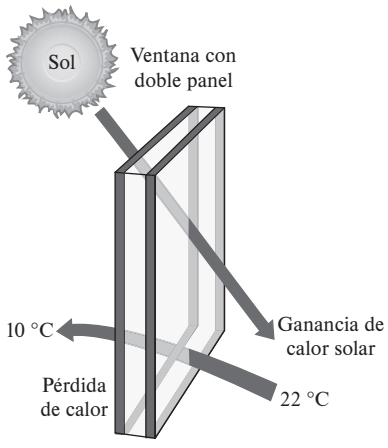


FIGURA P12-118

12-119 Repita el problema 12-118 para el caso de la ventana sur.

12-120 Considere un edificio ubicado cerca de los 40° de latitud Norte que tiene áreas de ventanas iguales en los cuatro lados. El dueño del edificio está pensando instalar un recubrimiento en las ventanas que dan hacia el sur, el cual consiste en una película reflejante, con el fin de reducir la ganancia total de calor y, por tanto, la carga de enfriamiento. Sin embargo, alguien sugiere que el dueño podría reducir la carga de enfriamiento aún más si recubriera las ventanas que dan hacia el oeste en lugar de recubrir las que dan hacia el sur. ¿Qué piensa?

12-121I Determine la velocidad de la ganancia (o pérdida) de calor neta a través de una ventana de un solo vidrio fijo de 1/8 de pulgada de 9 pies de altura por 15 pies de ancho con marcos de aluminio en la pared oeste a un tiempo solar de las 3 p.m. durante un típico día del mes de enero en una ubicación cercana a los 40 ° latitud norte cuando las temperaturas interior y exterior fueran de 78 y 20 °F, respectivamente.

12-122 Una planta de manufactura ubicada a 32 °N de latitud tiene un área de acristalamiento de 60 m^2 orientada hacia el oeste que consiste en ventanas de doble panel fabricadas de vidrio transparente (SHGC = 0.766). Para reducir la ganancia de calor solar en el verano, se está pensando instalar una película reflejante que reduzca el SHGC a un valor de 0.35. La temporada de enfriamiento se presenta en los meses de junio, julio, agosto y septiembre, mientras que la temporada de calentamiento es de octubre a abril. Los flujos de calor solar diarios promedio que inciden sobre el lado oeste a esta latitud son 2.35, 3.03, 3.62, 4.00, 4.20, 4.24, 4.16, 3.93, 3.48, 2.94, 2.33 y 2.07 kWh/día·m^2 de enero a diciembre, respectivamente. Asimismo, los costos unitarios de electricidad y gas natural son de \$0.15/kWh y \$0.90/térmico, respectivamente. Si el coeficiente de desempeño del sistema de enfriamiento es 3.2 y la eficiencia del horno es 0.90, calcule los ahorros en costo anuales netos producto de la instalación del recubrimiento reflejante en las ventanas. Asimismo, calcule el periodo de amortización si el costo de instalación de la película reflejante es de \$15/m^2.

12-123 Una casa ubicada en Boulder, Colorado (40 °N de latitud) tiene ventanas de doble panel convencionales con vidrios de 6 mm de grosor y las áreas que cubren dichas ventanas son de 8, 6, 6 y 4 m^2 en las paredes sur, oeste, este y norte, respectivamente. Calcule la ganancia de calor solar total de la casa en el tiempo solar de las 09:00, 12:00 y 15:00 en el mes de julio. Asimismo, calcule la cantidad total de ganancia de calor solar diaria en un día promedio del mes de enero.

12-124 Repita el problema 12-123 para el caso de ventanas de doble panel que estén teñidas en color gris.

Problemas de repaso

12-125 Una cavidad esférica de 1 m de diámetro se mantiene a una temperatura uniforme de 600 K. Se perfora un agujero de 5 mm de diámetro. Calcule la velocidad máxima de energía de radiación que fluye a través de dicho agujero. ¿Cuál sería su respuesta si el diámetro de la cavidad fuera de 3 m?

12-126 La luz del día y la de una bombilla incandescente pueden considerarse como cuerpos negros a temperaturas superficiales efectivas de 5 800 K y 2 800 K, respectivamente. Calcule la longitud de onda cuando la emisión de radiación es máxima para cada una de las dos fuentes luminosas.

12-127 La piel del ser humano es "selectiva" en cuanto a la absorción de radiación solar que incide perpendicularmente en ella. La piel absorbe solamente 50% de la radiación incidente que tenga longitudes de onda en el rango entre $\lambda_1 = 0.517$ μm y $\lambda_2 = 1.552$ μm. La radiación a longitudes de onda menores a λ_1 y mayores a λ_2 es absorbida totalmente. La superficie solar puede modelarse como un cuerpo negro con una temperatura superficial efectiva de 5 800 K. Calcule la fracción de radiación solar incidente absorbida por la piel del ser humano.

12-128 Se tiene una superficie negra y pequeña de área $A = 3.5$ cm^2 que se mantiene a 750 K. Calcule la velocidad a la cual la radiación de energía es emitida por la superficie a través de una abertura en forma de anillo la cual está definida por $0 \le \phi \le 2\pi$ y $40 \le \theta \le 50°$, donde ϕ es el ángulo azimutal y θ es el ángulo que un haz de radiación forma con la línea perpendicular a la superficie.

12-129 Una pequeña superficie de área $A = 3$ cm^2 emite radiación con una intensidad que puede expresarse como $I_e(\theta, \phi) = 100\ \phi \cos\theta$, donde I_e tiene unidades de W/$m^2 \cdot$sr. Calcule la potencia de emisión proveniente de la superficie hacia el hemisferio que la rodea y la velocidad de emisión de radiación proveniente de la superficie.

12-130 Un sensor de radiación y una pequeña superficie de área A_1 que emite radiación como si fuera un cuerpo negro tienen la orientación que se muestra en la figura P12-130. Calcule la distancia L a la que el sensor está midiendo dos tercios de la velocidad de radiación emitida por la superficie A_1 correspondiente a la posición directamente debajo del censor a una $L = 0$.

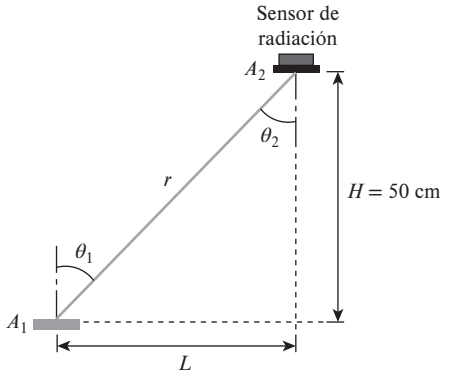


FIGURA P12-130

12-131 La emisividad espectral de una superficie opaca a 1 200 K es aproximadamente de:

$$\varepsilon_1 = 0 \quad \text{para} \quad \lambda < 2\ \mu\text{m}$$
$$\varepsilon_2 = 0.85 \quad \text{para} \quad 2 \le \lambda \le 6\ \mu\text{m}$$
$$\varepsilon_3 = 0 \quad \text{para} \quad \lambda > 6\ \mu\text{m}$$

Calcule la emisividad total y el flujo de emisión de la superficie.

12-132 La absorción espectral de una superficie opaca es la que se muestra en la figura P12-132. Calcule la absorción de la superficie para una radiación emitida por la fuente a *a*) 1 000 K y *b*) 3 000 K.

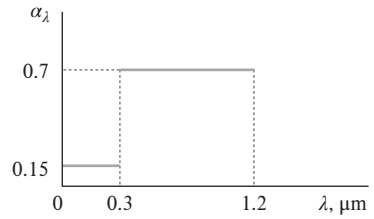


FIGURA P12-132

12-133 La superficie del problema 12-132 recibe radiación solar a una velocidad de 470 W/m^2. Calcule la absorción solar de la superficie y la tasa de absorción de radiación solar.

12-134 La transmisividad espectral de un vidrio convencional de 3 mm de grosor puede expresarse como:

$$\tau_1 = 0 \quad \text{para} \quad \lambda < 0.35\ \mu\text{m}$$
$$\tau_2 = 0.85 \quad \text{para} \quad 0.35 < \lambda < 2.5\ \mu\text{m}$$
$$\tau_3 = 0 \quad \text{para} \quad \lambda > 2.5\ \mu\text{m}$$

Calcule la transmisividad de este vidrio para el caso de radiación solar. ¿Cuál es la transmisividad de este vidrio para el caso de la luz?

12-135 La transmisividad espectral de una cubierta de vidrio que se utiliza en un panel solar está dada por:

$$\tau_1 = 0 \quad \text{para} \quad \lambda < 0.3\ \mu\text{m}$$
$$\tau_2 = 0.9 \quad \text{para} \quad 0.3 < \lambda < 3\ \mu\text{m}$$
$$\tau_3 = 0 \quad \text{para} \quad \lambda > 3\ \mu\text{m}$$

La radiación solar es incidente a una velocidad de 950 W/m^2 y la placa absorbedora, a la que se le puede considerar un cuerpo negro, se mantiene a 340 K por medio de agua refrigerante. Calcule *a*) el flujo solar incidente sobre la placa absorbedora, *b*) la transmisividad de la cubierta de vidrio para la radiación emitida por la placa absorbedora y, *c*) la velocidad de transferencia de calor hacia el agua refrigerante si la temperatura de la cubierta de vidrio es también de 340 K.

12-136 Una pequeña superficie de área $A_1 = 3$ cm^2 y un sensor de radiación de área $A_2 = 1$ cm^2 están orientados como se muestra en la figura P12-136. La superficie A_1 es opaca (emisor y reflector difusos) y se mantiene a una temperatura constante de $T_1 = 400$ K. La absorción y la emisividad de la superficie A_1 son 0.5 y 0.7, respectivamente. Si la superficie A_1 está experimentando un proceso de irradiación de 2 000 W/m^2, calcule la velocidad a la cual la radiación emitida desde A_1 es interceptada por el sensor.

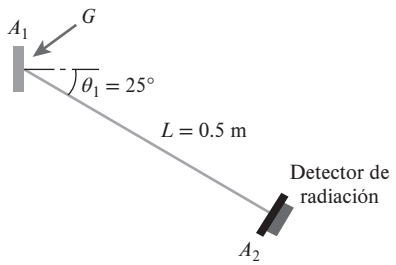


FIGURA P12-136

12-137 Incide radiación solar sobre la superficie frontal de una placa delgada con componentes directos y difusos de 300 y 250 W/m^2, respectivamente. La radiación directa forma un ángulo de 30° respecto a la perpendicular a la superficie. Las superficies de la placa tienen una absorción solar de 0.63 y una emisividad de 0.93. La temperatura del aire es de 5 °C y el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 20 W/m$^2\cdot$K. La temperatura celeste efectiva de la superficie frontal es de −33 °C, mientras que las superficies circundantes están a 5 °C de la superficie negra. Calcule la temperatura de equilibrio de la placa.

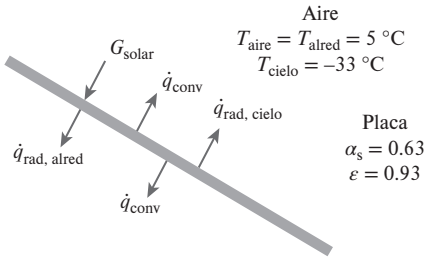


FIGURA P12-137

12-138 Una placa plana, opaca y horizontal está bien aislada en sus orillas y en la superficie inferior. La superficie superior tiene un área de 5 m^2 y está sometida a un proceso de irradiación uniforme a una velocidad de 5 000 W. La placa absorbe 4 000 W de irradiación y la superficie está perdiendo calor por convección a una velocidad de 500 W. Si la placa se mantiene a una temperatura uniforme de 350 K, calcule la absorción, reflectividad y emisividad de la placa.

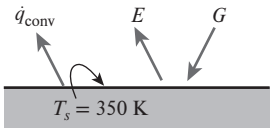


FIGURA P12-138

Problemas del examen de Fundamentos de ingeniería (FI)

12-139 Se tiene una superficie a −10 °C en un ambiente a 25 °C. La velocidad de calor máxima que puede emitirse por radiación desde esta superficie es:

a) 152 W/m^2 *b*) 176 W/m^2 *c*) 211 W/m^2
d) 271 W/m^2 *e*) 324 W/m^2

12-140 Se tiene una superficie a 900 K. La potencia de emisión espectral de cuerpo negro a una longitud de onda de 50 μm es:

a) 3.2 W/m$^2\cdot\mu$m *b*) 9.6 W/m$^2\cdot\mu$m
c) 24 W/m$^2\cdot\mu$m *d*) 76 W/m$^2\cdot\mu$m
e) 108 W/m$^2\cdot\mu$m

12-141 La longitud de onda a la que la potencia de emisión de cuerpo negro alcanza su valor máximo a 300 K es:

a) 5.1 μm *b*) 9.7 μm *c*) 15.5 μm
d) 38.0 μm *e*) 73.1 μm

12-142 Una superficie absorbe 10% de radiación a longitudes de onda menores a 3 μm y 50% de radiación a longitudes de onda mayores a 3 μm. La absorción promedio de esta superficie para la radiación emitida por una fuente a 3 000 K es:

a) 0.14 *b*) 0.22 *c*) 0.30
d) 0.38 *e*) 0.42

12-143 Una superficie a 300 °C tiene una emisividad de 0.7 en el rango de longitudes de onda de 0 a 4.4 μm y de 0.3 en el resto del rango de longitudes de onda. A una temperatura de 300 °C, 19 % de la potencia de emisión de cuerpo negro está en el rango de longitudes de onda hasta 4.4 μm. La emisividad total de la superficie es:

a) 0.300 *b*) 0.376 *c*) 0.624
d) 0.700 *e*) 0.500

12-144 Considere una varilla cilíndrica de 4 cm de diámetro y 6 cm de largo a una temperatura de 1 200 K. Si la emisividad de la superficie de la varilla es de 0.75, la cantidad total de radiación emitida por todas las superficies de la varilla en 20 minutos es:

a) 88 kJ *b*) 118 kJ *c*) 6 661 kJ
d) 1 064 kJ *e*) 1 418 kJ

12-145 Incide radiación solar sobre un cuerpo semitransparente a una velocidad de 500 W/m^2. Si 150 W/m^2 de esta radiación incidente es reflejada y 225 W/m^2 es transmitida a través de dicho cuerpo, su absorción es de:

a) 0 *b*) 0.25 *c*) 0.30
d) 0.45 *e*) 1

12-146 Incide radiación solar sobre una superficie opaca a una velocidad de 400 W/m^2. La emisividad de la superficie es de 0.65 y la absorción de la radiación solar es de 0.85. El coeficiente de convección entre la superficie y el ambiente a 25 °C es de 6 $W/m^2 \cdot K$. Si la superficie está expuesta a la atmósfera que tiene una temperatura celeste efectiva de 250 K, la temperatura de equilibrio de la superficie es:

a) 281 K *b*) 298 K *c*) 303 K
d) 317 K *e*) 339 K

12-147 Una superficie está expuesta a radiación solar. Los componentes directo y difuso de la radiación solar son 480 y 250 W/m^2, y la radiación directa forma un ángulo de 35° con respecto a la perpendicular a la superficie. La absorción solar y la emisividad de la superficie son 0.24 y 0.41, respectivamente. Si la superficie está a 315 K y la temperatura celeste efectiva es de 256 K, la velocidad de transferencia de calor por radiación neta hacia la superficie es:

a) -79 W/m^2 *b*) -22 W/m^2 *c*) 25 W/m^2
d) 154 W/m^2 *e*) 643 W/m^2

Problemas de diseño y ensayo

12-148 Escriba un ensayo sobre las propiedades de la radiación de superficies seleccionadas que se utilizan en las placas de absorción de los paneles solares. Investigue acerca de los diferentes tipos de dichas superficies y analice el desempeño y el costo de cada tipo. Recomiende una superficie selectiva que optimice el costo y el desempeño.

12-149 De acuerdo con un reporte de la Comisión de Energía Atómica, una bomba de hidrógeno puede aproximarse a una enorme bola de fuego que está a una temperatura de 7 200 K. Usted va a evaluar el impacto si dicha bomba explotara a 5 km sobre una ciudad. Suponga que el diámetro de la bola de fuego es de 1 km y que la explosión durara 15 segundos. Investigue el nivel de radiación de energía al que tendría que estar expuesta la gente, las plantas y las casas y cómo dicha explosión los afectaría adversamente.

Elemento de diseño: "Icono de C&S © McGraw-Hill Education; Icono de PtD © McGraw-Hill Education; arte de la computadora © McGraw-Hill Education"

CAPÍTULO

13

TRANSFERENCIA DE CALOR POR RADIACIÓN

En el capítulo 12 se han considerado los aspectos fundamentales de la radiación y las propiedades de radiación de las superficies. Ahora se estudiará el intercambio de radiación entre dos o más superficies, lo que constituye el interés primordial en la mayoría de los problemas sobre radiación.

Este capítulo inicia con un análisis de los factores de visión y las reglas asociadas con ellas. Se dan las expresiones y las gráficas para los factores de visión de algunas configuraciones comunes, y se presenta el método de las cuerdas cruzadas. Después se analiza la transferencia de calor por radiación, primero entre las superficies negras y después entre superficies diferentes a la negra utilizando el método de la red de radiación. Se continúa con los blindajes de radiación y se analiza el efecto que tiene la radiación en las mediciones de temperatura y la comodidad. Por último, se estudia la radiación de gases y se analizan las absorciones y emisividades efectivas de los cuerpos gaseosos de formas diversas. También se estudia el intercambio de radiación entre las paredes de las cámaras de combustión y los gases de combustión que se emiten y se absorben a altas temperaturas en su interior.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al terminar de estudiar este capítulo, usted deberá ser capaz de:

- Definir el factor de visión y comprender su importancia en los cálculos de la transferencia de calor por radiación.
- Desarrollar las relaciones del factor de visión y calcular los factores de visión desconocidos en un recinto, mediante la aplicación de dichas relaciones.
- Calcular la transferencia de calor por radiación entre superficies negras.
- Determinar la transferencia de calor por radiación entre superficies difusas y grises en un recinto usando el concepto de radiosidad.
- Obtener las relaciones de la razón neta de transferencia de calor por radiación entre las superficies de un recinto de dos zonas, incluyendo dos placas paralelas grandes, dos cilindros concéntricos largos y dos esferas concéntricas.
- Cuantificar el efecto de los blindajes de radiación en la reducción de la transferencia de calor por radiación entre dos superficies y adquirir conciencia de la importancia del efecto de la radiación en las mediciones de temperatura.

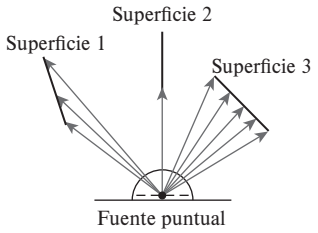


FIGURA 13-1

El intercambio de calor por radiación entre superficies depende de la *orientación* de las superficies entre sí, y esta dependencia respecto a la orientación se toma en cuenta con el *factor de visión.*

13-1 ▪ FACTOR VISIÓN

La transferencia de calor por radiación entre superficies depende de la *orientación* de las superficies entre sí, así como de sus propiedades de radiación y temperaturas, como se observa en la figura 13-1. Por ejemplo, en una casa móvil puede obtenerse el mayor provecho de una hoguera en una noche fría estacionándose lo más cerca al fuego y bloquear la posible radiación proveniente de la hoguera colocando el frente hacia esta y no de lado. De manera similar, una persona puede maximizar la cantidad de radiación solar incidente en ella y tomar un baño de Sol acostándose sobre su espalda boca arriba en lugar de permanecer de pie.

Para tomar en cuenta los efectos de la orientación en la transferencia de calor por radiación entre dos superficies, se define un nuevo parámetro llamado *factor de visión,* el cual es una cantidad puramente geométrica e independiente a las propiedades de las superficies y a la temperatura. También se le conoce como *factor de forma, factor de configuración* y *factor angular*. El factor de visión basado en la hipótesis de que las superficies son emisores difusivos y reflectores difusos se llama *factor de visión difusa,* y el que se basa en las superficies con emisoras difusas, pero reflectores especulares se llama *factor de visión especular*. En este libro solo se considera el intercambio de radiación entre superficies difusivas, por tanto, el término *factor de visión* simplemente significa *factor de visión difusiva.*

El factor de visión de una superficie *i* hacia una superficie *j* se denota como $F_{i \to j}$ o solamente $F_{ij,}$ y se define como:

F_{ij} = *la fracción de radiación que sale de la superficie i que incide en la superficie j directamente*

La notación $F_{i \to j}$ es formativa para los principiantes puesto que enfatiza que el factor de visión es para la radiación que viaja desde una superficie *i* hasta una *j*. Sin embargo, esta notación se convierte complicada cuando se utiliza muchas veces en un problema. En dichos casos es conveniente reemplazarla con su versión *abreviada* $F_{ij.}$

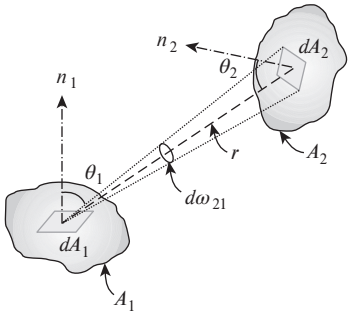


FIGURA 13-2

Configuración geométrica para la determinación del factor de visión entre dos superficies.

El factor de visión F_{12} representa la fracción de radiación que sale de la superficie 1 e incide sobre la superficie 2 directamente, y F_{21} representa la fracción de radiación que sale de la superficie 2 e incide sobre la superficie 1. Observe que la radiación que incide sobre una superficie no necesariamente es absorbida por dicha superficie. Asimismo, la radiación que incide sobre una superficie después de ser reflejada por otras superficies, no se considera en la evaluación de los factores de visión.

Para desarrollar una expresión general para el factor de visión, se tienen dos superficies diferenciales dA_1 y dA_2 sobre dos superficies arbitrariamente orientadas A_1 y A_2, respectivamente, como se muestra en la figura 13-2. La distancia entre dA_1 y dA_2 es r, y los ángulos entre las perpendiculares a las superficies y la línea que conecta dA_1 y dA_2 son θ_1 y θ_2, respectivamente. La superficie 1 emite y refleja radiación difusiva en todas direcciones con una intensidad constante I_1 y el ángulo sólido subtendido por dA_2 cuando se observa desde dA_1 es $d\omega_{21}$.

La velocidad a la que la radiación sale de dA_1 en la dirección de θ_1 es $I_1 \cos \theta_1 dA_1$. Dado que $d\omega_{21} = dA_2 \cos \theta_2 / r^2$, la porción de esta radiación que incide dA_2 es:

$$\dot{Q}_{dA_1 \to dA_2} = I_1 \cos\theta_1 \, dA_1 \, d\omega_{21} = I_1 \cos\theta_1 \, dA_1 \frac{dA_2 \cos\theta_2}{r^2} \qquad \textbf{(13-1)}$$

La razón total a la que la radiación sale de dA_1 (vía emisión y reflexión) en todas direcciones es la radiosidad (la cual es $J_1 = \pi I_1$) producto por el área superficial,

$$\dot{Q}_{dA_1} = J_1 \, dA_1 = \pi I_1 \, dA_1 \qquad \textbf{(13-2)}$$

Entonces, el *factor de visión diferencial* $dF_{dA_1 \to dA_2}$, el cual es la fracción de radiación que sale de dA_1 e incide sobre dA_2 directamente, se convierte en:

$$dF_{dA_1 \to dA_2} = \frac{\dot{Q}_{dA_1 \to dA_2}}{\dot{Q}_{dA_1}} = \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} dA_2 \tag{13-3}$$

El factor de visión diferencial $dF_{dA_2 \to dA_1}$ puede determinarse a partir de la ecuación 13-3, intercambiando los subíndices 1 y 2.

El factor de visión desde un área diferencial dA_1 hacia un área infinita A_2 puede determinarse a partir del hecho de que la fracción de radiación que sale *de* dA_1 que incide sobre A_2 es la suma de las fracciones de radiación incidentes sobre las áreas diferenciales dA_2. Por tanto, el factor de visión $F_{dA_1 \to A_2}$ se calcula integrando $dF_{dA_1 \to dA_2}$ sobre A_2,

$$F_{dA_1 \to A_2} = \int_{A_2} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} dA_2 \tag{13-4}$$

La razón total a la cual la radiación sale de toda el área A_1 (vía la emisión y la reflexión) en todas direcciones es:

$$\dot{Q}_{A_1} = J_1 A_1 = \pi I_1 A_1 \tag{13-5}$$

La porción de esta radiación que incide sobre dA_2 se calcula considerando la radiación que sale de dA_1 y que incide sobre dA_2 (dada por la ecuación 13-1), e integrándola sobre A_1,

$$\dot{Q}_{A_1 \to dA_2} = \int_{A_1} \dot{Q}_{dA_1 \to dA_2} = \int_{A_1} \frac{I_1 \cos\theta_1 \cos\theta_2 \, dA_2}{r^2} dA_1 \tag{13-6}$$

La integración de esta relación sobre A_2 proporciona la radiación que incide sobre toda el área A_2,

$$\dot{Q}_{A_1 \to A_2} = \int_{A_2} \dot{Q}_{A_1 \to dA_2} = \int_{A_2}\int_{A_1} \frac{I_1 \cos\theta_1 \cos\theta_2}{r^2} dA_1 \, dA_2 \tag{13-7}$$

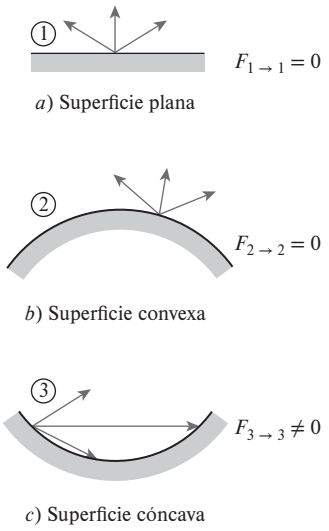
Si se divide este resultado entre la radiación total que sale de A_1 (de la ecuación 13-5) da la fracción de radiación que sale de A_1 y que incide sobre A_2, la cual es el factor de visión $F_{A_1 \to A_2}$ (o, F_{12} para abreviar),

$$F_{12} = F_{A_1 \to A_2} = \frac{\dot{Q}_{A_1 \to A_2}}{\dot{Q}_{A_1}} = \frac{1}{A_1}\int_{A_2}\int_{A_1} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} dA_1 \, dA_2 \tag{13-8}$$

El factor de visión $F_{A_2 \to A_1}$ se calcula a partir de la ecuación 13-8, intercambiando los subíndices 1 y 2,

$$F_{21} = F_{A_2 \to A_1} = \frac{\dot{Q}_{A_2 \to A_1}}{\dot{Q}_{A_2}} = \frac{1}{A_2}\int_{A_2}\int_{A_1} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} dA_1 \, dA_2 \tag{13-9}$$

Observe que I_1 es una constante; sin embargo, r, θ_1 y θ_2 son variables. Asimismo, las integraciones pueden llevarse a cabo en cualquier orden porque los límites de integración son constantes. Estas relaciones confirman que el factor de visión entre dos superficies depende de su orientación relativa y de la distancia entre ellas.



a) Superficie plana

b) Superficie convexa

c) Superficie cóncava

FIGURA 13-3

El factor de visión de una superficie hacia sí misma es *cero* en el caso de superficies *planas* y *convexas,* y *diferente de cero* para superficies *cóncavas*.

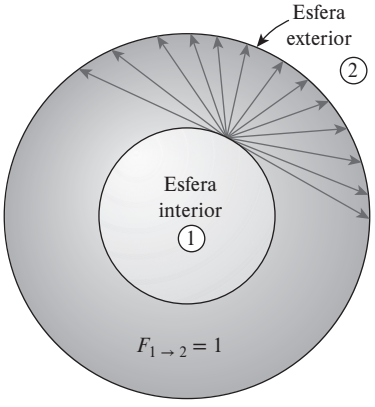


FIGURA 13-4

En una geometría que consta de dos esferas concéntricas, el factor de visión $F_{1 \to 2} = 1$ ya que toda la radiación que sale de la superficie de la esfera menor es interceptada por la esfera mayor.

Combinando las ecuaciones 13-8 y 13-9 después de multiplicar la primera por A_1 y la segunda por A_2 se obtiene:

$$A_1 F_{12} = A_2 F_{21} \tag{13-10}$$

la cual se conoce como la **relación de reciprocidad** para los factores de visión. Esta permite realizar el cálculo de un factor de visión a partir del conocimiento del otro.

Las relaciones del factor de visión desarrolladas anteriormente son aplicables a cualquier par de superficies *i* y *j*, siempre y cuando dichas superficies sean emisores y reflectores difusos (así que la hipótesis de intensidad constante es válida). Para el caso especial de $j = i$, se tiene:

$F_{i \to i}$ = *la fracción de radiación que sale de la superficie i que incide directamente sobre sí misma*

Note que en ausencia de campos electromagnéticos intensos los rayos de radiación viajan en trayectorias rectas, el factor de visión desde una superficie hacia dicha superficie es cero, a menos que la superficie se "vea" a sí misma. Por tanto, $F_{i \to i} = 0$ para superficies *planas* o *convexas* y $F_{i \to i} \neq 0$ para superficies cóncavas, como se muestra en la figura 13-3.

El valor del factor de visión varía desde *cero* hasta *uno*. El caso límite $F_{i \to i} = 0$ indica que las dos superficies no tienen línea de visión entre sí, y la radiación que sale de la superficie *i* no puede incidir sobre la superficie *j* directamente. El otro caso límite $F_{i \to j} = 1$ indica que la superficie *j* rodea completamente a la superficie *i*, de tal forma que toda la radiación que sale de la superficie *i* es interceptada por la superficie *j*. Por ejemplo, en una geometría que consta de dos esferas concéntricas, toda la radiación que sale de la superficie de la pequeña esfera (superficie 1) incide sobre la esfera más grande (superficie 2) y, por tanto, $F_{1 \to 2} = 1$, como se muestra en la figura 13-4.

El factor de visión ha probado ser de gran utilidad en el análisis de radiación debido a que permite expresar la *fracción de radiación* que sale de una superficie e incide en otra, en términos de la orientación de una en relación con la otra. La hipótesis subyacente en este proceso es que la radiación que una superficie recibe de una fuente es directamente proporcional al ángulo que abarca dicha superficie cuando esta se ve desde la fuente. Este sería el caso solo si la radiación proveniente de la fuente fuera *uniforme* en todas direcciones a través de su superficie y el medio entre las superficies no *absorbiera*, *emitiera* o *esparciera* radiación. Es decir, cuando las superficies son *isotérmicas,* así como emisores y reflectores *difusos,* y las superficies están separadas por un medio *no participante,* como el vacío o el aire.

El factor de visión $F_{1 \to 2}$ entre dos superficies A_1 y A_2 puede calcularse de una manera sistemática primero expresando el factor de visión entre dos diferentes áreas dA_1 y dA_2 en términos de las variables espaciales, y después se llevan a cabo las integraciones necesarias. Sin embargo, este método no es práctico porque aun en el caso para configuraciones geométricas simples, las integraciones resultantes son, por lo general, complejas y difíciles de realizar.

Los factores de visión de cientos de geometrías comunes han sido evaluados, y los resultados se proporcionan en forma analítica, gráfica y tabular en varias publicaciones. Las tablas y gráficas para configuraciones sencillas se proporcionan en publicaciones como la de Hamilton y Morgan (1952). Un gran número de resultados en forma de tablas fueron publicados en los libros de Siegel y Howell (2002) y Modest (2003). Siegel y Howell (2002) también dan un listado exhaustivo de fuentes bibliográficas de factores de visión más involucrados. La información más completa en forma tabular la proporcionó Howell (1982) en un catálogo. Algunas de las expresiones del factor de visión que aparecen en los libros y catálogos sobre

transferencia de calor son muy difíciles de utilizar. Thyageswaran (2017) dedujo una expresión analítica exacta, de forma cerrada y fácil de utilizar para simplificar los cálculos del factor de visión para el intercambio de radiación entre un par de rectángulos desiguales y directamente opuestos en planos paralelos. Los factores de visión de configuraciones geométricas seleccionadas se proporcionan en las tablas 13-1 y 13-2 en forma *analítica*, y en las figuras 13-5 a 13-8 en forma *gráfica*. Los factores de visión de la tabla 13-1 son para geometrías tridimensionales. Los factores de visión de la tabla 13-2 son para geometrías *infinitamente largas* en la dirección perpendicular al plano del papel y, por tanto, son bidimensionales.

TABLA 13-1

Expresiones para el factor de visión de algunas configuraciones geométricas comunes de tamaño finito (3-D)

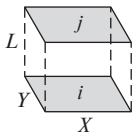
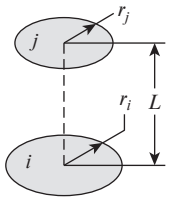
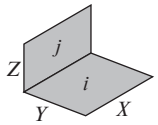
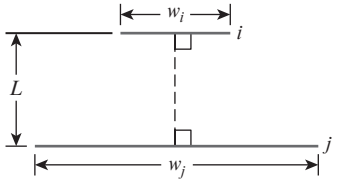
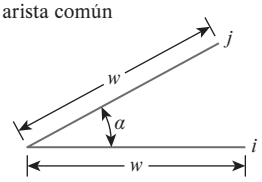
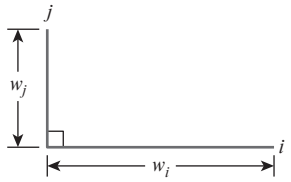
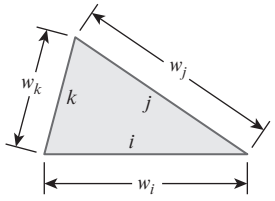
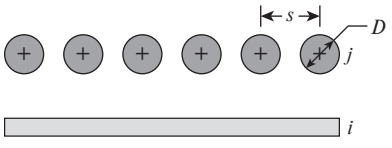
Configuración geométrica	Relación
Rectángulos paralelos alineados 	$\overline{X} = X/L$ y $\overline{Y} = Y/L$ $F_{i\to j} = \frac{2}{\pi \overline{X}\overline{Y}} \left\{ \ln \left[\frac{(1+\overline{X}^2)(1+\overline{Y}^2)}{1+\overline{X}^2+\overline{Y}^2} \right]^{1/2} + \overline{X}(1+\overline{Y}^2)^{1/2} \tan^{-1} \frac{\overline{X}}{(1+\overline{Y}^2)^{1/2}} + \overline{Y}(1+\overline{X}^2)^{1/2} \tan^{-1} \frac{\overline{Y}}{(1+\overline{X}^2)^{1/2}} - \overline{X} \tan^{-1} \overline{X} - \overline{Y} \tan^{-1} \overline{Y} \right\}$
Discos paralelos coaxiales 	$R_i = r_i/L$ y $R_j = r_j/L$ $S = 1 + \frac{1+R_j^2}{R_i^2}$ $F_{i\to j} = \frac{1}{2} \left\{ S - \left[S^2 - 4 \left(\frac{r_j}{r_i} \right)^2 \right]^{1/2} \right\}$ Para $r_i = r_j = r$ y $R = r/L$: $F_{i\to j} = F_{j\to i} = 1 + \frac{1-\sqrt{4R^2+1}}{2R^2}$
Rectángulos perpendiculares con una arista en común 	$H = Z/X$ y $W = Y/X$ $F_{i\to j} = \frac{1}{\pi W} \left(W \tan^{-1} \frac{1}{W} + H \tan^{-1} \frac{1}{H} - (H^2+W^2)^{1/2} \tan^{-1} \frac{1}{(H^2+W^2)^{1/2}} + \frac{1}{4} \ln \left\{ \frac{(1+W^2)(1+H^2)}{1+W^2+H^2} \left[\frac{W^2(1+W^2+H^2)}{(1+W^2)(W^2+H^2)} \right]^{W^2} \times \left[\frac{H^2(1+H^2+W^2)}{(1+H^2)(H^2+W^2)} \right]^{H^2} \right\} \right)$

TABLA 13-2

Expresiones para el factor de visión de algunas configuraciones geométricas (2-D) infinitamente largas

Configuración geométrica	Relación
Placas paralelas con líneas medias conectadas por una recta perpendicular. 	$W_i = w_i/L$ y $W_j = w_j/L$ $F_{i\to j} = \dfrac{[(W_i + W_j)^2 + 4]^{1/2} - [(W_j - W_i)^2 + 4]^{1/2}}{2W_i}$
Placas inclinadas de igual ancho y con una arista común 	$F_{i\to j} = 1 - \operatorname{sen}\dfrac{1}{2}\alpha$
Placas perpendiculares con una arista común 	$F_{i\to j} = \dfrac{1}{2}\left\{1 + \dfrac{w_j}{w_i} - \left[1 + \left(\dfrac{w_j}{w_i}\right)^2\right]^{1/2}\right\}$
Recinto de tres lados 	$F_{i\to j} = \dfrac{w_i + w_j - w_k}{2w_i}$
Placa infinita y fila de cilindros 	$F_{i\to j} = 1 - \left[1 - \left(\dfrac{D}{s}\right)^2\right]^{1/2} + \dfrac{D}{s}\tan^{-1}\left(\dfrac{s^2 - D^2}{D^2}\right)^{1/2}$

13-2 ▪ RELACIONES ENTRE LOS FACTORES DE VISIÓN

El análisis de radiación de un recipiente consta de N superficies, requiere la evaluación de N^2 factores de visión, y este proceso de evaluación constituye la parte que más tiempo ocupa en el análisis de radiación. Sin embargo, no es práctico ni necesario evaluar todos los factores de visión directamente. Una vez que se tiene un número suficiente de factores de visión, el resto se puede calcular utilizando algunas relaciones fundamentales, como se analizan posteriormente.

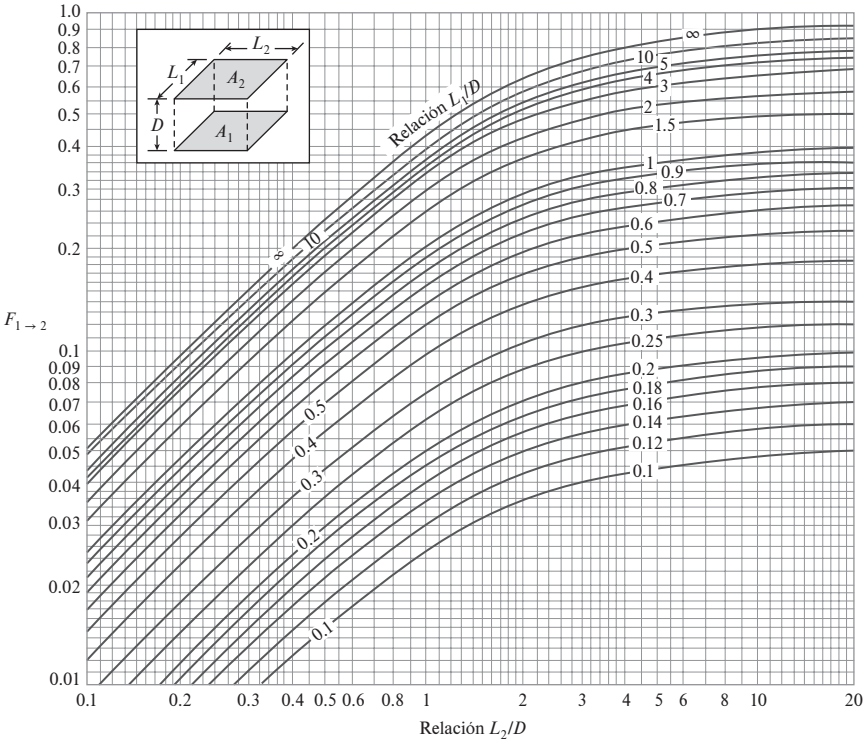


FIGURA 13-5

El factor de visión entre dos rectángulos paralelos alineados de igual tamaño.

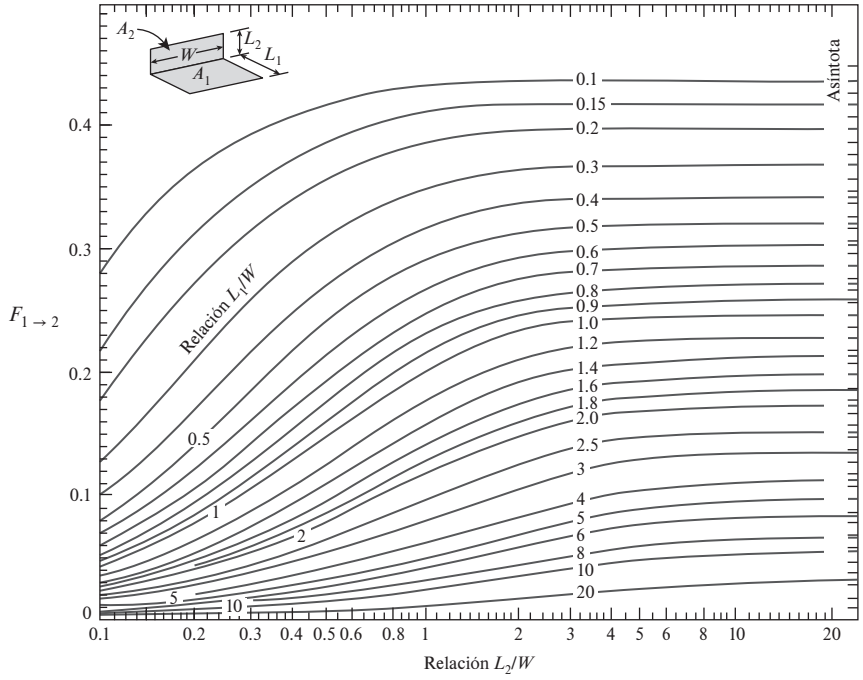


FIGURA 13-6

Factor de visión entre dos rectángulos perpendiculares con una arista en común.

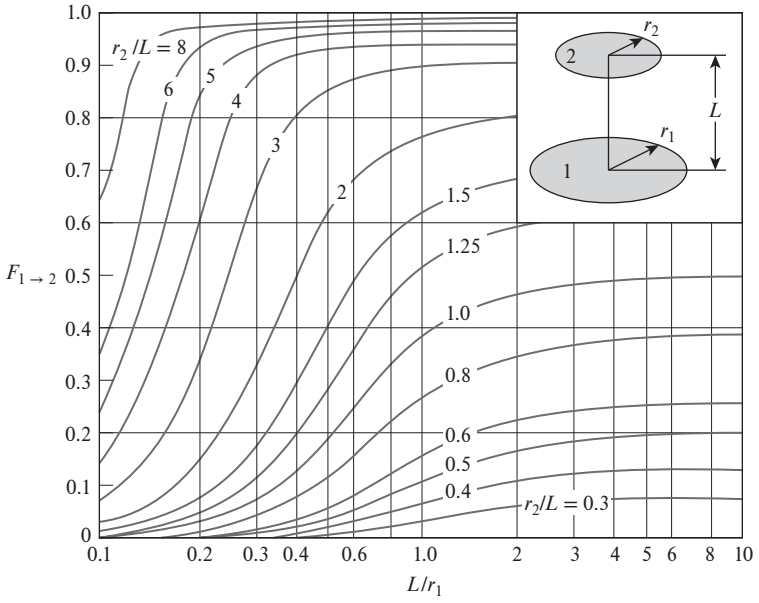


FIGURA 13-7

Factor de visión entre dos discos paralelos coaxiales.

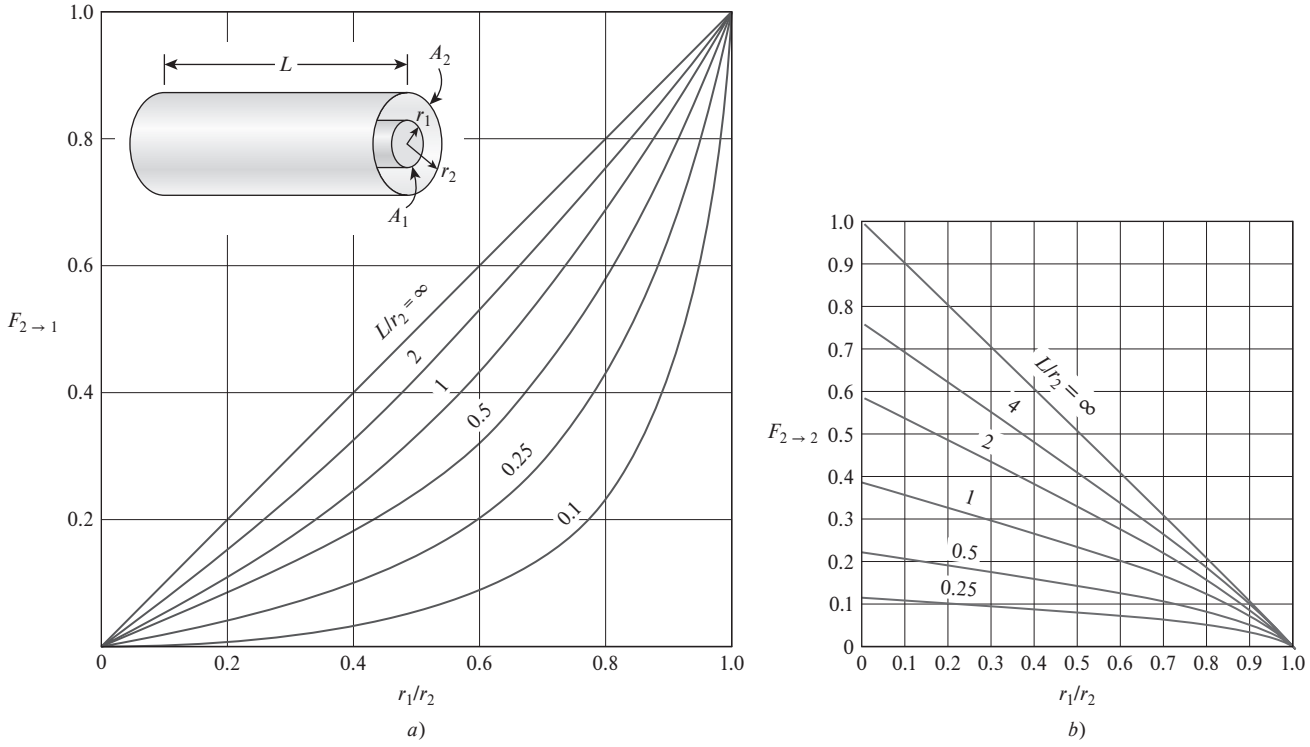


FIGURA 13-8

Factores de visión de dos cilindros concéntricos de longitud finita: *a*) cilindro exterior a cilindro interior; *b*) cilindro exterior hacia sí mismo.

1 Relación de reciprocidad

Los factores de visión $F_{i \to j}$ y $F_{j \to i}$ *no* son iguales entre sí, a menos que las áreas de las dos superficies lo sean. Es decir,

$$F_{j \to i} = F_{i \to j} \quad \text{cuando} \quad A_i = A_j$$
$$F_{j \to i} \neq F_{i \to j} \quad \text{cuando} \quad A_i \neq A_j$$

Se ha demostrado que el par de factores de visión $F_{i \to j}$ y $F_{j \to i}$ están relacionados entre sí por medio de:

$$A_i F_{i \to j} = A_j F_{j \to i} \tag{13-11}$$

Esta relación se conoce como **relación de reciprocidad** o **regla de reciprocidad,** y permite calcular la contraparte de un factor de visión a partir del conocimiento del factor en sí mismo y de las áreas de las dos superficies. Cuando se calcula el par de factores de visión $F_{i \to j}$ y $F_{j \to i}$, tiene sentido evaluar primero la más sencilla y después la compleja, aplicando la relación de reciprocidad.

2 Regla de la sumatoria

El análisis de radiación de una superficie normalmente requiere la radiación entrante o saliente en todas direcciones. La mayoría de los problemas sobre radiación que se encuentran en la práctica se involucran en espacios cerrados. En el planteamiento de un problema sobre radiación, se forma un *recinto cerrado* que consta de superficies que interactúan entre sí por radiación. Incluso, las aberturas se tratan como superficies imaginarias con propiedades relativas equivalentes a las de las aberturas.

El principio de la conservación de la energía requiere que toda la radiación que sale de una determinada superficie i de un recinto sea interceptada por las superficies del propio recinto. Por tanto, *la suma de los factores de visión desde la superficie i de un recinto hacia todas las superficies de él, incluyendo la suya, debe ser igual a la unidad.* A esto se le conoce como **regla de la sumatoria** de un recinto cerrado, y se expresa como (figura 13-9):

$$\sum_{j=1}^{N} F_{i \to j} = 1 \tag{13-12}$$

donde N es el número de superficies del recinto. Por ejemplo, aplicando la regla de la sumatoria a la superficie 1 de un recinto cerrado de tres superficies se obtiene:

$$\sum_{j=1}^{3} F_{1 \to j} = F_{1 \to 1} + F_{1 \to 2} + F_{1 \to 3} = 1$$

La regla de la sumatoria puede aplicarse a cada superficie de un recinto cerrado variando el valor de i desde 1 hasta N. Por tanto, la regla de la sumatoria aplicada a cada una de las N superficies de un recinto cerrado da N relaciones para el cálculo de los factores de visión. Asimismo, la regla de la reciprocidad proporciona $\frac{1}{2}N(N-1)$ relaciones adicionales. Por tanto, el número total de factores de visión que es necesario evaluar directamente para un recinto cerrado de N superficies es:

$$N^2 - [N + \tfrac{1}{2}N(N-1)] = \tfrac{1}{2}N(N-1)$$

Por ejemplo, para un recinto de seis superficies, es necesario calcular solo $\frac{1}{2} \times 6 (6-1) = 15$ de las $6^2 = 36$ factores de visión de forma directa. Los 21 factores res-

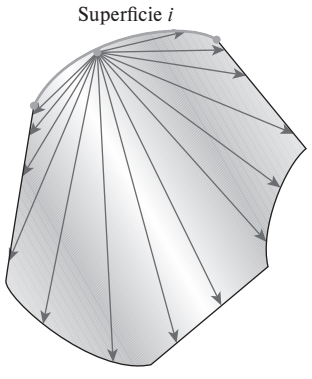


FIGURA 13-9

La radiación que sale de cualquier superficie i de un recinto cerrado debe ser interceptada por las superficies del recinto. Por tanto, la sumatoria de los factores de visión desde la superficie i hacia cada una de las demás superficies del recinto debe ser igual a la unidad.

tantes pueden calcularse a partir de las 21 ecuaciones que se obtienen aplicando las reglas de la reciprocidad y de la sumatoria.

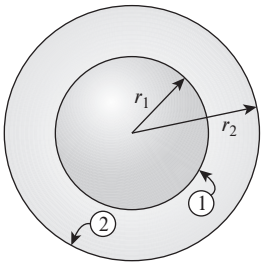


FIGURA 13-10
Configuración geométrica del ejemplo 13-1.

EJEMPLO 13-1 **Factores de visión asociados con dos esferas concéntricas**

Calcule los factores de visión asociados con un recinto cerrado formado por las dos esferas concéntricas que se muestran en la figura 13-10.

SOLUCIÓN Se calcularán los factores de visión asociados con dos esferas concéntricas.

Suposiciones Las superficies son emisores y reflectores difusos.

Análisis La superficie exterior de la pequeña esfera (superficie 1) y la superficie interior de la esfera grande (superficie 2) forman un recinto de dos superficies. Por tanto, $N = 2$ y este recinto incluye $N^2 = 2^2 = 4$ factores de visión, los cuales son F_{11}, F_{12}, F_{21} y F_{22}. En dicho recinto de dos superficies se necesita calcular:

$$\tfrac{1}{2}N(N-1) = \tfrac{1}{2} \times 2(2-1) = 1$$

factores de visión de forma directa. Los tres factores de visión restantes pueden calcularse mediante la aplicación de las reglas de la sumatoria y la reciprocidad. Sin embargo, se puede calcular no solo uno, sino *dos* factores de visión directamente en este caso por simple *inspección*:

$F_{11} = 0$, ya que no hay radiación que salga de la superficie 1 que incida en sí misma
$F_{12} = 1$, ya que no hay radiación que salga de la superficie 1 que incida en la superficie 2

En realidad, sería suficiente calcular solo uno de estos factores de visión por inspección, puesto que siempre se podrá calcular la otra a partir de la regla de la sumatoria aplicada a la superficie 1 como $F_{11} + F_{12} = 1$.

El factor de visión F_{21} se calcula aplicando la relación de reciprocidad a las superficies 1 y 2:

$$A_1 F_{12} = A_2 F_{21}$$

la cual da:

$$F_{21} = \frac{A_1}{A_2} F_{12} = \frac{4\pi r_1^2}{4\pi r_2^2} \times 1 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

Por último, el factor de visión F_{22} se calcula aplicando la regla de la sumatoria a la superficie 2:

$$F_{21} + F_{22} = 1$$

y, por tanto,

$$F_{22} = 1 - F_{21} = 1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

Discusión Cuando la esfera exterior es más grande que la interior $(r_2 \gg r_1)$, F_{22} se aproxima a uno. Lo calculado se espera ya que la fracción de radiación que sale a la esfera exterior que es interceptada por la esfera interior será despreciable para este caso. Asimismo, observe que las dos esferas que se consideran no necesariamente son concéntricas. Sin embargo, el análisis de radiación será más preciso en el caso de esferas concéntricas, puesto que es muy probable que la radiación sea uniforme en todas las superficies.

3 Regla de la superposición

Algunas veces, el factor de visión asociado con una determinada geometría no está disponible en tablas ni gráficas estándar. Para dichos casos, es conveniente expresar la geometría en cuestión como la suma o diferencia de algunas geometrías cuyos factores de visión sean conocidos y, después, aplicar la **regla de la superposición**, la cual puede expresarse como *el factor de visión desde una superficie i hacia otra superficie j que es igual a la suma de los factores de visión de la superficie i hacia las partes de la superficie j*. Observe que lo opuesto a este enunciado no es válido. Es decir, el factor de visión desde una superficie *j* hacia otra superficie *i no* es igual a la suma de los factores de visión de las partes de la superficie *j* hacia la superficie *i.*

Considere la geometría de la figura 13-11, la cual es infinitamente larga en la dirección perpendicular al plano del papel. La radiación que sale de la superficie 1 e incide en las superficies combinadas 2 y 3 es igual a la suma de la radiación que incide sobre las superficies 2 y 3; por tanto, el factor de visión de la superficie 1 hacia las superficies combinadas de 2 y 3 es:

$$F_{1 \to (2,\,3)} = F_{1 \to 2} + F_{1 \to 3} \tag{13-13}$$

Suponga que se necesita encontrar el factor $F_{1 \to 3}$. Una revisión rápida a las expresiones y gráficas del factor de visión en esta sección revela que dicho factor de visión no puede evaluarse de forma directa. Sin embargo, el factor de visión $F_{1 \to 3}$ puede calcularse de la ecuación 13-13 después de calcular $F_{1 \to 2}$ y $F_{1 \to (2,\,3)}$ de la gráfica de la tabla 13-2. Así, es posible calcular algunos factores de visión complicados con determinada facilidad para expresar una o ambas áreas como la suma o diferencia de las áreas y después aplicar la regla de la superposición.

Para obtener una relación del factor de visión $F_{(2,\,3) \to 1}$, se multiplica la ecuación 13-13 por $A_{1:}$

$$A_1 F_{1 \to (2,\,3)} = A_1 F_{1 \to 2} + A_1 F_{1 \to 3}$$

y se aplica la relación de reciprocidad a cada término para obtener:

$$(A_2 + A_3) F_{(2,\,3) \to 1} = A_2 F_{2 \to 1} + A_3 F_{3 \to 1}$$

o

$$F_{(2,\,3) \to 1} = \frac{A_2 F_{2 \to 1} + A_3 F_{3 \to 1}}{A_2 + A_3} \tag{13-14}$$

Las áreas que se expresan como la suma de más de dos partes se pueden manejar de una manera similar.

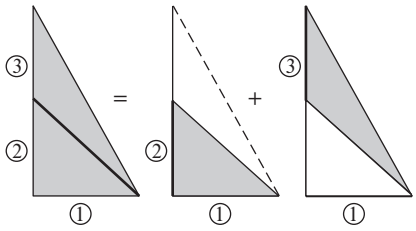


FIGURA 13-11

El factor de visión desde una superficie hacia una superficie compuesta es igual a la suma de los factores de visión de aquella hacia las partes de la superficie compuesta.

EJEMPLO 13-2 **Fracción de radiación que sale a través de una abertura**

Calcule la fracción de la radiación que sale de la base del recinto cilíndrico que se muestra en la figura 13-12 que escapa a través de una abertura en forma de anillo coaxial en su tapa superior. El radio y la longitud del recinto son $r_1 = 10$ cm y $L = 10$ cm, mientras que los radios interior y exterior del anillo son $r_2 = 5$ cm y $r_3 = 8$ cm, respectivamente.

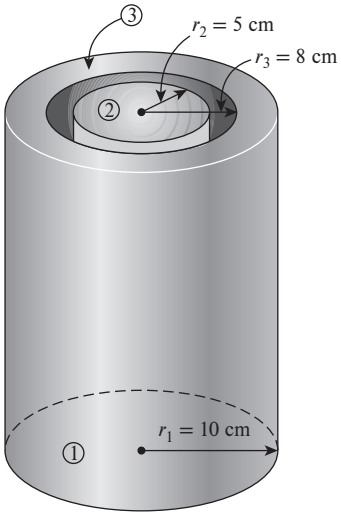


FIGURA 13-12

Recinto cilíndrico considerado en el ejemplo 13-2.

SOLUCIÓN Se calculará la fracción de radiación que sale de la base de un recinto cilíndrico a través de una abertura en forma de un anillo coaxial en su tapa superior.

Suposiciones La superficie de la base es un emisor y un reflector difusivo.

Análisis Se pide que se calcule la fracción de radiación que sale de la base del recinto que escapa a través de una abertura en la tapa superior. En realidad, lo que se calcula es simplemente el *factor de visión* $F_{1 \to \text{anillo}}$ desde la base del recinto hasta la superficie en forma de anillo en la tapa superior.

No se tiene una expresión analítica o una gráfica para consultar los factores de visión entre un área circular y un anillo coaxial, por lo que no se puede calcular $F_{1 \to \text{anillo}}$ de forma directa. Sin embargo, se tiene una gráfica de factores de visión entre dos discos paralelos coaxiales y se puede expresar un anillo en términos de discos.

Suponga la superficie de la base de radio $r_1 = 10$ cm, la superficie 1, el área circular de $r_2 = 5$ cm en la parte superior, la superficie 2, y el área circular de $r_3 = 8$ cm, la superficie 3. Se utiliza la regla de la superposición, el factor de visión de la superficie 1 a la superficie 3 puede expresarse como:

$$F_{1 \to 3} = F_{1 \to 2} + F_{1 \to \text{anillo}}$$

puesto que la superficie 3 es la suma de la superficie 2 y el área del anillo. Los factores de visión $F_{1 \to 2}$ y $F_{1 \to 3}$ se calculan a partir de la gráfica de la figura 13-7.

$$\frac{L}{r_1} = \frac{10 \text{ cm}}{10 \text{ cm}} = 1 \quad \text{y} \quad \frac{r_2}{L} = \frac{5 \text{ cm}}{10 \text{ cm}} = 0.5 \xrightarrow{\text{(Fig. 13–7)}} = 0.11$$

$$\frac{L}{r_1} = \frac{10 \text{ cm}}{10 \text{ cm}} = 1 \quad \text{y} \quad \frac{r_3}{L} = \frac{8 \text{ cm}}{10 \text{ cm}} = 0.8 \xrightarrow{\text{(Fig. 13–7)}} = 0.28$$

Por tanto,

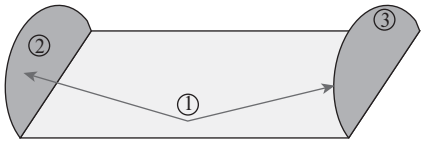
$$F_{1 \to \text{anillo}} = F_{1 \to 3} - F_{1 \to 2} = 0.28 - 0.11 = \mathbf{0.17}$$

el cual es el resultado que se desea. Observe que $F_{1 \to 2}$ y $F_{1 \to 3}$ representan las fracciones de radiación que sale de la base que incide en las superficies circulares 2 y 3, respectivamente, y su diferencia da la fracción que incide en el área del anillo.

4 Regla de la simetría

El cálculo de los factores de visión en un problema puede simplificarse aún más si la geometría de que se trate posee algún tipo de simetría. Por tanto, es bueno revisar si existe algún tipo de *simetría* en un problema antes de calcular los factores de visión de forma directa. La simetría puede determinarse *por inspección*, considerando la definición de factor de visión. Las superficies idénticas orientadas de una manera idéntica respecto a otra superficie, interceptarán cantidades idénticas de radiación que sale de dicha superficie. Por tanto, la **regla de la simetría** puede expresarse como *dos (o más) superficies que posean simetría respecto a una tercera superficie tendrán factores de visión idénticos desde esa superficie* (figura 13-13).

La regla de la simetría también puede expresarse como *si las superficies j y k fueran simétricas respecto a la superficie i, entonces* $F_{i \to j} = F_{i \to k}$. Utilizando la regla de la reciprocidad, se puede demostrar que la relación $F_{j \to i} = F_{k \to i}$ es también válida en este caso.



$F_{1 \to 2} = F_{1 \to 3}$
(También, $F_{2 \to 1} = F_{3 \to 1}$)

FIGURA 13-13

Dos superficies simétricas respecto a una tercera superficie, tendrá el mismo factor de visión desde esta última.

EJEMPLO 13-3 **Factores de visión asociados con un tetrágono**

Calcule los factores de visión desde la base de la pirámide que se muestra en la figura 13-14 hasta cada una de las cuatro superficies laterales. La base de la pirámide es cuadrada y sus superficies laterales son triángulos isósceles.

SOLUCIÓN Se calcularán los factores de visión desde la base de una pirámide hacia cada una de sus cuatro superficies laterales para el caso de una base cuadrada.

Suposiciones Las superficies son emisores y reflectores difusos.

Análisis La base de la pirámide (superficie 1) y sus cuatro superficies laterales (superficies 2, 3, 4 y 5) forman un recinto cerrado de cinco superficies. El primer aspecto que se puede observar en este recinto es su simetría. Las cuatro superficies laterales son simétricas respecto a la superficie de la base. Entonces, al aplicar la *regla de la simetría*, se tiene que:

$$F_{12} = F_{13} = F_{14} = F_{15}$$

Asimismo, la *regla de la sumatoria* aplicada a la superficie 1 da:

$$\sum_{j=1}^{5} F_{1j} = F_{11} + F_{12} + F_{13} + F_{14} + F_{15} = 1$$

Sin embargo, $F_{11} = 0$, puesto que la base es una superficie *plana*. Entonces, las dos relaciones anteriores dan:

$$F_{12} = F_{13} = F_{14} = F_{15} = \mathbf{0.25}$$

Discusión Observe que cada una de las cuatro superficies laterales de la pirámide reciben un cuarto de toda la radiación que sale de la superficie de la base, como se esperaba. Asimismo, observe que la simetría simplifica el cálculo de los factores de visión.

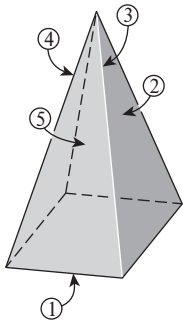


FIGURA 13-14
Pirámide considerada en el ejemplo 13-3.

EJEMPLO 13-4 **Factores de visión asociados con un ducto triangular**

Calcule el factor de visión desde cualquier lado de un ducto triangular infinitamente largo, hasta cualquier otro de los lados de dicho ducto cuya sección transversal se proporciona en la figura 13-15.

SOLUCIÓN Se calcularán los factores de visión asociados con un ducto triangular infinitamente largo.

Suposiciones Las superficies son emisores y reflectores difusos.

Análisis Los anchos de los lados de la sección transversal triangular del ducto son L_1, L_2 y L_3, y las áreas correspondientes son A_1, A_2 y A_3, respectivamente. Como el ducto es infinitamente largo, la fracción de radiación que sale de cualquier superficie que se escape a través de los extremos del ducto se considera despreciable. Por tanto, el ducto infinitamente largo puede considerarse un recinto cerrado de tres superficies, $N = 3$.

Este recinto involucra $N^2 = 3^2 = 9$ factores de visión, por lo que es necesario calcular:

$$\tfrac{1}{2}N(N-1) = \tfrac{1}{2} \times 3(3-1) = 3$$

de estos factores de visión. Por fortuna, se pueden calcular los tres por inspección, y así se obtiene:

$$F_{11} = F_{22} = F_{33} = 0$$

ya que las tres superficies son planas. Los factores de visión restantes pueden calcularse por medio de la aplicación de las reglas de la sumatoria y de la reciprocidad.

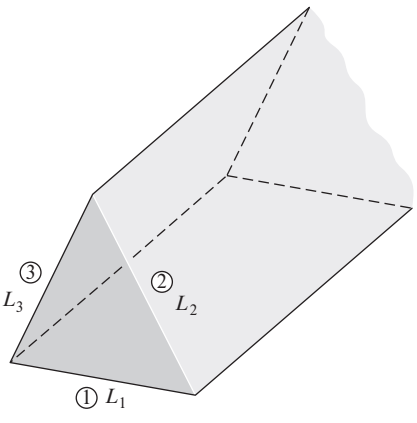


FIGURA 13-15
El ducto triangular infinitamente largo considerado en el ejemplo 13-4.

Aplicando la regla de la sumatoria a cada una de las tres superficies se tiene:

$$F_{11} + F_{12} + F_{13} = 1$$
$$F_{21} + F_{22} + F_{23} = 1$$
$$F_{31} + F_{32} + F_{33} = 1$$

Se observa que $F_{11} = F_{22} = F_{33} = 0$ y multiplicando la primera ecuación por A_1, la segunda por A_2 y la tercera por A_3 se tiene:

$$A_1F_{12} + A_1F_{13} = A_1$$
$$A_2F_{21} + A_2F_{23} = A_2$$
$$A_3F_{31} + A_3F_{32} = A_3$$

Por último, aplicando las tres relaciones de reciprocidad $A_1 F_{12} = A_2 F_{21}$, $A_1 F_{13} = A_3 F_{31}$, y $A_2 F_{23} = A_3 F_{32}$ se obtiene:

$$A_1F_{12} + A_1F_{13} = A_1$$
$$A_1F_{12} + A_2F_{23} = A_2$$
$$A_1F_{13} + A_2F_{23} = A_3$$

Esto es un conjunto de tres ecuaciones algebraicas con tres incógnitas, el cual puede resolverse para obtener:

$$F_{12} = \frac{A_1 + A_2 - A_3}{2A_1} = \frac{\boldsymbol{L_1 + L_2 - L_3}}{\boldsymbol{2L_1}}$$
$$F_{13} = \frac{A_1 + A_3 - A_2}{2A_1} = \frac{\boldsymbol{L_1 + L_3 - L_2}}{\boldsymbol{2L_1}} \qquad \textbf{(13-15)}$$
$$F_{23} = \frac{A_2 + A_3 - A_1}{2A_2} = \frac{\boldsymbol{L_2 + L_3 - L_1}}{\boldsymbol{2L_2}}$$

Discusión Observe que se reemplazan las áreas de los lados por sus anchos correspondientes para efectos de simplificación, ya que $A = L_S$ y la longitud s puede factorizarse y eliminarse. Se pueden generalizar estos resultados como *el factor de visión desde una superficie de un ducto triangular muy largo hacia otra superficie es igual a la suma de los anchos de dicho par de superficies menos el ancho de la tercera superficie y todo esto dividido entre dos veces el ancho de la primera superficie.*

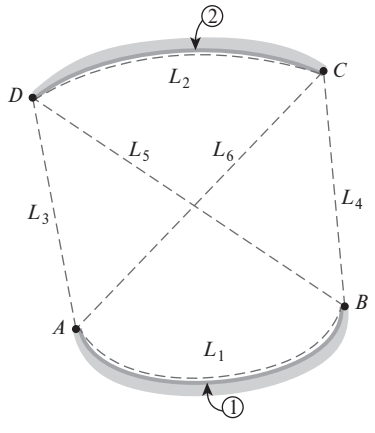


FIGURA 13-16

Determinación del factor de visión $F_{1 \to 2}$ por medio de la aplicación del método de las cuerdas cruzadas.

Factores de visión entre superficies infinitamente largas: el método de las cuerdas cruzadas

Muchos problemas involucran geometrías que tienen secciones transversales constantes, como canales y ductos que son *demasiado largos* en una dirección en relación con las demás dimensiones. Dichas geometrías pueden considerarse apropiadamente como *bidimensionales*, puesto que cualquier interacción de radiaciones a través de las superficies de sus extremos es despreciable. Dichas geometrías pueden modelarse subsecuentemente como si tuvieran una *longitud infinita*, y el factor de visión entre sus superficies puede calcularse por medio de un método sencillo conocido como *método de las cuerdas cruzadas* desarrollado por H.C. Hottel en 1950. Las superficies de la geometría no necesitan ser planas; pueden ser convexas, cóncavas o de cualquier forma irregular.

Para demostrar dicho método, considere la geometría que se muestra en la figura 13-16 para calcular el factor de visión $F_{1 \to 2}$ entre las superficies 1 y 2. Lo primero

es identificar los puntos extremos de las superficies (los puntos A, B, C y D) y conectarlos entre sí con cuerdas tensas, las cuales se indican por medio de líneas punteadas. Hottel demostró que el factor de visión $F_{1\to 2}$ puede expresarse en términos de las longitudes de dichas cuerdas tensas, las cuales son líneas rectas, como:

$$F_{1\to 2}=\frac{(L_5+L_6)-(L_3+L_4)}{2L_1} \tag{13-16}$$

Observe que $L_5 + L_6$ es la suma de las longitudes de las *cuerdas cruzadas*, y $L_3 + L_4$ es la suma de las longitudes de las *cuerdas sin cruzar* conectadas a los puntos extremos. Por tanto, el método de las cuerdas cruzadas de Hottel puede expresarse como:

$$F_{i\to j}=\frac{\sum(\text{cuerdas cruzadas})-\sum(\text{cuerdas sin cruzar})}{2\times(\text{longitud de la cuerda sobre la superficie } i)} \tag{13-17}$$

El método de las cuerdas cruzadas es aplicable aun cuando las dos superficies en consideración compartan una arista, como sucede en el caso de un triángulo. En dichos casos, la arista en común puede tratarse como una cadena imaginaria de longitud cero. El método también se puede aplicar a superficies parcialmente bloqueadas por otras, permitiendo que las cuerdas rodeen a las superficies bloqueadas.

EJEMPLO 13-5 **El método de las cuerdas cruzadas para el cálculo de los factores de visión**

Dos placas paralelas infinitamente largas con anchos $a = 12$ cm y $b = 5$ cm están ubicadas a una distancia $c = 6$ cm entre sí, como se muestra en la figura 13-17. *a*) Calcule el factor de visión $F_{1\to 2}$ de la superficie 1 a la superficie 2 utilizando el método de las cuerdas cruzadas. *b*) Deduzca la fórmula de las cuerdas cruzadas formando triángulos sobre la geometría dada y utilizando la ecuación 13-15 para los factores de visión entre los lados de los triángulos.

SOLUCIÓN Se calcularán los factores de visión entre dos placas paralelas infinitamente largas utilizando el método de las cuerdas cruzadas y se deducirá la fórmula para el factor de visión.

Suposiciones Las superficies son emisores y reflectores difusos.

Análisis *a*) Primero se asignan los puntos extremos de ambas superficies y se trazan líneas rectas punteadas entre dichos puntos extremos, como se muestra en la figura 13-17. Después se identifican las cuerdas que se cruzan y sin cruzar, y se aplica el método de las cuerdas cruzadas (ecuación 13-17) para calcular el factor de visión $F_{1\to 2}$.

$$F_{1\to 2}=\frac{\sum(\text{cuerdas cruzadas})-\sum(\text{cuerdas sin cruzar})}{2\times(\text{longitud de la cuerda sobre la superficie 1})}=\frac{(L_5+L_6)-(L_3+L_4)}{2L_1}$$

Donde:

$$L_1=a=12\text{ cm} \qquad L_4=\sqrt{7^2+6^2}=9.22\text{ cm}$$
$$L_2=b=5\text{ cm} \qquad L_5=\sqrt{5^2+6^2}=7.81\text{ cm}$$
$$L_3=c=6\text{ cm} \qquad L_6=\sqrt{12^2+6^2}=13.42\text{ cm}$$

Sustituyendo:

$$F_{1\to 2}=\frac{[(7.81+13.42)-(6+9.22)]\text{ cm}}{2\times 12\text{ cm}}=\mathbf{0.250}$$

b) La geometría es infinitamente larga en la dirección perpendicular al plano del papel y, por tanto, las dos placas (superficies 1 y 2) y las dos aberturas

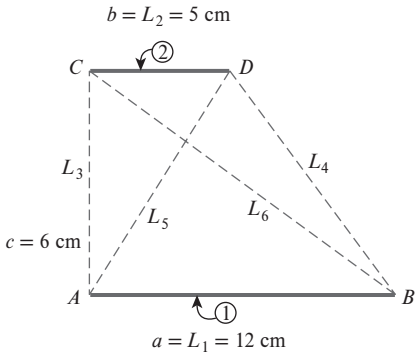


FIGURA 13-17

Las dos placas paralelas infinitamente largas consideradas en el ejemplo 13-5.

(superficies imaginarias 3 y 4) forman un recinto de cuatro superficies. Después, aplicando la regla de la sumatoria a la superficie 1 se obtiene:

$$F_{11} + F_{12} + F_{13} + F_{14} = 1$$

Sin embargo, $F_{11} = 0$ puesto que se trata de una superficie plana; por tanto:

$$F_{12} = 1 - F_{13} - F_{14}$$

donde los factores de visión F_{13} y F_{14} pueden calcularse considerando los triángulos *ABC* y *ABD*, respectivamente, y aplicando la ecuación 13-15 para obtener los factores de visión entre los lados de los triángulos. Así se obtiene:

$$F_{13} = \frac{L_1 + L_3 - L_6}{2L_1}, \quad F_{14} = \frac{L_1 + L_4 - L_5}{2L_1}$$

Sustituyendo:

$$F_{12} = 1 - \frac{L_1 + L_3 - L_6}{2L_1} - \frac{L_1 + L_4 - L_5}{2L_1}$$
$$= \frac{(L_5 + L_6) - (L_3 + L_4)}{2L_1}$$

la cual constituye el resultado deseado. Esto también es una pequeña demostración del método de las cuerdas cruzadas aplicado al caso de dos superficies paralelas planas de longitud infinita.

13-3 ▪ TRANSFERENCIA DE CALOR POR RADIACIÓN: SUPERFICIES NEGRAS

Hasta el momento se ha estudiado la naturaleza de la radiación, las propiedades de radiación de los materiales y los factores de visión, y ahora se está preparado para estudiar la velocidad de transferencia de calor entre superficies por radiación. El análisis del intercambio de radiación entre superficies, en general, es complejo debido a la reflexión: un haz de radiación que sale de una superficie puede ser reflejado varias veces, y puede reflejarse parcialmente en cada superficie antes de que sea absorbido por completo. El análisis se simplifica cuando las superficies involucradas pueden aproximarse como si fueran cuerpos negros debido a la ausencia de reflexiones. En esta sección se estudia el intercambio de radiación solo entre *superficies negras*; en la siguiente sección se hará extensivo el análisis a superficies reflejantes.

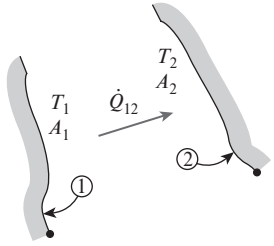


FIGURA 13-18

Dos superficies negras genéricas que se mantienen a temperaturas uniformes T_1 y T_2.

Considere dos superficies negras de forma arbitraria que se mantienen a las temperaturas uniformes T_1 y T_2, como se muestra en la figura 13-18. Reconociendo que la radiación sale de una superficie oscura a una velocidad de $E_b = \sigma T^4$ por unidad de superficie y que el factor de visión $F_{1 \to 2}$ representa la fracción de radiación que sale de la superficie 1 que incide sobre la superficie 2 y $F_{2 \to 1}$ representa la fracción de radiación que sale de la superficie 2 que incide sobre la 1. La velocidad *neta* de transferencia de calor por radiación de la superficie 1 a la 2 puede expresarse como:

$$\dot{Q}_{1 \to 2} = \begin{pmatrix} \text{Radiación que sale de toda} \\ \text{la superficie 1 que incide} \\ \text{sobre la superficie 2} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \text{Radiación que sale de toda} \\ \text{la superficie 2 que incide} \\ \text{sobre la superficie 1} \end{pmatrix}$$
$$= A_1 E_{b1} F_{1 \to 2} - A_2 E_{b2} F_{2 \to 1} \quad \text{(W)} \qquad \textbf{(13-18)}$$

Aplicando la relación de reciprocidad $A_1 F_{1 \to 2} = A_2 F_{2 \to 1}$ se obtiene:

$$\dot{Q}_{1 \to 2} = A_1 F_{1 \to 2} \sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad \text{(W)} \qquad \textbf{(13-19)}$$

la cual es la relación deseada. La ecuación 13-19 proporciona la razón *neta* a la que la radiación *sale* de la superficie 1 como resultado de su interacción con la 2, la cual es igual a la razón *neta* a la que la 2 *gana* radiación debido a su interacción con la superficie 1. Un valor negativo de $\dot{Q}_{1\to 2}$ indica que la transferencia de calor por radiación *neta* es desde la superficie 2 hacia la 1.

Ahora considere un *recinto* cerrado que conste de *N superficies negras* que se mantienen a temperaturas específicas. La transferencia de calor por radiación *neta desde* cualquier superficie *i* de este recinto, se calcula sumando las transferencias de calor por radiación netas desde la superficie *i* hasta cada una de las superficies del recinto:

$$\dot{Q}_i = \sum_{j=1}^{N} \dot{Q}_{i\to j} = \sum_{j=1}^{N} A_i F_{i\to j}\sigma(T_i^4 - T_j^4) \qquad \text{(W)} \qquad \textbf{(13-20)}$$

De nuevo, el valor negativo de $\dot{Q}$ indica que la transferencia de calor por radiación *neta* es *hacia* la superficie *i* (es decir, *i gana* energía de radiación en lugar de perderla). Asimismo, la transferencia de calor *neta* desde una superficie hacia sí misma es igual a cero, sin importar la forma de la superficie.

EJEMPLO 13-6 **Transferencia de calor por radiación en un horno oscuro**

Considere el horno cúbico de 5 m × 5 m × 5 m que se muestra en la figura 13-19, cuyas superficies se aproximan a superficies negras. La base, la cubierta y las superficies laterales del horno se mantienen a temperaturas uniformes de 800 K, 1 500 K y 500 K, respectivamente. Calcule *a*) la razón neta de transferencia de calor por radiación entre las superficies de la base y las laterales, *b*) la razón neta de transferencia de calor por radiación entre la superficie de la base y la cubierta, y *c*) la transferencia de calor por radiación de la superficie de la base.

SOLUCIÓN Las superficies de un horno cúbico son negras y se mantienen a temperaturas uniformes. Se calculará la razón *neta* de transferencia de calor por radiación entre las superficies de la base y las laterales, entre la base y la cubierta y desde la base.

Suposiciones Las superficies son negras e isotérmicas.

Análisis *a*) La geometría involucra seis superficies y, por tanto, en un inicio se puede tratar al horno como un recinto con seis superficies. Sin embargo, las cuatro superficies laterales poseen las mismas propiedades y, por ende, se puede tratar como una sola superficie lateral en el análisis de radiación. Se considera la superficie de la base como la superficie 1, la superficie superior como la superficie 2 y las superficies laterales como la superficie 3. Entonces, el problema se reduce a calcular $\dot{Q}_{1\to 3}$, $\dot{Q}_{1\to 2}$, y $\dot{Q}_1$.

La razón *neta* de transferencia de calor por radiación $\dot{Q}_{1\to 3}$ de la superficie 1 a la superficie 3 puede calcularse con la ecuación 13-19, ya que ambas superficies involucradas son negras, reemplazando el subíndice 2 por el 3:

$$\dot{Q}_{1\to 3} = A_1 F_{1\to 3}\sigma(T_1^4 - T_3^4)$$

Sin embargo, primero se necesita evaluar el factor de visión $F_{1\to 3}$. Después de verificar las gráficas y tablas del factor de visión, se da uno cuenta que no se puede calcular este factor de forma directa. Pero se puede calcular el factor de visión $F_{1\to 2}$ de la figura 13-5 como $F_{1\to 2} = 0.2$, y se sabe que $F_{1\to 1} = 0$ puesto que la superficie 1 es un plano. Después, aplicando la regla de la sumatoria a la superficie 1 se obtiene:

$$F_{1\to 1} + F_{1\to 2} + F_{1\to 3} = 1$$

o

$$F_{1\to 3} = 1 - F_{1\to 1} - F_{1\to 2} = 1 - 0 - 0.2 = 0.8$$

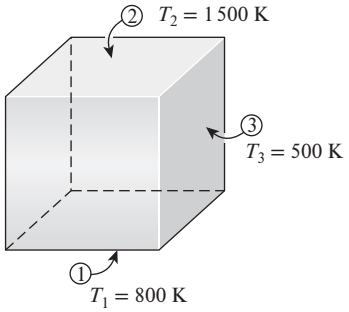


FIGURA 13-19
Horno cúbico de superficies negras considerado en el ejemplo 13-6.

Sustituyendo:

$$\dot{Q}_{1\to 3} = (25\ \text{m}^2)(0.8)(5.67\times 10^{-8}\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}^4)[(800\ \text{K})^4 - (500\ \text{K})^4]$$
$$= \mathbf{394\ kW}$$

b) La razón *neta* de transferencia de calor por radiación $\dot{Q}_{1\to 2}$ de la superficie 1 a la 2, se calcula de manera similar con la ecuación 13-19 como:

$$\dot{Q}_{1\to 2} = A_1 F_{1\to 2}\sigma(T_1^4 - T_2^4)$$
$$= (25\ \text{m}^2)(0.2)(5.67\times 10^{-8}\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}^4)[(800\ \text{K})^4 - (1\ 500\ \text{K})^4]$$
$$= \mathbf{-1\ 319\ kW}$$

El signo negativo indica que la razón *neta* de transferencia de calor por radiación es de la superficie 2 a la 1.

c) La transferencia de calor por radiación *neta* de la superficie de la base $\dot{Q}_1$ se calcula a partir de la ecuación 13-20, reemplazando el subíndice *i* por el 1 y haciendo $N = 3$:

$$\dot{Q}_1 = \sum_{j=1}^{3}\dot{Q}_{1\to j} = \dot{Q}_{1\to 1} + \dot{Q}_{1\to 2} + \dot{Q}_{1\to 3}$$
$$= 0 + (-1\ 319\ \text{kW}) + (394\ \text{kW})$$
$$= \mathbf{-925\ kW}$$

De nuevo, el signo negativo indica que la transferencia de calor por radiación *neta* es *hacia* la superficie 1. Es decir, la base del horno gana radiación *neta* a una velocidad de 925 kW.

13-4 ▪ TRANSFERENCIA DE CALOR POR RADIACIÓN: SUPERFICIES DIFUSAS Y GRISES

El análisis de la transferencia de calor en recintos cerrados con superficies negras es relativamente sencillo, como se ha visto; sin embargo, la mayor parte de recintos tienen superficies no negras, las cuales permiten reflexiones múltiples. El análisis de radiación de dichos recintos se torna muy complejo, a menos que se realicen ciertas suposiciones para simplificarlo.

Para hacer factible un simple análisis de radiación, es común suponer que las superficies de un recinto sean *opacas*, *difusas* y *grises*. Es decir, que las superficies son no transparentes, son emisores difusos y reflectores difusos, y que sus propiedades de radiación son independientes de la longitud de onda. Asimismo, cada superficie del recinto es *isotérmica,* y tanto la radiación entrante como la saliente son *uniformes* en toda la superficie. Sin embargo, primero estudia el concepto de radiosidad que se presentó en el capítulo 12.

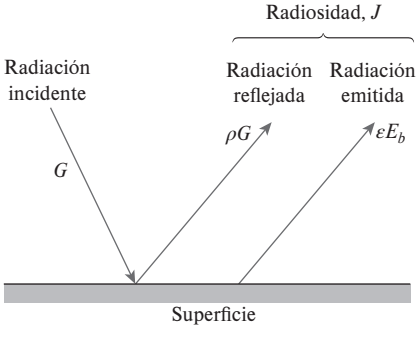


FIGURA 13-20

La radiosidad representa la suma de la energía de radiación emitida y reflejada por una superficie.

Radiosidad

Las superficies emiten radiación, y también la reflejan, por tanto, la radiación que sale a una superficie consta de partes emitidas y partes reflejadas. El cálculo de la transferencia de calor por radiación entre superficies involucra la energía de radiación *total* que fluye desde una superficie sin importar su origen. *A la energía de radiación total que sale de una superficie por unidad de tiempo y por unidad de área se le llama* **radiosidad**, y se denota por la letra *J* (figura 13-20).

Para una superficie *gris* y *opaca* i ($\varepsilon_i = \alpha_i$ y $\alpha_i + \rho_i = 1$), la radiosidad puede expresarse como:

$$\begin{aligned} J_i &= \begin{pmatrix}\text{Radiación emitida}\\ \text{por la superficie } i\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{Radiación reflejada}\\ \text{por la superficie } i\end{pmatrix} \\ &= \varepsilon_i E_{bi} + \rho_i G_i \\ &= \varepsilon_i E_{bi} + (1-\varepsilon_i) G_i \quad (\text{W/m}^2) \end{aligned} \tag{13-21}$$

donde $E_{bi} = \sigma T_i^4$ es la potencia de emisión de cuerpo negro de la superficie i, y G_i es la irradiación (es decir, la energía de radiación incidente sobre la superficie i por unidad de tiempo por unidad de área).

Para una superficie que puede aproximarse a *un cuerpo negro* ($\varepsilon_i = 1$), la relación de radiosidad se reduce a:

$$J_i = E_{bi} = \sigma T_i^4 \qquad \text{(cuerpo negro)} \tag{13-22}$$

Es decir, *la radiosidad de un cuerpo negro es igual a su potencia emisiva*. Esto tiene lógica, ya que un cuerpo negro no refleja ninguna radiación y, por tanto, la radiación que proviene de un cuerpo negro se debe solo a la emisión.

Transferencia de calor por radiación neta hacia o desde una superficie

Durante una interacción por radiación, una superficie *pierde* energía emitiendo radiación, y la *gana* absorbiendo la radiación emitida por otras superficies. Una superficie experimenta una ganancia neta o una pérdida neta de energía dependiendo de qué cantidad es mayor. La razón *neta* de transferencia de calor por radiación desde una superficie i con un área A_i se denota por $\dot{Q}_i$, y se expresa como:

$$\begin{aligned} \dot{Q}_i &= \begin{pmatrix}\text{Radiación incidente}\\ \text{sobre toda la superficie } i\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\text{Radiación que sale}\\ \text{de toda la superficie } i\end{pmatrix} \\ &= A_i(J_i - G_i) \quad (\text{W}) \end{aligned} \tag{13-23}$$

Despejando G_i de la ecuación 13-21 y sustituyendo en la ecuación 13-23 da:

$$\dot{Q}_i = A_i\left(J_i - \frac{J_i - \varepsilon_i E_{bi}}{1-\varepsilon_i}\right) = \frac{A_i \varepsilon_i}{1-\varepsilon_i}(E_{bi} - J_i) \qquad (\text{W}) \tag{13-24}$$

Por analogía eléctrica con la ley de Ohm, esta ecuación puede reordenarse como:

$$\dot{Q}_i = \frac{E_{bi} - J_i}{R_i} \qquad (\text{W}) \tag{13-25}$$

donde:

$$R_i = \frac{1-\varepsilon_i}{A_i \varepsilon_i} \tag{13-26}$$

es la **resistencia superficial** a la radiación. La cantidad $E_{bi} - J_i$ corresponde a una *diferencia de potencial* y la razón neta de transferencia de calor por radiación corresponde a la *corriente* en la analogía eléctrica, como se muestra en la figura 13-21.

La dirección de la transferencia de calor por radiación neta depende de las magnitudes relativas de J_i (la radiosidad) y E_{bi} (la potencia emisiva de un cuerpo negro a la temperatura de la superficie). Es *desde* la superficie si $E_{bi} > J_i$ y *hacia* la superficie si $J_i > E_{bi}$. Un valor negativo de $\dot{Q}_i$ indica que la transferencia de calor es *hacia* la superficie. Toda esta energía de radiación ganada debe ser eliminada desde el otro lado de la superficie a través de algún mecanismo, si la temperatura de la superficie va a permanecer constante.

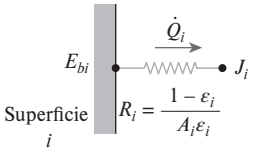


FIGURA 13-21
Analogía eléctrica de la resistencia superficial a la radiación.

La resistencia superficial a la radiación para un *cuerpo negro* es *cero* puesto que $\varepsilon_i = 1$ y $J_i = E_{bi}$. La razón neta de transferencia de calor por radiación en este caso se calcula de forma directa de la ecuación 13-23.

Algunas superficies que se encuentran en numerosas aplicaciones prácticas de la transferencia de calor se pueden modelar como si fueran *adiabáticas* porque sus lados negros están bien aislados y la transferencia neta de calor a través de dichas superficies es cero. Cuando los efectos de la convección en el lado frontal (transferencia de calor) de dicha superficie son despreciables y se alcanzan las condiciones de estado estacionario, la superficie debe perder tanta energía de radiación como la gana y, por tanto, $\dot{Q}_i = 0$. En dichos casos, se dice que la superficie *irradia* toda la energía de radiación que recibe, y a dicha superficie se le llama **superficie reirradiante**. Así, se hace que $\dot{Q}_i = 0$ en la ecuación 13-25 se tiene:

$$J_i = E_{bi} = \sigma T_i^4 \quad (\text{W/m}^2) \tag{13-27}$$

La *temperatura* de una superficie reirradiante en condiciones estacionarias puede calcularse a partir de la ecuación 13-27, una vez que se conoce su radiosidad. La temperatura de una superficie reirradiante es *independiente de su emisividad*. En el análisis de radiación, la resistencia superficial de una superficie reirradiante es despreciada porque no existe ninguna transferencia de calor neta a través de ella. (Esto es como el hecho de que no hay necesidad de considerar una resistencia en una red eléctrica si no existe ninguna corriente fluyendo por dicha red).

Transferencia de calor por radiación neta entre dos superficies

Considere dos superficies difusas, grises y opacas con una forma arbitraria que se mantienen a temperaturas uniformes, como se muestra en la figura 13-22. Reconociendo que la radiosidad J representa la razón de radiación que sale de una superficie por unidad de superficie y que el factor de visión $F_{i \to j}$ representa la fracción de radiación que sale de la superficie i que incide sobre la j, la razón *neta* de transferencia de calor por radiación de la superficie i hacia la j puede expresarse como:

$$\dot{Q}_{i \to j} = \begin{pmatrix} \text{Radiación que sale de} \\ \text{toda la superficie } i \text{ y que} \\ \text{incide sobre la superficie } j. \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \text{Radiación que sale de} \\ \text{toda la superficie } j \text{ y que} \\ \text{incide sobre la superficie } i. \end{pmatrix}$$

$$= A_i J_i F_{i \to j} - A_j J_j F_{j \to i} \quad (\text{W}) \tag{13-28}$$

Aplicando la relación de reciprocidad $A_i F_{i \to j} = A_j F_{j \to i}$ se tiene:

$$\dot{Q}_{i \to j} = A_i F_{i \to j}(J_i - J_j) \quad (\text{W}) \tag{13-29}$$

De nuevo se realiza una analogía con la ley de Ohm, esta ecuación puede reordenarse como:

$$\dot{Q}_{i \to j} = \frac{J_i - J_j}{R_{i \to j}} \quad (\text{W}) \tag{13-30}$$

donde:

$$R_{i \to j} = \frac{1}{A_i F_{i \to j}} \tag{13-31}$$

es la **resistencia espacial** de radiación. La cantidad $J_i - J_j$ corresponde a la *diferencia de potencial,* y la razón neta de transferencia de calor entre dos superficies corresponde a la *corriente* en la analogía eléctrica, como se muestra en la figura 13-22.

La dirección de la transferencia de calor por radiación neta entre dos superficies depende de las magnitudes relativas de J_i y J_j. Un valor positivo de $\dot{Q}_{i \to j}$ indica que la transferencia de calor neta es *desde* la superficie *i hacia* la *j.* Un valor negativo indica lo opuesto.

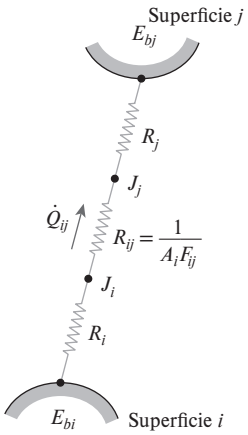


FIGURA 13-22

Analogía eléctrica de la resistencia espacial a la radiación.

En un recinto de N superficies, el principio de conservación de la energía requiere que la transferencia de calor neta desde la superficie i sea igual a la suma de las transferencias de calor netas desde la superficie i hacia cada una de las N superficies del recinto. Es decir,

$$\dot{Q}_i = \sum_{j=1}^{N} \dot{Q}_{i \to j} = \sum_{j=1}^{N} A_i F_{i \to j}(J_i - J_j) = \sum_{j=1}^{N} \frac{J_i - J_j}{R_{i \to j}} \quad \text{(W)} \tag{13-32}$$

En la figura 13-23 se representa la red de la transferencia de calor por radiación neta desde la superficie i hasta las superficies restantes de un recinto de N superficies. Observe que $\dot{Q}_{i \to i}$ (la razón de transferencia de calor neta desde una superficie hacia sí misma) es cero, sin importar la forma de la superficie. Combinando las ecuaciones 13-25 y 13-32 da:

$$\frac{E_{bi} - J_i}{R_i} = \sum_{j=1}^{N} \frac{J_i - J_j}{R_{i \to j}} \quad \text{(W)} \tag{13-33}$$

la cual tiene una interpretación análoga eléctrica: *el flujo de radiación neto desde una superficie a través de su resistencia superficial es igual a la suma de los flujos de radiación desde dicha superficie hacia todas las demás superficies a través de las resistencias espaciales correspondientes.*

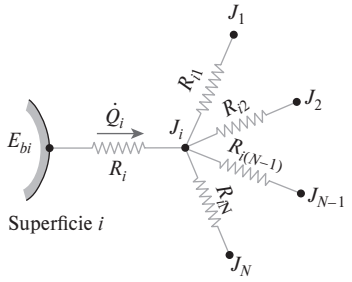


FIGURA 13-23

Representación de red de la transferencia de calor por radiación neta de la superficie i a las demás superficies de un recinto con N superficies.

Métodos de solución de problemas sobre radiación

En el análisis de radiación de un recinto cerrado, deben proporcionarse la temperatura o la razón neta de transferencia de calor de cada una de las superficies para poder obtener una solución única de las temperaturas superficiales y razón de transferencia de calor desconocidas. Existen dos métodos para resolver problemas sobre radiación. En el primero, las ecuaciones 13-32 (para superficies con tasas de transferencia de calor específicas) y 13-33 (para superficies con temperaturas específicas) se simplifican y reordenan de la siguiente manera:

Superficies con una razón neta de transferencia de calor $\dot{Q}$

$$\dot{Q}_i = A_i \sum_{j=1}^{N} F_{i \to j}(J_i - J_j) \tag{13-34}$$

Superficies con una temperatura específica T_i

$$\sigma T_i^4 = J_i + \frac{1 - \varepsilon_i}{\varepsilon_i} \sum_{j=1}^{N} F_{i \to j}(J_i - J_j) \tag{13-35}$$

Observe que $\dot{Q}_i = 0$ en el caso de superficies aisladas (o reirradiantes) y $\sigma T_i^4 = J_i$ para superficies negras puesto que $\varepsilon_i = 1$ en ese caso. Asimismo, el término correspondiente a $j = i$ se elimina en cualquiera de las relaciones porque $J_i - J_j = J_i - J_i = 0$ en ese caso.

Las ecuaciones anteriores proporcionan N ecuaciones algebraicas lineales para la determinación de las N radiosidades desconocidas en un recinto de N superficies. Una vez que las radiosidades $J_1, J_2, \ldots, J_N$ estén disponibles, las razones de transferencia de calor desconocidas pueden calcularse a partir de la ecuación 13-34, mientras que las temperaturas superficiales desconocidas pueden calcularse a partir de la ecuación 13-35. Las temperaturas de superficies aisladas o reirradiantes pueden calcularse de $\sigma T_i^4 = J_i$. Un valor positivo de $\dot{Q}_i$ indica una transferencia de calor por radiación neta *desde* la superficie i hacia las demás superficies en el recinto, mientras que un valor negativo indica una transferencia de calor por radiación neta *hacia* la superficie.

El método sistemático descrito para resolver problemas sobre transferencia de calor por radiación es muy apropiado para utilizarse con los populares programas de ecuaciones, como el EES, Mathcad y Matlab, en especial cuando existe un gran número de superficies y es conocido como el **método directo** (antes *método matricial*, ya que da como resultado matrices y su solución requería un conocimiento de álgebra lineal). El segundo método, el cual se describe a continuación, se llama **método de la red,** y se basa en la analogía de la red eléctrica.

El método de la red fue el primero presentado por A.K. Oppenheim en 1950, y encontró una gran aceptación debido a su simplicidad y énfasis en la física del problema. La aplicación de este método es directa: dibuje una resistencia superficial asociada con cada superficie del recinto y conéctelas a resistencias espaciales. Después, resuelva el problema de radiación tratándolo como un problema de red eléctrica donde la transferencia de calor por radiación reemplace a la corriente y la radiosidad reemplace al potencial.

Sin embargo, el método de la red no es práctico para recintos con más de 3 o 4 superficies, debido a la enorme complejidad de la red. A continuación se aplica el método para solucionar problemas sobre radiación en recintos de dos y tres superficies.

Transferencia de calor por radiación en recintos de dos superficies

Considere un recinto cerrado que conste de dos superficies opacas a las temperaturas específicas T_1 y T_2, como se muestra en la figura 13-24, y trate de calcular la razón neta de transferencia de calor por radiación entre las dos superficies por medio del método de la red. Las superficies 1 y 2 tienen emisividades ε_1 y ε_2 y superficies A_1 y A_2, y se mantienen a temperaturas uniformes T_1 y T_2, respectivamente. Existen solo dos superficies en el recinto cerrado, y por tanto, se obtiene:

$$\dot{Q}_{12} = \dot{Q}_1 = -\dot{Q}_2$$

Es decir, la razón neta de transferencia de calor por radiación de la superficie 1 a 2 debe ser igual a la razón neta de transferencia de calor por radiación *desde* la superficie 1 y a la razón neta de transferencia de calor por radiación *hacia* la superficie 2.

La red de radiación de este recinto de dos superficies consta de dos resistencias superficiales y una resistencia espacial, como se muestra en la figura 13-24. En una red eléctrica, la corriente eléctrica que circula a través de estas resistencias conectadas en serie pueden calcularse dividiendo la diferencia de potencial entre los puntos A y B entre la resistencia total entre el mismo par de puntos. La razón neta de transferencia por radiación se calcula de la misma forma, y se expresa como:

$$\dot{Q}_{12} = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{R_1 + R_{12} + R_2} = \dot{Q}_1 = -\dot{Q}_2$$

o

$$\dot{Q}_{12} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\dfrac{1-\varepsilon_1}{A_1\varepsilon_1} + \dfrac{1}{A_1F_{12}} + \dfrac{1-\varepsilon_2}{A_2\varepsilon_2}} \quad \text{(W)} \qquad \textbf{(13-36)}$$

Este importante resultado es aplicable a cualquier par de superficies grises, difusas y opacas que forman el recinto cerrado. El factor de visión F_{12} depende de la configuración geométrica y debe calcularse primero. En la tabla 13-3 se proporcionan formas simplificadas de la ecuación 13-36 para algunos arreglos que aparecen cotidianamente y que forman un recinto cerrado de dos superficies. Observe que $F_{12} = 1$ para todos estos casos especiales.

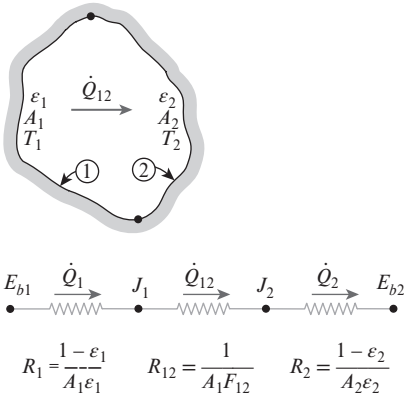


FIGURA 13-24

Esquema de un recinto cerrado de dos superficies y la red de radiación asociada con este.

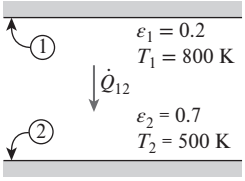


FIGURA 13-25

Las dos placas paralelas consideradas en el ejemplo 13-7.

EJEMPLO 13-7 **Transferencia de calor por radiación entre placas paralelas**

Dos placas muy grandes se mantienen a temperaturas uniformes $T_1 = 800$ K y $T_2 = 500$ K y tienen emisividades $\varepsilon_1 = 0.2$ y $\varepsilon_2 = 0.7$, respectivamente, como se muestra en la figura 13-25. Calcule la razón de transferencia de calor por radiación *neta* entre las dos superficies por unidad de área superficial de las placas.

SOLUCIÓN Dos placas paralelas de gran tamaño se mantienen a temperaturas uniformes. Se calculará la razón *neta* de transferencia de calor por radiación entre las placas.

Suposiciones Ambas superficies son opacas, difusas y grises.

Análisis La razón *neta* de transferencia de calor por radiación entre las dos placas por unidad de área se calcula con la ecuación 13-38:

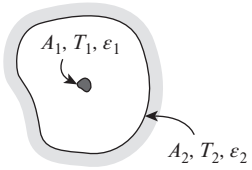
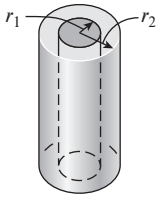
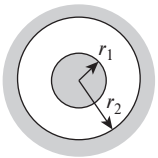
$$\dot{q}_{12} = \frac{\dot{Q}_{12}}{A} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1}{\varepsilon_2} - 1} = \frac{(5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4)[(800\ \text{K})^4 - (500\ \text{K})^4]}{\dfrac{1}{0.2} + \dfrac{1}{0.7} - 1}$$

$$= \mathbf{3\,625\ W/m^2}$$

Discusión Observe que el calor a una razón *neta* de 3 625 W se transfiere de la placa 1 a la placa 2 por radiación por unidad de superficie de cualquiera de las placas.

TABLA 13-3

Relaciones de transferencia de calor por radiación para algunos arreglos comunes con dos superficies

Objeto pequeño en una cavidad grande		$\dfrac{A_1}{A_2} \approx 0$ $F_{12} = 1$	$\dot{Q}_{12} = A_1\sigma\varepsilon_1(T_1^4 - T_2^4)$ **(13-37)**
Placas paralelas infinitamente grandes	A_1, T_1, ε_1 A_2, T_2, ε_2	$A_1 = A_2 = A$ $F_{12} = 1$	$\dot{Q}_{12} = \dfrac{A\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1}{\varepsilon_2} - 1}$ **(13-38)**
Cilindros concéntricos infinitamente largos		$\dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{r_1}{r_2}$ $F_{12} = 1$	$\dot{Q}_{12} = \dfrac{A_1\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2}\left(\dfrac{r_1}{r_2}\right)}$ **(13-39)**
Esferas concéntricas		$\dfrac{A_1}{A_2} = \left(\dfrac{r_1}{r_2}\right)^2$ $F_{12} = 1$	$\dot{Q}_{12} = \dfrac{A_1\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2}\left(\dfrac{r_1}{r_2}\right)^2}$ **(13-40)**

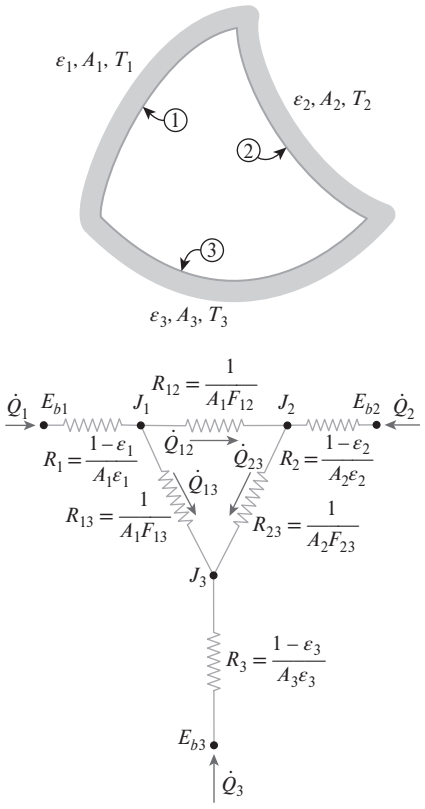


FIGURA 13-26

Esquema de un recinto cerrado de tres superficies y la red de radiación asociada con este.

Transferencia de calor por radiación en recintos con tres superficies

Ahora se estudia un recinto cerrado que consta de tres superficies opacas, difusas y grises, las cuales se muestran en la figura 13-26. Las superficies 1, 2 y 3 tienen superficies A_1, A_2 y A_3; emisividades ε_1, ε_2 y ε_3; y temperaturas uniformes T_1, T_2 y T_3, respectivamente. La red de radiación de esta geometría está diseñada siguiendo el procedimiento estándar: trace una resistencia superficial asociada con cada una de las tres superficies y conecte estas resistencias superficiales con resistencias espaciales, como se muestra en la figura. Las relaciones de ambas resistencias se proporcionan en las ecuaciones 13-26 y 13-31. Los tres potenciales en los puntos extremos E_{b1}, E_{b2} y E_{b3}, son considerados como conocidos, puesto que se especifican las temperaturas superficiales. Entonces, todo lo que se necesita es encontrar las radiosidades J_1, J_2 y J_3. Las tres ecuaciones para la determinación de dichas incógnitas se obtienen del requerimiento de que la *suma algebraica de las corrientes (transferencia de calor por radiación neta) en cada nodo debe ser igual a cero*; es decir,

$$\begin{aligned}
\frac{E_{b1}-J_1}{R_1}+\frac{J_2-J_1}{R_{12}}+\frac{J_3-J_1}{R_{13}}&=0\\
\frac{J_1-J_2}{R_{12}}+\frac{E_{b2}-J_2}{R_2}+\frac{J_3-J_2}{R_{23}}&=0\\
\frac{J_1-J_3}{R_{13}}+\frac{J_2-J_3}{R_{23}}+\frac{E_{b3}-J_3}{R_3}&=0
\end{aligned} \qquad \textbf{(13-41)}$$

Una vez que las radiosidades J_1, J_2 y J_3 están disponibles, las razones netas de las transferencias de calor por radiación en cada superficie pueden calcularse con la ecuación 13-32.

El conjunto de ecuaciones anterior se simplifica aún más si una o más superficies son "especiales" de alguna forma. Por ejemplo, $J_i = E_{bi} = \sigma T_i^4$ para una superficie *negra o reirradiante*. Asimismo, $Q_i = 0$ para una superficie reirradiante. Por último, cuando la razón *neta* de transferencia de calor por radiación $\dot{Q}_i$ se especifica para una superficie i en lugar de la temperatura, el término $(E_{bi} - J_i)/R_i$ debe reemplazarse por la $\dot{Q}_i$ específica.

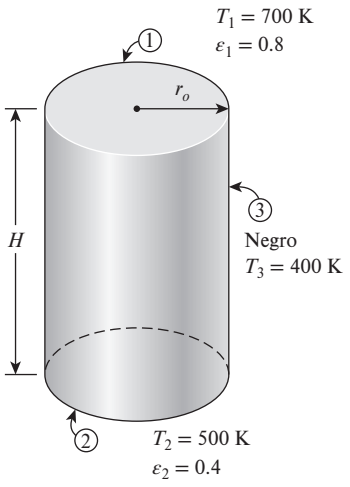


FIGURA 13-27

El horno cilíndrico considerado en el ejemplo 13-8.

EJEMPLO 13-8 **Transferencia de calor por radiación en un horno cilíndrico**

Considere un horno cilíndrico en el que $r_o = H = 1$ m, como se muestra en la figura 13-27. La cubierta (superficie 1) y la base (superficie 2) del horno tienen emisividades $\varepsilon_1 = 8$ y $\varepsilon_2 = 0.4$, respectivamente, y se mantienen a temperaturas uniformes $T_1 = 700$ K y $T_2 = 500$ K. La superficie lateral se aproxima mucho a un cuerpo negro y se mantiene a una temperatura $T_3 = 400$ K. Calcule la razón *neta* de transferencia de calor por radiación en cada superficie durante la operación estacionaria, y explique cómo pueden mantenerse estas superficies a las temperaturas especificadas.

SOLUCIÓN Las superficies de un horno cilíndrico se mantienen a temperaturas uniformes. Se calculará la razón *neta* de transferencia de calor por radiación en cada superficie durante la operación estacionaria.

Suposiciones **1** Existen condiciones de operación estacionaria. **2** Las superficies son opacas, difusas y grises. **3** No se considera la transferencia de calor por convección.

Análisis Este problema se resuelve de forma sistemática utilizando el método directo para demostrar su uso. El horno cilíndrico puede considerarse un recinto cerrado con tres superficies:

$$A_1 = A_2 = \pi r_0^2 = \pi(1\ \text{m})^2 = 3.14\ \text{m}^2$$
$$A_3 = 2\pi r_o H = 2\pi(1\ \text{m})(1\ \text{m}) = 6.28\ \text{m}^2$$

El factor de visión desde la base hacia la cubierta es, de la figura 13-7, $F_{12} = 0.38$. Entonces, el factor de visión desde la base hacia la superficie lateral se calcula aplicando la regla de la sumatoria:

$$F_{11} + F_{12} + F_{13} = 1 \rightarrow F_{13} = 1 - F_{11} - F_{12} = 1 - 0 - 0.38 = 0.62$$

como la superficie de la base es plana, por tanto, $F_{11} = 0$. Las superficies superior e inferior son simétricas respecto a la superficie lateral, $F_{21} = F_{12} = 0.38$ y $F_{23} = F_{13} = 0.62$. El factor de visión F_{31} se calcula a partir de la relación de reciprocidad como:

$$A_1 F_{13} = A_3 F_{31} \rightarrow F_{31} = F_{13}(A_1/A_3) = (0.62)(0.314/0.628) = 0.31$$

Asimismo, $F_{32} = F_{31} = 0.31$ debido a la simetría. Ahora que todos los factores de visión están disponibles, se aplica la ecuación 13-35 a cada superficie para calcular las radiosidades:

$$\textit{Superficie de la cubierta}\ (i = 1):\quad \sigma T_1^4 = J_1 + \frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1}[F_{12}(J_1 - J_2) + F_{13}(J_1 - J_3)]$$

$$\textit{Superficie del fondo}\ (i = 2):\quad \sigma T_2^4 = J_2 + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2}[F_{21}(J_2 - J_1) + F_{23}(J_2 - J_3)]$$

$$\textit{Superficie lateral}\ (i = 3):\quad \sigma T_3^4 = J_3 + 0\ \text{(puesto que la superficie 3 es negra y, por tanto, } \varepsilon_3 = 1)$$

Sustituyendo las cantidades conocidas da:

$$(5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4)(700\ \text{K})^4 = J_1 + \frac{1-0.8}{0.8}[0.38(J_1 - J_2) + 0.62(J_1 - J_3)]$$

$$(5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4)(500\ \text{K})^4 = J_2 + \frac{1-0.4}{0.4}[0.38(J_2 - J_1) + 0.62(J_2 - J_3)]$$

$$(5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4)(400\ \text{K})^4 = J_3$$

Despejando J_1, J_2 y J_3 en estas ecuaciones se tiene:

$$J_1 = 11\,418\ \text{W/m}^2, \quad J_2 = 4\,562\ \text{W/m}^2, \quad \text{y} \quad J_3 = 1\,452\ \text{W/m}^2$$

Entonces, las razones *netas* de transferencia de calor por radiación en las tres superficies se calculan con la ecuación 13-34 como:

$$\begin{aligned}\dot{Q}_1 &= A_1[F_{1\to 2}(J_1 - J_2) + F_{1\to 3}(J_1 - J_3)] \\ &= (3.14\ \text{m}^2)[0.38(11\,418 - 4\,562) + 0.62(11\,418 - 1\,452)]\ \text{W/m}^2 \\ &= \mathbf{27.6\ kW}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{Q}_2 &= A_2[F_{2\to 1}(J_2 - J_1) + F_{2\to 3}(J_2 - J_3)] \\ &= (3.14\ \text{m}^2)[0.38(4\,562 - 11\,418) + 0.62(4\,562 - 1\,452)]\ \text{W/m}^2 \\ &= \mathbf{-2.13\ kW}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{Q}_3 &= A_3[F_{3\to 1}(J_3 - J_1) + F_{3\to 2}(J_3 - J_2)] \\ &= (6.28\ \text{m}^2)[0.31(1\,452 - 11\,418) + 0.31(1\,452 - 4\,562)]\ \text{W/m}^2 \\ &= \mathbf{-25.5\ kW}\end{aligned}$$

Observe que la dirección de la transferencia de calor por radiación *neta* es *desde* la cubierta *hacia* la base y las laterales, y que la suma algebraica de estas tres ecuaciones debe ser igual a cero. Es decir,

$$\dot{Q}_1 + \dot{Q}_2 + \dot{Q}_3 = 27.6 + (-2.13) + (-25.5) \cong 0$$

Discusión Para mantener las superficies a las temperaturas específicas, se debe suministrar calor a la cubierta continuamente a una velocidad de 27.6 kW mientras que, al mismo tiempo, se necesita eliminar 2.13 kW de la base y 25.5 kW de las superficies laterales.

El método directo que se presenta aquí es muy sencillo y no requiere evaluación de las resistencias de radiación. Asimismo, dicho método puede aplicarse a recintos con cualquier número de superficies de la misma forma.

EJEMPLO 13-9 Transferencia de calor por radiación en un horno triangular

Un horno tiene la forma de un ducto largo en forma de triángulo equilátero, como se muestra en la figura 13-28. El ancho de cada lado es de 1 m. La superficie de la base tiene una emisividad de 0.7 y se mantiene a una temperatura uniforme de 600 K. La superficie calentada del lado izquierdo se aproxima a un cuerpo negro a 1 000 K. La superficie del lado derecho se encuentra bien aislada. Calcule la razón a la que el calor deberá suministrarse externamente al lado calentado, por unidad de longitud de ducto para mantener estas condiciones de operación.

SOLUCIÓN Dos de las superficies de un horno largo en forma de triángulo equilátero se mantiene a temperaturas uniformes, mientras que la tercera superficie está aislada. Se calculará la razón de transferencia de calor externa hacia el lado calentado por unidad de longitud de ducto durante la operación estacionaria.

Suposiciones **1** Existen condiciones de operación estacionarias. **2** Las superficies son opacas, difusas y grises. **3** No se toma en cuenta la transferencia de calor por convección.

Análisis El horno puede considerarse un recinto cerrado de tres superficies con una red de radiación, como se muestra en la figura, ya que el ducto es muy largo y, por tanto, los efectos en los extremos son despreciables. El factor de visión desde cualquier superficie hacia las demás superficies del recinto es 0.5 debido a la simetría. La superficie 3 es una superficie reirradiante, pues la razón neta de transferencia de calor en esa superficie es cero. Entonces, se cumple que $\dot{Q}_1 = -\dot{Q}_2$, puesto que todo el calor que pierde la superficie 1 lo debe ganar la superficie 2. La red de radiación en este caso es una simple conexión serie-paralelo, y se calcula $\dot{Q}_1$ de forma directa de:

$$\dot{Q}_1 = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{R_1 + \left(\dfrac{1}{R_{12}} + \dfrac{1}{R_{13} + R_{23}}\right)^{-1}} = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\dfrac{1 - \varepsilon_1}{A_1 \varepsilon_1} + \left(A_1 F_{12} + \dfrac{1}{1/A_1 F_{13} + 1/A_2 F_{23}}\right)^{-1}}$$

donde

$$A_1 = A_2 = A_3 = wL = 1 \text{ m} \times 1 \text{ m} = 1 \text{ m}^2 \quad \text{(por unidad de longitud de ducto)}$$

$$F_{12} = F_{13} = F_{23} = 0.5 \qquad \text{(simetría)}$$

$$E_{b1} = \sigma T_1^4 = (5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4)(600 \text{ K})^4 = 7\,348 \text{ W/m}^2$$

$$E_{b2} = \sigma T_2^4 = (5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4)(1\,000 \text{ K})^4 = 56\,700 \text{ W/m}^2$$

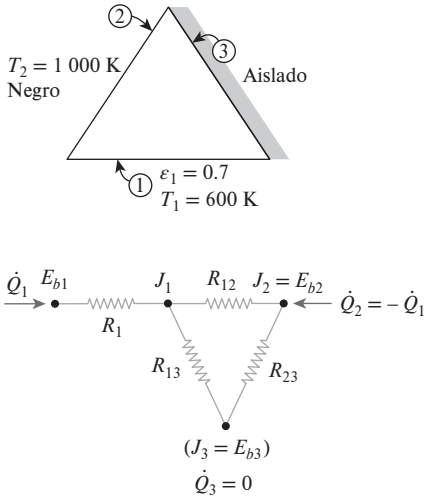


FIGURA 13-28

Horno triangular considerado en el ejemplo 13-9.

Sustituyendo,

$$\dot{Q}_1 = \frac{(56\,700 - 7\,348)\ \text{W/m}^2}{\dfrac{1-0.7}{0.7 \times 1\ \text{m}^2} + \left[(0.5 \times 1\ \text{m}^2) + \dfrac{1}{1/(0.5 \times 1\ \text{m}^2) + 1/(0.5 \times 1\ \text{m}^2)}\right]^{-1}}$$

$$= \mathbf{28.0\ kW}$$

Por tanto, se debe suministrar calor a una velocidad de 28 kW a la superficie calentada por unidad de longitud, para mantener una operación estacionaria en el horno.

EJEMPLO 13-10 **Transferencia de calor a través de un colector solar tubular**

Un colector solar consiste en un tubo de aluminio horizontal que tiene un diámetro exterior de 2 pulgadas dentro de un tubo de vidrio delgado concéntrico de 4 pulgadas de diámetro, como se muestra en la figura 13-29. El agua se calienta conforme circula a través del tubo y el espacio entre los tubos de aluminio y de vidrio se llena con aire a una presión de 1 atm. La bomba que hace que el agua circule sufre una falla durante un día despejado y la temperatura del agua dentro del tubo comienza a elevarse. El tubo de aluminio absorbe la radiación solar a una razón de 30 Btu/h por pie de longitud, y la temperatura del aire a la intemperie es de 70 °F. Las emisividades del tubo y de la cubierta de vidrio son 0.95 y 0.9, respectivamente. Se toma el valor de la temperatura de cielo efectiva 50 °F, calcule la temperatura del tubo de aluminio cuando se establezcan las condiciones de operación estacionarias (es decir, cuando la razón de pérdida de calor del tubo sea igual a la cantidad de energía solar ganada por el tubo).

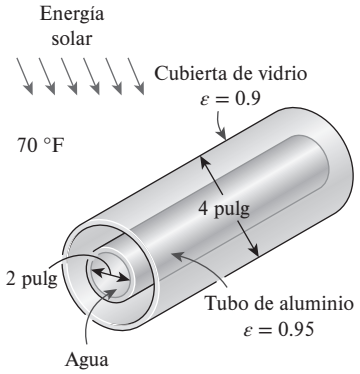


FIGURA 13-29
Esquema para el ejemplo 13-10.

SOLUCIÓN La bomba de circulación de un colector solar que consta de un tubo horizontal y su cubierta de vidrio falla. Se calculará la temperatura de equilibrio del tubo.

Suposiciones **1** Existen condiciones de operación estacionarias. **2** El tubo y su cubierta son isotérmicas. **3** El aire es un gas ideal. **4** Las superficies son opacas, difusas y grises ante la radiación infrarroja. **5** La cubierta de gas es transparente a la radiación solar.

Propiedades Las propiedades del aire se deben evaluar a una temperatura promedio. Sin embargo, no se conoce la temperatura de salida del aire del ducto, y por ende, no se pueden calcular las temperaturas del fluido masivo ni de la cubierta de vidrio en este momento, por lo que no se pueden evaluar las temperaturas promedio. Por tanto, se supone que la temperatura del vidrio es de 110 °F y se utilizan las propiedades a una temperatura promedio anticipada de (70 + 110)/2 = 90 °F (tabla A-15E):

$$k = 0.01505\ \text{Btu/h}\cdot\text{pie}\cdot{}^\circ\text{F} \qquad \text{Pr} = 0.7275$$

$$\nu = 1.753 \times 10^{-4}\ \text{pie}^2/\text{s} \qquad \beta = \frac{1}{T_{\text{prom}}} = \frac{1}{550\ \text{R}}$$

Análisis Este problema se resolvió en el capítulo 9 despreciando la transferencia de calor por radiación. Ahora se repite la solución tomando en cuenta que la convección natural y la radiación ocurren simultáneamente.

Se tiene un recinto cerrado cilíndrico horizontal lleno de aire a 1 atm de presión. Este problema involucra transferencia de calor desde el tubo de aluminio hacia la cubierta de vidrio, y de la superficie exterior de esta cubierta, hacia el aire en el ambiente circundante. Cuando se tengan condiciones de operación estacionarias, estas dos razones de transferencia de calor deben ser iguales a la razón de ganancia de calor. Es decir,

$$\dot{Q}_{\text{tubo-vidrio}} = \dot{Q}_{\text{vidrio-ambiente}} = \dot{Q}_{\text{ganancia solar}} = 30 \text{ Btu/h} \qquad \text{(por pie de tubo)}$$

La superficie de transferencia de calor de la cubierta de vidrio es:

$$A_o = A_{\text{vidrio}} = (\pi D_o L) = \pi(4/12 \text{ pie})(1 \text{ pie}) = 1.047 \text{ pie}^2 \text{ (por pie de tubo)}$$

Para calcular el número de Rayleigh se necesita conocer la temperatura de la superficie del vidrio, la cual no está disponible. Por tanto, es evidente que la solución requiere el método de prueba y error, a menos que utilice un programa de ecuaciones apropiado. Suponiendo que la temperatura de la cubierta de vidrio esté a 110 °F, el número de Rayleigh, el número de Nusselt, el coeficiente de transferencia de calor por convección y la razón de transferencia de calor por convección natural desde la cubierta de vidrio hacia el aire ambiente son:

$$\begin{aligned}\text{Ra}_{D_o} &= \frac{g\beta(T_o - T_\infty)D_o^3}{\nu^2}\text{Pr} \\ &= \frac{(32.2 \text{ pie/s}^2)[1/(550 \text{ R})](110 - 70 \text{ R})(4/12 \text{ pie})^3}{(1.753 \times 10^{-4} \text{ pie}^2/\text{s})^2}(0.7275) = 2.053 \times 10^6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Nu} &= \left\{0.6 + \frac{0.387 \text{ Ra}_{D_o}^{1/6}}{[1 + (0.559/\text{Pr})^{9/16}]^{8/27}}\right\}^2 = \left\{0.6 + \frac{0.387(2.053 \times 10^6)^{1/6}}{[1 + (0.559/0.7275)^{9/16}]^{8/27}}\right\}^2 \\ &= 17.88\end{aligned}$$

$$h_o = \frac{k}{D_o}\text{Nu} = \frac{0.01505 \text{ Btu/h} \cdot \text{pie} \cdot {}^\circ\text{F}}{4/12 \text{ pie}}(17.88) = 0.8073 \text{ Btu/h} \cdot \text{pie}^2 \cdot {}^\circ\text{F}$$

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{o,\text{conv}} &= h_o A_o(T_o - T_\infty) = (0.8073 \text{ Btu/h} \cdot \text{pie}^2 \cdot {}^\circ\text{F})(1.047 \text{ pie}^2)(110 - 70) {}^\circ\text{F} \\ &= 33.8 \text{ Btu/h}\end{aligned}$$

Asimismo,

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{o,\text{rad}} &= \varepsilon_o \sigma A_o(T_o^4 - T_{\text{cielo}}^4) \\ &= (0.9)(0.1714 \times 10^{-8} \text{ Btu/h} \cdot \text{pie}^2 \cdot \text{R}^4)(1.047 \text{ pie}^2)[(570 \text{ R})^4 - (510 \text{ R})^4] \\ &= 61.2 \text{ Btu/h}\end{aligned}$$

Entonces, la razón de pérdida de calor total de la cubierta de vidrio es:

$$\dot{Q}_{o,\text{total}} = \dot{Q}_{o,\text{conv}} + \dot{Q}_{o,\text{rad}} = 33.8 + 61.2 = 95.0 \text{ Btu/h}$$

el cual es mayor al valor de 30 Btu/h; así que la temperatura supuesta de 110 °F para cubierta de vidrio es elevada. Repitiendo los cálculos con temperaturas menores (incluyendo la evaluación de las propiedades), la temperatura de la cubierta de vidrio correspondiente a 30 Btu/h se calcula y se obtiene 78 °F (si se hubiera ignorado la radiación sería de 106 °F).

La temperatura del tubo de aluminio se calcula de manera similar utilizando las relaciones de radiación y convección natural para dos cilindros concéntricos horizontales. La longitud característica en este caso es la distancia entre los dos cilindros, la cual es:

$$L_c = (D_o - D_i)/2 = (4 - 2)/2 = 1 \text{ pulgada} = 1/12 \text{ pie}$$

Asimismo,

$$A_i = A_{\text{tubo}} = (\pi D_i L) = \pi(2/12 \text{ pie})(1 \text{ pie}) = 0.5236 \text{ pie}^2 \qquad \text{(por pie de tubo)}$$

Se inician los cálculos suponiendo que la temperatura del tubo es de 122 °F, y por tanto, la temperatura promedio es de (78 + 122)/2 = 100 °F = 560 R. Utilizando las propiedades a 100 °F se tiene que:

$$\text{Ra}_L = \frac{g\beta(T_i - T_o)L_c^3}{\nu^2}\text{Pr}$$

$$= \frac{(32.2 \text{ pie/s}^2)[1/(560 \text{ R})](122 - 78 \text{ R})(1/12 \text{ pie})^3}{(1.809 \times 10^{-4} \text{ pie}^2/\text{s})^2}(0.726) = 3.246 \times 10^4$$

La conductividad térmica efectiva es:

$$F_{\text{cil}} = \frac{[\ln(D_o/D_i)]^4}{L_c^3(D_i^{-3/5} + D_o^{-3/5})^5} = \frac{[\ln(4/2)]^4}{(1/12 \text{ pie})^3[(2/12 \text{ pie})^{-3/5} + (4/12 \text{ pie})^{-3/5}]^5} = 0.1466$$

$$k_{\text{efectiva}} = 0.386k\left(\frac{\text{Pr}}{0.861 + \text{Pr}}\right)^{1/4}(F_{\text{cil}}\,\text{Ra}_L)^{1/4}$$

$$= 0.386(0.01529 \text{ Btu/h}\cdot\text{pie}\cdot{}^\circ\text{F})\left(\frac{0.726}{0.861 + 0.726}\right)^{1/4}(0.1466 \times 3.248 \times 10^4)^{1/4}$$

$$= 0.04032 \text{ Btu/h}\cdot\text{pie}\cdot{}^\circ\text{F}$$

Por tanto, la razón de transferencia de calor entre los cilindros por convección es:

$$\dot{Q}_{i,\text{ convección}} = \frac{2\pi k_{\text{eff}}}{\ln(D_o/D_i)}(T_i - T_o)$$

$$= \frac{2\pi(0.04032 \text{ Btu/h}\cdot\text{pie}\cdot{}^\circ\text{F})}{\ln(4/2)}(122 - 78)\,{}^\circ\text{F} = 16.1 \text{ Btu/h}$$

Asimismo,

$$\dot{Q}_{i,\text{ rad}} = \frac{\sigma A_i(T_i^4 - T_o^4)}{\frac{1}{\varepsilon_i} + \frac{1 - \varepsilon_o}{\varepsilon_o}\left(\frac{D_i}{D_o}\right)}$$

$$= \frac{(0.1714 \times 10^{-8} \text{ Btu/h}\cdot\text{pie}^2\cdot\text{R}^4)(0.5236 \text{ pie}^2)[(582 \text{ R})^4 - (538 \text{ R})^4]}{\frac{1}{0.95} + \frac{1 - 0.9}{0.9}\left(\frac{2 \text{ pulgadas}}{4 \text{ pulgadas}}\right)}$$

$$= 25.1 \text{ Btu/h}$$

Entonces, la razón de pérdida de calor total de la cubierta de vidrio es:

$$\dot{Q}_{i,\,\text{total}} = \dot{Q}_{i,\,\text{convección}} + \dot{Q}_{i,\,\text{radiación}} = 16.1 + 25.1 = 41.2 \text{ Btu/h}$$

la cual es mayor a 30 Btu/h; así que la temperatura supuesta de 122 °F del tubo es elevada. Probando con otros valores, la temperatura del tubo correspondiente a 30 Btu/h se calcula y se obtiene un valor de **112 °F** (sería de 180 °F si se hubiera ignorado la radiación). Por tanto, el tubo alcanzará una temperatura de equilibrio de 112 °F cuando falle la bomba.

Discusión Basándose en los resultados obtenidos, la radiación siempre debe considerarse en los sistemas que se calientan o enfrían por convección natural, a menos que las superficies involucradas estén pulidas y, por ende, tengan valores de emisividad muy bajos.

13-5 ▪ BLINDAJES DE RADIACIÓN Y EL EFECTO DE LA RADIACIÓN

La transferencia de calor por radiación entre dos superficies puede reducirse de forma significativa insertando una hoja delgada de alta reflectividad (baja emisividad) de material entre las dos superficies. Dichas placas delgadas altamente reflectivas o recubrimientos se llaman **blindajes de radiación**. Los blindajes de radiación multicapas fabricados con un espesor de 20 hojas por cm aproximadamente y separadas por vacío se utilizan por lo común en aplicaciones criogénicas y espaciales. Los blindajes de radiación también se utilizan en las mediciones de la temperatura de fluidos para reducir el error causado por el efecto de radiación cuando el sensor de temperatura está expuesto a superficies que están mucho más calientes o frías que el mismo fluido. El papel que juega el blindaje de radiación es reducir la razón de transferencia de calor por radiación colocando resistencias adicionales en la trayectoria del flujo de calor por radiación. A medida que la emisividad del blindaje es menor, mayor será la resistencia.

La transferencia de calor por radiación entre dos placas paralelas de gran tamaño con emisividades ε_1 y ε_2 a las temperaturas uniformes T_1 y T_2, están dadas por la ecuación 13-38:

$$\dot{Q}_{12,\,\text{sin blindaje}} = \frac{A\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1}{\varepsilon_2} - 1}$$

Ahora considere un blindaje de radiación colocado entre dicho par de placas, como se muestra en la figura 13-30. Sean las emisividades del blindaje que apunta hacia las placas 1 y 2, $\varepsilon_{3,\,1}$ y $\varepsilon_{3,\,2}$, respectivamente. Observe que la emisividad de las diferentes superficies del blindaje puede ser diferente. La red de radiación de esta configuración geométrica está construida, como es costumbre, trazando una resistencia superficial asociada con cada superficie y conectando dichas resistencias superficiales con las resistencias espaciales, como se muestra en la figura. Las resistencias están conectadas en serie y, por tanto, la razón de transferencia de calor por radiación es:

$$\dot{Q}_{12,\,\text{un blindaje}} = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\dfrac{1-\varepsilon_1}{A_1\varepsilon_1} + \dfrac{1}{A_1F_{13}} + \dfrac{1-\varepsilon_{3,\,1}}{A_3\varepsilon_{3,\,1}} + \dfrac{1-\varepsilon_{3,\,2}}{A_3\varepsilon_{3,\,2}} + \dfrac{1}{A_3F_{32}} + \dfrac{1-\varepsilon_2}{A_2\varepsilon_2}} \quad \textbf{(13-42)}$$

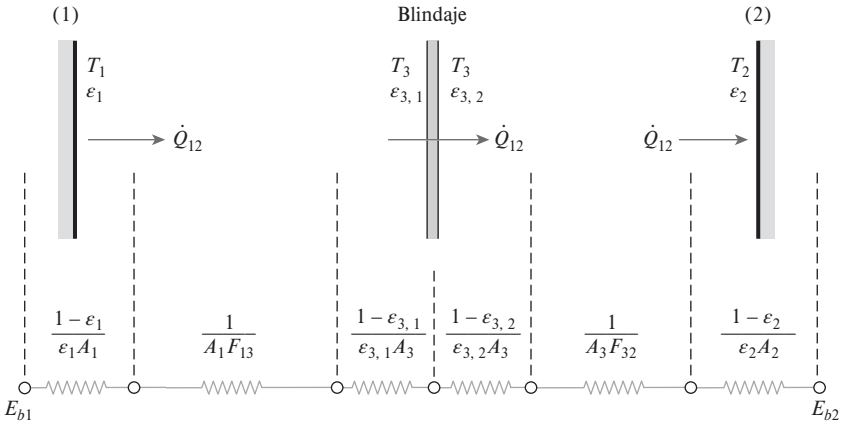


FIGURA 13-30
Blindaje de radiación colocado entre dos placas paralelas y la red de radiación asociado con este.

Observe que $F_{13} = F_{32} = 1$ y $A_1 = A_2 = A_3 = A$ para placas paralelas infinitas, la ecuación 13-42 se simplifica como:

$$\dot{Q}_{12,\text{ un blindaje}} = \frac{A\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right) + \left(\frac{1}{\varepsilon_{3,1}} + \frac{1}{\varepsilon_{3,2}} - 1\right)} \tag{13-43}$$

donde los términos del segundo conjunto de paréntesis del denominador representan la resistencia adicional a la radiación que introduce el blindaje. La apariencia de la ecuación anterior sugiere que las placas paralelas que involucran blindajes de radiación múltiples pueden manejarse adicionando un grupo de términos, como los del segundo grupo de paréntesis en el denominador, por cada blindaje de radiación. Entonces, la transferencia de calor por radiación a través de placas paralelas de gran tamaño separadas por N blindajes de radiación es:

$$\dot{Q}_{12,\,N\text{ blindajes}} = \frac{A\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right) + \left(\frac{1}{\varepsilon_{3,1}} + \frac{1}{\varepsilon_{3,2}} - 1\right) + \cdots + \left(\frac{1}{\varepsilon_{N,1}} + \frac{1}{\varepsilon_{N,2}} - 1\right)} \tag{13-44}$$

Si las emisividades de todas las superficies son iguales, la ecuación 13-44 se reduce a:

$$\dot{Q}_{12,\,N\text{ blindajes}} = \frac{A\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{(N+1)\left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{1}{\varepsilon} - 1\right)} = \frac{1}{N+1}\dot{Q}_{12,\text{ sin blindaje}} \tag{13-45}$$

Por tanto, cuando todas las emisividades son iguales, el blindaje 1 reduce la razón de transferencia de calor por radiación a la mitad, 9 blindajes la reducen en un décimo y 19 blindajes la reducen en un veinteavo (o 5%) de lo que era cuando no había ningún blindaje.

La temperatura de equilibrio del blindaje de radiación T_3 de la figura 13-30 puede calcularse expresando la ecuación 13-43 para $\dot{Q}_{13}$ o $\dot{Q}_{23}$ (lo cual involucra T_3) después de evaluar $\dot{Q}_{12}$ de la ecuación 13-43 y observando que $\dot{Q}_{12} = \dot{Q}_{13} = \dot{Q}_{23}$ cuando se tengan condiciones estacionarias.

Los blindajes de radiación que se utilizan para reducir la razón de transferencia de calor por radiación entre cilindros y esferas concéntricas pueden manejarse de manera similar. En el caso de un solo blindaje, se puede utilizar la ecuación 13-42 tomando en cuenta que $F_{13} = F_{32} = 1$ en ambos casos y reemplazando las A por las relaciones de área apropiadas.

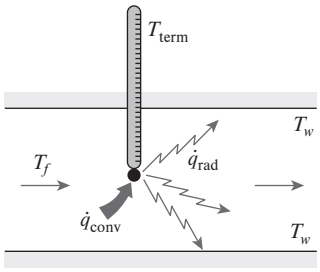


FIGURA 13-31

Un termómetro utilizado para medir la temperatura de un fluido en un canal.

Efecto de la radiación en las mediciones de temperatura

Un dispositivo para medir la temperatura indica la temperatura de su *sensor*, la cual se supone que es, no necesariamente, la temperatura del medio con el que dicho sensor está en contacto. Cuando un termómetro (o cualquier otro dispositivo utilizado para la medición de temperatura, por ejemplo, un termopar) se coloca en un medio, la transferencia de calor se lleva a cabo entre el sensor del termómetro y el medio por convección hasta que el sensor alcance el valor de la temperatura que tiene dicho medio. Sin embargo, cuando el sensor está rodeado por superficies que se encuentran a una temperatura diferente a la del fluido, el intercambio de radiación también se lleva a cabo entre el sensor y las superficies circundantes. Cuando las transferencias de calor por convección y radiación se equilibran entre sí, el sensor indicará una temperatura que tendrá un valor entre las temperaturas del fluido y de la superficie. A continuación se desarrolla un procedimiento para explicar el efecto de radiación y calcular la temperatura real del fluido.

Considere un termómetro que se utiliza para medir la temperatura de un fluido que circula a través de un canal largo, cuyas paredes se encuentran a una temperatura menor que la del fluido (figura 13-31). Se establecerá el equilibrio y la lectura del termómetro se estabilizará cuando la ganancia de calor por convección, medida por el sensor, sea igual a la pérdida de calor por radiación (o viceversa). Es decir, con base en área unitaria:

$$\dot{q}_{\text{convección, hacia el sensor}} = \dot{q}_{\text{radiación, desde el sensor}}$$

$$h(T_f - T)_{\text{term}} = \varepsilon\sigma(T_{\text{term}}^4 - T_w^4)$$

o

$$T_f = T_{\text{term}} + \frac{\varepsilon\sigma(T_{\text{term}}^4 - T_w^4)}{h} \quad \text{(K)} \qquad \textbf{(13-46)}$$

donde:

T_f = temperatura real del fluido, K
T_{term} = valor de la temperatura medido por el termómetro, K
T_w = temperatura de las superficies circundantes, K
h = coeficiente de transferencia de calor por convección, $\text{W/m}^2 \cdot \text{K}$
ε = emisividad del sensor del termómetro

El último término de la ecuación 13-46 se debe al *efecto de radiación* y representa *la corrección por radiación.* Observe que el término de corrección por radiación tiene un mayor significado cuando el coeficiente de transferencia de calor por convección es pequeño y la emisividad de la superficie del sensor es grande. Por tanto, el sensor debe recubrirse con un material que tenga alta reflectividad (baja emisividad) con el fin de reducir el efecto de la radiación.

Colocando el sensor en un blindaje de radiación, sin interferir con el flujo del fluido también se reduce el efecto de la radiación. Los sensores de los dispositivos de medición de la temperatura que se utilizan en el exterior deben estar protegidos de la radiación solar directa, puesto que el efecto de la radiación en este caso es seguro que alcance niveles inaceptables.

El efecto de la radiación también constituye un factor muy importante en el *confort del ser humano* en las aplicaciones de calefacción y aire acondicionado. Una persona que se siente bien en una habitación a una determinada temperatura puede sentir frío en otra habitación a la misma temperatura como resultado del efecto de la radiación en el caso de que las paredes de la segunda habitación se encuentren a una temperatura considerablemente menor. Por ejemplo, la mayoría de la gente se siente cómoda dentro de una habitación que está a 22 °C si las paredes de dicha habitación también se encuentran a la misma temperatura. Cuando la temperatura de las paredes se reduce a 5 °C por alguna razón, la temperatura interior de la habi-

tación debe incrementarse al menos 27 °C para mantener el mismo nivel de comodidad. Por tanto, los edificios bien aislados conservan la energía no solo reduciendo la pérdida o ganancia de calor, sino también permitiendo que los termostatos se fijen a una temperatura menor durante el invierno y a una temperatura mayor durante el verano, sin comprometer el nivel de comodidad.

EJEMPLO 13-11 Blindajes de radiación

Una hoja delgada de aluminio tiene una emisividad de 0.1 en ambos lados y se coloca entre dos placas paralelas muy grandes que se mantienen a las temperaturas uniformes $T_1 = 800$ K y $T_2 = 500$ K y tienen emisividades de $\varepsilon_1 = 0.2$ y $\varepsilon_2 = 0.7$, respectivamente, como se muestra en la figura 13-32. Calcule la razón *neta* de transferencia de calor por radiación entre las dos placas por unidad de superficie entre placas y compare el resultado para el caso de que no tuvieran blindaje.

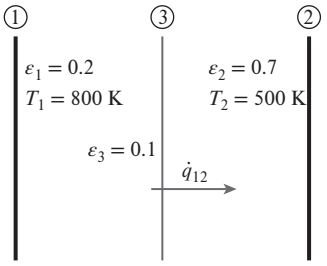


FIGURA 13-32
Esquema para el ejemplo 13-11.

SOLUCIÓN Una hoja de aluminio se coloca entre dos placas paralelas de gran tamaño que se mantienen a temperaturas uniformes. Se calcularán las tasas *netas* de transferencia de calor por radiación entre las dos placas, con o sin blindaje de radiación.

Suposiciones Las superficies son opacas, difusas y grises.

Análisis La razón *neta* de transferencia de calor por radiación entre dichas placas sin blindaje de radiación se calculó en el ejemplo 13-7 y se obtuvo un valor de 3 625 W/m^2. La transferencia de calor en presencia de un blindaje se calcula de la ecuación 13-43, y se obtiene:

$$\dot{q}_{12,\text{ un blindaje}} = \frac{\dot{Q}_{12,\text{ un blindaje}}}{A} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right) + \left(\frac{1}{\varepsilon_{3,1}} + \frac{1}{\varepsilon_{3,2}} - 1\right)}$$

$$= \frac{(5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4)[(800\ \text{K})^4 - (500\ \text{K})^4]}{\left(\frac{1}{0.2} + \frac{1}{0.7} - 1\right) + \left(\frac{1}{0.1} + \frac{1}{0.1} - 1\right)}$$

$$= \mathbf{806\ W/m^2}$$

Discusión Observe que la razón de transferencia de calor por radiación se reduce a un valor de aproximadamente un cuarto del que se había calculado debido a que se colocó un blindaje de radiación entre las dos placas paralelas.

PtD *EJEMPLO 13-12* Prevención contra riesgos por quemadura térmica mediante el uso de blindajes de radiación

El tratamiento con calor en metales se realiza por lo regular con hornos de extracción por lotes calentados eléctricamente. Considere un horno que se coloca dentro de una habitación a una temperatura del aire circundante de 30 °C y un coeficiente de transferencia de calor por convección promedio de 10 W/m$^2 \cdot$K, como se muestra en la figura 13-33. La transferencia de calor por convección y radiación ocurre entre la superficie exterior del horno y sus alrededores. La parte frontal del horno consta de dos placas paralelas, donde la placa interior está a una temperatura de 600 °C. Para garantizar la seguridad y prevenir quemaduras térmicas al personal que se encuentra cercano al horno, la su-

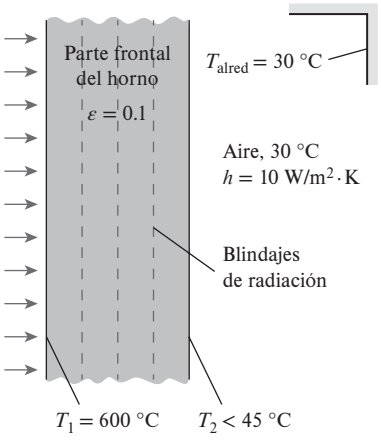


FIGURA 13-33
Esquema para el ejemplo 13-12.

perficie exterior de este debe mantenerse a una temperatura por debajo de los 45 °C. Con base en la información proporcionada, calcule el número de blindajes de radiación que deberán colocarse en paralelo en la parte frontal del horno. Suponga que todas las superficies tienen el mismo valor de emisividad, y este es de 0.1.

SOLUCIÓN En este ejemplo, los conceptos de Prevención a través del Diseño (PtD) se aplican en conjunto con los conceptos de blindaje de radiación y transferencia de calor por radiación entre superficies.

Suposiciones **1** Existen condiciones de operación estacionarias. **2** Las superficies son opacas, difusas y grises. **3** La transferencia de calor por convección entre las placas frontales del horno no se toma en cuenta. **4** La temperatura ambiente es igual a la temperatura de las superficies circundantes, $T_\infty = T_{circundante}$.

Propiedades La emisividad de todas las superficies se proporciona como $\varepsilon = 0.1$.

Análisis La transferencia de calor por radiación *neta* entre las placas paralelas de la parte frontal del horno es:

$$\dot{q}_{12} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{(N+1)\left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{1}{\varepsilon} - 1\right)}$$

La transferencia de calor por convección y radiación entre la superficie frontal exterior del horno y el medio circundante son:

$$\dot{q}_{\text{convección}} = h(T_2 - T_{\text{circundante}}) \qquad \text{y} \qquad \dot{q}_{\text{radiación}} = \varepsilon\sigma(T_2^4 - T_{\text{circundante}}^4)$$

Realizando el balance de energía en la superficie exterior se tiene:

$$\dot{q}_{12} = \dot{q}_{\text{radiación}} + \dot{q}_{\text{convección}}$$

$$\frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{(N+1)\left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{1}{\varepsilon} - 1\right)} = h(T_2 - T_\infty) + \varepsilon\sigma(T_2^4 - T_{\text{circundante}}^4)$$

De aquí que:

$$N = \left(\frac{1}{1/\varepsilon + 1/\varepsilon - 1}\right)\left[\frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{h(\mathrm{T}_2 - T_\infty) + \varepsilon\sigma(T_2^4 - T_{\text{circundante}}^4)}\right] - 1$$

$$= \left(\frac{1}{2/0.1 - 1}\right)$$

$$\left[\frac{(5.67 \times 10^{-8}\ \mathrm{W/m^2 \cdot K^4})(873^4 - 318^4)\,\mathrm{K}^4}{(10\ \mathrm{W/m^2 \cdot K})(318 - 303)\mathrm{K} + (0.1)(5.67 \times 10^{-8}\ \mathrm{W/m^2 \cdot K^4})(318^4 - 303^4)\,\mathrm{K}^4}\right] - 1$$

$$= 9.63 \approx \mathbf{10}$$

Por tanto, colocando 10 blindajes de radiación dentro de la parte frontal del horno se mantendrá la temperatura de la superficie exterior por debajo de los 45 °C previniendo así cualquier riesgo de quemadura térmica.

Discusión Sin el blindaje de radiación, la temperatura de la superficie exterior de la parte frontal del horno será de 174 °C. Colocando blindajes de radiación en la parte frontal del horno, la transferencia de calor a través de la parte frontal del horno se reduce a 45 °C, como se especifica en el enunciado de este problema.

EJEMPLO 13-13 Mediciones reales de la temperatura del gas con y sin blindaje de radiación

Un termopar protegido por medio de hojas de aluminio cuya emisividad es de 0.15 se utiliza para medir la temperatura de gases calientes que circulan a través de un ducto cuyas paredes se mantienen a una temperatura $T_w = 380$ K. Dicho termopar muestra una lectura de temperatura de $T_{\text{term}} = 530$ K (figura 13-34). Suponiendo que la emisividad de la unión del termopar es de 0.7 y el coeficiente de transferencia de calor por convección es de 120 W/m$^2 \cdot$K, calcule la temperatura real del gas. ¿Cuál sería la temperatura real del gas si no se usara ningún blindaje de radiación?

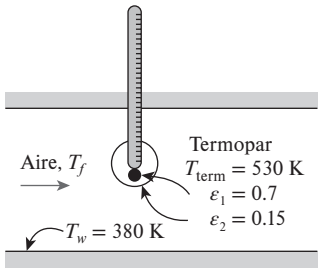


FIGURA 13-34
Esquema para el ejemplo 13-13.

SOLUCIÓN La temperatura del gas caliente en el ducto se mide a través de un termopar. La temperatura real del gas se calculará y comparará con la temperatura correspondiente sin el blindaje de radiación.

Suposiciones **1** Las superficies son opacas, difusas y grises. **2** El diámetro de la unión del termopar es muy parecido al diámetro del blindaje, $D_1 \approx D_2$; sin embargo, estos no están en contacto. **3** Las paredes del ducto se comportan como un cuerpo negro, $\varepsilon_w = 1.0$.

Propiedades La emisividad de la unión del termopar es $\varepsilon_1 = 0.7$, y la emisividad del blindaje de papel aluminio es $\varepsilon_2 = 0.15$.

Análisis La radiación proveniente de la unión del termopar hacia las paredes del ducto con el blindaje de hojas de aluminio se calcula por medio de la ecuación 13-42:

$$\dot{Q}_{\text{radiación, del sensor}} = \frac{\sigma(T_{\text{term}}^4 - T_w^4)}{\dfrac{1-\varepsilon_1}{A_1\varepsilon_1} + \dfrac{1}{A_1F_{12}} + \dfrac{1-\varepsilon_2}{A_2\varepsilon_2} + \dfrac{1-\varepsilon_2}{A_2\varepsilon_2} + \dfrac{1}{A_2F_{2w}} + \dfrac{1-\varepsilon_w}{A_w\varepsilon_w}}$$

Con $D_1 \approx D_2$, se tiene $A_1 \approx A_2$. Asimismo, $\varepsilon_w = 1.0$, $F_{12} = F_{2w} = 1$, se obtiene:

$$\dot{q}_{\text{rad, del sensor}} = \frac{\dot{Q}_{\text{rad, del sensor}}}{A_1} = \frac{\sigma(T_{\text{term}}^4 - T_w^4)}{\dfrac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1} + 1 + \dfrac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2} + \dfrac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2} + 1} = \frac{\sigma(T_{\text{term}}^4 - T_w^4)}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + 2\dfrac{1}{\varepsilon_2} - 1}$$

$$\dot{q}_{\text{rad, del sensor}} = \frac{(5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}^4)[(530\ \text{K})^4 - (380\ \text{K})^4]}{\dfrac{1}{0.7} + 2\dfrac{1}{0.15} - 1} = 239.18\ \text{W/m}^2$$

Entonces, la temperatura real del gas puede calcularse a partir de un balance de transferencia de calor como:

$$\dot{q}_{\text{convección, desde el sensor}} = \dot{q}_{\text{rad, del sensor}}$$

$$h(T_f - T_{\text{term}}) = \dot{q}_{\text{rad, del sensor}}$$

$$T_f = T_{\text{term}} + \frac{\dot{q}_{\text{rad, del sensor}}}{h} = (530\ \text{K}) + \frac{239.18\ \text{W/m}^2}{120\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}} = \mathbf{532.0\ K\ \ (con\ blindaje)}$$

Sin el blindaje, la temperatura real del gas se calcula a partir de la ecuación 13-46 como:

$$T_f = T_{\text{term}} + \frac{\varepsilon_1\sigma(T_{\text{term}}^4 - T_w^4)}{h}$$

$$= (530\ \text{K}) + \frac{(0.7)(5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}^4)[(530\ \text{K})^4 - (380\ \text{K})^4]}{120\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}}$$

$$= \mathbf{549.2\ K\ sin\ blindaje}$$

Discusión Con el blindaje de radiación, la temperatura del termopar es tan solo 2 °C menor que la temperatura real del gas. Sin el blindaje de radiación, la temperatura del termopar es 19.2 °C menor que la temperatura real del gas. Por tanto, el blindaje de radiación minimiza el efecto que tiene la radiación en la medición de la temperatura mediante el uso del termopar, el cual proporciona una lectura que es más cercana a la temperatura real del gas.

13-6 ▪ INTERCAMBIO DE RADIACIÓN CON GASES EMISORES Y ABSORBENTES

Hasta el momento, se ha estudiado la transferencia de calor por radiación entre superficies separadas por un medio que no emite, absorbe o dispersa radiación –un medio no participante que es completamente transparente a la radiación térmica–. El vacío satisface esta condición de forma perfecta, y el aire a temperaturas y presiones convencionales están cercanas a satisfacerlas. Los gases que constan de moléculas monoatómicas, como el Ar y He, y en moléculas diatómicas simétricas, por ejemplo, el N_2 y O_2 son transparentes a la radiación, excepto a temperaturas extremadamente elevadas en las cuales se presenta ionización. Por tanto, el aire atmosférico puede considerarse un medio no participante en los cálculos de radiación.

Los gases con moléculas simétricas como el H_2O, CO_2, CO, SO_2 e hidrocarburos H_mC_n pueden participar en el proceso de radiación por absorción a temperaturas moderadas y por absorción y emisión a temperaturas elevadas como los que se encuentran en las cámaras de combustión. Por tanto, el aire o cualquier otro medio que contenga dichos gases con moléculas asimétricas en concentraciones suficientes deben tratarse como un medio participante en los cálculos de radiación. Los gases de combustión en un horno o en una cámara de combustión, por ejemplo, contienen suficientes cantidades de H_2O y CO_2 y, por ende, la emisión y la absorción de gases en hornos deben considerarse.

La presencia de un medio participante complica el análisis de radiación de forma significativa por varias razones:

- Un medio participante emite y absorbe radiación a través de todo su volumen. Es decir, la radiación gaseosa es un *fenómeno volumétrico,* y por tanto, depende del tamaño y de la forma del cuerpo. Este es el caso incluso si la temperatura es uniforme a todo lo largo del medio.
- Los gases emiten y absorben radiación en varias bandas angostas de longitudes de onda. Esto contrasta con los sólidos, los cuales emiten y absorben radiación a lo largo de todo el espectro. Por tanto, la hipótesis de ser gris puede que no siempre sea la más adecuada para un gas, aun cuando las superficies circundantes sean grises.
- Las características de emisión y absorción de los elementos constitutivos de una mezcla de gases también depende de la temperatura, la presión y la composición de dicha mezcla de gases. Por tanto, la presencia de otros gases participantes afecta a las características de radiación de un determinado gas.

La propagación de radiación a través de un medio puede complicarse aún más por la presencia de *aerosoles* como el polvo, las partículas de hielo, las gotas de líquido y las partículas de hollín (carbón que no se quemó) que *dispersan* la radiación. La dispersión se refiere al cambio de dirección de la radiación debido a la reflexión, refracción y difracción. La dispersión causada por las moléculas de gas se conoce como *dispersión de Rayleigh,* y tiene un efecto despreciable en la transferencia de calor. La transferencia de radiación en medios dispersantes se estudia en textos avanzados como los escritos por Modest (2003), Siegel y Howell (2002).

Los medios participantes también pueden ser los líquidos o sólidos semitransparentes como el agua, vidrio y plásticos. Para mantener las complejidades a un nivel manejable, se limita nuestro estudio a los gases que emiten y absorben radiación. En particular, se estudia la emisión y la absorción de radiación por H_2O y CO_2 solamente, ya que estos son los gases participantes más comunes que se encuentran en la práctica (productos de combustión en hornos y cámaras de combustión, quemando hidrocarburos que contienen ambos gases en concentraciones considerables), y son suficientes para demostrar los principios básicos que intervienen.

Propiedades de radiación de un medio participante

Se considera un medio participante con espesor L. Un haz de radiación espectral de intensidad $I_{\lambda,0}$, si se incide sobre este medio, el cual es atenuado a medida que se propaga debido a la absorción. La disminución en la intensidad de la radiación conforme esta pasa a través de la capa de espesor dx es proporcional a la intensidad y al espesor dx. A esto se le conoce como la **ley de Beer**, y se expresa como (figura 13-35):

$$dI_\lambda(x) = -\kappa_\lambda I_\lambda(x)dx \tag{13-47}$$

donde la constante de proporcionalidad κ_λ es el **coeficiente de absorción espectral** del medio cuya unidad es m^{-1} (del requerimiento de la homogeneidad dimensional). Esto es semejante a la cantidad de intereses ganados por una cuenta bancaria durante un intervalo de tiempo, siendo proporcional a la cantidad de dinero en la cuenta y al intervalo de tiempo, y la tasa de interés la constante de proporcionalidad.

Separando las variables e integrando de $x = 0$ a $x = L$ se obtiene:

$$\frac{I_{\lambda,L}}{I_{\lambda,0}} = e^{-\kappa_\lambda L} \tag{13-48}$$

donde se ha supuesto que la absorción del medio es independiente de x. Observe que la intensidad de radiación disminuye exponencialmente de acuerdo con la ley de Beer.

La **transmisividad espectral** de un medio puede definirse como el cociente de la intensidad de radiación que sale del medio y la que entra al medio. Es decir,

$$\tau_\lambda = \frac{I_{\lambda,L}}{I_{\lambda,0}} = e^{-\kappa_\lambda L} \tag{13-49}$$

Observe que $\tau_\lambda = 1$ cuando no se absorbe radiación, por tanto, la intensidad de radiación permanece constante. Asimismo, la transmisividad espectral de un medio representa la fracción de radiación transmitida por el medio a una determinada longitud de onda.

La radiación que pasa a través de un medio sin dispersión (y no reflejante) es absorbida o transmitida. Por ende, $\alpha_\lambda + \tau_\lambda = 1$, y la **absorción espectral** de un medio de espesor L es:

$$\alpha_\lambda = 1 - \tau_\lambda = 1 - e^{-\kappa_\lambda L} \tag{13-50}$$

De la ley de Kirchoff, la **emisividad espectral** del medio es:

$$\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda = 1 - e^{-\kappa_\lambda L} \tag{13-51}$$

Observe que la absorción, la transmisividad y la emisividad espectral de un medio son cantidades adimensionales, cuyos valores son menores o iguales a 1. El coeficiente de absorción espectral del medio (y por tanto, ε_λ, α_λ y τ_λ), en general, varía con la longitud de onda, la temperatura, la presión y la composición.

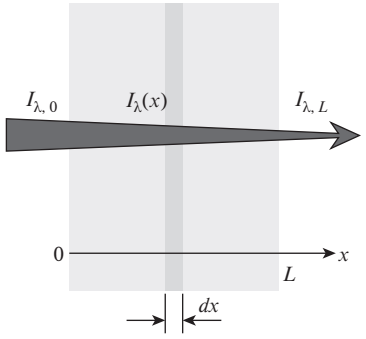


FIGURA 13-35

La atenuación de un haz de radiación mientras pasa a través de un medio absorbente de espesor L.

Para un medio *ópticamente grueso* (un medio con un valor de $\kappa_\lambda L$ grande), la ecuación 13-51 da $\varepsilon_\lambda \approx \alpha_\lambda \approx 1$. Para $\kappa_\lambda L = 5$, por ejemplo, $\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda = 0.993$. Por tanto, un medio ópticamente grueso emite como un cuerpo negro a una determinada longitud de onda. Como consecuencia, un medio absorbente-emisor ópticamente grueso con dispersión, no es significativo a una determinada temperatura T_g puede comprenderse como una "superficie oscura" a T_g puesto que esta absorberá esencialmente toda la radiación que pase a través de él, y emitirá la máxima radiación posible que pueda por la superficie a T_g, la cual es $E_{b\lambda}(T_g)$.

Emisividad y absorción de gases, y mezclas

La absorción espectral de CO_2 se proporciona en la figura 13-36 en función de la longitud de onda. Los diferentes picos y valles de la figura junto con las discontinuidades muestran la naturaleza en forma de banda de la absorción y las características no grises tan marcadas. La forma y el ancho de dichas bandas de absorción varían con la temperatura y la presión; sin embargo, la magnitud de la absorción también varía con el espesor de la capa de gas. Por tanto, los valores de absorción sin el espesor y la presión especificados no tienen significado alguno.

La naturaleza del no gris de las propiedades debe tomarse en cuenta en los cálculos sobre radiación para obtener mayor precisión. Esto se puede realizar utilizando un modelo de bandas, y llevar a cabo cálculos de cada banda de absorción. Sin embargo, se pueden obtener resultados satisfactorios asumiendo que el gas es gris y usando una absorción y emisividad efectivas totales determinada por algún proceso que involucre promedios. Se presentan gráficas de las emisividades totales de los gases elaboradas por primera vez por Hottel (1954) y estas han sido ampliamente utilizadas en los cálculos sobre radiación con una precisión razonable. Recién se han elaborado gráficas y procedimientos alternos sobre emisividad por Matavosian (1984). Aquí se presenta el método de Hottel debido a su simplicidad.

Incluso tomando la hipótesis del gris, la emisividad y la absorción total de un gas depende de la geometría del cuerpo gaseoso, así como también de la temperatura, la presión y la composición. Los gases que participan en el intercambio de radiación, como el CO_2 y el H_2O, típicamente coexisten con los gases no participantes, como el N_2 y el O_2 y, por tanto, las propiedades de radiación de un gas absorbente y emisor son, por lo general, reportados para una mezcla del gas con gases no participantes, que con el gas puro. La emisividad y la absorción de un componente gaseoso en una mezcla dependen primordialmente de su densidad, la cual está en función de la temperatura y de la presión parcial del gas.

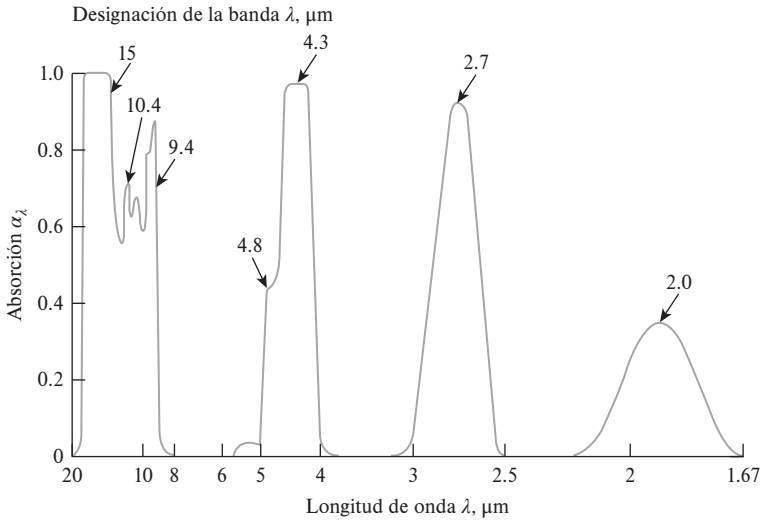


FIGURA 13-36

La absorción espectral de CO_2 a 830 K y 10 atm para una longitud de trayectoria de 38.8 cm.

Fuente: Siegel y Howell, 2002.

La emisividad del vapor de H_2O en una mezcla de gases no participantes se grafica en la figura 13-37*a* para el caso de una presión total $P = 1$ atm en función de la temperatura del gas T_g para un rango de valores de P_wL, donde P_w es la presión parcial del vapor de agua y L es la distancia media recorrida por el haz de radiación. La emisividad a una presión total P diferente de $P = 1$ atm se calcula multiplicando el valor de la emisividad a 1 atm por un **factor de corrección de presión** C_w que se obtiene a partir de la figura 13-38*a* en el caso del vapor de agua. Es decir,

$$\varepsilon_w = C_w \varepsilon_{w,\,1\text{ atm}} \tag{13-52}$$

Observe que $C_w = 1$ para $P = 1$ atm, y por tanto, $(P_w + P)/2 \cong 0.5$ (una concentración muy baja de vapor de agua se usa en la preparación de la gráfica de emisividad de la figura 13-37*a,* así resulta que, P_w es muy bajo). Los valores de emisividad se presentan de una manera similar para el caso de una mezcla de CO_2 y para gases no participantes en las figuras 13-37*b* y 13-38*b*.

Ahora la pregunta es, qué sucede si los gases CO_2 y H_2O *coexisten* en una mezcla con gases no participantes. La emisividad de cada gas participante puede aún calcularse, como se explicó antes, utilizando su presión parcial; sin embargo, la emisividad efectiva de la mezcla no puede calcularse simplemente sumando las emisividades de los gases individuales (aunque este sería el caso si los diferentes gases emitieran a longitudes de onda diferentes). En lugar de eso, se debe calcular como:

$$\begin{aligned}\varepsilon_g &= \varepsilon_c + \varepsilon_w - \Delta\varepsilon \\ &= C_c \varepsilon_{c,\,1\text{ atm}} + C_w \varepsilon_{w,\,1\text{ atm}} - \Delta\varepsilon\end{aligned} \tag{13-53}$$

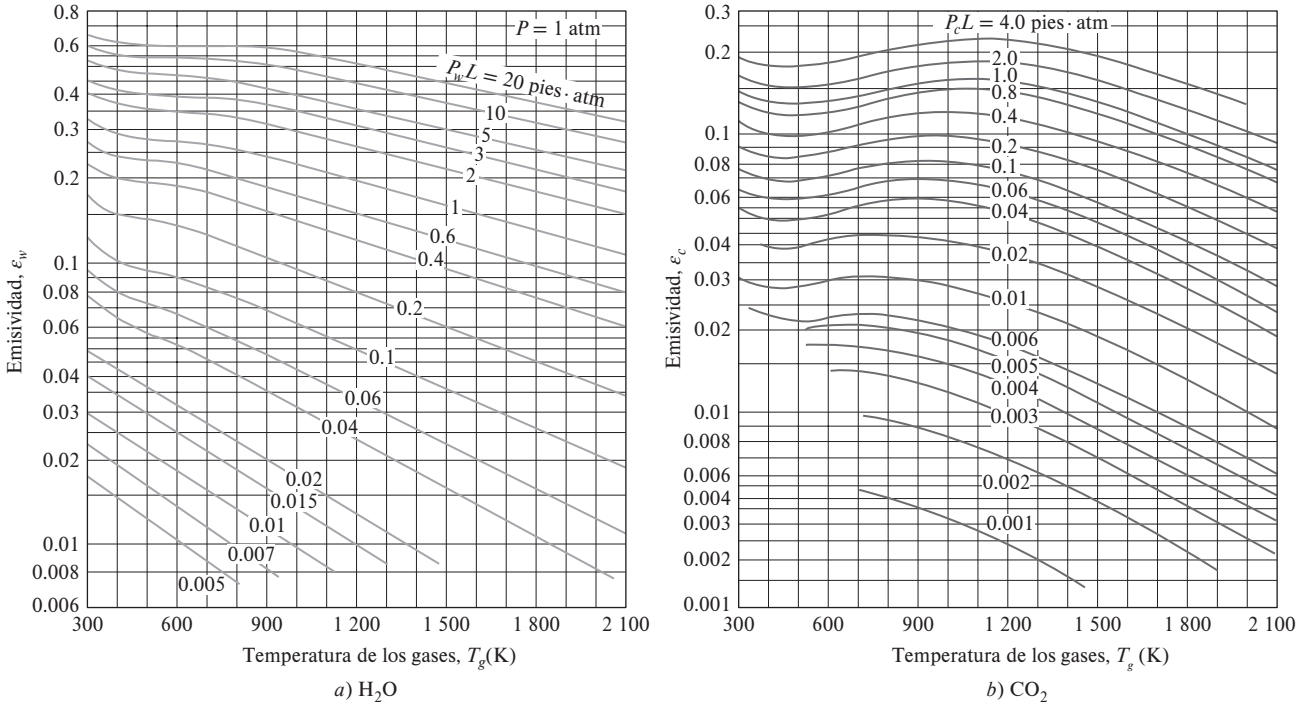
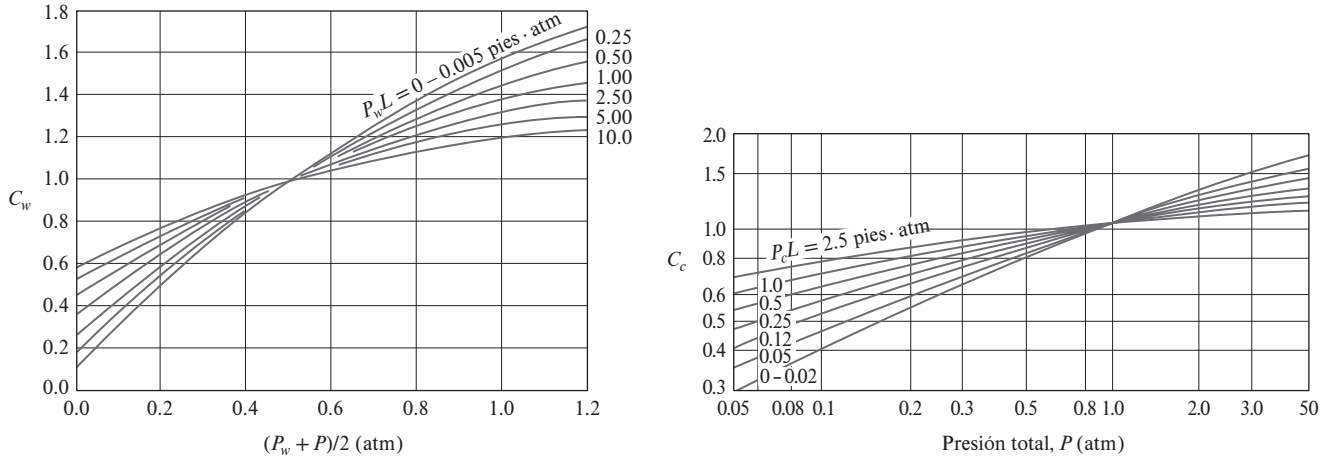


FIGURA 13-37

Emisividades de los gases H_2O y del CO_2 en una mezcla de gases no participantes a una presión total de 1 atm para una longitud media de haz L (1 m · atm = 3.28 pies · atm).

Fuente: Hottel, 1954.



a) H_2O *b*) CO_2

FIGURA 13-38

Factores de corrección para las emisividades del H_2O y del CO_2 a presiones diferentes a 1 atm para utilizarse en las relaciones $\varepsilon_w = C_w \varepsilon_{w,\ 1\ \text{atm}}$ y $\varepsilon_c = C_c \varepsilon_{c,\ 1\ \text{atm}}$ (1m · atm = 3.28 pies · atm).

Fuentes: Hottel, 1954.

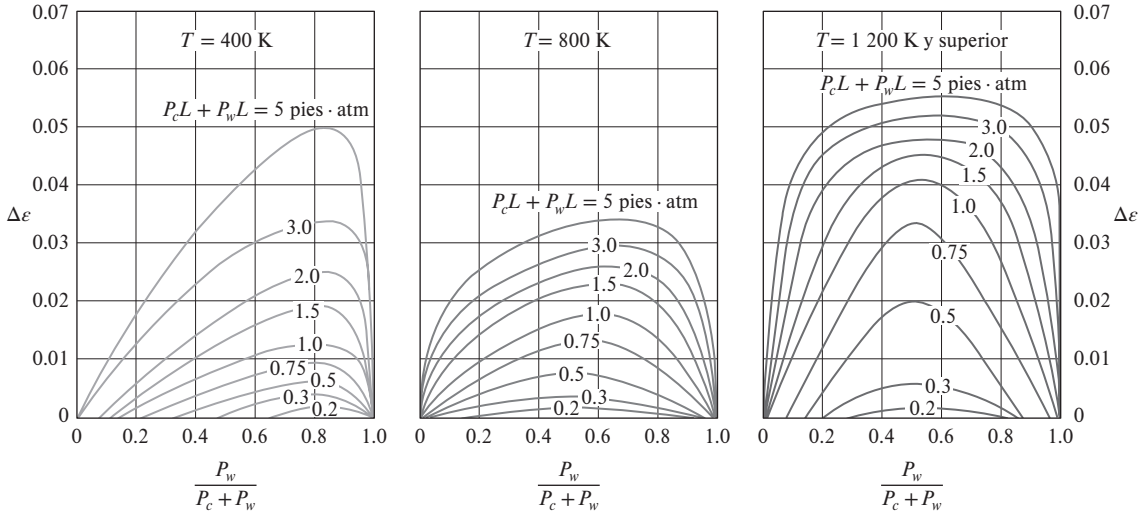


FIGURA 13-39

Corrección de emisividad $\Delta\varepsilon$ para utilizarse en $\varepsilon_g = \varepsilon_w + \varepsilon_c - \Delta\varepsilon$ cuando el vapor CO_2 como el H_2O están presentes en una mezcla de gases (1 m · atm = 3.28 pie · atm).

Fuente: Hottel, 1954.

donde $\Delta\varepsilon$ es el **factor de corrección de emisividad**, el cual explica la superposición de las bandas de emisión. Para una mezcla de gases que contiene tanto el gas CO_2 como el H_2O, $\Delta\varepsilon$ se grafica en la figura 13-39.

La emisividad de un gas depende también de la *longitud media* que un haz de radiación emitido viaje en el gas antes de llegar a una superficie límite, y por tanto, de la forma y el tamaño del cuerpo del gas en cuestión. Durante sus experimentos en 1930, Hottel y sus colaboradores estudiaron la emisión de radiación desde un

TABLA 13-4

Longitud media de haz L para varias formas del volumen de gas

Configuración geométrica del volumen del gas	L
Hemisferio de radio R irradiando hacia el centro de su base	R
Esfera de diámetro D irradiando hacia su superficie	$0.65D$
Cilindro circular infinito de diámetro D irradiando hacia la superficie curva	$0.95D$
Cilindro circular semiinfinito de diámetro D irradiando hacia su base	$0.65D$
Cilindro circular semiinfinito de diámetro D irradiando hacia el centro de su base	$0.90D$
Cilindro semicircular infinito de radio R irradiando hacia el centro de su base	$1.26R$
Cilindro circular de altura igual al diámetro D irradiando hacia toda la superficie	$0.60D$
Cilindro circular de altura igual al diámetro D irradiando hacia el centro de su base	$0.71D$
Losa infinita de espesor D irradiando hacia cualquier plano delimitador	$1.80D$
Cubo de longitud de arista L irradiando hacia cualquier cara	$0.66L$
Forma arbitraria de volumen V y superficie A_s irradiando hacia la superficie	$3.6\ V/A_s$

cuerpo gaseoso hemisférico hasta un pequeño elemento de superficie ubicado en el centro de la base del hemisferio. Las gráficas proporcionadas representan datos sobre emisividad para la emisión de radiación desde un cuerpo gaseoso hemisférico de radio L hasta el centro de la base del hemisferio. Es deseable hacer extensibles los datos reportados sobre la emisividad a otras geometrías, y esto se lleva a cabo presentando el concepto de **longitud promedio del haz** L, el cual representa el radio de un hemisferio equivalente. Las longitudes de haz promedio de las diferentes geometrías gaseosas se listan en la tabla 13-4. En la literatura se pueden encontrar listados más completos como en Hottel, 1954, y Siegel, Howell, 2002. Las emisividades asociadas con dichas geometrías pueden calcularse a partir de las figuras 13-37 a 13-39 utilizando la longitud de haz promedio apropiada.

Siguiendo un procedimiento recomendado por Hottel, la absorción de un gas que contiene gases CO_2 y H_2O para la radiación emitida por una fuente a una temperatura T_s se puede calcular a partir de:

$$\alpha_g = \alpha_c + \alpha_w - \Delta\alpha \tag{13-54}$$

donde $\Delta\alpha = \Delta\varepsilon$ y se calcula de la figura 13-39 a la temperatura de la fuente T_s. Las absorciones de CO_2 y H_2O, se calculan a partir de las gráficas de emisividad (figuras 13-37 y 13-38) como:

$$CO_2: \qquad \alpha_c = C_c \times (T_g/T_s)^{0.65} \times \varepsilon_c(T_s,\ P_c\ LT_s/T_g) \tag{13-55}$$

y

$$H_2O: \qquad \alpha_w = C_w \times (T_g/T_s)^{0.45} \times \varepsilon_w(T_s,\ P_w LT_s/T_g) \tag{13-56}$$

La notación indica que las emisividades deben evaluarse utilizando T_s en lugar de T_g (ambas en K o R), $P_cL\ T_s/T_g$ en lugar de P_cL y P_wLT_s/T_g en lugar de P_wL. Observe que la absorción del gas depende de la temperatura de la fuente T_s, así como de la temperatura del gas T_g. También, $\alpha = \varepsilon$ cuando $T_s = T_g$ como se esperaba. Los factores de corrección de la presión C_c y C_w se evalúan utilizando P_cL y P_wL como se realiza en los cálculos de emisividad.

Cuando se conoce la emisividad total de un gas ε_g a una temperatura T_g, la potencia emisiva del gas (radiación emitida por el gas por unidad de superficie) puede expresarse como $E_g = \varepsilon_g \sigma T_g^4$. Entonces, la razón de energía de radiación emitida por un gas hacia una superficie límite A_s que lo rodea es:

$$Q_{g,e} = \varepsilon_g A_s \sigma T_g^4 \tag{13-57}$$

Si la superficie límite es negra a la temperatura T_s, la superficie emitirá radiación hacia el gas a una razón de $A_s \sigma T_s^4$ sin reflejar nada, y el gas absorberá dicha radiación a una razón de $\alpha_g A_s \sigma T_s^4$, donde α_g es la absorción del gas. Entonces, la razón *neta* de transferencia de calor por radiación entre el gas y la superficie negra que lo rodea será:

Recinto negro: $$\dot{Q}_{\text{net}} = A_s \sigma (\varepsilon_g T_g^4 - \alpha g T_s^4) \tag{13-58}$$

Si la superficie no es negra, el análisis se torna más complejo debido a la radiación reflejada en la superficie. Sin embargo, para superficies que son grises oscuros con una emisividad $\varepsilon > 0.7$, Hottel (1954) recomienda esta modificación:

$$\dot{Q}_{\text{neta, gris}} = \frac{\varepsilon_s + 1}{2} \dot{Q}_{\text{neta, negra}} = \frac{\varepsilon_s + 1}{2} A_s \sigma (\varepsilon_g T_g^4 - \alpha_g T_s^4) \tag{13-59}$$

La emisividad de las superficies de las paredes de los hornos y de las cámaras de combustión son mayores a 0.7, y por tanto, la relación anterior es muy conveniente para elaborar los cálculos preliminares sobre la transferencia de calor por radiación.

EJEMPLO 13-14 **Emisividad efectiva de gases de combustión**

Un horno cilíndrico cuya altura y diámetro son 5 m contiene gases de combustión a 1 200 K y una presión total de 2 atm. La composición de los gases de combustión se calcula mediante el análisis volumétrico y los resultados son 80% de N_2, 8% de H_2O, 7% de O_2 y 5% de CO_2. Calcule la emisividad efectiva de los gases de combustión (figura 13-40).

SOLUCIÓN Se proporcionan la temperatura, presión y composición de una mezcla de gases. Se calculará la emisividad de la mezcla.

Suposiciones **1** Todos los gases de la mezcla son gases ideales. **2** La emisividad a calcularse es la emisividad de radiación media emitida hacia todas las superficies del recinto cerrado cilíndrico.

Análisis El análisis volumétrico de una mezcla de gases proporciona las fracciones molares y_i de los componentes, las cuales son equivalentes a las fracciones de presión de una mezcla de gases ideales. Por tanto, las presiones parciales de CO_2 y H_2O son:

$$P_c = y_{CO_2} P = 0.05(2 \text{ atm}) = 0.10 \text{ atm}$$
$$P_w = y_{H_2O} P = 0.08(2 \text{ atm}) = 0.16 \text{ atm}$$

La longitud de haz media de un cilindro de diámetro y altura igual para la radiación emitida hacia todas las superficies es (de la tabla 13-4):

$$L = 0.60D = 0.60(5 \text{ m}) = 3 \text{ m}$$

Entonces,

$$P_c L = (0.10 \text{ atm})(3 \text{ m}) = 0.30 \text{ m} \cdot \text{atm} = 0.98 \text{ pies} \cdot \text{atm}$$
$$P_w L = (0.16 \text{ atm})(3 \text{ m}) = 0.48 \text{ m} \cdot \text{atm} = 1.57 \text{ pies} \cdot \text{atm}$$

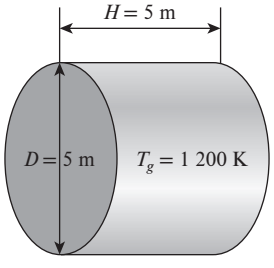


FIGURA 13-40
Esquema para el ejemplo 13-14.

Las emisividades de CO_2 y H_2O correspondientes a dichos valores a una temperatura de gas de $T_g = 1\,200$ K y 1 atm son (de la figura 13-37):

$$\varepsilon_{c,\,1\text{ atm}} = 0.16 \qquad \text{y} \qquad \varepsilon_{w,\,1\text{ atm}} = 0.23$$

Estos son los valores de emisividad base a 1 atm y es necesario corregirse para el caso de una presión total de 2 atm. Observando que $(P_w + P)/2 = (0.16 + 2)/2 = 1.08$ atm, los factores de corrección de presión son (de la figura 13-38):

$$C_c = 1.1 \qquad \text{y} \qquad C_w = 1.4$$

Tanto el CO_2 como el H_2O están presentes en la misma mezcla, y se necesita corregir la superposición de las bandas de emisión. El factor de corrección de la emisividad a $T = T_g = 1\,200$ K es, de la figura 13-39:

$$\left.\begin{aligned} P_c L + P_w L &= 0.98 + 1.57 = 2.55 \\ \frac{P_w}{P_w + P_c} &= \frac{0.16}{0.16 + 0.10} = 0.615 \end{aligned}\right\} \Delta\varepsilon = 0.048$$

Entonces, la emisividad efectiva de los gases de combustión es:

$$\varepsilon_g = C_c \varepsilon_{c,\,1\text{ atm}} + C_w \varepsilon_{w,\,1\text{ atm}} - \Delta\varepsilon = 1.1 \times 0.16 + 1.4 \times 0.23 - 0.048 = \mathbf{0.45}$$

Discusión Esta es la emisividad de radiación promedio emitida hacia todas las superficies del recinto cilíndrico. Para la radiación emitida hacia el centro de la base, la longitud de haz media es 0.71*D* en lugar de 0.60*D,* y el valor de emisividad sería diferente.

EJEMPLO 13-15 Transferencia de calor por radiación en un horno cilíndrico

Reconsidere el horno cilíndrico que se estudió en el ejemplo 13-14. Para una temperatura en las paredes de 600 K, calcule la absorción de los gases de combustión y la razón de transferencia de calor por radiación desde los gases de combustión hasta las paredes del horno (figura 13-41).

SOLUCIÓN Las temperaturas de todas las paredes del horno y de los gases de combustión se proporcionan para el caso de un horno cilíndrico. Se calcularán la absorción de la mezcla de gases y la razón de transferencia de calor por radiación.

Suposiciones **1** Todos los gases de la mezcla son gases ideales. **2** Todas las superficies de las paredes interiores del horno son negras. **3** La dispersión por el hollín y demás partículas es despreciable.

Análisis La emisividad promedio de los gases de combustión a una temperatura de gas de $T_g = 1\,200$ K se calculó en el ejemplo anterior y se obtuvo un valor de $\varepsilon_g = 0.45$. Para una temperatura de fuente de $T_s = 600$ K, la absorción del gas se calcula de nuevo utilizando las gráficas de emisividad, de tal forma que:

$$P_c L \frac{T_s}{T_g} = (0.10\text{ atm})(3\text{ m})\frac{600\text{ K}}{1\,200\text{ K}} = 0.15\text{ m}\cdot\text{atm} = 0.49\text{ pie}\cdot\text{atm}$$

$$P_w L \frac{T_s}{T_g} = (0.16\text{ atm})(3\text{ m})\frac{600\text{ K}}{1\,200\text{ K}} = 0.24\text{ m}\cdot\text{atm} = 0.79\text{ pie}\cdot\text{atm}$$

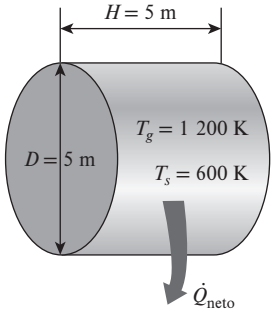


FIGURA 13-41
Esquema para el ejemplo 13-15.

Las emisividades del CO_2 y del H_2O correspondientes a dichos valores a una temperatura de $T_s = 600$ K y 1 atm son, de la figura 13-37:

$$\varepsilon_{c,\,1\text{ atm}} = 0.11 \qquad \text{y} \qquad \varepsilon_{w,\,1\text{ atm}} = 0.25$$

Los factores de corrección de presión fueron calculados en el ejemplo anterior y se obtuvieron los valores $C_c = 1.1$ y $C_w = 1.4$, y estos no cambiaron en función de la temperatura superficial. Por tanto, las absorciones del CO_2 y del H_2O son:

$$\alpha_c = C_c \left(\frac{T_g}{T_s}\right)^{0.65} \varepsilon_{c,\,1\text{ atm}} = (1.1)\left(\frac{1\,200\text{ K}}{600\text{ K}}\right)^{0.65}(0.11) = 0.19$$

$$\alpha_w = C_w \left(\frac{T_g}{T_s}\right)^{0.45} \varepsilon_{w,\,1\text{ atm}} = (1.4)\left(\frac{1\,200\text{ K}}{600\text{ K}}\right)^{0.45}(0.25) = 0.48$$

Asimismo, $\Delta\alpha = \Delta\varepsilon$, sin embargo, el factor de corrección de emisividad se evaluará de la figura 13-39 a $T = T_s = 600$ K en lugar de $T_g = 1\,200$ K. No existe ninguna gráfica para 600 K en la figura; sin embargo, podemos leer los valores $\Delta\varepsilon$ a 400 K y a 800 K, y calcular su promedio. En At $P_w/(P_w + P_c) = 0.615$ y $P_c L + P_w L = 2.55$ leemos $\Delta\varepsilon = 0.027$. Entonces, la absorción de los gases de combustión es:

$$\alpha_g = \alpha_c + \alpha_w - \Delta\alpha = 0.19 + 0.48 - 0.027 = \mathbf{0.64}$$

El área de la superficie cilíndrica es:

$$A_s = \pi DH + 2\frac{\pi D^2}{4} = \pi(5\text{ m})(5\text{ m}) + 2\frac{\pi(5\text{ m})^2}{4} = 118\text{ m}^2$$

Por tanto, la razón *neta* de transferencia de calor por radiación proveniente de los gases de combustión hacia las paredes del horno es:

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{net}} &= A_s\sigma(\varepsilon_g T_g^4 - \alpha_g T_s^4)\\ &= (118\text{ m}^2)(5.67\times10^{-8}\text{ W/m}^2\cdot\text{K})^4\,[0.45(1\,200\text{ K})^4 - 0.64\,(600\text{ K})^4]\\ &= \mathbf{5.69\times10^6\text{ W}}\end{aligned}$$

Discusión La razón de transferencia de calor que se acaba de calcular es para el caso de superficies de paredes negras. Si dichas superficies no son negras, pero su emisividad de sus superficies ε_s es mayor a 0.7, la razón de transferencia de calor puede calcularse multiplicando la razón de transferencia de calor que ya se calculó por medio de $(\varepsilon_s + 1)/2$.

TEMA DE INTERÉS ESPECIAL*

Transferencia de calor del cuerpo humano

El calor metabólico generado en el cuerpo es disipado hacia al ambiente a través de la piel y los pulmones por convección y radiación como *calor sensible* y por evaporación como *calor latente* (figura 13-42). El calor latente representa el calor de vaporiza-

* Esta sección puede omitirse sin perder continuidad.

ción del agua a medida que se evapora en los pulmones y en la piel absorbiendo calor corporal y el calor latente se libera a medida que la humedad se condensa sobre las superficies frías. El calentamiento del aire inhalado representa una transferencia de calor sensible en los pulmones y es proporcional al incremento de temperatura del aire inhalado. La razón total de pérdida de calor del cuerpo puede expresarse como:

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{cuerpo, total}} &= \dot{Q}_{\text{piel}} + \dot{Q}_{\text{pulmones}} \\ &= (\dot{Q}_{\text{sensible}} + \dot{Q}_{\text{latente}})_{\text{piel}} + (\dot{Q}_{\text{sensible}} + \dot{Q}_{\text{latente}})_{\text{pulmones}} \\ &= (\dot{Q}_{\text{convección}} + \dot{Q}_{\text{radiación}} + \dot{Q}_{\text{latente}})_{\text{piel}} + (\dot{Q}_{\text{convección}} + \dot{Q}_{\text{latente}})_{\text{pulmones}}\end{aligned} \quad \textbf{(13-60)}$$

Por tanto, la determinación de la transferencia de calor de un cuerpo por medio del análisis resulta difícil. La ropa complica aún más la transferencia de calor del cuerpo y se debe confiar en datos experimentales. En condiciones estacionarias, la razón total de transferencia de calor del cuerpo es igual a la razón de generación de calor metabólico en el cuerpo, la cual varía de un valor aproximado de 100 W en el caso de trabajo ligero en la oficina hasta aproximadamente 1 000 W durante una sesión de trabajo físico pesado.

La pérdida de calor sensible de la piel depende de las temperaturas de la piel, del medio ambiente y de las superficies circundantes, así como también del movimiento del aire. *La pérdida de calor latente*, por otra parte, depende del grado de humedad de la piel y de la humedad relativa del ambiente también. La *ropa* sirve como un aislante y reduce las pérdidas de calor sensible y latente. La transferencia de calor de los pulmones a través de la respiración obviamente depende de la frecuencia de la respiración y del volumen de los pulmones, así como también de factores del ambiente que afectan la transferencia de calor desde la piel.

El calor sensible de la piel con ropa es transferido primero a la ropa y, después, de la ropa al medio ambiente. Las pérdidas de calor por convección y radiación de la superficie exterior de un cuerpo con ropa pueden expresarse como:

$$\dot{Q}_{\text{convección}} = h_{\text{convección}}\, A_{\text{ropa}}(T_{\text{ropa}} - T_{\text{ambiente}}) \quad \textbf{(13-61)}$$

$$\dot{Q}_{\text{radiación}} = h_{\text{radiación}}\, A_{\text{ropa}}(T_{\text{ropa}} - T_{\text{circundante}}) \quad \textbf{(13-62)}$$

(W)

donde:

$h_{\text{convección}}$ = coeficiente de transferencia de calor por convección, proporcionado en la tabla 13-5.
$h_{\text{radiación}}$ = coeficiente de transferencia de calor por radiación, 4.7 $\text{W/m}^2\cdot\text{K}$ para condiciones típicas en interiores; se supone que la emisividad tiene un valor de 0.95, el cual es un valor típico.
A_{ropa} = área de la superficie exterior de una persona con ropa.
T_{ropa} = temperatura promedio de la piel y de la ropa expuesta.
T_{ambiente} = temperatura del aire ambiental.
$T_{\text{circundante}}$ = temperatura promedio de las superficies circundantes.

Los coeficientes de transferencia de calor por convección a una presión de 1 atm se proporcionan en la tabla 13-5. Los coeficientes de convección a presiones P diferentes a 1 atm se obtienen multiplicando los valores a presión atmosférica por $P^{0.55}$ donde P está en atm. Asimismo, se entiende que las temperaturas de las diferentes superficies que circundan a una persona son probablemente diferentes, y que $T_{\text{circundante}}$ representa la **temperatura de radiación media**, la cual es la temperatura de un recinto isotérmico imaginario en el que el intercambio de calor por radiación con el cuerpo humano es igual al intercambio de calor por radiación con el recinto real. Observan-

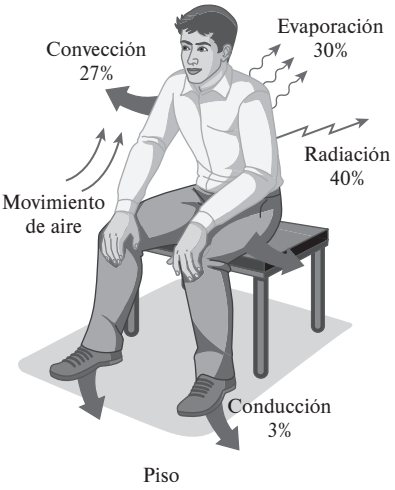


FIGURA 13-42

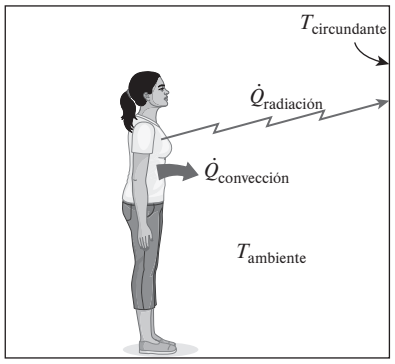
Mecanismos de pérdida de calor del cuerpo humano y magnitudes relativas para una persona en reposo.

TABLA 13-5

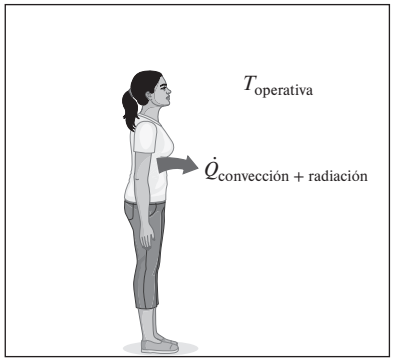
Coeficientes de transferencia de calor por convección para un cuerpo con ropa a 1 atm (V está en m/s) (compilado de varias fuentes)

Actividad	$h_{\text{convección}}$,* $\text{W/m}^2\cdot\text{K}$
Sentado en aire en movimiento a	
$0 < V < 0.2$ m/s	3.1
$0.2 < V < 4$ m/s	$8.3V^{0.6}$
Caminando en aire tranquilo a	
$0.5 < V < 2$ m/s	$8.6V^{0.53}$
Caminando en un caminadora en aire tranquilo a	
$0.5 < V < 2$ m/s	$6.5V^{0.39}$
Parado en aire en movimiento a	
$0 < V < 0.15$ m/s	4.0
$0.15 < V < 1.5$ m/s	$14.8V^{0.69}$

* A presiones diferentes de 1 atm, multiplique por $P^{0.55}$, donde P está en atm.



a) Convección y radiación por separado



b) Convección y radiación combinada

FIGURA 13-43

La pérdida de calor por convección y radiación del cuerpo puede combinarse en un solo término definiendo una temperatura operativa equivalente.

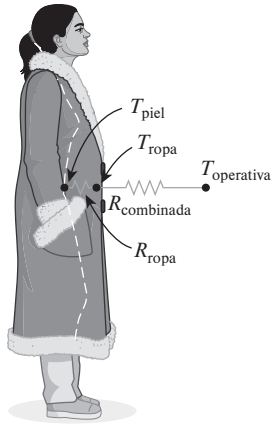


FIGURA 13-44

Red simplificada de resistencias térmicas para la transferencia de calor de una persona con ropa.

do que la mayoría de los materiales de construcción y con los que están fabricadas las prendas de vestir son negras, la *temperatura de radiación media* de un recinto que consta de N superficies a diferentes temperaturas puede calcularse de,

$$T_{\text{circundante}} \cong F_{\text{persona-1}}\, T_1 + F_{\text{persona-2}}\, T_2 + \cdots + F_{\text{persona-}N} T_N \qquad \textbf{(13-63)}$$

donde T_i es la *temperatura de la superficie i* y $F_{\text{persona-}i}$ es el *factor de visión* entre la persona y la superficie *i.*

La pérdida de calor sensible total también puede expresarse convenientemente combinando las pérdidas de calor por convección y por radiación como:

$$\dot{Q}_{\text{convección + radiación}} = h_{\text{combinados}} A_{\text{ropa}} (T_{\text{ropa}} - T_{\text{operativo}}) \qquad \textbf{(13-64)}$$

$$= (h_{\text{convección}} + h_{\text{radiación}}) A_{\text{ropa}} (T_{\text{ropa}} - T_{\text{operativo}}) \ (\text{W}) \qquad \textbf{(13-65)}$$

donde la **temperatura operativa** $T_{\text{operativa}}$ es el promedio de las temperaturas radiante y ambiente promedio ponderadas por sus respectivos coeficientes de transferencia de calor por radiación y convección y se expresa como (figura 13-43):

$$T_{\text{operativo}} = \frac{h_{\text{convección}}\ T_{\text{ambiente}} + h_{\text{radiación}}\, T_{\text{circundante}}}{h_{\text{convección}} + h_{\text{radiación}}} \cong \frac{T_{\text{ambiente}} + T_{\text{circundante}}}{2} \qquad \textbf{(13-66)}$$

Observe que la temperatura operativa será el promedio aritmético de las temperaturas superficiales del ambiente y circundantes cuando los coeficientes de transferencia de calor por convección y radiación sean iguales entre sí. Otro índice ambiental utilizado en el análisis de confort térmico es la **temperatura efectiva**, la cual combina los efectos de la temperatura y humedad. Dos ambientes con la misma temperatura efectiva producen la misma respuesta térmica en las personas a pesar de que dichos ambientes están a diferentes temperaturas y humedades.

La transferencia de calor a través de la *ropa* puede expresarse como:

$$\dot{Q}_{\text{convección + radiación}} = \frac{A_{\text{ropa}} (T_{\text{piel}} - T_{\text{ropa}})}{R_{\text{ropa}}} \qquad \textbf{(13-67)}$$

donde R_{ropa} es **la resistencia térmica unitaria de la ropa** en $\text{m}^2 \cdot \text{K/W}$, la cual involucra los efectos combinados de la conducción, de la convección y de la radiación entre la piel y la superficie exterior de la ropa. La resistencia térmica de la ropa (*clothing*) es generalmente expresada en unidades **clo** donde 1 clo = 0.155 $\text{m}^2 \cdot \text{K/W}$ = 0.880 pies$^2 \cdot$ °F $\cdot$ h/Btu. La resistencia térmica de los pantalones, camisas de manga larga, suéteres de manga larga y de las playeras, es de 1.0 clo o 1.55 $\text{m}^2 \cdot \text{K/W}$. La ropa de verano como los pantalones ligeros y las camisas de manga corta tienen un valor de aislamiento de 0.5 clo, mientras que la ropa de verano como los pantalones pesados, camisas de manga larga y un suéter o una chamarra tienen un valor de aislamiento de 0.9 clo.

Por tanto, la pérdida de calor sensible total puede expresarse en términos de la temperatura de la piel en lugar de la temperatura inconveniente de la ropa como (figura 13-44):

$$\dot{Q}_{\text{convección + radiación}} = \frac{A_{\text{ropa}} (T_{\text{piel}} - T_{\text{operativo}})}{R_{\text{ropa}} + \dfrac{1}{h_{\text{combinado}}}} \qquad \textbf{(13-68)}$$

En un estado de confort térmico, se ha observado que la temperatura promedio de la piel del cuerpo humano es de 33 °C (91.5 °F). No se experimenta una falta

de confort a medida que la temperatura de la piel fluctúa en un rango entre ±1.5 °C (2.5 °F). Este es el caso independientemente que el cuerpo esté con o sin ropa.

La pérdida de calor latente o **evaporativo** de la piel es proporcional a la diferencia entre la presión de vapor de agua en la piel y el aire ambiental, y el grado de humedad de esta, el cual es su medida. Esto se debe a los efectos combinados de la *evaporación del sudor* y la *difusión* del agua a través de la piel, y puede expresarse como:

$$\dot{Q}_{\text{latente}} = \dot{m}_{\text{vapor}}\, h_{fg} \tag{13-69}$$

donde,

$\dot{m}_{\text{vapor}}$ = la razón de evaporación del cuerpo, kg/s
h_{fg} = entalpía de vaporización del agua = 2 430 kJ/kg a 30 °C

La pérdida de calor por evaporación es mínima cuando la piel está completamente mojada. Asimismo, la ropa ofrece resistencia a la evaporación y la razón de evaporación de los cuerpos con ropa depende de la permeabilidad a la humedad de la ropa. La razón máxima de evaporación de un hombre promedio es de alrededor de 1 L/h (0.3 g/s), lo cual representa un límite superior de 730 W para el valor de la razón de enfriamiento por evaporación. Una persona puede perder tanto como 2 kg de agua por hora durante el tiempo que hace ejercicio en un día cálido; sin embargo, todo exceso de sudor se resbala a través de la superficie de la piel sin evaporarse (figura 13-45).

Durante la *respiración*, el aire inhalado ingresa en condiciones ambientales y el aire exhalado sale del cuerpo casi saturado a una temperatura cercana a la temperatura profunda del cuerpo (figura 13-46). Por tanto, el cuerpo pierde tanto calor sensible por convección como calor latente por evaporación de los pulmones, y estas pérdidas pueden expresarse como:

$$\dot{Q}_{\text{convección, pulmones}} = \dot{m}_{\text{aire, pulmones}}\, c_{p,\ \text{aire}} (T_{\text{exhale}} - T_{\text{ambiente}}) \tag{13-70}$$

$$\dot{Q}_{\text{latente, pulmones}} = \dot{m}_{\text{vapor, pulmones}}\, h_{fg} = \dot{m}_{\text{aire, pulmones}} (\omega_{\text{exhale}} - \omega_{\text{ambiente}})\, h_{fg} \tag{13-71}$$

donde:

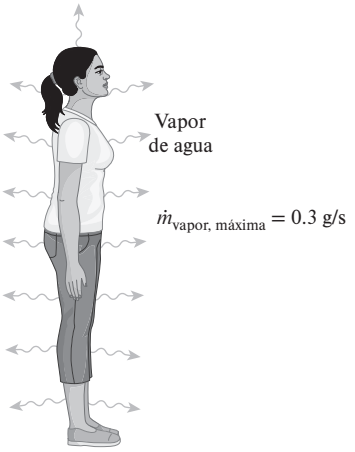
$\dot{m}_{\text{aire, pulmones}}$ = razón de la admisión de aire a los pulmones, kg/s
$c_{p,\ \text{aire}}$ = calor específico del aire = 1.0 kJ/kg·K
T_{exhale} = temperatura del aire exhalado
ω = razón de humedad (la masa de humedad por unidad de masa de aire seco)

La tasa de entrada de aire a los pulmones es directamente proporcional a la tasa metabólica $\dot{Q}_{\text{met}}$. La razón de pérdida de calor total de los pulmones a través de la respiración puede expresarse aproximadamente como:

$$\dot{Q}_{\text{convección + latente, pulmones}} = 0.0014\, \dot{Q}_{\text{metabólico}} (34 - T_{\text{ambiente}}) + 0.0173\, \dot{Q}_{\text{metabólico}} (5.87 - P_{v,\ \text{ambiente}}) \tag{13-72}$$

donde $P_{V,\ \text{ambiente}}$ es la presión de vapor del aire ambiental en kPa.

La fracción de calor sensible varía desde 40% en el caso de trabajo pesado, hasta alrededor de 70% en el caso de trabajo ligero. El resto de la energía es rechazada por el cuerpo por transpiración en forma de calor latente.



$\dot{Q}_{\text{latente, máxima}} = \dot{m}_{\text{latente, máxima}}\, h_{fg@30\ °C}$
$= (0.3\ \text{g/s})(2\ 430\ \text{kJ/kg})$
$= 729\ \text{W}$

FIGURA 13-45
Una persona promedio puede perder calor a una razón de hasta 730 W por evaporación.

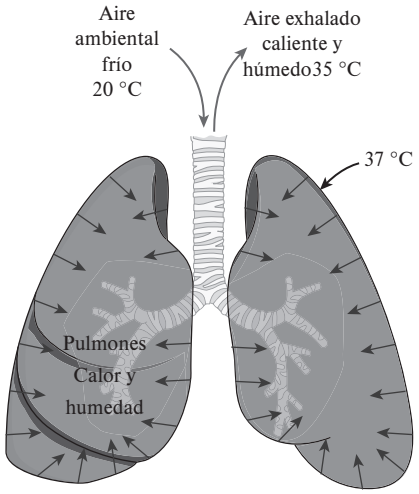


FIGURA 13-46
Parte del calor metabólico generado en el cuerpo es rechazado hacia el aire por los pulmones durante la respiración.

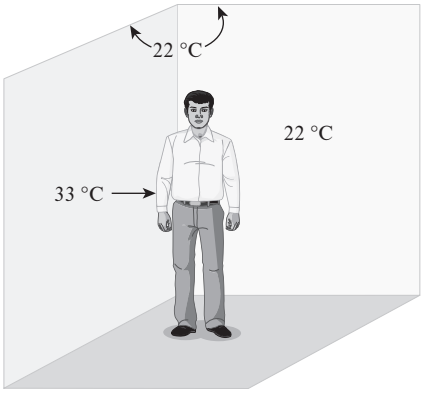


FIGURA 13-47
Esquema para el ejemplo 13-16.

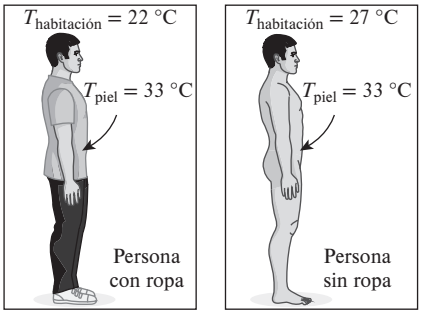


FIGURA 13-48
La ropa sirve como aislante y la temperatura de la habitación necesita elevarse, para una persona desnuda con el fin de mantener el mismo nivel de confort.

EJEMPLO 13-16 **Efecto de la ropa en el confort térmico**

Es evidente que una persona con ropa o sin ella se siente confortable cuando la temperatura de su piel es de alrededor de 33 °C. Hay un hombre promedio que viste ropa de verano cuya resistencia térmica es de 0.6 clo. Dicha persona se siente muy confortable mientras está parado en una habitación que se mantiene a una temperatura de 22 °C. El movimiento del aire en la habitación es despreciable y la temperatura superficial en el interior de la habitación es aproximadamente la misma que la del aire. Si este hombre estuviera parado en dicha habitación desnudo, calcule la temperatura a la cual debe mantenerse la habitación para que él se sienta confortable térmicamente.

SOLUCIÓN Un hombre que viste ropa de verano se siente confortable en una habitación que está a 22 °C. Se calculará la temperatura de la habitación a la cual dicho hombre se sentiría térmicamente confortable cuando se encuentre desnudo.

Suposiciones **1** Existen condiciones estacionarias**. 2** La pérdida de calor latente de la persona permanece igual. **3** Los coeficientes de transferencia de calor permanecen iguales.

Análisis El cuerpo pierde calor en forma sensible y latente y el calor sensible consta de transferencia de calor por convección y radiación. A velocidades del aire bajas, el coeficiente de transferencia de calor por convección para un hombre de pie está dado en la tabla 13-5 y es de 4.0 $\text{W/m}^2\cdot\text{K}$. El coeficiente de transferencia de calor por radiación en condiciones típicas en interiores es de 4.7 $\text{W/m}^2\cdot\text{K}$. Por tanto, el coeficiente de transferencia de calor superficial de una persona parada en el caso de convección y radiación combinada es:

$$h_{\text{combinada}} = h_{\text{convección}} + h_{\text{radiación}} = 4.0 + 4.7 = 8.7 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$$

La resistencia térmica de la ropa está dada por:

$$R_{\text{ropa}} = 0.6 \text{ clo} = 0.6 \times 0.155 \text{ m}^2\cdot\text{K/W} = 0.093 \text{ m}^2\cdot\text{K/W}$$

Dado que la superficie de un hombre promedio es de 1.8 m^2, la pérdida de calor sensible de esta persona cuando está vestida se calcula (figura 13-47) como:

$$\dot{Q}_{\text{sensible, vestida}} = \frac{A_s(T_{\text{piel}} - T_{\text{ambiente}})}{R_{\text{ropa}} + \dfrac{1}{h_{\text{combinada}}}} = \frac{(1.8 \text{ m}^2)(33 - 22) \text{ °C}}{0.093 \text{ m}^2\cdot\text{°C/W} + \dfrac{1}{8.7 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}}} = 95.2 \text{ W}$$

Desde un punto de vista de la transferencia de calor, desvestirse es equivalente a quitar el aislamiento que representa la ropa o, lo que es lo mismo, fijar el valor de $R_{\text{con ropa}} = 0$. La transferencia de calor en este caso puede expresarse como:

$$\dot{Q}_{\text{sensible, desnuda}} = \frac{A_s(T_{\text{piel}} - T_{\text{ambiente}})}{\dfrac{1}{h_{\text{combinado}}}} = \frac{(1.8 \text{ m}^2)(33 - T_{\text{ambiente}}) \text{ °C}}{\dfrac{1}{8.7 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}}}$$

Para mantener confort térmico después de desvestirse, la temperatura de la piel de la persona y la razón de transferencia de calor de él deben permanecer iguales. Por tanto, igualando la ecuación anterior a 95.2 W se obtiene:

$$T_{\text{ambiente}} = \mathbf{26.9 \text{ °C}}$$

Por tanto, la temperatura del aire necesita incrementarse de 22 a 26.9 °C, con el fin de garantizar que la persona se sienta confortable en la habitación después de que se quite la ropa (figura 13-48).

Discusión Observe que el efecto de la ropa en el calor latente se considera despreciable en la solución anterior. También se supone que la superficie de la persona con y sin ropa es la misma para efectos de simplificación, y estos dos efectos deben contrarrestarse entre sí.

RESUMEN

La transferencia de calor por radiación entre superficies depende de la orientación de dichas superficies en relación una con otra. En un análisis de radiación, este efecto se explica por el parámetro geométrico *factor de visión*. El *factor de visión* desde una superficie i hasta otra superficie j es expresada como $F_{i \to j}$ o F_{ij} y se define como la fracción de la radiación que sale de la superficie i y que incide sobre la superficie j directamente. Los factores de visión entre superficies diferenciales y finitas se expresan como:

$$dF_{dA_1 \to dA_2} = \frac{\dot{Q}_{dA_1 \to dA_2}}{\dot{Q}_{dA_1}} = \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} dA_2$$

$$F_{dA_1 \to A_2} = \int_{A_2} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} dA_2$$

$$F_{12} = F_{A_1 \to A_2} = \frac{\dot{Q}_{A_1 \to A_2}}{\dot{Q}_{A_1}} = \frac{1}{A_1} \int_{A_2} \int_{A_1} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} dA_1\, dA_2$$

donde r es la distancia entre dA_1 y dA_2, y θ_1 y θ_2 son los ángulos entre las perpendiculares a las superficies y a la línea que conecta dA_1 con dA_2.

El factor de visión $F_{i \to i}$ representa la fracción de la radiación que sale de la superficie i y que incide en sí misma directamente; $F_{i \to i} = 0$ para superficies *planas* y *convexas* y $F_{i \to i} \neq 0$ para superficies *cóncavas*. Para los factores de visión, la *regla de reciprocidad* se expresa como:

$$A_i F_{i \to j} = A_j F_{j \to i}$$

La suma de los factores de visión desde la superficie i de un recinto hacia todas las superficies de dicho recinto, incluyendo hacia ella misma, debe ser igual a la unidad. A este se le conoce como la *regla de la sumatoria* para un recinto cerrado. La *regla de superposición* se expresa como sigue: el factor de visión desde una superficie i hacia una superficie j es igual a la suma de los factores de visión desde la superficie i hacia las partes de la superficie j. La regla de la simetría se expresa de la manera siguiente: Si las superficies j y k son simétricas respecto a la superficie i, entonces $F_{i \to j} = F_{i \to k}$.

La razón de transferencia de calor por radiación *neta* entre dos superficies *negras* se calcula como:

$$\dot{Q}_{1 \to 2} = A_1 F_{1 \to 2} \sigma (T_1^4 - T_2^4)$$

La transferencia de calor por radiación *neta* desde cualquier superficie i de un recinto *negro* se calcula sumando las transferencias de calor por radiación *netas* desde la superficie i hacia cada una de las superficies del recinto:

$$\dot{Q}_i = \sum_{j=1}^{N} \dot{Q}_{i \to j} = \sum_{j=1}^{N} A_i F_{i \to j} \sigma (T_i^4 - T_j^4)$$

La energía de radiación total que sale de una superficie por unidad de tiempo y por unidad de área se le conoce con el nombre de *radiosidad* y se denota por medio de la letra J. La razón *neta* de transferencia de calor por radiación desde una superficie i con un área A_i se expresa como:

$$\dot{Q}_i = \frac{E_{bi} - J_i}{R_i}$$

donde

$$R_i = \frac{1 - \varepsilon_i}{A_i \varepsilon_i}$$

es *la resistencia superficial* a la radiación. La razón *neta* de transferencia de calor por radiación de la superficie i hasta la superficie j puede expresarse como:

$$\dot{Q}_{i \to j} = \frac{J_i - J_j}{R_{i \to j}}$$

donde

$$R_{i \to j} = \frac{1}{A_i F_{i \to j}}$$

es la *resistencia espacial* a la radiación. El *método de la red* se aplica en los problemas sobre recintos de radiación dibujando una resistencia superficial asociada con cada superficie de un recinto y conectándolas con las resistencias superficiales. Después el problema se resuelve tratándolas como un problema de redes eléctricas donde la transferencia de calor por radiación reemplaza a la corriente y la radiosidad reemplaza al potencial. *El método directo* está basado en las dos ecuaciones siguientes:

Superficies con una razón de transferencia de calor neta específica $\dot{Q}_i$

$$\dot{Q}_i = A_i \sum_{j=1}^{N} F_{i \to j} (J_i - J_j)$$

Superficies con una temperatura específica T_i

$$\sigma T_i^4 = J_i + \frac{1 - \varepsilon_i}{\varepsilon_i} \sum_{j=1}^{N} F_{i \to j} (J_i - J_j)$$

El primero y segundo grupos de ecuaciones consta de N ecuaciones algebraicas lineales para el cálculo de N radiosidades desconocidas para un recinto de N superficies. Una vez que las radiosidades $J_1, J_2, \ldots, J_N$ se hayan calculado, las temperaturas superficiales y las tasas de transferencia de calor desconocidas pueden calcularse a partir de las ecuaciones que se acaban de mostrar.

La razón *neta* de transferencia de radiación entre cualquier par de superficies grises, difusas u opacas que forman un recinto cerrado está dada por:

$$\dot{Q}_{12} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\dfrac{1-\varepsilon_1}{A_1\varepsilon_1} + \dfrac{1}{A_1 F_{12}} + \dfrac{1-\varepsilon_2}{A_2\varepsilon_2}}$$

La transferencia de calor por radiación entre dos superficies puede reducirse significativamente insertando entre las dos superficies hojas delgadas, altamente reflejantes (con baja emisividad) de un material llamado *blindajes de radiación*. La transferencia de calor por radiación entre dos placas paralelas de gran tamaño separadas por N blindajes de radiación es:

$$\dot{Q}_{12,\,N\text{blindajes}} = \frac{A\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\left(\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1}{\varepsilon_2} - 1\right) + \cdots + \left(\dfrac{1}{\varepsilon_{N,\,1}} + \dfrac{1}{\varepsilon_{N,\,2}} - 1\right)}$$

El efecto de la radiación en las mediciones de temperatura puede explicarse adecuadamente por:

$$T_f = T_{\text{term}} + \frac{\varepsilon\sigma(T_{\text{term}}^4 - T_w^4)}{h}$$

donde T_f es la temperatura real del fluido, T_{term} es el valor de temperatura medido por el termómetro y T_w es la temperatura de las paredes circundantes, todas en K.

Los gases con moléculas simétricas tales como el H_2O, CO_2, CO, SO_2 e hidrocarburos H_nC_m participan en el proceso de radiación por absorción y emisión. *La transmisividad, absorción* y *emisividad espectrales* de un medio se expresa como:

$$\tau_\lambda = e^{-\kappa_\lambda L}, \quad \alpha_\lambda = 1 - \tau_\lambda = 1 - e^{-\kappa_\lambda L}, \quad \text{y} \quad \varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda = 1 - e^{-\kappa\lambda L}$$

donde κ_λ es el *coeficiente de absorción espectral* del medio.

Las emisividades de los gases H_2O y del CO_2 se proporcionan en la figura 13-36 para un valor de presión total de $P = 1$ atm. Las emisividades a otras presiones se calculan a partir de,

$$\varepsilon_w = C_w \varepsilon_{w,\,1\text{ atm}} \quad \text{y} \quad \varepsilon_c = C_c \varepsilon_{c,\,1\text{ atm}}$$

donde C_w y C_c son los *factores de corrección de presión*. Para las mezclas de gases que contienen tanto H_2O como CO_2, la emisividad se calcula a partir de:

$$\varepsilon_g = \varepsilon_c + \varepsilon_w - \Delta\varepsilon = C_c \varepsilon_{c,\,1\text{ atm}} + C_w \varepsilon_{w,\,1\text{ atm}} - \Delta\varepsilon$$

donde $\Delta\varepsilon$ es *el factor de corrección de emisividad*, el cual explica la superposición de las bandas de emisión. Las absorciones de gases para la radiación emitida por una fuente a una temperatura T_s se calcula de manera similar a partir de:

$$\alpha_g = \alpha_c + \alpha_w - \Delta\alpha$$

donde $\Delta\alpha = \Delta\varepsilon$ a la temperatura fuente T_s y:

$$CO_2: \quad \alpha_c = C_c \times (T_g/T_s)^{0.65} \times \varepsilon_c(T_s,\, P_c LT_s/T_g)$$
$$H_2O: \quad \alpha_w = C_w \times (T_g/T_s)^{0.45} \times \varepsilon_w(T_s,\, P_w LT_s/T_g)$$

La razón de transferencia de calor por radiación entre un gas y una superficie circundante es:

Recinto negro cerrado: $\dot{Q}_{\text{neto}} = A_s\sigma(\varepsilon_g T_g^4 - \alpha_g T_s^4)$

Recinto gris cerrado con $\varepsilon_s > 0.7$: $\dot{Q}_{\text{neto, gris}} = \dfrac{\varepsilon_s + 1}{2} A_s\sigma(\varepsilon_g T_g^4 - \alpha_g T_s^4)$

REFERENCIAS Y LECTURAS RECOMENDADAS

1. D.K. Edwards. *Radiation Heat Transfer Notes.* Washington, DC: Hemisphere, 1981.

2. D.K. Edwards y R. Matavosian. "Scaling Rules for Total Absorptivity and Emissivity of Gases". *Journal of Heat Transfer* 106 (1984), pp. 684-689.

3. D.K. Edwards y R. Matavosian. "Emissivity Data for Gases". Sección 5.5.5 en *Hemisphere Handbook of Heat Exchanger Design*, ed. G.F.Hewitt. Nueva York: Hemisphere, 1990.

4. D.C. Hamilton y W.R. Morgan. "Radiation Interchange Configuration Factors". National Advisory Committee for Aeronautics, Nota técnica 2836, 1952.

5. H.C. Hottel. "Radiant Heat Transmission". En *Heat Transmission*, 3a ed., ed. W.H. McAdams. Nueva York: McGraw-Hill, 1954.

6. H.C. Hottel. "Heat Transmission by Radiation from Non-Luminous Gases", *Transactions of the AIChE* 19 (1927), pp. 173-205.

7. H.C. Hottel y R.B. Egbert. "Radiant Heat Transmission from Water Vapor", Transactionsof the AIChE 38 (1942), pp. 531-565.

8. J.R. Howell. *A Catalog of Radiation Configuration Factors*. Nueva York: McGraw-Hill, 1982.

9. M.F. Modest. *Radiative Heat Transfer*, 2a. ed. Nueva York: AcademicPress, 2003.

10. A.K. Oppenheim. "Radiation Analysis by the Network Method", *Transactions of the ASME* 78 (1956), pp. 725-735.

11. R. Siegel y J.R. Howell. *Thermal Radiation Heat Transfer*, 4ª. Ed. Nueva York: Taylor & Francis, 2002.

12. S. Thyageswaran. "Radiation View Factor for Co-Axial and Unequal Rectangles in Parallel Planes". *Heat Transfer Engineering* 38 (2017), pp. 1522-1529.

PROBLEMAS*

El factor de visión

13-1C ¿Qué representa el factor de visión? ¿Cuándo el factor de visión de una superficie a sí mismo es diferente de cero?

13-2C ¿Cómo calcula el factor de visión F_{12} cuando el factor de visión F_{21} y de las áreas superficiales están disponibles?

13-3C ¿Qué son las reglas de la sumatoria y de la superposición para los factores de visión?

13-4C ¿Qué es el método de las cuerdas cruzadas? ¿Para qué tipo de geometrías se aplica el método de las cuerdas cruzadas?

13-5 Se tienen dos discos circulares paralelos coaxiales con el mismo diámetro $D = 1$ m espaciados 1 m entre sí y dos placas cuadradas paralelas y alineadas (1 m × 1 m) también están espaciadas 1 m entre sí. Calcule los factores de visión F_{12} entre los discos circulares y las placas cuadradas. ¿Cuál de las dos geometrías tiene un valor de factor de visión más grande?

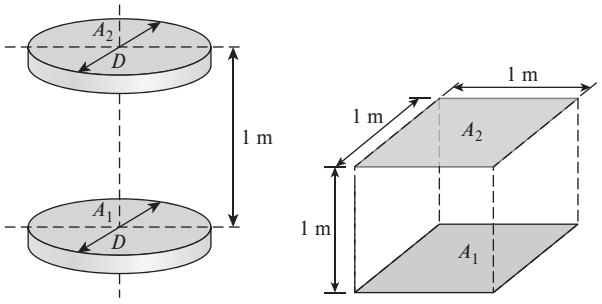


FIGURA P13-5

13-6 Se tienen dos discos circulares paralelos coaxiales con el mismo diámetro D que están espaciados entre si una distancia L. Si el factor de visión es $F_{12} = 0.1$, sin alterar el diámetro de los discos, calcule una solución que incremente el factor de visión F_{12} en un factor de 5.

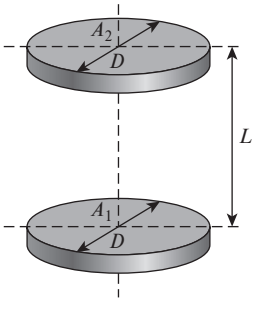


FIGURA P13-6

13-7 Calentadores cilíndricos se encuentran espaciados 5 cm entre sí formando una fila y dichos calentadores se colocan entre dos placas paralelas de gran tamaño. Si el diámetro de los cilindros es de 35 mm, calcule los factores de visión entre la placa y la fila de cilindros, F_{12} y F_{32}.

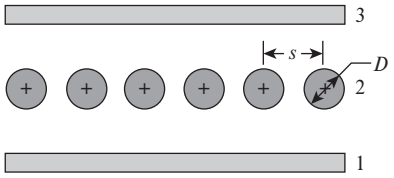


FIGURA P13-7

13-8 Se tiene un recinto que consta de 13 superficies. ¿Cuántos factores de visión involucra esta geometría? ¿Cuántos de dichos factores de visión pueden calcularse mediante la aplicación de las reglas de reciprocidad y de la sumatoria?

13-9 Se tiene un recinto que consta de cinco superficies. ¿Cuántos factores de visión involucra esta geometría? ¿Cuántos factores de visión pueden calcularse mediante la aplicación de las reglas de reciprocidad y de la sumatoria?

13-10 Se tiene un horno hemisférico con una base circular plana cuyo diámetro es D. Calcule el factor de visión del domo de este horno hacia su base. *Respuesta:* 0.5

13-11 Se tiene un recinto cónico de altura h y diámetro de la base D. Calcule el factor de visión de la superficie del lateral del cono hacia un agujero de diámetro d localizado en el centro de la base.

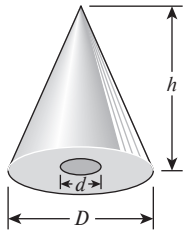
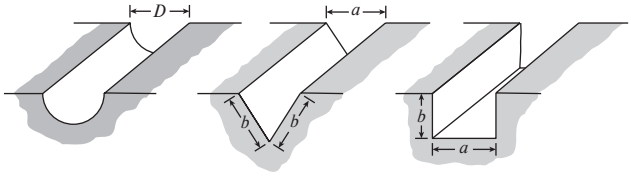


FIGURA P13-11

13-12 Calcule los cuatro factores de visión asociados con un recinto formado por dos cilindros concéntricos de gran longitud de radios r_1 y r_2. Desprecie los efectos en los extremos.

13-13 Calcule los factores de visión de las ranuras muy largas que se muestran en la figura P13-13 hacia su entorno sin usar ninguna tabla o gráfica de factores de visión. Desprecie los efectos en los extremos.



a) Semicilíndrico *b*) Ranura triangular *c*) Ranura rectangular

FIGURA P13-13

* Los problemas señalados con una "C" son preguntas conceptuales en las que se alienta a los estudiantes a responderlas todas. Los problemas designados con una "I" están en unidades del sistema inglés, y los usuarios del SI pueden ignorarlos. Los problemas con el icono son de naturaleza integral y están destinados a resolverse con el software adecuado. Los problemas con el icono son problemas de prevención a través del diseño (*Prevention through Design*). Los problemas con el icono son de códigos y estándares (*Codes and Standards*).

13-14 Se tiene un recinto cilíndrico en el que A_1, A_2 y A_3 representan las superficies de la base interior, de la cubierta y del lado, respectivamente. Usando el cociente longitud-diámetro, $K = L/D$, calcule *a*) la expresión para encontrar el factor de visión entre la base y la superficie lateral F_{13} en términos de K, y *b*) el valor del factor de visión F_{13} para $L = D$.
Respuestas: a) $F_{13} = 2K\sqrt{(K^2+1)} - 2K^2$, *b)* 0.828

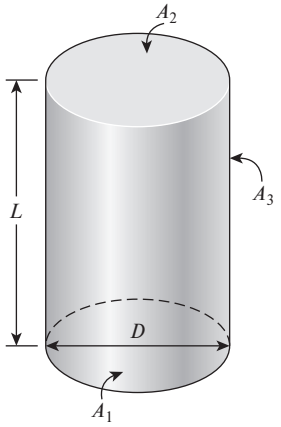


FIGURA P13-14

13-15 Un cono circular de diámetro D está colocado de tal manera que tiene un eje en común con un disco circular, también de diámetro D, a una distancia L, como se muestra en la figura. Con un área hipotética (A_3) correspondiente a la abertura del cono, calcule los valores de F_{11} y F_{12} para $L = D = 100$ mm.

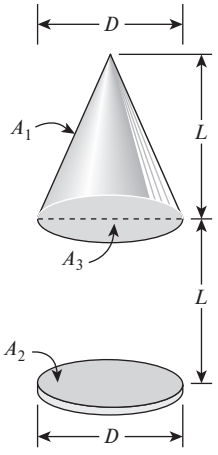


FIGURA P13-15

13-16 Se tiene una superficie cilíndrica y un disco orientados coaxialmente como se muestra en la figura. El cilindro tiene un diámetro D y una longitud L. El disco de diámetro D se coloca coaxialmente con el cilindro a una distancia L. Si $L = 2D$, calcule el factor de visión F_{12} entre la superficie del cilindro (1) y el disco (2) que está enfrente de él.

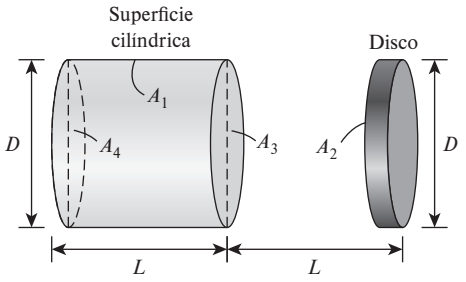


FIGURA P13-16

13-17 Repita el problema 13-16 con un valor de $L = D$.

13-18 Un cono circular de diámetro D y longitud L está colocado coaxialmente con un disco circular, también de diámetro D, a una distancia L (figura P13-18). Una superficie cilíndrica de diámetro D y longitud L y un disco circular que tiene el mismo diámetro D, están orientados coaxialmente a una distancia L. Calcule los factores de visión F_{12} para las dos geometrías. ¿Cuál de las dos geometrías tiene el valor de factor de visión más grande?

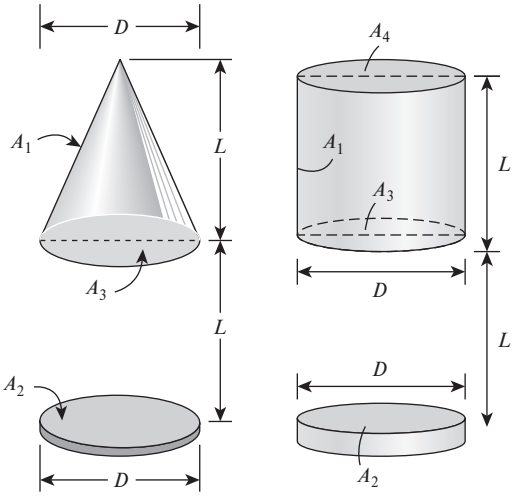


FIGURA P13-18

13-19 Calcule los factores de visión de la base de un cubo a cada una de las otras cinco superficies.

13-20 Calcule los factores de visión F_{13} y F_{23} entre las superficies rectangulares que se muestran en la figura P13-20.

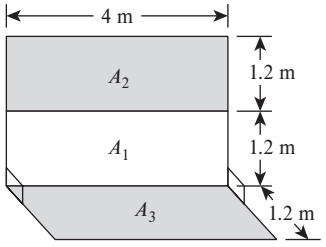


FIGURA P13-20

13-21 Calcule el factor de visión F_{12} entre las superficies rectangulares que se muestran en la figura P13-21.

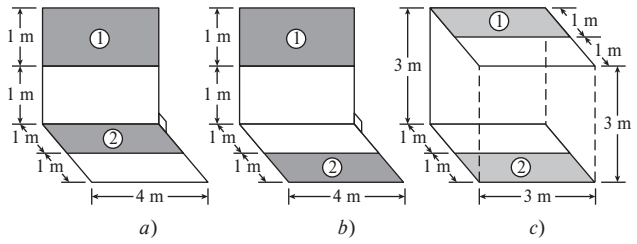


FIGURA P13-21

13-22 Se tiene un recinto cilíndrico cuya altura es dos veces el diámetro de su base. Calcule el factor de visión de la superficie lateral de este recinto cilíndrico a la superficie de su base.

13-23 En las superficies interiores del cilindro circular recto que se muestra en la figura P13-23, calcule F_{13} y F_{33}.

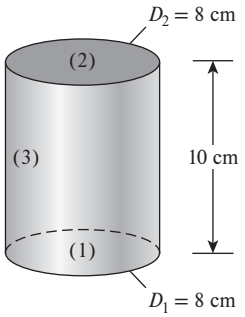


FIGURA P13-23

13-24 Dos placas paralelas de longitud infinita de ancho w se encuentran a una distancia w entre sí, como se muestra en la figura P13-24. Usando el método de las cuerdas cruzadas de Hottel, calcule el factor de visión F_{12}.

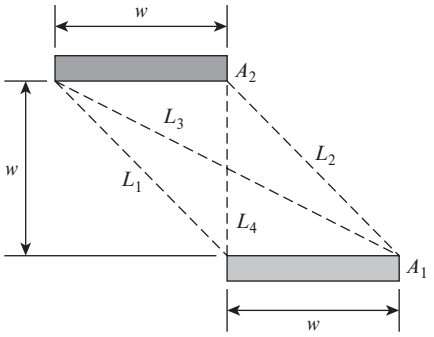


FIGURA P13-24

13-25 Dos cilindros paralelos de longitud infinita y diámetro D están ubicados a una distancia s uno del otro. Calcule el factor de visión F_{12} entre estos dos cilindros.

13-26 Dos placas paralelas infinitamente largas de ancho w están ubicadas a una distancia w una de la otra, como se muestra en la figura P13-26. Calcule los factores de visión F_{12} y F_{21}.

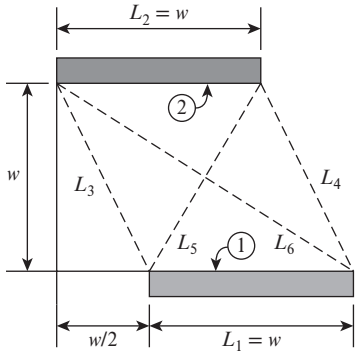


FIGURA P13-26

13-27 Calcule los factores de visión F_{12} y F_{21} de los ductos muy largos que se muestran en la figura P13-27 sin usar tablas o gráficas que muestren factores de visión. Desprecie los efectos en los extremos.

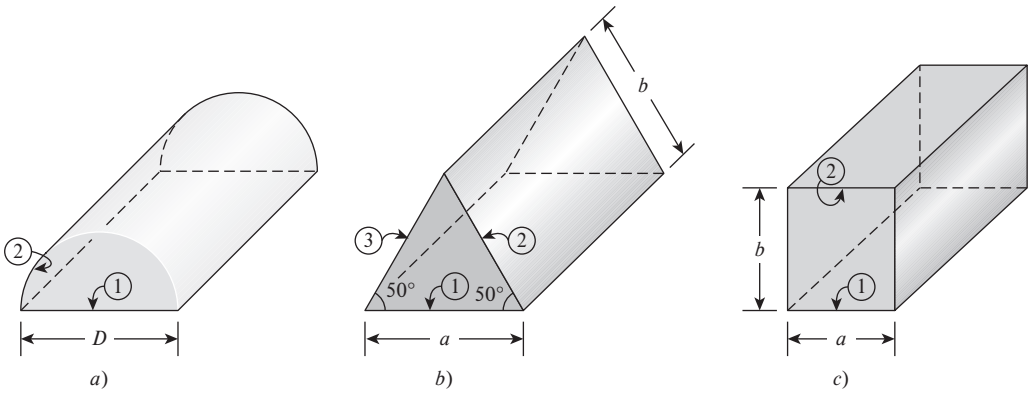


FIGURA P13-27

Transferencia de calor por radiación entre superficies

13-28C ¿Por qué el análisis de radiación de los recintos cerrados que constan de superficies negras es relativamente sencillo? ¿Cómo se expresa la razón de transferencia de calor por radiación entre dos superficies en este caso?

13-29C ¿De qué forma difiere la radiosidad de una superficie respecto a la energía emitida? ¿Para qué tipos de superficies son estas dos cantidades idénticas?

13-30C ¿Qué son las resistencias espaciales y superficiales de radiación? ¿Cómo se expresan? ¿Para qué tipos de superficies la resistencia superficial de radiación es igual a cero?

13-31C ¿Qué es una superficie reirradiante? ¿Qué simplificaciones ofrece la superficie reirradiante en el análisis de radiación?

13-32C ¿Cuáles son los dos métodos que se utilizan en el análisis de radiación? ¿De qué manera difieren estos dos métodos?

13-33 Una persona tiene una superficie expuesta de 1.9 m^2, emisividad de 0.85 y temperatura superficial de 30 °C. Calcule la razón de pérdida de calor de dicha persona por radiación en una habitación de gran tamaño cuyas paredes están a una temperatura de *a*) 295 K y *b*) 260 K.

13-34 Se tienen dos discos circulares, paralelos y coaxiales de color negro de igual diámetro D que se encuentran espaciados entre sí una distancia L. Tanto el disco de arriba como el de abajo tienen temperaturas uniformes de 500 y 520 °C, respectivamente. Calcule el coeficiente de transferencia de calor por radiación h_{rad} entre los discos si estos se encuentran espaciados una distancia $L = D$.

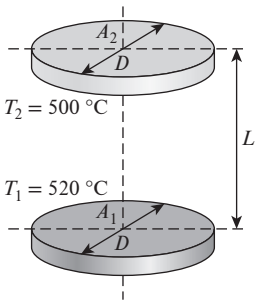


FIGURA P13-34

13-35 Reconsidere el problema 13-34. Utilizando el software apropiado, evalúe el efecto de la distancia L entre los discos paralelos coaxiales negros ($D = 1$ m) en el coeficiente de transferencia de calor por radiación. Variando la distancia L entre los discos de 0.05 a 3 m, grafique el coeficiente de transferencia de calor por radiación, h_{rad} en función de la distancia L entre ambos discos.

13-36 Dos discos paralelos coaxiales con el mismo diámetro igual a 1 m están originalmente colocados a una distancia de 1 m entre sí. Si ambos discos se comportan como superficies negras, calcule la nueva distancia entre los discos de tal forma que haya 75% de reducción en la razón de transferencia de calor por radiación desde la distancia original de 1 m.

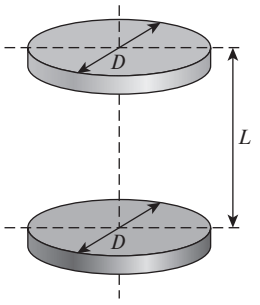


FIGURA P13-36

13-37 Una fila de tubos igualmente espaciados entre sí a una distancia igual a dos veces el diámetro de los tubos, se coloca entre dos placas paralelas de gran tamaño. La temperatura superficial de los tubos es constante e igual a 10 °C y las placas superior e inferior está a las temperaturas constantes de 100 y 350 °C, respectivamente. Si las superficies se comportan como cuerpos negros, calcule el flujo de calor por radiación neto que sale de la placa inferior.

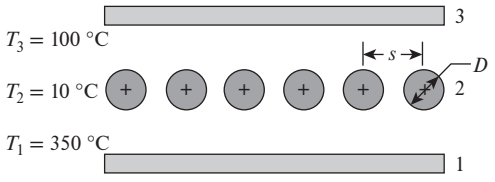


FIGURA P13-37

13-38 C&S Una fila de cables de electricidad cilíndricos y largos espaciados igualmente 2 cm entre sí se colocan en una posición paralela a una pared grande. Cada cable de electricidad está protegido con un aislante de PVC y el diámetro de cada uno es de 1 cm. La pared se encuentra a una temperatura elevada de 100 °C. Las superficies de los cables de electricidad y de la pared pueden considerarse como cuerpos negros. De acuerdo con la especificación del estándar ASTM D2219-11, el aislamiento de PVC es apropiado para la operación a temperaturas de hasta 60 °C. Si la transferencia de calor por radiación por unidad de área desde la pared hasta los cables de electricidad es de 200 W/m^2, determine si el aislamiento de PVC de los cables de electricidad cumplirá con la especificación del estándar ASTM D2219-11.

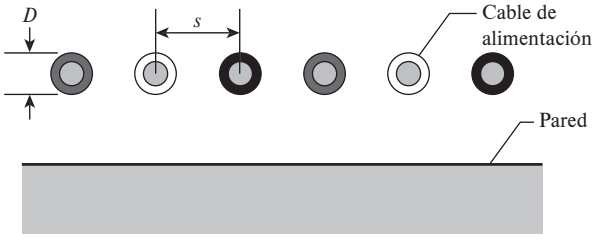


FIGURA P13-38

13-39 C&S Una fila de cables de electricidad cilíndricos largos que se encuentran igualmente espaciados 2 cm entre sí, se colocan en una posición paralela con respecto a una placa (k= 15 W/m · K). Dicha placa tiene un espesor de 5 cm y

sus temperaturas superficiales inferior y superior son $T_0 = 227$ °C y $T_1 = 207$ °C, respectivamente. Los cables de electricidad están protegidos con aislamiento de polietileno y el diámetro de cada cable es de 1 cm. La pared opuesta está a una temperatura de $T_3 = 20$ °C. La superficie superior de la placa experimenta convección con aire a 20 °C y tiene un coeficiente de transferencia de calor por convección de 20 $W/m^2 \cdot K$. De acuerdo con la especificación del estándar ASTM D1351-14, el aislamiento de polietileno es adecuado para operar a temperaturas de hasta 75 °C. Calcule si el aislamiento de polietileno de los cables de electricidad cumplirá con la especificación del estándar ASTM D1351-14. Todas las superficies pueden considerarse como cuerpos negros.

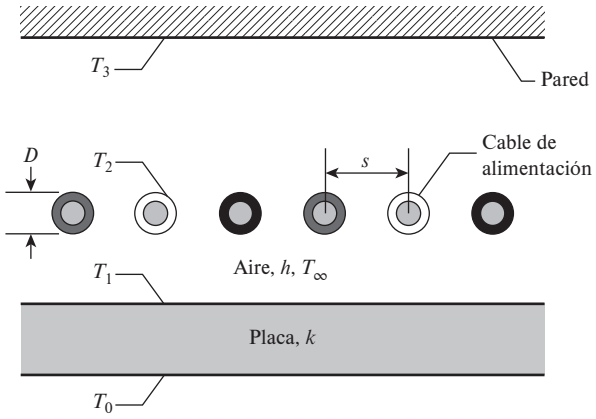


FIGURA P13-39

13-40I Dos rectángulos paralelos de color negro con dimensiones 3 pies × 5 pies están espaciados entre sí a una distancia de 1 pie. Los dos rectángulos paralelos están experimentando transferencia de calor por radiación como superficies negras, donde el rectángulo de arriba recibe un total de 180 000 Btu/h de razón de transferencia de calor por radiación del rectángulo que está en la parte inferior. Si el rectángulo de la parte superior está a una temperatura uniforme de 60 °F, calcule la temperatura del rectángulo de la parte inferior.

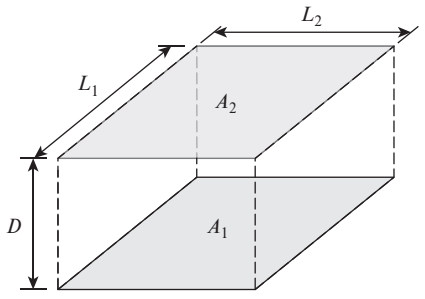


FIGURA P13-40I

13-41I La habitación que se muestra en la figura P13-41E es de 20 pies por 20 pies de ancho y de 9 pies de altura. El piso está a 100 °F, las paredes están a 60 °F y el techo está a 40 °F. Se supone que todas las superficies son negras. Calcule la transferencia de calor por radiación neta *a*) del piso hacia las paredes y *b*) del piso al techo.

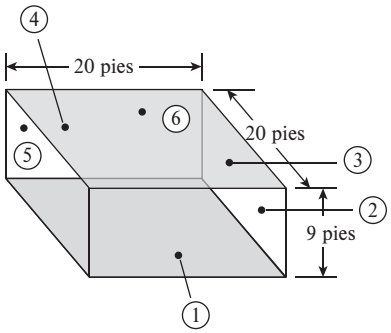


FIGURA P13-41I

13-42 Dos rectángulos paralelos alineados de dimensiones 6 m × 8 m están espaciados entre sí una distancia de 2 m. Si los dos rectángulos paralelos están experimentando transferencia de calor por radiación como superficies negras, calcule el porcentaje de cambio en la transferencia de calor por radiación cuando los rectángulos se muevan de tal manera que queden a 8 m de distancia entre sí.

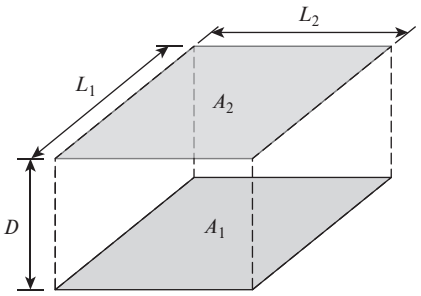


FIGURA P13-42

13-43 Una secadora tiene una forma de un ducto semicilíndrico largo de diámetro de 1.5 m. La base de la secadora la ocupan los materiales mojados con agua que se van a secar. La base se mantiene a una temperatura de 370 K, mientras que el domo de la secadora se mantiene a 1 000 K. Si ambas superficies se comportan como cuerpos negros, calcule la razón de secado por unidad de longitud a la que están sometidos los materiales mojados.

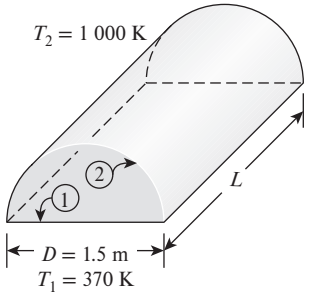


FIGURA P13-43

13-44 Un horno tiene forma cilíndrica y sus medidas son $R = H = 3$ m. La superficie de la base, de la cubierta y la lateral del horno son negras y se mantienen a las temperaturas uniformes de 500, 700 y 1 400 K, respectivamente. Calcule la razón neta de

transferencia de calor por radiación hacia o desde la superficie de la cubierta durante operación estacionaria.

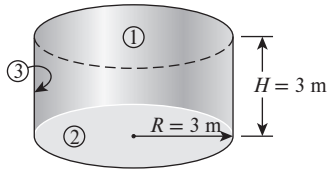


FIGURA P13-44

13-45 Dos discos paralelos de diámetros $D = 0.6$ m separados entre sí una distancia $L = 0.4$ m están ubicados directamente uno sobre otro. Ambos discos son negros y se mantienen a una temperatura de 450 K. Los lados negros de los discos están aislados y el ambiente en el que se encuentran los discos puede considerarse como cuerpos oscuros a 300 K. Calcule la transferencia de calor por radiación neta de los discos hacia el ambiente. *Respuesta:* 781 W

13-46 Se tiene un horno hemisférico de diámetro $D = 5$ m con una base plana, como se muestra en la figura P13-46. El domo del horno es negro y la base tiene una emisividad de 0.7. La base y el domo del horno se mantienen a temperaturas uniformes de 400 y 1 000 K, respectivamente. Calcule la razón neta de transferencia de calor por radiación del domo hacia la superficie de la base durante operación estacionaria. *Respuesta:* 759 kW

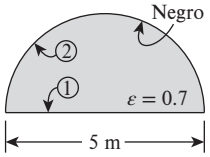


FIGURA P13-46

13-47 Una secadora tiene una forma parecida a un ducto semicilíndrico largo de diámetro de 2 m. La base de la secadora está ocupada por materiales mojados con agua que se van a secar. El domo de la secadora tiene una temperatura constante de 500 °C, mientras que los materiales que están en la base se encuentran a 40 °C. Ambas superficies pueden considerarse cuerpos negros. Calcule la longitud de la secadora de tal forma que los materiales se sequen a una razón de 0.1 kg/s.

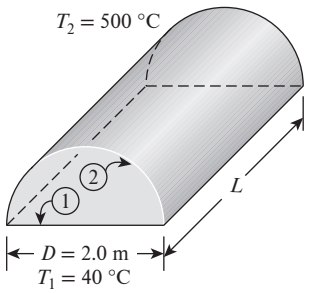


FIGURA P13-47

13-48 Dos discos negros paralelos están colocados coaxialmente a una distancia de 0.25 m entre sí en un entorno que se encuentra a una temperatura constante de 300 K. El disco de la parte de abajo tiene 0.2 m de diámetro y el de arriba 0.4 m. Si el disco de abajo se calienta eléctricamente a 100 W para mantener una temperatura uniforme de 500 K, calcule la temperatura del disco de arriba.

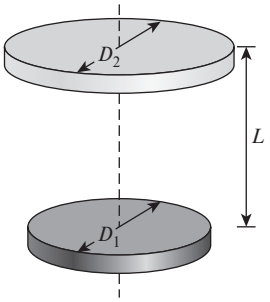


FIGURA P13-48

13-49I Dos discos paralelos de diámetro $D = 3$ pies están separados una distancia $L = 2$ pies y están ubicados directamente uno arriba del otro. Dichos discos están separados por un blindaje de radiación cuya emisividad es de 0.15. Ambos discos son negros y se mantienen a temperaturas de 1 350 R y 650 R, respectivamente. El ambiente en el que se encuentran ambos discos se puede considerar como un cuerpo negro a 540 R. Calcule la razón neta de transferencia de calor por radiación a través del blindaje en condiciones estacionarias.

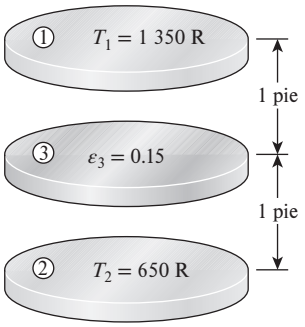


FIGURA P13-49I

13-50 Se tiene una superficie cilíndrica caliente y un disco orientado como se muestra en la figura. Tanto la superficie cilíndrica como el disco se comportan como cuerpos negros. El cilindro tiene un diámetro D y una longitud L de 0.2 m. El diámetro del disco $D = 0.2$ m se coloca coaxialmente con el cilindro a una distancia $L = 0.2$ entre sí. La superficie del cilindro y el disco se mantienen a temperaturas uniformes de 1 000 K y 300 K, respectivamente. Calcule la razón de transferencia de calor por radiación de la superficie cilíndrica al disco.

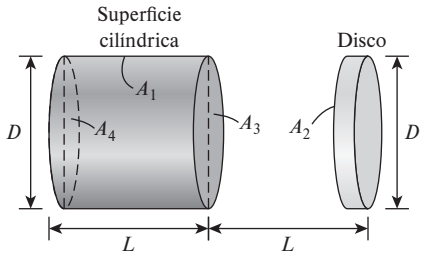


FIGURA P13-50

13-51 Dos placas paralelas infinitamente largas de ancho w están colocadas a una distancia w entre sí, como se muestra en la figura P13-51. Las dos placas se comportan como superficies negras, donde la superficie A_1 está a temperatura de 700 K y la superficie A_2 está a temperatura de 300 K. Calcule el flujo de calor por radiación entre las dos superficies.

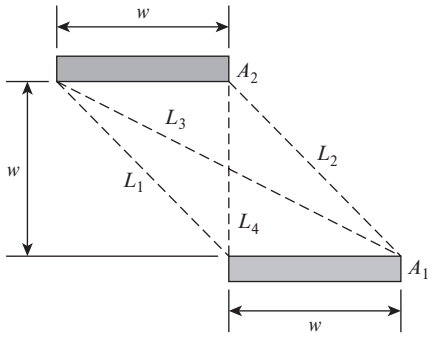


FIGURA P13-51

13-52 Dos cilindros largos, paralelos, de 20 cm de diámetro están ubicados a 30 cm entre sí. Ambos cilindros son negros y se mantienen a temperaturas de 425 K y 275 K. El entorno puede tratarse como si fueran cuerpos negros a 300 K. Para una sección de los cilindros de 1 m de longitud, calcule la razón de transferencia de calor por radiación entre los cilindros y entre el cilindro caliente y su entorno.

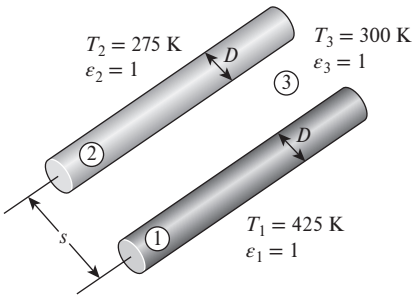


FIGURA P13-52

13-53 C&S Un cable de electricidad cilíndrico de gran longitud está recubierto con un aislamiento de polietileno. Dicho cable está colocado en forma paralela con respecto a una varilla metálica cilíndrica de gran longitud que se mantiene a una temperatura de 150 °C. Tanto el cable de electricidad y la varilla metálica tienen el mismo diámetro de 1 cm y ambos se encuentran dentro de un ambiente de 27 °C. La distancia a la que está uno del otro, medida desde sus centros, es de 20 cm. Los valores de emisividad de la varilla metálica y del aislamiento de polietileno son 0.33 y 0.95, respectivamente. De acuerdo con la especificación del estándar ASTM D1351-14, el aislamiento de polietileno es apropiado para operar a temperaturas de hasta 75 °C. Si la transferencia de calor por radiación por unidad de área de la varilla metálica es de 445 W/m^2, determine si el aislamiento de polietileno del cable de electricidad cumplirá con la especificación del estándar ASTM D1351-14.

13-54 Dos placas paralelas infinitamente largas cuyo ancho es w están ubicadas a una distancia w entre sí, como se muestra en la figura P13-54. Dichas placas se comportan como superficies negras, donde la superficie 1 está a una temperatura de 500 °C y la 2 a una temperatura de 50 °C. Calcule el flujo de calor por radiación entre las dos superficies.

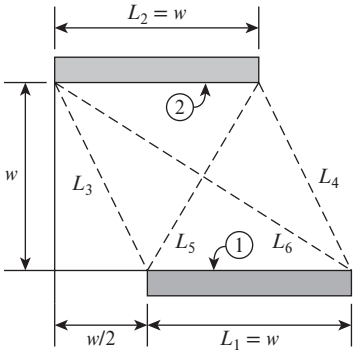


FIGURA P13-54

13-55 C&S Una placa grande de cerámica que se comporta como un cuerpo negro se coloca en posición cercana y paralela con respecto a otra placa de acero al carbono ASTM A992 de gran tamaño. El Código para Tubería de Procesos de la ASME especifica la temperatura máxima de uso apropiada para el acero al carbón ASTM A992 como de 427 °C (ASME B31.3-2014, Tabla A-1M). La placa de cerámica está a una temperatura elevada de 700 °C y la placa de acero tiene una reflectividad de 0.68. Con el fin de evitar que la temperatura de la placa de acero se sobrecaliente, un mecanismo de enfriamiento está instalado para quitar 2 000 W/m^2 de calor de la placa de acero. En estas condiciones, ¿Se podrá remover con el mecanismo de enfriamiento la suficiente cantidad de calor, por medio de la transferencia de calor por radiación neta entre las dos placas, para mantener la placa de acero por debajo de los 427 °C?

13-56 Se tienen dos superficies rectangulares y perpendiculares entre sí con una arista en común la cual tiene una longitud de 1.6 m. La superficie horizontal tiene un ancho de 0.8 m y la vertical una altura de 1.2 m. La superficie horizontal tiene una emisividad de 0.75 y se mantiene a 450 K. La superficie vertical es negra y se mantiene a 700 K. Las partes traseras de las superficies se encuentran aisladas. Las superficies del entorno están a 290 K y se puede considerar que tienen una emisividad de 0.85. Calcule la razón neta de transferencia de calor por radiación entre las dos superficies y entre la superficie horizontal y su entorno.

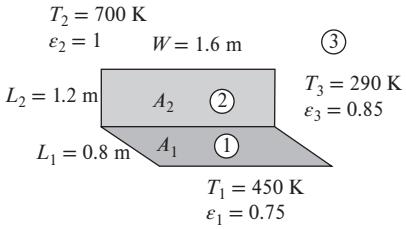


FIGURA P13-56

13-57 Un horno tiene una forma de ducto triangular equilátero de gran longitud cuyo ancho de cada lado es de 2 m. Se suministra calor proveniente de la superficie de la base, cuya emisividad es $\varepsilon_1 = 0.8$, a una razón de 800 W/m^2 mientras que las superficies laterales, cuyas emisividades son de 0.4 se mantienen a 600 K. Despreciando los efectos en los extremos, calcule la temperatura de la superficie de la base. ¿Podría usted tratar esta geometría como si fuera un recinto con dos superficies?

13-58 Reconsidere el problema 13-57. Utilizando el software apropiado, investigue los efectos de la razón de transferencia de calor en la superficie de la base y de la temperatura de las superficies laterales, y de la superficie de la base. Permite que la razón de transferencia de calor varíe de 500 W/m^2 a 1 000 W/m^2 y la temperatura de 300 K a 700 K. Grafique la temperatura de la superficie de la base en función de la razón de transferencia de calor y de las superficies laterales, y comente los resultados.

13-59 Una esfera sólida de 1 m de diámetro a 600 K se mantiene en un recinto triangular equilátero vacío (un tetraedro), cuya longitud de lado es L. Observe que para que la esfera tenga contacto con las superficies del tetraedro, la longitud del lado de dicha figura debe ser $L = D\sqrt{6}$. La emisividad de la esfera es de 0.45 y la temperatura del recinto cerrado es de 420 K. Si el calor es generado uniformemente dentro de la esfera a una razón de 3 100 W, calcule *a*) el factor de visión del recinto hacia la esfera, y *b*) la emisividad del recinto.

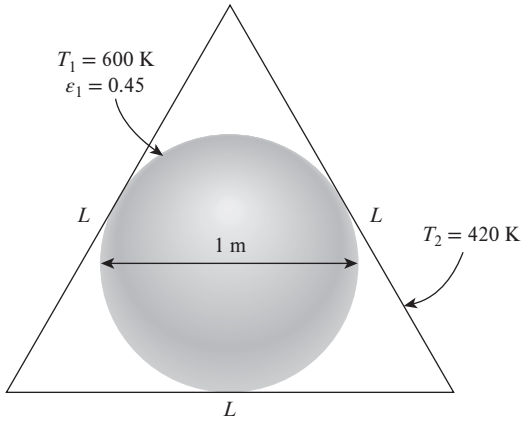


FIGURA P13-59

13-60 Se tiene un ducto semicilíndrico largo de 1.0 m de diámetro. Se suministra calor desde la superficie de la base, la cual es negra, a una razón de 1 200 W/m^2, mientras que la superficie lateral tiene una emisividad de 0.4 y se mantiene a 650 K. Despreciando los efectos en los extremos, calcule la temperatura de la superficie de la base.

13-61 Se tiene un recinto hemisférico de 30 cm de diámetro. El domo se mantiene a 600 K y se suministra calor del domo a una razón de 65 W mientras que la superficie de la base, la cual tiene una emisividad de 0.55, se mantiene a 400 K. Calcule la emisividad del domo.

13-62I Un horno tiene una forma parecida a un ducto semicilíndrico largo de diámetro $D = 15$ pies. La base y el domo del horno tienen emisividades de 0.5 y 0.9 y se mantienen a temperaturas uniformes de 550 y 1 800 R, respectivamente. Calcule la razón neta de transferencia de calor por radiación desde el domo hacia la superficie de la base por unidad de longitud durante operación estacionaria.

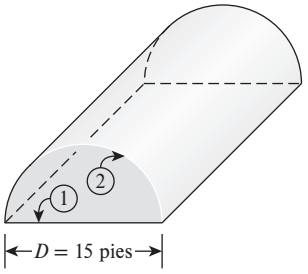


FIGURA P13-62I

13-63 Esta pregunta trata de la transferencia de calor por radiación en estado estacionario entre una esfera ($r_1 = 30$ cm) y un disco circular ($r_2 = 120$ cm), los cuales están separados entre sí una distancia de centro a centro $h = 60$ cm. Cuando la perpendicular al centro del disco pasa a través del centro de la esfera, el factor de visión de la radiación está dado por,

$$F_{12} = 0.5\left\{1 - \left[1 + \left(\frac{r_2}{h}\right)^2\right]^{-0.5}\right\}$$

Las temperaturas superficiales de la esfera y del disco son 600 y 200 °C, respectivamente; y sus emisividades son 0.9 y 0.5, respectivamente.

a) Calcule los factores de visión F_{12} y F_{21}.
b) Calcule la razón neta del intercambio de calor por radiación entre la esfera y el disco.
c) Para los radios y temperaturas de la esfera y del disco, las cuatro posibles modificaciones siguientes podrían incrementar la razón neta de intercambio de calor por radiación: sombrear cada una de las dos superficies para modificar sus emisividades, ajustar la distancia entre ellos y suministrar un recinto (refractario). Calcule la razón neta de intercambio de calor por radiación entre los dos cuerpos si se seleccionan *los mejores valores* para cada una de las modificaciones mencionadas anteriormente.

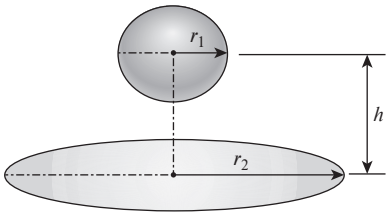


FIGURA P13-63

13-64 Dos placas paralelas muy grandes se mantiene a temperaturas uniformes $T_1 = 600$ K y $T_2 = 400$ K y tienen emisividades $\varepsilon_1 = 0.5$ y $\varepsilon_2 = 0.9$, respectivamente. Calcule la razón neta de transferencia de calor por radiación entre las dos superficies por unidad de área de las placas.

13-65 Reconsidere el problema 13-64. Utilizando el software apropiado, investigue los efectos de la temperatura y de la emisividad de la placa caliente en la razón neta de transferencia de calor por radiación entre las placas. Permita que la temperatura varíe de 500 K a 1 000 K y la emisividad de 0.1 a 0.9. Grafique la razón neta de transferencia de calor por radiación en función de la temperatura y la emisividad y comente los resultados.

13-66 Está fluyendo aire entre dos placas paralelas infinitamente grandes. La placa superior está a 500 K y tiene una emisividad de 0.7, mientras que la placa inferior es una superficie negra a una temperatura de 330 K. Si la temperatura del aire es de 290 K, calcule el coeficiente de transferencia de calor por convección asociado con el aire.

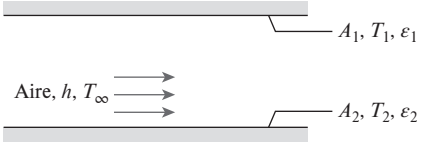


FIGURA P13-66

13-67 C&S Una placa de cobre ASTM B152 grande se coloca en posición paralela con respecto a otra placa grande de cerámica cercana. La placa de cerámica está a una temperatura de 520 °C. Las placas de cobre y de cerámica tienen valores de emisividad de 0.15 y 0.92, respectivamente. Para la placa de cobre ASTM B152, el Código ASME para Tuberías de Procesos especifica la temperatura máxima de uso en 260 °C (ASME B31.3-2014, Tabla A-1M). Si el flujo neto de calor por radiación entre las dos placas paralelas es de 2 000 W/m^2, calcule si la placa de cobre ASTM B152 cumplirá con el código ASME.

13-68 Dos cilindros concéntricos muy largos cuyos diámetros son $D_1 = 0.35$ m y $D_2 = 0.5$ m se mantienen a temperaturas uniformes de $T_1 = 950$ K y $T_2 = 500$ K y tienen emisividades $\varepsilon_1 = 1$ y $\varepsilon_2 = 0.55$, respectivamente. Calcule la razón neta de transferencia de calor por radiación entre los dos cilindros por unidad de longitud.

13-69 Una varilla de combustible cilíndrica y larga de superficie negra de diámetro de 25 mm está protegida por una superficie concéntrica a la varilla. El blindaje tiene un diámetro de 50 mm y su superficie exterior está expuesta al aire circundante a 300 K con un coeficiente de transferencia de calor por convección de 15 W/m$^2 \cdot$K. Las superficies interior y exterior del blindaje tienen una emisividad de 0.05 y el espacio entre la varilla de combustible y el blindaje es vacío. Si el blindaje se mantiene a una temperatura uniforme de 320 K, calcule la temperatura superficial de la varilla de combustible.

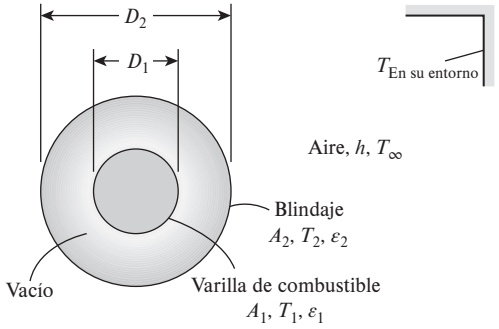


FIGURA P13-69

13-70 Este experimento se llevó a cabo para determinar la emisividad de un cierto material. Una varilla cilíndrica larga cuyo diámetro es $D_1 = 0.01$ m está recubierta con este nuevo material y se coloca en un recinto cilíndrico largo vacío cuyo diámetro es $D_2 = 0.1$ m y cuya emisividad es $\varepsilon_2 = 0.95$, el cual se enfría externamente y se mantiene a una temperatura de 200 K en todo momento. La varilla es calentada haciendo pasar una corriente eléctrica a través de ella. Cuando se alcanzan las condiciones de operación estacionaria, se observa que la varilla está disipando potencia eléctrica a una razón de 12 W por unidad de longitud y su temperatura superficial es de 600 K. Con base en estas mediciones, calcule la emisividad del recubrimiento de la varilla.

13-71 PtD Amoniaco líquido está siendo transportado en un tubo aislado cuyo diámetro exterior es $D_1 = 4$ cm y la temperatura de la superficie exterior del tubo es uniforme a $T_1 = 0$ °C. La exposición a grandes concentraciones de amoniaco gaseoso puede provocar daño en los pulmones. Para evitar la formación y la fuga de amoniaco gaseoso, este es transportado en su estado líquido dentro del tubo. Además, el tubo está encerrado por un blindaje cilíndrico concéntrico exterior que tiene un diámetro $D_2 = 8$ cm, el cual proporciona un espacio vacío entre el tubo y las superficies del blindaje. Manteniendo la temperatura de la superficie del blindaje a un valor uniforme de 10 °C o menor evitaría que el amoniaco líquido se evaporara. Tanto la superficie del tubo exterior como la del blindaje tienen el mismo valor de emisividad de 0.33. El tubo está ubicado en un entorno donde el coeficiente de transferencia de calor por convección natural es de 3 W/m$^2 \cdot$K y tanto la transferencia de calor por radiación y por convección se presentan en la superficie exterior del blindaje. Para mantener el amoniaco dentro del tubo en su estado líquido, calcule la temperatura del entorno que mantendría las temperaturas del tubo exterior y del blindaje en los valores especificados.

13-72 PtD Un líquido caliente está siendo transportado dentro de un tubo largo de diámetro de 25 mm. El líquido caliente provoca que la temperatura superficial del tubo sea de 150 °C. Con el fin de evitar lesiones por quemadura térmica, el tubo está encerrado en una cubierta exterior cilíndrica concéntrica de 5 cm de diámetro, creando una banda de vacío entre las dos superficies. Dicha cubierta tiene una emisividad

de 0.6 y la superficie exterior está expuesta a la convección natural con un coeficiente de transferencia de calor de 8 $W/m^2 \cdot K$ y una transferencia de calor por radiación con su entorno a una temperatura de 20 °C. Calcule la emisividad necesaria del tubo interior de tal forma que la temperatura de la cubierta exterior permanezca por debajo de los 45 °C con el fin de prevenir quemaduras térmicas.

13-73 C&S Una varilla de combustible cilíndrica y larga de diámetro de 25 mm está encerrada en un tubo concéntrico de diámetro de 50 mm. El tubo es de acero inoxidable ASTM A249 904L con una temperatura de uso máxima de 260 °C especificada por el Código ASME para Tuberías de Proceso (ASME B31.3-2014, Tabla A-1M). La banda entre la varilla de combustible y el tubo es vacío. La varilla de combustible tiene una temperatura superficial de 550 °C. Las emisividades de la varilla de combustible y del tubo ASTM A249 904L son 0.97 y 0.33, respectivamente. Fuera del tubo, hay convección con el aire ambiental y radiación con su entorno. El coeficiente de transferencia de calor por convección del tubo con el aire ambiental es de 15 $W/m^2 \cdot K$ a 20 °C. La temperatura del entorno es la misma que la temperatura del aire ambiental. Calcule si la temperatura de la superficie del tubo está por debajo de la máxima temperatura de uso para un tubo de acero inoxidable ASTM A249 904L.

13-74 C&S Fluido criogénico fluye dentro de un tubo metálico de 10 mm de diámetro. Dicho tubo metálico está encerrado dentro de un tubo concéntrico de polipropileno de diámetro de 15 mm. El límite mínimo de temperatura del tubo de polipropileno es de −18 °C, especificado por el Código ASME para Tuberías de Proceso (ASME B31.3-2014, Tabla B-1). La banda de espacio que existe entre los tubos concéntricos es vacío. El tubo metálico interior y el tubo de polipropileno exterior tienen valores de emisividad de 0.5 y 0.97, respectivamente. Los tubos concéntricos se colocan en un ambiente al vacío, donde la temperatura del entorno es de 0 °C. Calcule la temperatura más baja a que el tubo metálico interior puede estar sin tener que enfriar el tubo de polipropileno por debajo de su límite inferior de temperatura de −18 °C. Suponga que ambos tubos tienen paredes delgadas.

13-75 Nitrógeno líquido se almacena en un tanque esférico de 1 m de diámetro donde la superficie del tanque se mantiene uniformemente a 80 K. El tanque esférico está encerrado en una esfera concéntrica de 1.6 m de diámetro que está a una temperatura superficial uniforme de 273 K. Ambas superficies esféricas tienen una emisividad de 0.01 y la banda que existe entre la esfera interior y la exterior es vacío. Calcule la razón de vaporización del nitrógeno líquido.

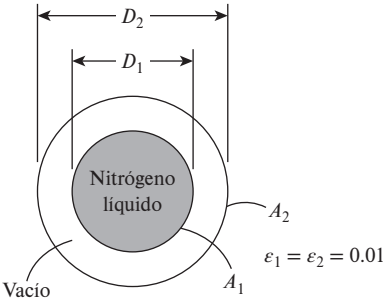


FIGURA P13-75

13-76 Oxígeno en dos fases, gas-líquido se almacena en un tanque esférico de 1 m de diámetro, donde se mantiene en su punto de ebullición normal. El tanque esférico está encerrado en una superficie esférica concéntrica de diámetro 1.6 m y que está a 273 K. Ambas superficies esféricas tienen una emisividad de 0.01 y la banda entre la esfera interior y la exterior es el vacío. Suponiendo que la superficie del tanque esférico está a la misma temperatura que el oxígeno, calcule la razón de transferencia de calor en la superficie del tanque esférico.

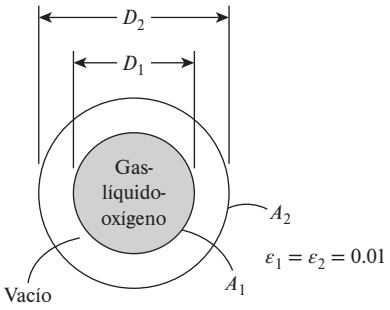


FIGURA P13-76

13-77 Dos esferas concéntricas cuyos diámetros son $D_1 = 0.3$ m y $D_2 = 0.6$ m se mantienen a temperaturas uniformes de $T_1 = 800$ K y $T_2 = 500$ K y tiene emisividades de $\varepsilon_1 = 0.5$ y $\varepsilon_2 = 0.7$, respectivamente. Calcule la razón neta de transferencia de calor por radiación entre las dos esferas. Asimismo, calcule el coeficiente de transferencia de calor por convección en la superficie exterior, si el medio como las superficies en su entorno está a 30 °C. Suponga que la emisividad de la superficie exterior es de 0.35.

13-78 Un tanque esférico de diámetro $D = 2$ m, que se encuentra lleno de nitrógeno líquido a 100 K se mantiene en un recinto cúbico vacío cuyos lados tiene 3 m de longitud. Las emisividades del tanque y del recinto son $\varepsilon_1 = 0.1$ y $\varepsilon_2 = 0.8$, respectivamente. Si la temperatura del recinto cúbico es de 240 K, calcule la razón neta de transferencia de calor por radiación hacia el nitrógeno líquido. *Respuesta:* 228 W

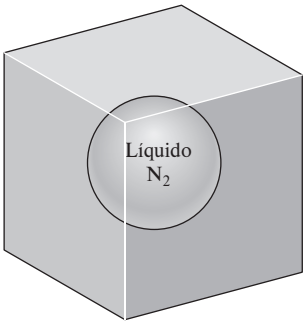


FIGURA P13-78

13-79 Repita el problema 13-78 reemplazando el recinto cúbico por un esférico de diámetro igual a 3 m.

13-80 Reconsidere el problema 13-78. Utilizando el software apropiado, investigue los efectos de la longitud lateral y de la emisividad del recinto cúbico y la emisividad del tanque esférico en la razón neta de transferencia de calor

por radiación. Permita que la longitud lateral varíe de 2 m a 12 m y que las emisividades tengan un valor de 0.1 y 0.9. Grafique la razón neta de transferencia de calor por radiación en función de la longitud lateral y de las emisividades y comente los resultados.

13-81 PtD Un tanque esférico de 3 m que almacena fluido tiene una temperatura superficial uniforme $T_1 = 5$ °C. La baja temperatura de la superficie del tanque está provocando la condensación de humedad en el aire a 13 °C y un punto de rocío a 10 °C. Si la temperatura de la superficie exterior del tanque cae por debajo del punto de rocío, se puede presentar condensación sobre la superficie. El tanque está ubicado cerca de dispositivos de alto voltaje y el agua producto de la condensación de la superficie del tanque puede provocar daños eléctricos. En un intento de remediar esta situación, dicho tanque está encerrado con una cubierta externa concéntrica que proporciona una banda vacía en el recinto. Sobre la superficie exterior, el coeficiente de transferencia de calor por convección natural es de 3 $W/m^2 \cdot K$ y el intercambio de radiación con su entorno es despreciable. Si la emisividad del tanque y de la cubierta concéntrica exterior es la misma con un valor de 0.6, determine las dimensiones de la banda del recinto vacío que se necesitan para que la temperatura de la superficie de la cubierta exterior no caiga por debajo del punto de rocío de 10 °C.

13-82 PtD Un tanque esférico que tiene un diámetro interior $D_1 = 3$m, está lleno de una solución que está experimentando una reacción exotérmica que calienta la superficie a una temperatura uniforme de 120 °C. Con el fin de prevenir lesiones por quemadura térmica, dicho tanque está encerrado en una cubierta exterior concéntrica que proporciona un espacio libre de 5 cm dentro del recinto. Ambas superficies esféricas tienen la misma emisividad de 0.5, y la superficie exterior está expuesta a la convección natural con un coeficiente de transferencia de calor de 5 $W/m^2 \cdot K$ y a la transferencia de calor por radiación con su entorno a una temperatura de 30 °C. Determine si el espacio libre es suficiente para mantener la temperatura de la superficie exterior por debajo de 45 °C con el fin de prevenir lesiones térmicas. Si no, proponga una solución para mantener la temperatura superficial exterior por debajo de los 45 °C.

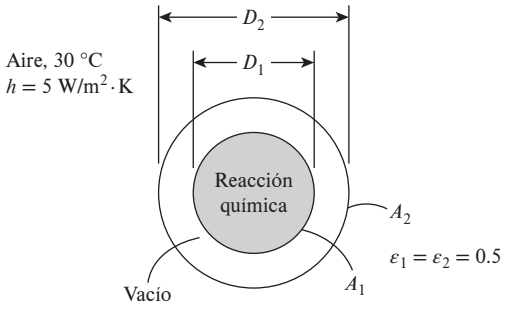


FIGURA P13-82

13-83I Una habitación de 9 pies de altura y un área del piso de 12 pies × 12 pies se va a calentar por medio de calentadores con resistencias eléctricas colocados en el techo, el cual se mantiene a una temperatura uniforme de 90 °F en todo momento. El piso de la habitación está a 65 °F y tiene una emisividad de 0.8. Las superficies laterales están bien aisladas. Considerando al techo como un cuerpo negro, calcule la razón de pérdida de calor de la habitación a través del piso.

13-84 Considere un horno cúbico de 4 m × 4 m × 4 m cuyo piso y techo son negros y cuyas superficies laterales están reirradiando. El piso y el techo del horno se mantienen a temperaturas de 550 K y 1 100 K, respectivamente. Calcule la razón neta de transferencia de calor por radiación entre el piso y el techo del horno.

13-85 Se tiene una parrilla circular de diámetro de 0.3 m. El fondo de la parrilla está cubierto de ladrillos de carbón caliente a una temperatura de 950 K, mientras que la rejilla de alambre que se coloca sobre la parrilla está llena de carne inicialmente a 5 °C. La distancia entre los ladrillos de carbón y la carne es de 0.20 m. Considerando a la carne y a los ladrillos de carbón como cuerpos negros, calcule la razón inicial de transferencia de calor por radiación de los ladrillos de carbón hacia la carne. Asimismo, calcule la razón inicial de transferencia de calor por radiación hacia la carne si la abertura lateral de la parrilla está cubierta con hojas de aluminio, las cuales pueden considerarse como si fuera una superficie reirradiante. *Respuestas:* 928 W, 2 085 W

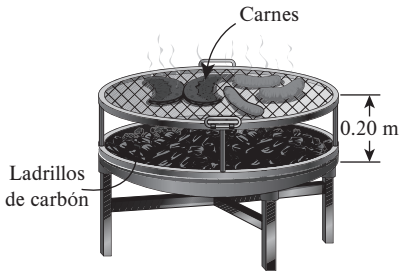


FIGURA P13-85

13-86I Se tiene un horno cúbico de 10 pies × 10 pies × 10 pies cuya parte superior y superficies laterales se aproximan mucho a superficies negras y cuya superficie de la base tiene un valor de emisividad de $\varepsilon = 0.4$. Las superficies de la base, la cubierta y los lados del horno se mantienen a temperaturas uniformes de 800 R, 1 600 R y 2 400 R, respectivamente. Calcule la razón neta de transferencia de calor por radiación entre, *a*) las superficies de la base y las laterales, y *b*) la superficie de la base y la cubierta. Asimismo, calcule la razón neta de transferencia de calor por radiación de la superficie de la base.

13-87I Reconsidere el problema 13-86I. Usando el software apropiado, investigue el efecto de la emisividad de la superficie de la base en las razones netas de transferencia de calor por radiación entre las superficies de la base y de las laterales, entre las superficies de la base y de la cubierta y hacia la superficie de la base. Permita que el valor de la emisividad varíe de 0.1 a 0.9. Grafique las tasas de transferencia de calor en función de la emisividad y comente los resultados.

Blindajes de radiación y el efecto de radiación

13-88C ¿Qué es un blindaje de radiación? ¿Por qué se utiliza?

13-89C ¿Qué es el efecto de radiación? ¿Cómo influyen en las mediciones de temperatura?

13-90C Proporcione ejemplos sobre los efectos de la radiación que afectan el confort del ser humano.

13-91 Una hoja delgada de aluminio con una emisividad de 0.15 en ambos lados, se coloca entre dos placas paralelas muy grandes, las cuales se mantienen a temperaturas uniformes $T_1 = 900$ K y $T_2 = 650$ K y tienen emisividades $\varepsilon_1 = 0.5$ y $\varepsilon_2 = 0.8$, respectivamente. Calcule la razón neta de transferencia de calor por radiación entre las dos placas por unidad de superficie y compare el resultado con el equivalente sin el blindaje.

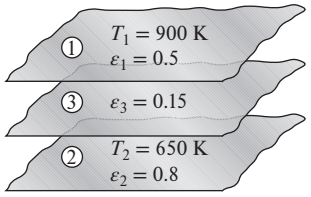


FIGURA P13-91

13-92 Reconsidere el problema 13-91.Utilizando el software apropiado, grafique la razón neta de transferencia de calor por radiación entre las dos placas en función de la emisividad de la hoja de aluminio, a medida que la emisividad varía de 0.05 a 0.25 y comente los resultados.

13-93 Un blindaje de radiación que tiene la misma emisividad ε_3 en ambos lados se coloca entre dos placas paralelas muy grandes que se mantienen a temperaturas uniformes de $T_1 = 650$ K y $T_2 = 400$ K y tienen emisividades de $\varepsilon_1 = 0.6$ y $\varepsilon_2 = 0.9$, respectivamente. Calcule la emisividad del blindaje de radiación si la transferencia de calor por radiación entre las placas se debe de reducir a 15%, con respecto a dicho valor sin el blindaje de radiación.

13-94 Reconsidere el problema 13-93. Utilizando el software apropiado, investigue el efecto de la reducción porcentual en la razón neta de transferencia de calor por radiación entre las placas en la emisividad de los blindajes de radiación. Permita que el porcentaje de reducción varíe de 40 a 95%. Grafique la emisividad contra el porcentaje de reducción de la transferencia de calor y comente los resultados.

13-95 C&S Una placa de cobre ASTM B152 grande, se coloca en posición paralela muy cercana a otra placa de cerámica del mismo tamaño. La placa de cerámica se encuentra a una temperatura de 600 °C. Las placas de cerámica y de cobre tienen unos valores de emisividad de 0.91 y 0.95, respectivamente. Para la placa de cobre ASTM B152, el Código ASME para Tubería de Procesos establece la temperatura máxima de uso en 260 °C (ASME B31.1-2014, Tabla A-1M). Un blindaje de radiación se va a colocar en paralelo entre las dos placas para evitar que la temperatura de la placa de cobre exceda su máxima temperatura de uso. Si el flujo neto de calor por radiación entre las placas paralelas es de 1 000 W/m^2, calcule la emisividad que necesita el blindaje de radiación para evitar que la superficie de la placa de cobre exceda los 260 °C.

13-96 C&S Una placa grande de acero al carbono ASTM A992 se coloca en una posición paralela y cercana a otra placa grande de cerámica ($k = 10$ W/m·K). La placa de cerámica tiene un espesor de 10 cm y su superficie inferior está a una temperatura $T_0 = 800$ °C y la superior está a una temperatura $T_1 = 700$ °C. La superficie de arriba de la placa de cerámica apunta hacia la placa de acero al carbón. La convección se presenta sobre la superficie de arriba de la placa de cerámica donde el aire está a 20 °C y tiene un coeficiente de transferencia de calor por convección de 12 W/m^2·K. Las placas de cerámica y de acero tienen unos valores de emisividad de 0.93 y 0.75, respectivamente. El Código para la Tubería de Procesos de ASME especifica la temperatura máxima de uso apropiada para el acero al carbón ASTM A992 a un valor de 427 °C (ASME B31.3-2014, Tabla A-1M). Un blindaje de radiación se va a colocar en paralelo entre las dos placas con el fin de evitar que la temperatura de la placa de acero exceda su máxima temperatura de uso. Calcule la emisividad que necesita el blindaje de radiación para evitar que la superficie de la placa de acero exceda los 427 °C.

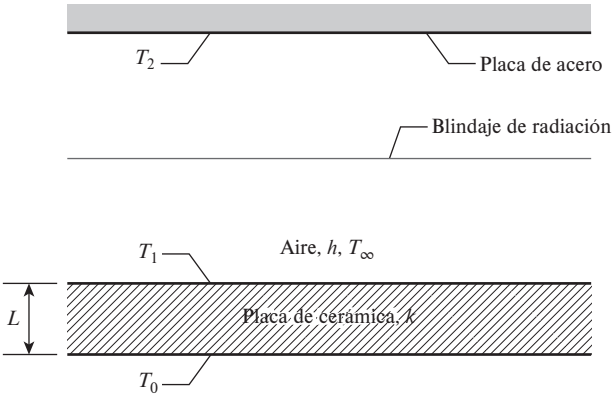


FIGURA P13-96

13-97 Dos cilindros coaxiales de diámetros $D_1 = 0.10$ m y $D_2 = 0.50$ m y emisividades de $\varepsilon_1 = 0.7$ y $\varepsilon_2 = 0.4$ se mantienen a temperaturas uniformes de $T_1 = 750$ K y $T_2 = 500$ K, respectivamente. Un blindaje de radiación coaxial de diámetro $D_3 = 0.20$ m y emisividad de $\varepsilon_3 = 0.2$ se coloca entre los dos cilindros. Calcule la razón neta de transferencia de calor por radiación entre los dos cilindros por unidad de longitud y compare el resultado con el correspondiente sin el blindaje de radiación.

13-98 Reconsidere el problema 13-97. Utilizando el software apropiado, investigue los efectos que tienen el diámetro del cilindro exterior y la emisividad del blindaje de radiación en la razón neta de transferencia de calor por radiación entre los dos cilindros. Permita que el diámetro varíe de 0.25 m a 0.50 m y la emisividad de 0.05 a 0.35. Grafique la razón de transferencia de calor por radiación en función del diámetro y de la emisividad y comente los resultados.

13-99 C&S Una varilla de combustible cilíndrica y larga de diámetro de 3 cm está encerrada en un tubo concéntrico que tiene un diámetro de 6 cm. El tubo es uno de acero inoxidable ASTM A249 904L con una temperatura máxima de uso de 260 °C especificada por el Código ASME para Tubería de Procesos (ASME B31.3-2014, Tabla A-1M). El espacio libre entre la varilla de combustible y el tubo está vacío. La varilla de combustible tiene una temperatura superficial de 550 °C. Las emisividades de la varilla de combustible y del tubo ASTM A249 904L son 0.97 y 0.33, respectivamente. La razón de transferencia de calor por radiación por unidad de longitud de la varilla de combustible al tubo de acero inoxidable es de 120 W/m. Un blindaje

de radiación concéntrico con un diámetro de 45 mm se va a colocar entre la varilla de combustible y el tubo de acero inoxidable para evitar que la temperatura del tubo de acero inoxidable exceda su temperatura máxima de uso. Calcule, *a*) la emisividad que el blindaje de radiación necesita para evitar que el tubo de acero inoxidable exceda los 260 °C, y *b*) la temperatura del tubo de acero inoxidable si no estuviera el blindaje de radiación.

13-100 Dos placas paralelas grandes se mantienen a temperaturas uniformes de $T_1 = 1\ 100$ K y $T_2 = 700$ K y tiene emisividades de $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.5$, respectivamente. Se quiere reducir la razón neta de transferencia de calor por radiación entre las dos placas en una quinta parte colocando hojas delgadas de aluminio que tienen una emisividad de 0.1 en ambos lados de las placas. Calcule el número de hojas que necesitan ser insertadas.

13-101 Cinco hojas delgadas de aluminio idénticas con emisividades de 0.1 en ambos lados se colocan entre dos placas paralelas muy grandes, las cuales se mantienen a temperaturas uniformes de $T_1 = 800$ K y $T_2 = 450$ K y tiene emisividades de $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.1$, respectivamente. Calcule la razón neta de transferencia de calor por radiación entre las dos placas por unidad de superficie de las placas y compare el resultado con el que se obtendría sin considerar el blindaje de radiación.

13-102 Reconsidere el problema 13-101. Utilizando el software apropiado, investigue los efectos que tiene el número de hojas de aluminio y las emisividades de las placas sobre la razón neta de transferencia de calor por radiación entre las dos placas. Permita que el número de hojas varíe de 1 a 10 y que las emisividades de las placas varíen entre 0.1 y 0.9. Grafique la razón de transferencia de calor por radiación en función del número de hojas y de las emisividades de las placas, y comente los resultados.

13-103 Dos blindajes de radiación delgados con emisividades de $\varepsilon_3 = 0.10$ y $\varepsilon_4 = 0.15$ en ambos lados se colocan entre dos placas paralelas grandes, las cuales se mantienen a temperaturas uniformes $T_1 = 600$ K y $T_2 = 300$ K y tienen unos valores de emisividad de $\varepsilon_1 = 0.6$ y $\varepsilon_2 = 0.7$, respectivamente (figura P13-103). Calcule las tasas netas de transferencia de calor por radiación entre las dos placas con y sin blindajes por unidad de superficie de las placas, y las temperaturas de los blindajes de radiación en operación estacionaria.

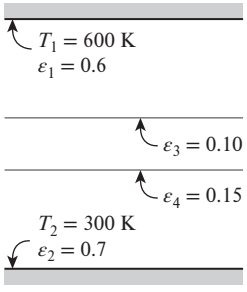


FIGURA P13-103

13-104 El calor disipado de un motor en operación puede causar la aparición de zonas calientes en su superficie. Si la superficie exterior de un motor está ubicada en un lugar donde es posible que se presenten fugas de aceite, entonces cuando el aceite que se fuga se ponga en contacto con las zonas calientes del motor, cuya temperatura está por arriba de la temperatura de autoignición del aceite, este puede encenderse espontáneamente. Considere la cubierta de un motor que está fabricada con dos placas grandes paralelas. El flujo de calor del motor es de 125 W/m^2 y está calentando la placa inferior a 300 °C. Para evitar un riesgo de incendio en el caso de que una fuga del aceite caiga sobre la cubierta del motor, la placa superior de la cubierta del motor debe mantenerse a una temperatura por debajo de los 150 °C. Calcule si la placa superior de la cubierta del motor está por debajo de los 150 °C y, si no es así, calcule el número de blindajes de radiación que deben colocarse en paralelo entre las placas. Suponga que todas las superficies tienen el mismo valor de emisividad de 0.3.

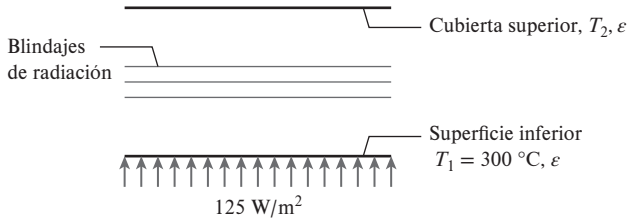


FIGURA P13-104

13-105 Un termopar que se utiliza para medir la temperatura de aire caliente fluyendo por un ducto cuyas paredes se mantienen a 400 K muestra una lectura de temperatura de 650 K. Suponiendo que la emisividad de la unión del termopar es de 0.6 y que el coeficiente de transferencia de calor por convección es 80 W/m$^2 \cdot$K, determine la temperatura real del aire.

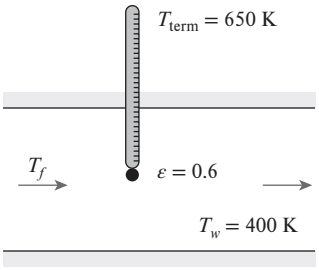


FIGURA P13-105

Intercambio de radiación con gases de absorción y emisión

13-106C ¿De qué forma la transferencia de radiación a través de un medio participante difiere del correspondiente de un medio no participante?

13-107C Defina la emisividad espectral de un medio de espesor L en términos de *a*) las intensidades espectrales, y *b*) el coeficiente de absorción espectral.

13-108C ¿De qué manera la distribución de longitudes de onda de la radiación emitida por un gas difiere de la correspondiente de una superficie a la misma temperatura?

13-109C Defina la emisividad espectral de un medio de espesor L en términos del coeficiente de absorción espectral.

13-110 Considere una mezcla equimolar de gases CO_2 y O_2 a 800 K y a una presión total de 0.5 atm. Para una longitud de trayectoria de 1.2 m, calcule la emisividad del gas.

13-111 Un contenedor cilíndrico cuya altura y diámetro son de 8 m está lleno de una mezcla de gases CO_2 y N_2 a 600 K y 1 atm. La presión parcial de CO_2 en la mezcla es de 0.15 atm. Si las paredes son negras a una temperatura de 450 K, calcule la razón de transferencia de calor por radiación entre el gas y las paredes del contenedor.

13-112 Repita el problema 13-111 reemplazando el gas CO_2 por el gas H_2O.

13-113 Un horno esférico de 5 m de diámetro contiene una mezcla de gases CO_2 y N_2 a 1 200 K y 1 atm. La fracción molar del CO_2 en la mezcla es de 0.15. Si la pared del horno es negra y su temperatura se mantiene a 600 K, calcule la razón neta de transferencia de calor por radiación entre la mezcla de gases y las paredes de horno.

13-114 Un horno cúbico cuya longitud lateral es de 6 m contiene gases de combustión a 1 200 K y está a una presión total de 1 atm. La composición de los gases de combustión es de 75% de N_2, 9% de H_2O, 6% de O_2 y 10% de CO_2. Calcule la emisividad efectiva de los gases de combustión.

13-115 En una planta de cogeneración, los gases de combustión a 1 atm y a 1 000 K se utilizan para precalentar agua pasándolos a través de tubos de 6 m de largo y 10 cm de diámetro. La superficie interior del tubo es negra y las presiones parciales del CO_2 y el H_2O en los gases de combustión están a 0.12 atm y 0.18 atm, respectivamente. Si la temperatura del tubo es de 500 K, calcule la razón de transferencia de calor por radiación de los gases hacia el tubo.

13-116 Una cámara de combustión de flujo continuo consta de tubos largos de 15 cm de diámetro sumergidos en agua. Aire comprimido se hace circular por el tubo y el combustible se rocía en el aire comprimido. Los gases de combustión consisten en 70% de N_2, 9% de H_2O, 15% de O_2 y 6% de CO_2 y se mantienen a 1 atm y 1 500 K. Las superficies del tubo son casi negras y tienen una emisividad de 0.9. Si los tubos se van a mantener a una temperatura de 600 K, calcule la razón de transferencia de calor de los gases de combustión hacia la pared el tubo por radiación por metro de longitud de tubo.

13-117 Repita el problema 13-116 para una presión total de 3 atm.

13-118 Un gas a 1 200 K y 1 atm consiste en 10% de CO_2, 10% de H_2O, 10% de O_2 y 70% de N_2 en volumen. El gas fluye entre dos placas negras paralelas de gran tamaño que se mantienen a una temperatura de 600 K. Si la placa está a una distancia de 20 cm entre sí, calcule la razón de transferencia de calor del gas hacia cada placa por unidad de área.

Tema especial: Transferencia de calor del cuerpo humano

13-119C Explique todos los diferentes mecanismos de transferencia de calor del cuerpo humano, *a*) a través de la piel, y *b*) a través de los pulmones.

13-120C ¿Qué es el calor sensible? ¿Cómo es la pérdida de calor sensible de un cuerpo humano afectada por *a*) la temperatura de la piel, *b*) la temperatura del ambiente, y *c*) el movimiento del aire?

13-121C ¿Qué es el calor latente? ¿Cómo es la pérdida de calor latente del cuerpo humano afectada por *a*) la humedad de la piel y, *b*) la humedad relativa del ambiente? ¿De qué manera está relacionada la razón de evaporación del cuerpo con la razón de pérdida de calor latente?

13-122C ¿Cómo se expresa el efecto de aislamiento producido por la ropa? ¿De qué manera afecta la ropa a la pérdida de calor del cuerpo por convección, por radiación y por evaporación? ¿De qué manera afecta la ropa a la ganancia de calor proveniente del Sol?

13-123C Considere a una persona que está descansando o haciendo trabajo muy ligero. ¿Es válido decir que aproximadamente una tercera parte del calor metabólico generado por el cuerpo es disipada hacia el ambiente por convección, otra tercera parte por evaporación y la tercera parte restante por radiación?

13-124C ¿Qué es la temperatura de operación? ¿Cómo se relaciona con las temperaturas medias del ambiente y radiante? ¿En qué difiere de la temperatura efectiva?

13-125 El coeficiente de transferencia de calor por convección de una persona con ropa mientras camina en aire tranquilo a una velocidad de 0.5 a 2 m/s está dado por $h = 8.6V^{0.53}$, donde V está en m/s y h en $W/m^2 \cdot K$. Grafique el coeficiente por convección contra la velocidad al caminar y compare los coeficientes de convección en ese rango con el coeficiente de radiación promedio de aproximadamente 5 $W/m^2 \cdot K$.

13-126 Un pollo promedio (1.82 kg o 4.0 lbm) tiene un índice metabólico basal de 5.47 W y una razón metabólica promedio de 10.2 W (3.78 W de calor sensible y 6.42 W de latente) durante su actividad normal. Si hay 100 pollos en una sala de cría, calcule la razón total de generación de calor y la razón de producción de humedad en dicha sala. Considere el valor del calor de vaporización del agua de 2 430 kJ/kg.

13-127 Una persona se siente muy confortable en su casa con ropa ligera cuando el termostato está ajustado a 22 °C y la temperatura media de radiación (la temperatura promedio de las superficies circundantes) es también de 22 °C. Durante un día frío, la temperatura media de radiación promedio desciende a 18 °C. ¿A qué nivel debe elevarse la temperatura del aire en el interior de la casa para que esta persona mantenga el mismo nivel de confort con la misma ropa?

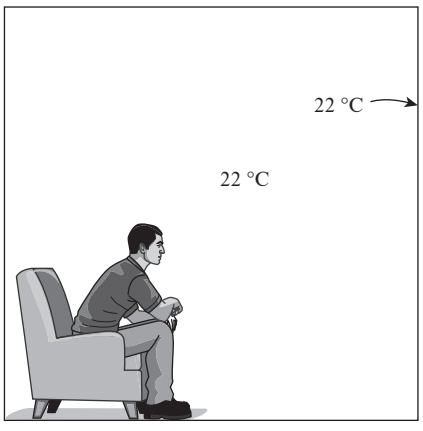


FIGURA P13-127

13-128 Repita el problema 13-127 para el caso de una temperatura media de radiación de 10 °C.

13-129 Considere un salón de clase con 75 estudiantes en un cálido día de verano. Todas las luces cuyo consumo es de 2.0 kW se dejan encendidas. El salón no tiene paredes externas y, por tanto, la ganancia de calor a través de las paredes y del techo es despreciable. Está disponible aire frío a 15 °C y la temperatura del aire de retorno no debe exceder los 25 °C. La razón promedio de generación de calor metabólico de una persona sentada o realizando trabajo ligero es de 115 W (70 W en calor sensible y 45 W en latente). Calcule la razón de flujo de aire que necesita suministrarse al salón de clase.

13-130 Un mecánico de autos está trabajando en un taller cuyo espacio interior no está siendo calentado. El confort para dicho mecánico lo suministran dos calentadores que irradian calor a razón total de 4 kJ/s. Alrededor de 5% de calor incide directamente en el cuerpo del mecánico. Se puede considerar que el taller y sus superficies están a temperatura ambiente y que la emisividad y la absorción del mecánico es de 0.95 y área de 1.8 m^2. El mecánico está generando calor a razón de 350 W, la mitad de la cual es latente, y está vistiendo ropa con una resistencia térmica de 0.7 clo. Calcule la temperatura ambiente mínima en la que el mecánico puede trabajar confortablemente.

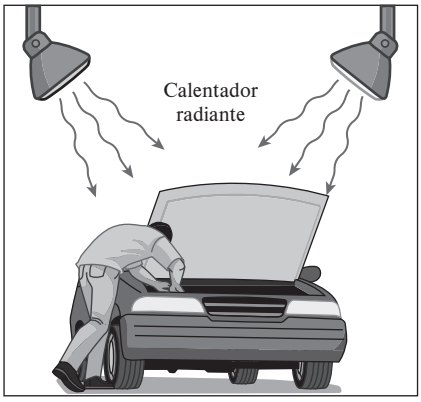


FIGURA P13-130

13-131I Una persona promedio genera 0.50 lbm de humedad mientras se está bañando con regadera y 0.12 lbm si se baña con tina. Considere una familia de cuatro miembros quienes se bañan una vez al día en un baño que no está ventilado. Considerando que el calor de vaporización del agua es de 1 050 Btu/lbm, calcule la contribución de esos baños a la carga de calor latente del aire acondicionado diariamente durante el verano.

13-132 Una persona con ropa o desnuda se siente confortable cuando la temperatura de su piel es de alrededor de 33 °C. Considere un hombre promedio vistiendo ropa de verano cuya resistencia térmica es de 1.1 clo. El hombre se siente muy confortable mientras está de pie en una habitación que se mantiene a 20 °C. Si dicho hombre estuviera parado en la habitación sin ropa, calcule la temperatura a la que debe mantenerse la habitación para que este se sienta térmicamente confortable. Suponga que la pérdida de calor latente de la persona permanece igual. *Respuesta:* 27.8 °C

Problemas de repaso

13-133 Considere dos superficies difusas A_1 y A_2 orientadas sobre una superficie esférica como se muestra en la figura. Calcule *a*) la expresión para el factor de visión F_{12} en términos de A_2 y L, y *b*) el valor del factor de visión F_{12} cuando $A_2 = 0.02\ m^2$ y $L = 1m$.

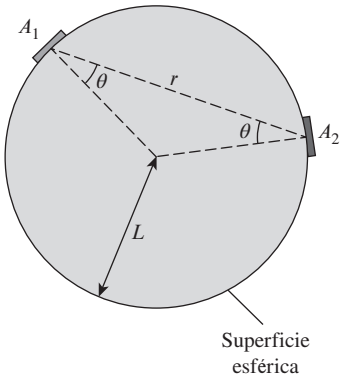


FIGURA P13-133

13-134 Considere un recinto que consta de ocho superficies. ¿Cuántos factores de visión involucra esta geometría? ¿Cuántos de estos factores de visión pueden calcularse mediante la aplicación de las reglas de reciprocidad y de la sumatoria?

13-135 Se tiene un recinto cilíndrico con A_1, A_2 y A_3 representan las superficies interiores de la base, de la cubierta y del lado, respectivamente. Utilizando la relación longitud-diámetro, $K = L/D$, calcule *a*) la expresión para el factor de visión desde la superficie lateral hacia sí misma F_{33} en términos de K, y *b*) el valor del factor de visión F_{33} para $L=D$.

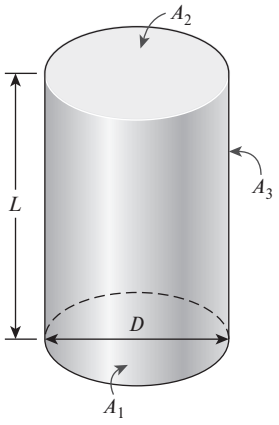


FIGURA P13-135

13-136 Dos discos negros paralelos están colocados coaxialmente a una distancia de 0.25 m entre sí. El disco de la parte inferior tiene 0.2 m de diámetro mientras que el de la parte superior tiene 0.4 m de diámetro. Si el disco inferior se calienta eléctricamente a 20 W para mantener una temperatura uniforme de 500 K, calcule la temperatura del disco que está en la parte superior.

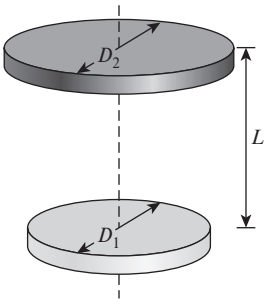


FIGURA P13-136

13-137 Un colector solar sencillo se construye colocando un tubo de plástico transparente de 6 cm de diámetro alrededor de una manguera de jardín de diámetro exterior de 2 cm (figura P13-137). Dicha manguera está pintada de negro con el fin de maximizar la absorción solar y se utilizan algunos anillos de plástico para mantener constante el espacio entre la manguera y el tubo de plástico transparente. Las emisividades de la superficie de la manguera y de la cubierta del plástico transparente son de 0.9, y la temperatura de cielo efectiva se calcula que tiene un valor de 15 °C. La temperatura del tubo de plástico transparente se mide y se obtiene un valor de 40 °C, mientras que la temperatura del aire ambiental es de 25 °C. Calcule la razón de pérdida de calor del agua en la manguera por convección natural y por radiación por metro de longitud de manguera en condiciones estacionarias. *Respuestas:* 12.7 W, 26.1 W

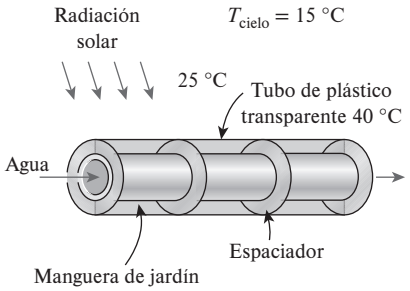


FIGURA P13-137

13-138 Dos discos concéntricos paralelos de 20 cm y 40 cm de diámetro, están separados una distancia de 10 cm. El disco más pequeño ($\varepsilon = 0.80$) está a una temperatura de 300 °C mientras que el disco más grande ($\varepsilon = 0.60$) está a una temperatura de 800 °C.

a) Calcule los factores de visión de radiación.
b) Calcule la razón de intercambio de calor por radiación entre los dos discos.
c) Suponga que el espacio entre los dos discos está rodeado completamente por una superficie reflejante. Calcule la razón de intercambio de calor por radiación entre los dos discos.

13-139 Una secadora tiene forma de un ducto semicilíndrico de diámetro de 1.5 m. La base de la secadora contiene materiales húmedos que deben secarse. La base se mantiene a una temperatura de 370 K, con una emisividad de 0.5. El domo de la secadora se mantiene a 1 000 K con una emisividad de 0.8. Calcule la razón de secado por unidad de longitud que experimentan los materiales húmedos con agua.

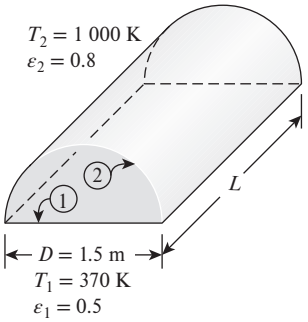


FIGURA P13-139

13-140 Un gran número de tubos largos, cada uno de ellos con un diámetro D, se colocan paralelos entre sí y a una distancia de centro a centro s. Puesto que todos los tubos son geométricamente similares y están a la misma temperatura, estos pueden considerarse colectivamente como una superficie (A_j) para efectos de cálculos de transferencia de calor por radiación. Como se muestra en la figura P13-140, el banco de tubos (A_j) se coloca en posición opuesta con respecto a una pared plana y grande (A_i), de tal forma que el banco de tubos queda paralelo con respecto a la pared.

a) Calcule los factores de visión F_{ij} y F_{ji} para $s = 3.0$ cm y $D = 1.5$ cm.
b) Calcule la razón neta de transferencia de calor por radiación entre la pared y el banco de tubos por unidad de área de la pared cuando $T_i = 900$ °C, $T_j = 60$ °C, $\varepsilon_i = 0.8$ y $\varepsilon_j = 0.9$.
c) Un fluido circula a través de los tubos a una temperatura promedio de 40 °C, resultando con un coeficiente de transferencia de calor de 2.0 kW/m$^2 \cdot$K. Suponiendo que $T_i = 900$ °C, $\varepsilon_i = 0.8$ y $\varepsilon_j = 0.9$ (como en el inciso anterior) y despreciando el espesor de la pared del tubo y la convección de la superficie exterior, calcule la temperatura de la superficie de los tubos en operación estacionaria.

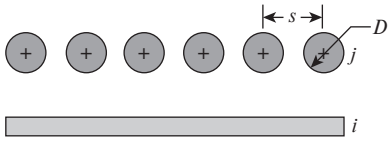


FIGURA P13-140

13-141 Se tienen dos discos coaxiales paralelos con diámetros a y b que se muestran en la figura P13-141. Para el caso de esta geometría, el factor de visión desde el disco más pequeño al más grande se calcula por medio de,

$$F_{ij} = 0.5\left(\frac{B}{A}\right)^2\left\{C - \left[C^2 - 4\left(\frac{A}{B}\right)^2\right]^{0.5}\right\}$$

donde $A = a/2L$, $B = b/2L$ y $C = 1 + [(1 + A^2)/B^2]$. El diámetro, la emisividad y la temperatura son 20 cm, 0.60 y 600 °C,

respectivamente, para el disco *a*, y 40 cm, 0.80 y 200 °C para el disco *b*. La distancia entre los dos discos es $L = 10$ cm.

a) Calcule F_{ab} y F_{ba}.
b) Calcule la razón neta de intercambio de calor por radiación entre los discos *a* y *b* durante operación estacionaria.
c) Suponga que otro disco *c* (infinitamente) grande, con un espesor despreciable y una $\varepsilon = 0.7$ se inserta entre los discos *a* y *b* de tal forma que su posición es paralela y equidistante con respecto a ambos discos. Calcule la razón neta de intercambio de calor por radiación entre los discos *a* y *c* y los discos *c* y *b* en operación estacionaria.

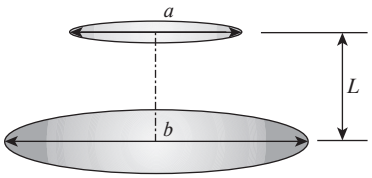


FIGURA P13-141

13-142 Dos placas cuadradas tienen como lados *a* y *b* (donde $b > a$), y son coaxiales y paralelos entre sí, como se muestra en la figura P13-142 y están separadas entre sí una distancia *L* de centro a centro. El factor de visión por radiación de la placa más pequeña a la más grande, F_{ab}, está dado por,

$$F_{ab} = \frac{1}{2A}\{[(B+A)^2+4]^{0.5} - [(B-A)^2+4]^{0.5}\}$$

donde, $A = a/L$ *y* $B = b/L$.

a) Calcule los factores de visión F_{ab} y F_{ba} para $a = 20$ cm, $b = 60$ cm y $L = 40$ cm.

b) Calcule la razón neta de intercambio de calor por radiación entre las dos placas descritas anteriormente si $T_a = 800$ °C, $T_b = 200$ °C, $\varepsilon_a = 0.8$ y $\varepsilon_b = 0.4$.

c) Una placa cuadrada de gran tamaño (con el lado $c = 2.0$ m, $\varepsilon_c = 0.1$ y espesor despreciable) se inserta simétricamente entre las dos placas de tal forma que su posición es paralela y equidistante con respecto a las otras. Si se toman en cuenta los datos proporcionados anteriormente, calcule la temperatura de la tercera placa cuando se tengan las condiciones estacionarias.

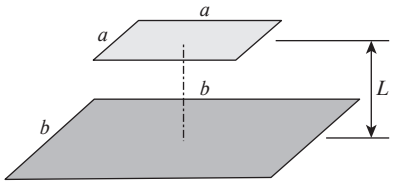


FIGURA P13-142

13-143 Una ventana vertical de doble panel de 2 m de altura y 5 m de ancho consta de dos hojas de vidrio separadas por un espacio de aire de 3 cm de espesor. Con la finalidad de reducir la transferencia de calor a través de la ventana, el espacio de aire entre los dos vidrios es parcialmente extraído hasta una presión de 0.3 atm. Las emisividades de las superficies de los vidrios son de 0.9. Considerando que las temperaturas de las superficies de los vidrios entre el espacio de aire son de 15 y 5 °C, calcule la razón de transferencia de calor a través de la ventana por medio de convección natural y radiación.

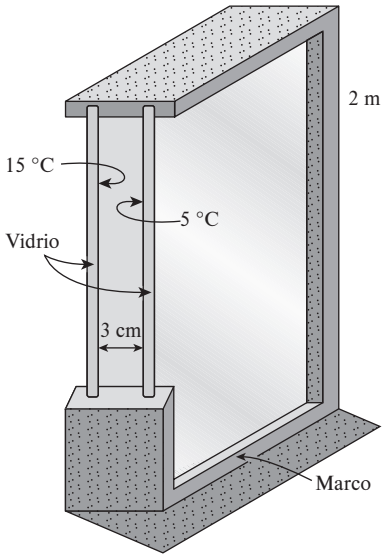


FIGURA P13-143

13-144 Se tiene un colector solar de 1.5 m de altura y 3 m de ancho que está a una inclinación de 20° con respecto a la horizontal. La distancia entre la superficie de vidrio y la placa de absorción es de 3 cm y la parte trasera de esta se encuentra aislada. La placa de absorción y la cubierta de vidrio se mantienen a temperaturas de 80 y 32 °C, respectivamente. La emisividad de la superficie de vidrio es de 0.9 y la placa de 0.8. Calcule la razón de pérdida de calor de la placa de absorción por convección natural y radiación. *Respuestas:* 750 W, 1 289 W

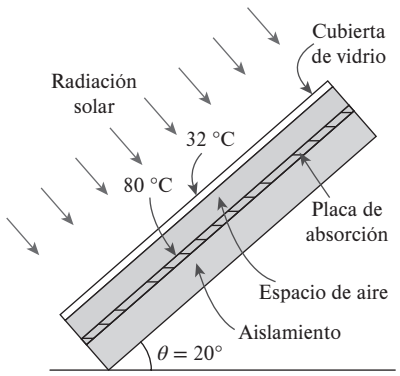


FIGURA P13-144

13-145 Un tanque esférico de doble pared de 2 m de diámetro interior se utiliza para almacenar agua con hielo a 0 °C. Cada pared tiene un espesor de 0.5 cm y el aire del espacio de 1.5 cm de espesor entre las dos paredes del tanque se extrae para obtener un vacío con la finalidad de minimizar la transferencia de vapor. Las superficies alrededor del espacio vacío están pulidas de manera que cada superficie tiene una emisividad de 0.15.

La temperatura de la pared exterior del tanque tiene una lectura de 20 °C. Suponiendo que la pared interior del tanque de acero está a 0 °C, calcule *a*) la razón de transferencia de calor hacia el agua con hielo del tanque, y *b*) la cantidad de hielo a 0 °C que se derrite durante un periodo de 24 horas.

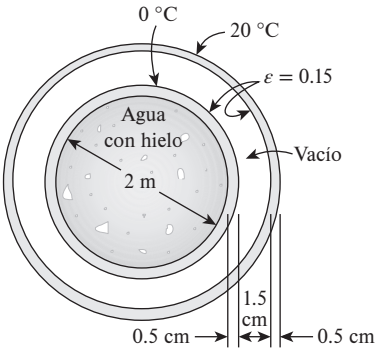


FIGURA P13-145

13-146 Un colector solar consta de un tubo de cobre horizontal con diámetro exterior de 5 cm encerrado en otro tubo concéntrico y delgado hecho de vidrio de diámetro de 12 cm. Se calienta agua a medida que circula a través del tubo y el espacio anular entre los tubos de cobre y de vidrio está lleno de aire a 1 atm de presión. Las emisividades de la superficie del tubo y de la cubierta de vidrio son 0.85 y 0.9, respectivamente. Durante un día despejado, las temperaturas de la superficie del tubo y de la cubierta de vidrio se miden y se obtienen los valores de 60 y 40 °C, respectivamente. Calcule la razón de pérdida de calor del colector por convección natural y radiación por metro de longitud de tubo.

13-147 Dos esferas concéntricas cuyos diámetros son $D_1 = 15$ cm y $D_2 = 25$ cm están separadas por aire que está a 1 atm de presión. Las temperaturas superficiales de las dos esferas que encierran el aire son $T_1 = 350$ K y $T_2 = 275$ K, respectivamente, y sus emisividades son de 0.75. Calcule la razón de transferencia de calor de la esfera interior hacia la esfera exterior por, *a*) convección natural y *b*) radiación.

13-148I Un colector solar consta de un tubo horizontal de aluminio que tiene un diámetro exterior de 2.5 pulgadas encerrado en un tubo de vidrio delgado concéntrico de diámetro de 5 pulgadas. El agua se calienta conforme fluye a través del tubo y el espacio anular entre el tubo de aluminio y el de vidrio se llena con aire a una presión de 0.5 atm. La bomba que hace que circule al agua falla durante un día despejado y la temperatura del agua en el tubo comienza a elevarse. El tubo de aluminio absorbe la radiación solar a razón de 30 Btu/h por pie de longitud y la temperatura del aire ambiental es de 75 °F. Las emisividades del tubo y de la cubierta de vidrio son de 0.9. Considerando la temperatura efectiva de cielo de 60 °F, calcule la temperatura del tubo de aluminio cuando se establezcan las condiciones de equilibrio térmico (es decir, cuando la razón de pérdida de calor del tubo sea igual a la cantidad de energía solar ganada por el tubo).

13-149 Una varilla de combustible cilíndrica y larga de superficie negra de diámetro de 25 mm está protegida por medio de una superficie concéntrica a la varilla. El blindaje tiene un diámetro de 50 mm y una temperatura superficial constante de 320 K. Tanto la superficie interior como la exterior del blindaje tienen una emisividad de 0.05 y el espacio entre la varilla de combustible y el blindaje está vacío. Si la varilla de combustible está generando 0.5 MW/m^3 de calor por unidad de longitud, calcule la temperatura superficial de la varilla de combustible.

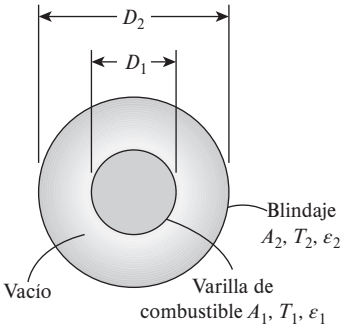


FIGURA P13-149

13-150 Se tiene un horno cúbico con una longitud de 3 m. La superficie de la cubierta se mantiene a 700 K. La superficie de la base tiene una emisividad de 0.90 y se mantiene a 950 K. La superficie lateral es negra y se mantiene a 450 K. Se suministra calor de la superficie de la base a una razón de 340 kW. Calcule la emisividad de la superficie de la cubierta y las razones netas de transferencia de calor entre las superficies de la cubierta y fondo, y entre las superficies del fondo y lateral.

13-151 Un horno tiene forma cilíndrica y su diámetro es de 1.2 m y su longitud de 1.2 m. La superficie de la cubierta tiene una emisividad de 0.60 y se mantiene a 450 K. La superficie del fondo tiene una emisividad de 0.50 y se mantiene a 800 K. La superficie lateral tiene una emisividad de 0.40. Se suministra calor de la superficie de la base a una razón neta de 1 400 W. Calcule la temperatura de la superficie lateral y las tasas netas de transferencia de calor entre las superficies de la cubierta y fondo, y entre las superficies del fondo y lateral.

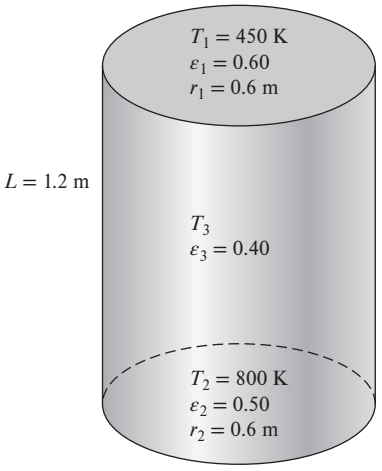


FIGURA P13-151

13-152 Una hoja delgada de aluminio tiene una emisividad de 0.12 en ambos lados y se coloca entre dos placas paralelas muy

grandes que se mantienen a temperaturas uniformes de $T_1 = 750$ K y $T_2 = 400$ K. Las emisividades de las placas son $\varepsilon_1 = 0.8$ y $\varepsilon_2 = 0.7$. Calcule la razón neta de transferencia de calor por radiación entre las dos placas por unidad superficial de las placas y la temperatura del blindaje de radiación en operación estacionaria.

13-153 Un termopar utilizado para medir la temperatura del aire caliente que circula por un ducto cuyas paredes se mantienen a $T_w = 500$ K muestra una temperatura de $T_{\text{term}} = 850$ K. Suponiendo que la emisividad de la unión del termopar es de $\varepsilon = 0.6$ y el coeficiente de transferencia de calor por convección es de $h = 75$ W/m$^2 \cdot$K, calcule la temperatura real del aire.

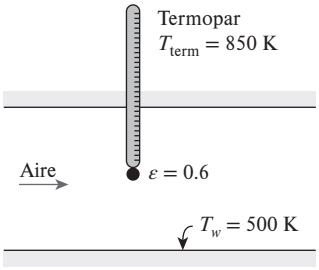


FIGURA P13-153

13-154 En una caldera que utiliza gas natural como combustible, los gases de combustión pasan a través de tubos de 6 m de largo y 15 cm de diámetro sumergidos en agua a 1 atm de presión. La temperatura del tubo se mide y se obtiene un valor de 105 °C y la emisividad de las superficies interiores de los tubos se estima que es de 0.9. Los gases de combustión ingresan al tubo a 1 atm y 1 000 K a una velocidad media de 3 m/s. Las fracciones molares del CO_2 y del H_2O en los gases de combustión son de 8% y de 16%, respectivamente. Suponiendo un flujo totalmente desarrollado y utilizando las propiedades del aire para los gases de combustión, calcule *a*) las razones de transferencia de calor por convección y por radiación de los gases de combustión hacia la pared del tubo, y *b*) la razón de evaporación del agua.

13-155 Repita el problema13-154 para el caso de una presión total de 3 atm de los gases de combustión.

Problemas de examen de Fundamentos de ingeniería (FI)

13-156 Se tiene un recinto triangular de tres lados infinitamente largos de longitudes de sus lados de 5 cm, 3 cm y 4 cm. El factor de visión desde el lado de 5 cm al lado de 4 cm es:

a) 0.3 *b*) 0.4 *c*) 0.5
d) 0.6 *e*) 0.7

13-157 Se tiene una esfera de 15 cm de diámetro colocada dentro de un recinto cúbico que tiene 15 cm. El factor de visión desde cualquiera de las superficies del cubo cuadrado hacia la esfera es:

a) 0.09 *b*) 0.26 *c*) 0.52
d) 0.78 *e*) 1

13-158 Un disco negro y plano de 90 cm de diámetro está colocado en el centro de la superficie de la cubierta de una caja negra de 1 m × 1m × 1m. El factor de visión desde toda la superficie interior de la caja hacia la superficie interior del disco es:

a) 0.07 *b*) 0.13 *c*) 0.26
d) 0.32 *e*) 0.50

13-159 Se tienen dos esferas concéntricas cuyos diámetros son 12 cm y 18 cm que forman un recinto. El factor de visión desde la superficie interior de la esfera exterior hacia la esfera interior es:

a) 0 *b*) 0.18 *c*) 0.44
d) 0.56 *e*) 0.67

13-160 El número de factores de visión que es necesario evaluar directamente para el caso de un recinto con 10 superficies es:

a) 1 *b*) 10 *c*) 22
d) 34 *e*) 45

13-161 Se tienen dos esferas concéntricas que forman un recinto cuyos diámetros son 12 cm y 18 cm y cuyas temperaturas superficiales son de 300 k y 500 K, respectivamente. Suponiendo que las dos superficies son negras, el intercambio de radiación neta entre las dos esferas es:

a) 21 W *b*) 140 W *c*) 160 W
d) 1 275 W *e*) 3 084 W

13-162 Se tiene un horno cilíndrico vertical de diámetro de 2 m y cuyas superficies pueden considerarse como superficies negras. Las superficies de la base, la cubierta y los lados del horno se mantienen a 400 K, 600 K y 1 200 K, respectivamente. Si el factor de visión desde la superficie de la base hacia la superficie de la cubierta es de 0.2, la transferencia de calor por radiación neta entre las superficies de la base y la lateral es:

a) 73 kW *b*) 126 kW *c*) 215 kW
d) 292 kW *e*) 344 kW

13-163 Se tiene un horno cilíndrico vertical de diámetro de 2 m y cuyas superficies pueden considerarse como superficies negras. Las superficies de la base, la cubierta y los lados del horno se mantienen a 400 K, 600 K y 900 K, respectivamente. Si el factor de visión desde la superficie de la base hacia la superficie de la cubierta es de 0.2, la transferencia de calor por radiación neta entre las superficies de la base y la lateral es:

a) –93.6 kW *b*) –86–1 kW *c*) 0 kW
d) 86.1 kW *e*) 93.6 kW

13-164 Un flujo solar de 1 400 W/m^2 incide directamente sobre la superficie de un vehículo espacial que tiene una absorción solar de 0.4 y una emisividad térmica de 0.6. La temperatura de equilibrio de dicha superficie en el espacio a 0 K es:

a) 300 K *b*) 360 K *c*) 410 K
d) 467 K *e*) 510 K

13-165 Un disco negro y plano de diámetro de 70 cm se coloca en el centro del techo de una caja negra de 1 m × 1 m × 1 m. Si la temperatura de la caja es de 620 °C y la temperatura del disco es de 27 °C, la razón de transferencia de calor por radiación entre el interior de la caja y el disco es:

a) 2 kW *b*) 5 kW *c*) 8 kW
d) 11 kW *e*) 14 kW

13-166 Se tienen dos cilindros concéntricos infinitamente grandes cuyos diámetros son 20 y 25 cm. La superficie interior se mantiene a 700 K y tiene una emisividad de 0.40, mientras que la superficie exterior es negra. Si la razón de transferencia de calor por radiación desde la superficie interior hacia la superficie exterior es de 2 400 W por unidad de área superficial interior, la temperatura de la superficie exterior es,

a) 605 K *b*) 538 K *c*) 517 K
d) 451 K *e*) 415 K

13-167 Se tiene una superficie a 0 °C que puede considerarse que es un cuerpo negro en un ambiente a 25 °C. Si una radiación de 300 W/m^2 incide sobre dicha superficie, la radiosidad de esta superficie oscura es:

a) 0 W/m^2 *b*) 15 W/m^2 *c*) 132 W/m^2
d) 300 W/m^2 *e*) 315 W/m^2

13-168 Se tiene una superficie gris y opaca a 0 °C en un ambiente a 25 °C. Dicha superficie tiene una emisividad de 0.8. Si la radiación incidente sobre la superficie es de 240 W/m^2, la radiosidad de la superficie es:

a) 38 W/m^2 *b*) 132 W/m^2 *c*) 240 W/m^2
d) 300 W/m^2 *e*) 315 W/m^2

13-169 Se tiene un horno cúbico de 3 m × 3 m × 3 m. La superficie de la base es negra y está a una temperatura de 400 K. Las radiosidades de las superficies de la cubierta y lateral se estima que son 7 500 W/m^2 y 3 200 W/m^2, respectivamente. Si la temperatura de las superficies laterales es de 485 K, la emisividad de estas es:

a) 0.37 *b*) 0.55 *c*) 0.63
d) 0.80 *e*) 0.89

13-170 La superficie de la base de un horno cúbico tiene una longitud de 3 m y una emisividad de 0.80 y se mantiene a una temperatura de 500 K. Si las superficies de la cubierta y lateral también tienen una emisividad de 0.80 y 900 K, la razón neta de transferencia de calor por radiación desde las superficies de la cubierta y laterales hacia la superficie del fondo es:

a) 194 kW *b*) 233 kW *c*) 288 kW
d) 312 kW *e*) 242 kW

13-171 Dos superficies grises que forman un recinto intercambian calor entre sí por radiación térmica. La superficie 1 tiene una temperatura de 400 K, un área de 0.2 m^2 y una emisividad total de 0.4. La superficie 2 tiene 600 K, un área de 0.3 m^2 y una emisividad total de 0.6. El factor de visión F_{12} es de 0.3, la razón de transferencia de calor por radiación entre las dos superficies es:

a) 135 W *b*) 223 W *c*) 296 W
d) 342 W *e*) 422 W

13-172 Las superficies de un recinto de dos superficies intercambian calor entre sí por radiación térmica. La superficie 1 está a una temperatura de 400 K, un área de 0.2 m^2 y una emisividad total de 0.4. La superficie 2 es negra, a 800 K y tiene un área de 0.3 m^2. Si el factor de visión F_{12} es de 0.3, la razón de transferencia de calor por radiación entre las dos superficies es:

a) 340 W *b*) 560 W *c*) 780 W
d) 900 W *e*) 1 160 W

13-173 Dos esferas concéntricas se mantienen a temperaturas uniformes $T_1 = 45$ °C y $T_2 = 280$ °C y tiene emisividades $\varepsilon_1 = 0.25$ y $\varepsilon_2 = 0.7$, respectivamente. Si el cociente de los diámetros es $D_1/D_2 = 0.30$, la razón neta de transferencia de calor por radiación entre las dos esferas por unidad de superficie de la esfera interior es:

a) 86 W/m^2 *b*) 1 169 W/m^2 *c*) 1 181 W/m^2
d) 2 510 W/m^2 *e*) 3 306 W/m^2

13-174 Un horno cúbico de 3 m × 3 m × 3 m. La superficie de la base del horno es negra y a una temperatura de 550 K. Las radiosidades de las superficies superior e inferior son 7 500 W/m^2 y 3 200 W/m^2, respectivamente. La razón neta de transferencia de calor por radiación hacia la superficie inferior es:

a) 10 kW *b*) 54 kW *c*) 61 kW
d) 113 kW *e*) 248 kW

13-175 Dos placas paralelas muy grandes se mantienen a temperaturas uniformes de $T_1 = 750$ K y $T_2 = 500$ K y tienen emisividades $\varepsilon_1 = 0.85$ y $\varepsilon_2 = 0.7$, respectivamente. Una delgada hoja de aluminio con el mismo valor de emisividad en ambos lados se va a colocar entre las placas con la finalidad de reducir la razón neta de transferencia de calor por radiación entre las placas en 90%, la emisividad de la hoja de aluminio debe tener un valor de:

a) 0.07 *b*) 0.10 *c*) 0.13
d) 0.16 *e*) 0.19

Problemas de diseño y ensayo

13-176 Un recinto que consta de N superficies difusas y grises. Se especifican la emisividad y la temperatura de cada superficie así como los factores de visión entre las superficies. Escriba un programa que calcule la razón neta de transferencia de calor por radiación de cada superficie.

13-177 Comúnmente se utilizan blindajes de radiación en el diseño de superaislantes para su uso en aplicaciones espaciales y criogénicas. Escriba un ensayo sobre los superaislantes y cómo se utilizan en diferentes aplicaciones.

13-178 El confort térmico de una casa resulta de forma significativa afectada por el efecto de radiación, el cual se debe a la transferencia de calor por radiación entre una persona y las superficies circundantes. Por ejemplo una persona siente mucho más frío en las mañanas, debido a las bajas temperaturas de las superficies de las paredes a esa hora, aunque el termostato de la casa está a un valor fijo. Escriba un ensayo sobre el efecto de la radiación, de cómo esta afecta el confort del ser humano y de cómo se tiene en cuenta en aplicaciones de calefacción y aire acondicionado.

Elemento de diseño: "Icono de C&S © McGraw-Hill Education; Icono de PtD © McGraw-Hill Education; arte de la computadora © McGraw-Hill Education"

CAPÍTULO

14

TRANSFERENCIA DE MASA

Hasta este punto, se ha centrado la atención a los problemas de transferencia de calor que no involucran ningún tipo de transferencia de masa. Sin embargo, muchos problemas de gran relevancia en la práctica involucran transferencia de masa. Por ejemplo, alrededor de un tercio de la pérdida de calor que experimenta una persona en reposo se debe a la evaporación. Resulta que la transferencia de masa es análoga a la transferencia de calor en muchos aspectos, y existe un parecido muy cercano entre las relaciones de transferencia de masa y de calor. En este capítulo se analizan los mecanismos de transferencia de masa y se desarrollan relaciones sobre la velocidad de transferencia de masa en situaciones encontradas comúnmente.

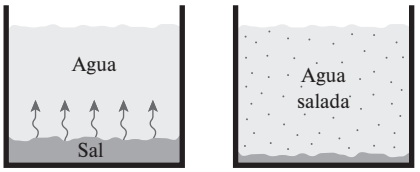
Se debe distinguir entre la *transferencia de masa* y el *movimiento de fluidos masivos* (o *flujo de fluidos*) que se presentan a un nivel macroscópico como un fluido que es transportado de un lugar a otro. La transferencia de masa requiere dos regiones con diferentes composiciones químicas, y la transferencia de masa se refiere al movimiento de una especie química desde una región de alta concentración hasta una de baja concentración. La fuerza impulsora principal para el flujo de fluidos es la *diferencia de presión,* mientras que para la transferencia de masa es la *diferencia de concentración.*

Este capítulo presenta numerosas analogías entre transferencia de masa y de calor, y menciona varios paralelismos entre ellas. Después se analizan las condiciones de frontera asociadas con la transferencia de masa y con la difusión de masa transitoria y estacionaria unidimensional, seguido de un análisis de la transferencia de masa en un medio en movimiento. Por último, se estudian la transferencia de masa por convección y la transferencia simultánea de calor y masa.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Al terminar de estudiar este capítulo, usted deberá ser capaz de:

- Comprender el gradiente de concentración y el mecanismo físico de la transferencia de masa.
- Reconocer la analogía entre transferencia de calor y transferencia de masa.
- Describir la concentración en un determinado lugar con base en la masa o el mol, y relacionar la velocidad de difusión con el gradiente de concentración por medio de la ley de Fick.
- Calcular la velocidad de difusión de la masa a través de una capa plana en estado estacionario.
- Predecir la transmisión de vapor de agua en los edificios.
- Llevar a cabo un análisis transitorio de difusión de masa en medios de gran tamaño.
- Calcular la transferencia de masa por convección.
- Analizar la transferencia de masa y de calor simultáneamente.



a) Antes *b*) Después

FIGURA 14-1

En cualquier lugar donde haya una diferencia de concentración de una cantidad física en un medio, la naturaleza tiende a equilibrar las cosas forzando un flujo que va desde la región de concentración más alta hacia la más baja.

14-1 ▪ INTRODUCCIÓN

Es muy común observar que siempre que existe un desequilibrio de un elemento valioso en un medio, la naturaleza tiende a redistribuirlo hasta que se establezca un "equilibrio" o "igualdad". Esta tendencia se conoce como *fuerza motriz*, es el mecanismo que está detrás de muchos fenómenos de transporte que se presentan en la naturaleza.

Si se define la cantidad de un elemento por unidad de volumen como la **concentración** de dicho elemento, cabe decir que su flujo está siempre en la dirección en la que disminuye la concentración; es decir, de la región de alta concentración a la de baja (figura 14-1). El elemento simplemente se arrastra durante la redistribución y, por tanto, el flujo es un *proceso de difusión.* La velocidad del flujo de dicho elemento es proporcional al *gradiente de concentración dC/dx,* el cual se define como el cambio en la concentración C por unidad de longitud en la dirección del flujo x, y el área A perpendicular a la dirección del flujo, y se expresa como:

$$\text{Velocidad del flujo} \propto (\text{área perpendicular})\ (\text{gradiente de concentración})$$

o

$$\dot{Q} = -k_{\text{difusión}}\, A \frac{dC}{dx} \tag{14-1}$$

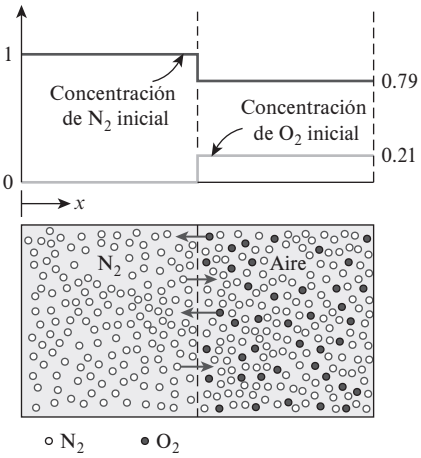


FIGURA 14-2

Tanque que contiene N_2 y aire en sus dos compartimentos y la difusión de N_2 hacia el aire (y la difusión del O_2 hacia el N_2) cuando se quita la división.

Aquí, la constante de proporcionalidad $k_{\text{difusión}}$ es el *coeficiente de difusión* del medio, el cual es una medida de qué tan rápido un elemento se difunde en el medio y el signo negativo sirve para hacer el flujo en la dirección positiva una cantidad positiva (observe que dC/dx es una cantidad negativa, puesto que la concentración disminuye en la dirección del flujo). La *ley de Fourier de la conducción de calor,* la *ley de Ohm de la conducción eléctrica,* y la *ley de Newton de la viscosidad,* están en la forma de la ecuación 14-1.

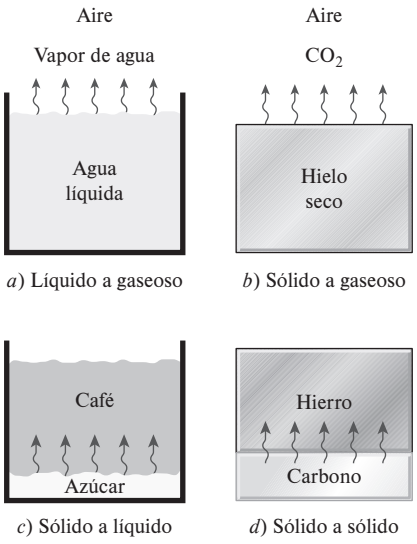
Para comprender mejor el proceso de difusión, considere un tanque que ha sido dividido en dos partes iguales por medio de una partición. Inicialmente, la mitad izquierda del tanque contiene gas nitrógeno N_2, mientras que la mitad derecha contiene aire (alrededor de 21% de O_2 y 79% de N_2) a la misma presión y temperatura. Las moléculas de O_2 y N_2 se indican por medio de los círculos oscuros y claros, respectivamente. Cuando se quita la división, las moléculas de N_2 comenzarán a difundirse en el aire, mientras que las de O_2 se difundirán en el N_2, como se muestra en la figura 14-2. Si esperamos lo suficiente, tendremos una mezcla homogénea de N_2 y O_2 en el tanque. Este proceso de difusión de masa puede explicarse considerando un plano imaginario indicado por la línea discontinua en la figura como: moléculas de gas moviéndose aleatoriamente y, por tanto, la probabilidad de que una molécula se mueva hacia el lado derecho o hacia el izquierdo es la misma. Como consecuencia, la mitad de las moléculas en un lado de la línea discontinua en un momento determinado se moverán hacia el otro lado. Como la concentración de N_2 es mayor en el lado izquierdo que en el derecho, un mayor número de moléculas de N_2 se moverán hacia la derecha que hacia la izquierda, resultando en un flujo neto de N_2 hacia la derecha. Como resultado, se dice que el N_2 se *transfirió* hacia la derecha. Un argumento similar se puede emitir sobre el O_2 en cuanto a que se transfiere hacia la izquierda. El proceso continúa hasta que se establecen concentraciones uniformes de N_2 y O_2 a lo largo del tanque, de manera que el número de moléculas de N_2 (u O_2) que se mueven hacia la derecha sea igual al que se mueven hacia la izquierda, resultando en una transferencia neta de N_2 u O_2 igual a cero a través de un plano imaginario.

Las moléculas en una mezcla de gas continuamente se impactan entre sí, y el proceso de difusión es significativamente influenciado por este proceso de colisión. La colisión de moléculas semejantes tiene una consecuencia insignificante, ya que

ambas moléculas son idénticas y no importa cuál atraviese un cierto plano. Sin embargo, las colisiones entre moléculas diferentes tienen una influencia sobre la velocidad de difusión, puesto que dichas moléculas tienen masas diferentes y, por tanto, distintos momentos, y el proceso de difusión es dominado por las moléculas más pesadas. Los coeficientes de difusión y, en consecuencia, las velocidades de difusión de los gases, dependen significativamente de la *temperatura* porque esta es una medida de la velocidad promedio de las moléculas de gas. Así que las velocidades de difusión son mayores a temperaturas más elevadas.

La transferencia de masa también puede presentarse en líquidos y sólidos, así como en gases. Por ejemplo, una taza con agua que se deja en un cuarto finalmente se evapora como resultado de la difusión de moléculas de agua en el aire *(transferencia de masa de un líquido hacia un gas*). Una porción de CO_2 en estado sólido (hielo seco) también se hace cada vez más pequeño a medida que las moléculas de CO_2 se difunden en el aire (*transferencia de masa de un sólido hacia un gas*). Una cucharada de azúcar en una taza de café se mezcla y endulza el café, a pesar de que las moléculas de azúcar son más pesadas que las de agua, y las moléculas de un lápiz de color que se inserte en el vaso de agua se difunden en esta, como se puede comprobar por el esparcimiento gradual del color en el agua (*transferencia de masa de un sólido hacia un líquido*). Desde luego, la transferencia de masa también se puede presentar desde un gas hacia un líquido o sólido si la concentración de las especies es más elevada en la fase gaseosa. Por ejemplo, una pequeña fracción de O_2 en el aire se difunde en el agua y satisface las necesidades de oxígeno de los animales marinos. La difusión del carbono en hierro durante un proceso de endurecimiento, el dopado de semiconductores en los transistores, y la migración de moléculas dopadas en los semiconductores a elevadas temperaturas, son ejemplos de procesos de difusión de sólido a sólido (figura 14-3).

Otro factor que influye el proceso de difusión es el *espaciamiento molecular*. A medida que dicho espaciamiento es mayor, la velocidad de difusión también es mayor. Por tanto, las velocidades de difusión típicamente son mucho más elevadas en los gases que en los líquidos, y más elevadas en los líquidos que en los sólidos. Los coeficientes de difusión en las mezclas de gases son solo algunos órdenes de magnitud más grandes que los correspondientes a las soluciones líquidas o sólidas.



a) Líquido a gaseoso *b*) Sólido a gaseoso

c) Sólido a líquido *d*) Sólido a sólido

FIGURA 14-3

Algunos ejemplos de transferencia de masa que involucran un líquido o un sólido.

14-2 ▪ ANALOGÍAS ENTRE TRANSFERENCIA DE CALOR Y MASA

Se ha dedicado una considerable cantidad de tiempo estudiando la transferencia de calor, y se podría dedicar un tiempo igual al estudio de la transferencia de masa. Sin embargo, los mecanismos de la transferencia de masa y calor son análogos entre sí y, por tanto, se puede desarrollar una comprensión de la transferencia de masa en poco tiempo con un pequeño esfuerzo estableciendo los *paralelismos* entre ambos. Creando esos "puentes" entre estas dos áreas aparentemente sin ninguna relación entre sí, haría posible usar nuestro conocimiento sobre transferencia de calor para resolver problemas sobre transferencia de masa. De manera alterna, adquirir un conocimiento práctico sobre la transferencia de masa no ayudará a comprender mejor los procesos de transferencia de calor pensando en el calor como una sustancia sin masa, como lo hicieron nuestros antepasados en el siglo . La teoría del calórico de corta duración es el origen de la mayoría de la terminología de transferencia de calor utilizada hoy en día, y cumplió su propósito hasta que fue reemplazada por la teoría cinética. En esencia, la masa es energía, puesto que la masa y la energía pueden convertirse la una en la otra de acuerdo con la fórmula de Einstein $E = mc^2$, donde c es la velocidad de la luz. Por tanto, se puede ver a la masa y al calor como dos diferentes formas de energía y explotar este hecho con el fin de obtener una ventaja sin exagerar.

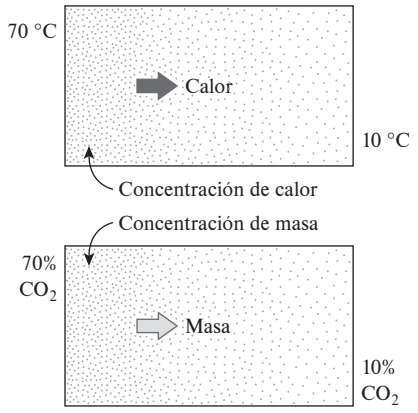


FIGURA 14-4

Analogía entre transferencia de masa y transferencia de calor.

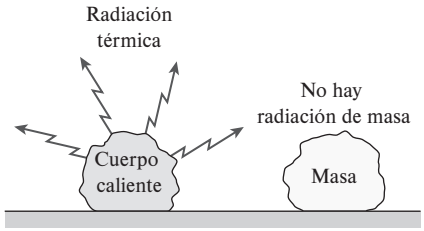


FIGURA 14-5

A diferencia de la radiación de calor, no existe la radiación de masa.

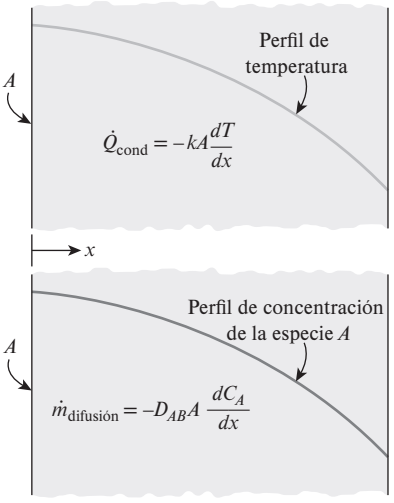


FIGURA 14-6

Analogía entre la conducción de calor y la difusión de masa.

Temperatura

La fuerza impulsora para la transferencia de calor es la *diferencia de temperatura.* En contraste, la fuerza impulsora para la transferencia de masa es la *diferencia de concentración.* La temperatura es como una medida de la "concentración de calor", una región de alta temperatura tiene una elevada concentración de calor (figura 14-4). Tanto el calor como la masa son transferidos desde las regiones más concentradas hasta las menos concentradas. Si no existe diferencia de temperatura entre dos regiones, entonces no hay transferencia de calor. De manera similar, si no existe diferencia entre las concentraciones de una especie en diferentes partes de un medio, no habrá transferencia de masa.

Conducción

Recordará que el calor se transfiere por conducción, convección y radiación, y la masa sólo por *conducción* (también llamada difusión) y *convección*, por lo que no existe el concepto de "radiación de masa" (a menos que haya algo que Scotty sepa que no sabemos cuando "transporta" personas a cualquier lugar del espacio a la velocidad de la luz) (figura 14-5). La velocidad de conducción de calor en la dirección x es proporcional al gradiente de temperatura dT/dx en dicha dirección, y se expresa por medio de la ley de **conducción de calor de Fourier** como:

$$\dot{Q}_{cond} = -kA\frac{dT}{dx} \quad \textbf{(14-2)}$$

donde k es la conductividad térmica del medio y A es el área perpendicular a la dirección de la transferencia de calor. De manera similar, la velocidad de la difusión de la masa $\dot{m}_{difusión}$ de una especie química A en un medio estacionario en la dirección x es proporcional al gradiente de concentración dC/dx en dicha dirección, y se expresa mediante la **ley de difusión de Fick** mediante (figura 14-6):

$$\dot{m}_{difusión} = -D_{AB}A\frac{dC_A}{dx} \quad \textbf{(14-3)}$$

donde D_{AB} es el **coeficiente de difusión** (o *difusividad masiva*) de las especies en la mezcla y C_A es la concentración de las especies en la mezcla en ese punto.

Se puede demostrar que las ecuaciones diferenciales para la conducción de calor y la difusión de masa tienen la misma forma. Por tanto, las soluciones de las ecuaciones de difusión de masa pueden obtenerse a partir de las soluciones correspondientes a las ecuaciones de conducción de calor para el mismo tipo de condiciones de frontera cambiando los coeficientes y las variables correspondientes.

Generación de calor

La generación de calor se refiere a una conversión de alguna forma de energía como la eléctrica, química o nuclear, en energía *térmica sensible* en el medio. La generación de calor se presenta a través del medio y se muestra a sí misma como un incremento en la temperatura. De manera similar, algunos problemas sobre transferencia de masa involucran reacciones químicas que se presentan dentro del medio y resultan en la *generación de una especie* en el proceso. La generación de especies es un *fenómeno volumétrico*, y la tasa de generación puede variar de un punto a otro en el medio. Estas reacciones que ocurren dentro del medio se llaman **reacciones homogéneas**, y son análogas a la generación interna de calor. En contraste, algunas reacciones químicas resultan en la generación de una especie *en la superficie* como resultado de reacciones químicas que ocurren en la superficie debido al contacto entre el medio y sus alrededores. Este es un *fenómeno de superficie* y, como tal, necesita que se le trate como una condición inicial. En los estudios

sobre transferencia de masa, a dichas reacciones se les llama **reacciones heterogéneas,** y son análogas al *flujo de calor específico de superficie.*

Convección

Recordará que la *convección de calor* es el mecanismo de transferencia de calor que involucra tanto a la *conducción de calor* (difusión molecular) como al *movimiento de fluido masivo*. El movimiento de fluido mejora considerablemente la transferencia de calor quitando el fluido calentado cerca de la superficie y reemplazándolo con el fluido refrigerante que está más alejado. En el caso límite de no existir movimiento de fluido masivo, la convección se reduce a la conducción. De manera similar, la **convección por masa** (o *transferencia de masa convectiva*) es el mecanismo de transferencia de masa entre una superficie de un fluido en movimiento que involucra tanto a la *difusión de masa* como al *movimiento de fluido masivo*. El movimiento de fluido también mejora de manera considerable la transferencia de masa removiendo la gran concentración de fluido cercano a la superficie y reemplazándolo con el fluido de concentración más baja que está más alejado. En la convección de masa, una *capa de frontera de concentración* se define de una manera análoga a la capa de frontera térmica y se definen números adimensionales nuevos que son los homólogos a los números de Nusselt y Prandtl.

La velocidad de convección de calor para un flujo externo se expresa por medio de la *ley de enfriamiento de Newton* como:

$$\dot{Q}_{\text{conv}} = h_{\text{conv}} A_s (T_s - T_\infty) \tag{14-4}$$

donde h_{conv} es el coeficiente de transferencia de calor, A_s es el área de la superficie y $T_s - T_\infty$ es la diferencia de temperatura a través de la capa de la frontera térmica. De manera similar, la velocidad de convección másica puede expresarse como (figura 14-7):

$$\dot{m}_{\text{conv}} = h_{\text{masa}} A_s (C_s - C_\infty) \tag{14-5}$$

donde h_{masa} es el *coeficiente de transferencia de masa,* A_s el área de la superficie y $C_s - C_\infty$ es una diferencia en concentraciones apropiada a través de la capa de frontera de concentración.

En la sección 14-9 se exploran varios aspectos de la analogía entre la convección de calor y la de masa. Dicha analogía es válida en los casos de una *baja transferencia de masa* en la que la tasa de flujo de las especies que experimentan el flujo de masa es baja (por debajo de 10%) en relación con la tasa de flujo total de la mezcla de líquidos o gases.

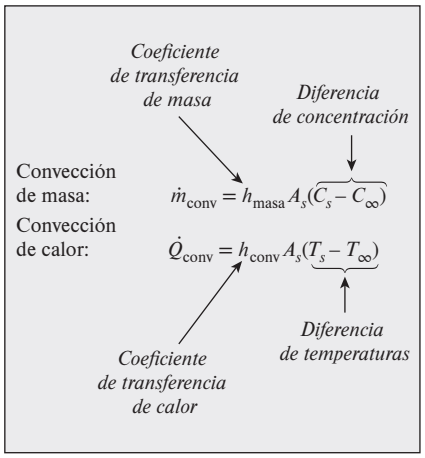


FIGURA 14-7

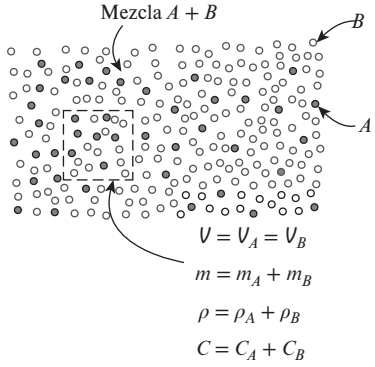
Analogía entre la transferencia de calor por convección y la transferencia de masa por convección.

14-3 ▪ DIFUSIÓN DE LA MASA

La ley de difusión de Fick, propuesta en 1855, establece que la velocidad de difusión de una especie química en un punto de una mezcla de gas (o solución líquida o sólida) es proporcional al *gradiente de concentración* de dicha especie en ese lugar. A pesar de que una concentración más elevada de una especie significa más moléculas de esa especie por unidad de volumen, la concentración de una especie puede expresarse de varias formas. Enseguida se describen las dos formas más comunes.

1 Con base en la masa

Con base en la masa, la concentración se expresa en términos de la **densidad** (o *concentración de masa*), la cual es masa por unidad de volumen. Considerando un pequeño volumen V en un punto dentro de la mezcla, las densidades de una especie (sufijo i) y de la mezcla (sin sufijo) en dicho punto están dadas por (figura 14-8):



Base másica:

$$\rho_A = \frac{m_A}{V},\ \rho = \frac{m}{V},\ w_A = \frac{\rho_A}{\rho}$$

Base molar:

$$C_A = \frac{N_A}{V},\ C = \frac{N}{V},\ y_A = \frac{C_A}{C}$$

Relación entre ellas:

$$C_A = \frac{\rho_A}{M_A},\ w_A = y_A \frac{M_A}{M}$$

FIGURA 14-8

Diferentes formas de expresar la concentración de la especie A de una mezcla binaria A y B.

Densidad parcial de las especies i: $\rho_i = m_i/V$ (kg/m^3)

Densidad total de la mezcla: $\rho = m/V = \sum m_i/V = \sum \rho_i$

Por tanto, la *densidad de una mezcla* en un punto es igual a la suma de las *densidades de sus constituyentes* en dicho punto. La concentración de masa se puede expresar también en forma adimensional en términos de la **fracción de masa** w como:

Fracción de masa de la especie i:
$$w_i = \frac{m_i}{m} = \frac{m_i/V}{m/V} = \frac{\rho_i}{\rho} \tag{14-6}$$

Observe que la fracción de masa de una especie varía en el rango entre 0 y 1, y la conservación de masa requiere que la suma de las fracciones de masa de los constituyentes de una mezcla sea igual a 1. Es decir $\sum w_i = 1$. Observe que la densidad y la fracción de masa de un constituyente de una mezcla, en general, varían en función de la ubicación, al menos que los gradientes de concentración sean iguales a cero.

2 Con base en el número de moles

Con base en el *número de moles*, la concentración se expresa en términos de la **concentración molar** (o *densidad molar*), la cual se define como la cantidad de materia en kmoles por unidad de volumen. De nuevo, considerando un pequeño volumen V en un punto dentro de la mezcla, las concentraciones molares de una especie (sufijo i) y de la mezcla (sin sufijo) en dicho punto, están dadas por:

Concentración molar parcial de la especie i: $C_i = N_i/V$ (kmol/m^3)

Concentración molar total de la mezcla: $C = N/V = \sum N_i/V = \sum C_i$

Por tanto, la concentración molar de una mezcla en un punto es igual a la suma de las concentraciones molares de sus constituyentes en dicho punto. La concentración molar también puede expresarse en forma adimensional en términos de la **fracción molar** y como:

Fracción molar de la especie i:
$$y_i = \frac{N_i}{N} = \frac{N_i/V}{N/V} = \frac{C_i}{C} \tag{14-7}$$

La fracción molar de una especie varía de 0 a 1, y la suma de las fracciones molares de los constituyentes de una mezcla es igual a la unidad, $\sum y_i = 1$.

La masa m y el número molar N de una sustancia están relacionados entre sí por medio de $m = NM$ (o, para un volumen unitario, $\rho = CM$) donde M es *la masa molar* (también llamada *peso molecular*) de la sustancia. Este resultado era esperado, ya que la masa de 1 kmol de la sustancia es M kg y, por tanto, la masa de N kmol es NM kg. Por tanto, las concentraciones de masa y molar están relacionadas entre sí por medio de:

$$C_i = \frac{\rho_i}{M_i} \text{ (para las especies } i\text{)} \quad \text{y} \quad C = \frac{\rho}{M} \text{ (para la mezcla)} \tag{14-8}$$

donde M es la masa molar de la mezcla, la cual puede determinarse a partir de:

$$M = \frac{m}{N} = \frac{\sum N_i M_i}{N} = \sum \frac{N_i}{N} M_i = \sum y_i M_i \tag{14-9}$$

Las fracciones de masa y molar de la especie i de una mezcla están relacionadas entre sí por medio de:

$$w_i = \frac{\rho_i}{\rho} = \frac{C_i M_i}{CM} = y_i \frac{M_i}{M} \tag{14-10}$$

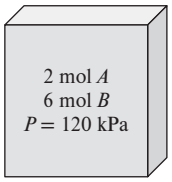
Se han presentado dos métodos diferentes para la descripción de la concentración en un punto, y se preguntará qué método es mejor. Pues bien, la respuesta depende de la situación. Ambos métodos son equivalentes, y el mejor método para un determinado problema es el que produzca la solución deseada.

Caso especial: mezclas de gases ideales

A bajas presiones, un gas o una mezcla de gases pueden aproximarse convenientemente a un gas ideal con un error despreciable. Por ejemplo, una mezcla de aire seco y vapor de agua en condiciones atmosféricas puede tratarse como un gas ideal con un error menor a 1%. La presión total de una mezcla de gas P es igual a la suma de las presiones parciales P_i de los gases individuales de la mezcla, y se expresa como $P = \sum P_i$. Aquí, P_i se llama **presión parcial** de la especie i, la cual es la presión que la especie i ejercería si esta existiera sola a la temperatura y volumen de la mezcla. Esto se conoce como **ley de las presiones aditivas de Dalton**. Entonces, utilizando la relación de gas ideal $PV = NR_uT$, donde R_u es la constante de gas universal para la especie i y para la mezcla, la **fracción de presión** de la especie i puede expresarse como (figura 14-9):

$$\frac{P_i}{P} = \frac{N_i R_u T/V}{N R_u T/V} = \frac{N_i}{N} = y_i \qquad \textbf{(14-11)}$$

Por tanto, la *fracción de presión* de la especie i de una mezcla de gases ideales es equivalente a la *fracción molar* de dicha especie, y puede utilizarse en lugar de esta en el análisis de transferencia de masa.



Una mezcla de dos gases ideales A y B

$$y_A = \frac{N_A}{N} = \frac{2}{2+6} = 0.25$$

$$P_A = y_A P = 0.25 \times 120 = 30 \text{ kPa}$$

FIGURA 14-9

En las mezclas de gases ideales, la fracción de presión de un gas es igual a su fracción molar.

Ley de difusión de Fick: medio estacionario consistente en dos especies

La velocidad de difusión de masa de una especie química en un medio estancado en una dirección específica es proporcional al gradiente de concentración local en dicha dirección. Esta relación lineal entre la velocidad de difusión y el gradiente de concentración propuesta por Fick en 1855 se conoce como **ley de difusión de Fick**, y se puede expresar como:

Flujo de masa = Constante de proporcionalidad × Gradiente de concentración

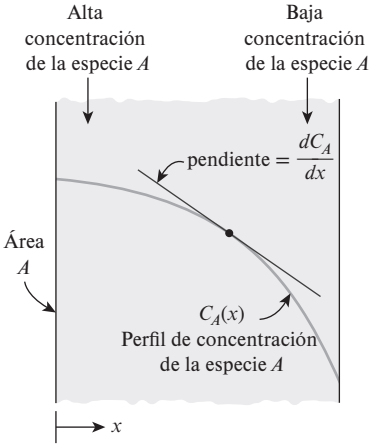
Sin embargo, la concentración de una especie en una mezcla de gases o solución líquida o sólida puede definirse de varias maneras, como densidad, fracción de masa, concentración molar y fracción molar, como ya se comentó y, por tanto, la ley de Fick puede expresarse matemáticamente de muchas maneras. Es mejor expresar el gradiente de concentración en términos de la masa o fracción molar, y la formulación más apropiada de la *ley de Fick* para la difusión de una especie A en una mezcla binaria estacionaria de las especies A y B en una dirección x específica está dada por (figura 14-10):

Con base en la masa:

$$j_{\text{difusión},A} = \frac{\dot{m}_{\text{difusión},A}}{A} = -\rho D_{AB}\frac{d(\rho_A/\rho)}{dx} = -\rho D_{AB}\frac{dw_A}{dx} \ (\text{kg/s}\cdot\text{m}^2) \qquad \textbf{(14-12)}$$

Con base en el número de moles:

$$\bar{j}_{\text{difusión},A} = \frac{\dot{N}_{\text{difusión},A}}{A} = -CD_{AB}\frac{d(C_A/C)}{dx} = -CD_{AB}\frac{dy_A}{dx} \ (\text{kmol/s}\cdot\text{m}^2)$$



Con base en la masa:

$$\dot{m}_{\text{difusión}} = -\rho A D_{AB}\frac{dw_A}{dx} = -\rho A D_{AB}\frac{d(\rho_A/\rho)}{dx} = -AD_{AB}\frac{d\rho_A}{dx} \ (\text{si } \rho = \text{constante})$$

Base molar:

$$\dot{N}_{\text{difusión},A} = -CAD_{AB}\frac{dy_A}{dx} = -CAD_{AB}\frac{d(C_A/C)}{dx} = -AD_{AB}\frac{dC_A}{dx} \ (\text{si } C = \text{constante})$$

FIGURA 14-10

Varias expresiones de la ley de difusión de Fick para una mezcla binaria.

Aquí, $j_{\text{difusión, }A}$ es el **flujo de masa** (**difusivo**) de la especie A (transferencia de masa por difusión por unidad de tiempo y por unidad de área perpendicular a la dirección de la transferencia de masa, en $\text{kg/s} \cdot \text{m}^2$) y $\bar{j}_{\text{difusión, }A}$ es el **flujo molar (difusivo)** (en $\text{kmol/s} \cdot \text{m}^2$). El flujo de masa de una especie en un punto es proporcional a la densidad de la mezcla en dicho punto. Observe que $\rho = \rho_A + \rho_B$ es la densidad y $C = C_A + C_B$ es la concentración molar de la mezcla binaria y, en general, pueden variar a través de toda la mezcla. Por tanto, $\rho d(\rho_A/\rho) \neq d\rho_A$ o $Cd(C_A/C) \neq dC_A$. Sin embargo, en el caso especial de densidad de mezcla constante ρ o de la concentración molar constante C, las relaciones anteriores se pueden simplificar para obtener:

$$\textit{Con base en la masa } (\rho = \text{constante}): \quad j_{\text{difusión, }A} = -D_{AB}\frac{d\rho_A}{dx} \ (\text{kg/s} \cdot \text{m}^2) \tag{14-13}$$

$$\textit{En base molar } (C = \text{constante}): \quad j_{\text{difusión, }A} = -D_{AB}\frac{dC_A}{dx} \ (\text{kmol/s} \cdot \text{m}^2)$$

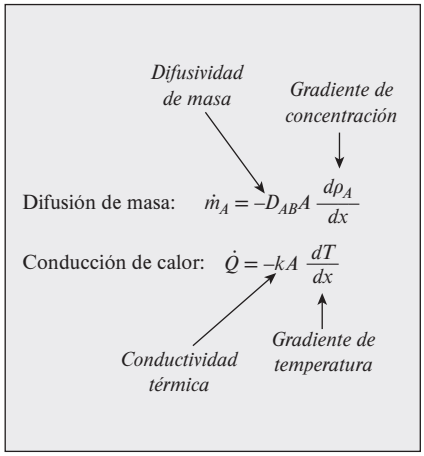


FIGURA 14-11

Analogía entre la ley de calor de Fourier y la ley de difusión de masa de Fick.

La suposición de concentración de densidad constante o concentración molar constante es, por lo general, apropiada para soluciones *sólidas* y *diluidas en líquido;* sin embargo, este no es el caso de las mezclas de gases o soluciones líquidas concentradas; por tanto, la ecuación 14-12 se deberá utilizar en este último caso. En este tratamiento introductorio, limitamos nuestra consideración a la difusión de masa unidimensional. Para los casos de 2 o 3 dimensiones, la ley de Fick puede expresarse adecuadamente en forma vectorial reemplazando las derivadas de las relaciones anteriores por los gradientes correspondientes (por ejemplo, $\mathbf{j}_A = -\rho D_{AB} \nabla w_A$).

Recuerde que la constante de proporcionalidad de la ley de Fourier se definió como la propiedad de transporte llamada *conductividad térmica*. De manera similar, la constante de proporcionalidad de la ley de Fick se define como otra propiedad de transporte llamada **coeficiente de difusión binaria** o **difusividad de masa**, D_{AB}. La unidad de la difusividad de masa es m^2/s, la cual es igual a las unidades de *difusividad térmica* o *difusividad de momento* (también llamada *viscosidad cinemática*) (figura 14-11).

Debido a la naturaleza compleja de la difusión de masa, los coeficientes de difusión, por lo general, se determinan experimentalmente. La teoría cinética de los gases indica que el coeficiente de difusión de los gases diluidos a presiones convencionales es independiente de la composición de la mezcla y tiende a incrementarse en función de la temperatura, mientras que disminuye en función de la presión de la manera siguiente:

$$D_{AB} \propto \frac{T^{3/2}}{P} \quad \text{o} \quad \frac{D_{AB,1}}{D_{AB,2}} = \frac{P_2}{P_1}\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{3/2} \tag{14-14}$$

Esta relación es útil para la determinación del coeficiente de difusión de los gases a diferentes temperaturas y presiones a partir de un conocimiento del coeficiente de difusión a una temperatura y presión específicas. También hay relaciones más generales; sin embargo, más complicadas, que toman en cuenta los efectos de las colisiones moleculares. En la tabla 14-1 se proporcionan los coeficientes de difusión de algunos gases en el aire a una presión de 1 atm a varias temperaturas.

Los coeficientes de difusión de sólidos y líquidos también tienden a aumentar en función de la temperatura mientras exhiben una dependencia significativa en la composición. El proceso de difusión en los sólidos y en los líquidos es mucho más complejo que en los gases, y los coeficientes de difusión en este caso, son casi exclusivamente determinados de forma experimental.

TABLA 14-1

Coeficientes de difusión binaria de algunos gases en el aire a 1 atm de presión

	*Coeficiente de difusión binaria,** $m^2/s \times 10^5$			
T, K	O_2	CO_2	H_2	NO
200	0.95	0.74	3.75	0.88
300	1.88	1.57	7.77	1.80
400	5.25	2.63	12.5	3.03
500	4.75	3.85	17.1	4.43
600	6.46	5.37	24.4	6.03
700	8.38	6.84	31.7	7.82
800	10.5	8.57	39.3	9.78
900	12.6	10.5	47.7	11.8
1 000	15.2	12.4	56.9	14.1
1 200	20.6	16.9	77.7	19.2
1 400	26.6	21.7	99.0	24.5
1 600	33.2	27.5	125	30.4
1 800	40.3	32.8	152	37.0
2 000	48.0	39.4	180	44.8

Fuente: From Mills, 1995; Table A.17a, p. 869
*Multiplique por 10.76 para convertir a pies^2/s.

Los coeficientes de difusión binaria de varias mezclas de gases binarios y soluciones sólidas y líquidas se proporcionan en las tablas 14-2 y 14-3. En dichas tablas se hacen dos observaciones:

1. Los coeficientes de difusión, en general, son *máximos en los gases* y *mínimos en los sólidos*. Los coeficientes de difusión de los gases son varias órdenes de magnitud mayores que los correspondientes a los líquidos.
2. Los coeficientes de difusión *aumentan con la temperatura*. El coeficiente de difusión (y, por tanto, la tasa de difusión de masa) del carbono a través del hierro durante un proceso de endurecimiento, por ejemplo, aumenta 6 000 veces a medida que la temperatura aumenta de 500 a 1 000 °C.

Debido a su importancia práctica, la difusión del *vapor de agua* en el *aire* ha sido el tema de varios estudios, y se han desarrollado varias fórmulas empíricas para el coeficiente de difusión $D_{\mathrm{H_2O\text{-}aire}}$. Marrero y Mason (1972) propusieron esta popular fórmula (tabla 14-4):

$$D_{\mathrm{H_2O\text{-}aire}} = 1.87 \times 10^{-10} \frac{T^{2.072}}{P} \quad (\mathrm{m^2/s}), \quad 280\ \mathrm{K} < T < 450\ \mathrm{K} \qquad \textbf{(14-15)}$$

donde P es la presión total en atm y T es la temperatura en K.

El mecanismo principal de conducción de la difusión de masa es el gradiente de concentración, y la difusión de la masa debida a un gradiente de concentración se conoce como **difusión convencional**. Sin embargo, la difusión también puede ser causada por otros efectos. Los gradientes de temperatura en un medio pueden provocar **difusión térmica** (también llamada **efecto doloroso**), y los gradientes de presión pueden resultar en **difusión de presión.** Sin embargo, ambos efectos, por lo general, son despreciable a menos que los gradientes sean muy grandes. En centrífugas, el gradiente de presión generado por el efecto centrífugo se utiliza para separar soluciones líquidas e isótopos gaseosos. Un campo de fuerza externo como lo es un campo eléctrico o magnético aplicado en una mezcla o solución puede utilizarse

TABLA 14-2

Coeficientes de difusión binaria de mezclas de gases diluidos a 1 atm

Sustancia *A*	Sustancia *B*	*T*, K	D_{AB} o D_{BA}, m^2/s	Sustancia *A*	Sustancia *B*	*T*, K	D_{AB} o D_{BA}, m^2/s
Aire	Acetona	273	1.1×10^{-5}	Argón, Ar	Nitrógeno, N_2	293	1.9×10^{-5}
Aire	Amoniaco, NH_3	298	2.6×10^{-5}	Dióxido de carbono, CO_2	Benceno	318	0.72×10^{-5}
Aire	Benceno	298	0.88×10^{-5}	Dióxido de carbono, CO_2	Hidrógeno, H_2	273	5.5×10^{-5}
Aire	Dióxido de carbono	298	1.6×10^{-5}	Dióxido de carbono, CO_2	Nitrógeno, N_2	293	1.6×10^{-5}
Aire	Cloro	273	1.2×10^{-5}	Dióxido de carbono, CO_2	Oxígeno, O_2	273	1.4×10^{-5}
Aire	Alcohol etílico	298	1.2×10^{-5}	Dióxido de carbono, CO_2	Vapor de agua	298	1.6×10^{-5}
Aire	Éter etílico	298	0.93×10^{-5}	Hidrógeno, H_2	Nitrógeno, N_2	273	6.8×10^{-5}
Aire	Helio, He	298	7.2×10^{-5}	Hidrógeno, H_2	Oxígeno, O_2	273	7.0×10^{-5}
Aire	Hidrógeno, H_2	298	7.2×10^{-5}	Oxígeno, O_2	Ammonia	293	2.5×10^{-5}
Aire	Yodo, I_2	298	0.83×10^{-5}	Oxígeno, O_2	Benceno	296	0.39×10^{-5}
Aire	Metanol	298	1.6×10^{-5}	Oxígeno, O_2	Nitrógeno, N_2	273	1.8×10^{-5}
Aire	Mercurio	614	4.7×10^{-5}	Oxígeno, O_2	Vapor de agua	298	2.5×10^{-5}
Aire	Naftalina	300	0.62×10^{-5}	Vapor de agua	Argón, Ar	298	2.4×10^{-5}
Aire	Oxígeno, O_2	298	2.1×10^{-5}	Vapor de agua	Helio, He	298	9.2×10^{-5}
Aire	Vapor de agua	298	2.5×10^{-5}	Vapor de agua	Nitrógeno, N_2	298	2.5×10^{-5}

Fuente: *tomado de Barrer, 1941, Geankoplis, 1972; Perry, 1963, y Reid et al., 1977.*

Nota: El efecto de la presión y la temperatura en D_{AB} puede representarse a través de $D_{AB} \sim T^{3/2}/P$. Asimismo, multiplique los valores de D_{AB} por 10.76 para convertirlos a $pies^2/s$.

TABLA 14-3

Coeficientes de difusión binaria de soluciones líquidas diluidas y soluciones sólidas a 1 atm

a) *Difusión a través de líquidos*				*b*) *Difusión a través de sólidos*			
Sustancia *A* (Soluto)	Sustancia *B* (Solvente)	*T*, K	D_{AB}, m²/s	Sustancia *A* (Soluto)	Sustancia *B* (Solvente)	*T*, K	D_{AB}, m²/s
Amoniaco	Agua	285	1.6×10^{-9}	Dióxido de carbono	Hule natural	298	1.1×10^{-10}
Benceno	Agua	293	1.0×10^{-9}	Nitrógeno	Hule natural	298	1.5×10^{-10}
Dióxido de carbono	Agua	298	2.0×10^{-9}	Oxígeno	Hule natural	298	2.1×10^{-10}
Cloro	Agua	285	1.4×10^{-9}	Helio	Pyrex	773	2.0×10^{-12}
Etanol	Agua	283	0.84×10^{-9}	Helio	Pyrex	293	4.5×10^{-15}
Etanol	Agua	288	1.0×10^{-9}	Helio	Dióxido de silicio	298	4.0×10^{-14}
Etanol	Agua	298	1.2×10^{-9}	Hidrógeno	Hierro	298	2.6×10^{-13}
Glucosa	Agua	298	0.69×10^{-9}	Hidrógeno	Níquel	358	1.2×10^{-12}
Hidrógeno	Agua	298	6.3×10^{-9}	Hidrógeno	Níquel	438	1.0×10^{-11}
Metano	Agua	275	0.85×10^{-9}	Cadmio	Cobre	293	2.7×10^{-19}
Metano	Agua	293	1.5×10^{-9}	Cinc	Cobre	773	4.0×10^{-18}
Metano	Agua	333	3.6×10^{-9}	Cinc	Cobre	1 273	5.0×10^{-13}
Metanol	Agua	288	1.3×10^{-9}	Antimonio	Plata	293	3.5×10^{-25}
Nitrógeno	Agua	298	2.6×10^{-9}	Bismuto	Plomo	293	1.1×10^{-20}
Oxígeno	Agua	298	2.4×10^{-9}	Mercurio	Plomo	293	2.5×10^{-19}
Agua	Etanol	298	1.2×10^{-9}	Cobre	Aluminio	773	4.0×10^{-14}
Agua	Glicol etileno	298	0.18×10^{-9}	Cobre	Aluminio	1 273	1.0×10^{-10}
Agua	Metanol	298	1.8×10^{-9}	Carbono	Hiero (fcc)	773	5.0×10^{-15}
Cloroformo	Metanol	288	2.1×10^{-9}	Carbono	Hiero (fcc)	1 273	3.0×10^{-11}

Fuente: Tomado de Barrer, 1941, Reid et al., 1977; Thomas,1991; y Van Black, 1980.

TABLA 14-4

En una mezcla de gases ideales binarios de las especies *A* y *B*, el coeficiente de difusión de *A* en *B* es igual al coeficiente de difusión de *B* en *A*, y ambos se incrementan con la temperatura

T, °C	$D_{H_2O\text{-aire}}$ o $D_{Aire\text{-}H_2O}$ a 1 atm, en m²/s (de la ecuación 14-15)
0	2.09×10^{-5}
5	2.17×10^{-5}
10	2.25×10^{-5}
15	2.33×10^{-5}
20	2.42×10^{-5}
25	2.50×10^{-5}
30	2.59×10^{-5}
35	2.68×10^{-5}
40	2.77×10^{-5}
50	2.96×10^{-5}
100	3.99×10^{-5}
150	5.18×10^{-5}

para separar moléculas magnetizadas o cargadas eléctricamente (como en el caso de un electrolito o un gas ionizado) de la mezcla. A esto se le llama **difusión forzada**. Asimismo, cuando los poros de un sólido poroso como lo es un gel de sílice son más pequeños que la trayectoria libre media de las moléculas de gas, las colisiones moleculares pueden ser despreciables, y se puede iniciar un flujo molecular libre. A esto se le conoce con el nombre de **difusión Knudsen.** Cuando el tamaño de las moléculas de gas es comparable con el tamaño del poro, moléculas adsorbidas se mueven a lo largo de las paredes de los poros, y se le llama **difusión de superficie**. Por último, las partículas cuyo diámetro está por debajo de 0.1 μm, como las de la niebla y las partículas de hollín, actúan como grandes moléculas, y el proceso de difusión de dichas partículas debido al gradiente de concentración se llama **movimiento browniano**. Las partículas grandes (cuyo diámetro es mayor a 1 μm) no son afectadas por la difusión debido a que el movimiento de dichas partículas está gobernado por las leyes de Newton. En nuestro tratamiento elemental de difusión de masa suponemos que estos efectos adicionales no existen o son despreciables, como es normalmente el caso, y se remite al lector a libros más avanzados que versan sobre estos temas.

EJEMPLO 14-1 **Cálculo de las fracciones de masa a partir de las fracciones molares**

La composición de la atmósfera estándar seca está dada en base molar en 78.1% N_2, 20.9% O_2 y 1.0% de argón y pequeñas cantidades de otros elementos constitutivos (figura 14-12). Tratando a otros elementos constitutivos como el argón (Ar), calcule las fracciones de masa de los elementos constitutivos del aire.

SOLUCIÓN Se proporcionan las fracciones molares de los elementos constitutivos del aire. Se calcularán las fracciones de masa.

Suposiciones Las pequeñas cantidades de otros gases en el aire son tratadas como si fuera el elemento argón.

Propiedades Las masas molares del N_2, O_2 y Ar son 28.0, 32.0 y 39.9 kg/kmol, respectivamente (tabla A-1).

Análisis La masa molar del aire se calcula como:

$$M = \sum y_i M_i = 0.781 \times 28.0 + 0.209 \times 32.0 + 0.01 \times 39.9 = 29.0 \text{ kg/kmol}$$

Entonces, las fracciones molares de los gases constitutivos se calculan a partir de la ecuación 14-10 como:

$$N_2: \quad w_{N_2} = y_{N_2}\frac{M_{N_2}}{M} = (0.781)\frac{28.0}{29.0} = \mathbf{0.754}$$

$$O_2: \quad w_{O_2} = y_{O_2}\frac{M_{O_2}}{M} = (0.209)\frac{32.0}{29.0} = \mathbf{0.231}$$

$$Ar: \quad w_{Ar} = y_{Ar}\frac{M_{Ar}}{M} = (0.01)\frac{39.9}{29.0} = \mathbf{0.014}$$

Por tanto, las fracciones de masa del N_2, O_2 y Ar en la atmósfera estándar seca son 75.4%, 23.1% y 1.4%, respectivamente.

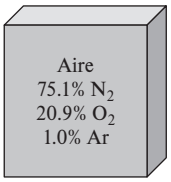


FIGURA 14-12
Esquema para el ejemplo 14-1.

14-4 ▪ CONDICIONES DE FRONTERA

La ecuación de difusión de masa es análoga a la ecuación de difusión (conducción) de calor y, por tanto, se necesitan condiciones de frontera comparables para poder calcular la concentración de especies en un medio. Dos tipos comunes de condiciones de frontera son 1) *la concentración de especies específicas,* la cual corresponde a una temperatura específica, y 2) *el flujo de especies específico*, el cual corresponde al flujo de calor específico.

A pesar de su aparente similaridad, existe una diferencia importante entre la temperatura y la concentración: la temperatura es una función *continua*, la concentración no lo es. Las temperaturas de pared y del aire en una superficie de pared, por ejemplo, son siempre las mismas. Las concentraciones del aire en los dos lados de una interfase agua-aire son obviamente muy diferentes (de hecho, la concentración de aire en el agua es muy cercana a cero). De manera similar, las concentraciones de agua en los dos lados de una interfase agua-aire son también diferentes aun cuando el aire es saturado (figura 14-13). Por tanto, cuando se especifica una condición de frontera, detallar la ubicación no es suficiente. También se requiere especificar el lado de la frontera, y para hacer esto se consideran dos superficies imaginarias en los dos lados de la interfase que están infinitesimalmente cercanos a la interfase. Siempre que haya duda, se identificará el lado de interés de la interfase por medio de la especificación de su fase en forma de un subíndice. Por ejemplo, la concentración de agua (líquida o en vapor) en los lados líquido y gaseoso de una interfase agua-aire en $x = 0$ puede expresarse en base molar como:

$$y_{H_2O,\ \text{lado líquido}}(0) = y_1 \quad \text{y} \quad y_{H_2O,\ \text{lado gaseoso}}(0) = y_2 \qquad \textbf{(14-16)}$$

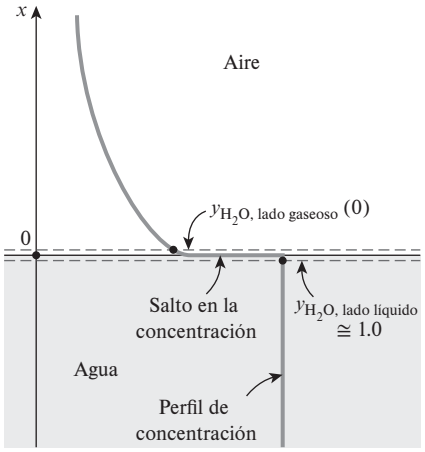


FIGURA 14-13
A diferencia de la temperatura, la concentración de especies de los dos lados de una interfase líquido-gas (sólido-gas o sólido-líquido) por lo regular no son lo mismo.

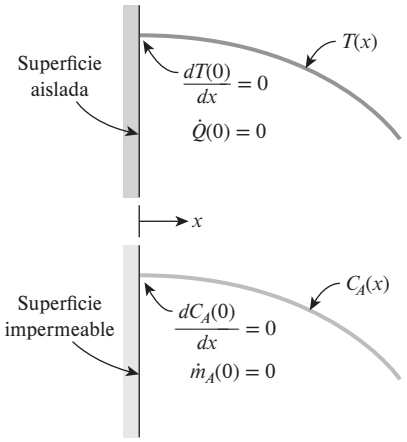


FIGURA 14-14

Una superficie impermeable en una transferencia de masa es análoga a una superficie aislada en una transferencia de calor.

TABLA 14-5

Solubilidad de dos compuestos inorgánicos en agua a diferentes temperaturas, en kg, en 100 kg de agua

	Soluto	
Temperatura, K	Sal, (NaCl)	Bicarbonato de calcio, $Ca(HCO_3)_2$
273.15	35.7	16.15
280	35.8	16.30
290	35.9	16.53
300	36.2	16.75
310	36.5	16.98
320	36.9	17.20
330	37.2	17.43
340	37.6	17.65
350	38.2	17.88
360	38.8	18.10
370	39.5	18.33
373.15	39.8	18.40

Fuente: Tomado de Handbook of Chemistry (Nueva York: McGraw-Hill,1961).

Utilizando la ley de Fick, la condición de frontera de flujo de las especies constantes para una especie en difusión A en una frontera en $x = 0$ se expresa, en ausencia de cualquier soplo o succión como:

$$-CD_{AB}\left.\frac{dy_A}{dx}\right|_{x=0} = \bar{j}_{A,0} \quad \text{o} \quad -\rho D_{AB}\left.\frac{dw_A}{dx}\right|_{x=0} = j_{A,0} \tag{14-17}$$

donde $\bar{j}_{A,0}$ y $j_{A,0}$ son los flujos molar y de masa específicos de la especie A en la frontera, respectivamente. El caso especial de flujo de masa cero ($\bar{j}_{A,0} = j_{A,0} = 0$) corresponde a una **superficie impermeable** para la cual $dy_A(0)/dx = dw_A(0)/dx = 0$ (figura 14-14).

Para aplicar la condición de frontera de *concentración específica*, se debe conocer la concentración de una especie en la frontera. Por lo general, esta información se obtiene del requerimiento que establece que el *equilibrio termodinámico* debe existir en la interfase de dos fases de una especie. En el caso de la interfase aire-agua, los valores de concentración del vapor de agua en el aire se determinan fácilmente a partir de los datos de saturación.

La situación es parecida en las interfases *sólido-líquido*. De nuevo, a una determinada temperatura, solo una cierta cantidad de sólido puede disolverse en un líquido, y la solubilidad del sólido en el líquido se calcula a partir del requerimiento que el equilibrio termodinámico existe entre el sólido y la solución en la interfase. La **solubilidad** representa la *cantidad máxima de sólido que puede disolverse en un líquido a una temperatura específica,* y está totalmente disponible en manuales de química. En la tabla 14-5 se presentan datos de ejemplo sobre la solubilidad para al cloruro de sodio (NaCl) y el bicarbonato de calcio [$Ca(HCO_3)_2$] a varias temperaturas. Por ejemplo, la solubilidad de la sal (NaCl) en el agua a 310 k es 36.5 kg por 100 kg de agua. Por tanto, la fracción de masa de sal en la salmuera en la interfase es simplemente:

$$w_{\text{sal, lado líquido}} = \frac{m_{\text{sal}}}{m} = \frac{36.5 \text{ kg}}{(100 + 36.5) \text{ kg}} = 0.267 \ \ (\text{o } 26.7\%)$$

mientras que la fracción de masa de la sal en la sal sólida pura es $w = 1.0$. Observe que el agua se *satura* con la sal cuando 36.5 kg de sal se disuelven en 100 kg de agua a 310 K.

Muchos procesos involucran la absorción de un gas en un líquido. La mayoría de los gases son pobremente solubles en líquidos (como el aire en el agua), y para dichas soluciones diluidas, se ha observado que las fracciones molares de una especie i en las fases gaseosa y líquida en la interfase son proporcionales entre sí. Es decir, $y_{i,\text{lado gas}} \propto y_{i,\text{lado líquido}}$ o $P_{i,\text{lado gas}} \propto P\, y_{i,\text{lado líquido}}$ puesto que $y_{i,\text{lado gas}} = P_{i,\text{lado gas}}/P$ para mezclas de gases ideales. A esto se le conoce como **ley de Henry**, y se expresa:

$$y_{i,\text{ lado líquido}} = \frac{P_{i,\text{lado gas}}}{H} \quad \text{(en la interfase)} \tag{14-18}$$

donde H es la **constante de Henry**, la cual es el cociente de la presión parcial en la fase gaseosa entre la fracción molar de la fase líquida. Para una especie determinada, solo es una función de la temperatura, y es prácticamente independiente de la presión para valores de presión por debajo de 5 atm. Los valores de la constante de Henry para varias soluciones acuosas se proporcionan en la tabla 14-6 a varias temperaturas. A partir de esta tabla y de la ecuación anterior se pueden hacer las observaciones siguientes:

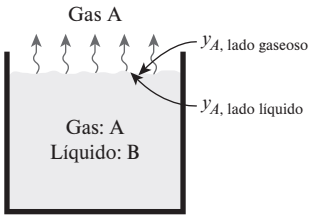
1. La concentración de gas disuelto en un líquido es inversamente proporcional a la constante de Henry; por tanto, a medida que la constante de Henry es mayor, la concentración de gases disueltos en el líquido es más pequeña.

TABLA 14-6

Constante de Henry H (en bars) de gases seleccionados en agua a presiones bajas a moderadas (para el gas i, $H = P_{i,\text{ lado gaseoso}}/y_{i,\text{ lado acuoso}}$)

Soluto	290 K	300 K	310 K	320 K	330 K	340 K
H_2S	440	560	700	830	980	1 140
CO_2	1 280	1 710	2 170	2 720	3 220	—
O_2	38 000	45 000	52 000	57 000	61 000	65 000
H_2	67 000	72 000	75 000	76 000	77 000	76 000
CO	51 000	60 000	67 000	74 000	80 000	84 000
Aire	62 000	74 000	84 000	92 000	99 000	104 000
N_2	76 000	89 000	101 000	110 000	118 000	124 000

Fuente: Tomado de Mills,1995, Tabla A.21.



$$y_{A,\text{ lado gaseoso}} \propto y_{A,\text{ lado líquido}}$$

o

$$\frac{P_{A,\text{ lado gaseoso}}}{P} \propto y_{A,\text{ lado líquido}}$$

o

$$P_{A,\text{ lado gaseoso}} = H y_{A,\text{ lado líquido}}$$

FIGURA 14-15

Los gases disueltos en un líquido pueden expulsarse calentando el líquido.

2. La constante de Henry aumenta (y, por tanto, la fracción de un gas disuelto en el líquido disminuye) al incrementar la temperatura; por tanto, los gases disueltos en un líquido se pueden expulsar calentando el líquido (figura 14-15).
3. La concentración de un gas disuelto en un líquido es proporcional a la presión parcial de dicho gas; por tanto, la cantidad de gas disuelto en un líquido puede incrementarse aumentando la presión del gas. Esto se puede utilizar con ventaja en la carbonatación de bebidas gaseosas con gas CO_2.

El resultado obtenido en la ecuación 14-18 de la fracción molar de gas disuelto es válido en la capa líquida justo por debajo de la interfase, y no necesariamente en todo el líquido. Este último sería el caso solo cuando se estableciera el equilibrio termodinámico de las fases en todo el cuerpo del líquido.

EJEMPLO 14-2 **Fracción molar de aire disuelto en agua**

Calcule la fracción molar del aire disuelto en el agua de la superficie de un lago cuya temperatura es de 17 °C (figura 14-16). Considere el valor de la presión atmosférica a nivel del lago de 92 kPa.

SOLUCIÓN Se calculará la fracción molar del aire disuelto en el agua en la superficie de un lago.

Suposiciones **1** Tanto el aire como el vapor de agua son gases ideales. **2** El aire es pobremente soluble en agua, por lo que es aplicable la ley de Henry.

Propiedades La presión de saturación del agua a 17 °C es 1.96 kPa (tabla A-9). La constante de Henry del aire disuelto en agua a 290 K es H = 62 000 bar (tabla 14-6).

Análisis Este ejemplo es similar al anterior. De nuevo, el aire en la superficie del agua está saturado y, por tanto, la presión parcial del vapor de agua en el aire en la superficie del lago es la presión de saturación del agua a 17 °C,

$$P_{\text{vapor}} = P_{\text{sat @ 17 °C}} = 1.96 \text{ kPa}$$

Suponiendo que tanto el aire como el vapor son gases ideales, la presión parcial de aire seco se calcula como:

$$P_{\text{aire seco}} = P - P_{\text{vapor}} = 92 - 1.96 = 90.04 \text{ kPa} = 0.9004 \text{ bar}$$

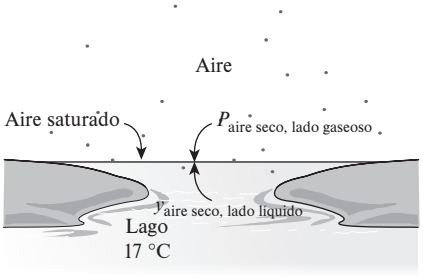


FIGURA 14-16

Esquema para el ejemplo 14-2.

Observe que con solo un pequeño error de precisión (un error de alrededor de 2%), se pudo ignorar la presión de vapor, ya que la cantidad de vapor en el aire es muy pequeña. Entonces, la fracción molar de aire en el agua es:

$$y_{\text{aire seco, estado líquido}} = \frac{P_{\text{aire seco, lado gas}}}{H} = \frac{0.9004 \text{ bar}}{62\,000 \text{ bar}} = \mathbf{1.45 \times 10^{-5}}$$

el cual, como se esperaba, es muy pequeño. Por tanto, la concentración de aire en el agua justo por debajo de la interfase aire-agua es de 1.45 moles por 100 000 moles. Sin embargo, esto representa suficiente oxígeno para el pescado y otras criaturas que habitan en el lago. Observe que la cantidad de aire disuelto en el agua disminuye a medida que aumenta la profundidad.

La ley de Henry se limita a soluciones gas-líquido diluidas; es decir, un líquido con una pequeña cantidad de gas disuelto en ella. Entonces, la pregunta que surge es ¿qué hacer cuando un gas es altamente soluble en el líquido (o sólido), como el amoniaco en agua? En este caso, la relación lineal de la ley de Henry no se aplica y la fracción molar de un gas disuelto en el líquido (o sólido) es, por lo general, expresada en función de la presión parcial del gas en la fase gaseosa y de la temperatura. Una relación aproximada, en este caso, para las *fracciones molares* de una especie en los *lados líquido y gaseoso* de la interfase está dado por la **ley de Raoult**, como:

$$P_{i,\text{ lado gaseoso}} = y_{i,\text{ lado gaseoso}}\ P = y_{i,\text{ lado líquido}}\ P_{i,\text{ sat}}(T) \qquad \textbf{(14-19)}$$

donde $P_{i,\text{ sat}}(T)$ es la *presión de saturación* de la especie i a la temperatura en la interfase y, P es *la presión total* del lado de la fase gaseosa. En manuales sobre química se proporcionan datos en forma de tablas de soluciones comunes, por ejemplo, la solución amoniaco-agua que es muy utilizada en sistemas de absorción-refrigeración.

Los gases también pueden estar disueltos en *sólidos*; sin embargo, el proceso de difusión en este caso puede ser muy complicado. La disolución de un gas puede ser independiente a la estructura del sólido o depender en gran medida de su porosidad. Algunos procesos de disolución (como la disolución del hidrógeno en titanio, similar a la disolución del CO_2 en agua) son *reversibles* y, por ende, mantener el contenido de gas en el sólido requiere un contacto constante del sólido con un reservorio de dicho gas. Algunos otros procesos de disolución son *irreversibles*. Por ejemplo, el gas oxígeno disuelto en titanio forma TiO_2 sobre la superficie, y el proceso no es reversible por sí mismo.

La concentración de la especie gas i en el sólido en la interfase $C_{i,\text{ lado sólido,}}$ es proporcional a la *presión parcial* de la especie i en el gas $P_{i,\text{ lado gaseoso}}$ en el lado gaseoso de la interfase, y se expresa como:

$$C_{i,\text{ lado sólido}} = \mathscr{S} \times P_{i,\text{ lado gaseoso}} \quad (\text{kmol/m}^3) \qquad \textbf{(14-20)}$$

donde $\mathscr{S}$ es la **solubilidad**. Expresando la presión en bars y observando que la unidad de concentración molar es el kmol de la especie i por m^3, la unidad de solubilidad es el $\text{kmol/m}^3 \cdot \text{bar}$. Los datos de solubilidad de combinaciones gas-sólido seleccionadas se proporcionan en la tabla 14-7. El producto de la *solubilidad* de un gas y el *coeficiente de difusión* del gas en un sólido se conoce como **permeabilidad** $\mathscr{P}$, la cual es una medida de la habilidad del gas para penetrar un sólido. Es decir, $\mathscr{P} = \mathscr{S} D_{AB}$, donde D_{AB} es la difusividad del gas en el sólido. La permeabilidad es inversamente proporcional al grosor y tiene unidades de $\text{kmol/s} \cdot \text{bar}$.

Por último, si un proceso involucra la *sublimación* de un sólido puro (por ejemplo, hielo o CO_2 sólido) o la *evaporación* de un líquido puro (como el agua) en un

TABLA 14-7

Solubilidad de gases y sólidos seleccionados
(para el gas i, $\mathscr{S} = C_{i,\text{lado sólido}}/P_{i,\text{ lado gaseoso}}$)

Gas	Sólido	T, K	$\mathscr{S}$, $\text{kmol/m}^3 \cdot \text{bar}$
O_2	Hule	298	0.00312
N_2	Hule	298	0.00156
CO_2	Hule	298	0.04015
He	SiO_2	293	0.00045
H_2	Ni	358	0.00901

Fuente: Tomado de Barrer, 1941.

medio diferente como el aire, la fracción molar (o masa) de la sustancia en la fase líquida o sólida se considera como 1.0, y la presión parcial y, por ende, la fracción molar de la sustancia en la fase gaseosa puede calcularse a partir de los datos de saturación de la sustancia a la temperatura especificada. Asimismo, la suposición de que existe equilibrio termodinámico en la interfase es muy razonable en el caso de sólidos puros, líquidos puros y soluciones, excepto cuando se presentan reacciones químicas en la interfase.

EJEMPLO 14-3 **Difusión del gas hidrógeno hacia una placa de níquel**

Se tiene una placa de níquel que está en contacto con gas hidrógeno a 358 K y 300 kPa. Calcule la densidad molar y de masa del hidrógeno en el níquel en la interfase (figura 14-17).

SOLUCIÓN Una placa de níquel está expuesta a hidrógeno. Se calculará la densidad molar y de masa del hidrógeno en el níquel en la interfase.

Suposiciones El níquel y el hidrógeno están en equilibrio termodinámico en la interfase.

Propiedades La masa molar del hidrógeno es $M = 2$ kg/kmol (tabla A-1). La solubilidad del hidrógeno en el níquel a 358 K es de 0.00901 kmol/m$^3 \cdot$bar (tabla 14-7).

Análisis Observando que 300 kPa = 3 bar, la densidad molar del hidrógeno en el níquel en la interfase se calcula de la ecuación 14-20 como:

$$C_{H_2,\ \text{lado sólido}} = \mathscr{S} \times P_{H_2,\ \text{lado gaseoso}}$$
$$= (0.00901\ \text{kmol/m}^3 \cdot \text{bar})(3\ \text{bar}) = \mathbf{0.027\ kmol/m^3}$$

Corresponde a una densidad de masa de:

$$\rho_{H_2,\ \text{lado sólido}} = C_{H_2,\ \text{lado sólido}}\, M_{H_2}$$
$$= (0.027\ \text{kmol/m}^3)(2) = \mathbf{0.054\ kg/m^3}$$

Es decir, habrá 0.027 kmol (o, 0.054 kg) de gas H_2 en cada m^3 de volumen de níquel adyacente a la interfase.

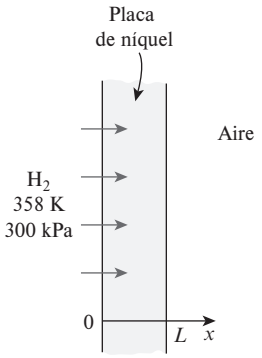


FIGURA 14-17
Esquema para el ejemplo 14-3.

EJEMPLO 14-4 **Fuga de gas de un recipiente a través de un tapón de goma**

Se tiene un recipiente de 4 L lleno de gas dióxido de carbono a 25 °C y 5 atm (figura 14-18). Un tapón de goma circular de 20 mm de diámetro con un grosor de 10 mm se utiliza como contenedor de gas. Calcule la velocidad de pérdida de masa del gas del recipiente a través del tapón de goma.

SOLUCIÓN Un tapón de goma circular con unas dimensiones específicas se utiliza para contener gas dióxido de carbono dentro de un recipiente. Se calculará la velocidad de pérdida a través del tapón de goma.

Suposiciones **1** La difusión de masa es estacionaria y unidimensional. **2** No existen reacciones químicas en el tapón de goma que resulten en la generación o agotamiento de dióxido de carbono.

Propiedades El coeficiente de difusión binario del CO_2 en la goma a 25 °C o 298 K es $D_{AB} = 1.1 \times 10^{-10}$ m^2/s (tabla 14-3b). La masa molar del CO_2 es $M =$ 44.01 kg/kmol (tabla A-1). La solubilidad del CO_2 en la goma a 25 °C = 298 K es 0.04015 kmol/m$^3 \cdot$bar (tabla 14-7).

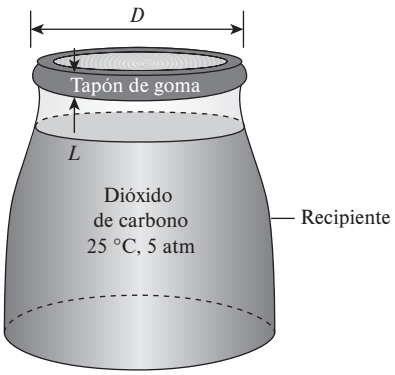


FIGURA 14-18
Esquema para el ejemplo 14-4.
Fuente: The McGraw-Hill Companies, Inc./Ken Karp photographer.

Análisis La densidad de masa del CO_2 (para 5 atm) de la goma en la interfase se calcula a partir de:

$$\begin{aligned}\rho_{A,1} &= \mathscr{L} P_{A,1} \\ &= (0.04015\ \text{kmol/m}^3\cdot\text{bar})(5\ \text{atm})\left(\frac{44.01\ \text{kg}}{1\ \text{kmol}}\right)\left(\frac{1.01325\ \text{bar}}{1\ \text{atm}}\right) \\ &= 8.952\ \text{kg/m}^2\end{aligned}$$

Por otro lado, la densidad de masa del CO_2 es cero, $\rho_{A,2} = 0$. Entonces, la velocidad de pérdida de gas dióxido de carbono a través del tapón de goma es:

$$\begin{aligned}\dot{m}_{\text{difusión}} &= D_{AB} A \frac{\rho_{A,1} - \rho_{A,2}}{L} = D_{AB}\left(\frac{\pi D^2}{4}\right)\frac{\rho_{A,1} - \rho_{A,2}}{L} \\ &= (1.1 \times 10^{-10}\ \text{m}^2/\text{s})\frac{\pi(0.02\,\text{m})^2(8.952 - 0)\,\text{kg/m}^3}{4 \qquad\qquad 0.01\ \text{m}} \\ &= \mathbf{3.09 \times 10^{-11}\ kg/s}\end{aligned}$$

Eso corresponde a 1 gramo de CO_2 al año, aproximadamente.

Discusión Utilizando la relación de gases ideales puede demostrarse que la masa del gas CO_2 en el recipiente es de 36 g. Una pérdida de 1 g de CO_2 corresponde a casi 3% de la masa total inicial, la cual puede ser muy significativa. Por tanto, se deben considerar alternativas para su almacenamiento por largos periodos.

TABLA 14-8

Analogía entre la conducción de calor y la difusión de masa en un medio estacionario

	Difusión de masa	
Conducción de calor	Base másica	Base molar
T	w_i	y_i
k	ρD_{AB}	CD_{AB}
$\dot{q}$	j_i	$\bar{j}_i$
α	D_{AB}	D_{AB}
L	L	L

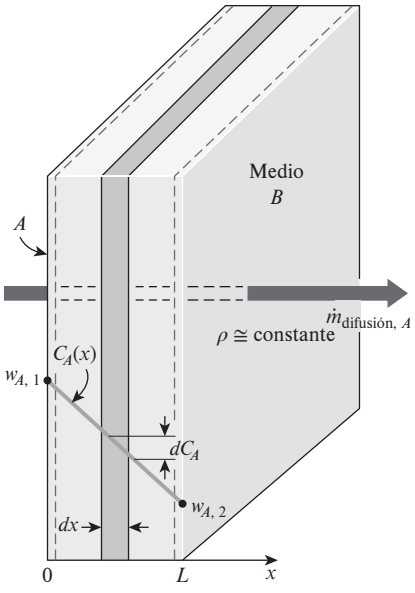


FIGURA 14-19

Esquema de la difusión de masa unidimensional estacionaria de la especie A mediante una pared plana.

14-5 ▪ DIFUSIÓN DE MASA ESTACIONARIA A TRAVÉS DE UNA PARED

Muchos problemas prácticos sobre transferencia de masa comprenden la difusión de una especie a través de un medio plano-paralelo que no involucra reacciones químicas homogéneas de ningún tipo en condiciones *unidimensionales estacionarias.* Dichos problemas sobre transferencia de masa son análogos a los de conducción de calor unidimensional estacionarios en una pared plana sin generación de calor y, por tanto, estos pueden analizarse de manera similar. De hecho, muchas de las relaciones desarrolladas en el capítulo 3 pueden utilizarse en problemas de transferencia de masa reemplazando la temperatura por la fracción de masa (o molar), la conductividad térmica por ρD_{AB} (o CD_{AB}) y el flujo de calor por el flujo de masa (o molar) (tabla 14-8).

Considere una pared sólida plana (medio B) de área A, grosor L y densidad ρ. La pared está sometida en ambos lados a concentraciones diferentes de una especie A, a la cual es permeable. Las superficies de frontera a $x = 0$ y $x = L$ están ubicadas dentro del sólido adyacente a las interfases y las fracciones de masa de A en dichas superficies se mantienen en $w_{A,1}$ y $w_{A,2}$, respectivamente, en todo momento (figura 14-19). La fracción de masa de la especie A en la pared varía solo en la dirección x, y esta se puede expresar como $w_A(x)$. En este caso, la transferencia de masa a través de la pared puede modelarse como *estacionaria* y *unidimensional.* Aquí se calcula la velocidad de difusión de masa de la especie A mediante la pared por un método similar al que se utilizó en el capítulo 3 para la conducción de calor.

La concentración de la especie A en cualquier punto no varía respecto al tiempo, ya que la operación es estacionaria y no existe producción o destrucción de la especie A porque no se presenta ninguna reacción química en el medio. Entonces, el principio de **conservación de la masa** de la especie A puede expresarse como: *la*

velocidad del flujo de masa de la especie A a través de la pared en cualquier sección transversal es la misma. Es decir,

$$\dot{m}_{\text{difusión } A} = j_A A = \text{constante (kg/s)}$$

Entonces, la ley de difusión de Fick es:

$$j_A = \frac{\dot{m}_{\text{difusión, } A}}{A} = -\rho D_{AB} \frac{dw_A}{dx} = \text{constante}$$

Separando las variables de esta ecuación e integrando en la pared desde $x = 0$, donde $w(0) = w_{A,\,1}$ hasta $x = L$, donde $w(L) = w_{A,\,2}$, se obtiene:

$$\frac{\dot{m}_{\text{difusión, } A}}{A} \int_0^L dx = -\int_{w_{A,\,1}}^{w_{A,\,2}} \rho D_{AB}\, dw_A \qquad \textbf{(14-21)}$$

donde la velocidad de transferencia de masa $\dot{m}_{\text{difusión, } A}$ y el área de la pared A se sacan del símbolo de la integral ya que ambas son constantes. Si la densidad ρ y el coeficiente de difusión de masa D_{AB} varían muy poco a lo largo de la pared, se puede asumir que ambas son constantes. La integración puede llevarse a cabo en ese caso y dar:

$$\dot{m}_{\text{difusión, } A, \text{ pared}} = \rho D_{AB} A \frac{w_{A,\,1} - w_{A,\,2}}{L} = D_{AB} A \frac{\rho_{A,\,1} - \rho_{A,\,2}}{L} \quad \text{(kg/s)} \qquad \textbf{(14-22)}$$

Esta relación puede reordenarse como:

$$\dot{m}_{\text{difusión, } A, \text{ pared}} = \frac{w_{A,\,1} - w_{A,\,2}}{L/\rho D_{AB} A} = \frac{w_{A,\,1} - w_{A,\,2}}{R_{\text{difusión, pared}}} \qquad \textbf{(14-23)}$$

Donde:

$$R_{\text{difusión, pared}} = \frac{L}{\rho D_{AB} A}$$

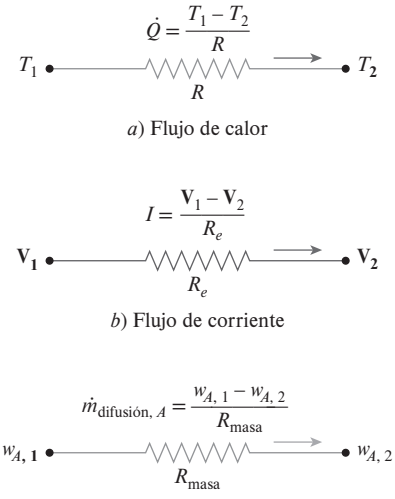
es la **resistencia de difusión** de la pared en s/kg, la cual es análoga a la resistencia eléctrica o de conducción de una pared plana de grosor L y área A (figura 14-20). Por tanto, la *velocidad de la difusión de masa a través de una pared plana es proporcional a la densidad promedio, al área de la pared y a la diferencia de concentración a través de la pared; sin embargo, es inversamente proporcional al grosor de la pared.* Asimismo, una vez que la velocidad de la difusión de masa se ha calculado, la fracción de masa $w_A(x)$ en cualquier punto x pude calcularse reemplazando $w_{A,\,2}$ en la ecuación 14-22 por $w_A(x)$ y L por x.

El análisis anterior puede repetirse en base molar dando el resultado siguiente:

$$\dot{N}_{\text{difusión, } A, \text{ pared}} = CD_{AB} A \frac{y_{A,\,1} - y_{A,\,2}}{L} = D_{AB} A \frac{C_{A,\,1} - C_{A,\,2}}{L} = \frac{y_{A,\,1} - y_{A,\,2}}{\overline{R}_{\text{difusión, pared}}} \qquad \textbf{(14-24)}$$

donde $\overline{R}_{\text{difusión, pared}} = L/CD_{AB}A$ es la **resistencia de difusión molar** de la pared en s/kmol. Observe que las fracciones molares están acompañadas de concentraciones molares y las fracciones de masa de densidades. Cualquiera de las relaciones puede utilizarse para calcular la velocidad de difusión de la especie A mediante la pared, dependiendo de si las fracciones de masa o molares de la especie A son conocidas en las fronteras. Asimismo, los gradientes de concentración en ambos lados de una interfase son diferentes y, por tanto, las redes de resistencia a la difusión no pueden formarse de una manera análoga a las redes de resistencia térmica.

En el desarrollo de estas relaciones, supusimos que la densidad y el coeficiente de difusión de la pared eran casi constantes. Esta suposición es razonable cuando una pequeña cantidad de la especie A se difunde a través de la pared y *la concentra-*



a) Flujo de calor

b) Flujo de corriente

c) Flujo de masa

FIGURA 14-20

Analogía entre los conceptos de resistencia de difusión térmica, eléctrica y de masa.

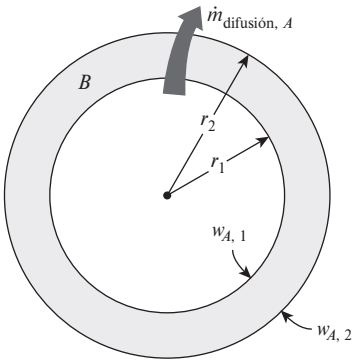


FIGURA 14-21
Difusión de masa unidimensional a través de un forro cilíndrico o esférico.

ción de A es pequeña. La especie *A* puede ser un gas, un líquido o un sólido. Asimismo, la pared puede ser la capa plana de un líquido o un gas, siempre y cuando esta sea *estacionaria*.

La analogía entre la transferencia de calor y la de masa también se aplica a geometrías *cilíndricas* y *esféricas*. Repitiendo el método descrito en el capítulo 3 para la conducción de calor, se obtienen las relaciones análogas siguientes para la transferencia de masa transitoria unidimensional a través de capas cilíndricas y esféricas no reactivas (figura 14-21).

$$\dot{m}_{\text{difusión, }A\text{, cilíndrico}} = 2\pi L\rho D_{AB}\frac{w_{A,1}-w_{A,2}}{\ln(r_2/r_1)} = 2\pi L D_{AB}\frac{\rho_{A,1}-\rho_{A,2}}{\ln(r_2/r_1)} \quad \textbf{(14-25)}$$

$$\dot{m}_{\text{difusión, }A\text{, esférica}} = 4\pi r_1 r_2 \rho D_{AB}\frac{w_{A,1}-w_{A,2}}{r_2-r_1} = 4\pi r_1 r_2 D_{AB}\frac{\rho_{A,1}-\rho_{A,2}}{r_2-r_1} \quad \textbf{(14-26)}$$

o, en base molar,

$$\dot{N}_{\text{difusión, }A\text{, cilíndrico}} = 2\pi L C D_{AB}\frac{y_{A,1}-y_{A,2}}{\ln(r_2/r_1)} = 2\pi L D_{AB}\frac{C_{A,1}-C_{A,2}}{\ln(r_2/r_1)} \quad \textbf{(14-27)}$$

$$\dot{N}_{\text{difusión, }A\text{, esférica}} = 4\pi r_1 r_2 C D_{Ab}\frac{y_{A,1}-y_{A,2}}{r_2-r_1} = 4\pi r_1 r_2 D_{AB}\frac{C_{A,1}-C_{A,2}}{r_2-r_1} \quad \textbf{(14-28)}$$

Aquí, L es la longitud del cilindro, r_1 es el radio interior y r_2 el radio exterior del cilindro o de la esfera. Las superficies fronterizas en $r = r_1$ y $r = r_2$ están ubicadas dentro del sólido adyacente a las interfases y las fracciones de masa de A en dichas superficies se mantienen a $w_{A,1}$ y $w_{A,2}$, respectivamente, en todo momento. (Se pueden emitir enunciados similares acerca de la densidad, la concentración molar y fracción molar de la especie A en las fronteras).

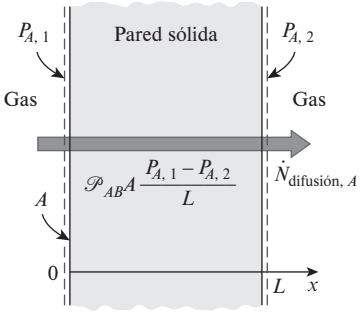


FIGURA 14-22
La tasa de difusión de una especie gaseosa a través de un sólido puede calcularse a partir de las presiones parciales del gas en ambos lados y la permeabilidad del sólido hacia dicho gas.

Ya se mencionó que la concentración de la especie gaseosa en un sólido en la interfase es proporcional a la presión parcial del gas adyacente, y se expresó como $C_{A,\text{ lado sólido}} = \mathscr{S}_{AB} P_{A,\text{ lado gaseoso}}$, donde $\mathscr{S}_{AB}$ es la *solubilidad* (en kmol/m$^3\cdot$bar) del gas A en el sólido B. También se mencionó que al producto de la solubilidad y el coeficiente de difusión se le llama *permeabilidad*, $\mathscr{P}_{AB} = \mathscr{S}_{AB} D_{AB}$ (en kmol/m$\cdot$s$\cdot$bar). Por consiguiente, la velocidad de flujo molar de un gas a través de un sólido en condiciones unidimensionales estacionarias puede expresarse en términos de las presiones parciales del gas adyacente en los dos lados del sólido, reemplazando C_A en estas relaciones por $\mathscr{S}_{AB}P_A$ o $\mathscr{P}_{AB}P_A/D_{AB}$. En el caso de una *pared plana,* por ejemplo, da (figura 14-22):

$$\dot{N}_{\text{difusión, }A\text{, pared}} = D_{AB}\mathscr{S}_{AB}A\frac{P_{A,1}-P_{A,2}}{L} = \mathscr{P}_{AB}A\frac{P_{A,1}-P_{A,2}}{L} \quad \text{(kmol/s)} \quad \textbf{(14-29)}$$

donde $P_{A,1}$ y $P_{A,2}$ son las *presiones parciales* del gas A en los dos lados de la pared. Se pueden obtener relaciones similares en el caso de paredes cilíndricas y esféricas siguiendo el mismo procedimiento. Asimismo, si la permeabilidad es proporcionada con base en la masa (en kg/m$\cdot$s$\cdot$bar), entonces la ecuación 14-29 proporciona la velocidad de flujo de masa por difusión.

Observando que 1 kmol de un gas ideal en condiciones estándar de 0 °C y 1 atm ocupa un volumen de 22.414 m^3, la velocidad de flujo volumétrico del gas a través de la pared por difusión puede calcularse de:

$$\dot{V}_{\text{difusión, }A} = 22.414\,\dot{N}_{\text{difusión, }A}\,(\text{estándar m}^3/\text{s, a 0 °C y 1 atm})$$

La velocidad de flujo volumétrico en otras condiciones puede calcularse a partir de la relación de gas ideal $P_A\dot{V} = \dot{N}_A R_u T$.

EJEMPLO 14-5 **Difusión del hidrógeno a través de un contenedor esférico**

Se almacena gas hidrógeno presurizado a 358 K en un contenedor esférico de 4.8 m de diámetro exterior hecho de níquel (figura 14-23). El forro del contenedor tiene un grosor de 6 cm. Se calcula que la concentración molar de hidrógeno en el níquel en la superficie interior es de 0.087 kmol/m^3. La concentración de hidrógeno en el níquel en la superficie exterior es despreciable. Calcule la velocidad de flujo de masa del hidrógeno por difusión a través del contenedor de níquel.

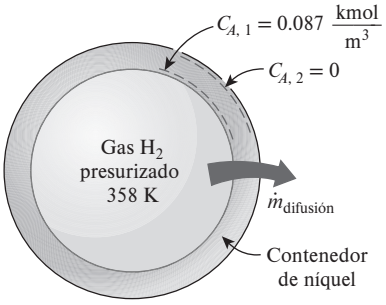


FIGURA 14-23
Esquema para el ejemplo 14-5.

SOLUCIÓN Hay gas hidrógeno presurizado almacenado en un contenedor esférico. Se calculará la velocidad de difusión del hidrógeno a través del contenedor.

Suposiciones **1** La difusión de masa es *estacionaria* y *unidimensional* puesto que la concentración de hidrógeno en el tanque y, por tanto, la superficie interior del contenedor es prácticamente constante, y la concentración de hidrógeno en la atmósfera y, por ende, la superficie exterior es prácticamente cero. Asimismo, existe simetría térmica respecto al centro. **2** No existen reacciones químicas en el forro de níquel que generen agotamiento en el hidrógeno.

Propiedades El coeficiente de difusión binario para el hidrógeno en el níquel a la temperatura especificada es 1.2×10^{-12} m^2/s (tabla 14-3b).

Análisis Se puede considerar que la concentración molar total es constante ($C = C_A + C_B \cong C_B =$ constante), y que el contenedor *s* es un medio *estacionario* porque no existe difusión de las moléculas de níquel ($\dot{N}_B = 0$) y la concentración de hidrógeno en el contenedor es muy baja ($C_A \ll 1$). Entonces, la velocidad de flujo molar del hidrógeno a través de este forro esférico por difusión puede calcularse con la ecuación 14-28 como:

$$\begin{aligned}\dot{N}_{\text{difusión}} &= 4\pi r_1 r_2 D_{AB}\frac{C_{A,1} - C_{A,2}}{r_2 - r_1}\\ &= 4\pi(2.34\ \text{m})(2.40\ \text{m})(1.2 \times 10^{-12}\ \text{m}^2/\text{s})\frac{(0.087 - 0)\ \text{kmol/m}^3}{(2.40 - 2.34)\ \text{m}}\\ &= 1.228 \times 10^{-10}\ \text{kmol/s}\end{aligned}$$

La velocidad de flujo de masa se calcula multiplicando la velocidad de flujo molar por la masa molar del hidrógeno, la cual es $M = 2$ kg/kmol.

$$\dot{m}_{\text{difusión}} = M\dot{N}_{\text{difusión}} = (2\ \text{kg/kmol})(1.228 \times 10^{-10}\ \text{kmol/s}) = \mathbf{2.46 \times 10^{-10}\ kg/s}$$

Por tanto, el hidrógeno se va a filtrar a través del forro del contenedor por difusión a una velocidad de 2.46×10^{-10} kg/s o 7.8 g/año. Observe que la concentración de hidrógeno en el níquel en la superficie interior depende de la temperatura y la presión del hidrógeno en el tanque, y puede calcularse como se explicó en el ejemplo 14-3. Asimismo, el supuesto de cero concentración de hidrógeno en el níquel en la superficie exterior es razonable, ya que solo existe una pequeña cantidad de hidrógeno en la atmósfera (0.5 partes por millón en números molares).

14-6 ▪ TRANSMISIÓN DE VAPOR DE AGUA EN EDIFICIOS

La humedad influye significativamente en el desempeño y durabilidad de los materiales con los que están fabricados los edificios y, por tanto, la transmisión de humedad es una consideración muy importante en la construcción y el mantenimiento de estos.

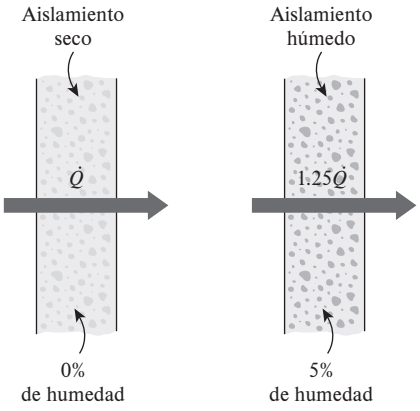


FIGURA 14-24

Un 5% de contenido de humedad puede incrementar la transferencia de calor en 25% a través del aislamiento de la pared.

Las *dimensiones* de la madera y de otras sustancias higroscópicas cambian de acuerdo con su contenido de humedad. Por ejemplo, una variación de 4.5% en el contenido de humedad provoca que el volumen de la madera de roble blanco cambie en 2.5%. Estos cambios cíclicos de dimensiones debilitan las uniones y pueden dañar la integridad estructural de los componentes de un edificio, provocando "chirridos" al menor movimiento. El exceso de humedad también puede provocar cambios en la *apariencia* y en las *propiedades físicas* de los materiales: *corrosión* y *oxidación* en los metales, *podredumbre* en la madera y *descarapelado de la pintura* en las superficies de las paredes en interiores y exteriores. Se ha observado que la madera húmeda que tiene un contenido de agua de 24 a 31% que decae rápidamente a temperaturas de 10 a 38 °C. Asimismo, el *moho* crece en las superficies de la madera a valores de humedad relativa por encima de 85%. La expansión de agua durante el congelamiento puede dañar la estructura celular de materiales porosos.

La humedad también afecta la *conductividad efectiva* de los medios porosos como suelos, materiales de construcción y aislamientos, y por tanto, la transferencia de calor a través de ellos. Algunos estudios han demostrado que la transferencia de calor aumenta casi linealmente con el contenido de humedad a una tasa de 3 a 5% por cada incremento porcentual en el contenido de humedad en volumen. El aislamiento con 5% de contenido de humedad en volumen, por ejemplo, incrementa la transferencia de calor de 15 a 25% en relación con el aislamiento seco (ASHRAE *Handbook of Fundamentals*, 1993, Chap. 20) (figura 14-24). La transmisión de la humedad también puede servir como un mecanismo de transferencia de calor latente por medio de evaporación y condensación alterna. Durante un día cálido y húmedo, por ejemplo, el vapor de agua puede transmitir a través de una pared y condensarse en el lado interior, liberando el calor de vaporización, experimentando el proceso inverso durante una noche fría. La humedad también afecta al *calor específico* y, por tanto, las características de almacenamiento de calor de los materiales de los edificios.

La transmisión de humedad a través de paredes, pisos y techos de edificios y en otras aplicaciones es controlada por medio de **barreras de vapor** o **retardadores de vapor**. Las *barreras de vapor* son materiales impermeables a la humedad, como láminas de metales pesados y capas gruesas de plástico, y estas detienen eficientemente al vapor y evitan su transmisión. Los *retardadores de vapor*, por otro lado, *retardan* o *reducen* el flujo de humedad a través de las estructuras; sin embargo, no lo eliminan totalmente. Los retardadores de vapor se encuentran como materiales sólidos, flexibles o de recubrimiento, pero generalmente consisten en una hoja o recubrimiento delgado. Las formas más comunes de retardadores de vapor son *los plásticos o metales reforzados, las hojas metálicas delgadas, las películas de plástico, los papeles tratados, los fieltros recubiertos y los recubrimientos de pintura poliméricos o asfálticos.* En aplicaciones como la construcción de paredes donde la penetración del vapor es inevitable debido a la existencia de un gran número de aberturas, como los registros eléctricos, las líneas telefónicas y las vías de plomería, se utilizan los retardadores de vapor en lugar de las barreras de vapor con el fin de permitir que el vapor se fugue de alguna forma para que salga al exterior en lugar de quedar atrapado. Los retardadores de vapor con una permeabilidad de $57.4 \times 10^{-9} \text{kg/s} \cdot \text{m}^2$ se utilizan en los edificios residenciales.

El aislamiento *de líneas de agua fría* y otras superficies impermeables que siempre están frías deben envolverse con una *chaqueta de barrera de vapor,* y dichas superficies frías deben aislarse con un material impermeable a la humedad. Esto porque la humedad que pasa a través del aislamiento hacia la superficie fría condensa y permanece ahí indefinidamente sin la menor posibilidad de evaporizarse y volver al exterior. La acumulación de humedad en dichos casos puede inutilizar el aislamiento, dando como resultado un excesivo consumo de energía.

Los sistemas de aislamiento mecánicos de tuberías se aplican comúnmente a las superficies de tuberías frías en la mayoría de los edificios industriales y comerciales para limitar las pérdidas de calor y evitar la condensación de vapor de agua en las

superficies exteriores de las tuberías. Debido a que la temperatura superficial de dichas líneas de tubería está normalmente por debajo de la temperatura ambiente de punto de rocío, el vapor de agua se difunde por dentro de los sistemas de aislamiento de la tubería, y a menudo se condensa al momento de llegar a las superficies exteriores de las tuberías. Las gotitas de agua acumuladas en el sistema de aislamiento de las tuberías aumentan su conductividad térmica total uniendo térmicamente las células o las fibras del material del aislamiento. El ingreso de la humedad en el aislamiento de la tubería amenaza el desempeño térmico y la eficiencia general del sistema mecánico del edificio. Este fenómeno también es responsable del crecimiento de moho dentro de los espacios ocupados, y provoca que las tuberías sean más vulnerables a la corrosión. Aunque una amplia variedad de barreras de vapor se utilizan para evitar la penetración de vapor de agua en el aislamiento de las tuberías, la experiencia en el campo muestra que el vapor de agua inevitablemente ingresa a través de los materiales con los que está hecho el aislamiento en las uniones de los extremos o en las cuarteaduras originadas durante la instalación del aislamiento. Cómo tomar en cuenta el ingreso de humedad en la vida útil del aislamiento de las tuberías y en su desempeño térmico, aún constituye una pregunta sin contestar.

La conductividad térmica es una de las propiedades más importantes para la evaluación del desempeño térmico de los sistemas de aislamiento de tuberías. El desempeño térmico de dichos sistemas es afectado por las condiciones del ambiente local y estas pueden variar poco a poco con el tiempo. La mayoría de los datos publicados son extrapolados de las configuraciones de losas planas de los materiales aislantes; sin embargo, la conductividad térmica medida de las losas planas puede sobreestimar o subestimar la conductividad térmica real de los sistemas de aislamiento de tuberías en forma cilíndrica debido a su configuración radial y a sus juntas divididas longitudinales. Una metodología para medir la conductividad térmica de los sistemas de aislamiento de tuberías en forma cilíndrica está contemplada en los estándares de la ASTM; sin embargo, dicha metodología se basa en un enfoque de tubería calentada con flujo de calor hacia afuera. Si la temperatura promedio del sistema de aislamiento de tuberías estuviera por debajo de la temperatura ambiente, entonces se podría realizar una predicción más precisa de la conductividad térmica real del aislamiento de la tubería necesaria para el diseño de sistemas de aislamiento en aplicaciones de tubería enfriadora. Para consultar un estudio detallado acerca de la conductividad térmica en aislamientos de tuberías en condiciones secas y húmedas con ingreso de humedad, refiérase a Cai y colaboradores (2014).

Cremaschi y colaboradores (2012), de la Universidad Estatal de Oklahoma, han desarrollado un aparato experimental muy novedoso para medir la conductividad térmica de los sistemas de aislamiento en las tuberías en condiciones ambientales y por debajo del ambiente en condiciones secas no condensadas y en condiciones húmedas con ingreso de humedad. El aparato fue validado para condiciones secas sin condensación con dos sistemas para el aislamiento de tuberías, vidrio celular y polisocianurato (PIR), utilizado para establecer un punto de referencia de sus mediciones respecto a datos disponibles en el dominio público. La conductividad térmica de tres materiales adicionales para el aislamiento de tuberías, es decir, la fibra de vidrio, el elastómero flexible y el fenólico, también fue medido a varias temperaturas de aislamiento en condiciones debajo del ambiente y secas sin condensación. Las correlaciones de la conductividad térmica del aislamiento de las tuberías fueron desarrolladas con base en la temperatura promedio del espécimen de aislamiento y los grosores de las paredes. En una serie de experimentos subsecuentes, Cai y colaboradores (2012) midieron la conductividad térmica de los sistemas de aislamiento de tuberías a una temperatura por debajo del ambiente en condiciones mojadas con ingreso de humedad. El aislamiento de tuberías con fibra de vidrio y con fenólico fueron probados con el fin de investigar los efectos de la humedad en la conductividad térmica de los materiales. Los datos obtenidos mostraron que estos dos tipos

de sistemas de aislamiento de tuberías tenían tasas de absorción de agua muy diferentes debido a las diferentes características de los materiales y a su estructura. Se observó una seria degradación del desempeño térmico del aislamiento de la tubería de fibra de vidrio y la conductividad térmica se incrementó en una cantidad equivalente a tres veces cuando el contenido de humedad fue de alrededor de 12% en volumen. Probada en condiciones diferentes, la conductividad térmica del aislamiento de tuberías con fenólico aumentó 1.6 veces su valor original y el contenido de humedad fue de 5% en volumen.

El aire atmosférico puede verse como una mezcla de aire seco y vapor de agua, y la presión atmosférica es la suma de la presión de aire seco y la presión del vapor de agua, la cual se llama **presión de vapor** P_v. El aire puede contener una cierta cantidad de humedad solamente y el cociente de la cantidad real de humedad en el aire a una determinada temperatura entre la cantidad máxima que el aire puede contener a dicha temperatura se le conoce como **humedad relativa** ϕ. La humedad relativa varía de 0 para el aire seco a 100% para el aire *saturado* (el aire que no puede contener más humedad). La presión parcial del vapor de agua en el aire saturado se llama **presión de saturación** (P_{sat}). La tabla 14-9 lista la presión de saturación a varias temperaturas.

TABLA 14-9

Presión de saturación del agua a diferentes temperaturas

Temperatura, °C	Presión de saturación
−40	13
−36	20
−32	31
−28	47
−24	70
−20	104
−16	151
−12	218
−8	310
−4	438
0	611
5	872
10	1 228
15	1 705
20	2 339
25	3 169
30	4 246
35	5 628
40	7 384
50	12 350
100	101 330
200	1.55×10^6
300	8.58×10^6

La cantidad de humedad en el aire se especifica por medio de la temperatura y la humedad relativa, y la presión de vapor se relaciona con la humedad relativa ϕ por medio de:

$$P_v = \phi P_{sat} \tag{14-30}$$

donde P_{sat} es la presión de saturación (o de ebullición) del agua a una temperatura específica. Entonces, la velocidad de flujo de masa de la humedad a través de una capa plana con grosor L y área perpendicular A puede expresarse como:

$$\dot{m}_v = \mathscr{P} A \frac{P_{v,1} - P_{v,2}}{L} = \mathscr{P} A \frac{\phi_1 P_{sat,1} - \phi_2 P_{sat,2}}{L} \quad \text{(kg/s)} \tag{14-31}$$

donde $\mathscr{P}$ es la permeabilidad del vapor del material, el cual se expresa por lo general con base en la masa en unidades ng/s·m·Pa, donde ng = 10^{-12} kg y 1 Pa = 10^{-5} bar. Observe que el vapor migra o se difunde de una región de presión de vapor alta a una de baja.

La permeabilidad de la mayoría de los materiales utilizados en la construcción por lo general se expresa para un determinado grosor en lugar de por grosor unitario. Se le llama **permeanza** $\mathscr{M}$, la cual es el cociente de la permeabilidad del material entre su grosor; es decir,

$$\text{Permeanza} = \frac{\text{Permeabilidad}}{\text{Grosor}}$$
$$\mathscr{M} = \frac{\mathscr{P}}{L} \quad \text{(kg/s·m}^2\text{·Pa)} \tag{14-32}$$

El recíproco de la permeanza se llama (unidad) **resistencia de vapor**, y se expresa como:

$$\text{Resistencia al vapor} = \frac{1}{\text{Permeanza}}$$
$$R_v = \frac{1}{\mathscr{M}} = \frac{L}{\mathscr{P}} \qquad \text{(s·m}^2\text{·Pa/kg)} \tag{14-33}$$

Observe que la resistencia al vapor representa la resistencia de un material a la transmisión de vapor de agua.

Se debe enfatizar en que la cantidad de humedad que ingresa o sale de un edificio por *difusión* es, por lo general, despreciable en comparación con la cantidad que ingresa con el *aire infiltrado* o que sale con *aire exfiltrante*. La causa principal del interés en la difusión de la humedad es su impacto en el desempeño y longevidad de los materiales de construcción.

La resistencia de vapor total de una estructura de construcción *compuesta* que consta de varias capas en serie es la suma de las resistencias de las capas individuales, y se expresa como:

$$R_{v,\,\text{total}} = R_{v,\,1} + R_{v,\,2} + \cdots + R_{v,\,n} = \sum R_{v,\,i} \qquad \textbf{(14-34)}$$

Por consiguiente, la velocidad de transmisión de vapor a través de una estructura compuesta puede calcularse de una manera análoga a la transferencia de calor a partir de:

$$\dot{m}_v = A\,\frac{\Delta P_v}{R_{v,\,\text{total}}} \quad \text{(kg/s)} \qquad \textbf{(14-35)}$$

En la tabla 14-10 se proporcionan los valores de permeanza de vapor de algunos materiales que se utilizan en la industria de la construcción.

TABLA 14-10

Permeabilidad de vapor típica de materiales de construcción comunes*

Materiales y su grosor	Permeabilidad ng/s · m² · Pa
Concreto (1:2:4 mix, 1 m)	4.7
Ladrillo, albañilería, 100 mm	46
Yeso sobre listones metálicos, 19 mm	860
Yeso sobre listones de madera, 19 mm	630
Panel de pared de yeso, 9.5 mm	2 860
Madera triplay, 6.4 mm	40-109
Aire quieto, 1 m	174
Aislamiento de lana mineral (sin protección), 1 m	245
Panel de aislamiento de poliuretano expandido, 1 m	0.58-2.3
Hoja de aluminio, 0.025 mm	0.0
Hoja de aluminio, 0.009 mm	2.9
Polietileno, 0.051 mm	9.1
Polietileno, 0.2 mm	2.3
Poliéster, 0.19 mm	4.6
Pintura de látex retardadora al vapor, 0.070 mm	26
Exterior de la casa de acrílico y pintura de acabado, 0.040 mm	313
Papel de construcción, unidad de masa 0.16 – 0.68 kg/m²	0.1-2 400

Fuente: Tomado de ASHRAE, 1993, capítulo 22, tabla 9.

* Los datos pueden variar. Consulte al fabricante para obtener datos más precisos. Multiplique por 1.41×10^{-6} para convertir a lbm/s pie² psia. También, 1 ng = 10^{-12} kg.

EJEMPLO 14-6 Condensación y congelamiento de la humedad en paredes

La condensación, e inclusive el congelamiento de la humedad en las paredes que no cuentan con retardadores de vapor efectivos constituyen una preocupación real en climas fríos, y disminuye la efectividad de los aislamientos. Considere una pared de marco de madera que se construye con postes de madera de 38 mm × 90 mm (2 × 4 nominal). La cavidad de 90 mm de ancho entre los postes está llena con aislamiento de fibra de vidrio. La parte de adentro está acabada con panel de yeso de 13 mm y la de afuera con fibra vulcanizada de madera de 13 mm y con revestimiento biselado de madera de 13 mm × 200 mm. Utilizando datos de los fabricantes, se pueden calcular las resistencias térmicas y del vapor de los diferentes componentes para un área de pared unitaria como sigue:

Construcción	Valor de R m² · K/W	Valor de R_v s · m² · Pa/ng
1. Superficie exterior, vientos de 24 km/h	0.030	—
2. Revestimiento biselado de madera pintada	0.14	0.019
3. Láminas de fibra de madera, 13 mm	0.23	0.0138
4. Aislamiento de fibra de vidrio, 90 mm	2.45	0.0004
5. Panel de yeso pintado, 13 mm	0.079	0.012
6. Superficie interior, aire quieto	0.12	—
TOTAL	3.05	0.0452

Las condiciones en los interiores son 20 °C y 60% de humedad relativa, mientras que las condiciones a la intemperie son –16 °C y 70% de humedad relativa. Determine si se presentará condensación o congelamiento de la humedad en el aislamiento.

SOLUCIÓN Se proporcionan las resistencias térmica y de vapor de las diferentes capas de la pared. Se investigará la posibilidad de condensación o congelamiento de la humedad en la pared.

Suposiciones **1** Existen condiciones de operación estacionarias. **2** La transferencia de calor a través de la pared es unidimensional. **3** Las resistencias

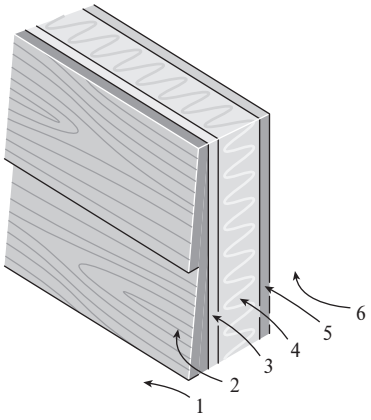


FIGURA 14-25
Esquema para el ejemplo 14-6.

térmica y de vapor de las diferentes capas de la pared y los coeficientes de transferencia de calor son constantes.

Propiedades Las resistencias térmica y del vapor son como se especifica en el enunciado del problema. Las presiones de saturación del agua a 20 y –16 °C son 2 339 Pa y 151 Pa, respectivamente (tabla 14-9).

Análisis En la figura 14-25 se muestran el esquema de la pared y los diferentes elementos utilizados en su construcción. Es muy probable que la condensación se presente en la parte más fría del aislamiento, la cual es la parte adyacente al revestimiento exterior. Observando que la resistencia térmica total de la pared es de 3.05 $m^2 \cdot K/W$, la velocidad de transferencia de calor a través de un área unitaria $A = 1\ m^2$ de la pared es:

$$\dot{Q}_{\text{pared}} = A\frac{T_i - T_o}{R_{\text{total}}} = (1\ \text{m}^2)\frac{[20 - (-16)\ ^\circ\text{C}]}{3.05\ \text{m}^2 \cdot \text{K/W}} = 11.8\ \text{W}$$

La resistencia térmica de la parte exterior de la pared más allá del aislamiento es 0.03 + 0.14 + 0.23 = 0.40 $m^2 \cdot K/W$. Entonces, la temperatura del aislamiento-interfase del revestimiento exterior es:

$$T_I = T_o + \dot{Q}_{\text{pared}}\, R_{\text{ext}} = -16\ ^\circ\text{C} + (11.8\ \text{W})(0.40\ \text{K/W}) = -11.3\ ^\circ\text{C}$$

La presión de saturación del agua a –11.3 °C es 234 Pa, como se muestra en la tabla 14-9, y si hay condensación o congelamiento, la presión de vapor en el aislamiento-interfase del revestimiento exterior tendrá que ser este valor. La presión de vapor en interiores y en exteriores es:

$$P_{v,\,1} = \phi_1 P_{\text{sat},\,1} = 0.60 \times (2\ 340\ \text{Pa}) = 1\ 404\ \text{Pa}$$
$$P_{v,\,2} = \phi_2 P_{\text{sat},\,2} = 0.70 \times (151\ \text{Pa}) = 106\ \text{Pa}$$

Entonces, la velocidad del flujo de humedad a través de las partes interior y exterior de la pared será:

$$\dot{m}_{v,\,\text{interior}} = A\left(\frac{\Delta P}{R_v}\right)_{\text{interior}} = A\frac{P_{v,\,I} - P_{v,\,1}}{R_{v,\,\text{interior}}}$$
$$= (1\ \text{m}^2)\frac{(1\ 404 - 234)\ \text{Pa}}{(0.012 + 0.0004)\ \text{Pa} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s/ng}} = 94\ 355\ \text{ng/s} = 94.4\ \mu\text{g/s}$$

$$\dot{m}_{v,\,\text{exterior}} = A\left(\frac{\Delta P}{R_v}\right)_{\text{exterior}} = A\frac{P_{v,\,I} - P_{v,\,2}}{R_{v,\,\text{exterior}}}$$
$$= (1\ \text{m}^2)\frac{(234 - 106)\ \text{Pa}}{(0.019 + 0.0138)\ \text{Pa} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s/ng}}\ 3\ 902\ \text{ng/s} = 3.9\ \mu\text{g/s}$$

Es decir, la humedad fluye hacia la interfase a una velocidad de 94.4 μg/s; sin embargo, fluye desde la interfase hacia los exteriores a una velocidad de tan solo 3.9 μg/s. Observando que la presión en la interfase no puede exceder 234 Pa, estos resultados indican que la humedad está congelando el aislamiento a una velocidad de:

$$\dot{m}_{v,\,\text{congelamiento}} = \dot{m}_{v,\,\text{interior}} - \dot{m}_{v,\,\text{exterior}} = 94.4 - 3.9 = \mathbf{90.5\ \mu g/s}$$

Discusión Este resultado corresponde a 7.82 g durante un periodo de 24 horas, el cual puede ser absorbido por el aislamiento o el revestimiento y después fluir hacia afuera cuando las condiciones mejoren. Sin embargo, la condensación excesiva (o congelamiento a temperaturas por debajo de 0 °C) de

la humedad en las paredes durante largos periodos de frío pueden provocar serios problemas. Este problema puede evitarse o minimizarse instalando barreras de vapor en el lado interior de la pared, lo cual limitará la velocidad del flujo de humedad a 3.9 μg/s. Si no hubiera condensación o congelamiento, la velocidad del flujo de humedad a través de una sección de 1 m^2 de pared sería 28.7 μg/s. (¿Puede confirmar esto?)

14-7 ▪ DIFUSIÓN DE MASA TRANSITORIA

El análisis estacionario que se estudió antes resulta de utilidad en el cálculo de la tasa de fuga de una especie a través de una capa estacionaria. Sin embargo, a veces estamos interesados en la difusión de una especie en un cuerpo durante un tiempo limitado antes de alcanzar las condiciones de operación estacionaria. Dichos problemas se estudian utilizando el **análisis transitorio**; por ejemplo, la superficie de un componente de acero dulce se endurece empacando dicho componente en un material carbonoso dentro de un horno a elevadas temperaturas. Durante un corto periodo dentro del horno, las moléculas de carbono se difunden a través de la superficie del componente del acero; sin embargo, solo penetran a una profundidad de unos cuantos milímetros. La concentración de carbono disminuye exponencialmente en la superficie de las partes interiores, y el resultado es un componente de acero con una superficie muy dura y una región central relativamente suave (figura 14-26).

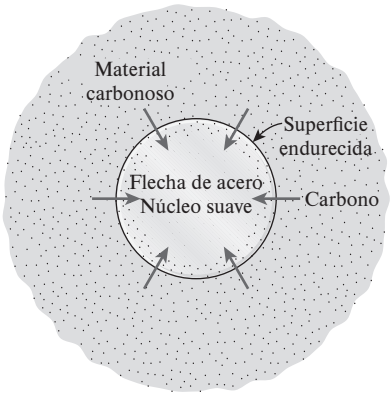


FIGURA 14-26
El endurecimiento de la superficie de un componente de acero dulce por medio de la difusión de moléculas de carbono constituye un proceso de difusión de masa transitorio.

El mismo proceso se utiliza en la industria de las gemas para darles color a las piedras claras. Por ejemplo, a un zafiro claro se le puede dar un color azul brillante empacándolo en polvos de titanio y óxido de hierro, y horneándolo a una temperatura de alrededor de 2 000 °C por un mes. Las moléculas de titanio y de hierro penetran menos de 0.5 mm en el zafiro durante este proceso. La difusión en sólidos por lo general se lleva a cabo a elevadas temperaturas para aprovechar los altos coeficientes de difusión a altas temperaturas y, por tanto, mantener el tiempo de difusión a un nivel razonable. Dicha difusión o "dopado" es común en la producción de materiales semiconductores tipo *n* o tipo *p* utilizados en la fabricación de componentes electrónicos. Los procesos de secado como el secado de carbón, madera, alimentos y textiles, constituyen otra importante área de aplicación de la difusión de masa transitoria.

La difusión de masa transitoria en un medio estacionario es análoga a la transferencia de calor transitoria siempre y cuando la solución sea diluida y, por tanto, la densidad del medio ρ sea constante. En el capítulo 4 se presentaron soluciones analíticas para problemas sobre conducción de calor transitoria unidimensional en sólidos con propiedades constantes, sin generación de calor y con temperatura inicial uniforme. Los problemas de difusión de masa transitoria unidimensionales transitorios análogos satisfacen los siguientes requerimientos:

1. *El coeficiente de difusión es constante.* Esto es válido para un medio isotérmico, puesto que D_{AB} varía con la temperatura (corresponde a la difusividad térmica constante).
2. Existen *reacciones no homogéneas* en el medio que generan o agotan la especie difusora *A* (corresponde a la no generación de calor).
3. Inicialmente ($t = 0$) la concentración de la especie *A* es *constante* a través del medio (corresponde a la temperatura inicial uniforme).

Entonces, la solución de un problema de difusión de masa puede obtenerse directamente a partir de la solución analítica del problema sobre conducción de calor correspondiente proporcionado en el capítulo 4. Las cantidades análogas entre la transferencia de calor y la de masa se resumen en la tabla 14-11 para fácil referencia. Para un medio semiinfinito con una concentración en la superficie constante,

TABLA 14-11
Analogía entre las cantidades que aparecen en la formulación y en la solución de conducción de calor transitoria y difusión de masa transitoria en un medio estacionario

Conducción de calor	Difusión de masa
T	C, y, ρ, o w
α	D_{AB}
$\theta = \dfrac{T(x,t) - T_\infty}{T_i - T_\infty}$, $\dfrac{T(x,t) - T_s}{T_i - T_s}$	$\theta_{\text{masa}} = \dfrac{w_A(x,t) - w_{A,\infty}}{w_{A,i} - w_{A,\infty}}$, $\dfrac{w_A(x,t) - w_A}{w_{A,i} - w_A}$
$\eta = \dfrac{x}{2\sqrt{\alpha t}}$	$\eta_{\text{masa}} = \dfrac{x}{2\sqrt{D_{AB} t}}$
$\text{Bi} = \dfrac{h_{\text{conv}} L}{k}$	$\text{Bi}_{\text{masa}} = \dfrac{h_{\text{masa}} L}{D_{AB}}$
$\tau = \dfrac{\alpha t}{L^2}$	$\tau = \dfrac{D_{AB} t}{L^2}$

por ejemplo, la solución puede expresarse de una manera análoga a la ecuación 4-45 como:

$$\frac{C_A(x, t) - C_{A, i}}{C_{A, s} - C_{A, i}} = \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{D_{AB}t}}\right) \tag{14-36}$$

donde $C_{A, i}$ es la concentración inicial de la especie A en el tiempo $t = 0$ y $C_{A, s}$ es la concentración en el lado interior de la superficie expuesta del medio. Utilizando las definiciones de fracción molar, fracción de masa y densidad, se puede demostrar que para soluciones diluidas:

$$\frac{C_A(x, t) - C_{A, i}}{C_{A, s} - C_{A, i}} = \frac{\rho_A(x, t) - \rho_{A, i}}{\rho_{A, s} - \rho_{A, i}} = \frac{w_A(x, t) - w_{A, i}}{w_{A, s} - w_{A, i}} = \frac{y_A(x, t) - y_{A, i}}{y_{A, s} - y_{A, i}} \tag{14-37}$$

puesto que la densidad total o concentración molar total de las soluciones diluidas es por lo general constante (ρ = constante o C = constante). Por tanto, otras medidas de concentración pueden utilizarse en la ecuación 14-36.

Un gran interés en los procesos de difusión de masa es la profundidad de difusión en un tiempo determinado. Esto por lo general se caracteriza por la **profundidad de penetración** definida como *la ubicación x donde la tangente al perfil de concentración en la superficie* ($x = 0$) intercepta la *línea* $C_A = C_{A, i}$, como se muestra en la figura 14-27. Obteniendo el gradiente de concentración en $x = 0$ diferenciando la ecuación 14-36, la profundidad de penetración se calcula como:

$$\delta_{\text{difusión}} = \frac{C_{A, s} - C_{A, i}}{-(dC_A/dx)_{x=0}} = \frac{C_{A, s} - C_{A, i}}{(C_{A, s} - C_{A, i})/\sqrt{\pi D_{AB}t}} = \sqrt{\pi D_{AB}t} \tag{14-38}$$

Por tanto, la profundidad de penetración es proporcional a la raíz cuadrada de los coeficientes de difusión y del tiempo. El coeficiente de difusión del cinc en el cobre a 1 000 °C, por ejemplo, es 5.0×10^{-13} m^2/s (tabla 14-3). Por tanto, la profundidad de penetración del cinc en el cobre en 10 horas es:

$$\begin{aligned}\delta_{\text{difusión}} &= \sqrt{\pi D_{AB}t} = \sqrt{\pi(5.0 \times 10^{-13}\,\text{m}^2/\text{s})(10 \times 3\,600\ \text{s})} \\ &= 0.00024\ \text{m} = 0.24\ \text{mm}\end{aligned}$$

Es decir, el cinc penetrará a una profundidad de alrededor de 0.24 mm en una manera significativa en 10 horas y difícilmente habrá cinc en el bloque de cobre más allá de una profundidad de 0.24 mm.

Los coeficientes de difusión en los sólidos son típicamente muy bajos (de 10^{-9} a 10^{-15} m^2/s) y, por tanto, el proceso de difusión afecta una capa delgada en la superficie. Un sólido puede tratarse de manera adecuada como un medio semiinfinito durante la difusión de masa transitoria sin importar su tamaño y su forma, cuando la profundidad de penetración sea relativamente pequeña respecto al grosor del sólido. Cuando este no sea el caso, las soluciones de la difusión de masa transitoria unidimensional a través de una pared, cilindro o esfera plana pueden obtenerse a partir de las soluciones de los problemas sobre conducción de calor análogos utilizando las soluciones de un término presentadas en el capítulo 4.

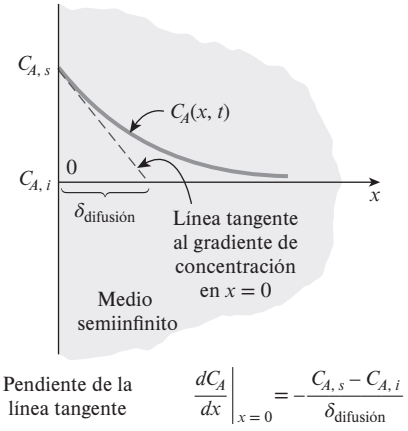


FIGURA 14-27

Perfil de concentración de la especie A en un medio semiinfinito durante la difusión de masa transitoria y la profundidad de penetración.

EJEMPLO 14-7 **Endurecimiento del acero por medio de la difusión del carbono**

La superficie de un componente de acero dulce es, por lo regular, endurecido empacando dicho componente en un material de carbono en un horno a elevadas temperaturas durante un tiempo predeterminado. Considere un componente de este tipo con una concentración inicial uniforme de carbono de 0.15%

en masa. El componente se empaca en un material de carbono y se coloca en un horno a elevadas temperaturas. El coeficiente de difusión del carbono en el acero a la temperatura del horno está dado por 4.8×10^{-10} m^2/s, y la concentración en equilibrio del carbono en el hierro en la interfase se calcula a partir de datos sobre equilibrio como 1.2% en masa. Calcule cuánto tiempo debe mantenerse el componente dentro del horno para que la concentración de masa del carbono 0.5 mm por debajo de la superficie alcance 1% (figura 14-28).

SOLUCIÓN Se endurecerá la superficie de un componente de acero empacándolo en un material de carbono dentro de un horno. Se calculará el tiempo que dicho componente deberá permanecer dentro del horno.

Suposiciones El carbono penetra en una capa muy delgada por debajo de la superficie de un componente, el cual puede modelarse como un medio semiinfinito sin importar su grosor ni su forma.

Propiedades En el enunciado del problema se proporcionan las propiedades relevantes.

Análisis Este problema es análogo al problema de conducción de calor transitorio unidimensional en un medio semiinfinito con una temperatura de superficie específica y, por tanto, puede resolverse como tal. Utilizando la fracción de masa para la concentración, debido a que los datos se proporcionan en esta forma, la solución puede expresarse como:

$$\frac{w_A(x, t) - w_{A,i}}{w_{A,s} - w_{A,i}} = \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{D_{AB}t}}\right)$$

Sustituyendo las cantidades especificadas se obtiene:

$$\frac{0.01 - 0.0015}{0.012 - 0.0015} = 0.81 = \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{D_{AB}t}}\right)$$

El argumento, cuya función de error complementario es 0.81, se calcula a partir de la tabla 4-4 como 0.17. Es decir,

$$\frac{x}{2\sqrt{D_{AB}t}} = 0.17$$

Entonces, despejando el tiempo t se obtiene:

$$t = \frac{x^2}{4D_{AB}(0.17)^2} = \frac{(0.0005 \text{ m})^2}{4 \times (4.8 \times 10^{-10} \text{ m}^2/\text{s})(0.17)^2} = 4\,505 \text{ s} = \mathbf{1 \text{ h } 15 \text{ min}}$$

Discusión En este caso, el componente de acero debe mantenerse en el horno por 1 hora y 15 minutos con el fin de que alcance el nivel de endurecimiento deseado. El coeficiente de difusión del carbono en el acero aumenta exponencialmente con la temperatura y, por tanto, este proceso se lleva a cabo a elevadas temperaturas para mantener el tiempo de difusión en un nivel razonable.

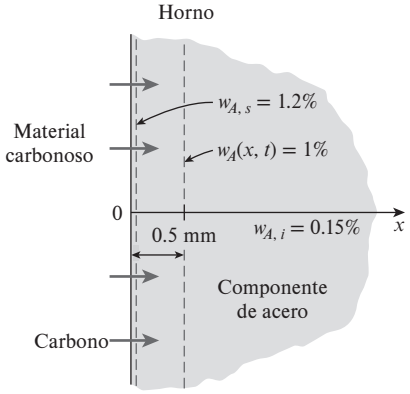


FIGURA 14-28
Esquema para el ejemplo 14-7.

14-8 ▪ DIFUSIÓN EN UN MEDIO EN MOVIMIENTO

Hasta el momento nuestro estudio se ha limitado a la difusión de masa en un *medio estacionario* y, por tanto, el único movimiento involucrado fue el movimiento progresivo de moléculas en la dirección correspondiente a la disminución de la concentración, y no había ningún tipo de movimiento de la mezcla como un todo. Muchos problemas prácticos, como la evaporación del agua de un lago bajo la influencia del

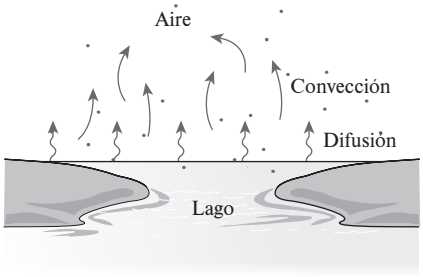


FIGURA 14-29

En un medio en movimiento, la transferencia de masa se debe tanto a la difusión como a la convección.

viento o la mezcla de dos fluidos a medida que circulan dentro de una tubería, involucran la difusión en un **medio en movimiento**, donde el movimiento masivo es causado por una fuerza externa. En dichos casos, la difusión de masa es complicada por el hecho de que las especies químicas son transportadas por *difusión* y por el movimiento masivo del medio (es decir, por *convección*). Las velocidades y las tasas de flujo de masa de las especies en un medio en movimiento consiste en dos componentes: uno debido a la *difusión molecular* y el otro debido a la *convección* (figura 14-29).

En general, la difusión en un medio en movimiento es difícil de analizar, ya que varias especies pueden moverse a diferentes velocidades y direcciones. La turbulencia complica las cosas aún más. Para adquirir una comprensión firme del mecanismo físico, mientras se mantienen las complejidades matemáticas a un mínimo, nuestro estudio se limitará a los sistemas que involucran solo *dos componentes* (especies A y B) en un *flujo unidimensional* (la velocidad y las demás propiedades cambian en una dirección solamente, la dirección x). También supondremos que la densidad total (o concentración molar) del medio permanece constante. Es decir, $\rho = \rho_A + \rho_B = \text{constante}$ (o $C = C_A + C_B = \text{constante}$); sin embargo, las densidades de las especies A y B pueden variar en la dirección x.

Algunas posibilidades se resumen en la figura 14-30. En el caso trivial (caso a) de *una mezcla homogénea estacionaria*, no habrá transferencia de masa por difusión molecular o convección porque no hay gradiente de concentración o movimiento masivo. El siguiente caso (caso b) corresponde *al flujo de una mezcla de fluidos bien mezclada* a través de una tubería. Observe que no existen gradientes de concentración y, por tanto, ni difusión molecular en este caso, y todas las especies se mueven a la velocidad de flujo masiva V. La mezcla en el tercer caso (caso c) es *estacionaria*

	● A ○ B	Especie	Densidad	Velocidad	Velocidad de flujo de masa
(a) Mezcla homogénea sin movimiento masivo (no hay gradientes de concentración y, por tanto, no hay difusión).	$V = 0$	Especie A Especie B Mezcla de A y B	$\rho_A = \text{constante}$ $\rho_B = \text{constante}$ $\rho = \rho_A + \rho_B = \text{constante}$	$V_A = 0$ $V_B = 0$ $V = 0$	$\dot{m}_A = 0$ $\dot{m}_B = 0$ $\dot{m} = 0$
(b) Mezcla homogénea con movimiento masivo (no hay gradientes de concentración y, por tanto, no hay difusión).	$\rightarrow V$	Especie A Especie B Mezcla de A y B	$\rho_A = \text{constante}$ $\rho_B = \text{constante}$ $\rho = \rho_A + \rho_B = \text{constante}$	$V_A = V$ $V_B = V$ $V = V$	$\dot{m}_A = \rho_A V_A A$ $m_B = \rho_B V_B A$ $\dot{m} = \rho V A = \dot{m}_A + \dot{m}_B$
(c) Mezcla no homogénea sin movimiento masivo (medio estacionario con gradientes de concentración).	$V = 0$ $V_{\text{difusión, } A} \rightarrow \quad \leftarrow V_{\text{difusión, } B}$	Especie A Especie B Mezcla de A y B	$\rho_A \neq \text{constante}$ $\rho_B \neq \text{constante}$ $\rho = \rho_A + \rho_B = \text{constante}$	$V_A = V_{\text{difusión, } A}$ $V_B = V_{\text{difusión, } B}$ $V = 0$	$\dot{m}_A = \rho_A V_{\text{difusión, } A} A$ $\dot{m}_B = \rho_B V_{\text{difusión, } B} A$ $\dot{m} = \rho V A = 0$ (así $\dot{m}_A = -\dot{m}_B$)
(d) Mezcla no homogénea con movimiento masivo (medio en movimiento con gradientes de concentración).	$\rightarrow V$ $V_{\text{difusión, } A} \rightarrow \quad \leftarrow V_{\text{difusión, } B}$	Especie A Especie B Mezcla de A y B	$\rho_A \neq \text{constante}$ $\rho_B \neq \text{constante}$ $\rho = \rho_A + \rho_B = \text{constante}$	$V_A = V + V_{\text{difusión, } A}$ $V_B = V + V_{\text{difusión, } B}$ $V = V$	$\dot{m}_A = \rho_A V_A A$ $\dot{m}_B = \rho_B V_B A$ $\dot{m} = \rho V A = \dot{m}_A + \dot{m}_B$

FIGURA 14-30

Varias cantidades asociadas con una mezcla de dos especies A y B en un punto x en condiciones de flujo unidimensional o sin flujo. (Se asume que la densidad de la mezcla $\rho = \rho_A + \rho_B$ permanece constante).

($V = 0$), y corresponde a la difusión molecular convencional en un medio estacionario. Observe que la velocidad de una especie en un lugar en este caso es simplemente la **velocidad de difusión**, la cual es la velocidad promedio de un grupo de moléculas en dicha ubicación moviéndose bajo la influencia de un gradiente de concentración. Por último, el caso *d* involucra la *difusión molecular y la convección*, y la velocidad de una especie en este caso es igual a la suma de la velocidad de flujo masiva y la velocidad de difusión. Las velocidades de flujo y de difusión pueden estar en la misma dirección o en direcciones opuestas, dependiendo de la dirección del gradiente de concentración. La velocidad de difusión de una especie es *negativa* cuando el flujo masivo es en la dirección positiva de x y el gradiente de concentración es positivo (es decir, la concentración de las especies aumenta en la dirección x).

Observando que la velocidad de flujo de masa en cualquier sección del flujo se expresa como $\dot{m} = \rho VA$ donde ρ es la densidad, V la velocidad y A la sección transversal, la relación de la conservación de la masa para el flujo de una mezcla que incluya a dos especies A y B puede expresarse como:

$$\dot{m} = \dot{m}_A + \dot{m}_B$$

o

$$\rho VA = \rho_A V_A A + \rho_B V_B A$$

Eliminando A y despejando V se obtiene:

$$V = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{\rho} = \frac{\rho_A}{\rho} V_A + \frac{\rho_B}{\rho} V_B = w_A V_A + w_B V_B \qquad \textbf{(14-39)}$$

donde V se llama **velocidad promedio de masa** del flujo, la cual es la velocidad que mediría un sensor de velocidad como un tubo pitot, un dispositivo de turbina o un anemómetro de alambre caliente insertado en el flujo.

El caso especial $V = 0$ corresponde a un **medio estacionario**, el cual puede definirse con mayor precisión como un *medio cuya velocidad promedio de masa es cero*. Por tanto, el transporte de masa en un medio estacionario es solo por difusión, y una velocidad promedio de masa cero indica que no existe movimiento masivo del fluido.

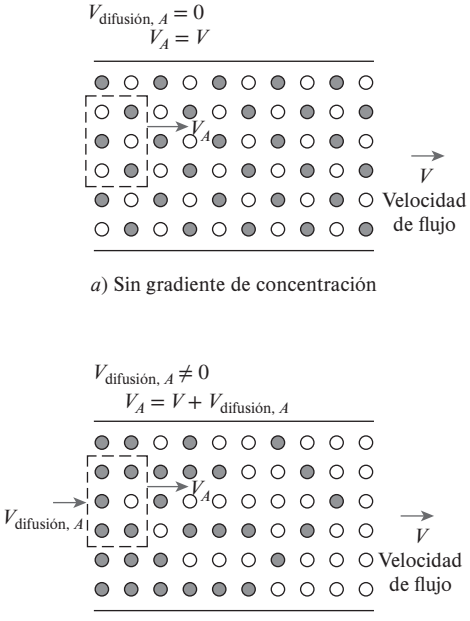
Cuando *no existe gradiente de concentración* (y, por tanto, ni difusión de masa molecular) en el fluido, la velocidad de todas las especies será igual a la *velocidad promedio de masa del fluido*; es decir, $V = V_A = V_B$. Pero cuando existe un gradiente de concentración habrá también un flujo simultáneo de especies en la dirección de disminución de concentración a una velocidad de difusión de $V_{\text{difusión}}$. Entonces, la velocidad promedio de las especies A y B pueden calcularse superponiendo la velocidad de flujo promedio y la velocidad de difusión de la manera siguiente (figura 14-31):

$$\begin{aligned} V_A &= V + V_{\text{difusión, }A} \\ V_B &= V + V_{\text{difusión, }B} \end{aligned} \qquad \textbf{(14-40)}$$

De manera similar, se aplica el principio de superposición a las velocidades de flujo de masa de las especies para obtener:

$$\begin{aligned} \dot{m}_A = \rho_A V_A A = \rho_A (V + V_{\text{difusión, }A})A = \rho_A VA + \rho_A V_{\text{difusión, }A} A = \dot{m}_{\text{conv, }A} \\ + \dot{m}_{\text{difusión, }A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{m}_B = \rho_B V_B A = \rho_B (V + V_{\text{difusión, }B})A = \rho_B VA + \rho_B V_{\text{difusión, }B} A = \dot{m}_{\text{conv, }B} \\ + \dot{m}_{\text{difusión, }B} \end{aligned} \qquad \textbf{(14-41)}$$



a) Sin gradiente de concentración

b) Gradiente de concentración de masa y, por tanto, difusión de masa

FIGURA 14-31

La velocidad de una especie en un punto es igual a la suma de la velocidad de flujo masivo y la velocidad de difusión de dicha especie en ese punto.

Utilizando la ley de difusión de Fick, los flujos de masa totales $j = \dot{m}/A$ pueden expresarse como:

$$j_A = \rho_A V + \rho_A V_{\text{difusión, } A} = \frac{\rho_A}{\rho}\rho V - \rho D_{AB}\frac{dw_A}{dx} = w_A(j_A + j_B) - \rho D_{AB}\frac{dw_A}{dx}$$
$$j_B = \rho_B V + \rho_B V_{\text{difusión, } B} = \frac{\rho_B}{\rho}\rho V - \rho D_{BA}\frac{dw_B}{dx} = w_B(j_A + j_B) - \rho D_{BA}\frac{dw_B}{dx} \quad \textbf{(14-42)}$$

Observe que la velocidad de difusión de una especie es negativa cuando la difusión molecular ocurre en la dirección x negativa (opuesta a la dirección del flujo). Las velocidades de difusión de masa de las especies A y B en un lugar específico x puede expresarse como:

$$\dot{m}_{\text{difusión, } A} = \rho_A V_{\text{difusión, } A} A = \rho_A (V_A - V)A$$
$$\dot{m}_{\text{difusión, } B} = \rho_B V_{\text{difusión, } B} A = \rho_B (V_B - V)A \quad \textbf{(14-43)}$$

Sustituyendo la relación V de la ecuación 14-39 en la ecuación 14-43, se puede demostrar que en cualquier sección transversal:

$$\dot{m}_{\text{difusión, } A} + \dot{m}_{\text{difusión, } B} = 0 \rightarrow \dot{m}_{\text{difusión, } A} = -\dot{m}_{\text{difusión, } B} \rightarrow -\rho A D_{AB}\frac{dw_A}{dx} = \rho A D_{BA}\frac{dw_B}{dx} \quad \textbf{(14-44)}$$

la cual indica que las velocidades de difusión de las especies A y B deben ser iguales en magnitud pero de signo contrario. Esta es una consecuencia de la suposición de que $\rho = \rho_A + \rho_B =$ constante, e indica que *siempre que la especie A se difunda en una dirección, una cantidad igual de la especie B debe difundirse en la dirección opuesta para mantener la densidad (o la concentración molar) constante.* Este comportamiento es muy parecido al de las mezclas de gas diluido y al de las soluciones líquidas o sólidas diluidas. Por ejemplo, cuando una pequeña cantidad de gas se difunde en un líquido, es razonable suponer que la densidad del líquido permanece constante.

Observe que para una mezcla binaria, $w_A + w_B = 1$ en cualquier punto x. Calculando la derivada respecto a x se obtiene:

$$\frac{dw_A}{dx} = -\frac{dw_B}{dx} \quad \textbf{(14-45)}$$

Por tanto, de la ecuación 14-44 se concluye que (figura 14-32):

$$D_{AB} = D_{BA} \quad \textbf{(14-46)}$$

Es decir, en el caso de una concentración total constante, el coeficiente de difusión de las especies A y B es igual al coeficiente de difusión de la especie B hacia A.

Ahora se repetirá el análisis que se presentó antes con una concentración molar C y una velocidad de flujo molar $\dot{N}$. La conservación de la materia en este caso se expresa como:

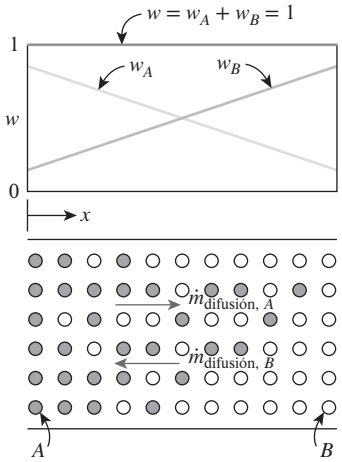
$$\dot{N} = \dot{N}_A + \dot{N}_B$$

o

$$C\overline{V}A = C_A\overline{V}_A A + C_B\overline{V}_B A \quad \textbf{(14-47)}$$

Eliminando A y despejando $\overline{V}$ se obtiene:

$$\overline{V} = \frac{C_A\overline{V}_A + C_B\overline{V}_B}{C} = \frac{C_A}{C}\overline{V}_A + \frac{C_B}{C}\overline{V}_B = y_A\overline{V}_A + y_B\overline{V}_B \quad \textbf{(14-48)}$$



$$w_A = -w_B$$
$$\frac{dw_A}{dx} = -\frac{dw_B}{dx}$$
$$\dot{m}_{\text{difusión, } A} = -\dot{m}_{\text{difusión, } B}$$
$$D_{AB} = D_{BA}$$

FIGURA 14-32

En una mezcla binaria de las especies A y B donde $\rho = \rho_A - \rho_B =$ constante, las velocidades de difusión de masa de las especies A y B son iguales en magnitud pero de direcciones opuestas.

donde $\overline{V}$ se le conoce con el nombre de **velocidad molar promedio** del flujo. Observe que $\overline{V} \neq V$ a menos que las fracciones de masa y molar sean las mismas. Las velocidades de flujo molar de las especies se calculan de manera similar y son:

$$\begin{aligned}\dot{N}_A &= C_A V_A A = C_A(\overline{V} + \overline{V}_{\text{difusión, }A})A \\ &= C_A \overline{V} A + C_A \overline{V}_{\text{difusión, }A} A = \dot{N}_{\text{conv, }A} + \dot{N}_{\text{difusión, }A} \\ \dot{N}_B &= C_B V_B A = C_B(\overline{V} + \overline{V}_{\text{difusión, }B})A \\ &= C_B \overline{V} A + C_B \overline{V}_{\text{difusión, }B} A = \dot{N}_{\text{conv, }B} + \dot{N}_{\text{difusión, }B}\end{aligned} \qquad \textbf{(14-49)}$$

Utilizando la ley de difusión de Fick, los flujos molares totales $\bar{j} = \dot{N}/A$ y las velocidades de flujos molares por difusión $\dot{N}_{\text{difusión}}$ pueden expresarse como:

$$\begin{aligned}\bar{j}_A &= C_A \overline{V} + C_A \overline{V}_{\text{difusión, }A} = \frac{C_A}{C} C\overline{V} - CD_{AB}\frac{dy_A}{dx} = y_A(\bar{j}_A + \bar{j}_B) - CD_{AB}\frac{dy_A}{dx} \\ \bar{j}_B &= C_B \overline{V} + C_B \overline{V}_{\text{difusión, }B} = \frac{C_B}{C} C\overline{V} - CD_{BA}\frac{dy_B}{dx} = y_B(\bar{j}_A + \bar{j}_B) - CD_{BA}\frac{dy_B}{dx}\end{aligned} \qquad \textbf{(14-50)}$$

y

$$\begin{aligned}\dot{N}_{\text{difusión, }A} &= C_A \overline{V}_{\text{difusión, }A} A = C_A(V_A - \overline{V})A \\ \dot{N}_{\text{difusión, }B} &= C_B \overline{V}_{\text{difusión, }B} A = C_B(V_B - \overline{V})A\end{aligned} \qquad \textbf{(14-51)}$$

Sustituyendo la relación $\overline{V}$ de la ecuación 14-48 en estas dos ecuaciones, se puede demostrar que:

$$\dot{N}_{\text{difusión, }A} + \dot{N}_{\text{difusión, }B} = 0 \rightarrow \dot{N}_{\text{difusión, }A} = -\dot{N}_{\text{ difusión, }B} \qquad \textbf{(14-52)}$$

la cual, de nuevo indica que las velocidades de difusión de las especies A y B deben ser iguales en magnitud pero de signo contrario.

Es importante observar que cuando se trabaja con unidades molares, se dice que un medio es estacionario cuando la *velocidad molar promedio* es cero. La velocidad promedio de las moléculas será cero en este caso; sin embargo, la velocidad aparente de la mezcla, como la mide el velocímetro colocado en el flujo, no necesariamente es cero debido a las diferentes masas de las distintas moléculas. *En un medio estacionario basado en la masa*, por cada unidad de masa de la especie A que se mueve en una dirección, una unidad de la especie B se mueve en la dirección opuesta. *En un medio estacionario basado en moles,* por cada mol de la especie A que se mueve en una dirección, una mol de la especie B se mueve en la dirección opuesta. Sin embargo, esto puede resultar en una velocidad de flujo de masa neta en una dirección que puede medirse por medio de un velocímetro, puesto que las masas de las diferentes moléculas son distintas.

Se preguntará si utilizar el análisis de masa o el análisis molar en un determinado problema. Los dos métodos son equivalentes y cualquiera puede utilizarse en un análisis de transferencia de masa. Sin embargo, a veces puede ser más sencillo utilizar uno de los métodos, dependiendo de los datos que proporcione el problema. Cuando la velocidad promedio de la masa se conoce o se puede obtener de manera sencilla, es más conveniente utilizar la formulación basada en la masa. Cuando la *presión total* y la *temperatura* de una mezcla son constantes, es más conveniente utilizar la formulación molar, como se explica en los tres casos siguientes: mezclas de gases a presión y temperatura constantes, flujo de Stefan y contradifusión equimolar.

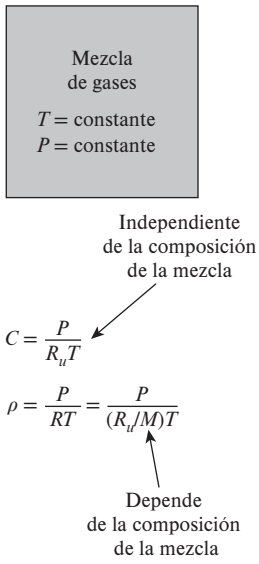


FIGURA 14-33

Cuando la presión total P y la temperatura T de una mezcla binaria de gases ideales se mantiene constante, entonces la concentración molar C de la mezcla permanece constante.

Caso especial: mezclas de gases a presión y temperatura constantes

Considere una mezcla de gases cuya presión y temperatura totales son constantes durante todo el proceso. Cuando una mezcla es homogénea, la densidad de masa ρ, la densidad molar (o concentración) C, la constante de los gases R y la masa molar M de la mezcla, son las misma durante todo el proceso de la mezcla. Sin embargo, cuando la concentración de uno o más gases en la mezcla no es constante, allanando el camino de la difusión de masa, entonces las fracciones molares y_i de las especies variarán durante todo el proceso de la mezcla. Como consecuencia, la constante del gas R, la masa molar M y la densidad de masa ρ de la mezcla también variará puesto que, suponiendo un comportamiento de gas ideal:

$$M = \sum y_i M_i, \quad R = \frac{R_u}{M} \quad \text{y} \quad \rho = \frac{P}{RT}$$

donde $R_u = 8.314$ kJ/kmol·K es la constante universal de los gases. Por tanto, la suposición de una *densidad de mezcla constante* (ρ = constante) en dichos casos no será precisa a menos que el gas o los gases con concentraciones variables constituyan una fracción muy pequeña de la mezcla. Sin embargo, *la densidad molar* C de una mezcla *permanece constante* cuando la presión P y la temperatura T de la mezcla son constantes, puesto que:

$$P = \rho RT = \rho \frac{R_u}{M} T = CR_u T \qquad \textbf{(14-53)}$$

La condición C = constante proporciona una simplificación considerable en el análisis de transferencia de masa y, por tanto, es más conveniente utilizar la formulación molar cuando se manejen mezclas de gases a una presión y una temperatura totales constantes (figura 14-33).

Difusión de vapor a través de un gas estacionario: flujo de Stefan

Muchas aplicaciones de la ingeniería, como el calentamiento de tuberías, el enfriamiento de estanques y la transpiración, involucran condensación, evaporación y transpiración en presencia de un gas no condensable y, por tanto, la *difusión* de un vapor a través de un gas estacionario (o estancado). Para comprender y analizar dichos problemas, considere una capa líquida de la especie A en un tanque rodeado por un gas de la especie B, como una capa de agua líquida en un tanque abierto al aire atmosférico (figura 14-34), a una presión P y a una temperatura T constantes. Existe equilibrio entre las fases líquida y de vapor en la interfase ($x = 0$) y, por tanto, la presión de vapor en la interfase debe ser igual a la presión de saturación de la especie A a la temperatura especificada. Suponemos que el gas es insoluble en el líquido y que tanto el gas como el vapor se comportan como gases ideales.

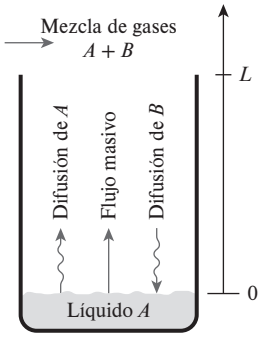


FIGURA 14-34

Difusión de un vapor A mediante un gas estancado B.

Si el gas circundante en la parte superior del tanque ($x = L$) no está saturado, la presión de vapor en la interfase será mayor que la presión de vapor en la parte superior del tanque ($P_{A,0} > P_{A,L}$ y, por tanto, $y_{A,0} > y_{A,L}$ puesto que $y_A = P_A/P$), y esta diferencia de presión (o concentración) hará que el vapor se dirija hacia arriba respecto a la interfase aire-agua hacia el gas estancado. El flujo ascendente de vapor será sostenido por la evaporación del agua en la interfase. En condiciones estacionarias, la velocidad de flujo molar (o másico) del vapor a través de la columna de gas estancada permanece constante. Es decir,

$$\dot{J}_A = \dot{N}_A/A = \text{constante} \ (\text{o} \ \ j_A = \dot{m}_A/A = \text{constante})$$

Se dice que la presión y la temperatura de la mezcla gas-vapor es constante y, por tanto, la densidad molar de la mezcla debe ser constante en toda la mezcla, como se comentó anteriormente. Es decir, $C = C_A + C_B =$ constante, y es más conveniente trabajar con fracciones molares o concentraciones molares en este caso que con fracciones o densidades de masa, puesto que $\rho \neq$ constante.

Observando que $y_A + y_B = 1$ y que $y_{A,\,0} > y_{A,\,L}$, debemos tener $y_{B,\,0} < y_{B,\,L}$. Es decir, la fracción molar del gas debe disminuir hacia abajo en la misma cantidad en que la fracción molar del vapor aumenta. Por tanto, el gas debe estar difundiéndose desde la parte superior de la columna hacia la interfase del líquido. Sin embargo, se dice que el gas es *insoluble* en el líquido y, por tanto, no puede haber un flujo neto de masa del gas hacia abajo. Entonces, en condiciones estacionarias, debe haber un *movimiento del fluido masivo hacia arriba* a una velocidad promedio V lo suficientemente veloz como para equilibrar la difusión del aire hacia abajo, de tal manera que la velocidad del flujo molar (o de masa) neto del gas en cualquier punto sea igual a cero. En otras palabras, el movimiento masivo hacia arriba contrarresta la difusión hacia abajo y, por cada molécula de aire que se mueve hacia abajo, existe otra molécula de aire que se mueve hacia arriba. Como resultado de esto, el aire parece estar *estancado* (no presenta movimiento). Es decir,

$$\bar{j}_B = \dot{N}_B/A = 0 \text{ (o } j_B = \dot{m}_B/A = 0)$$

El medio de difusión ya no es estacionario debido al movimiento masivo. La implicación del movimiento masivo del gas es que este transporta vapor, así como también gas hacia arriba a una velocidad V, lo cual resulta en un flujo de masa de vapor hacia arriba *adicional*. Por tanto, el flujo de vapor molar puede expresarse como:

$$\bar{j}_A = \dot{N}_A/A = \bar{j}_{A,\,\text{conv}} + \bar{j}_{A\,\text{difusión}} = y_A(\bar{j}_A + \bar{j}_B) - CD_{AB}\frac{dy_A}{dx} \qquad \textbf{(14-54)}$$

Observando que $\bar{j}_B = 0$, la ecuación se simplifica así:

$$\bar{j}_A = y_A\bar{j}_A - CD_{AB}\frac{dy_A}{dx} \qquad \textbf{(14-55)}$$

Despejando $\bar{j}_A$ se obtiene:

$$\bar{j}_A = -\frac{CD_{AB}}{1 - y_A}\frac{dy_A}{dx} \quad \longrightarrow \quad -\frac{1}{1 - y_A}\frac{dy_A}{dx} = \frac{\bar{j}_A}{CD_{AB}} = \text{constante} \qquad \textbf{(14-56)}$$

puesto que $\bar{j}_A =$ constante, $C =$ constante y $D_{AB} =$ constante. Separando las variables e integrando desde $x = 0$, donde $y_A(0) = y_{A,\,0}$, hasta $x = L$, donde $y_A(L) = y_{A,\,L}$, se obtiene,

$$-\int_{y_{A,\,0}}^{y_{A,\,L}} \frac{dy_A}{1 - y_A} = \int_0^L \frac{\bar{j}_A}{CD_{AB}}dx \qquad \textbf{(14-57)}$$

Llevando a cabo las integraciones:

$$\ln\frac{1 - y_{A,\,L}}{1 - y_{A,\,0}} = \frac{\bar{j}_A}{CD_{AB}}L \qquad \textbf{(14-58)}$$

Por tanto, el flujo molar A del vapor, el cual es la *velocidad de evaporación de la especie A por unidad de área de la interfase*, es:

$$\bar{j}_A = \dot{N}_A/A = \frac{CD_{AB}}{L}\ln\frac{1 - y_{A,\,L}}{1 - y_{A,\,0}} \ \text{(kmol/s·m}^2\text{)} \qquad \textbf{(14-59)}$$

Esta relación se conoce como **ley de Stefan**, y el *flujo convectivo inducido* descrito que mejora la difusión de masa se llama **flujo de Stefan.** Observando que $y_A = P_A/P$ y $C = P/R_u T$ para una mezcla de gases ideales, la tasa de evaporación de la especie A también puede expresarse como:

$$\dot{N}_A = \frac{D_{AB} PA}{LR_u T} \ln \frac{P - P_{A,L}}{P - P_{A,0}} \quad \text{(kmol/s)} \tag{14-60}$$

Se puede calcular una expresión para obtener la variación de la fracción molar de A con respecto a x realizando la integración de la ecuación 14-57 en el límite superior de x donde $y_A(x) = y_A$ (en lugar del de L donde $y_A(L) = y_{A,L}$). Así, se obtiene:

$$\ln \frac{1 - y_A}{1 - y_{A,0}} = \frac{j_A}{CD_{AB}} x$$

Sustituyendo la expresión $\bar{j}_A$ de la ecuación 14-59 en esta relación y reordenando se obtiene:

$$\frac{1 - y_A}{1 - y_{A,0}} = \left(\frac{1 - y_{A,L}}{1 - y_{A,0}} \right)^{x/L} \quad \text{y} \quad \frac{y_B}{y_{B,0}} = \left(\frac{y_{B,L}}{y_{B,0}} \right)^{x/L} \tag{14-61}$$

La segunda relación para la variación de la fracción molar del gas estacionario B se obtiene a partir de la primera sustituyendo $1 - y_A = y_B$ puesto que $y_A + y_B = 1$.

Para mantener condiciones isotérmicas en el tanque durante la evaporación, se debe suministrar calor al tanque a una velocidad de:

$$\dot{Q} = \dot{m}_A h_{fg,A} = j_A A_s h_{fg,A} = (\bar{j}_A M_A) A_s h_{fg,A} \quad \text{(kJ/s)} \tag{14-62}$$

donde A_s es la superficie de la interfase líquido-vapor, $h_{fg,\,A}$ es el calor latente de vaporización, y M_A es la masa molar de la especie A.

Contradifusión equimolar

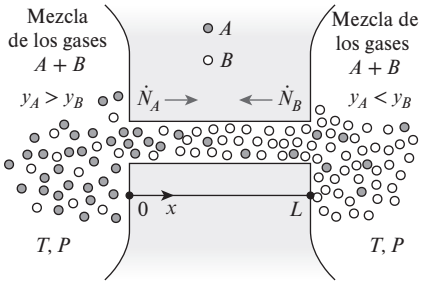


FIGURA 14-35

Contradifusión isotérmica equimolar de dos gases A y B.

Considere dos grandes reservorios conectados por medio de un canal de longitud L, como se muestra en la figura 14-35. El sistema en su totalidad consiste en una mezcla binaria de gases A y B a una temperatura uniforme T y a una presión P. Las concentraciones de las especies se mantienen constantes en cada reservorio, de manera que $y_{A,0} > y_{A,L}$ y $y_{B,0} < y_{B,L}$. Los gradientes de concentración resultantes provocarán que la especie A se difunda en la dirección positiva de las x, y la especie B en la dirección opuesta. Suponiendo que los gases se comportan como gases ideales y, por tanto, $P = CR_u T$, la concentración molar total de la mezcla C permanecerá constante a lo largo de la mezcla puesto que P y T son constantes. Es decir,

$$C = C_A + C_B = \text{constante} \quad (\text{kmol/m}^3)$$

Esto requiere que por cada molécula de A que se mueva hacia la derecha, una molécula de B se mueva hacia la izquierda y, por tanto, las velocidades de flujo molar de las especies A y B deben ser iguales en magnitud pero de signo contrario. Es decir,

$$\dot{N}_A = -\dot{N}_B \quad \text{o} \quad \dot{N}_A + \dot{N}_B = 0 \quad \text{(kmol/s)}$$

A este proceso se le conoce con el nombre de **contradifusión equimolar** por obvias razones. La velocidad de flujo molar neta de la mezcla para dicho proceso y, por tanto, la velocidad promedio molar, es igual a cero puesto que:

$$\dot{N} = \dot{N}_A + \dot{N}_B = 0 \quad \longrightarrow \quad CA\overline{V} = 0 \quad \longrightarrow \quad \overline{V} = 0$$

Por tanto, la mezcla es *estacionaria* con base en los moles y, por tanto, la transferencia de masa es solo por difusión (no existe transferencia de masa por convección), de tal forma que:

$$\bar{j}_A = \dot{N}_A/A = -CD_{AB}\frac{dy_A}{dx} \quad \text{y} \quad \bar{j}_B = \dot{N}_B/A = -CD_{BA}\frac{dy_B}{dx} \tag{14-63}$$

En condiciones estacionarias, las velocidades de flujo molar de las especies A y B pueden calcularse directamente de la ecuación 14-24 desarrolladas antes para la difusión estacionaria unidimensional en un medio estacionario, observando que $P = CR_uT$ y, por tanto $C = PR_uT$ para cada gas constitutivo y para la mezcla. Para un flujo unidimensional a través de un canal de sección transversal uniforme A sin reacciones químicas homogéneas, éstas se expresan como:

$$\begin{aligned}\dot{N}_{\text{difusión, }A} &= CD_{AB}A\frac{y_{A,1}-y_{A,2}}{L} = D_{AB}A\frac{C_{A,1}-C_{A,2}}{L} = \frac{D_{AB}}{R_uT}A\frac{P_{A,0}-P_{A,L}}{L}\\ \dot{N}_{\text{difusión, }B} &= CD_{BA}A\frac{y_{B,1}-y_{B,2}}{L} = D_{BA}A\frac{C_{B,1}-C_{B,2}}{L} = \frac{D_{BA}}{R_uT}A\frac{P_{B,0}-P_{B,L}}{L}\end{aligned} \tag{14-64}$$

Estas relaciones implican que la fracción molar, la concentración molar y la presión parcial de cualquier gas varían linealmente durante la contradifusión equimolar.

Es interesante observar que la mezcla es *estacionaria* desde el punto de vista molar; sin embargo, es no estacionaria desde el punto de vista másico a menos que las masas molares de A y B sean iguales. Aunque la velocidad de flujo molar neto a través del canal es cero, la velocidad de flujo de masa neto de la mezcla a través del canal no es cero, y puede calcularse a partir de:

$$\dot{m} = \dot{m}_A + \dot{m}_B = \dot{N}_AM_A + \dot{N}_BM_B = \dot{N}_A(M_A + M_B) \tag{14-65}$$

puesto que $\dot{N}_B = -\dot{N}_A$. Observe que la dirección de la velocidad neta del flujo de masa es la dirección del flujo del gas que tiene una masa molar mayor. Un dispositivo para la medición de la velocidad como un anemómetro colocado en el canal, indicará una velocidad de $V = \dot{m}/\rho_A$, donde ρ es la densidad total de la mezcla en el sitio donde se realizó la medición.

EJEMPLO 14-8 **Ventilación de helio a la atmósfera por difusión**

La presión en una línea de tubería que transporta gas helio a una velocidad de 2 kg/s se mantiene a 1 atm ventilando helio hacia la atmósfera a través de un tubo de diámetro interior de 5 mm que se extiende 15 m en el aire, como se muestra en la figura 14-36. Suponiendo que tanto el helio como el aire atmosférico están a 25 °C, calcule *a*) la velocidad de flujo de masa del helio que se pierde en la atmósfera a través del tubo, *b*) la velocidad de flujo de masa del aire que se infiltra en la línea de tubería y, *c*) la velocidad del flujo en el fondo del tubo donde se conecta a la tubería que va a ser medida por el anemómetro en operación estacionaria.

SOLUCIÓN La presión en una línea de tubería en la que fluye helio se mantiene constante ventilando hacia la atmósfera a través de un tubo largo. Se calcularán las velocidades de flujo másico de helio y del aire a través del tubo y la velocidad neta del flujo en el fondo.

Suposiciones **1** Existen condiciones de operación estacionarias. **2** El helio y el aire atmosférico son gases ideales. **3** No se presenta ninguna reacción química en el tubo. **4** La concentración de aire en la tubería y la concentración de helio en la atmósfera son despreciables, de tal forma que la fracción molar del

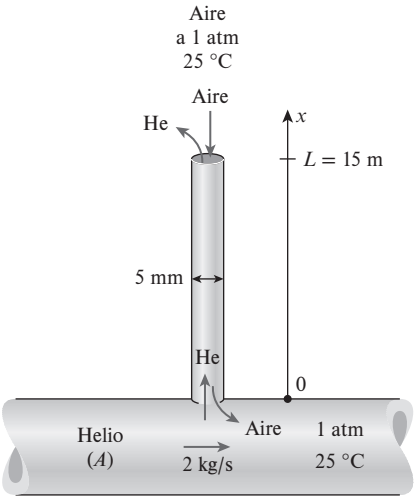


FIGURA 14-36
Esquema para el ejemplo 14-8.

helio es 1 en la tubería y 0 en la atmósfera (esta suposición se validará posteriormente).

Propiedades El coeficiente de difusión del helio en el aire (o de aire en el helio) en condiciones atmosféricas normales es $D_{AB} = 7.2 \times 10^{-5}$ m^2/s (tabla 14-2). Las masas molares del aire y del helio son 29 y 4 kg/kmol, respectivamente (tabla A-1).

Análisis Este es un proceso de contradifusión equimolar típico, puesto que el problema involucra dos grandes reservorios con mezclas de gases ideales conectados entre sí por medio de un canal y las concentraciones de especies en cada reservorio (la línea de tubería y la atmósfera) permanecen constantes.

a) El área del flujo, el cual es la sección transversal del tubo es:

$$A = \pi D^2/4 = \pi(0.005 \text{ m})^2/4 = 1.963 \times 10^{-5} \text{ m}^2$$

Observando que la presión del helio es 1 atm en el fondo del tubo ($x = 0$) y 0 en la parte superior ($x = L$), su velocidad de flujo molar se calcula con la ayuda de la ecuación 14-64:

$$\begin{aligned}\dot{N}_{\text{helio}} = \dot{N}_{\text{difusión, }A} &= \frac{D_{AB}A}{R_u T}\frac{P_{A,0} - P_{A,L}}{L} \\ &= \frac{(7.20 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s})(1.963 \times 10^{-5} \text{ m}^2)}{(8.314 \text{ kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kmol}\cdot\text{K})(298 \text{ K})}\left(\frac{1 \text{ atm} - 0}{15 \text{ m}}\right)\left(\frac{101.3 \text{ kPa}}{1 \text{ atm}}\right) \\ &= 3.85 \times 10^{-12} \text{ kmol/s}\end{aligned}$$

Por tanto,

$$\dot{m}_{\text{helio}} = (\dot{N}M)_{\text{helio}} = (3.85 \times 10^{-12} \text{ kmol/s})(4 \text{ kg/kmol}) = \mathbf{1.54 \times 10^{-11} \text{ kg/s}}$$

la cual corresponde a un valor de alrededor de 0.5 g al año.

b) Observando que $\dot{N}_B = -\dot{N}_A$ durante un proceso de contradifusión equimolar, la velocidad de flujo molar de aire hacia la tubería de helio es igual a la velocidad de flujo molar del helio. La velocidad de flujo de masa de aire hacia la tubería es:

$$\dot{m}_{\text{aire}} = (\dot{N}M)_{\text{aire}} = (-3.85 \times 10^{-12} \text{ kmol/s})(29 \text{ kg/kmol}) = \mathbf{-112 \times 10^{-12} \text{ kg/s}}$$

La fracción de masa de aire en la tubería de helio es:

$$w_{\text{aire}} = \frac{|\dot{m}_{\text{aire}}|}{\dot{m}_{\text{total}}} = \frac{112 \times 10^{-12} \text{ kg/s}}{(2 + 112 \times 10^{-12} - 1.54 \times 10^{-11}) \text{ kg/s}} = 5.6 \times 10^{-11} \approx 0$$

lo cual valida nuestra suposición original de que el contenido de aire en la línea de tubería es despreciable.

c) La velocidad neta del flujo de masa a través del tubo es:

$$\dot{m}_{\text{neta}} = \dot{m}_{\text{helio}} + \dot{m}_{\text{aire}} = 1.54 \times 10^{-11} - 112 \times 10^{-12} = -9.66 \times 10^{-11} \text{ kg/s}$$

La fracción de masa de aire en el fondo del tubo es muy pequeña, como se mostró antes y, por tanto, el valor de la densidad de la mezcla en $x = 0$ puede tomarse simplemente como la densidad del helio, la cual es;

$$\rho \cong \rho_{\text{helio}} = \frac{P}{RT} = \frac{101.325 \text{ kPa}}{(2.0769 \text{ kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{K})(298 \text{ K})} = 0.1637 \text{ kg/m}^3$$

Entonces, la velocidad de flujo promedio en la parte del fondo del tubo es:

$$V = \frac{\dot{m}}{\rho A} = \frac{-9.66 \times 10^{-11}\ \text{kg/s}}{(0.1637\ \text{kg/m}^3)(1.963 \times 10^{-5}\ \text{m}^2)} = \mathbf{-3.01 \times 10^{-5}\ m/s}$$

la cual es difícil de medir, aun con los dispositivos de medición de velocidad más sensibles. El signo negativo indica que el flujo va en la dirección negativa de *x* (hacia la tubería).

EJEMPLO 14-9 Medición del coeficiente de difusión por medio del tubo de Stefan

Un tubo de Stefan de 3 cm de diámetro se utiliza para medir el coeficiente de difusión binario del vapor de agua en aire a 20 °C a una elevación de 1 600 m, donde la presión atmosférica es de 83.5 kPa. El tubo está parcialmente lleno de agua y la distancia de la superficie del agua hacia el extremo abierto del tubo es de 40 cm (figura 14-37). Sopla aire seco sobre el extremo abierto del tubo, de tal forma que el vapor de agua elevándose hacia la parte superior es removido inmediatamente y la concentración de vapor en la parte superior del tubo es cero. Durante 15 días de operación continua a una presión y temperatura constantes, se mide la cantidad de agua que se ha evaporado y se obtiene un valor de 1.23 g. Calcule el coeficiente de difusión del vapor de agua en el aire a 20 °C y 83.5 kPa.

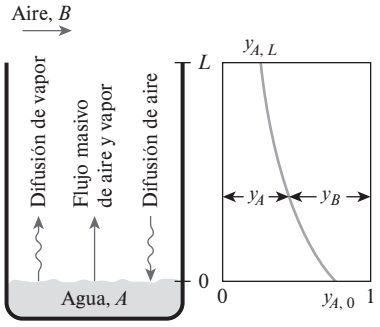


FIGURA 14-37
Esquema para el ejemplo 14-9.

SOLUCIÓN Se mide la cantidad de agua que se evapora en el tubo de Stefan a una presión y temperatura específica durante un periodo determinado. Se calculará el coeficiente de difusión del vapor de agua en el aire.

Suposiciones **1** Tanto el vapor de agua como el aire atmosférico son gases ideales. **2** La cantidad de aire disuelto en el agua líquida es despreciable. **3** Se transfiere calor hacia el agua proveniente de los alrededores para compensar el calor latente de vaporización, de tal manera que la temperatura del agua permanece constante a un valor de 20 °C.

Propiedades La presión de saturación del agua a 20 °C es 2.34 kPa (tabla A-9).

Análisis La presión del vapor en la interfase aire-agua es la presión de saturación del agua a 20 °C, y la fracción molar del vapor de agua (especie *A*) en la interfase se calcula a partir de:

$$y_{\text{vapor},0} = y_{A,0} = \frac{P_{\text{vapor},0}}{P} = \frac{2.34\ \text{kPa}}{83.5\ \text{kPa}} = 0.0280$$

En la parte superior del tubo sopla aire seco y, por tanto, $y_{\text{vapor},L} = y_{A,L} = 0$. Asimismo, la densidad molecular total a través del tubo permanece constante debido a las condiciones de presión y temperatura constantes y se calcula como:

$$C = \frac{P}{R_u T} = \frac{83.5\ \text{kPa}}{(8.314\ \text{kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kmol}\cdot\text{K})(293\ \text{K})} = 0.0343\ \text{kmol/m}^3$$

La sección transversal del tubo es:

$$A = \pi D^2/4 = \pi(0.03\ \text{m})^2/4 = 7.069 \times 10^{-4}\ \text{m}^2$$

El valor de la velocidad de evaporación es 1.23 g en 15 días. Entonces, la velocidad del flujo molar del vapor se calcula y se obtiene:

$$\dot{N}_A = \dot{N}_{\text{vapor}} = \frac{\dot{m}_{\text{vapor}}}{M_{\text{vapor}}} = \frac{1.23 \times 10^{-3}\ \text{kg}}{(15 \times 24 \times 3600\ \text{s})(18\ \text{kg/kmol})}$$
$$= 5.27 \times 10^{-11}\ \text{kmol/s}$$

Por último, sustituyendo la información anterior en la ecuación 14-59 se obtiene:

$$\frac{5.27 \times 10^{-1}\ \text{kmol/s}}{7.069 \times 10^{-4}\ \text{m}^2} = \frac{(0.0343\ \text{kmol/m}^3)D_{AB}}{0.4\ \text{m}} \ln \frac{1-0}{1-0.028}$$

lo cual da:

$$D_{AB} = \mathbf{3.06 \times 10^{-5}\ m^2/s}$$

para el coeficiente de difusión binario del vapor de agua en el aire a 20 °C y 83.5 kPa.

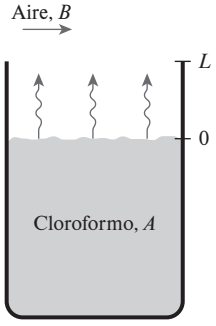


FIGURA 14-38
Esquema para el ejemplo 14-10

PtD ***EJEMPLO 14-10*** **Prevención de riesgos contra la salud por exposición tóxica**

El cloroformo (M = 119.38 kg/kmol) se clasifica como un material peligroso debido a que la exposición prolongada al mismo constituye un daño contra la salud. La inhalación de grandes cantidades de cloroformo puede causar daño al hígado y a los riñones. El límite de exposición permitido (PEL) al cloroformo, establecido por la Administración de la Salud y de la Seguridad Ocupacional (OSHA), es 240 mg/m^3. Un técnico de laboratorio que trabaja en un espacio de 30 m^3 vierte cloroformo líquido en 10 tubos de ensayo que tienen un diámetro interior de 25 mm. Cada tubo contiene una cantidad igual de líquido cloroformo a un nivel de 1 cm respecto a la parte superior (figura 14-38). La presión del vapor de cloroformo es de 21 kPa, y la evaporación del cloroformo hacia el aire circundante se presenta a 25 °C y 1 atm. Si el coeficiente de difusión del cloroformo en el aire es de D_{AB} = 0.104 cm^2/s, calcule si es seguro o no que el técnico permanezca en el laboratorio una hora durante la evaporación del cloroformo en los tubos de ensayo.

SOLUCIÓN En este ejemplo, los conceptos de Prevención a través del Diseño (PtD) se aplican en conjunto con los conceptos de difusión en un medio en movimiento.

Suposiciones **1** Prevalecen condiciones de operación estacionarias. **2** El vapor del cloroformo y el aire atmosférico son gases ideales. **3** La cantidad de aire disuelto en el cloroformo líquido es despreciable. **4** Las temperaturas del aire y del cloroformo permanecen constantes a un valor de 25 °C.

Propiedades La masa molar del cloroformo está dada como M = 119.38 kg/kmol. El coeficiente de difusión del cloroformo en el aire está dado por D_{AB} = 0.104 cm^2/s.

Análisis La presión de vapor del cloroformo a 25 °C está dada como $P_{A,0}$ = 21 kPa, y la fracción molar del vapor de cloroformo (especie A) en la interfase se calcula a partir de:

$$y_{A,0} = \frac{P_{A,0}}{P} = \frac{21\ \text{kPa}}{101.325\ \text{kPa}} = 0.20725$$

La densidad molar total a través del tubo permanece constante debido a las condiciones de presión y temperatura constantes, y su valor se calcula a partir de:

$$C = \frac{P}{R_u T} = \frac{101.325 \text{ kPa}}{(8.314 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3/\text{kmol} \cdot \text{K})(273 + 25)\text{K}} = 0.0409 \text{ kmol/m}^3$$

Entonces, la velocidad de difusión por área de interfase unitaria para un tubo de ensayo es:

$$\begin{aligned}\frac{\dot{N}_A}{A} &= \frac{C D_{AB}}{L} \ln\left(\frac{1 - y_{A,L}}{1 - y_{A,0}}\right) \\ &= \frac{(0.0409 \text{ kmol/m}^3)(0.104 \text{ cm}^2/\text{s})(1 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{cm}^2)}{0.01 \text{ m}} \ln\left(\frac{1 - 0}{1 - 0.20725}\right) \\ &= 9.8789 \times 10^{-6} \text{ kmol/s} \cdot \text{m}^2\end{aligned}$$

La velocidad de evaporación del cloroformo contenido en un tubo de ensayo es:

$$\begin{aligned}\dot{m} &= MD^2 \frac{\pi}{4} \frac{\dot{N}_A}{A} \\ &= (119.38 \text{ kg/kmol})(0.025 \text{ m})^2 \frac{\pi}{4}(9.8789 \times 10^{-6} \text{ kmol/s} \cdot \text{m}^2) \\ &= 5.789 \times 10^{-7} \text{ kg/s} \\ &= 34.734 \text{ mg/min}\end{aligned}$$

La velocidad total de cloroformo que se está evaporando de 10 tubos de ensayo hacia el aire circundante es:

$$\dot{m}_{\text{total}} = 10(34.734 \text{ mg/min}) = 347.34 \text{ mg/min}$$

En un espacio de laboratorio de 30 m^3, el tiempo que le lleva al cloroformo en alcanzar el PEL (límite de exposición permisible) por evaporación es:

$$\text{Tiempo} = \text{PEL} \times \frac{\text{Espacio de laboratorio}}{\dot{m}_{\text{total}}} = (240 \text{ mg/m}^3)\left(\frac{30 \text{ m}^3}{347.34 \text{ mg/min}}\right) = \mathbf{20.7 \text{ min}} < 60 \text{ min}$$

Discusión Toma 20 minutos y 44 segundos para que el cloroformo evaporado alcance el PEL establecido por la OSHA. Por tanto, no sería seguro que el técnico permaneciera dentro del laboratorio durante una hora. Las sustancias que pueden liberar vapores tóxicos deben manipularse debajo de una campana extractora.

14-9 ▪ CONVECCIÓN DE MASA

Hasta el momento, se ha considerado la *difusión de masa,* la cual se define como la transferencia de masa debido a un gradiente de concentración. Ahora se estudiará la *convección de masa* (o la *transferencia de masa por convección*), que es la transferencia de masa entre una superficie y un fluido en movimiento debido a *la difusión de la masa y al movimiento masivo del fluido*. El movimiento del fluido mejora de modo considerable la transferencia de calor por medio de la remoción del fluido altamente concentrado que está cerca de la superficie, y reemplazándolo por un fluido de baja concentración que esté alejado de la superficie. En el caso límite de la falta de movimiento masivo de fluido, la convección de masa se reduce a una

difusión de masa, de forma que la convección se reduce a la conducción. La analogía entre la convección de calor y de masa se mantiene tanto para convección *natural* y *forzada*, flujo *laminar* o *turbulento* y flujo *interno* y *externo*.

Así como la convección de calor, la convección de masa es también difícil debido a complicaciones asociadas con el flujo del fluido, por ejemplo, la *geometría de la superficie*, *el régimen del flujo*, *la velocidad del flujo* y *la variación de las propiedades* y *composición del fluido*. Por tanto, tenemos que confiar en relaciones experimentales para determinar la transferencia de masa. Asimismo, la convección de masa por lo general es analizada con *base en la masa* en lugar de hacerlo en base molar. Por tanto, vamos a presentar formulaciones en términos de concentración de masa (densidad ρ o fracción de masa w) en lugar de hacerlo en concentración molar (densidad molar C o fracción molar y). Sin embargo, las formulaciones en base molar pueden obtenerse utilizando la relación $C = \rho/M$, donde M es la masa molar. Asimismo, por simplicidad, restringiremos nuestra atención a la convección de fluidos que sean (o que puedan ser tratados como) *mezclas binarias.*

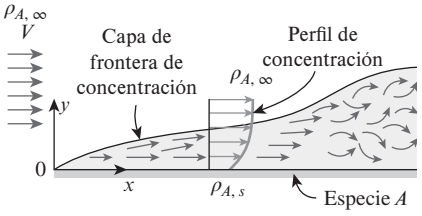


FIGURA 14-39

Desarrollo de una capa de frontera de concentración de la especie A durante el flujo externo sobre una superficie plana.

Considere el flujo de aire sobre la superficie libre de un cuerpo acuoso como un lago en condiciones isotérmicas. Si el aire no está saturado, la concentración del vapor de agua variará desde un valor máximo en la superficie del agua donde el aire está siempre saturado hasta el valor del vapor libre lejos de la superficie. En la convección de calor, se definió la región a la que los gradientes de temperatura existen como la *capa de frontera térmica*. De manera similar, en la convección de masa se definió la región del fluido en el que los gradientes de concentración existen como la **capa de frontera de concentración**, como se muestra en la figura 14-39. En el **flujo exterior**, el grosor de la capa de frontera de concentración δ_c, de una especie A en una determinada ubicación sobre la superficie se define como la distancia perpendicular y respecto a la superficie en la cual:

$$\frac{\rho_{A,s} - \rho_A}{\rho_{A,s} - \rho_{A,\infty}} = 0.99$$

donde $\rho_{A,s}$ y $\rho_{A,\infty}$ son las densidades de la especie A en la superficie (del lado del fluido) y la corriente libre, respectivamente.

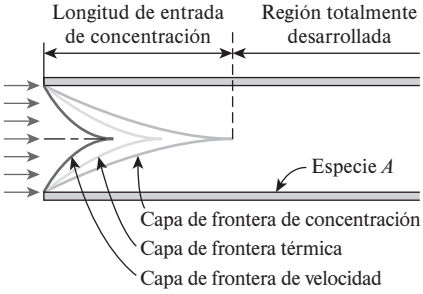


FIGURA 14-40

Desarrollo de las capas de frontera de velocidad, térmica y de concentración en el flujo interno.

En el **flujo interno** hay una **región de entrada de concentración** donde se desarrolla el perfil de concentración, además de las regiones de entrada hidrodinámica y térmica (figura 14-40). La capa de frontera de concentración continúa desarrollándose en la dirección del flujo hasta que su grosor alcance el centro del tubo y las capas de frontera se fusionen. La distancia desde la entrada del tubo hasta el lugar donde se presenta dicha fusión se llama **longitud de entrada de concentración** L_c, y la región que está más allá de ese punto se llama **región totalmente desarrollada**, la cual se caracteriza por:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\rho_{A,s} - \rho_A}{\rho_{A,s} - \rho_{A,b}}\right) = 0 \qquad \textbf{(14-66)}$$

donde $\rho_{A,b}$ es la *densidad media masiva* de la especie A y se define como:

$$\rho_{A,b} = \frac{1}{A_c V_{\text{promedio}}} \int_{A_c} \rho_A u dA_c \qquad \textbf{(14-67)}$$

Por tanto, el perfil de diferencia de concentración adimensionalizado, así como el coeficiente de transferencia de masa, permanece constante en la región completamente desarrollada. Esto es análogo a los coeficientes de fricción y transferencia de calor que permanecen constantes en la región completamente desarrollada.

Transferencia de calor:
$$\text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha}$$
Transferencia de masa:
$$\text{Sc} = \frac{\nu}{D_{AB}}$$

FIGURA 14-41

En la transferencia de masa, el número de Schmidt tiene la función del número de Prandtl en la transferencia de calor.

En la convección de calor, las magnitudes relativas del impulso y de la difusión de calor en las capas de frontera de velocidad y térmica, se expresan por medio del *número de Prandtl*, el cual se define como (figura 14-41):

$$\textit{Número de Prandtl:} \qquad \mathrm{Pr} = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\text{Difusividad del impulso}}{\text{Difusividad térmica}} \tag{14-68}$$

La cantidad correspondiente en la convección de masa es el **número de Schmidt** adimensional (figura 14-42), definido como:

$$\textit{Número de Schmidt:} \qquad \mathrm{Sc} = \frac{\nu}{D_{AB}} = \frac{\text{Difusividad del impulso}}{\text{Difusividad de la masa}} \tag{14-69}$$

la cual representa las magnitudes relativas del momento molecular y de la difusión de masa en las capas de frontera de velocidad y de concentración, respectivamente.

El crecimiento relativo de las capas de frontera de velocidad y térmica en el flujo laminar está presidido por el número de Prandtl, mientras que el crecimiento relativo de las capas de frontera de velocidad y de concentración por el número de Schmidt. Un número de Prandtl de casi la unidad ($\mathrm{Pr} \approx 1$) indica que el impulso y la transferencia de calor por difusión son comparables, y que las capas de frontera de velocidad y térmica casi coinciden entre sí. *Un número de Schmidt cercano a la unidad* ($\mathrm{Sc} \approx 1$) *indica que el impulso y la transferencia de masa por difusión son comparables y que las capas de frontera de la velocidad y de la concentración casi coinciden entre sí.*

Todo parece indicar que se necesita un número adimensional más para representar las magnitudes relativas de la difusión de calor y masa en las capas de frontera térmica y de concentración. Ese es el **número de Lewis** (figura 14-43), que se define como (figura 14-44):

$$\textit{Número de Lewis:} \qquad \mathrm{Le} = \frac{\mathrm{Sc}}{\mathrm{Pr}} = \frac{\alpha}{D_{AB}} = \frac{\text{Difusividad térmica}}{\text{Difusividad de masa}} \tag{14-70}$$

El grosor relativo de las capas de frontera de velocidad, térmica y de concentración en el flujo laminar se expresan como:

$$\frac{\delta_{\text{velocidad}}}{\delta_{\text{térmica}}} = \mathrm{Pr}^n, \quad \frac{\delta_{\text{velocidad}}}{\delta_{\text{concentración}}} = \mathrm{Sc}^n, \quad \text{y} \quad \frac{\delta_{\text{térmica}}}{\delta_{\text{concentración}}} = \mathrm{Le}^n \tag{14-71}$$

donde $n = \frac{1}{3}$ en la mayoría de las aplicaciones en las tres relaciones. Dichas relaciones, en general, no son aplicables a las capas de frontera turbulentas, puesto que el mezclado de turbulencias, en este caso, puede dominar los procesos de difusión.

Observe que la transferencia de especies en la superficie ($y = 0$) es por difusión debido solo a *la condición de frontera de no corrimiento,* y que el flujo de masa de la especie A en la superficie puede expresarse por medio de la ley de Fick como (figura 14-45):

$$\dot{j}_A = \dot{m}_A / A_s = -\rho D_{AB} \left.\frac{\partial w_A}{\partial y}\right|_{y=0} = h_{\text{masa}} (w_{A,s} - w_{A,\infty}) \quad (\mathrm{kg/s \cdot m^2}) \tag{14-72}$$

Esto es análogo a la transferencia de calor en la superficie siendo por conducción solamente y expresándola por medio de la ley de Fourier.

La velocidad de convección de calor para un flujo externo fue apropiadamente expresada por medio de *la ley de enfriamiento de Newton* como:

$$\dot{Q}_{\text{conv}} = h_{\text{conv}} A_s (T_s - T_\infty)$$

donde h_{conv} es el coeficiente de transferencia de calor promedio, A_s el área de la superficie y $T_s - T_\infty$ la diferencia de temperaturas a través de la capa de frontera

FIGURA 14-42

Ernst Heinrich Wilhelm Schmidt (1892-1975) fue un ingeniero alemán que nació en Vögelsen, Alemania. Uno de sus primeros esfuerzos en investigación fue la medición cuidadosa de las propiedades de radiación de los sólidos, lo cual provocó que propusiera y desarrollara el uso de la hoja de aluminio como un escudo protector efectivo contra la radiación. Fue el primero en medir los campos de velocidad y temperatura en una capa de frontera de convección libre y los coeficientes de transferencia de calor que se presentan en la condensación de gotas de agua. El **número de Schmidt** adimensional, el cual caracteriza los flujos de fluidos en los que existen simultáneamente procesos de convección por difusión de masa y por impulso, fue nombrado así en su honor.

FIGURA 14-43

Warren Kendall Lewis (1882-1975) fue un ingeniero químico estadounidense que nació en Laurel, Delaware. Fue un profesor del MIT y su coordinación de las áreas de química, física e ingeniería en una disciplina independiente para servir a la industria química lo llevó a ser llamado el padre de la ingeniería química moderna. El **número adimensional de Lewis**, el cual caracteriza los flujos de fluidos en los que existen de manera simultánea procesos de convección por difusión de masa y de calor, fue nombrado así en su honor.

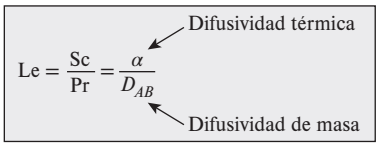
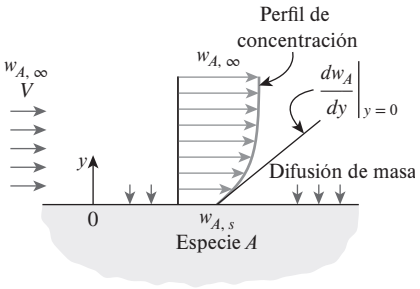


FIGURA 14-44

El número de Lewis es una medida de la difusión de calor en relación con la difusión de masa.



$$-\rho D_{AB}\left.\frac{\partial w_A}{\partial y}\right|_{y=0} = h_{\text{masa}}\,\rho(w_{A,\,s} - w_{A,\,\infty})$$

FIGURA 14-45

La transferencia de masa en la superficie ocurre por difusión debido a la condición de frontera de no corrimiento, justo de la misma forma como en la transferencia de calor ocurre por conducción.

térmica. De manera similar, la velocidad de convección de masa puede expresarse como:

$$\dot{m}_{\text{conv}} = h_{\text{masa}} A_s(\rho_{A,\,s} - \rho_{A,\,\infty}) = h_{\text{masa}}\,\rho A_s(w_{A,\,s} - w_{A,\,\infty}) \quad \text{(kg/s)} \qquad \textbf{(14-73)}$$

donde h_{masa} es el **coeficiente de transferencia de masa** promedio, en m/s; A_s es el área de la superficie; $\rho_{A,\,s} - \rho_{A,\,\infty}$ es la diferencia de concentración de masa de la especie A mediante la capa de frontera de concentración, y ρ es la densidad promedio del fluido en la capa de frontera. El producto $h_{\text{masa}}\,\rho$, cuyas unidades son el $\text{kg/m}^2 \cdot \text{s}$, se llama *conductancia de la transferencia de masa*. Para el caso de un flujo interno se tiene:

$$\dot{m}_{\text{conv}} = h_{\text{masa}} A_s \frac{\Delta\rho_{A,\,e} - \Delta\rho_{A,\,i}}{\ln(\Delta\rho_{A,\,e}/\Delta\rho_{A,\,i})} \qquad \textbf{(14-74)}$$

donde $\Delta\rho_{A,\,e} = \rho_{A,\,s} - \rho_{A,\,e}$ y $\Delta\rho_{A,\,i} = \rho_{A,\,s} - \rho_{A,\,i}$. Si el coeficiente de transferencia de masa local varía en la dirección del flujo, el *coeficiente de transferencia de masa promedio* puede calcularse a partir de:

$$h_{\text{masa, promedio}} = \frac{1}{A_s}\int_{A_s} h_{\text{masa}}\,dA_s$$

En el análisis de convección de calor, a menudo es conveniente expresar el coeficiente de transferencia de calor en una forma adimensionalizada en términos del *número de Nusselt* adimensional, definido como:

Número de Nusselt: $$\text{Nu} = \frac{h_{\text{conv}} L_c}{k} \qquad \textbf{(14-75)}$$

donde L_c es la longitud característica y k la conductividad térmica del fluido. La cantidad correspondiente en la convección de masa es el **número de Sherwood** adimensional (figura 14-46), definido como (figura 14-47):

Número de Sherwood: $$\text{Sh} = \frac{h_{\text{masa}} L_c}{D_{AB}} \qquad \textbf{(14-76)}$$

donde h_{masa} es el coeficiente de transferencia de masa y D_{AB} la difusividad de la masa. Los números de Nusselt y de Sherwood representan la efectividad de la convección de calor y masa en la superficie, respectivamente.

Algunas veces es más conveniente expresar los coeficientes de transferencia de calor y masa en términos del **número de Stanton** adimensional como:

Número de Stanton para la transferencia de calor: $$\text{St} = \frac{h_{\text{conv}}}{\rho V c_p} = \text{Nu}\frac{1}{\text{Re Pr}} \qquad \textbf{(14-77)}$$

y

Número de Stanton para la transferencia de masa: $$\text{St}_{\text{masa}} = \frac{h_{\text{masa}}}{V} = \text{Sh}\frac{1}{\text{Re Sc}} \qquad \textbf{(14-78)}$$

donde V es la velocidad de vapor libre del flujo exterior y la velocidad del fluido medio masivo del flujo interior.

Para una determinada geometría, el número de Nusselt promedio en la convección forzada depende de los números de Reynolds y Prandtl, mientras que el número

de Sherwood promedio depende de los números de Reynolds y de Schmidt. Es decir,

Número de Nusselt $\quad \mathrm{Nu} = f(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr})$
Número de Sherwood $\quad \mathrm{Sh} = f(\mathrm{Re}, \mathrm{Sc})$

donde la forma funcional de f es la misma para los números de Nusselt y de Sherwood para una determinada geometría, siempre y cuando las condiciones de frontera térmica y de concentración sean del mismo tipo. Por tanto, *el número de Sherwood puede obtenerse a partir de la expresión del número de Nusselt simplemente reemplazando el número de Prandtl por el número de Schmidt.* Lo anterior demuestra qué herramienta tan poderosa puede ser la analogía en el estudio de los fenómenos naturales (tabla 14-12).

En la transferencia de masa por convección natural, la analogía entre los números de Nusselt y de Sherwood aún es válida y, por tanto, $\mathrm{Sh} = f(\mathrm{Gr}, \mathrm{Sc})$. Sin embargo, el número de Grashof en este caso debe calcularse directamente de:

$$\mathrm{Gr} = \frac{g(\rho_\infty - \rho_s)L_c^3}{\rho\nu^2} = \frac{g(\Delta\rho/\rho)L_c^3}{\nu^2} \qquad \textbf{(14-79)}$$

la cual es aplicable tanto a los flujos por convección natural manejados por temperatura como por concentración. En los fluidos *homogéneos* (es decir, fluidos que no tienen gradientes de concentración), las diferencias de densidad se deben solo a diferencias de temperatura y, por tanto, se puede reemplazar $\Delta\rho/\rho$ por $\beta\Delta T$ por conveniencia, como se hizo en la transferencia de calor por convección natural. Sin embargo, en los fluidos *no homogéneos* las diferencias en densidad se deben a los *efectos combinados de las diferencias de temperatura y concentración,* y $\Delta\rho/\rho$ no puede ser reemplazado por $\beta\Delta T$ en dichos casos, aun cuando todo lo que nos interesa sea la transferencia de calor y no haya ningún interés en la transferencia de masa. Por ejemplo, el agua caliente en el fondo de un estanque se eleva hacia la superficie. Pero cuando se añade sal en el fondo del estanque, como normalmente se hace en los estanques solares, el agua salina (salmuera) en el fondo no se elevará hacia la superficie debido a que ahora es más pesada que el agua fresca que se encuentra en la superficie (figura 14-48).

Los flujos por convección natural impulsados por la concentración se basan en que las densidades de las diferentes especies de una mezcla son diferentes también. Por tanto, en condiciones isotérmicas, no habrá convección natural en una mezcla de gases compuesta de gases con masas molares idénticas. Asimismo, el caso de una superficie caliente viendo hacia arriba corresponde a la difusión de un fluido que tiene una densidad menor que la de la mezcla (y, por tanto, se eleva bajo la influencia del principio de flotabilidad), y el caso de una superficie caliente viendo hacia abajo corresponde a la difusión de un fluido que tiene una densidad mayor. Por ejemplo, la evaporación del agua en el aire corresponde a una superficie caliente viendo hacia arriba, ya que el vapor de agua es más ligero que el aire y este tiende a elevarse. Sin embargo, este no es el caso de la gasolina a menos que la temperatura de la mezcla gasolina-aire en la superficie de la gasolina sea tan elevada que la expansión térmica arrase con el diferencial de densidad debido a la elevada concentración de gasolina cerca de la superficie.

Analogía entre los coeficientes de fricción, de transferencia de calor y de transferencia de masa

Considere el flujo de un fluido sobre una placa plana de longitud L con condiciones de corriente libre de T_∞, V y $w_{A,\infty}$ (figura 14-49). Observando que la convección en la superficie ($y = 0$) es igual a la difusión debido a la condición de no corrimiento,

FIGURA 14-46

Thomas Kilgore Sherwood (1903-1976) fue un ingeniero químico estadounidense que nació en Columbus, Ohio. Sherwood ingresó al MIT en 1923 para trabajar como graduado en el Departamento de Ingeniería Química, y terminó su tesis doctoral bajo la supervisión de Warren K. Lewis. El área principal de las investigaciones de Sherwood fue en la transferencia de masa y su interacción con los fluidos y con las reacciones químicas y operaciones de procesos industriales donde dichos fenómenos juegan un papel muy importante. Recibió un gran número de premios por sus contribuciones a la investigación, como la Medalla por el Mérito de Estados Unidos y el Premio Lewis. El **número adimensional de Sherwood,** que representa la relación entre la convección y el transporte de masa por difusión, fue nombrado así en su honor.

Transferencia de calor: $\mathrm{Nu} = \dfrac{h_{\mathrm{conv}}L_c}{k}$

Transferencia de masa: $\mathrm{Sh} = \dfrac{h_{\mathrm{masa}}L_c}{D_{AB}}$

FIGURA 14-47

En la transferencia de masa, el número de Sherwood desempeña la misma función que el número de Nusselt en la transferencia de calor.

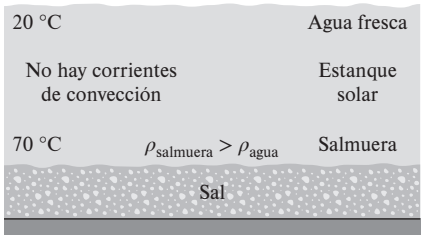


FIGURA 14-48

Un fluido caliente en la profundidad del estanque formará e iniciará corrientes por convección natural solo si su densidad es menor.

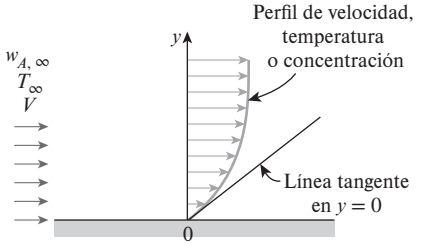


FIGURA 14-49

Los coeficientes de fricción, de calor y de transferencia de masa para un flujo sobre una superficie son proporcionales a la pendiente de la línea tangente de los perfiles de velocidad, de temperatura y de concentración, respectivamente, en la superficie.

las condiciones de fricción, de transferencia de calor y de transferencia de masa en la superficie pueden expresarse como:

$$\textit{Fricción de pared:} \qquad \tau_s = \mu \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0} = \frac{f}{2}\rho V^2 \qquad \textbf{(14-80)}$$

$$\textit{Transferencia de calor:} \qquad \dot{q}_s = -k \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} = h_{\text{calor}}(T_s - T_\infty) \qquad \textbf{(14-81)}$$

$$\textit{Transferencia de masa:} \quad j_{A,s} = -\rho D_{AB} \left.\frac{\partial w_A}{\partial y}\right|_{y=0} = h_{\text{masa}}\,\rho(w_{A,s} - w_{A,\infty}) \qquad \textbf{(14-82)}$$

Estas relaciones pueden reescribirse para un flujo interno utilizando las *propiedades medias masivas* en lugar de usar las propiedades de corriente libre. Después de realizar manipulaciones matemáticas sencillas, las tres relaciones anteriores pueden reordenarse como sigue:

$$\textit{Fricción de pared:} \qquad \left.\frac{d(u/V)}{d(y/L_c)}\right|_{y=0} = \frac{f}{2}\frac{\rho V L_c}{\mu} = \frac{f}{2}\,\text{Re} \qquad \textbf{(14-83)}$$

$$\textit{Transferencia de calor:} \qquad \left.\frac{d[(T - T_s)/(T_\infty - T_s)]}{d(y/L_c)}\right|_{y=0} = \frac{h_{\text{calor}} L_c}{k} = \text{Nu} \qquad \textbf{(14-84)}$$

$$\textit{Transferencia de masa:} \qquad \left.\frac{d[(w_A - w_{A,s})/(w_{A,\infty} - w_{A,s})]}{d(y/L_c)}\right|_{y=0} = \frac{h_{\text{masa}} L_c}{D_{AB}} = \text{Sh} \qquad \textbf{(14-85)}$$

El primer miembro de estas tres ecuaciones son las pendientes de los perfiles de concentración de velocidad, temperatura y concentración normalizados en la superficie, mientras que el segundo miembro son los números adimensionales que se estudiaron antes.

TABLA 14-12

Analogía entre las cantidades que aparecen en la formulación y en la solución de la convección de calor y la convección de masa

Convección de calor	Convección de masa
T	C, y, ρ, o w
h_{conv}	h_{masa}
$\delta_{\text{térmico}}$	$\delta_{\text{concentración}}$
$\text{Re} = \frac{VL_c}{\nu}$	$\text{Re} = \frac{VL_c}{\nu}$
$\text{Gr} = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L_c^3}{\nu^2}$	$\text{Gr} = \frac{g(\rho_\infty - \rho_s)L_c^3}{\rho\nu^2}$
$\text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha}$	$\text{Sc} = \frac{\nu}{D_{AB}}$
$\text{St} = \frac{h_{\text{conv}}}{\rho V c_p}$	$\text{St}_{\text{masa}} = \frac{h_{\text{masa}}}{V}$
$\text{Nu} = \frac{h_{\text{conv}} L_c}{k}$	$\text{Sh} = \frac{h_{\text{masa}} L_c}{D_{AB}}$
$\text{Nu} = f(\text{Re}, \text{Pr})$	$\text{Sh} = f(\text{Re}, \text{Sc})$
$\text{Nu} = f(\text{Gr}, \text{Pr})$	$\text{Sh} = f(\text{Gr}, \text{Sc})$

Caso especial: Pr ≈ Sc ≈ 1 (analogía de Reynolds)

Ahora considere el caso hipotético en el que las difusividades moleculares del impulso, del calor y de la masa sean idénticas. Es decir, $\nu = \alpha = D_{AB}$ y, por tanto, $Pr = Sc = Le = 1$. En este caso, los perfiles de velocidad, temperatura y concentración normalizados coincidirán, y la pendiente de estas tres curvas en la superficie (el primer elemento de las ecuaciones 14-83 a 14-85) serán idénticos (figura 14-50). Entonces, se puede hacer que el segundo miembro de las tres ecuaciones sea igual entre sí y obtener:

$$\frac{f}{2}\text{Re} = \text{Nu} = \text{Sh} \quad \text{o} \quad \frac{f}{2}\frac{VL_c}{v} = \frac{h_{\text{calor}} L_c}{k} = \frac{h_{\text{masa}} L_c}{D_{AB}} \qquad \textbf{(14-86)}$$

Observando que Pr = Sc = 1, también se puede escribir esta ecuación como:

$$\frac{f}{2} = \frac{\text{Nu}}{\text{Re Pr}} = \frac{\text{Sh}}{\text{Re Sc}} \quad \text{o} \quad \frac{f}{2} = \text{St} = \text{St}_{\text{masa}} \qquad \textbf{(14-87)}$$

A esta relación se le conoce como **analogía de Reynolds**, y permite calcular los aparentemente no relacionados coeficientes de fricción, de transferencia de calor, y de transferencia de masa cuando solo uno de ellos es conocido o medido. (En realidad, la analogía de Reynolds original propuesta por O. Reynolds en 1874 es

St = f/2, la cual se extiende para incluir la transferencia de masa). Sin embargo, siempre debe recordarse que la analogía está restringida a situaciones para las cuales Pr ≈ Sc ≈ 1. Desde luego, la primera parte de la analogía entre el coeficiente de fricción y el coeficiente de transferencia de calor siempre se podrá utilizar en gases, ya que su número de Prandtl es muy cercano a la unidad.

Caso general: Pr ≠ Sc ≠ 1 (analogía de Chilton-Colburn)

La analogía de Reynolds es una relación muy útil y es conveniente extender su uso a un rango más amplio de números Pr y Sc. Se han hecho algunos intentos al respecto; sin embargo, la más simple y mejor conocida es la que sugirieron Chilton y Colburn en 1934:

$$\frac{f}{2} = \text{St}\,\text{Pr}^{2/3} = \text{St}_{\text{masa}}\text{Sc}^{2/3} \qquad \textbf{(14-88)}$$

para 0.6 < Pr < 60 y 0.6 < Sc < 3 000. Esta ecuación se conoce como la **analogía Chilton-Colburn**. Utilizando las definiciones de los números de Stanton de calor y masa, la analogía entre las transferencias de calor y masa puede expresarse más convenientemente como (figura 14-51):

$$\frac{\text{St}}{\text{St}_{\text{masa}}} = \left(\frac{\text{Sc}}{\text{Pr}}\right)^{2/3} \qquad \textbf{(14-89)}$$

o

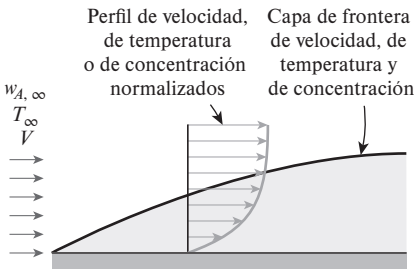
$$\frac{h_{\text{calor}}}{h_{\text{masa}}} = \rho c_p \left(\frac{\text{Sc}}{\text{Pr}}\right)^{2/3} = \rho c_p \left(\frac{\alpha}{D_{AB}}\right)^{2/3} = \rho c_p \text{Le}^{2/}$$

Para la mezcla aire-vapor de agua a 298 K, las difusividades de masa y térmica son $D_{AB} = 2.5 \times 10^{-5}$ m^2/s y $\alpha = 2.18 \times 10^{-5}$ m^2/s y, por tanto, el número de Lewis es Le = α/D_{AB} = 0.872. (Se usa el valor α de aire seco en lugar del de aire húmedo ya que la fracción de vapor en el aire en condiciones atmosféricas es baja). Entonces, $(\alpha/D_{AB})^{2/3} = 0.872^{2/3} = 0.913$, el cual es muy cercano a la unidad. Asimismo, el número de Lewis es relativamente insensible a las variaciones de temperatura. Por tanto, para las mezclas aire-vapor de agua, la relación entre los coeficientes de transferencia de calor y de masa pueden expresarse con una muy buena precisión como:

$$h_{\text{calor}} \cong \rho c_p h_{\text{masa}} \quad \text{(mezclas aire-vapor de agua)} \qquad \textbf{(14-90)}$$

donde ρ y c_p son la densidad y el calor específico del aire en condiciones promedio (o $\rho\, c_p$ es el calor específico del aire por unidad de volumen). La ecuación 14-90 se conoce como **relación de Lewis** y se utiliza en aplicaciones de aire acondicionado. Otra consecuencia importante de Le ≅ 1 es que las *temperaturas de saturación adiabática* y de *bulbo húmedo* del aire húmedo son casi idénticas. En un *flujo turbulento,* la relación de Lewis se puede utilizar aun cuando el número de Lewis no sea 1, puesto que el mezclado de los remolinos en el flujo turbulento arrasa cualquier tipo de difusión molecular, por lo que el calor y las masa son transportados a la misma velocidad.

Se ha observado que la analogía de Chilton-Colburn se mantiene bastante bien en flujo laminar o turbulento sobre superficies planas. Pero este no es siempre el caso para el flujo interno y el flujo sobre geometrías irregulares, y en tales casos específicos se deben utilizar las relaciones desarrolladas. Cuando se trata de flujo sobre cuerpos romos, es importante considerar que f en estas relaciones es el *coeficiente de fricción de la piel*, no el coeficiente de resistencia total, que también incluye la resistencia a la presión.



Analogía de Reynolds
$\nu = \alpha = D_{AB}$
(o Pr = Sc = Le)

FIGURA 14-50
Cuando las difusividades moleculares del impulso, calor y masa son iguales entre sí, las capas de frontera de velocidad, de temperatura y de concentración coinciden.

Analogía de Chilton-Colburn

General:

$$h_{\text{masa}} = \frac{h_{\text{calor}}}{\rho c_p}\left(\frac{D_{AB}}{\alpha}\right)^{2/3} = \frac{1}{2} fV \left(\frac{D_{AB}}{\nu}\right)^{2/3}$$

Caso especial: $\nu = \alpha = D_{AB}$

$$h_{\text{masa}} = \frac{h_{\text{calor}}}{\rho c_p} = \frac{1}{2} fV$$

FIGURA 14-51
Cuando el coeficiente de transferencia de fricción o de calor se conoce, el coeficiente de transferencia de masa puede calcularse directamente de la analogía de Chilton-Colburn.

Limitación de la analogía de convección calor-masa

Se debe tener precaución cuando se utilice la analogía de la ecuación 14-88, pues existen varios factores que proyectan algo de sombra en relación con la precisión de dicha relación. Por alguna razón, los números de Nusselt se evalúan para superficies planas, pero muchos problemas sobre transferencia de masa involucran superficies onduladas o rugosas. Asimismo, muchas relaciones de Nusselt se obtienen para situaciones en las que se considera temperatura de superficie constante; sin embargo, la concentración puede no ser constante sobre toda la superficie debido al posible secado superficial. El soplado o el succionado en la superficie durante la transferencia de masa también puede provocar algunas desviaciones, en particular durante un soplado o una succión a alta velocidad.

Por último, la analogía de convección calor-masa es válida en casos de **flujo de masa lento** en el cual la velocidad de flujo de especies que experimentan un flujo de masa es bajo en relación con la velocidad de flujo total de la mezcla de líquidos o gases, de tal forma que la transferencia de masa entre el fluido y la superficie no afecta la *velocidad del fluido*. (Observe que las relaciones de convección están basadas en una velocidad del fluido igual a *cero* en la superficie, lo cual es válido solo cuando no existe transferencia de masa neta en la superficie). Por tanto, la analogía de convección calor-masa no es aplicable cuando la velocidad de transferencia de masa de una especie es elevada en relación con la velocidad de flujo de esa especie.

Considere, por ejemplo, la evaporación y la transferencia de vapor de agua al aire en una lavadora de aire, un enfriador evaporativo, en una torre de enfriamiento húmedo, o justo en la superficie libre de un lago o de un río (figura 14-52). Aún a una temperatura de 40 °C, la presión de vapor en la superficie del agua es la presión de saturación de 7.4 kPa, la cual corresponde a una fracción molar de 0.074 o a una fracción de masa de $w_{A,\,s} = 0.047$ para el vapor. Entonces, la diferencia de fracción de masa a través de la capa de frontera será, a lo mucho, $\Delta w = w_{A,\,s} - w_{A,\,\infty} = 0.047 - 0 = 0.047$. Para la evaporación de agua hacia el aire, el error involucrado en la aproximación del flujo de masa bajo es, *groso modo*, $\Delta w/2$, el cual es de 2.5% en el peor de los casos ya considerados. Por tanto, en procesos que involucran la evaporación de agua hacia al aire, se puede utilizar la analogía por convección calor-masa con confianza. Sin embargo, la fracción de masa del vapor se aproxima a 1 a medida que la temperatura del agua se acerca a la temperatura de saturación y, por consiguiente, la aproximación del flujo de masa bajo no es aplicable en la transferencia de masa en calentadores, condensadores y en la evaporación de pequeñas gotas de combustible dentro de cámaras de combustión. En este capítulo se restringe el estudio a las aplicaciones de bajo flujo de masa.

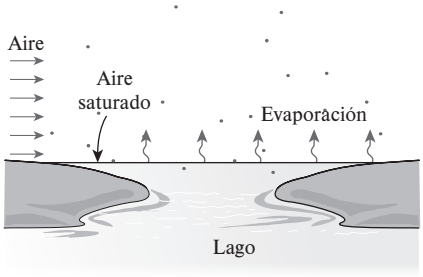


FIGURA 14-52

Evaporación formada en la superficie libre del agua hacia el aire.

Relaciones para la convección de masa

En condiciones de flujo de masa reducido, los coeficientes de convección de masa pueden obtenerse ya sea 1) calculando el coeficiente de fricción o el de transferencia de calor y después utilizarlo en la analogía de Chilton-Colburn, o 2) seleccionando la relación del número de Nusselt adecuada para las condiciones de frontera geométricas y análogas dadas, reemplazando el número de Nusselt por el número de Sherwood, y el número de Prandtl por el número de Schmidt, como se muestra en la tabla 14-13 para algunos casos representativos. El primer método es, evidentemente, más conveniente cuando ya se conoce el coeficiente de transferencia de calor o fricción. De otra forma, se debe preferir el segundo método porque es, por lo general, más preciso y la analogía Chilton-Colburn no ofrece ninguna ventaja importante en este caso. Las relaciones para la transferencia de masa por convección en otras geometrías pueden escribirse de manera similar utilizando la relación de transferencia de calor correspondiente de los capítulos 6 a 9.

TABLA 14-13

Relaciones del número de Sherwood en la convección de masa para una concentración específica en la superficie correspondiente a las relaciones del número de Nusselt en la convección de calor a una temperatura de superficie específica

Transferencia de calor convectiva	Transferencia de masa convectiva
1. *Convección forzada sobre una placa plana*	
a) Flujo laminar ($\mathrm{Re} < 5 \times 10^5$)	
$\mathrm{Nu} = 0.664\ \mathrm{Re}_L^{0.5}\ \mathrm{Pr}^{1/3}, \quad \mathrm{Pr} > 0.6$	$\mathrm{Sh} = 0.664\ \mathrm{Re}_L^{0.5}\ \mathrm{Sc}^{1/3}, \quad \mathrm{Sc} > 0.6$
b) Flujo turbulento ($5 \times 10^5 < \mathrm{Re} < 10^7$)	
$\mathrm{Nu} = 0.037\ \mathrm{Re}_L^{0.8}\ \mathrm{Pr}^{1/3}, \quad \mathrm{Pr} > 0.6$	$\mathrm{Sh} = 0.037\ \mathrm{Re}_L^{0.8}\ \mathrm{Sc}^{1/3}, \quad \mathrm{Sc} > 0.6$
c) Flujo laminar y turbulento combinado ($5 \times 10^5 < \mathrm{Re} < 10^7$)	
$\mathrm{Nu} = (0.037\ \mathrm{Re}_L^{0.8} - 871)\ \mathrm{Pr}^{1/3}, \quad \mathrm{Pr} > 0.6$	$\mathrm{Sh} = (0.037\ \mathrm{Re}_L^{0.8} - 871)\ \mathrm{Sc}^{1/3}, \quad \mathrm{Sc} > 0.6$
2. *Convección forzada sobre un cilindro o una esfera*	
a) Cilindro ($\mathrm{RePr} > 0.2$)	
$\mathrm{Nu} = 0.3 + \dfrac{0.62\ \mathrm{Re}^{1/2}\,\mathrm{Pr}^{1/3}}{[1 + (0.4/\mathrm{Pr})^{2/3}]^{1/4}}\left[1 + \left(\dfrac{\mathrm{Re}}{282\,000}\right)^{5/8}\right]^{4/5}$	$\mathrm{Sh} = 0.3 + \dfrac{0.62\ \mathrm{Re}^{1/2}\,\mathrm{Sc}^{1/3}}{[1 + (0.4/\mathrm{Sc})^{2/3}]^{1/4}}\left[1 + \left(\dfrac{\mathrm{Re}}{282{,}000}\right)^{5/8}\right]^{4/5}, \quad \mathrm{ReSc} > 0.2$
b) Esfera ($3.5 < \mathrm{Re} < 8 \times 10^8$, $0.7 < \mathrm{Pr} < 380$, $1.0 < (\mu_\infty/\mu_s) < 3.2$)	
$\mathrm{Nu} = 2 + [0.4\ \mathrm{Re}^{1/2} + 0.06\ \mathrm{Re}^{2/3}]\ \mathrm{Pr}^{0.4}\left(\dfrac{\mu_\infty}{\mu_s}\right)^{1/4}$	$\mathrm{Sh} = 2 + [0.4\ \mathrm{Re}^{1/2} + 0.06\ \mathrm{Re}^{2/3}]\ \mathrm{Sc}^{0.4}\left(\dfrac{\mu_\infty}{\mu_s}\right)^{1/4}, \quad 0.7 < \mathrm{Sc} < 380$
3. *Flujo totalmente desarrollado en tuberías circulares planas*	
a) Flujo laminar ($\mathrm{Re} < 2300$)	
$\mathrm{Nu} = 3.66$	$\mathrm{Sh} = 3.66$
b) Flujo turbulento ($\mathrm{Re} > 10\,000$)	
$\mathrm{Nu} = 0.023\ \mathrm{Re}^{0.8}\ \mathrm{Pr}^{0.4}, \quad 0.7 < \mathrm{Pr} < 160$	$\mathrm{Sh} = 0.023\ \mathrm{Re}^{0.8}\ \mathrm{Sc}^{0.4}, \quad 0.7 < \mathrm{Sc} < 160$
4. *Convección natural sobre superficies*	
a) Placa vertical	
$\mathrm{Nu} = 0.59\ (\mathrm{Gr}\ \mathrm{Pr})^{1/4}, \quad 10^5 < \mathrm{Gr}\ \mathrm{Pr} < 10^9$	$\mathrm{Sh} = 0.59\ (\mathrm{Gr}\ \mathrm{Sc})^{1/4}, \quad 10^5 < \mathrm{Gr}\ \mathrm{Sc} < 10^9$
$\mathrm{Nu} = 0.1\ (\mathrm{Gr}\ \mathrm{Pr})^{1/3}, \quad 10^9 < \mathrm{Gr}\ \mathrm{Pr} < 10^{13}$	$\mathrm{Sh} = 0.1\ (\mathrm{Gr}\ \mathrm{Sc})^{1/3}, \quad 10^9 < \mathrm{Gr}\ \mathrm{Sc} < 10^{13}$
b) Superficie superior de una placa horizontal. La superficie está caliente ($T_s > T_\infty$)	El fluido cerca de la superficie es ligero ($\rho_s < \rho_\infty$)
$\mathrm{Nu} = 0.54\ (\mathrm{Gr}\ \mathrm{Pr})^{1/4}, \quad 10^4 < \mathrm{Gr}\ \mathrm{Pr} < 10^7$	$\mathrm{Sh} = 0.54\ (\mathrm{Gr}\ \mathrm{Sc})^{1/4}, \quad 10^4 < \mathrm{Gr}\ \mathrm{Sc} < 10^7$
$\mathrm{Nu} = 0.15\ (\mathrm{Gr}\ \mathrm{Pr})^{1/3}, \quad 10^7 < \mathrm{Gr}\ \mathrm{Pr} < 10^{11}$	$\mathrm{Sh} = 0.15\ (\mathrm{Gr}\ \mathrm{Sc})^{1/3}, \quad 10^7 < \mathrm{Gr}\ \mathrm{Sc} < 10^{11}$
c) Superficie inferior de una placa horizontal La superficie está caliente ($T_s > T_\infty$)	El fluido cerca de la superficie es ligero ($\rho_s < \rho_\infty$)
$\mathrm{Nu} = 0.27\ (\mathrm{Gr}\ \mathrm{Pr})^{1/4}, \quad 10^5 < \mathrm{Gr}\ \mathrm{Pr} < 10^{11}$	$\mathrm{Sh} = 0.27\ (\mathrm{Gr}\ \mathrm{Sc})^{1/4}, \quad 10^5 < \mathrm{Gr}\ \mathrm{Sc} < 10^{11}$

EJEMPLO 14-11 **Convección de masa sobre una placa plana**

Aire seco a 40 °C y 0.85 atm fluye sobre una superficie plana y húmeda de 8 m de longitud a una velocidad promedio de 2.5 m/s para secar la superficie (figura 14-53). Utilizando la analogía entre la transferencia de calor y de masa, calcule

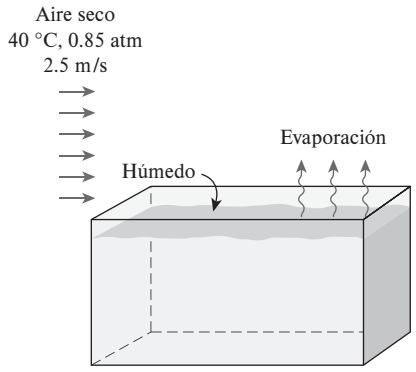


FIGURA 14-53
Esquema para el ejemplo 14-11.

el coeficiente de transferencia de masa sobre la placa. Utilice las propiedades del aire seco para la mezcla a la temperatura y presión especificadas.

SOLUCIÓN Una superficie plana y húmeda se seca soplando aire sobre ella. Se calculará el coeficiente de transferencia de masa.

Suposiciones **1** Se puede aplicar el modelo de bajo flujo de masa y la analogía entre la transferencia de calor y de masa. **2** El número de Reynolds crítico para un flujo sobre una placa plana es 500 000.

Propiedades Debido a las condiciones de bajo flujo de masa, se pueden usar las propiedades del aire seco para la mezcla a la temperatura especificada de 40 °C (313 K) y 1 atm de la tabla A-15, y corregir para una presión diferente a 1 atm. La viscosidad cinemática del aire seco a 0.85 atm se calcula de siguiente la manera:

$$\nu_{0.85\ \text{atm}} = \frac{\nu_{1\ \text{atm}}}{P(\text{atm})} = \frac{1.702 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s}}{0.85\ \text{atm}} = 2.0 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s}$$

La difusividad de masa del vapor de agua en el aire a 313 K se calcula a partir de la ecuación 14-15 como:

$$D_{AB} = D_{\text{H}_2\text{O-aire}} = 1.87 \times 10^{-10}\frac{T^{2.072}}{P} = 1.87 \times 10^{-10}\frac{(313\ \text{K})^{2.072}}{0.85\ \text{atm}}$$
$$= 3.26 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s}$$

Análisis El número de Reynolds para este flujo externo es:

$$\text{Re}_L = \frac{VL}{\nu} = \frac{(2.5\ \text{m/s})(8\ \text{m})}{2.0 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s}} = 1.0 \times 10^6 > \text{Re}_{\text{cr}} = 5 \times 10^5$$

Calcule la distancia crítica respecto a la orilla delantera, $x_{\text{cr}} = \nu\text{Re}_{\text{cr}}/V = (2.0 \times 10^{-5}\,\text{m}^2/\text{s})\ (5 \times 10^5)/(2.5\ \text{m/s}) = 4\ \text{m}$. Se ha combinado el flujo laminar y el turbulento sobre una superficie plana. Utilizando la analogía entre la transferencia de calor y de masa, la versión de transferencia de masa de la ecuación 7-24 para este caso es (véase la tabla 14-13):

$$\text{Sh} = (0.037\,\text{Re}_L^{0.8} - 871)\,\text{Sc}^{1/3} \quad \text{donde } 5 \times 10^5 < \text{Re}_L < 10^7 \text{ y } \text{Sc} > 0.6$$

El número de Schmidt en este caso es:

$$\text{Sc} = \frac{\nu}{D_{AB}} = \frac{2.0 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s}}{3.26 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s}} = 0.614$$

Y el número de Sherwood se calcula como:

$$\text{Sh} = (0.037\,\text{Re}_L^{0.8} - 871)\,\text{Sc}^{1/3} = (0.037 \times 1\,000\,000^{0.8} - 871)(0.614)^{1/3} = 1\,244$$

Utilizando la definición del número de Sherwood, el coeficiente de transferencia de masa se calcula como:

$$h_{\text{masa}} = \frac{\text{Sh}\,D_{AB}}{L} = \frac{(1\,244)(3.26 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s})}{8\ \text{m}} = \mathbf{0.00507\ m/s}$$

Discusión Las relaciones del número de Nusselt en la transferencia de calor pueden utilizarse para calcular el número de Sherwood en la transferencia de masa reemplazando el número de Prandtl por el número de Schmidt.

EJEMPLO 14-12 Analogía entre la transferencia de calor y la de masa

Los coeficientes de transferencia de calor en geometrías complejas con condiciones de frontera complicadas pueden calcularse por medio de mediciones de transferencia de masa en geometrías similares en condiciones de flujo similares utilizando sólidos volátiles como el naftaleno y el diclorobenceno y utilizando la analogía de Chilton-Colburn entre la transferencia de calor y masa en condiciones de bajo flujo de masa. La cantidad de transferencia de masa durante un periodo específico se calcula ponderando el modelo o midiendo la recesión de la superficie.

Durante un experimento que involucraba el flujo de aire seco a 25 °C y 1 atm a una velocidad de corriente libre de 2 m/s sobre un cuerpo cubierto con una capa de naftaleno, se observó que 12 g de naftaleno se habían sublimado en 15 min (figura 14-54). El área de la superficie del cuerpo es 0.3 m^2. Tanto el cuerpo como el aire se mantuvieron a 25 °C durante el estudio. La presión de vapor del naftaleno a 25 °C es de 11 Pa y la difusividad de masa del naftaleno en el aire a 25 °C es $D_{AB} = 0.61 \times 10^{-5}$ m^2/s. Calcule el coeficiente de transferencia de calor en las mismas condiciones de flujo y en la misma geometría.

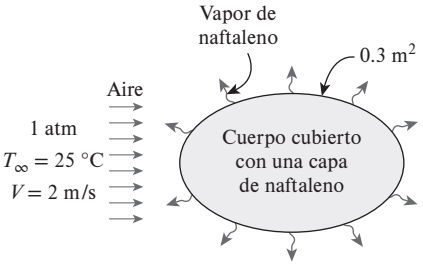


FIGURA 14-54
Esquema para el ejemplo 14-12.

SOLUCIÓN Sopla aire sobre un cuerpo cubierto con una capa de naftaleno y se mide la velocidad de sublimación. Se calculará el coeficiente de transferencia de calor en las mismas condiciones de flujo y en la misma geometría.

Suposiciones **1** Existen condiciones de bajo flujo de masa de manera que es aplicable la analogía Chilton-Colburn entre la transferencia de calor y de masa (se verificará). **2** Tanto el naftaleno como el aire son gases ideales.

Propiedades La masa molar del naftaleno es 128.2 kg/kmol. Debido a las condiciones de bajo flujo de masa, se pueden utilizar las propiedades del aire seco en la mezcla a la temperatura especificada de 25 °C y 1 atm, a la cual ρ = 1.184 kg/m^3, c_p = 1 007 J/kg·K y $\alpha = 2.141 \times 10^{-5}$ m^2/s (tabla A-15).

Análisis El aire entrante está libre de naftalina y, por tanto, la fracción de masa de la naftalina en condiciones de corriente libre es cero, $w_{A,\infty} = 0$. Observando que la presión de vapor de la naftalina en la superficie es 11 Pa, su fracción de masa en la superficie se calcula como:

$$w_{A,s} = \frac{P_{A,s}}{p}\left(\frac{M_A}{M_{\text{aire}}}\right) = \frac{11 \text{ Pa}}{101\,325 \text{ Pa}}\left(\frac{128.2 \text{ kg/kmol}}{29 \text{ kg/kmol}}\right) = 4.8 \times 10^{-4}$$

lo cual confirma que es válida la aproximación de bajo flujo de masa. La velocidad de evaporación de la naftalina en este caso es:

$$\dot{m}_{\text{evap}} = \frac{m}{\Delta t} = \frac{0.012 \text{ kg}}{(15 \times 60\text{s})} = 1.33 \times 10^{-5} \text{ kg/s}$$

Entonces, el coeficiente de convección de masa es:

$$h_{\text{masa}} = \frac{\dot{m}}{\rho A_s (w_{A,s} - w_{A,\infty})} = \frac{1.33 \times 10^{-5} \text{ kg/s}}{(1.184 \text{ kg/m}^3)(0.3 \text{ m}^2)(4.8 \times 10^{-4} - 0)}$$
$$= 0.0780 \text{ m/s}$$

Utilizando la analogía entre la transferencia de calor y de masa, el coeficiente de transferencia de calor promedio se calcula a partir de la ecuación 14-89 como:

$$h_{\text{calor}} = \rho c_p h_{\text{masa}} \left(\frac{\alpha}{D_{AB}}\right)^{2/3}$$
$$= (1.184\ \text{kg/m}^3)(1\,007\ \text{J/kg}\cdot\text{K})(0.0780\text{m/s}) \left(\frac{2.141 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s}}{0.61 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s}}\right)^{2/3}$$
$$= \mathbf{215\ W/m^2 \cdot K}$$

Discusión Debido a la conveniencia que ofrece, la naftalina se ha utilizado en un sinnúmero de estudios sobre transferencia de calor para calcular los coeficientes de transferencia de calor por convección.

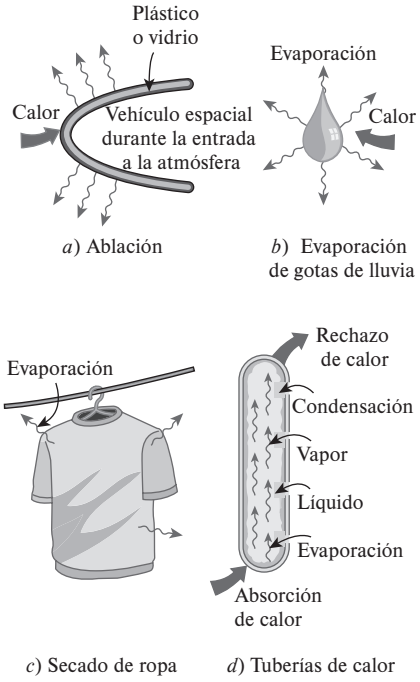


FIGURA 14-55

Muchos problemas involucran transferencia de calor y de masa, simultáneamente.

14-10 ▪ TRANSFERENCIA SIMULTÁNEA DE CALOR Y MASA

Muchos procesos de transferencia de masa ocurren isotérmicamente y, por tanto, no involucran transferencia de calor. Sin embargo, algunas aplicaciones ingenieriles involucran la vaporización de un líquido y la difusión de este vapor hacia el gas circundante. Dichos procesos requieren la transferencia del calor latente de vaporización h_{fg} hacia el líquido con la finalidad de vaporizarlo, y dichos problemas comprenden transferencia simultánea de calor y masa. Para generalizar, cualquier problema sobre transferencia de masa que incluya un *cambio de fase* (evaporación, sublimación, condensación, derretimiento, etc.) también debe involucrar *transferencia de calor,* y la solución de dichos problemas necesita analizarse considerando *transferencia simultánea de calor y masa*. Algunos ejemplos de problemas de transferencia simultánea de calor y masa son el secado, el enfriamiento evaporativo, el enfriamiento por transpiración (o sudor), el enfriamiento de hielo seco, la combustión de gotas de combustible y el enfriamiento por ablación de vehículos espaciales durante la reentrada a la atmósfera, e incluso, eventos cotidianos como la lluvia, la nieve y el granizo. En sitios más cálidos la nieve se funde y la lluvia se evapora antes de llegar al suelo (figura 14-55).

Para comprender el mecanismo de la transferencia simultánea de calor y masa, considere la *evaporación del agua* de una alberca hacia el aire. Suponga que el agua y el aire se encuentran inicialmente a la misma temperatura. Si el aire es saturado (una humedad relativa de $\phi = 100\%$), no habrá transferencia de calor o masa siempre y cuando las condiciones isotérmicas permanezcan. Sin embargo, si el aire no es saturado ($\phi < 100\%$), existirá una diferencia entre la concentración de vapor de agua en la interfase agua-aire (la cual siempre está saturada) y a una determinada distancia arriba de la interfase (capa de frontera de concentración). La diferencia en concentración es la fuerza motriz que provoca la transferencia de masa y, por tanto, esta diferencia de concentraciones es la que conduce el agua hacia el aire. Sin embargo, el agua debe vaporizar primero y absorber el calor de vaporización latente con el fin de vaporizar. En un principio, todo el calor de vaporización proviene del agua cercana a la interfase, ya que no existe ninguna diferencia de temperaturas entre el agua y los alrededores y, por tanto, no puede haber transferencia de calor. La temperatura del agua cercana a la superficie debe reducirse como resultado de la sensible pérdida de calor, la cual hace que se reduzca la presión de saturación y, por ende, la concentración de vapor en la interfase.

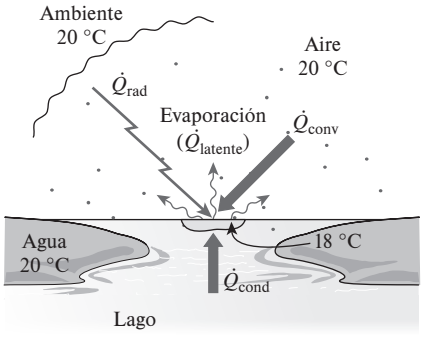


FIGURA 14-56

Diferentes mecanismos de transferencia de calor involucrados durante la evaporación de agua de la superficie de un lago.

Esta reducción de temperatura crea diferencias de temperatura dentro del agua tanto en la parte superior como entre el agua y el aire circundante. Estas diferencias impulsan la transferencia de calor hacia la superficie del agua desde el aire y las partes más profundas, como se muestra en la figura 14-56. Si la velocidad de evaporación es elevada y, por tanto, la demanda de calor de vaporización es mayor que la

cantidad de calor que puede suministrarse de las partes inferiores del cuerpo del agua y los alrededores, el déficit es conformado del calor sensible del agua en la superficie, de modo que la temperatura del agua en la superficie es afectada aún más. Este proceso continúa hasta que el calor latente de vaporización es igual a la transferencia de calor hacia el agua en la superficie. Una vez que se han experimentado las condiciones de operación estacionarias y que la temperatura en la interfase se haya estabilizado, el equilibrio de energía en una delgada capa de líquido en la superficie puede expresarse como:

$$\dot{Q}_{\text{sensible, transferido}} = \dot{Q}_{\text{latente, absorbido}} \text{ o } \dot{Q} = \dot{m}_v h_{fg} \quad \textbf{(14-91)}$$

donde $\dot{m}_v$ es la velocidad de evaporación y h_{fg} el calor latente de vaporización del agua a la temperatura de la superficie. En la tabla 14-14 se proporcionan varias expresiones de $\dot{m}_v$ con diferentes aproximaciones. Las propiedades de mezclas como el calor específico c_p y la masa molar M deben evaluarse normalmente a la *composición pelicular media* y *a la temperatura pelicular media.* Sin embargo, cuando se trata con mezclas aire-vapor de agua en condiciones atmosféricas u otras situaciones de flujo de masa pequeño, podemos utilizar las propiedades del gas con una precisión razonable.

La $\dot{Q}$ en la ecuación 14-91 representa todas las formas de calor de todas las fuentes que se transfieren hacia la superficie, incluyendo la convección y la radiación proveniente de los alrededores y la conducción proveniente de las partes más profundas del agua debido a la energía sensible del agua en sí misma o por el calentamiento del cuerpo acuoso con un calentador de resistencias, una bobina de calentamiento e inclusive por medio de reacciones químicas en el agua. Si la transferencia de calor del cuerpo acuoso hacia la superficie, así como la radiación proveniente de los alrededores es despreciable, lo cual a menudo es el caso, entonces la pérdida de calor por evaporación debe ser igual a la ganancia de calor por convección. Es decir,

$$\dot{Q}_{\text{conv}} = \dot{m}_v h_{fg} \quad \text{o} \quad h_{\text{conv}} A_s (T_\infty - T_s) = \frac{h_{\text{conv}} A_s h_{fg}}{c_p \text{Le}^{2/3}} \frac{M_v}{M} \frac{P_{v,s} - P_{v,\infty}}{P}$$

Eliminando $h_{\text{conv}} A_s$ en ambos lados de la segunda ecuación se obtiene:

$$T_s = T_\infty - \frac{h_{fg}}{c_p \text{Le}^{2/3}} \frac{M_v}{M} \frac{P_{v,s} - P_{v,\infty}}{P} \quad \textbf{(14-92)}$$

la cual es una relación para obtener la temperatura del líquido en condiciones estacionarias.

TABLA 14-14

Diferentes expresiones de la velocidad de evaporación de un líquido hacia un gas a través de un área de interfase A_s bajo diferentes aproximaciones (subíndice v quiere decir vapor, s quiere decir interfase líquido-gaseoso e ∞ quiere decir lejos de la interfase

Suposición	Velocidad de evaporación
General	$\dot{m}_v = h_{\text{masa}} A_s (\rho_{v,s} - \rho_{v,\infty})$
Suponiendo que el vapor sean un gas ideal $P_v = \rho_v R_v T$	$\dot{m}_v = \frac{h_{\text{masa}} A_s}{R_v} \left(\frac{P_{v,s}}{T} - \frac{P_{v,\infty}}{T_\infty} \right)$
Utilizando la analogía de Chilton-Colburn $h_{\text{calor}} = \rho c_p h_{\text{masa}} \text{Le}^{2/3}$	$\dot{m}_v = \frac{h_{\text{calor}} A_s}{\rho c_p \text{Le}^{2/3} R_v} \left(\frac{P_{v,s}}{T} - \frac{P_{v,\infty}}{T_\infty} \right)$
Utilizando $\frac{1}{T_s} - \frac{1}{T_\infty} \approx \frac{1}{T}$, donde $T = \frac{T_s + T_\infty}{2}$	$\dot{m}_v = \frac{h_{\text{calor}} A_s}{c_p \text{Le}^{2/3}} \frac{M_v}{M} \frac{P_{v,s} - P_{v,\infty}}{P}$

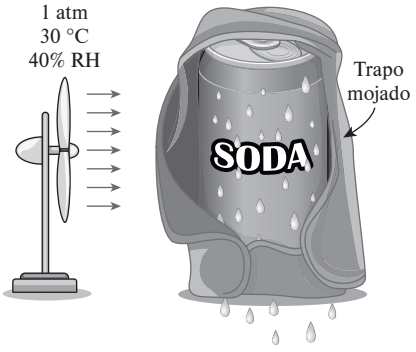


FIGURA 14-57
Esquema para el ejemplo 14-13.

EJEMPLO 14-13 **Enfriamiento evaporativo de una bebida enlatada**

Durante un día cálido de verano, se va a enfriar una bebida enlatada envolviéndola con un trapo que se mantiene húmedo permanentemente y a través de un flujo de aire proveniente de un ventilador (figura 14-57). Si las condiciones ambientales son de 1 atm, 30 °C y 40% de humedad relativa, calcule la temperatura de la bebida cuando se alcancen condiciones estacionarias.

SOLUCIÓN Se echa aire sobre una bebida enlatada envuelta en un trapo húmedo para enfriarla por medio de transferencia simultánea de calor y masa. Se calculará la temperatura de la bebida cuando se obtengan condiciones estacionarias.

Suposiciones **1** Existen condiciones de bajo flujo de masa, de tal forma que la analogía Chilton-Colburn entre la transferencia de calor y de masa es aplicable puesto que la fracción de masa de vapor en el aire es baja (alrededor de 2% para aire saturado a 25 °C). **2** Tanto el aire como el vapor de agua en las condiciones especificadas son gases ideales (el error involucrado en esta suposición es menor a 1%). **3** Los efectos de la radiación son despreciables.

Propiedades Debido a las condiciones de bajo flujo de masa, se pueden utilizar las propiedades del aire seco para la mezcla a la temperatura promedio de $(T_\infty + T_s)/2$ la cual no puede calcularse en este momento debido a que se desconoce la temperatura superficial T_s. Sabemos que $T_s < T_\infty$ y, para propósitos de la evaluación de propiedades, se toma el valor de T_s como 20 °C. Entonces, las propiedades del agua a 20 °C y las propiedades del aire seco a la temperatura promedio de 25 °C y 1 atm son (tablas A-9 y A-15)

Agua: $h_{fg} = 2\,454$ kJ/kg, $P_v = 2.34$ kPa; también, $P_v = 4.25$ kPa a 30 °C

Aire seco: $c_p = 1.007$ kJ/kg·°C, $\alpha = 2.141 \times 10^{-5}$ m^2/s

Las masas molares del agua y del aire son 18 y 29 kg/kmol, respectivamente (tabla A-1). Asimismo, la difusividad de masa del vapor de agua en el aire a 25 °C es $D_{\text{H}_2\text{O-aire}} = 2.50 \times 10^{-5}$ m^2/s (tabla 14-4).

Análisis Utilizando la analogía de Chilton-Colburn, la temperatura superficial de la bebida puede calcularse a partir de la ecuación 14-92:

$$T_s = T_\infty - \frac{h_{fg}}{c_p \text{Le}^{2/3}} \frac{M_v}{M} \frac{P_{v,s} - P_{v,\infty}}{P}$$

donde el número de Lewis es:

$$\text{Le} = \frac{\alpha}{D_{AB}} = \frac{2.141 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s}}{2.5 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s}} = 0.856$$

Observe que, por simplicidad, se pudo tomar como el valor del número de Lewis al 1, sin embargo, se decidió incorporarlo para obtener resultados más precisos.

El aire en la superficie está saturado y, por tanto, la presión de vapor en la superficie es simplemente la presión de saturación del agua en la temperatura de la superficie (2.34 kPa). La presión de valor del aire que sopla hacia afuera de la superficie es:

$$P_{v,\infty} = \phi P_{\text{sat @ } T_\infty} = (0.40) P_{\text{sat @ 30 °C}} = (0.40)(4.25\ \text{kPa}) = 1.70\ \text{kPa}$$

Observando que la presión atmosférica es de 1 atm = 101.3 kPa y sustituyendo se obtiene,

$$T_s = 30\ ^\circ\text{C} - \frac{2\,454\ \text{kJ/kg}}{(1.007\ \text{kJ/kg·K})(0.856)^{2/3}} \frac{18\ \text{kg/kmol}}{29\ \text{kg/kmol}} \frac{(2.34 - 1.70)\text{kPa}}{101.3\ \text{kPa}}$$

$$= \mathbf{19.4\ ^\circ C}$$

Por tanto, la temperatura de la bebida puede reducirse a 19.4 °C por medio de este proceso.

EJEMPLO 14-14 Pérdida de calor en baños de agua caliente descubiertos

Los baños de agua caliente con tapas abiertas se utilizan por lo regular en plantas de manufactura por varias razones. En una planta que fabrica pinturas en aerosol, las latas de pintura presurizadas son probadas en cuanto a la temperatura sumergiéndolas en agua caliente a 50 °C en una tina rectangular de 40 cm de profundidad y manteniéndolas ahí hasta que las latas se calienten y su temperatura alcance los 50 °C con el fin de garantizar que estas puedan soportar temperaturas de hasta 50 °C durante su transporte y almacenamiento (figura 14-58). La tina de agua es de 1 m de ancho y 3.5 m de longitud, y su parte superior está al aire ambiental para facilitar que los trabajadores puedan vigilarla continuamente. Si las condiciones promedio de la planta son 92 kPa, 25 °C y 52% de humedad relativa, calcule la velocidad de pérdida de calor de la superficie del baño de agua por *a*) radiación, *b*) convección natural y *c*) evaporación. Suponga que el agua está bien agitada y se mantiene a una temperatura uniforme de 50 °C en todo momento por medio de un calentador. Considere que la temperatura promedio de las superficies circundantes es de 20 °C.

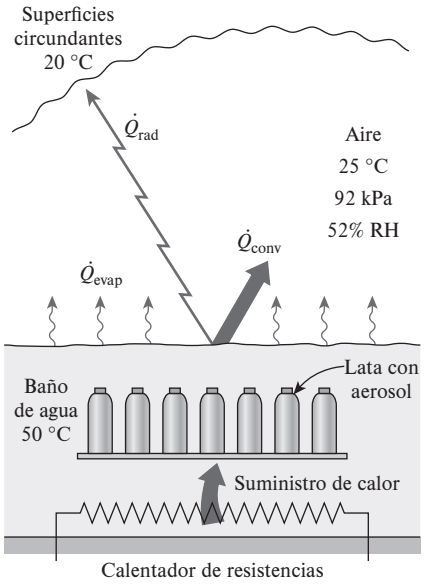


FIGURA 14-58
Esquema para el ejemplo 14-14.

SOLUCIÓN La temperatura de las latas de pintura en aerosol se prueba sumergiéndolas en un baño de agua caliente con la tapa abierta. Se calcularán las velocidades de pérdida de calor de la superficie del baño por radiación, convección natural y evaporación.

Suposiciones **1** Existen condiciones de bajo flujo de masa, de tal forma que la analogía Chilton-Colburn entre la transferencia de calor y masa es aplicable, ya que la fracción de masa de vapor en el aire es baja (alrededor de 2% para el aire saturado a 300 K). **2** Tanto el aire como el vapor de agua en condiciones especificadas son gases ideales (el error que involucra esta suposición es menor a 1%) **3** El agua se mantiene a una temperatura uniforme de 50 °C.

Propiedades Las propiedades relevantes para cada modo de transferencia de calor se calculan más adelante en sus respectivas secciones.

Análisis *a*) La emisividad del agua líquida se proporciona en la tabla A-18 y su valor es de 0.95. Entonces, la pérdida de calor por radiación del agua hacia las superficies circundantes es:

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{rad}} &= \varepsilon A_s \sigma (T_s^4 - T_{\text{alred}}^4) \\ &= (0.95)(3.5\ \text{m}^2)(5.67 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}^4)[(323\ \text{K})^4 - (293\ \text{K})^4] \\ &= \mathbf{663\ W}\end{aligned}$$

b) La mezcla aire-vapor de agua está diluida y, por tanto, se pueden utilizar las propiedades del aire seco para la mezcla a la temperatura promedio de $(T_\infty + T_s)/2 = (25 + 50)/2 = 37.5$ °C. Observando que la presión atmosférica total es de 92/101.3 = 0.9080 atm, las propiedades del aire seco a 37.5 °C y 0.9080 atm son (tabla A-15):

$$\begin{aligned}k &= 0.02644\ \text{W/m}\cdot\text{K}, \quad \text{Pr} = 0.7262\ \text{(independiente de la presión)} \\ \alpha &= (2.312 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s})/0.9080 = 2.546 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s} \\ \nu &= (1.679 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s})/0.9080 = 1.849 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s}\end{aligned}$$

Las propiedades del agua a 50 °C son:

$$h_{fg} = 2\,383\ \text{kJ/kg} \quad \text{y} \quad P_v = 12.35\ \text{kPa}$$

El aire de la superficie está saturado, por tanto, la presión de vapor en la superficie es simplemente la presión de saturación del agua a la temperatura superficial. La presión de vapor del aire que está alejado de la superficie del agua es:

$$P_{v,\infty} = \phi P_{\text{sat @ } T_\infty} = (0.52)P_{\text{sat @ 25 °C}} = (0.52)(3.17\ \text{kPa}) = 1.65\ \text{kPa}$$

Tratando al vapor de agua y al aire como si fueran gases ideales y observando que la presión atmosférica total es la suma de las presiones del vapor y del aire seco, las densidades del vapor de agua, del aire seco y de su mezcla en la interfase agua-aire y alejado de la superficie se calcula como:

$$\textit{En la superficie:}\quad \rho_{v,s}=\frac{P_{v,s}}{R_v T_s}=\frac{12.35\ \text{kPa}}{(0.4615\ \text{kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{K})(323\ \text{K})}=0.0829\ \text{kg/m}^3$$

$$\rho_{a,s}=\frac{P_{a,s}}{R_a T_s}=\frac{(92-12.35)\ \text{kPa}}{(0.287\ \text{kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{K})(323\ \text{K})}=0.8592\ \text{kg/m}^3$$

$$\rho_s=\rho_{v,s}+\rho_{a,s}=0.0829+0.8592=0.9421\ \text{kg/m}^3$$

$$\textit{Lejos de la superficie:}\quad \rho_{v,\infty}=\frac{P_{v,\infty}}{R_v T_\infty}=\frac{1.65\ \text{kPa}}{(0.4615\ \text{kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{K})(298\ \text{K})}=0.0120\ \text{kg/m}^3$$

$$\rho_{a,\infty}=\frac{P_{a,\infty}}{R_a T_\infty}=\frac{(92-1.65)\ \text{kPa}}{(0.287\ \text{kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{K})(298\ \text{K})}=1.0564\ \text{kg/m}^3$$

$$\rho_\infty=\rho_{v,\infty}+\rho_{a,\infty}=0.0120+1.0564=1.0684\ \text{kg/m}^3$$

El área de la superficie del baño de agua es A_s = (3.5 m)(1 m) = 3.5 m^2, y su perímetro es p = 2(3.5 + 1) = 9 m. Por tanto, la longitud característica es:

$$L_c=\frac{A_s}{p}=\frac{3.5\ \text{m}^2}{9\ \text{m}}=0.3889\ \text{m}$$

Entonces, usando densidades (en vez de temperaturas) puesto que la mezcla no es homogénea, el número de Grashof es:

$$\text{Gr}=\frac{g(\rho_\infty-\rho_s)L_c^3}{\rho\nu^2}$$

$$=\frac{(9.81\ \text{m/s}^2)(1.0684-0.9421\ \text{kg/m}^3)(0.3889\ \text{m})^3}{[(0.9421+1.0684)/2\ \text{kg/m}^3](1.849\times10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s})^2}$$

$$=2.121\times10^8$$

Reconociendo que este es un problema de convección natural con una superficie horizontal caliente viendo hacia arriba, el número de Nusselt y los coeficientes de transferencia de calor por convección se calculan como:

$$\text{Nu}=0.15(\text{Gr}\,\text{Pr})^{1/3}=0.15(2.121\times10^8\times0.7262)^{1/3}=80.41$$

$$h_{\text{conv}}=\frac{\text{Nu}k}{L_c}=\frac{(80.41)(0.02644\ \text{W/m}\cdot\text{K})}{0.3889\ \text{m}}=5.47\ \text{W/m}^2\cdot\text{K}$$

Entonces, la velocidad de transferencia de calor por convección natural es:

$$\dot{Q}_{\text{conv}}=h_{\text{conv}}A_s(T_s-T_\infty)$$

$$=(5.47\ \text{W/m}^2\cdot\text{K})(3.5\ \text{m}^2)(50-25)\ ^\circ\text{C}=\mathbf{479W}$$

Observe que la magnitud de la transferencia de calor por convección natural es comparable con la de la radiación, como se esperaba.

c) Utilizando la analogía entre la convección de calor y de masa, el coeficiente de transferencia de masa se calcula de la misma forma reemplazando Pr por Sc. La difusividad de masa del vapor de agua en el aire a una temperatura promedio de 310.5 K se calcula a partir de la ecuación 14-15 como:

$$D_{AB}=D_{\text{H}_2\text{O-aire}}=1.87\times10^{-10}\frac{T^{2.072}}{P}=1.87\times10^{-10}\frac{310.5^{2.072}}{0.908}$$

$$=3.00\times10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s}$$

El número de Schmidt es:

$$\text{Sc} = \frac{\nu}{D_{AB}} = \frac{1.849 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s}}{3.00 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s}} = 0.616$$

El número de Sherwood y los coeficientes de transferencia de masa se calculan como sigue:

$$\text{Sh} = 0.15(\text{Gr}\,\text{Sc})^{1/3} = 0.15(2.121 \times 10^8 \times 0.616)^{1/3} = 76.1$$

$$h_{\text{masa}} = \frac{\text{Sh}D_{AB}}{L_c} = \frac{(76.1)(3.00 \times 10^{-5}\ \text{m}^2/\text{s})}{0.3889\ \text{m}} = 0.00587\ \text{m/s}$$

Entonces, la velocidad de evaporación y la tasa de transferencia de calor por evaporación son:

$$\begin{aligned}\dot{m}_v &= h_{\text{masa}} A_s(\rho_{v,s} - \rho_{v,\infty}) \\ &= (0.00587\ \text{m/s})(3.5\ \text{m}^2)(0.0829 - 0.0120)\ \text{kg/m}^3 \\ &= 0.00146\ \text{kg/s} = 5.24\ \text{kg/h} \\ \dot{Q}_{\text{evap}} &= \dot{m}_v h_{fg} = (0.00146\ \text{kg/s})(2\,383\ \text{kJ/kg}) = 3.479\ \text{kW} = \mathbf{3\,479\ W}\end{aligned}$$

la cual es más de siete veces la velocidad de transferencia de calor por convección natural.

Por último, observando que la dirección de la transferencia de calor es siempre desde una temperatura elevada a una baja, todas las formas de transferencia de calor calculada antes son en la misma dirección, y la tasa total de pérdida de calor desde el agua hacia el aire y las superficies circundantes es:

$$\dot{Q}_{\text{total}} = \dot{Q}_{\text{rad}} + \dot{Q}_{\text{conv}} + \dot{Q}_{\text{evap}} = 663 + 479 + 3\,479 = 4\,621\ \text{W}$$

Discusión Observe que si el baño de agua se calentara eléctricamente, sería necesario un calentador de resistencias de 4.6 kW solo para compensar la pérdida de calor de la superficie. El tamaño del calentador tendría que ser mayor para incluir las pérdidas de calor de las superficies lateral e inferior del baño, así como el calor absorbido por las latas de pintura en aerosol conforme son calentadas a 50 °C. Es necesario suministrar agua al baño a una velocidad de 5.24 kg/h para compensar la pérdida de agua por evaporación. En realidad, la temperatura superficial quizá será un poco más baja que la temperatura masiva del agua y, por tanto, las tasas de transferencia de calor serán menores que las que se indican aquí.

RESUMEN

La transferencia de masa es el movimiento de una especie química desde una región de alta concentración hacia una de baja en relación con la otra especie química presente en el medio. La transferencia de calor y masa son análogas entre sí, y se pueden establecer paralelismos entre ambas. Las fuerzas motrices son la *diferencia de temperaturas* en el caso de la transferencia de calor y la *diferencia de concentraciones* en el caso de la transferencia de masa. La ley de Fick de la difusión de la masa tiene la misma forma que la ley de Fourier de la conducción de calor. La generación de especies en un medio debido a las *reacciones homogéneas* es análoga a la generación de calor. Asimismo, la convección de masa debido al movimiento de fluido masivo es análoga a la convección de calor. Una temperatura superficial constante corresponde a una concentración constante en la superficie, y una pared adiabática corresponde a una pared impermeable. Sin embargo, la concentración por lo general no es una función continua en la interfase de fases.

La concentración de una especie A puede expresarse en términos de la densidad ρ_A o de la concentración molar C_A. También puede expresarse en forma adimensional en términos de la *fracción de masa o fracción molar* como:

Fracción de masa de la especie A: $$w_A = \frac{m_A}{m} = \frac{m_A/V}{m/V} = \frac{\rho_A}{\rho}$$

Fracción molar de la especie A: $$y_A = \frac{N_A}{N} = \frac{N_A/V}{N/V} = \frac{C_A}{C}$$

En el caso de una mezcla de gases ideales, la fracción molar de un gas es igual a su fracción de presión. La *ley de Fick* de la difusión de una especie A en una mezcla binaria estacionaria de las especies A y B en una dirección x específica se expresa como:

Con base en la masa:
$$j_{\text{difusión, }A} = \frac{\dot{m}_{\text{difusión, }A}}{A} = -\rho D_{AB}\frac{d(\rho_A/\rho)}{dx} = -\rho D_{AB}\frac{dw_A}{dx}$$

En base molar:
$$j_{\text{difusión, }A} = \frac{\dot{N}_{\text{difusión, }A}}{A} = -CD_{AB}\frac{d(C_A/C)}{dx} = -CD_{AB}\frac{dy_A}{dx}$$

donde D_{AB} es el *coeficiente de difusión* (o *difusividad de masa*) de la especie en la mezcla, $j_{\text{difusión, }A}$ es el *flujo de masa* difusiva de la especie A y $\bar{j}_{\text{difusión, }A}$ es *el flujo molar*.

Las fracciones molares de una especie i en las fases líquida y gaseosa en la interfase de una mezcla diluida son proporcionales entre sí y se expresan por medio de la *ley de Henry* como:

$$y_{i,\text{ lado líquido}} = \frac{P_{i,\text{ lado gaseoso}}}{H}$$

donde H es la *constante de Henry*. Cuando una mezcla no está diluida, una relación aproximada de las fracciones molares de una especie en los lados líquido y gaseoso de la interfase se pueden expresar de manera aproximada por medio de la *ley de Raoult* como:

$$P_{i,\text{ lado gaseoso}} = y_{i,\text{ lado gaseoso}}\,P = y_{i,\text{ lado líquido}}\,P_{i,\text{ sat}}(T)$$

donde $P_{i,\text{ sat}}(T)$ es la presión de saturación de la especie i a la temperatura de la interfase y P es la *presión total* en el lado de la fase gaseosa.

La interfase $C_{i,\ \text{lado sólido}}$ es proporcional a la *presión parcial* de la especie i en el gas $P_{i,\text{ lado gaseoso}}$ en el lado gaseoso de la interfase, y se expresa como:

$$C_{i,\text{ lado sólido}} = \mathscr{S} \times P_{i,\text{ lado gaseoso}}$$

donde $\mathscr{S}$ es la *solubilidad*. El producto de la *solubilidad* de un gas y el *coeficiente de difusión* del gas en un sólido se conoce como *permeabilidad* $\mathscr{P}$, la cual es una medida de la habilidad del gas de penetrar un sólido.

Si no hay niguna reacción química, las tasas de transferencia de masa $\dot{m}_{\text{difusión, }A}$ a través de una pared plana de área A y grosor L y de un recubrimiento cilíndrico y esférico de radio interior y exterior r_1 y r_2 en condiciones estacionarias unidimensionales se expresan como:

$$\dot{m}_{\text{difusión, }A\text{, pared}} = \rho D_{AB}A\frac{w_{A,1} - w_{A,2}}{L} = D_{AB}A\,\frac{\rho_{A,1} - \rho_{A,2}}{L}$$

$$\dot{m}_{\text{difusión, }A\text{, cilindro}} = 2\pi L\rho D_{AB}\frac{w_{A,1} - w_{A,2}}{\ln(r_2/r_1)} = 2\pi LD_{AB}\,\frac{\rho_{A,1} - \rho_{A,2}}{\ln(r_2/r_1)}$$

$$\dot{m}_{\text{difusión, }A\text{, esfera}} = 4\pi r_1 r_2 \rho D_{AB}\frac{w_{A,1} - w_{A,2}}{r_2 - r_1} = 4\pi r_1 r_2 D_{AB}\frac{\rho_{A,1} - \rho_{A,2}}{r_2 - r_1}$$

La velocidad de flujo de un gas a través de una pared sólida plana en condiciones unidimensionales estacionarias también puede expresarse en términos de las presiones parciales del gas adyacente en los dos lados del sólido como:

$$\dot{N}_{\text{difusión, }A\text{, pared}} = D_{AB}\mathscr{L}_{AB}A\frac{P_{A,1} - P_{A,2}}{L} = \mathscr{P}_{AB}A\frac{P_{A,1} - P_{A,2}}{L}$$

donde $P_{A,1}$ y $P_{A,2}$ son las presiones parciales del gas A en ambos lados de la pared.

Durante la transferencia de masa en un *medio en movimiento*, las especies químicas son transportadas por difusión molecular y por movimiento masivo de fluido y las velocidades de las especies se expresan como:

$$V_A = V + V_{\text{difusión, }A} \quad V_B = V + V_{\text{difusión, }B}$$

donde V es la *velocidad de masa promedio del flujo*. Es la velocidad la que podría medirse por medio de un sensor de velocidad, y se expresa como:

$$V = w_A V_A + w_B V_B$$

El caso especial $V = 0$ corresponde a un *medio estacionario*. Utilizando la ley de difusión de Fick, los flujos totales de masa $j = \dot{m}/A$ en un medio en movimiento se expresan como:

$$j_A = \rho_A V + \rho_A V_{\text{difusión, }A} = w_A(j_A + j_B) - \rho D_{AB}\frac{dw_A}{dx}$$

$$j_B = \rho_B V + \rho_B V_{\text{difusión, }B} = w_B(j_A + j_B) - \rho D_{BA}\frac{dw_B}{dx}$$

La velocidad de convección de masa de la especie A en una mezcla se expresa de una manera análoga a la ley de enfriamiento de Newton como:

$$\dot{m}_{\text{conv}} = h_{\text{masa}}A_s(\rho_{A,s} - \rho_{A,\infty}) = h_{\text{masa}}\rho A_s(w_{A,s} - w_{A,\infty})$$

donde h_{masa} es el *coeficiente de transferencia de masa* promedio en m/s.

Las contrapartes de los números de Prandtl y Nusselt en la convección de masa son los *números de Schmidt* Sc y de *Sherwood* Sh, definidos como:

$$\text{Sc} = \frac{\nu}{D_{AB}} = \frac{\text{Difusividad del impulso}}{\text{Difusividad de la masa}} \text{ y } \text{Sh} = \frac{h_{\text{masa}}L_c}{D_{AB}}$$

Las magnitudes relativas de la difusión de calor y de masa en las capas de frontera térmica y de concentración se representan por medio del *número de Lewis,* definido como:

$$\text{Le} = \frac{\text{Sc}}{\text{Pr}} = \frac{\alpha}{D_{AB}} = \frac{\text{Difusividad térmica}}{\text{Difusividad de masa}}$$

Los coeficientes de transferencia de calor y masa a veces se expresan en términos del *número de Stanton* adimensional, el cual se define como:

$$\text{St} = \frac{h_{\text{conv}}}{\rho V c_p} = \text{Nu}\frac{1}{\text{Re Pr}} \quad \text{y} \quad \text{St}_{\text{masa}} = \frac{h_{\text{masa}}}{V} = \text{Sh}\frac{1}{\text{Re Sc}}$$

donde V es la velocidad de corriente libre en el flujo externo y la velocidad del fluido medio masivo en el flujo interno. Para una determinada geometría y condiciones de frontera, el número de Sherwood en la convección natural o forzada puede calcularse a partir de la expresión correspondiente del número de Nusselt simplemente reemplazando el número de Prandtl por el número de Schmidt. Sin embargo, en la convección natural, el número de Grashof debe expresarse en términos de la diferencia de densidad en lugar de expresarse en términos de la diferencia de temperaturas.

Cuando las difusividades moleculares del impulso, del calor y de la masa son idénticas, tenemos $\nu = \alpha = D_{AB}$ y, por tanto, $\text{Pr} = \text{Sc} = \text{Le} = 1$. La similitud entre la transferencia de impulso, del calor y de la masa en este caso está dada por la *analogía de Reynolds* y se expresa como:

$$\frac{f}{2}\text{Re} = \text{Nu} = \text{Sh} \quad \text{o}$$

$$\frac{f}{2}\frac{V_\infty L}{\nu} = \frac{h_{\text{calor}} L}{k} = \frac{h_{\text{masa}} L}{D_{AB}} \quad \text{o} \quad \frac{f}{2} = \text{St} = \text{St}_{\text{masa}}$$

Para el caso general de $\text{Pr} \neq \text{Sc} \neq 1$, se modifica como sigue:

$$\frac{f}{2} = \text{St}\,\text{Pr}^{2/3} = \text{St}_{\text{masa}}\text{Sc}^{2/3}$$

la cual se conoce como la *analogía Chilton-Colburn*. La analogía entre la transferencia de calor y de masa se expresa de una manera más apropiada como:

$$h_{\text{calor}} = \rho c_p \text{Le}^{2/3}\, h_{\text{masa}} = \rho c_p (\alpha/D_{AB})^{2/3}\, h_{\text{masa}}$$

Para las mezclas aire-vapor de agua, $\text{Le}^{2/3} \equiv 1$ y, por tanto, esta relación se simplifica más. La analogía de convección calor-masa está limitada a casos de *flujo de masa lentos* en los que la velocidad de flujo de las especies que experimentan un flujo de masa es lenta en relación con la tasa de flujo total del líquido o de la mezcla de gas. Los problemas de transferencia de masa que involucran un cambio de fase (evaporación, sublimación, condensación, derretimiento, etc.) también involucran la transferencia de calor y dichos problemas se analizan considerando la transferencia de calor y de masa de manera simultánea.

BIBLIOGRAFÍA Y LECTURAS RECOMENDADAS

1. American Society of Heating, Refrigeration and Air Conditioning Engineers. *Handbook of Fundamentals.* Atlanta, GA: ASHRAE, 1993.
2. R.M. Barrer. *Diffusion In and Through Solids*. Nueva York: Macmillan, 1941.
3. R.B. Bird. "Theory of Diffusion". *Advances in Chemical Engineering* 1(1956), p. 170.
4. R.B. Bird, W.E. Stewart y E.N.Loghtfoot. *Transport Phenomena*. Nueva York: John Wiley & Sons, 1960.
5. S.Cai, L. Cremaschi y A.J.Ghajar. "Pipe Insulation Thermal Conductivity Under Dry and Wet Condensing Conditions with Moisture Ingress: A Critical Review" *HVAC&R Research* 20(4) (2014), pp. 458-479.
6. S.Cai, L. Cremaschi y A.J. Ghajar. "Moisture Accumulation and Its Impacto n the Thermal Performance of Pipe Insulation for Chilled Water Pipes in High Performance Buildings". *Proceedings of the International Refrigeration and Air Conditioning Conference at Purdue*, Julio 16-19, 2012.
7. L. Cremaschi, S. Cai, K.M.Worthington y A.J.Ghajar. "Measurements of Pipe Insulation Thermal Conductivity at Below Ambient Temperatures Part 1: Experimental Methodology and Dry Tests". *ASHRAE Transactions* 118(2012), pp. 1061-1076.
8. C.J. Geankoplis. *Mass Transport Phenomena*. Nueva York: Holt, Rinehart and Winston, 1972.
9. *Handbook of Chemistry and Physics*, 56th ed. Cleveland, OH: Chemical Rubber Publishing Co., 1976.
10. J.O. Hirshfelder, F.Curtis, y R.B. Bird. *Molecular Theory of Gases and Liquids.* Nueva York: John Wiley & Sons, 1954.
11. *International Critical Tables*. Vol. 3. Nueva York: McGraw-Hill,1928.
12. W.M. Kays, M.E. Crawford y B. Weigand. *Convective Heat and Mass Transfer*, 4th ed. Nueva York: McGraw-Hill, 2005.
13. T.R. Marrero y E.A. Mason. "Gaseous Diffusion Coefficients". *Journal of Phys. Chem. Ref. Data* 1(1972), pp. 3-118.
14. A.F. Mills. *Basic Heat and Mass Transfer.* Burr Ridge, IL: Richard D. Irwin, 1995.
15. J.H. Perry, ed. *Chemical Engineer´s Handbook*, 4a ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1963.
16. R.D. Reid, J.M. Prausnitz, y T.K. Herwood, *The Properties of Gases and Liquids*, 3a ed. Nueva York: McGraw-Hill, 1977.
17. A.H.P. Skelland. *Diffusional Mass Transfer*. Nueva York: John Wiley & Sons, 1974.
18. D.B. Spalding, *Convective Mass Transfer*. Nueva York: McGraw-Hill, 1963.
19. W.F. Stoecker y J.W. Jones. *Refrigeration and Air Conditioning*. Nueva York: McGraw-Hill, 1982.
20. L.C. Thomas. *Mass Transfer Suplement-Heat Transfer*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall,1991.
21. L.Van Black. *Elements of material Science and Engineering*, Reading, MA: Addison-Wesley, 1980.

PROBLEMAS *

Analogía entre transferencia de calor y de masa

14-1C ¿Cómo se define la concentración de un elemento valioso?, ¿cómo se define el gradiente de concentración?, ¿cómo se relaciona la tasa de difusión de un elemento valioso con el gradiente de concentración?

14-2C Proporcione ejemplos de transferencia de masa de *a*) líquido a gas, *b*) sólido a líquido, *c*) sólido a gas, y *d*) gas a líquido.

14-3C ¿Cuál es la fuerza impulsora de *a*) la transferencia de calor, *b*) el flujo de corriente eléctrica, *c*) el flujo de fluidos y, *d*) la transferencia de masa?

14-4C Tanto la ley de conducción de calor de Fourier como la ley de difusión de masa de Fick pueden expresarse como $\dot{Q} = -kA(dT/dx)$. ¿Qué representan las cantidades $\dot{Q}$, k, A y T en *a*) la conducción de calor, y *b*) la difusión de masa?

14-5C ¿En qué difiere la transferencia de masa del flujo masivo de fluidos? ¿Puede presentarse una transferencia de masa en un medio homogéneo?

14-6C ¿Qué representan en una transferencia de masa *a*) las reacciones homogéneas y, *b*) las reacciones heterogéneas? ¿A qué corresponden en la transferencia de calor?

Difusión de masa

14-7C Alguien afirma que la masa y las fracciones molares para una mezcla de gases CO_2 y N_2O son idénticas. ¿Está de acuerdo con esto? Explique.

14-8C Marque estos enunciados como Verdadero o Falso para una mezcla binaria de las sustancias *A* y *B*.

_____ *a*) La densidad de una mezcla es siempre igual a la suma de las densidades de sus elementos constitutivos.

_____ *b*) La relación de la densidad del componente *A* y la densidad del componente *B* es igual a la fracción de masa del componente *A*.

_____ *c*) Si la fracción de masa del componente *A* es mayor a 0.5, entonces al menos la mitad del número de moles de la mezcla son del componente *A*.

_____ *d*) Si las masas molares de *A* y *B* son iguales entre sí, entonces la fracción de masa de *A* será igual a la fracción molar de *A*.

_____ *e*) Si las fracciones molares de *A* y *B* son 0.5, entonces la masa molar de la mezcla es simplemente el promedio aritmético de las masas molares de *A* y *B*.

14-9C La ley de difusión de Fick se expresa en base másica y molar como $\dot{m}_{\text{difusión, }A} = -\rho A D_{AB}(dw_A/dx)$ y $\dot{N}_{\text{difusión, }A} = -CAD_{AB}(dy_A/dx)$, respectivamente. ¿Los coeficientes de difusión D_{AB} en las dos relaciones son iguales o diferentes?

14-10C ¿Cómo cambia la difusividad de masa de una mezcla de gas con *a*) la temperatura y, *b*) la presión?

14-11C A una determinada temperatura y presión, ¿cree que la difusividad de masa del aire en vapor de agua será igual a la difusividad de masa de vapor de agua en aire? Explique.

14-12C A una determinada temperatura y presión, ¿cree que la difusividad de masa del cobre en aluminio será igual a la difusividad de masa del aluminio en cobre? Explique.

14-13C En una instalación de producción masiva se endurecen componentes de acero por medio de difusión de carbono. ¿Llevaría a cabo el proceso de endurecimiento a temperatura ambiente o en un horno a elevadas temperaturas, digamos a 900 °C?, ¿por qué?

14-14 Determine la fracción máxima de masa del bicarbonato de calcio [$Ca(HCO_3)_2$] en agua a 300 K.

14-15 Se proporciona la composición de aire húmedo en base molar como 78% de N_2, 20% de O_2 y 2% de vapor de agua. Calcule las fracciones de masa de los elementos constitutivos del aire. *Respuestas:* 76.4% de N_2, 22.4% de O_2, 1.2 % de H_2O

14-16 El análisis molar de una mezcla de gases a 290 K y 250 kPa es 65% de N_2, 20% de O_2 y 15% de CO_2. Determine la fracción de masa y la presión parcial de cada gas.

14-17I Una mezcla de gases consta de 7 lbm de O_2, 8 lbm de N_2 y 10 lbm de CO_2. Determine *a*) la fracción de masa de cada componente, *b*) la fracción molar de cada componente, y *c*) la masa molar promedio de la mezcla.

14-18 C&S La Environmental Protection Agency (EPA, Agencia de Protección Ambiental) fija el nivel de contaminación por partículas para los Estándares de Calidad del Aire Ambiental Nacional (NAAQS) para proteger la salud del público (40 CFR parte 50). Para partículas atmosféricas que son menores a 2.5 μm ($PM_{2.5}$), el NAAQS fija el nivel de contaminación en el aire ambiental en 35 μg/m^3 en un tiempo promedio de un día. Más allá de este nivel, $PM_{2.5}$ se convierte en un contaminante muy dañino para la salud pública y del ambiente. Si la fracción de masa de $PM_{2.5}$ es de 0.62 mg/kg en un aire ambiental a 0 °C, determine si el nivel de $PM_{2.5}$ está por arriba del límite fijado por el NAAQS.

14-19 Una mezcla de gases consta de 10 kmol de H_2 y 2 kmol de N_2. Calcule la masa de cada gas y la constante aparente del gas de la mezcla.

14-20 C&S El Acta de Aire Limpio requiere que la Agencia para la Protección Ambiental (EPA) fije los Estándares de Calidad del Aire del Ambiente a nivel Nacional (NAAQS) para combatir los contaminantes del aire que son dañinos al ambiente (40 CFR parte 50). El monóxido de carbono (CO) es uno de los principales contaminantes listados por el NAAQS. Por protección a la salud pública, el nivel de CO en el aire ambiental que fijó la NAAQS es de 35 partes por millón (ppm)

* Los problemas señalados con una "C" son preguntas conceptuales en las que se alienta a los estudiantes a responderlas todas. Los problemas designados con una "I" están en unidades del sistema inglés, y los usuarios del SI pueden ignorarlos. Los problemas con el icono son de naturaleza integral y están destinados a resolverse con el software adecuado. Los problemas con el icono PtD son problemas de prevención a través del diseño (*Prevention through Design*). Los problemas con el icono C&S son de códigos y estándares (*Codes and Standards*).

en volumen en un tiempo promedio de una hora. Más allá de dicho nivel, el CO se considera dañino para la salud pública y el medio ambiente. Si las presiones parciales de CO y del aire están en una relación de 0.01:0.99, calcule si el CO está a un nivel mayor al fijado por la NAAQS de 35 ppm.

14-21 C&S El plomo (Pb) es uno de los principales contaminantes que el Acta de Aire Limpio (40 CFR parte 50) requiere que la Agencia para la Protección Ambiental (EPA) liste en los Estándares de Calidad del Aire del Ambiente a nivel Nacional (NAAQS). El nivel de plomo en el aire fijado por la NAAQS es de 0.15 $\mu g/m^3$ un tiempo promedio de tres meses para proteger la salud del público y el medio ambiente. Más allá de dicho nivel, el plomo se considera dañino para el público y el medio ambiente. Si el nivel de plomo que se encuentra en el aire de una zona residencial a 20 °C es de 0.005 mol/kmol por un tiempo de tres meses, determine si el nivel de plomo es dañino. La masa molar del plomo es 207.2 kg/kmol.

14-22 C&S La Agencia para la Protección Ambiental (EPA) fija el nivel de contaminación por partículas para los Estándares de Calidad del Aire del Ambiente a nivel Nacional (NAAQS) para proteger la salud pública y el medio ambiente (40 CFR parte 50). Para el caso de partículas atmosféricas menores a 10 μm (PM_{10}), la NAAQS fija un nivel de contaminantes en el aire del ambiente de 150 $\mu g/m^3$ en un tiempo promedio de un día. Más allá de este nivel, el PM_{10} se convierte en un contaminante dañino para la salud pública y el ambiente. Considere un ambiente donde se encuentra que la concentración molar de partículas de hollín PM_{10} es de 0.01 mol/m^3 en el aire ambiental a 20 °C. Determine si el nivel de partículas de hollín PM_{10} es dañino. La masa molar del hollín es de 12.01 kg/kmol.

14-23 C&S El dióxido de azufre (SO_2) es uno de los principales contaminantes que la Agencia para la Protección Ambiental (EPA) ha listado en los Estándares de Calidad del Aire del Ambiente a nivel Nacional (NAAQS) como requerido por el Acto de Aire Limpio (40 CFR parte 50). El nivel de SO_2 en el aire ambiental fijado por la NAAQS es de 0.5 partes por millón (ppm) en volumen en un tiempo promedio de 3 horas para proteger el bienestar del público. Más allá de dicho nivel, el SO_2 se convierte en un contaminante dañino para el ambiente. Si la fracción de masa del SO_2 en el aire ambiental a 20 °C es de 0.5 mg/kg, determine si el nivel de SO_2 está por arriba del límite fijado por la NAAQS.

14-24 Determine el coeficiente de difusión binario de CO_2 en el aire a *a*) 200 K y 1 atm, *b*) 400 K y 0.5 atm, y *c*) 600 K y 5 atm.

14-25 Repita el problema 14-24 para O_2 en N_2.

14-26 Determine el coeficiente de difusión binaria del *a*) dióxido de carbono en nitrógeno, *b*) dióxido de carbono en oxígeno y, *c*) dióxido de carbono en hidrógeno a 320 K y 2 atm.

14-27 El coeficiente de difusión del hidrógeno en acero está dado en función de la temperatura como:

$$D_{AB} = 1.65 \times 10^{-6} \exp(-4\,630/T)\ (m^2/s)$$

donde T está en K. Determine los coeficientes de difusión a 300 K, 500 K, 1 000 K y 1 500K.

14-28 Reconsidere el problema 14-27. Utilizando el software apropiado, grafique el coeficiente de difusión en función a la temperatura en el rango de 200 K a 1 200 K.

Condiciones de frontera

14-29C Considere la superficie libre de un lago expuesto a la atmósfera. Si el aire en la superficie del lago está saturado, ¿será la misma fracción de vapor de agua en el aire en la superficie del lago que la fracción molar del agua en el lago (la cual es de casi 1)?

14-30C Al prescribir una condición límite para la transferencia de masa en una interfase sólido-gas, ¿por qué se tiene que especificar el lado de la superficie (ya sea en el lado sólido o gaseoso)?, ¿por qué no se hace en el caso de una transferencia de calor?

14-31C Escriba tres condiciones de frontera para la transferencia de masa (con base en la masa) de la especie A en $x = 0$ que corresponda a la temperatura especificada, al flujo de calor especificado y a las condiciones de frontera por convección en la transferencia de calor.

14-32C ¿Qué es una superficie impermeable en la transferencia de masa?, ¿cómo se expresa matemáticamente (o en base molar)?, ¿a qué corresponde en transferencia de calor?

14-33C Utilizando datos sobre solubilidad de un sólido en un líquido específico, explique cómo determinaría la fracción molar del gas disuelto en el líquido en la interfase a una temperatura específica.

14-34C Utilizando los datos constantes de Henry para un gas disuelto en un líquido, explique cómo determinaría la fracción molar del gas disuelto en el líquido en la interfase a una temperatura específica.

14-35C Utilizando las propiedades de agua saturada, explique cómo determinaría la fracción molar del vapor de agua en la superficie de un lago cuando se proporcionen la temperatura de la superficie del lago y la presión atmosférica.

14-36C Utilizando datos de solubilidad de un gas en un sólido, explique cómo determinaría la concentración molar del gas en el sólido en la interfase sólido-gas a una temperatura específica.

14-37C ¿Qué es la permeabilidad? ¿Cómo se relaciona la permeabilidad de un gas en un sólido con la solubilidad del gas en dicho sólido?

14-38 Determine la fracción molar del dióxido de carbono (CO_2) disuelto en agua en la superficie del agua a 300 K. La fracción molar del CO_2 en el aire es de 0.006 y la presión atmosférica local es de 100 kPa.

14-39I Se rocía agua en al aire a 80 °F y 14.3 psia y las gotas de agua que caen se recolectan en un contenedor sobre el piso. Determine las fracciones de masa y molar del aire disuelto en el agua.

14-40 Considere un vaso de agua en un cuarto a 15 °C y 97 kPa. Si la humedad relativa dentro del cuarto es de 100% y el agua y el aire están en equilibrio térmico y de fase, determine *a*) la fracción molar del vapor de agua en el aire y *b*) la fracción molar del aire en el agua.

14-41I Calcule la fracción molar del vapor de agua en la superficie de un lago cuya temperatura en la superficie es de 70 °F y compárela con la fracción molar del agua en el lago. Considere el valor de la presión atmosférica a nivel del lago de 13.8 psia.

14-42 Calcule la fracción molar del aire seco en la superficie de un lago cuya temperatura es de 18 °C. Considere el valor de la presión atmosférica a nivel del lago de 100 kPa.

14-43 Reconsidere el problema 14-42. Utilizando el software apropiado, grafique la fracción molar del aire seco en la superficie del lago en función de la temperatura del lago conforme esta varía de 5 a 30 °C y comente los resultados.

14-44 Se tiene una bebida carbonatada dentro de una botella a 37 °C y 130 kPa. Suponiendo que el espacio del gas que está arriba del líquido consiste en una mezcla saturada de CO_2 y vapor de agua y tratando a la bebida como si fuera agua, determine *a*) la fracción molar del vapor de agua en el gas CO_2 y *b*) la masa de CO_2 disuelta en una bebida de 200 mL. *Respuestas: a*) 4.9%, *b*) 0.28 g

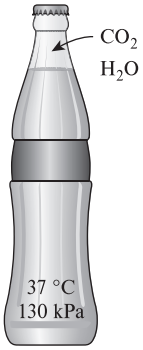


FIGURA P14-44

14-45 Considere una placa de hule que está en contacto con gas nitrógeno a 298 K y 250 kPa. Determine la densidad molar y la densidad en la interfase del nitrógeno en la placa de hule. *Respuestas*: 0.0039 kmol/m^3, 0.1092 kg/m^3

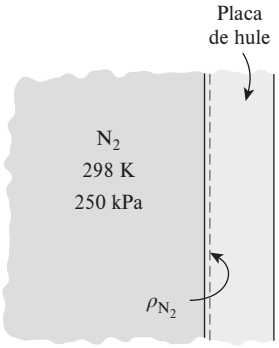


FIGURA P14-45

14-46 Una pared fabricada de hule natural separa a gases de O_2 y N_2 a 25 °C y 750 kPa. Determine las concentraciones molares de O_2 y N_2 en la pared.

14-47 Se almacena gas hidrógeno a 750 kPa y 85 °C en un recipiente esférico de níquel. Dicho recipiente se encuentra en un ambiente con aire atmosférico a 1 atm. Determine las concentraciones molares y de masa del hidrógeno en el níquel en las superficies interior y exterior del recipiente.

14-48 Fluye gas nitrógeno puro a 200 kPa y 25 °C dentro de una tubería de hule circular de gran longitud. El aire atmosférico circundante a la tubería está a 1 atm y 25 °C con 79% de nitrógeno y 21% de oxígeno. Determine las concentraciones molares del *a*) nitrógeno, y *b*) oxígeno en hule en las superficies interior y exterior de la tubería.

14-49 Se tiene una pared de níquel que separa gas hidrógeno que se mantiene en un lado a 5 atm, y en el lado opuesto a 3 atm. Si la temperatura es constante a 85 °C, calcule *a*) las densidades de masa del gas hidrógeno en la pared de níquel en ambos lados y, *b*) las densidades de masa del hidrógeno fuera de la pared de níquel en ambos lados.

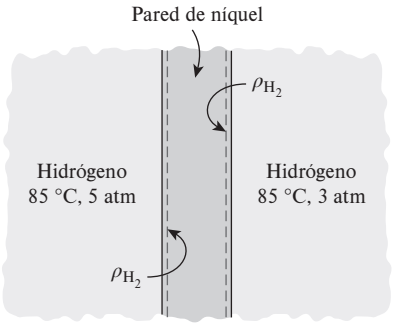


FIGURA P14-49

14-50 Considere una membrana de hule que separa gas de dióxido de carbono que se mantiene de un lado a 2 atm y de lado opuesto a 1 atm. Si la temperatura es constante a 25 °C, determine *a*) las densidades molares del dióxido de carbono en la membrana de hule en ambos lados, y *b*) las densidades molares del dióxido de carbono fuera de la membrana de hule en ambos lados.

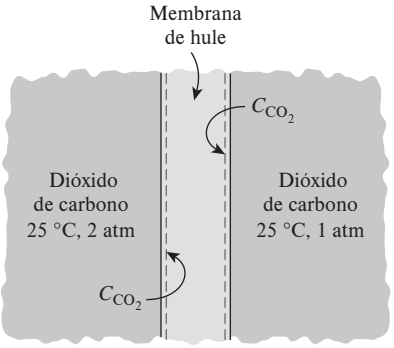


FIGURA P14-50

14-51 Un recipiente de níquel de 2 mm de grosor y 5 L se utiliza para almacenar gas hidrógeno a 358 K y 300 kPa. Si la superficie interior total del recipiente es de 1 600 cm^2, calcule la tasa de pérdida de gas del recipiente de níquel vía difusión de masa. Asimismo, calcule la fracción del hidrógeno que se pierde por difusión de masa después de un año de almacenamiento.

14-52 Se mantiene gas hidrógeno a 85 °C a presiones constantes de 5 atm y 3 atm en los lados opuestos de una pared de níquel que tiene un grosor de 0.1 mm. Determine la tasa de difusión molar por unidad de área a través de la pared de níquel.

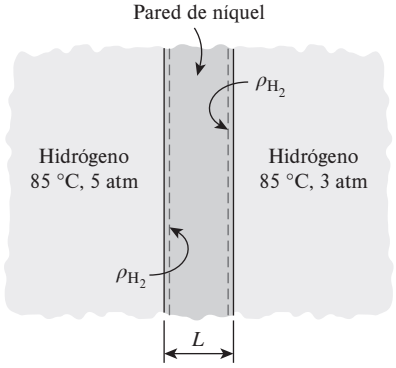


FIGURA P14-52

14-53 Durante periodos de clima frío, el vapor en un cuarto se difunde a través de una pared seca y se condensa en el aislamiento contiguo. Este proceso disminuye la resistencia térmica y degrada el aislamiento. Considere una condición en la cual la presión de vapor en el aire a 25 °C dentro del cuarto es de 3 kPa, y la presión de vapor en el aislamiento es despreciable. La pared seca de 3 m de altura y 10 m de ancho tiene un grosor de 12 mm con una solubilidad de vapor de agua en el material de la pared de aproximadamente 0.007 $kmol/m^3 \cdot bar$ y el coeficiente de difusión del vapor de agua en la pared es de 0.2×10^{-9} m^2/s. Calcule la tasa de difusión de masa del vapor de agua a través de la pared.

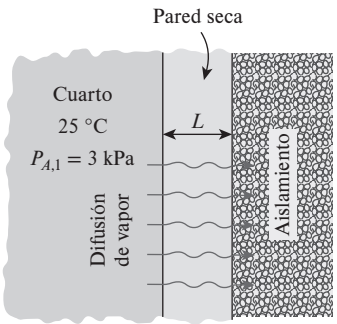


FIGURA P14-53

Difusión de masa estacionaria a través de una pared

14-54C Considere la difusión de masa unidimensional de la especie *A* mediante una pared plana. ¿El contenido de la especie *A* de la pared cambia durante la difusión de masa estacionaria? ¿Cambia dicho contenido durante la difusión de masa estacionaria?

14-55C Escriba las relaciones de la conducción de calor y de la difusión de masa unidimensionales estacionarias a través de una pared plana e identifique las cantidades en las dos ecuaciones que corresponden entre sí.

14-56C Considere la difusión de masa unidimensional estacionaria a través de una pared. Coloque una marca de Verdadero o Falso en los enunciados siguientes, según corresponda.

_____ *a*) Siendo todo lo demás igual, a mayor densidad de la pared, mayor la velocidad de transferencia de masa.
_____ *b*) Siendo todo lo demás igual, al duplicar el grosor de la pared, duplicará la velocidad de transferencia de masa.
_____ c) Siendo todo lo demás igual, a mayor temperatura, mayor la velocidad de transferencia de masa.
_____ *d*) Siendo todo lo demás igual, duplicar la fracción de masa de la especie difusora en el lado de alta concentración duplicará la velocidad de transferencia de masa.

14-57 Una membrana delgada de plástico separa al hidrógeno del aire. Las concentraciones molares de hidrógeno en la membrana en las superficies interior y exterior se calculan y se obtienen unos valores de 0.045 y 0.002 $kmol/m^3$, respectivamente. El coeficiente de difusión binaria del hidrógeno en plástico a la temperatura de operación es de 5.3×10^{-10} m^2/s. Calcule la velocidad de flujo de masa del hidrógeno por difusión a través de la membrana en condiciones estacionarias si el grosor de la membrana es *a*) 2 mm y *b*) 0.5 mm.

14-58 PtD La exposición a elevadas concentraciones de amoniaco gaseoso puede causar daños a los pulmones. El nivel de exposición aceptable al amoniaco que fija la Administración de Salud y Seguridad Ocupacional (OSHA) es de 35 ppm en un periodo de 15 min. Considere un recipiente lleno de amoniaco gaseoso a 30 mol/L y un enchufe circular de plástico de 10 cm de diámetro con un grosor de 2 mm que se utilizan para contener el amoniaco dentro del recipiente. El sistema de ventilación es capaz de mantener el cuarto seguro con aire fresco siempre y cuando la velocidad del amoniaco que se libera esté por debajo de 0.2 mg/s. Si el coeficiente de difusión del amoniaco a través del enchufe es de 1.3×10^{-10} m^2/s, determine si el enchufe puede contener el amoniaco dentro del recipiente de una manera segura o no.

14-59 La solubilidad del gas hidrógeno en acero en términos de su fracción de masa está dada por $w_{H_2} = 2.09 \times 10^{-4} \exp(-3\,950/T) P_{H_2}^{0.5}$, donde P_{H_2} es la presión parcial del hidrógeno en bars y T es la temperatura en K. Si se transporta gas natural en una tubería de acero de 1 cm de grosor y 3 m de diámetro interior a una presión de 500 kPa y la fracción molar del hidrógeno en el gas natural es de 8%, determine la tasa más alta de pérdida de hidrógeno a través de una sección de tubería de 100 m de largo en condiciones estacionarias a una temperatura de 293 K si la tubería se expone al aire. Considere el valor de la difusividad del hidrógeno en el acero como 2.9×10^{-13} m^2/s. *Respuesta:* 3.98×10^{-14} kg/s

14-60 Reconsidere el problema 14-59. Utilizando el software apropiado, grafique la tasa más elevada de pérdida de hidrógeno en función de la fracción molar del hidró-

geno en gas natural conforme la fracción molar varía de 5 a 20% y comente los resultados.

14-61 Gas hidrógeno puro a 25 °C fluye a través de una tubería de hierro que tiene un diámetro interior de 25 mm. Dicha tubería tiene una longitud de 10 m y un grosor de pared de 5 mm. Si la concentración de hidrógeno en la tubería de hierro en la superficie interior es de 0.1 kmol/m^3 y despreciable en la superficie exterior, calcule la velocidad de difusión del hidrógeno a través de la pared de la tubería en kg/s.

14-62 Reconsidere el problema 14-61. Utilizando el software apropiado, evalúe el efecto del espesor de la pared de la tubería en la velocidad de difusión del hidrógeno a través de la pared de la tubería. Variando el espesor de la pared de la tubería de 0.5 a 10 mm, grafique la velocidad de difusión del hidrógeno a través de la pared de la tubería en función del espesor de la pared.

14-63 Se almacena gas helio puro a 20 °C en un tanque cilíndrico de Pyrex de 2 m de longitud y 12 cm de diámetro interior y 2.5 mm de espesor de pared. Un detector de helio colocado al lado del tanque detecta una fuga constante de helio de 1.8×10^{-6} g con una duración de una hora. Suponga que ambos extremos del tanque son superficies impermeables y que la concentración de helio en la superficie exterior del tanque es despreciable. Calcule la concentración de helio en la superficie interior del tanque.

14-64 Se almacena gas helio a 293 K en un contenedor esférico de 3 m de diámetro fabricado de Pyrex de 3 cm de grosor. La concentración molar del helio en el Pyrex es de 0.00069 kmol/m^3 en la superficie interior y despreciable en la superficie exterior. Calcule la velocidad de flujo de masa del helio por difusión a través del contenedor de Pyrex.

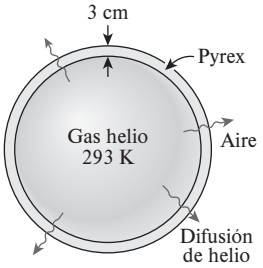


FIGURA P14-64

14-65 PtD El hidrógeno puede provocar daños por incendio y el gas hidrógeno fugándose en el aire circundante puede provocar ignición espontánea emitiendo flamas extremadamente calientes. Aun cuando la fuga sea muy pequeña, el hidrógeno puede mantener una combustión provocando daños porque se puede extender el fuego. El gas hidrógeno es más ligero que el aire, por lo que si se presenta una fuga, se acumula bajo los techos y forma daños por explosión. Para prevenir dichos daños, los edificios que contengan fuentes de hidrógeno deben contar con un sistema de ventilación adecuada y sensores de hidrógeno. Considere un contenedor esférico metálico con un diámetro interior de 5 m y un grosor de 3 mm que contiene gas hidrógeno a 2 000 kPa. El contenedor está en un cuarto a presión atmosférica de 1 atm. El sistema de ventilación del cuarto es capaz de mantener aire fresco siempre y cuando la velocidad de fuga del hidrógeno esté por debajo de 5 μg/s. Si el coeficiente de difusión y la solubilidad del gas hidrógeno en el contenedor metálico son 1.5×10^{-12} m^2/s y 0.005 kmol/m$^3 \cdot$bar, respectivamente, determine si es seguro o no que el recipiente contenga el gas hidrógeno.

14-66 Gas helio se almacena a 293 K y 500 kPa en un tanque esférico de 1 cm de grosor y 2 m de diámetro interior hecho de sílice fundido (SiO_2). El área donde el contenedor se encuentra está bien ventilada. Calcule *a*) la velocidad de flujo de masa del helio por difusión a través del tanque, y *b*) la disminución de presión en el tanque durante una semana como resultado de la pérdida de gas helio.

14-67 Gas N_2 puro a 1 atm y 25 °C fluye a través de una tubería de 10 m de longitud y 3 cm de diámetro interior fabricada con hule de 2 mm de espesor. Determine la velocidad a la cual el N_2 se fuga de la tubería si el medio circundante de la tubería es *a*) el vacío y *b*) aire atmosférico a 1 atm y 25 °C con 21% de O_2 y 79% de N_2. *Respuestas: a*) 2.28×10^{-10} kmol/s, *b*) 4.78×10^{-11} kmol/s

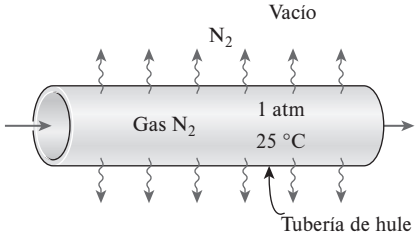


FIGURA P14-67

14-68 Los globos inflados con gas helio se elevan en el aire el primer día durante una fiesta; sin embargo, se caen al día siguiente y actúan como cualquier otro globo inflado con aire. Esto se debe a que el helio se fuga lentamente a través de la pared mientras que el aire se fuga por difusión.

Considere un globo hecho de hule suave de 0.2 mm de espesor con un diámetro de 15 cm cuando está inflado. La presión y la temperatura dentro del globo son, inicialmente 120 kPa y 25 °C, respectivamente. La permeabilidad del hule al helio, al oxígeno y al nitrógeno a 25 °C son 9.4×10^{-13}, 7.05×10^{-13} y 2.6×10^{-13} kmol/m$\cdot$s$\cdot$bar, respectivamente. Determine las velocidades de difusión iniciales del helio, del oxígeno y del nitrógeno a través de la pared del globo y la fracción de masa del helio que escapa del globo durante las primeras 5 horas suponiendo que la presión del helio dentro del globo permanece casi constante. Suponga que el aire tiene 21% de oxígeno y 79% de nitrógeno en números molares y considere que las condiciones del medio ambiente son de 100 kPa y 25 °C.

FIGURA P14-68

14-69 Reconsidere el globo que se estudió en el problema 14-68. Suponiendo que el volumen permanece constante y despreciando la difusión del aire en el globo, obtenga una relación para calcular la variación de la presión del globo a través del tiempo. Utilizando los resultados obtenidos y los valores numéricos proporcionados en el problema, determine cuánto tiempo le tomará a la presión dentro del globo disminuir a un valor de 100 kPa.

Transmisión del vapor de agua en edificios

14-70C ¿Cuáles son los efectos adversos del exceso de humedad en los componentes de madera y metal de una casa y en la pintura de las paredes?

14-71C ¿De qué manera la condensación o el congelamiento del vapor de agua en la pared afecta la eficiencia del aislamiento en la pared? ¿De qué forma el contenido de humedad afecta la conductividad térmica efectiva del suelo?

14-72C La transmisión de humedad en las paredes, pisos y techos de los edificios se controla por medio de barreras de vapor o retardadores de vapor. Explique la diferencia entre los dos y comente cuál es el más apropiado para su uso en las paredes de edificios residenciales.

14-73C ¿Por qué los aislamientos en las líneas de agua fría siempre están envueltos con recubrimientos de barreras de vapor?

14-74C Considere un tanque que contiene aire húmedo a 3 atm y cuyas paredes sean permeables al valor de agua. El aire circundante a una presión de 1 atm también contiene algo de humedad. ¿Es posible que el vapor de agua circule hacia el tanque desde el medio circundante? Explique.

14-75C Explique cómo se calcula la presión de vapor del aire ambiente cuando se proporcionan la temperatura, la presión total y la humedad relativa del aire.

14-76C Exprese la velocidad de flujo de masa del vapor de agua a través de una pared de grosor L, en términos de la presión parcial del vapor de agua en ambos lados de la pared, y la permeabilidad de la pared al vapor de agua.

14-77 Un vaso con leche que se deja en una cubierta de la cocina está a 15 °C, 88 kPa y 50% de humedad relativa está fuertemente sellado por medio de una hoja de aluminio de 0.009 mm de grosor cuya permeabilidad es de 2.9×10^{-12} kg/s · m² · Pa. El diámetro interior del vaso es de 12 cm. Suponiendo que el aire en el vaso es saturado en todo momento, calcule qué tanto el nivel de la leche contenida en el vaso se reducirá en 12 horas. *Respuesta:* 0.0011 mm

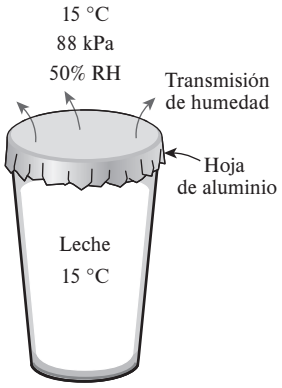


FIGURA P14-77

14-78 Considere una pared de ladrillo de una casa que tiene 20 cm de grosor. Las condiciones interiores son 25 °C y 40% de humedad relativa, mientras que las condiciones a la intemperie son de 50 °C y 40% de humedad relativa. Suponiendo que no hay condensación o congelamiento dentro de la pared, calcule la cantidad de humedad que circula a través de una unidad de superficie de pared durante un periodo de 24 horas.

14-79 El techo de una pared tiene unas dimensiones de 15 m × 8 m y está hecho de una capa de concreto de 30 cm de espesor. El interior de la casa se mantiene a una temperatura de 25 °C y 50% de humedad relativa y la presión atmosférica local es de 100 kPa. Determine la cantidad de vapor de agua que migrará a través del techo en 24 horas si las condiciones promedio en el exterior durante dicho periodo son 3 °C y 30% de humedad relativa. La permeabilidad del concreto al vapor de agua es de 24.7×10^{-12} kg/s · m · Pa.

14-80 Reconsidere el problema 14-79. Utilizando el software apropiado, investigue los efectos de la temperatura y la humedad relativa del aire dentro de la casa, en la cantidad de vapor de agua que migrará a través del techo. Hagamos variar la temperatura de 10 a 30 °C y la humedad relativa de 30 a 70%. Grafique la cantidad de vapor de agua que migrará en función de la temperatura y la humedad relativa y comente los resultados.

14-81 Reconsidere el problema 14-79. Con la finalidad de reducir la transmisión de vapor de agua, la superficie interior de la pared se pinta con pintura de látex retardadora al vapor cuya permeabilidad es de 26×10^{-12} kg/s · m² · Pa. Determine la cantidad de vapor de agua que se difundirá a través del techo en este caso durante un periodo de 24 horas.

14-82 La difusión de vapor de agua a través de tableros de yeso y su condensación en el aislamiento de la pared en un

clima frío, constituyen una preocupación, ya que reducen la eficiencia del aislamiento. Considere una casa que se mantiene a 20 °C y 60% de humedad relativa en un punto donde la presión atmosférica es de 97 kPa. La parte interior de las paredes está acabada con panel de yeso de 9.5 mm de espesor. Considerando que el valor de la presión de vapor en el lado exterior del panel es cero, calcule la cantidad máxima de vapor de agua que se difundirá a través de una sección de pared de 3 m × 8 m durante un periodo de 24 horas. La permeabilidad del panel de yeso de 9.5 mm de espesor al vapor de agua es de 2.86×10^{-9} kg/s · m² · Pa:

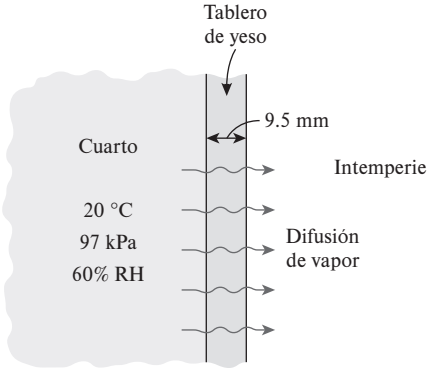


FIGURA P14-82

14-83 Reconsidere el problema 14-82. Con la finalidad de reducir la transmisión de vapor de agua a través de la pared, se propone utilizar una película de polietileno de 0.051 mm de grosor con una permeabilidad de 9.1×10^{-12} kg/s · m² · Pa. Determine la cantidad de vapor de agua que se difundirá a través de la pared en este caso durante un periodo de 24 horas. *Respuesta:* 26.4 gramos

Difusión de masa transitoria

14-84C El análisis de difusión de masa transitoria, ¿se puede tratar la difusión de un sólido en otro sólido de espesor finito (por ejemplo, la difusión de carbono en un componente de acero convencional) como un proceso de difusión en un medio semiinfinito? Explique.

14-85C Cuando la densidad de una especie A en un medio semiinfinito se conoce desde el principio y en la superficie, explique cómo determinaría la concentración de la especie A en una determinada ubicación y tiempo.

14-86C Defina la profundidad de penetración para la transferencia de masa y explique cómo puede calcularse en un tiempo específico cuando se conoce el coeficiente de difusión.

14-87 Una pared gruesa hecha de hule natural está expuesta a gas oxígeno puro en un lado de su superficie. Tanto la pared como el gas oxígeno son isotérmicos a 25 °C y la concentración de oxígeno en la superficie de la pared es constante. Determine el tiempo que se requiere para que la concentración de oxígeno en $x = 5$ mm alcance 5% de su concentración en la superficie de la pared.

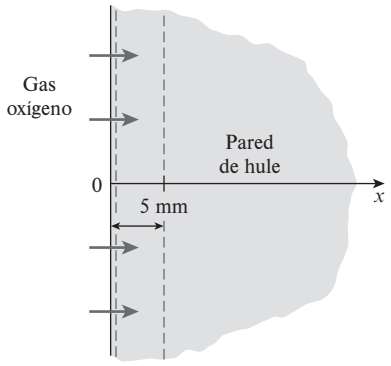


FIGURA P14-87

14-88 Reconsidere el problema 14-87. Utilizando el software apropiado, evalúe la concentración de oxígeno al variar el tiempo y la distancia con respecto a la superficie de la pared. Variando la distancia respecto a la superficie de la pared en $0 \le x \le 2$ cm en $t = 10\,000$ s, 50 000 s y 150 000 s, grafique la relación de concentración de oxígeno, $C_A(x,t)/C_{A,s}$ en función de la distancia con respecto a la superficie x.

14-89 Considere un pedazo de acero que experimenta un proceso de descarburación a 925 °C. La difusividad de masa del carbono en el acero a 925 °C es 1×10^{-7} cm²/s. Determine la profundidad por debajo de la superficie del acero a la cual la concentración de carbono se reduce a 40% de su valor inicial como resultado del proceso de descarburación en *a*) una hora, y *b*) 10 horas. Suponga que la concentración de carbono en la superficie es cero a lo largo de todo el proceso de descarburación.

14-90 Una pared gruesa de níquel está expuesta a gas hidrógeno puro a 165 °C en un lado de su superficie. La concentración de hidrógeno en la superficie de la pared es constante. Determine la concentración de hidrógeno en la profundidad de penetración como un porcentaje de su concentración en la superficie de la pared.

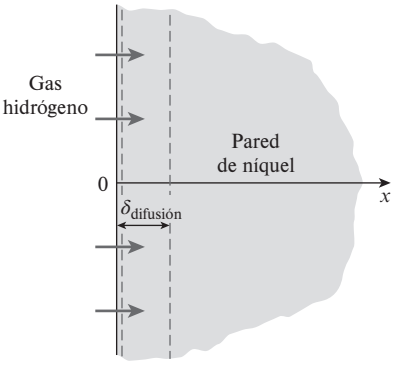


FIGURA P14-90

14-91 Reconsidere el problema 14-90. Utilizando el software apropiado, evalúe la concentración de hidrógeno conforme varía el tiempo y la distancia respecto a la superfi-

cie de la pared. Variando el tiempo transcurrido en $0 \leq t \leq 150\ 000$ s, para $x = 0.5$, 1.0 y 2.0 mm, grafique la razón de concentración del hidrógeno, $C_A(x,t)/C_{A,s}$ en función del tiempo transcurrido.

14-92 Una barra de níquel de gran longitud tiene un diámetro de 5 cm y se ha almacenado en un ambiente rico en hidrógeno a 358 K y 300 kPa por un tiempo prolongado y, por tanto, contiene gas hidrógeno distribuido uniformemente. Ahora se lleva la barra a un área bien ventilada de tal forma que la concentración de hidrógeno en la superficie exterior permanece a un valor de casi cero en todo momento. Calcular cuánto tiempo le tomará a la concentración de hidrógeno en el centro de la barra reducirse a la mitad. El coeficiente de difusión del hidrógeno en la barra de níquel a una temperatura ambiente de 298 K es de $D_{AB} = 1.2 \times 10^{-12}$ m^2/s. *Respuesta:* 3.3 años

14-93 PtD Cuando se manejan sustancias corrosivas y tóxicas se deben utilizar guantes resistentes a químicos. Cuando se seleccionan guantes para manejar una sustancia, un aspecto muy importante a considerar es la idoneidad de los guantes. Dependiendo del material, podrían ser permeables a ciertas sustancias. Un empleado maneja una solución de tetracloroetileno en un proceso de limpieza de metales. La exposición dérmica a dicha sustancia puede causar irritación de la piel y la exposición prolongada a esta puede tener efectos neurológicos adversos en los seres humanos. Como una medida de protección, el empleado usa guantes de goma para manejar la solución de tetracloroetileno. El espesor promedio de los guantes es de 0.67 mm y la difusividad de masa de dicha sustancia en los guantes es 3×10^{-8} m^2/s. Calcule cuánto tiempo podrá la mano del empleado estar en contacto con la solución de dicha sustancia antes de que la concentración de la solución en la parte interior del guante llegue a 1% de la concentración en la superficie exterior. ¿Es este tipo de guante apropiado para manejar la solución de tetracloroetileno?

14-94 Una capa de glucosa está sumergida en una capa de agua profunda a 25 °C. Conforme la capa de glucosa se disuelve en el agua, su densidad en la interfase glucosa-agua se mantiene constante. Calcule *a*) el tiempo que se requiere para que la concentración de glucosa en $x = 1$ cm alcance 1% de su concentración en la interfase glucosa-agua, y *b*) la profundidad de penetración de la glucosa en el agua en el tiempo que se calculó en el inciso *a*).

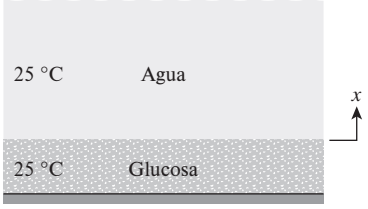


FIGURA P14-94

14-95 C&S Una fuga accidental provocó que se derramara benceno en un reservorio de agua. Una capa de benceno se forma sobre la superficie del agua a 20 °C. Conforme la capa de benceno se disuelve en el agua, su concentración en la interfase benceno-agua permanece constante. La concentración de masa en equilibrio del benceno en la interfase benceno-agua es de 5 kg/m^3. La Agencia para la Protección del Ambiente (EPA) se encarga de establecer los estándares de las Regulaciones para el Agua Potable Principal a nivel Nacional (NPDWR) que se aplican al sistema púbico de aguas. Las regulaciones para el agua potable imponen un límite en los niveles de contaminantes en el agua potable con el fin de proteger la salud pública. El máximo nivel de contaminantes para el benceno en agua potable fijado por el NPDWR es de 0.005 mg/L. Determine el tiempo que le toma a la concentración de benceno alcanzar el máximo nivel de contaminantes fijado por la NPDWR a una profundidad del agua de $x = 10$ cm medidos con respecto a la interfase benceno-agua.

14-96 C&S Se derrama benceno sobre el piso de un pequeño cuarto a 25 °C. Conforme la capa de benceno se disuelve en el aire que está dentro de dicho cuarto, su concentración en la interfase benceno-aire permanece constante. La concentración de benceno en equilibrio en la interfase benceno-aire es 2% en masa. El benceno se considera una sustancia tóxica y dañina por parte de la Administración de Salud y Seguridad Ocupacional (OSHA). De acuerdo con los estándares sobre Salud y Seguridad Ocupacional de la OSHA (1910.1028 App A), el límite máximo a la exposición a corto plazo es de 5 partes de vapor de benceno por un millón de partes de aire en un periodo de 15 minutos. Determine el tiempo que le tomará a la concentración de benceno alcanzar el límite de exposición máximo de corto plazo fijado por la OSHA a una altura $x = 1.5$ m medidos con respecto a la interfase benceno-aire. La masa molar del benceno es de 78.11 kg/mol.

14-97 Una refacción de acero cuyo contenido inicial de carbono es de 0.10% de masa se va a endurecer en un horno a una temperatura de 1 150 K exponiéndola a un gas de cementación. El coeficiente de difusión del carbono en el acero depende significativamente de la temperatura, y la temperatura del horno tiene un valor de $D_{AB} = 7.2 \times 10^{-12}$ m^2/s. Asimismo, la fracción de masa del carbono de la superficie expuesta de la refacción de acero se mantiene a un valor de 0.011 por el ambiente rico en carbono que reina dentro del horno. Si el proceso de endurecimiento continuara hasta que la fracción de masa del carbono a una profundidad de 0.6 mm se eleve a 0.32%, calcule el tiempo que deberá permanecer la refacción dentro del horno.

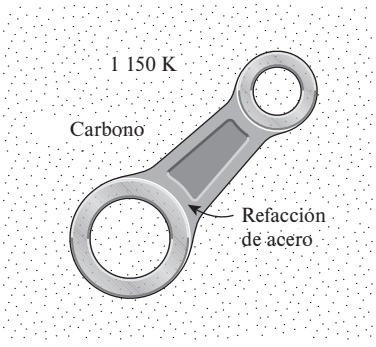


FIGURA P14-97

14-98 Repita el problema 14-97 para el caso de una temperatura dentro del horno de 500 K, para la cual el coeficiente de difusión del carbono en el acero es de $D_{AB} = 2.1 \times 10^{-20}$ m^2/s.

14-99 Un estanque cuyo contenido inicial de oxígeno es igual a cero se va a oxigenar formando una cubierta sobre la superficie del agua y llenando la cubierta con gas oxígeno a 25 °C y 110 kPa. Calcule la fracción molar de oxígeno a una profundidad de 0.8 cm con respecto a la superficie después de 24 horas.

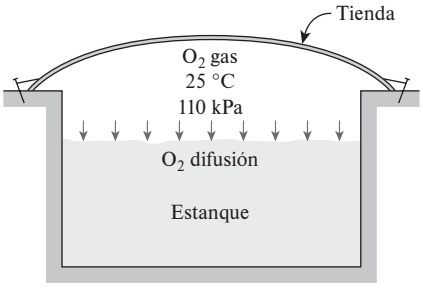


FIGURA P14-99

14-100 Una pieza de acero calentada tiene una concentración uniforme inicial de carbono de 0.20% de masa y fue expuesta a una atmósfera de cementación por una hora. A través de todo el proceso, la concentración de carbono sobre la superficie era de 0.70%. Si la difusividad de masa del carbono en el acero en este proceso fue uniforme con un valor de 1×10^{-11} m^2/s, calcule el porcentaje de concentración de masa del carbono a 0.2 mm y 0.4 mm por debajo de la superficie respecto al proceso. *Respuestas:* 0.428%, 0.268%

14-101 Un estanque de gran tamaño está a una temperatura de 25 °C y tiene una densidad de oxígeno inicial uniforme de 2 kg/m^2. Durante un proceso de aireado, la densidad de oxígeno en la superficie del estanque aumenta repentinamente a un valor de 9 kg/m^2. Determine la densidad de oxígeno a 5 cm por debajo de la superficie del estanque después de que han transcurrido 100 horas del airearse.

Difusión en un medio en movimiento

14-102C ¿Qué es la velocidad de difusión? ¿Cómo afecta a la velocidad de masa promedio? ¿Puede la velocidad de una especie en un medio en movimiento en relación con un punto de referencia fijo ser cero en un medio en movimiento? Explique.

14-103C ¿Cuál es la diferencia entre la velocidad de masa-promedio y la velocidad molar promedio durante la transferencia de masa en un medio en movimiento? Si una de estas velocidades es cero, ¿tendrá que ser la otra necesariamente igual a cero también? ¿En qué condiciones estas dos velocidades serán iguales entre sí en una mezcla binaria?

14-104C Defina los siguientes términos: velocidad de masa promedio, velocidad de difusión, medio estacionario y medio en movimiento.

14-105C Considere la transferencia de masa unidimensional en un medio en movimiento que consiste en la especie A y la especie B con un valor de $\rho = \rho_A + \rho_B =$ constante. Marque estos enunciados como Verdadero o Falso.

_____ *a*) Las velocidades de difusión de masa de las especies A y B son iguales en magnitud pero con direcciones contrarias.

_____ *b*) $D_{AB} = D_{BA}$.

_____ *c*) Durante la contradifusión equimolar a través de un tubo, un número igual de moles de A y de B se mueven en direcciones opuestas y, por tanto, un dispositivo de medición de velocidad colocado en el tubo proporcionará una lectura igual a cero.

_____ *d*) La tapa de un tanque que contiene gas propano (el cual es más pesado que el aire) se deja abierta. Si el aire circundante y el propano dentro del tanque se encuentran a la misma presión y temperatura, no se escapará propano del tanque y no ingresará aire.

14-106C ¿Qué es el flujo de Stefan? Escriba la expresión de la ley de Stefan e indique lo que representa cada variable.

14-107 Un investigador utiliza un tubo de Stefan de 5 cm de diámetro para medir la difusividad de masa del cloroformo en el aire a 25 °C y 1 atm. Inicialmente, la superficie de cloroformo líquido estaba a 7.00 cm respecto a la parte superior del tubo; después de que transcurrieron 10 horas, la superficie de cloroformo líquido estaba a 7.44 cm respecto a la superficie del tubo, lo cual corresponde a 222 g de cloroformo que se estaban difundiendo. A una temperatura de 25 °C, la presión de vapor de cloroformo es de 0.263 atm y la concentración de cloroformo es cero en la parte superior del tubo. Si la masa molar del cloroformo es de 119.39 kg/kmol, calcule la difusividad de masa del cloroformo en el aire.

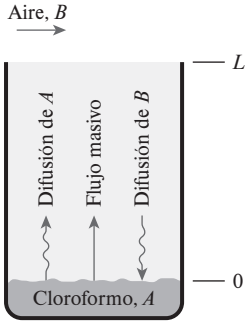


FIGURA P14-107

14-108I Un tubo de Stefan de 1 pulgada de diámetro se utiliza para medir el coeficiente de difusión binaria del valor de agua en el aire a una temperatura de 80 °F y 13.8 psia. El tubo está parcialmente lleno con agua con una distancia desde la superficie del agua hasta el extremo abierto del tubo de 10 pulgadas. Se sopla aire seco sobre el extremo abierto del tubo de tal forma que el vapor de agua que se está elevando hacia la parte superior se remueve inmediatamente y la concentración de vapor en la parte superior del tubo es igual a cero. Durante 10 días de operación continua a una presión y temperatura constantes, la cantidad de agua que se ha evaporado se mide y arroja un valor de 0.0025 lbm. Calcule el coeficiente de difusión del vapor de agua en el aire a 80 °F y 13.8 psia.

14-109 PtD El benceno está clasificado por el Departamento de Salud y Servicios Humanos (DHHS) de Estados Unidos como una sustancia cancerígena. La exposición al benceno incrementa el riesgo de contraer cáncer u otras enfermedades en los seres humanos. La Administración de Salud y Seguridad Organizacional (OSHA) ha establecido que se deben tomar acciones cuando los niveles de benceno en el aire alcancen un valor de 0.5 ppm. Un técnico en un laboratorio vierte benceno líquido ($M = 78.11$ kg/kmol) en 10 tubos de ensayo que tienen un diámetro interior de 25 mm. Cada uno de estos tubos contiene una cantidad igual de benceno líquido a un nivel de 1 cm respecto a la parte más alta del tubo. La presión de vapor del benceno es de 10 kPa y la evaporización del benceno hacia al aire circundante ocurre a 25 °C y 1 atm. El sistema de HVAC de dicho laboratorio es capaz de mantener aire fresco siempre y cuando la velocidad del vapor de benceno que se está evaporando esté por debajo de 3 g/h. Determine si la velocidad de evaporación del benceno de los 10 tubos de ensayo representará algún riesgo contra la salud de las personas que trabajan en el laboratorio.

14-110 La difusividad de masa del etanol ($\rho = 789$ kg/m^3 y $M = 46$ kg/kmol) a través del aire se calculó con la ayuda de un tubo de Stefan. Dicho tubo tiene una sección transversal uniforme de 0.8 cm^2. Inicialmente, la superficie del etanol era de 10 cm con respecto a la parte superior del tubo; después de que transcurrieron 10 horas, la superficie del etanol estaba a 25 cm con respecto a la parte superior del tubo, lo cual corresponde a un valor de 0.0445 cm^3 de etanol evaporado. La presión de vapor del etanol es de 0.0684 atm y la concentración de etanol es igual a cero en la superficie del tubo. Si el proceso en su totalidad se desarrolló a una temperatura de 24 °C y 1 atm, calcule la difusividad de masa del etanol en el aire.

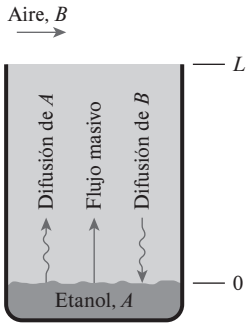


FIGURA P14-110

14-111 Metanol ($\rho = 791$ kg/m^3 y $M = 32$ kg/kmol) experimenta un proceso de evaporación en un tubo vertical que tiene una sección transversal de 0.8 cm^2. En la parte superior del tubo, la concentración de etanol es cero y su superficie es de 30 cm con respecto a la parte superior del tubo (figura P14-111). La presión de vapor del metanol es de 17 kPa y su difusión de masa es de $D_{AB} = 0.162$ cm^2/s en el aire. El proceso de evaporación se lleva a cabo a 25 °C y 1 atm. *a*) Determine la velocidad de evaporación del metanol en kg/h y, *b*) grafique la fracción molar del vapor de metanol en función de la altura del tubo, desde la superficie del metanol ($x = 0$) hasta la parte superior del tubo ($x = L$).

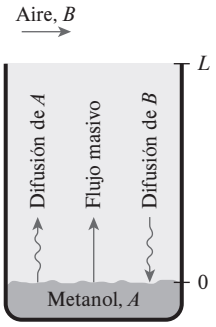


FIGURA P14-111

14-112 Un tanque que tiene un revestimiento de 2 cm de espesor contiene gas hidrógeno en condiciones atmosféricas de 25 °C y 90 kPa. La válvula para llenar el tanque tiene un diámetro interior de 3 cm y está a 8 cm por arriba del tanque. Si la tapa del tanque se deja abierta de tal manera que el hidrógeno y el aire puedan experimentar contradifusión equimolar a través de un pasaje de 10 cm de longitud, calcule la velocidad de flujo de masa del hidrógeno que se pierde en la atmósfera a través de la válvula en las etapas iniciales del proceso. *Respuesta:* 4.20×10^{-8} kg/s

14-113 Reconsidere el problema 14-112. Utilizando el software apropiado, grafique la velocidad de flujo de masa del hidrógeno perdido en función del diámetro de la válvula de llenado a medida que el diámetro varía de 1 cm a 10 cm y comente los resultados.

14-114 Una jarra que tiene un diámetro interior de 8 cm y una altura de 30 cm hasta la mitad de agua se deja en un cuarto seco a 10 °C y 0.92 atm con la parte superior destapada. Si el agua se mantiene a 10 °C en todo momento, determine también el tiempo que le tomará al agua evaporarse totalmente.

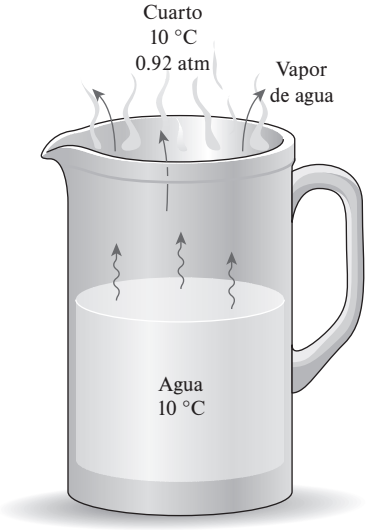


FIGURA P14-114

14-115 Un tanque de gran tamaño que contiene amoniaco a 1 atm y 25 °C se ventila hacia la atmósfera a través de un tubo

de 2 m de longitud cuyo diámetro interior es de 1.5 cm. Calcule la velocidad de pérdida de amoniaco y la velocidad de infiltración de aire en el tanque.

14-116I La presión de una línea de tubería que transporta gas helio a una velocidad de 7 lbm/s se mantiene a 14.5 psia ventilando helio hacia la atmósfera a través de un tubo de 0.4 pulgadas de diámetro interior que se extiende 30 pies hacia el aire. Suponiendo que tanto el helio como el aire atmosférico están a 80 °F, calcule *a*) la velocidad de flujo de masa del helio que se pierde en la atmósfera a través del tubo, *b*) la velocidad de flujo de masa del aire que se infiltra hacia la línea de tubería, y *c*) la velocidad de flujo en el fondo del tubo donde se conecta a la línea de tubería que será medida por un anemómetro en operación estacionaria.

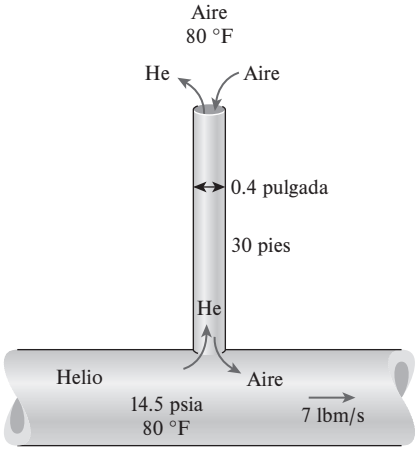


FIGURA P14-116I

14-117I Repita el problema 14-116E para una línea de tubería que transporta dióxido de carbono en lugar de helio.

Convección de masa

14-118C ¿Qué es la capa de frontera de concentración? ¿Cómo se define para el flujo sobre una placa?

14-119C ¿Cuál es el significado físico del número de Schmidt? ¿Cómo se define? ¿A qué número adimensional corresponde en la transferencia de calor? ¿Qué indica un número de Schmidt igual a 1?

14-120C ¿Cuál es el significado físico del número de Lewis? ¿Cómo se define? ¿Qué indica un número de Lewis igual a 1?

14-121C ¿En qué condiciones las capas de frontera de velocidad, térmica y de concentración normalizadas coincidirán durante un flujo sobre una placa plana?

14-122C La convección de calor está expresada por medio de la ley de enfriamiento de Newton como $\dot{Q} = hA_s(T_s - T_\infty)$. Exprese la convección de masa de una manera análoga con base en la masa e identifique todas las cantidades en la expresión y enuncie sus unidades.

14-123C ¿Cuál es el significado físico del número de Sherwood? ¿Cómo se define? ¿A qué número adimensional corresponde en la transferencia de calor? ¿Qué indica un número de Sherwood igual a 1 para una capa de fluido plano?

14-124C En la transferencia de masa por convección natural, el número de Grashof se evalúa utilizando la diferencia de densidades en lugar de la diferencia de temperaturas. ¿Puede el número de Grashof evaluado de esta forma, utilizarse también en los cálculos de transferencia de calor?

14-125C ¿Cómo se conoce la relación ($f/2$) Re = Nu = Sh? ¿En qué condiciones es válida? ¿Cuál es la importancia práctica de dicha relación?

14-126C ¿Cuál es el nombre de la relación $f/2 = \text{St Pr}^{2/3} = \text{St}_{\text{masa}}\ \text{Sc}^{2/3}$ y cuáles son los nombres de las variables en ella? ¿En qué condiciones es válida? ¿Cuál es la importancia de dicha relación en la ingeniería?

14-127C Utilizando la analogía entre la transferencia de calor y de masa, explique cómo puede calcularse el coeficiente de transferencia de masa a partir de las relaciones para obtener el coeficiente de transferencia de calor.

14-128C ¿Cómo se conoce la relación $h_{\text{calor}} = \rho c_p\, h_{\text{masa}}$? ¿Para qué tipos de mezcla es válida? ¿Cuál es la importancia práctica de dicha relación?

14-129C ¿Cuál es la aproximación de flujo de masa lento en el análisis de transferencia de masa? ¿Puede la evaporación del agua de un lago tratarse como un proceso de flujo de masa lento?

14-130 Una placa plana fabricada con hule separa el gas dióxido de carbono a 25 °C del aire. En la superficie expuesta al aire, existe convección de masa. Calcule el gradiente de concentración de masa del dióxido de carbono en la superficie de la placa expuesta al aire si el flujo de masa del CO_2 a través de la placa de hule es 4.43×10^{-11} kmol/s · m^2.

14-131 Considere un patio de concreto húmedo cubierto de una delgada película de agua. En la superficie ocurre convección de masa de agua hacia el aire a un coeficiente de transferencia de masa promedio de 0.03 m/s. Si el aire está a 1 atm, 15 °C y 35% de humedad relativa, calcule el gradiente de concentración de fracción de masa del agua en la superficie.

14-132 Un fluido con una velocidad de corriente libre de 2 m/s fluye sobre la superficie de un cuerpo de longitud característica de 2 m. Las condiciones del flujo se mantienen a 298 K y 1 atm y la transferencia de masa promedio por convección es de 0.015 m/s. Calcule el número de Reynolds promedio, el número de Schmidt, el número de Sherwood y el coeficiente de fricción de *a*) aire fluyendo sobre la superficie cubierta con agua (evaporación), y *b*) aire fluyendo sobre la superficie cubierta con naftaleno (sublimación). Suponga que la difusividad de masa del naftaleno en el aire es de 0.61×10^{-5} m^2/s.

14-133 El coeficiente de transferencia de calor promedio de un flujo de aire sobre un cuerpo de forma extraña se va a determinar por medio de mediciones de transferencia de masa y utilizando la analogía de Chilton-Colburn entre la transferencia de calor y la de masa. El experimento se lleva a cabo haciendo que circule aire seco a 1 atm a una velocidad de corriente libre de 2 m/s sobre un cuerpo cubierto con una capa de naftaleno. La superficie del cuerpo es de 0.75 m^2 y se observa que 100 g de naftaleno se sublima en 45 minutos. Durante el experimento, tanto el cuerpo como el aire se mantienen a 25 °C a la cual la presión de vapor y la difusividad de masa del naftaleno son 11 Pa y $D_{AB} = 0.61 \times 10^{-5}$ m^2/s, respectivamente. Calcule el coefi-

ciente de transferencia de calor en las mismas condiciones de flujo sobre la misma geometría.

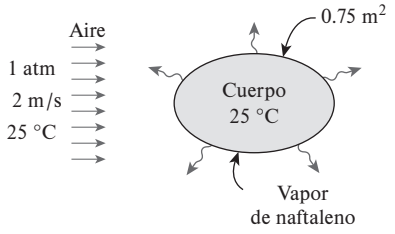


FIGURA P14-133

14-134 El coeficiente de transferencia de calor por convección local del aire fluyendo en dirección paralela sobre una placa de 1 m de longitud con una topología irregular en la superficie se calcula experimentalmente y se obtiene un valor de $h_x = 0.5 + 12x - 0.7\ x^3$, donde h_x está en $W/m^2 \cdot K$. Si la superficie de la placa está recubierta con agua, determine el coeficiente de convección de masa promedio correspondiente sobre toda la placa. Suponga que las propiedades pueden evaluarse en 298 K y 1 atm.

14-135 Se derrama alcohol etílico y se esparce sobre una mesa plana formando una capa de aproximadamente 1 m de diámetro. Se hace circular aire seco a 25 °C y 1 atm sobre la superficie de alcohol etílico a una velocidad de corriente libre de 1 m/s. Calcule el coeficiente de transferencia de masa promedio del alcohol etílico en el aire.

14-136 Aire seco a 15 °C y 85 kPa fluye sobre una superficie húmeda de 2 m de longitud con una velocidad de corriente libre de 3 m/s. Determine el coeficiente de transferencia de masa promedio. *Respuesta:* 0.00463 m/s

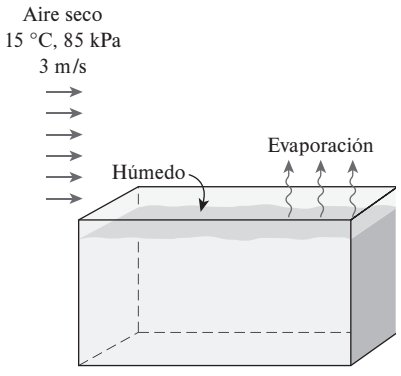


FIGURA P14-136

14-137 Una losa delgada de sal sólida (NaCl) con dimensiones de 0.15 m × 0.15 m es arrastrada a través del agua del mar ($\nu = 1.022 \times 10^{-6}\ m^2/s$) a una velocidad relativa promedio de 0.6 m/s. El agua de mar a 18 °C tiene una concentración de sal de 31 kg/m^3, mientras que la losa de sal tiene una concentración de 35 000 kg/m^3. Si el coeficiente de difusión de la sal en agua de mar es de $1.2 \times 10^{-9}\ m^2/s$, calcule la velocidad de convección de masa de la sal que se disuelve en el agua de mar.

14-138 En una planta de manufactura se van a secar placas de latón húmedo de 50 cm × 50 cm que salen de un baño de agua pasándolas a través de una sección donde aire seco a 1 atm y 25 °C sopla en dirección paralela a sus superficies a una velocidad de 6 m/s. Si las placas están a 15 °C y no hay manchas secas, calcule la velocidad de evaporación de ambos lados de una placa.

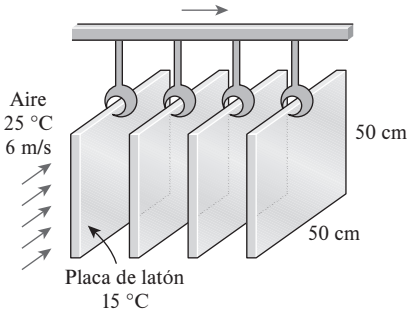


FIGURA P14-138

14-139I Aire a 80 °F, 1 atm y 30% de humedad relativa sopla sobre la superficie de una cacerola cuadrada de 15 pulgadas × 15 pulgadas llena de agua a una velocidad de corriente libre de 10 pies/s. Si se mantiene el agua a una temperatura uniforme de 80 °F, calcule la velocidad de evaporación del agua y la cantidad de calor que necesita suministrarse al agua para mantener su temperatura constante.

14-140I Repita el problema 14-139I considerando una temperatura de 60 °F tanto para el aire como para el agua.

14-141 Considere un patio de concreto mojado de 5 m × 5 m con grosor de película de agua promedio de 0.2 mm. Sopla viento sobre la superficie a una velocidad de 50 km/h. Si el aire está a 1 atm, 15 °C y 35% de humedad relativa, calcule cuánto tiempo deberá transcurrir para que el patio se seque completamente.

14-142 PtD El benceno ($M = 78.11$ kg/kmol) es un carcinógeno y la exposición al benceno aumenta el riesgo de contraer cáncer y otras enfermedades en los seres humanos. Un camión que transporta benceno líquido estuvo involucrado en un accidente que provocó el derrame de líquido sobre una supercarretera plana. El benceno líquido formó una alberca de aproximadamente 10 m de diámetro sobre dicha supercarretera. En este particular día con mucho viento a 25 °C y 1 atm con una velocidad del viento promedio de 10 m/s, la superficie del benceno líquido está experimentando transferencia de masa hacia el aire por convección. Cerca de este lugar se encuentra una zona residencial que está a favor del viento y podría ser afectada por el vapor de benceno. Los oficiales de salud de dicha área dicen que si el nivel de benceno en el aire alcanza un nivel de 500 kg dentro de una hora de derramamiento, los residentes deberán evacuar el área. Si la presión de vapor del benceno es de 10 kPa, calcule la velocidad de transferencia de masa del benceno que es evacuado por convección hacia el aire y calcule si los residentes deben dejar el área o no.

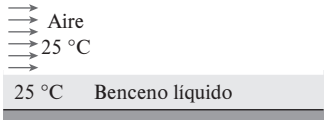


FIGURA P14-142

14-143 Aire a 40 °C y 1 atm fluye sobre una placa húmeda de 8 m de longitud a una velocidad promedio de 2.5 m/s para secar la superficie. Utilizando la analogía entre la transferencia de calor y de masa, calcule el coeficiente de transferencia de masa sobre la placa.

14-144I Una pelota esférica de naftalina de 2 pulgadas de diámetro es suspendida en una habitación a 1 atm y 80 °F. Determine el coeficiente de transferencia de masa promedio entre la naftalina y el aire si el aire es forzado a fluir sobre la naftalina a una velocidad de corriente libre de 15 pies/s. El número de Schmidt de la naftalina en el aire a temperatura ambiente es de 2.35. *Respuesta:* 0.0524 pies/s

14-145 Considere una gota de lluvia de 3 mm de diámetro que cae libremente en aire atmosférico a 25 °C. Suponiendo que la temperatura de la gota de lluvia es de 9 °C, calcule la velocidad terminal de la gota de lluvia a la cual la fuerza de arrastre es igual al peso de la gota y el coeficiente de transferencia de masa promedio en ese momento.

14-146I Considere una tubería circular con un diámetro interior $D = 0.7$ pulgadas cuya superficie interior está cubierta con una delgada capa de agua líquida como resultado de la condensación. Para secar la tubería, aire a 540 R y 1 atm se está forzando a fluir a través de ella a una velocidad promedio de 6 pies/s. Utilizando la analogía entre la transferencia de masa y de calor, calcule el coeficiente de transferencia de masa dentro de la tubería para un flujo totalmente desarrollado. *Respuesta:* 0.017 pies/s

14-147 Considere una tubería circular con un diámetro interior $D = 0.015$ m cuya superficie interior está cubierta con una capa de agua líquida como resultado de la condensación. Con la finalidad de secar la tubería, se está forzando a fluir aire a 300 K y 1 atm a través de dicha tubería a una velocidad promedio de 1.2 m/s. Utilizando la analogía entre la transferencia de masa y de calor, calcule el coeficiente de transferencia de masa dentro de la tubería para un flujo totalmente desarrollado.

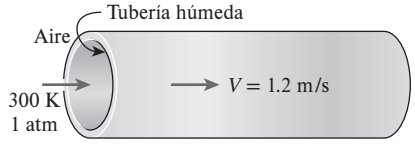


FIGURA P14-147

14-148 Considere un ducto circular de 12 cm de diámetro interior y 14 m de longitud cuya superficie interior está húmeda. Se va a secar dicho ducto forzando aire seco a 1 atm y 15 °C a través de él a una velocidad promedio de 3 m/s. El ducto pasa a través de un cuarto enfriado y permanece a una temperatura promedio de 15 °C en todo momento. Calcule el coeficiente de transferencia de masa en el ducto.

14-149 Reconsidere el problema 14-148. Utilizando el software apropiado, grafique el coeficiente de transferencia de masa en función de la velocidad del aire conforme varía la velocidad de 1 m/s a 8 m/s y comente los resultados.

14-150 C&S La Agencia para la Protección del Ambiente (EPA) establece los estándares de las Regulaciones Nacionales Principales sobre el Agua Potable (NPDWR) que se aplican en los sistemas públicos de agua potable. Dichas regulaciones limitan los niveles de contaminantes en el agua potable con el fin de proteger la salud pública. El máximo nivel del contaminante plomo en el agua potable que fija la NPDWR es de 0.015 mg/L. Por encima de este valor, se requieren etapas adicionales para tratar el agua antes de que esta se considere segura para ser consumida por el público. Una tubería metálica circular con un diámetro interior de 2 cm y una longitud de 100 m se utiliza para transportar agua potable. El agua fluye en dicha tubería a una velocidad promedio de 0.1 m/s a una temperatura de 20 °C. La tubería contiene rastros de plomo, donde en la superficie interior de la tubería, la concentración de masa del plomo en el agua es de 5 g/m^3. Calcule si el agua proveniente de la tubería tiene un nivel de plomo aceptable de acuerdo con la NPDWR. El coeficiente de difusión del plomo en el agua es de 3.6×10^{-10} m^2/s.

14-151 C&S Un tubo de cobre circular que tiene un diámetro interior de 2 cm y una longitud de 100 m se utiliza para transportar agua potable. El agua fluye dentro del tubo a una velocidad promedio de 0.11 m/s a 20 °C. En la superficie interior del tubo, la concentración de masa del cobre en agua es de 50 g/m^3. La Agencia para la Protección del Medio Ambiente (EPA) establece los estándares de las Regulaciones Nacionales Principales sobre el Agua Potable (NPDWR) que se aplican a los sistemas públicos de agua potable. Las regulaciones del agua potable limitan los niveles de contaminantes en el agua con el fin de proteger la salud del público. El nivel máximo del contaminante cobre en el agua potable establecido por la NPDWR es de 1.3 mg/L. Por encima de dicho valor, se requiere seguir pasos adicionales para tratar el agua antes de que pueda ser considerada segura para su consumo por parte del público. Calcule si el agua proveniente del tubo tiene el nivel de cobre considerado como seguro por parte de la NPDWR. El coeficiente de difusión del cobre en el agua es de 1.5×10^{-9} m^2/s.

Transferencia de calor y de masa simultánea

14-152C ¿Un proceso de transferencia de masa tiene que involucrar transferencia de calor? Describa un proceso que involucre tanto la transferencia de calor como la de masa.

14-153C Durante la evaporación de un cuerpo de agua hacia el aire, ¿en qué condiciones el calor latente de vaporización será igual a la transferencia de calor por convección proveniente del aire?

14-154C Considere un cuerpo de agua poco profundo. ¿Es posible que esta agua se congele durante una noche fría y seca

aun cuando el aire del ambiente y las temperaturas de las superficies circundantes nunca hayan disminuido a un valor de 0 °C? Explique.

14-155I Durante un cálido verano enfriará una bebida contenida en una botella de 2 L envolviéndola en un trapo que se mantiene húmedo continuamente y haciendo circular aire a través de la botella con la ayuda de un ventilador. Si las condiciones ambientales son de 1 atm, 80 °F y 30% de humedad relativa, calcule la temperatura de la bebida cuando se tengan condiciones estacionarias.

14-156 En el pasado, jarras de arcilla porosa se utilizaban comúnmente para enfriar agua. Una pequeña cantidad de agua que se fuga mantiene húmeda la superficie exterior de la jarra en todo momento y aire caliente y relativamente seco circulando sobre la jarra provoca que dicha agua se evapore. Parte del calor latente de evaporación proviene del agua dentro de la jarra y, como resultado, el agua se enfría. Si las condiciones del medio ambiente son de 1 atm, 32 °C y 40% de humedad relativa, calcule la temperatura del agua cuando se tengan condiciones estacionarias.

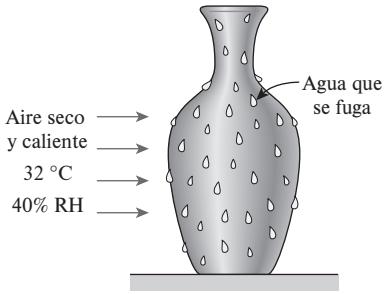


FIGURA P14-156

14-157 Reconsidere el problema 14-156. Utilizando el software apropiado, grafique la temperatura del agua en función de la humedad relativa del aire conforme esta varía de 10 a 100% y comente los resultados.

14-158 Una esponja empapada experimenta un flujo de aire seco sobre su superficie El aire está a 1 atm y a una humedad relativa igual a cero. Calcule la diferencia en la temperatura del aire y la de la superficie de la esponja, $T_\infty - T_s$, cuando se alcancen las condiciones estacionarias, si la esponja se empapa con *a*) agua, $D_{AB} = 2.42 \times 10^{-5}\ m^2/s$ y *b*) amoniaco, $D_{AB} = 2.6 \times 10^{-5}\ m^2/s$. Evalúe las propiedades del aire, del agua y del amoniaco a 20, 10 y −40 °C, respectivamente.

14-159 Una esponja cuadrada de 10 cm × 10 cm empapada en agua está bajo la influencia de un flujo de aire seco paralelo a su superficie. El coeficiente de transferencia de calor por convección promedio del aire seco a 20 °C circulando sobre la superficie de la esponja se estima que es de 30 $W/m^2 \cdot K$ y la superficie de la esponja se mantiene a 30 °C. Si la esponja se coloca debajo de un arreglo de lámparas radiantes, calcule *a*) la tasa de evaporación del agua de la esponja, y *b*) la tasa de transferencia de calor por radiación neta.

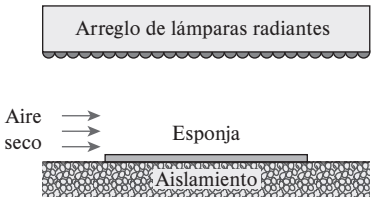


FIGURA P14-159

14-160 Considere una capa delgada de agua líquida sobre una superficie de concreto. El aire circundante está seco y tiene un coeficiente de transferencia de calor por convección de 50 $W/m^2 \cdot K$. El agua líquida tiene una emisividad de 0.95 y el aire y la temperatura circundante es de 30 °C. Si la capa de agua líquida tiene una temperatura uniforme de 20 °C, determine el flujo de calor por conducción a través del concreto.

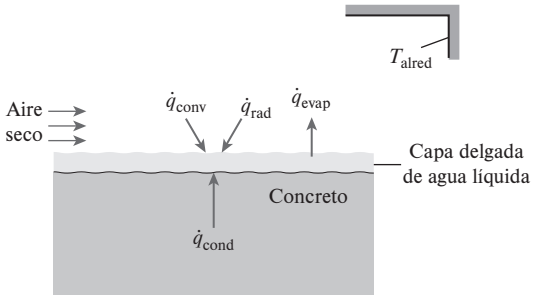


FIGURA P14-160

14-161 Una forma de incrementar la transferencia de calor de nuestra cabeza en un día cálido de verano consiste en mojarla. Esto es particularmente efectivo en un clima con mucho viento, como seguramente usted ya lo ha notado. Aproximando la cabeza del ser humano a una esfera de 30 cm de diámetro a 30 °C con una emisividad de 0.95, determine la tasa de pérdida de calor total de la cabeza en condiciones ambientales del aire de 1 atm, 25 °C, 30% de humedad relativa y vientos a 25 km/h si la cabeza está *a*) seca y *b*) húmeda. Considere el valor de la temperatura circundante de 25 °C. *Respuestas: a*) 40.5 W, *b*) 385 W

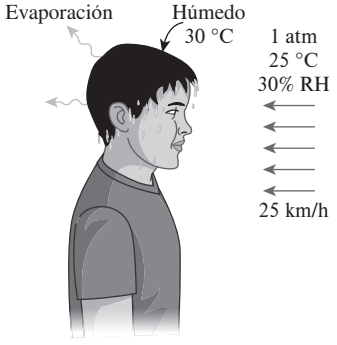


FIGURA P14-161

14-162 Una alberca de 1.5 m de profundidad y 25 m × 25 m se mantiene a una temperatura constante de 30 °C en un lugar donde la presión atmosférica es de 1 atm. Si el aire del ambiente está a 20 °C y 60% de humedad relativa y la temperatura efectiva del cielo es de 0 °C, calcule la velocidad de pérdida de calor en la superficie de la alberca por *a*) radiación, *b*) convección natural y, *c*) evaporación. *d*) Suponiendo que las pérdidas de calor hacia la tierra son despreciables, calcule el tamaño del calentador.

14-163 Repita el problema 14-162 para el caso de una alberca a una temperatura de 25 °C.

14-164 Una máquina para lavar botellas de vidrio utiliza un baño de agua caliente bien agitada a 50 °C con una cubierta abierta que se coloca sobre la tierra. La bañera es de 1 m de altura, 2 m de ancho y 4 m de largo y está fabricada de hoja de metal de tal forma que las superficies de los lados exteriores también están a una temperatura de 50 °C. Las botellas ingresan a una velocidad de 800 por minuto a temperatura ambiente y salen a la temperatura del agua. Cada una de las botellas tiene una masa de 150 g y quita 0.6 g de agua conforme sale el baño de agua. El agua de reposición se suministra a 15 °C. Si las condiciones promedio en la planta son de 1 atm, 25 °C y 50% de humedad relativa y la temperatura promedio de las superficies circundantes es de 15 °C, calcule *a*) la cantidad de calor y de agua removidos por las botellas en sí mismas por segundo, *b*) la velocidad de pérdida de calor por radiación, por convección natural y por evaporación de la superficie del baño de agua, *c*) la velocidad de pérdida de calor de las superficies laterales por convección natural y por radiación, y *d*) la velocidad a la que debe suministrarse el calor y el agua con el fin de mantener condiciones de operación estacionarias. Desprecie la pérdida de calor a través de la superficie inferior del baño y considere los valores de la emisividad de la hoja de metal y del agua de 0.61 y 0.95, respectivamente.

14-165 Repita el problema 14-164 para el caso de una temperatura del baño de agua de 55 °C.

Problemas de repaso

14-166 Determine la fracción molar del vapor de agua de la superficie de un lago cuya temperatura es de 15 °C y compárela con la fracción molar del agua del lago. Considere que el valor de la presión atmosférica al nivel del lago es de 92 kPa.

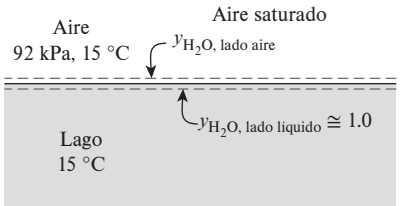


FIGURA P14-166

14-167 Demuestre que para una mezcla de gases ideales que se mantiene a una temperatura y presión constantes, la concentración molar C de la mezcla permanece constante, sin embargo, este no es necesariamente el caso de la densidad ρ de la mezcla.

14-168I Una mezcla de gases en un tanque a 550 R y 25 psia consiste en 1 lbm de CO_2 y 3 lbm de CH_4. Calcule el volumen del tanque y la presión parcial de cada gas.

14-169 Aire seco cuyo análisis molar es 78.1% de N_2, 20.9% de O_2 y 1% de Ar fluye sobre un cuerpo de agua hasta que se satura. Si la presión y la temperatura del aire permanecen constantes a 1 atm y 25 °C durante el proceso, determine *a*) el análisis molar del aire saturado, y *b*) la densidad del aire antes y después del proceso. ¿Qué concluye a partir de estos resultados?

14-170 El coeficiente de difusión del carbono en acero está dado por:

$$D_{AB} = 2.67 \times 10^{-5} \exp(-17\,400/T) \ \ (\text{m}^2/\text{s})$$

donde T está dado en K. Determine el coeficiente de difusión de 200 K a 1 200 K en incrementos de 100 K y grafique los resultados.

14-171 Considere una cacerola de 30 cm de diámetro llena con agua a 15 °C en un cuarto a 20 °C, 1 atm y 30% de humedad relativa. Calcule *a*) la velocidad de transferencia de calor por convección, *b*) la velocidad de evaporación del agua, y *c*) la velocidad de transferencia de calor necesaria para mantener la temperatura a 15 °C. Desprecie cualquier efecto de radiación.

14-172 Repita el problema 14-171 suponiendo que un ventilador emite aire sobre la superficie del agua a una velocidad de 5 m/s. Considere el radio de la cacerola como la longitud característica.

14-173 Utilizando la ley de Henry, demuestre que los gases disueltos en un líquido se pueden expulsar calentando dicho líquido.

14-174 Considere un vaso de agua en un cuarto que está a 20 °C y 100 kPa. Si la humedad relativa del cuarto es de 70% y tanto el agua como el aire están a la misma temperatura, calcule *a*) la fracción molar del vapor de agua en el aire del cuarto, *b*) la fracción molar del vapor de agua en al aire adyacente a la superficie del agua, y *c*) la fracción molar del aire en el agua cerca de la superficie. *Respuestas: a*) 1.64%, *b*) 2.34%, *c*) 0.0015%

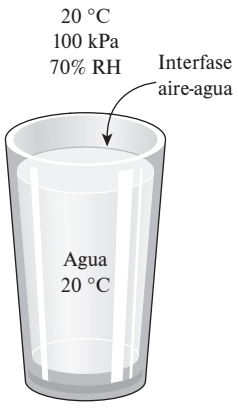


FIGURA P14-174

14-175 Una membrana fabricada con hule suave de 0.15 mm de grosor separa O_2 puro a 1 atm y 25 °C del aire que está a 5 atm

de presión. Calcule la velocidad de flujo de masa del O_2 a través de la membrana por unidad de área y la dirección del flujo.

14-176 Considere una casa de ladrillo que se mantiene a 20 °C y 60% de humedad relativa en un lugar donde la presión atmosférica es de 85 kPa. Las paredes de la casa están hechas de ladrillo de 20 cm de espesor cuya permeabilidad es 23×10^{-12} kg/s · m² · Pa. Considerando que el valor de la presión de vapor en el lado exterior del tablero es cero, determine la cantidad máxima de vapor de agua que se difundirá a través de una sección de 3 m × 5 m de pared durante 24 horas.

14-177 Una parte gruesa hecha de níquel se coloca en un cuarto lleno de hidrógeno a 3 atm y 85 °C. Determine la concentración de hidrógeno a una profundidad de 2 mm respecto a la superficie después de 24 horas. *Respuesta:* 4.1×10^{-7} kmol/m³

14-178 Un camión cisterna que transporta herbicida líquido se volcó y provocó un derrame en un campo. Dicho líquido herbicida permaneció en el suelo por 30 minutos antes de evaporarse en el aire. La difusividad de masa del líquido herbicida en el suelo es de 2×10^{-8} m² · s. Si una concentración de 0.1% en peso puede destruir a la mayor parte de los seres vivientes, calcule a qué profundidad del suelo sea probable que la vida vegetal y animal sea afectada por el derrame.

14-179 Gas oxígeno es forzado hacia un acuario a 1 atm y 25 °C, y se observa que las burbujas de oxígeno se elevan hacia la superficie libre en 4 segundos. Determine la profundidad de penetración del oxígeno en el agua a partir de una burbuja durante este periodo de tiempo.

14-180 En un experimento, una esfera de cloruro de sodio cristalino (NaCl) fue suspendida en un tanque agitado lleno de agua a 20 °C. Su masa inicial fue de 100 gramos. En 10 minutos, la masa de la esfera se había reducido en 10%. La densidad del NaCl es de 2 160 kg/m³. Su solubilidad en agua a 20 °C es de 320 kg/m³. Utilice estos resultados con el fin de obtener un valor promedio del coeficiente de transferencia de masa.

14-181 Tolueno líquido ($C_6H_5CH_3$) fue almacenado a 6.4 °C en un contenedor cilíndrico de 30 cm de diámetro con la tapa abierta. La presión de vapor del tolueno a 6.4 °C es de 10 mm de Hg. Una corriente suave de aire fresco a 6.4 °C y 101.3 kPa fluye sobre el extremo abierto del contenedor. Se mide la velocidad de evaporación del tolueno en el aire y se obtiene un valor de 80 g/día. Calcule la concentración de tolueno (en g/m³) a exactamente 10 mm por encima de la superficie del líquido. El coeficiente de difusión del tolueno a 25 °C es de $D_{AB} = 0.084 \times 10^{-4}$ m²/s.

14-182 Metanol líquido se derrama accidentalmente sobre una banca de 1 m × 1 m en un laboratorio y cubre toda la superficie de la banca. Un ventilador suministra un flujo de aire a 20 m/s en dirección paralela a la superficie de la banca. El aire se mantiene a 25 °C y 1 atm y la concentración de metanol en la corriente libre es despreciable. Si el vapor de metanol en la interfase aire-metanol tiene una presión de 4 000 Pa y una temperatura de 25 °C, determine la velocidad de evaporación del metanol en base molar.

14-183I La parte superior de un estanque de 100 pies × 100 pies y una profundidad de 8 pies calentado por el Sol, se mantiene a una temperatura constante de 80 °F en un lugar donde la presión atmosférica es de 1 atm. Si el aire ambiental está a 70 °F y 100% de humedad relativa y el viento está soplando a una velocidad promedio de 40 mph, calcule la velocidad de pérdida de calor de la superficie del estanque por *a*) convección forzada, *b*) radiación, y *c*) evaporación. Considere que la temperatura promedio de las superficies circundantes es de 60 °F.

14-184I Repita el problema 14-183I para el caso de una temperatura de superficie del estanque de 90 °F. *Respuestas: a*) 1 060 000 Btu/h, *b*) 299 400 Btu/h, *c*) 3 410 000 Btu/h

14-185I Un nadador extiende sus brazos mojados en el aire que sopla en el exterior a 1 atm, 40 °F, 50% de humedad relativa y 20 mph. Si la temperatura promedio de la piel es de 80 °F, determine la velocidad a la que evapora el agua de ambos brazos y la correspondiente velocidad de transferencia de calor por evaporación. El brazo puede modelarse como un cilindro de 2 pies de largo y 3 pulgadas de diámetro con extremos adiabáticos.

14-186 Una esfera de hielo de 5 cm de diámetro está expuesta a vientos de 65 km/h con 15% de humedad relativa. Tanto la esfera de hielo como el aire están a –1 °C y 90 kPa. Haga una predicción de la velocidad de evaporación del hielo en gramos/hora utilizando la siguiente correlación para esferas independientes: $Sh = [4.0 + 1.21\,(ReSc)^{2/3}]^{0.5}$. Los datos a –1 °C y 90 kPa son: $D_{\text{aire-}H_2O} = 2.5 \times 10^{-5}$ m²/s³, viscosidad cinemática (aire) = 1.32×10^{-7} m²/s, vapor saturado (H_2O) = 0.56 kPa y densidad (hielo) = 915 kg/m³.

14-187 Aire libre de benceno a 25 °C y 101.3 kPa ingresa a un tubo de 5 cm de diámetro a una velocidad promedio de 5 m/s. La superficie interior del tubo de 6 m de longitud está recubierta con una película delgada de benceno puro a 25 °C. La presión de vapor del benceno (C_6H_6) a 25 °C es de 13 kPa y la solubilidad del aire en el benceno se considera despreciable. Calcule *a*) el coeficiente de transferencia de masa promedio en m/s, *b*) la concentración molar del benceno en el aire de salida, y *c*) la velocidad de evaporación del benceno en kg/h.

14-188 Aire a 52 °C, 101.3 kPa y 20% de humedad relativa ingresa a un tubo de 5 cm de diámetro a una velocidad promedio de 6 m/s. La superficie interior del tubo se humedece uniformemente con agua, cuya presión de vapor a 52 °C es de 13.6 kPa. Mientras la temperatura y la presión del aire se mantienen constantes, la presión parcial del vapor del aire de salida aumenta a un valor de 10 kPa. Calcule *a*) el coeficiente de transferencia de masa promedio en m/s, *b*) la fuerza motriz media logarítmica de la transferencia de masa en unidades de concentración molar, *c*) la tasa de evaporación del agua en kg/h y, *d*) la longitud del tubo.

Problemas de examen sobre Fundamentos de ingeniería (FI)

14-189 La ecuación básica que describe la difusión de un medio a través de otro medio estacionario es,

a) $j_A = -C D_{AB} \dfrac{d(C_A/C)}{dx}$

b) $j_A = -D_{AB} \dfrac{d(C_A/C)}{dx}$

c) $j_A = -k \dfrac{d(C_A/C)}{dx}$

d) $j_A = -k \dfrac{dT}{dx}$

e) ninguno de los anteriores

14-190 Para la absorción de un gas (como el dióxido de carbono) en un líquido (como el agua), la ley de Henry establece que la presión parcial de un gas es proporcional a la fracción molar de gas en la solución líquido-gas con la constante de Henry como constante de proporcionalidad. Una botella de refresco estalla (CO_2-H_2O) a temperatura ambiente y tiene una constante de Henry de 17 100 kPa. Si la presión en dicha botella es de 140 kPa y la presión parcial de vapor de agua en el volumen de gas en la parte superior de la botella es despreciable, la concentración del CO_2 en el líquido H_2O es:

a) 0.004 mol-CO_2/mol
b) 0.008 mol-CO_2/mol
c) 0.012 mol-CO_2/mol
d) 0.024 mol-CO_2/mol
e) 0.035 mol-CO_2/mol

14-191 Un objeto de hule está en contacto con nitrógeno (N_2) a 298 K y 250 kPa. La solubilidad del gas nitrógeno en el hule es de 0.00156 kmol/m$^3 \cdot$bar. La densidad de masa del nitrógeno en la interfase es:

a) 0.049 kg/m^3
b) 0.064 kg/m^3
c) 0.077 kg/m^3
d) 0.092 kg/m^3
e) 0.109 kg/m^3

14-192 Gas nitrógeno a alta presión y 298 K está contenido en un recipiente cúbico de 2 m $\times$ 2 m $\times$ 2 m fabricado de hule natural cuyas paredes tienen un grosor de 3 cm. La concentración de nitrógeno en el hule de las superficies interior y exterior es de 0.067 kg/m^3 y 0.009 kg/m^3, respectivamente. El coeficiente de difusión de nitrógeno a través del hule es de 1.5×10^{-10} m^2/s. La velocidad de flujo de masa del nitrógeno por difusión a través del recipiente cúbico es,

a) 8.1×10^{-10} kg/s
b) 3.2×10^{-10} kg/s
c) 3.8×10^{-9} kg/s
d) 7.0×10^{-9} kg/s
e) 1.60×10^{-8} kg/s

14-193 En un intento reciente de circunnavegar el mundo en globo, se usó un globo lleno de helio cuyo volumen era de 7 240 m^3 y cuya superficie era de 1 800 m^2. El grosor del globo era de 2 mm y estaba fabricado de un material cuyo coeficiente de difusión del helio era de 1×10^{-9} m^2/s. La concentración molar del helio en la superficie interior de la tela del globo era de 0.2 kmol/m^3 y la concentración molar de la superficie exterior es extremadamente pequeña. La velocidad a la que se pierde helio de este globo es de:

a) 0.26 kg/h
b) 1.5 kg/h
c) 2.6 kg/h
d) 3.8 kg/h
e) 5.2 kg/h

14-194 Carbono a 1 273 K está contenido en un cilindro de 7 cm de diámetro interior fabricado de hierro cuyo grosor es de 1.2 mm. La concentración de carbono en el hierro en la superficie interior es de 0.5 kg/m^3 y la concentración de carbono en el hierro en la superficie exterior es despreciable. El coeficiente de difusión de carbono a través del hierro es de 3×10^{-11} m^2/s. La velocidad de flujo de masa del carbono por difusión a través del forro del cilindro por unidad de longitud del cilindro es:

a) 2.8×10^{-9} kg/s
b) 5.4×10^{-9} kg/s
c) 8.8×10^{-9} kg/s
d) 1.6×10^{-8} kg/s
e) 5.2×10^{-8} kg/s

14-195 La superficie de un componente de hierro se va a endurecer por medio de carbono. El coeficiente de difusión del carbono en el hierro a 1 000 °C está dado por 3×10^{-11} m^2/s. Si la profundidad de penetración del carbono en el hierro es preferentemente de 1.0 mm, el proceso de endurecimiento debe tomar un tiempo de al menos:

a) 1.10 h
b) 1.47 h
c) 1.86 h
d) 2.50 h
e) 2.95 h

14-196 Una instalación dedicada al almacenamiento de gas natural (metano, CH_4) utiliza tubos de ventilación de 3 cm de diámetro por 6 m de longitud en sus tanques de almacenamiento para mantener la presión de dichos tanques a la presión atmosférica. Si el coeficiente de difusión del metano en el aire es de 0.2×10^{-4} m^2/s y la temperatura del tanque y del medio ambiente es de 300 K, la velocidad a la que el gas natural se pierde del tanque a través de un tubo de ventilación es:

a) 13×10^{-5} kg/día
b) 3.2×10^{-5} kg/día
c) 8.7×10^{-5} kg/día
d) 5.3×10^{-5} kg/día
e) 0.12×10^{-5} kg/día

14-197 Vapor de agua saturado a 25 °C (P_{sat} = 3.17 kPa) fluye en una tubería que pasa a través del aire a 25 °C con una humedad relativa de 40%. El vapor es ventilado hacia la atmósfera a través de un tubo de 9 mm de diámetro que se extiende 10 m en el aire. El coeficiente de difusión del vapor a través del aire es 2.5×10^{-5} m^2/s. La cantidad de vapor de agua perdido hacia la atmósfera a través de este tubo individual por difusión es:

a) 1.7×10^{-6} kg
b) 2.3×10^{-6} kg
c) 3.8×10^{-6} kg
d) 5.0×10^{-6} kg
e) 7.1×10^{-6} kg

14-198 Cuando el número de _____ es unitario, uno puede esperar que el impulso y la transferencia de masa por difusión sean iguales.

a) Grashof
b) Reynolds
c) Lewis
d) Schmidt
e) Sherwood

14-199 Fluye aire en una tubería húmeda de 4 cm de diámetro a 20 °C y 1 atm con una velocidad promedio de 4 m/s con la finalidad de secar la superficie. El número de Nusselt en este caso puede determinarse a partir de $Nu = 0.023\,Re^{0.8}\,Pr^{0.4}$,

donde Re = 10 550 y Pr = 0.731. Asimismo, el coeficiente de difusión del vapor de agua en el aire es 2.42×10^{-5} m^2/s. Utilizando la analogía entre la transferencia de calor y de masa, el coeficiente de transferencia de masa dentro de la tubería para un flujo totalmente desarrollado es:

a) 0.0918 m/s
b) 0.0408 m/s
c) 0.0366 m/s
d) 0.0203 m/s
e) 0.0022 m/s

14-200 Aire fluye a través de una tubería húmeda a 298 K y 1 atm y el coeficiente de difusión del vapor de agua en el aire es de 2.5×10^{-5} m^2/s. Si el coeficiente de transferencia de calor es de 80 $W/m^2 \cdot K$, el coeficiente de transferencia de masa es:

a) 0.0022 m/s
b) 0.036 m/s
c) 0.074 m/s
d) 0.092 m/s
e) 0.13 m/s

Problemas de diseño y ensayo

14-201 Escriba un ensayo acerca de la difusión causada por los efectos de otros factores que no sea el gradiente de concentración como la difusión térmica, la difusión de presión, la difusión forzada, la difusión de Knudsen y la difusión superficial.

14-202 Una forma de generar electricidad a partir de la energía solar involucra la captación y almacenamiento de energía solar en grandes lagos artificiales con solamente algunos metros de profundidad, llamados estanques solares. La energía solar se almacena en la parte más profunda del estanque a temperaturas cercanas a la de ebullición y el aumento de agua caliente en la superficie se evita plantando sal en el fondo del estanque. Escriba un ensayo acerca de la operación de las plantas de energía eléctrica a través de estanques solares e investigue qué tanta cantidad de sal se utiliza por año por m^2. Si el costo no es un factor importante, ¿podría utilizarse azúcar en lugar de sal para mantener el gradiente de concentración? Explique.

14-203 La condensación e incluso el congelamiento de humedad en las paredes de los edificios que no cuentan con retardadores de vapor eficientes, constituye una gran preocupación en climas fríos debido a que va en detrimento de la eficiencia del aislamiento. Investigue de qué manera los constructores en el área donde usted vive están lidiando con este problema, si están utilizando retardadores de vapor o barreras de vapor en las paredes y dónde están localizadas en las paredes. Prepare un reporte acerca de sus descubrimientos y explique el razonamiento que existe detrás de las prácticas actuales.

14-204 Se le pide que diseñe un sistema de calefacción para una alberca que tiene una profundidad de 2 m, una longitud de 25 m y un ancho de 25 m. Su cliente quiere que el sistema de calefacción tenga la suficiente capacidad como para elevar la temperatura del agua de 20 a 30 °C en 3 horas. El calentador debe también poder mantener la alberca a 30 °C en las condiciones de diseño a la intemperie de 15 °C, 1 atm, 35% de humedad relativa, vientos a una velocidad de 40 mph y una temperatura de cielo efectiva de 10 °C. Se espera que las pérdidas de calor hacia la tierra sean pequeñas y puedan ser despreciadas. El calentador que se está considerando es un horno de gas natural cuya eficiencia es de 80%. ¿Qué tamaño de calentador (entrada en Btu/h) recomendaría usted que su cliente comprara?

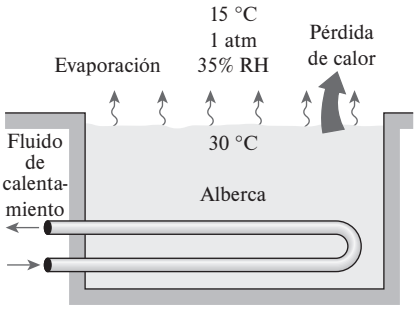


FIGURA P14-204

Elemento de diseño: "Icono de C&S © McGraw-Hill Education; Icono de PtD © McGraw-Hill Education; arte de la computadora © McGraw-Hill Education".

APÉNDICE

1

TABLAS DE PROPIEDADES Y GRÁFICAS (UNIDADES DEL SI)

TABLA A-1 Masa molar, constante de los gases y calores específicos de gases ideales de algunas sustancias 944
TABLA A-2 Propiedades de los puntos de ebullición y de congelación 945
TABLA A-3 Propiedades de los metales sólidos 946
TABLA A-4 Propiedades de los metales no sólidos 949
TABLA A-5 Propiedades de los materiales de construcción 950
TABLA A-6 Propiedades de los materiales aislantes 952
TABLA A-7 Propiedades de los alimentos de uso común 953
TABLA A-8 Propiedades de materiales diversos 955
TABLA A-9 Propiedades del agua saturada 956
TABLA A-10 Propiedades del refrigerante-134a saturado 957
TABLA A-11 Propiedades del amoniaco saturado 958
TABLA A-12 Propiedades del propano saturado 959
TABLA A-13 Propiedades de los líquidos 960
TABLA A-14 Propiedades de metales líquidos 961
TABLA A-15 Propiedades del aire a una presión de 1 atm 962
TABLA A-16 Propiedades de los gases a una presión de 1 atm 963
TABLA A-17 Propiedades de la atmósfera a elevadas altitudes 965
TABLA A-18 Emisividades de las superficies 966
TABLA A-19 Propiedades de radiación solar de varios materiales 968
FIGURA A-20 La gráfica de Moody para el factor de fricción del flujo totalmente desarrollado en tuberías circulares 969

TABLA A-1

Masa molar, constante de los gases y calores específicos de gases ideales de algunas sustancias

Sustancia	Masa molar M, kg/kmol	Constante del gas R, kJ/kg·K*	Datos sobre el calor específico a 25 °C		
			c_p, kJ/kg·K	c_v, kJ/kg·K	$k = c_p/c_v$
Aire	28.97	0.2870	1.005	0.7180	1.400
Amoniaco, NH_3	17.03	0.4882	2.093	1.605	1.304
Argón, Ar	39.95	0.2081	0.5203	0.3122	1.667
Bromo, Br_2	159.81	0.05202	0.2253	0.1732	1.300
Isobutano, C_4H_{10}	58.12	0.1430	1.663	1.520	1.094
n-butano, C_4H_{10}	58.12	0.1430	1.694	1.551	1.092
Dióxido de carbono, CO_2	44.01	0.1889	0.8439	0.6550	1.288
Monóxido de carbono, CO	28.01	0.2968	1.039	0.7417	1.400
Cloro, Cl_2	70.905	0.1173	0.4781	0.3608	1.325
Clorodifluorometano (R-22), $CHClF_2$	86.47	0.09615	0.6496	0.5535	1.174
Etano, C_2H_6	30.070	0.2765	1.744	1.468	1.188
Etileno, C_2H_4	28.054	0.2964	1.527	1.231	1.241
Flúor, F_2	38.00	0.2187	0.8237	0.6050	1.362
Helio, He	4.003	2.077	5.193	3.116	1.667
n-Heptano, C_7H_{16}	100.20	0.08297	1.649	1.566	1.053
n-Hexano, C_6H_{14}	86.18	0.09647	1.654	1.558	1.062
Hidrógeno, H_2	2.016	4.124	14.30	10.18	1.405
Kriptón, Kr	83.80	0.09921	0.2480	0.1488	1.667
Metano, CH_4	16.04	0.5182	2.226	1.708	1.303
Neón, Ne	20.183	0.4119	1.030	0.6180	1.667
Nitrógeno, N_2	28.01	0.2968	1.040	0.7429	1.400
Óxido nítrico, NO	30.006	0.2771	0.9992	0.7221	1.384
Dióxido de nitrógeno, NO_2	46.006	0.1889	0.8060	0.6171	1.306
Oxígeno, O_2	32.00	0.2598	0.9180	0.6582	1.395
n-Pentano, C_5H_{12}	72.15	0.1152	1.664	1.549	1.074
Propano, C_3H_8	44.097	0.1885	1.669	1.480	1.127
Propileno, C_3H_6	42.08	0.1976	1.531	1.333	1.148
Vapor, H_2O	18.015	0.4615	1.865	1.403	1.329
Dióxido de azufre, SO_2	64.06	0.1298	0.6228	0.4930	1.263
Tetraclorometano, CCl_4	153.82	0.05405	0.5415	0.4875	1.111
Tetrafluoroetano (R-134a), $C_2H_2F_4$	102.03	0.08149	0.8334	0.7519	1.108
Trifluoretano (R-143a), $C_2H_3F_3$	84.04	0.09893	0.9291	0.8302	1.119
Xenón, Xe	131.30	0.06332	0.1583	0.09499	1.667

* La unidad kJ/kg·K es equivalente a kPa · m^3/kg · K. La constante del gas se calcula a partir de $R = R_u/M$ donde R_u = 8.31447 kJ/kmol·K es la constante universal de los gases y M es la unidad de masa molar.

Fuente: Los valores de los calores específicos se obtuvieron principalmente de las rutinas de propiedades preparadas por el National Institute of Standards and Technology (NIST, Instituto Nacional de Estándares y Tecnología), Gaithersburg, MD.

TABLA A-2

Propiedades de los puntos de ebullición y de congelación

	Datos de ebullición a 1 atm		Datos de congelamiento		Propiedades de los líquidos		
Sustancia	Punto de ebullición normal, °C	Calor latente de vaporización, h_{fg}, kJ/kg	Punto de congelamiento, °C	Calor latente de fusión h_{if}, kJ/kg	Temperatura, °C	Densidad ρ, kg/m^3	Calor específico c_p, kJ/kg · K
Amoniaco	−33.3	1357	−77.7	322.4	−33.3	682	4.43
					−20	665	4.52
					0	639	4.60
					25	602	4.80
Argón	−185.9	161.6	−189.3	28	−185.6	1 394	1.14
Benceno	80.2	394	5.5	126	20	879	1.72
Salmuera (20% de cloruro de sodio en masa)	103.9	—	−17.4	—	20	1 150	3.11
n-butano	−0.5	385.2	−138.5	80.3	− 0.5	601	2.31
Dióxido de carbono	−78.4*	230.5 (a 0 °C)	−56.6		0	298	0.59
Etanol	78.2	838.3	−114.2	109	25	783	2.46
Alcohol etílico	78.6	855	−156	108	20	789	2.84
Glicol etílico	198.1	800.1	−10.8	181.1	20	1 109	2.84
Glicerina	179.9	974	18.9	200.6	20	1 261	2.32
Helio	−268.9	22.8	—	—	−268.9	1 46.2	22.8
Hidrógeno	−252.8	445.7	−259.2	59.5	−252.8	70.7	10.0
Isobutano	−11.7	367.1	−160	105.7	− 11.7	593.8	2.28
Keroseno	204–293	251	−24.9	—	20	820	2.00
Mercurio	356.7	294.7	−38.9	11.4	25	13 560	0.139
Metano	−161.5	510.4	−182.2	58.4	−161.5	423	3.49
					−100	301	5.79
Metanol	64.5	1100	−97.7	99.2	25	787	2.55
Nitrógeno	−195.8	198.6	−210	25.3	−195.8	809	2.06
					−160	596	2.97
Octano	124.8	306.3	−57.5	180.7	20	703	2.10
Aceite (ligero)					25	910	1.80
Oxígeno	−183	212.7	−218.8	13.7	−183	1 141	1.71
Petróleo	–	230-384			20	640	2.0
Propano	−42.1	427.8	−187.7	80.0	−42.1	581	2.25
					0	529	2.53
					50	449	3.13
Refrigerante-134a	−26.1	216.8	−96.6	—	−50	1 443	1.23
					−26.1	1 374	1.27
					0	1 295	1.34
					25	1 207	1.43
Agua	100	2257	0.0	333.7	0	1 000	4.22
					25	997	4.18
					50	988	4.18
					75	975	4.19
					100	958	4.22

* Temperatura de sublimación (a presiones por debajo de la presión del punto triple de 518 kPa, el dióxido de carbono existe como un sólido o un gas. Asimismo, la temperatura del punto de congelamiento del dióxido de carbono es la temperatura del punto triple de −56.5 °C).

TABLA A-3

Propiedades de los metales sólidos

Composición	Punto de fusión, K	*Propiedades a 300 K* ρ kg/m^3	c_p J/kg·K	k W/m·K	$\alpha \times 10^6$ m^2/s	*Propiedades a varias temperaturas* (K), k(W/m·K)/c_p(J/kg·K) 100	200	400	600	800	1 000
Aluminio:											
Puro	933	2 702	903	237	97.1	302	237	240	231	218	
						482	798	949	1 033	1 146	
Aleación 2024-T6 (4.5% Cu, 1.5% Mg, 0.6% Mn)	775	2 770	875	177	73.0	65	163	186	186		
						473	787	925	1 042		
Aleación 195, fundido (4.5% Cu)		2 790	883	168	68.2			174	185		
Berilio	1 550	1 850	1 825	200	59.2	990	301	161	126	106	90.8
						203	1 114	2 191	2 604	2 823	3 018
Bismuto	545	9 780	122	7.86	6.59	16.5	9.69	7.04			
						112	120	127			
Boro	2 573	2 500	1 107	27.0	9.76	190	55.5	16.8	10.6	9.60	9.85
						128	600	1 463	1 892	2 160	2 338
Cadmio	594	8 650	231	96.8	48.4	203	99.3	94.7			
							198	222	242		
Cromo	2 118	7 160	449	93.7	29.1	159	111	90.9	80.7	71.3	65.4
						192	384	484	542	581	616
Cobalto	1 769	8 862	421	99.2	26.6	167	122	85.4	67.4	58.2	52.1
						236	379	450	503	550	628
Cobre:											
Puro	1 358	8 933	385	401	117	482	413	393	379	366	352
						252	356	397	417	433	451
Bronce comercial (90% Cu, 10% Al)	1 293	8 800	420	52	14		42	52	59		
							785	160	545		
Engranaje de fósforo bronce (89% Cu, 11% Sn)	1 104	8 780	355	54	17		41	65	74		
							—	—	—		
Cartucho de latón (70% Cu, 30% Zn)	1 188	8 530	380	110	33.9	75	95	137	149		
							360	395	425		
Constantan (55% Cu, 45% Ni)	1 493	8 920	384	23	6.71	17	19				
						237	362				
Germanio	1 211	5 360	322	59.9	34.7	232	96.8	43.2	27.3	19.8	17.4
						190	290	337	348	357	375
Oro	1 336	19 300	129	317	127	327	323	311	298	284	270
						109	124	131	135	140	145
Iridio	2 720	22 500	130	147	50.3	172	153	144	138	132	126
						90	122	133	138	144	153
Hierro:											
Puro	1 810	7 870	447	80.2	23.1	134	94.0	69.5	54.7	43.3	32.8
						216	384	490	574	680	975
Armco (99.75% puro)		7 870	447	72.7	20.7	95.6	80.6	65.7	53.1	42.2	32.3
						215	384	490	574	680	975
Aceros de carbono:											
Carbono liso (Mn ≤ 1% Si ≤ 0.1%)		7 854	434	60.5	17.7			56.7	48.0	39.2	30.0
								487	559	685	1 169
AISI 1010		7 832	434	63.9	18.8			58.7	48.8	39.2	31.3
								487	559	685	1 168
Carbono-silicio (Mn ≤ 1% 0.1% < Si ≤ 0.6%)		7 817	446	51.9	14.9			49.8	44.0	37.4	29.3
								501	582	699	971

TABLA A-3

Propiedades de los metales sólidos (*continuación*)

Composición	Punto de fusión, K	*Propiedades a 300 K* ρ kg/m^3	c_p J/kg·K	k W/m·K	$\alpha \times 10^6$ m^2/s	*Propiedades a varias temperaturas* (K), k(W/m·K)/c_p(J/kg·K) 100	200	400	600	800	1 000
Carbono-manganeso-silicio (1% < Mn < 1.65% 0.1% < Si < 0.6%)		8 131	434	41.0	11.6			42.2 487	39.7 559	35.0 685	27.6 1 090
Aceros al cromo (bajo)											
$\frac{1}{2}$Cr–$\frac{1}{4}$ Mo–Si (0.18% C, 0.65% Cr, 0.23% Mo, 0.6% Si)		7 822	444	37.7	10.9			38.2 492	36.7 575	33.3 688	26.9 969
1 Cr–$\frac{1}{2}$ Mo (0.16% C, 1% Cr, 0.54% Mo, 0.39% Si)		7 858 7 836	442 443	42.3 48.9	12.2 14.1			42.0 492 46.8	39.1 575 42.1	34.5 688 36.3	27.4 969 28.2
1 Cr-V (0.2% C, 1.02% Cr, 0.15% V)								492	575	688	969
Aceros inoxidables:											
AISI 302		8 055	480	15.1	3.91			17.3 512	20.0 559	22.8 585	25.4 606
AISI 304	1 670	7 900	477	14.9	3.95	9.2 272	12.6 402	16.6 515	19.8 557	22.6 582	25.4 611
AISI 316		8 238	468	13.4	3.48			15.2 504	18.3 550	21.3 576	24.2 602
AISI 347		7 978	480	14.2	3.71			15.8 513	18.9 559	21.9 585	24.7 606
Plomo	601	11 340	129	35.3	24.1	39.7	36.7	34.0 118	31.4 125	132	142
Magnesio	923	1 740	1024	156	87.6	169	159 649	153 934	149 1 074	146 1 170	1 267
Molibdeno	2 894	10 240	251	138	53.7	179 141	143 224	134 261	126 275	118 285	112 295
Níquel:											
Puro	1 728	8 900	444	90.7	23.0	164 232	107 383	80.2 485	65.6 592	67.6 530	71.8 562
Nicromo (80% Ni, 20% Cr)	1 672	8 400	420	12	3.4			14 480	16 525	21 545	
Inconel X-750 (73% Ni, 15% Cr, 6.7% Fe)	1 665	8 510	439	11.7	3.1	8.7 —	10.3 372	13.5 473	17.0 510	20.5 546	24.0 626
Niobio	2 741	8 570	265	53.7	23.6	55.2 188	52.6 249	55.2 274	58.2 283	61.3 292	64.4 301
Paladio	1 827	12 020	244	71.8	24.5	76.5 168	71.6 227	73.6 251	79.7 261	86.9 271	94.2 281
Patino: Puro	2 045	21 450	133	71.6	25.1	77.5 100	72.6 125	71.8 136	73.2 141	75.6 146	78.7 152
Aleación 60Pt-40Rh (60% Pt, 40% Rh)	1 800	16 630	162	47	17.4			52 —	59 —	65 —	69 —
Renio	3 453	21 100	136	47.9	16.7	58.9 97	51.0 127	46.1 139	44.2 145	44.1 151	44.6 156
Rodio	2 236	12 450	243	150	49.6	186 147	154 220	146 253	136 274	127 293	121 311

TABLA A-3

Propiedades de los metales sólidos (*conclusión*)

Composición	Punto de fusión, K	*Propiedades a 300 K* ρ kg/m^3	c_p J/kg·K	k W/m·K	$\alpha \times 10^6$ m^2/s	*Propiedades a varias temperaturas* (K), k(W/m·K)/c_p(J/kg·K) 100	200	400	600	800	1 000
Silicio	1 685	2 330	712	148	89.2	884	264	98.9	61.9	42.4	31.2
						259	556	790	867	913	946
Plata	1 235	10 500	235	429	174	444	430	425	412	396	379
						187	225	239	250	262	277
Tántalo	3 269	16 600	140	57.5	24.7	59.2	57.5	57.8	58.6	59.4	60.2
						110	133	144	146	149	152
Torio	2 023	11 700	118	54.0	39.1	59.8	54.6	54.5	55.8	56.9	56.9
						99	112	124	134	145	156
Hojalata	505	7 310	227	66.6	40.1	85.2	73.3	62.2			
						188	215	243			
Titanio	1 953	4 500	522	21.9	9.32	30.5	24.5	20.4	19.4	19.7	20.7
						300	465	551	591	633	675
Tungsteno	3 660	19 300	132	174	68.3	208	186	159	137	125	118
						87	122	137	142	146	148
Uranio	1 406	19 070	116	27.6	12.5	21.7	25.1	29.6	34.0	38.8	43.9
						94	108	125	146	176	180
Vanadio	2 192	6 100	489	30.7	10.3	35.8	31.3	31.3	33.3	35.7	38.2
						258	430	515	540	563	597
Cinc	693	7 140	389	116	41.8	117	118	111	103		
						297	367	402	436		
Circonio	2 125	6 570	278	22.7	12.4	33.2	25.2	21.6	20.7	21.6	23.7
						205	264	300	332	342	362

Fuente: Frank P. Incropera y David P. DeWitt, *Fundamentals of Heat and Mass Transfer, 3rd edition,* 1990.

TABLA A-4

Propiedades de los metales no sólidos

Composición	Punto de fusión, K	*Propiedades a 300 K* ρ kg/m^3	c_p J/kg·K	k W/m·K	$\alpha \times 10^6$ m^2/s	*Propiedades a varias temperaturas* (K), k(W/m·K)/c_p(J/kg·K) 100	200	400	600	800	1 000
Óxido de aluminio, zafiro	2 323	3 970	765	46	15.1	450 —	82 —	32.4 940	18.9 1 110	13.0 1 180	10.5 1 225
Óxido de aluminio, policristalino	2 323	3 970	765	36.0	11.9	133 —	55 —	26.4 940	15.8 1 110	10.4 1 180	7.85 1 225
Óxido de berilio	2 725	3 000	1 030	272	88.0			196 1 350	111 1 690	70 1 865	47 1 975
Boro	2 573	2 500	1 105	27.6	9.99	190 —	52.5 —	18.7 1 490	11.3 1 880	8.1 2 135	6.3 2 350
Composición epóxica de fibra de boro (30% vol.) compuesto	590	2 080									
k, ∥ a las fibras				2.29		2.10	2.23	2.28			
k, ⊥ a las fibras				0.59		0.37	0.49	0.60			
c_p			1 122			364	757	1 431			
Carbono, amorfo	1 500	1 950	—	1.60	—	0.67 —	1.18 —	1.89 —	21.9 —	2.37 —	2.53 —
Diamante, tipo lla aislante	—	3 500	509	2 300		10 000 21	4 000 194	1 540 853			
Grafito, pirolítico	2 273	2 210									
k, ∥ a las fibras				1 950		4 970	3 230	1 390	892	667	534
k, ⊥ a las fibras				5.70		16.8	9.23	4.09	2.68	2.01	1.60
c_p			709			136	411	992	1 406	1 650	1 793
Composición epóxica de fibra de grafito (25% vol.)	450	1 400									
k, flujo de calor ∥ a las fibras				11.1		5.7	8.7	13.0			
k, flujo de calor ⊥ a las fibras			0.87		0.46	0.68	1.1				
c_p			935			337	642	1 216			
Policerámica, Corning 9606	1 623	2 600	808	3.98	1.89	5.25 —	4.78 —	3.64 908	3.28 1 038	3.08 1 122	2.96 1 197
Carburo de silicio	3 100	3 160	675	490	230			— 880	— 1 050	— 1 135	87 1 195
Dióxido de silicio, cristalino (cuarzo)	1 883	2 650									
k, ∥ al eje c				10.4		39	16.4	7.6	5.0	4.2	
k, ⊥ al eje c				6.21		20.8	9.5	4.70	3.4	3.1	
c_p			745			—	—	885	1 075	1 250	
Dióxido de silicio, policristalino (silicio fundido)	1 883	2 220	745	1.38	0.834	0.69 —	1.14 —	1.51 905	1.75 1 040	2.17 1 105	2.87 1 155
Nitrido de silicona	2 173	2 400	691	16.0	9.65	— —	— 578	13.9 778	11.3 937	9.88 1 063	8.76 1 155
Sulfuro	392	2 070	708	0.206	0.141	0.165	0.185 403	606			
Dióxido de torio	3 573	9 110	235	13	6.1			10.2 255	6.6 274	4.7 285	3.68 295
Dióxido de titanio, policristalino	2 133	4 157	710	8.4	2.8			7.01 805	5.02 880	8.94 910	3.46 930

TABLA A-5

Propiedades de los materiales de construcción (a una temperatura media de 24 °C)

Material	Grosor L mm	Densidad, ρ kg/m^3	Conductividad térmica, k W/m · K	Calor específico, c_p kJ/kg · K	Valor R (para el grosor especificado en esta tabla, L/k), K · m^2/W
Tableros de construcción					
Asbestos-tablero de cemento	6 mm	1 922	—	1.00	0.011
Yeso de escayola	10 mm	800	—	1.09	0.057
	13 mm	800	—	—	0.078
Triplay (abeto Douglas)	—	545	0.12	1.21	—
	6 mm	545	—	1.21	0.055
	10 mm	545	—	1.21	0.083
	13 mm	545	—	1.21	0.110
	20 mm	545	—	1.21	0.165
Tablero aislado y revestimiento	13 mm	288	—	1.30	0.232
(densidad regular)	20 mm	288	—	1.30	0.359
Tablero duro (alta densidad, templado estándar)	—	1 010	0.14	1.34	—
Tablero de partículas:					
Media densidad	—	800	0.14	1.30	—
Contrapiso	16 mm	640	—	1.21	0.144
Subsuelo de madera	20 mm	—	—	1.38	0.166
Membrana de construcción					
Fieltro permeable al valor	—	—	—	—	0.011
Sello de vapor (2 capas de fieltro trapeado de 0.73 kg^2/m^2)	—	—	—	—	0.021
Materiales para pisos					
Alfombra y almohadilla fibrosa	—	—	—	1.42	0.367
Alfombra y almohadilla de goma	—	—	—	1.38	0.217
Azulejo (asfalto, linóleo, vinil)	—	—	—	1.26	0.009
Materiales de albañilería					
Unidades de albañilería:					
Ladrillo, común		1 922	0.72	—	—
Ladrillo, cara		2 082	1.30	—	—
Ladrillo, arcilla refractaria		2 400	1.34	—	—
		1 920	0.90	0.79	—
		1 120	0.41	—	—
Bloques de hormigón (3 núcleos	100 mm	—	0.77	—	0.13
ovales, agregado de arena y grava)	200 mm	—	1.0	—	0.20
	300 mm	—	1.30	—	0.23
Hormigones:					
Agregados livianos (que incluyen		1 920	1.1	—	—
lutita, arcilla o pizarra expandida,		1 600	0.79	0.84	—
escorias expandidas, cenizas,		1 280	0.54	0.84	—
piedra pómez y escoria)		960	0.33	—	—
	940	0.18	—	—	
Cemento/cal, mortero y estuco		1 920	1.40	—	—
		1 280	0.65	—	—
Estuco		1 857	0.72	—	—

TABLA A-5 (*CONTINUACIÓN*)

Propiedades de los materiales de construcción (a una temperatura media de 24 °C)

Material	Grosor L mm	Densidad, ρ kg/m^3	Conductividad térmica, k W/m · K	Calor específico, c_p kJ/kg · K	Valor R (para el grosor especificado en esta tabla, L/k), K · m^2/W
Tableros de construcción					
Techumbre					
Tejas de asbesto y cemento		1 900	—	1.00	0.037
Techo de asfalto en rollo		1 100	—	1.51	0.026
Tejas de asfalto		1 100	—	1.26	0.077
Techos empotrados	10 mm	1 100	—	1.46	0.058
Pizarra	13 mm	—	—	1.26	0.009
Tejas de madera (lisas y plásticas/con película)		—	—	1.30	0.166
Materiales de enlucido					
Yeso de cemento, agregado de arena	19 mm	1 860	0.72	0.84	0.026
Yeso:					
Agregado ligero	13 mm	720	—	—	0.055
Agregado de arena	13 mm	1 680	0.81	0.84	0.016
Agregado de perlita	—	720	0.22	1.34	—
Material de revestimiento (en superficies planas)					
Tejas de asbesto y cemento	—	1 900	—	—	0.037
Revestimiento de tableros duros	11 mm	—	—	1.17	0.12
Revestimiento de madera (caída)	25 mm	—	—	1.30	0.139
Revestimiento de madera (triplay) lapeado	10 mm	—	—	1.21	0.111
Revestimiento de aluminio o acero (sobre láminas)					
Hueco respaldado	10 mm	—	—	1.22	0.11
Tablero aislante respaldado	10 mm	—	—	1.34	0.32
Vidrio arquitectónico	—	2 530	1.0	0.84	0.018
Maderas					
Maderas duras (arce, roble, etc.).	—	721	0.159	1.26	—
Maderas suaves (abeto, pino, etc.).	—	513	0.115	1.38	—
Metales					
Aluminio (1 100)	—	2 739	222	0.896	—
Acero, suave	—	7 833	45.3	0.502	—
Acero, inoxidable	—	7 913	15.6	0.456	—

Fuente: Las tablas A-5 y A-6 están adaptadas del *ASHRAE, Handbook of Fundamentals* (Atlanta, GA: American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers, 1993), Capítulo 22, tabla 4. Usado con permiso.

TABLA A-6

Propiedades de los materiales aislantes (a una temperatura media de 24 °C)

Material	Grosor, L mm	Densidad, ρ kg/m^3	Conductividad térmica, k W/m · K	Calor específico, c_p kJ/kg · K	Valor R (para el grosor especificado en esta tabla, L/k), K · m^2/W
Manta y guata					
Fibra mineral (forma fibrosa	50 a 70 mm	4.8-32	—	0.71-0.96	1.23
procesada a partir de roca,	75 a 90 mm	4.8-32	—	0.71-0.96	1.94
escoria o vidrio)	135 a 165 mm	4.8-32	—	0.71-0.96	3.32
Junta y losa					
Vidrio celular		136	0.055	1.0	—
Fibra de vidrio (aglomerado orgánico)		64-144	0.036	0.96	—
Poliestireno expandido (cuentas moldeadas)		16	0.040	1.2	—
Poliuretano expandido (*R*-11 expandido)		24	0.023	1.6	—
Perlita expandida (ligada orgánica)		16	0.052	1.26	—
Caucho expandido (rígido)		72	0.032	1.68	—
Fibra mineral con aglutinante de resina		240	0.042	0.71	—
Corcho		120	0.039	1.80	—
Rociado o formado en su lugar					
Espuma de poliuretano		24-40	0.023-0.026	—	—
Fibra de vidrio		56-72	0.038-0.039	—	—
Uretano, mezcla de dos partes (espuma rígida)		70	0.026	1.045	—
Gránulos de lana mineral con asbestos/ aglutinantes inorgánicos (pulverizados)		190	0.046	—	—
Relleno suelto					
Fibra mineral (roca, escoria o vidrio)	~75 a 125 mm	9.6-32	—	0.71	1.94
	~165 a 222 mm	9.6-32	—	0.71	3.35
	~191 a 254 mm	—	—	0.71	3.87
	~185 mm	—	—	0.71	5.28
Aerogel de sílice		122	0.025	—	—
Vermiculita (expandida)		122	0.068	—	—
Perlita, expandida		32-66	0.039-0.045	1.09	—
Aserrín o virutas		128-240	0.065	1.38	—
Aislamiento celulósico (papel molido o pulpa de madera)		37-51	0.039-0.046	—	—
Aislamiento del techo					
Vidrio celular	—	144	0.058	1.0	—
Preformado, para usar sobre cubierta	13 mm	—	—	1.0	0.24
	25 mm	—	—	2.1	0.49
	50 mm	—	—	3.9	0.93
Aislamiento reflectante					
Polvo de sílice (evacuado)		160	0.0017	—	—
Papel de aluminio que separa esteras esponjosas; 10-12 capas (evacuadas); para aplicaciones criogénicas (150 K)		40	0.00016	—	—
Papel de aluminio y laminado de papel de vidrio; 75-150 capas (evacuadas); para aplicaciones criogénicas		120	0.000017	—	—

Fuente: Las tablas A-5 y A-6 están adaptadas del *ASHRAE*, *Handbook of Fundamentals* (Atlanta, GA: American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers, 1993), Capítulo 22, tabla 4. Utilizado con permiso.

TABLA A-7

Propiedades de los alimentos de uso común

a) Propiedades de los calores específicos y de los puntos de congelación

Alimento	Contenido de agua,[a] % (masa)	Punto de congelación[a] °C	*Calor específico,*[b] kJ/kg · K: Por arriba del punto de congelación	*Calor específico,*[b] kJ/kg · K: Por debajo del punto de congelacióNn	Calor latente de fusión,[c] kJ/kg
Vegetales					
Alcachofas	84	−1.2	3.65	1.90	281
Espárragos	93	−0.6	3.96	2.01	311
Frijoles	89	−0.7	3.82	1.96	297
Brócoli	90	−0.6	3.86	1.97	301
Calabaza	92	−0.9	3.92	2.00	307
Zanahoria	88	−1.4	3.79	1.95	294
Coliflor	92	−0.8	3.92	2.00	307
Apio	94	−0.5	3.99	2.02	314
Maíz dulce	74	−0.6	3.32	1.77	247
Pepinos	96	−0.5	4.06	2.05	321
Berenjena	93	−0.8	3.96	2.01	311
Rábano picante	75	−1.8	3.35	1.78	251
Puerros	85	−0.7	3.69	1.91	284
Lechuga	95	−0.2	4.02	2.04	317
Hongos	91	−0.9	3.89	1.99	304
Quingombó	90	−1.8	3.86	1.97	301
Cebollas verdes	89	−0.9	3.82	1.96	297
Cebollas secas	88	−0.8	3.79	1.95	294
Perejil	85	−1.1	3.69	1.91	284
Chícharos verdes	74	−0.6	3.32	1.77	247
Pimienta, dulce	92	−0.7	3.92	2.00	307
Papas	78	−0.6	3.45	1.82	261
Calabazas	91	−0.8	3.89	1.99	304
Espinaca	93	−0.3	3.96	2.01	311
Jitomates maduros	94	−0.5	3.99	2.02	314
Nabos	92	−1.1	3.92	2.00	307
Frutas					
Manzanas	84	−1.1	3.65	1.90	281
Albaricoques	85	−1.1	3.69	1.91	284
Aguacates	65	−0.3	3.02	1.66	217
Plátanos	75	−0.8	3.35	1.78	251
Arándanos	82	−1.6	3.59	1.87	274
Melones	92	−1.2	3.92	2.00	307
Cerezas agrias	84	−1.7	3.65	1.90	281
Cerezas dulces	80	−1.8	3.52	1.85	267
Higos secos	23	—	—	1.13	77
Higos frescos	78	−2.4	3.45	1.82	261
Toronja	89	−1.1	3.82	1.96	297
Uvas	82	−1.1	3.59	1.87	274
Limones	89	−1.4	3.82	1.96	297
Aceitunas	75	−1.4	3.35	1.78	251
Naranjas	87	−0.8	3.75	1.94	291

Alimento	Contenido de agua,[a] % (masa)	Punto de congelación[a] °C	*Calor específico,* [b] kJ/kg · K: Por arriba del punto de congelación	*Calor específico,* [b] kJ/kg · K: Por debajo del punto de congelacióNn	Calor latente de fusión[c], kJ/kg
Duraznos	89	−0.9	3.82	1.96	297
Peras	83	−1.6	3.62	1.89	277
Piñas	85	−1.0	3.69	1.91	284
Ciruelas	86	−0.8	3.72	1.92	287
Membrillos	85	−2.0	3.69	1.91	284
Pasas	18	—	—	1.07	60
Fresas	90	−0.8	3.86	1.97	301
Mandarinas	87	−1.1	3.75	1.94	291
Sandías	93	−0.4	3.96	2.01	311
Pescado/comida del mar					
Bacalao entero	78	−2.2	3.45	1.82	261
Fletán entero	75	−2.2	3.35	1.78	251
Langosta	79	−2.2	3.49	1.84	264
Jurel	57	−2.2	2.75	1.56	190
Salmón entero	64	−2.2	2.98	1.65	214
Camarones	83	−2.2	3.62	1.89	277
Carnes					
Canal de carne	49	−1.7	2.48	1.46	164
Hígado	70	−1.7	3.18	1.72	234
Carne redonda	67	—	3.08	1.68	224
Solomillo de ternera	56	—	2.72	1.55	187
Pollo	74	−2.8	3.32	1.77	247
Pierna de cordero	65	—	3.02	1.66	217
Canal de puerto	37	—	2.08	1.31	124
Jamón	56	−1.7	2.72	1.55	187
Salchicha de puerco	38	—	2.11	1.32	127
Pavo	64	—	2.98	1.65	214
Otros					
Almendras	5	—	—	0.89	17
Mantequilla	16	—	—	1.04	53
Queso,					
Queso cheddar	37	−12.9	2.08	1.31	124
Queso suizo	39	−10.0	2.15	1.33	130
Leche con chocolate	1	—	—	0.85	3
Huevos enteros	74	−0.6	3.32	1.77	247
Miel	17	—	—	1.05	57
Helado	63	−5.6	2.95	1.63	210
Leche entera	88	−0.6	3.79	1.95	294
Cacahuates	6	—	—	0.92	20
Cacahuates tostados	2	—	—	0.87	7
Nueces pecanas	3	—	—	0.87	10
Nueces	4	—	—	0.88	13

Fuentes: [a] Water content and freezing-point data are from *ASHRAE, Handbook of Fundamentals*, Version SI (Atlanta, GA: American Society Of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers, Inc., 1993), Capítulo 30, tabla 1.

[b] Los datos sobre calores específicos están basados en los valores de calor específico del agua y del hielo a 0 °C y se calculan de las fórmulas de Siebel: $c_{p,\,fresco}$ (contenido de agua) + 0.84, por encima de la congelación y $c_{p,\,congelado}$ = 1.26 × (contenido de agua) + 0.84 por debajo de la congelación.

[c] El calor latente de fusión se calcula multiplicando el calor de fusión del agua (334 kJ/kg) por el contenido de agua del alimento.

TABLA A-7 (*CONTINUACIÓN*)

Propiedades de alimentos uso común
b) Otras propiedades

Alimento	Contenido de agua,% (masa)	Temperatura, T °C	Densidad, ρ kg/m^3	Conductividad térmica, k W/m·K	Difusividad térmica, α m^2/s	Calor específico c_p kJ/kg·K
Frutas/verduras						
Jugo de manzana	87	20	1 000	0.559	0.14×10^{-6}	3.86
Manzanas	85	8	840	0.418	0.13×10^{-6}	3.81
Manzanas, secas	41.6	23	856	0.219	0.096×10^{-6}	2.72
Albaricoques secos	43.6	23	1 320	0.375	0.11×10^{-6}	2.77
Plátanos frescos	76	27	980	0.481	0.14×10^{-6}	3.59
Brócoli	—	26	560	0.385	—	—
Cerezas frescas	92	0–30	1 050	0.545	0.13×10^{-6}	3.99
Higos	40.4	23	1 241	0.310	0.096×10^{-6}	2.69
Jugo de uva	89	20	1 000	0.567	0.14×10^{-6}	3.91
Duraznos	89	2–32	960	0.526	0.14×10^{-6}	3.91
Ciruelas	—	− 16	610	0.247	—	—
Papas	78	0–70	1 055	0.498	0.13×10^{-6}	3.64
Pasas	32	23	1 380	0.376	0.11×10^{-6}	2.48
Carnes						
Carne de res molida	67	6	950	0.406	0.13×10^{-6}	3.36
Carne de res magra	74	3	1 090	0.471	0.13×10^{-6}	3.54
Carne de res con grasa	0	35	810	0.190	—	—
Hígado de res	72	35	—	0.448	—	3.49
Comida de gato	39.7	23	1 140	0.326	0.11×10^{-6}	2.68
Pechuga de pollo	75	0	1 050	0.476	0.13×10^{-6}	3.56
Comida de perro	30.6	23	1 240	0.319	0.11×10^{-6}	2.45
Bacalao de pescado	81	3	1 180	0.534	0.12×10^{-6}	3.71
Salmón de pescado	67	3	—	0.531	—	3.36
Jamón	71.8	20	1 030	0.480	0.14×10^{-6}	3.48
Cordero	72	20	1 030	0.456	0.13×10^{-6}	3.49
Magro de cerdo	72	4	1 030	0.456	0.13×10^{-6}	3.49
Pechuga de pavo	74	3	1 050	0.496	0.13×10^{-6}	3.54
Ternera	75	20	1 060	0.470	0.13×10^{-6}	3.56
Otros						
Mantequilla	16	4	—	0.197	—	2.08
Pastel de chocolate	31.9	23	340	0.106	0.12×10^{-6}	2.48
Margarina	16	5	1 000	0.233	0.11×10^{-6}	2.08
Leche desnatada	91	20	—	0.566	—	3.96
Leche entera	88	28	—	0.580	—	3.89
Aceite de oliva	0	32	910	0.168	—	—
Aceite de cacahuate	0	4	920	0.168	—	—
Agua	100	0	1 000	0.569	0.14×10^{-6}	4.217
	100	30	995	0.618	0.15×10^{-6}	4.178
Pastel blanco	32.3	23	450	0.082	0.10×10^{-6}	2.49

Fuente: Los datos se obtuvieron principalmente de *ASHRAE, Handbook of Fundamentals*, Versión SI (Atlanta, GA: American Society Of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers, Inc., 1993), Capítulo 30, tablas 7 y 9. Usadas con permiso.

La mayoría de los valores de calores específicos se calcularon de $c_p = 1.68 + 2.51 \times$ (contenido de agua), el cual es una buena aproximación en el rango de temperatura de 3 a 32 °C. La mayoría de las difusividades térmicas se calculan a partir de $\alpha = k/\rho c_p$. Los valores sobre las propiedades que se muestran en esta tabla son válidos para el valor de contenido de agua específico.

TABLA A-8

Propiedades de materiales diversos (los valores están especificados a 300 K a menos que se indique otra cosa)

Material	Densidad, ρ kg/m^3	Conductividad térmica, k W/m · K	Calor específico, c_p J/kg · K
Asfalto	2 115	0.062	920
Baquelita	1 300	1.4	1 465
Ladrillo, refractario			
Ladrillo cromado			
473 K	3 010	2.3	835
823 K	—	2.5	—
1 173 K	—	2.0	—
Arcilla de fuego, quemada 1 600 K			
773 K	2 050	1.0	960
1 073 K	—	1.1	—
1 373 K	—	1.1	—
Arcilla de fuego, quemada 1 725 K			
773 K	2 325	1.3	960
1 073 K	—	1.4	—
1 373 K	—	1.4	—
Ladrillo de arcilla de fuego			
478 K	2 645	1.0	960
922 K	—	1.5	—
1 478 K	—	1.8	—
Magnesia			
478 K	—	3.8	1 130
922 K	—	2.8	—
1 478 K	—	1.9	—
Carne de pollo, Blanca (74.4% contenido de agua)			
198 K	—	1.60	—
233 K	—	1.49	—
253 K	—	1.35	—
273 K	—	0.48	—
293 K	—	0.49	—
Arcilla, seca	1 550	0.930	—
Arcilla, húmeda	1 495	1.675	—
Carbón, antracita	1 350	0.26	1260
Hormigón (mezcla de piedra)	2 300	1.4	880
Corcho	86	0.048	2030
Algodón	80	0.06	1300
Grasa	—	0.17	—
Vidrio			
Ventana	2 800	0.7	750
Pyrex	2 225	1–1.4	835
Corona	2 500	1.05	—
Plomo	3 400	0.85	—
Hielo			
273 K	920	1.88	2 040
253 K	922	2.03	1 945
173 K	928	3.49	1 460
Suela de cuero	998	0.159	—
Linóleo	535	0.081	—
	1 180	0.186	—
Mica	2 900	0.523	—
Papel	930	0.180	1 340
Plásticos			
Plexiglás	1 190	0.19	1 465
Teflón			
300 K	2 200	0.35	1 050
400 K	—	0.45	—
Lexan	1 200	0.19	1 260
Nailon	1 145	0.29	—
Polipropileno	910	0.12	1 925
Poliéster	1 395	0.15	1 170
Vinil, PVC	1 470	0.1	840
Porcelana	2 300	1.5	—
Hule, natural	1 150	0.28	—
Hule, vulcanizado			
Suave	1 100	0.13	2 010
Duro	1 190	0.16	—
Arena	1 515	0.2–1.0	800
Nieve, fresca	100	0.60	—
Nieve, 273 K	500	2.2	—
Suelo, seco	1 500	1.0	1 900
Suelo, húmedo	1 900	2.0	2 200
Azúcar	1 600	0.58	—
Tejido, humano			
Piel	—	0.37	—
Capa de grasa	—	0.2	—
Músculo	—	0.41	—
Vaselina	—	0.17	—
Madera, grano cruzado			
Balsa	140	0.055	—
Abeto	415	0.11	2 720
Roble	545	0.17	2 385
Pino blanco	435	0.11	—
Pino amarillo	640	0.15	2 805
Madera, radial			
Roble	545	0.19	2 385
Abeto	420	0.14	2 720
Lana, barco	145	0.05	—

Fuente: Compilado de varias fuentes.

TABLA A-9

Propiedades del agua saturada

Temperatura	Presión de saturación	Densidad ρ, kg/m^3		Entalpía de vaporización	Calor específico c_p, J/kg · K		Conductividad térmica k, W/m · K		Viscosidad dinámica μ, kg/m · s		Número de Prandtl Pr		Coeficiente de expansión de volumen β, 1/K
T, °C	P_{sat}, kPa	Líquido	Vapor	h_{fg}, kJ/kg	Líquido	Vapor	Líquido	Vapor	Líquido	Vapor	Líquido	Vapor	Líquido
0.01	0.6113	999.8	0.0048	2 501	4 217	1 854	0.561	0.0171	1.792×10^{-3}	0.922×10^{-5}	13.5	1.00	-0.068×10^{-3}
5	0.8721	999.9	0.0068	2 490	4 205	1 857	0.571	0.0173	1.519×10^{-3}	0.934×10^{-5}	11.2	1.00	0.015×10^{-3}
10	1.2276	999.7	0.0094	2 478	4 194	1 862	0.580	0.0176	1.307×10^{-3}	0.946×10^{-5}	9.45	1.00	0.733×10^{-3}
15	1.7051	999.1	0.0128	2 466	4 185	1 863	0.589	0.0179	1.138×10^{-3}	0.959×10^{-5}	8.09	1.00	0.138×10^{-3}
20	2.339	998.0	0.0173	2 454	4 182	1 867	0.598	0.0182	1.002×10^{-3}	0.973×10^{-5}	7.01	1.00	0.195×10^{-3}
25	3.169	997.0	0.0231	2 442	4 180	1 870	0.607	0.0186	0.891×10^{-3}	0.987×10^{-5}	6.14	1.00	0.247×10^{-3}
30	4.246	996.0	0.0304	2 431	4 178	1 875	0.615	0.0189	0.798×10^{-3}	1.001×10^{-5}	5.42	1.00	0.294×10^{-3}
35	5.628	994.0	0.0397	2 419	4 178	1 880	0.623	0.0192	0.720×10^{-3}	1.016×10^{-5}	4.83	1.00	0.337×10^{-3}
40	7.384	992.1	0.0512	2 407	4 179	1 885	0.631	0.0196	0.653×10^{-3}	1.031×10^{-5}	4.32	1.00	0.377×10^{-3}
45	9.593	990.1	0.0655	2 395	4 180	1 892	0.637	0.0200	0.596×10^{-3}	1.046×10^{-5}	3.91	1.00	0.415×10^{-3}
50	12.35	988.1	0.0831	2 383	4 181	1 900	0.644	0.0204	0.547×10^{-3}	1.062×10^{-5}	3.55	1.00	0.451×10^{-3}
55	15.76	985.2	0.1045	2 371	4 183	1 908	0.649	0.0208	0.504×10^{-3}	1.077×10^{-5}	3.25	1.00	0.484×10^{-3}
60	19.94	983.3	0.1304	2 359	4 185	1 916	0.654	0.0212	0.467×10^{-3}	1.093×10^{-5}	2.99	1.00	0.517×10^{-3}
65	25.03	980.4	0.1614	2 346	4 187	1 926	0.659	0.0216	0.433×10^{-3}	1.110×10^{-5}	2.75	1.00	0.548×10^{-3}
70	31.19	977.5	0.1983	2 334	4 190	1 936	0.663	0.0221	0.404×10^{-3}	1.126×10^{-5}	2.55	1.00	0.578×10^{-3}
75	38.58	974.7	0.2421	2 321	4 193	1 948	0.667	0.0225	0.378×10^{-3}	1.142×10^{-5}	2.38	1.00	0.607×10^{-3}
80	47.39	971.8	0.2935	2 309	4 197	1 962	0.670	0.0230	0.355×10^{-3}	1.159×10^{-5}	2.22	1.00	0.653×10^{-3}
85	57.83	968.1	0.3536	2 296	4 201	1 977	0.673	0.0235	0.333×10^{-3}	1.176×10^{-5}	2.08	1.00	0.670×10^{-3}
90	70.14	965.3	0.4235	2 283	4 206	1 993	0.675	0.0240	0.315×10^{-3}	1.193×10^{-5}	1.96	1.00	0.702×10^{-3}
95	84.55	961.5	0.5045	2 270	4 212	2 010	0.677	0.0246	0.297×10^{-3}	1.210×10^{-5}	1.85	1.00	0.716×10^{-3}
100	101.33	957.9	0.5978	2 257	4 217	2 029	0.679	0.0251	0.282×10^{-3}	1.227×10^{-5}	1.75	1.00	0.750×10^{-3}
110	143.27	950.6	0.8263	2 230	4 229	2 071	0.682	0.0262	0.255×10^{-3}	1.261×10^{-5}	1.58	1.00	0.798×10^{-3}
120	198.53	943.4	1.121	2 203	4 244	2 120	0.683	0.0275	0.232×10^{-3}	1.296×10^{-5}	1.44	1.00	0.858×10^{-3}
130	270.1	934.6	1.496	2 174	4 263	2 177	0.684	0.0288	0.213×10^{-3}	1.330×10^{-5}	1.33	1.01	0.913×10^{-3}
140	361.3	921.7	1.965	2 145	4 286	2 244	0.683	0.0301	0.197×10^{-3}	1.365×10^{-5}	1.24	1.02	0.970×10^{-3}
150	475.8	916.6	2.546	2 114	4 311	2 314	0.682	0.0316	0.183×10^{-3}	1.399×10^{-5}	1.16	1.02	1.025×10^{-3}
160	617.8	907.4	3.256	2 083	4 340	2 420	0.680	0.0331	0.170×10^{-3}	1.434×10^{-5}	1.09	1.05	1.145×10^{-3}
170	791.7	897.7	4.119	2 050	4 370	2 490	0.677	0.0347	0.160×10^{-3}	1.468×10^{-5}	1.03	1.05	1.178×10^{-3}
180	1 002.1	887.3	5.153	2 015	4 410	2 590	0.673	0.0364	0.150×10^{-3}	1.502×10^{-5}	0.983	1.07	1.210×10^{-3}
190	1 254.4	876.4	6.388	1 979	4 460	2 710	0.669	0.0382	0.142×10^{-3}	1.537×10^{-5}	0.947	1.09	1.280×10^{-3}
200	1 553.8	864.3	7.852	1 941	4 500	2 840	0.663	0.0401	0.134×10^{-3}	1.571×10^{-5}	0.910	1.11	1.350×10^{-3}
220	2 318	840.3	11.60	1 859	4 610	3 110	0.650	0.0442	0.122×10^{-3}	1.641×10^{-5}	0.865	1.15	1.520×10^{-3}
240	3 344	813.7	16.73	1 767	4 760	3 520	0.632	0.0487	0.111×10^{-3}	1.712×10^{-5}	0.836	1.24	1.720×10^{-3}
260	4 688	783.7	23.69	1 663	4 970	4 070	0.609	0.0540	0.102×10^{-3}	1.788×10^{-5}	0.832	1.35	2.000×10^{-3}
280	6 412	750.8	33.15	1 544	5 280	4 835	0.581	0.0605	0.094×10^{-3}	1.870×10^{-5}	0.854	1.49	2.380×10^{-3}
300	8 581	713.8	46.15	1 405	5 750	5 980	0.548	0.0695	0.086×10^{-3}	1.965×10^{-5}	0.902	1.69	2.950×10^{-3}
320	11 274	667.1	64.57	1 239	6 540	7 900	0.509	0.0836	0.078×10^{-3}	2.084×10^{-5}	1.00	1.97	
340	14 586	610.5	92.62	1 028	8 240	11 870	0.469	0.110	0.070×10^{-3}	2.255×10^{-5}	1.23	2.43	
360	18 651	528.3	144.0	720	14 690	25 800	0.427	0.178	0.060×10^{-3}	2.571×10^{-5}	2.06	3.73	
374.14	22 090	317.0	317.0	0	—	—	—	—	0.043×10^{-3}	4.313×10^{-5}			

Nota 1: La viscosidad dinámica ν y la difusividad térmica α pueden calcularse a partir de sus definiciones, $\nu = \mu/\rho$ y $\alpha = k/\rho c_p = \nu/Pr$. Las temperaturas de 0.01 °C, 100 y 374.14 °C son las temperaturas del punto crítico, del punto de ebullición y del punto crítico del agua, respectivamente. Las propiedades listadas en esta tabla (excepto la de densidad de vapor) se pueden utilizar a cualquier presión obteniendo un valor despreciable, excepto a las temperaturas cercanas al valor del punto crítico.

Nota 2: La unidad kJ/kg · °C del calor específico es equivalente a kJ/kg · K, y la unidad W/m · °C de la conductividad térmica es equivalente a W/m · K.

Fuente: Los datos de viscosidad y conductividad térmica se obtuvieron de J.V. Sengers y J.T.R. Watson, *Journal of Physical and Chemical Reference Data* 15(1986), pp. 1291-1322. Los demás datos se obtuvieron de diferentes fuentes o fueron calculados.

TABLA A-10

Propiedades del refrigerante-134a saturado

Temperatura T, °C	Presión de saturación P, kPa	Densidad ρ, kg/m³		Entalpía de vaporización h_{fg}, kJ/kg	Calor específico c_p, J/kg·K		Conductividad térmica k, W/m·K		Viscosidad dinámica μ, kg/m·s		Número de Prandtl Pr		Coeficiente de expansión de volumen β, 1/K	Tensión superficial, N/m
		Líquido	Vapor		Líquido	Vapor	Líquido	Vapor	Líquido	Vapor	Líquido	Vapor	Líquido	
−40	51.2	1 418	2.773	225.9	1 254	748.6	0.1101	0.00811	4.878×10^{-4}	2.550×10^{-6}	5.558	0.235	0.00205	0.01760
−35	66.2	1 403	3.524	222.7	1 264	764.1	0.1084	0.00862	4.509×10^{-4}	3.003×10^{-6}	5.257	0.266	0.00209	0.01682
−30	84.4	1 389	4.429	219.5	1 273	780.2	0.1066	0.00913	4.178×10^{-4}	3.504×10^{-6}	4.992	0.299	0.00215	0.01604
−25	106.5	1 374	5.509	216.3	1 283	797.2	0.1047	0.00963	3.882×10^{-4}	4.054×10^{-6}	4.757	0.335	0.00220	0.01527
−20	132.8	1 359	6.787	213.0	1 294	814.9	0.1028	0.01013	3.614×10^{-4}	4.651×10^{-6}	4.548	0.374	0.00227	0.01451
−15	164.0	1 343	8.288	209.5	1 306	833.5	0.1009	0.01063	3.371×10^{-4}	5.295×10^{-6}	4.363	0.415	0.00233	0.01376
−10	200.7	1 327	10.04	206.0	1 318	853.1	0.0989	0.01112	3.150×10^{-4}	5.982×10^{-6}	4.198	0.459	0.00241	0.01302
−5	243.5	1 311	12.07	202.4	1 330	873.8	0.0968	0.01161	2.947×10^{-4}	6.709×10^{-6}	4.051	0.505	0.00249	0.01229
0	293.0	1 295	14.42	198.7	1 344	895.6	0.0947	0.01210	2.761×10^{-4}	7.471×10^{-6}	3.919	0.553	0.00258	0.01156
5	349.9	1 278	17.12	194.8	1 358	918.7	0.0925	0.01259	2.589×10^{-4}	8.264×10^{-6}	3.802	0.603	0.00269	0.01084
10	414.9	1 261	20.22	190.8	1 374	943.2	0.0903	0.01308	2.430×10^{-4}	9.081×10^{-6}	3.697	0.655	0.00280	0.01014
15	488.7	1 244	23.75	186.6	1 390	969.4	0.0880	0.01357	2.281×10^{-4}	9.915×10^{-6}	3.604	0.708	0.00293	0.00944
20	572.1	1 226	27.77	182.3	1 408	997.6	0.0856	0.01406	2.142×10^{-4}	1.075×10^{-5}	3.521	0.763	0.00307	0.00876
25	665.8	1 207	32.34	177.8	1 427	1 028	0.0833	0.01456	2.012×10^{-4}	1.160×10^{-5}	3.448	0.819	0.00324	0.00808
30	770.6	1 188	37.53	173.1	1 448	1 061	0.0808	0.01507	1.888×10^{-4}	1.244×10^{-5}	3.383	0.877	0.00342	0.00742
35	887.5	1 168	43.41	168.2	1 471	1 098	0.0783	0.01558	1.772×10^{-4}	1.327×10^{-5}	3.328	0.935	0.00364	0.00677
40	1 017.1	1 147	50.08	163.0	1 498	1 138	0.0757	0.01610	1.660×10^{-4}	1.408×10^{-5}	3.285	0.995	0.00390	0.00613
45	1 160.5	1 125	57.66	157.6	1 529	1 184	0.0731	0.01664	1.554×10^{-4}	1.486×10^{-5}	3.253	1.058	0.00420	0.00550
50	1 318.6	1 102	66.27	151.8	1 566	1 237	0.0704	0.01720	1.453×10^{-4}	1.562×10^{-5}	3.231	1.123	0.00455	0.00489
55	1 492.3	1 078	76.11	145.7	1 608	1 298	0.0676	0.01777	1.355×10^{-4}	1.634×10^{-5}	3.223	1.193	0.00500	0.00429
60	1 682.8	1 053	87.38	139.1	1 659	1 372	0.0647	0.01838	1.260×10^{-4}	1.704×10^{-5}	3.229	1.272	0.00554	0.00372
65	1 891.0	1 026	100.4	132.1	1 722	1 462	0.0618	0.01902	1.167×10^{-4}	1.771×10^{-5}	3.255	1.362	0.00624	0.00315
70	2 118.2	996.2	115.6	124.4	1 801	1 577	0.0587	0.01972	1.077×10^{-4}	1.839×10^{-5}	3.307	1.471	0.00716	0.00261
75	2 365.8	964	133.6	115.9	1 907	1 731	0.0555	0.02048	9.891×10^{-5}	1.908×10^{-5}	3.400	1.612	0.00843	0.00209
80	2 635.2	928.2	155.3	106.4	2 056	1 948	0.0521	0.02133	9.011×10^{-5}	1.982×10^{-5}	3.558	1.810	0.01031	0.00160
85	2 928.2	887.1	182.3	95.4	2 287	2 281	0.0484	0.02233	8.124×10^{-5}	2.071×10^{-5}	3.837	2.116	0.01336	0.00114
90	3 246.9	837.7	217.8	82.2	2 701	2 865	0.0444	0.02357	7.203×10^{-5}	2.187×10^{-5}	4.385	2.658	0.01911	0.00071
95	3 594.1	772.5	269.3	64.9	3 675	4 144	0.0396	0.02544	6.190×10^{-5}	2.370×10^{-5}	5.746	3.862	0.03343	0.00033
100	3 975.1	651.7	376.3	33.9	7 959	8 785	0.0322	0.02989	4.765×10^{-5}	2.833×10^{-5}	11.77	8.326	0.10047	0.00004

Nota 1: La viscosidad cinemática ν y la difusividad térmica α pueden calcularse a partir de sus definiciones, $\nu = \mu/\rho$ y $\alpha = k/\rho c_p = \nu/\text{Pr}$. Las propiedades listadas aquí (excepto la densidad del vapor) se pueden utilizar para cualquier presión con un error despreciable excepto a temperaturas cercanas al valor del punto crítico.

Nota 2: La unidad kJ/kg·°C del calor específico es equivalente a kJ/kg·K y la unidad W/m·°C de la conductividad térmica es equivalente a W/m·K.

Fuente: Datos generados de la EES, software desarrollado por S. A. Klein y F. L. Alvarado. Fuentes originales: R. Tillner-Roth y H. D. Baehr, "An International Standard Formulation for the Thermodynamic Properties of 1,1,1,2-Tetrafluoroethane (HFC-134a) for Temperatures from 170 K to 455 K and Pressures up to 70 Mpa, "*J. Phys. Chem, Ref. Data,* Vol. 23, No. 23, No. 5, 1994; M .J .Assael, N. K. Dalaouti, A. A. Griva, and J. H. Dymond, "Viscosity and Thermal Conductivity of Halogenated Methane and Ethane Refrigerants", *IJR*, Vol. 22, pp. 525-535, 1999; NIST REFPROP 6 program (M. O. McLinden, S. A. Klein, E. W. Lemmon, and A. P. Peskin, Physical and Chemical Properties Division, National Institute of Standards and Technology, Boulder,CO 80303,1995).

TABLA A-11

Propiedades del amoniaco saturado

Temperatura T, °C	Presión de saturación P, kPa	Densidad ρ, kg/m³		Entalpía de vaporización h_{fg}, kJ/kg	Calor específico c_p, J/kg · K		Conductividad térmica k, W/m · K		Viscosidad dinámica μ, kg/m · s		Número de Prandtl Pr		Coeficiente de expansión de volumen β, 1/K	Tensión superficial N/m
		Líquido	Vapor		Líquido	Vapor	Líquido	Vapor	Líquido	Vapor	Líquido	Vapor	Líquido	
−40	71.66	690.2	0.6435	1 389	4 414	2 242	—	0.01792	2.926×10^{-4}	7.957×10^{-6}	—	0.9955	0.00176	0.03565
−30	119.4	677.8	1.037	1 360	4 465	2 322	—	0.01898	2.630×10^{-4}	8.311×10^{-6}	—	1.017	0.00185	0.03341
−25	151.5	671.5	1.296	1 345	4 489	2 369	0.5968	0.01957	2.492×10^{-4}	8.490×10^{-6}	1.875	1.028	0.00190	0.03229
−20	190.1	665.1	1.603	1 329	4 514	2 420	0.5853	0.02015	2.361×10^{-4}	8.669×10^{-6}	1.821	1.041	0.00194	0.03118
−15	236.2	658.6	1.966	1 313	4 538	2 476	0.5737	0.02075	2.236×10^{-4}	8.851×10^{-6}	1.769	1.056	0.00199	0.03007
−10	290.8	652.1	2.391	1 297	4564	2 536	0.5621	0.02138	2.117×10^{-4}	9.034×10^{-6}	1.718	1.072	0.00205	0.02896
−5	354.9	645.4	2.886	1 280	4 589	2 601	0.5505	0.02203	2.003×10^{-4}	9.218×10^{-6}	1.670	1.089	0.00210	0.02786
0	429.6	638.6	3.458	1 262	4 617	2 672	0.5390	0.02270	1.896×10^{-4}	9.405×10^{-6}	1.624	1.107	0.00216	0.02676
5	516	631.7	4.116	1 244	4 645	2 749	0.5274	0.02341	1.794×10^{-4}	9.593×10^{-6}	1.580	1.126	0.00223	0.02566
10	615.3	624.6	4.870	1 226	4 676	2 831	0.5158	0.02415	1.697×10^{-4}	9.784×10^{-6}	1.539	1.147	0.00230	0.02457
15	728.8	617.5	5.729	1 206	4 709	2 920	0.5042	0.02492	1.606×10^{-4}	9.978×10^{-6}	1.500	1.169	0.00237	0.02348
20	857.8	610.2	6.705	1 186	4 745	3 016	0.4927	0.02573	1.519×10^{-4}	1.017×10^{-5}	1.463	1.193	0.00245	0.02240
25	1 003	602.8	7.809	1 166	4 784	3 120	0.4811	0.02658	1.438×10^{-4}	1.037×10^{-5}	1.430	1.218	0.00254	0.02132
30	1 167	595.2	9.055	1 144	4 828	3 232	0.4695	0.02748	1.361×10^{-4}	1.057×10^{-5}	1.399	1.244	0.00264	0.02024
35	1 351	587.4	10.46	1 122	4 877	3 354	0.4579	0.02843	1.288×10^{-4}	1.078×10^{-5}	1.372	1.272	0.00275	0.01917
40	1 555	579.4	12.03	1 099	4 932	3 486	0.4464	0.02943	1.219×10^{-4}	1.099×10^{-5}	1.347	1.303	0.00287	0.01810
45	1 782	571.3	13.8	1 075	4 993	3 631	0.4348	0.03049	1.155×10^{-4}	1.121×10^{-5}	1.327	1.335	0.00301	0.01704
50	2 033	562.9	15.78	1 051	5 063	3 790	0.4232	0.03162	1.094×10^{-4}	1.143×10^{-5}	1.310	1.371	0.00316	0.01598
55	2 310	554.2	18.00	1 025	5 143	3 967	0.4116	0.03283	1.037×10^{-4}	1.166×10^{-5}	1.297	1.409	0.00334	0.01493
60	2 614	545.2	20.48	997.4	5 234	4 163	0.4001	0.03412	9.846×10^{-5}	1.189×10^{-5}	1.288	1.452	0.00354	0.01389
65	2 948	536.0	23.26	968.9	5 340	4 384	0.3885	0.03550	9.347×10^{-5}	1.213×10^{-5}	1.285	1.499	0.00377	0.01285
70	3 312	526.3	26.39	939.0	5 463	4 634	0.3769	0.03700	8.879×10^{-5}	1.238×10^{-5}	1.287	1.551	0.00404	0.01181
75	3 709	516.2	29.90	907.5	5 608	4 923	0.3653	0.03862	8.440×10^{-5}	1.264×10^{-5}	1.296	1.612	0.00436	0.01079
80	4 141	505.7	33.87	874.1	5 780	5 260	0.3538	0.04038	8.030×10^{-5}	1.292×10^{-5}	1.312	1.683	0.00474	0.00977
85	4 609	494.5	38.36	838.6	5 988	5 659	0.3422	0.04232	7.646×10^{-5}	1.322×10^{-5}	1.338	1.768	0.00521	0.00876
90	5 116	482.8	43.48	800.6	6 242	6 142	0.3306	0.04447	7.284×10^{-5}	1.354×10^{-5}	1.375	1.871	0.00579	0.00776
95	5 665	470.2	49.35	759.8	6 561	6 740	0.3190	0.04687	6.946×10^{-5}	1.389×10^{-5}	1.429	1.999	0.00652	0.00677
100	6 257	456.6	56.15	715.5	6 972	7 503	0.3075	0.04958	6.628×10^{-5}	1.429×10^{-5}	1.503	2.163	0.00749	0.00579

Nota 1: La viscosidad cinemática ν y la difusividad térmica α pueden calcularse a partir de sus definiciones, $\nu = \mu/\rho$ y $\alpha = k/\rho c_p = \nu/\text{Pr}$. Las propiedades listadas aquí (excepto la densidad del vapor) se pueden utilizar para cualquier presión con un error despreciable, excepto a temperaturas cercanas al valor del punto crítico.

Nota 2: La unidad kJ/kg · °C del calor específico es equivalente a kJ/kg · K, y la unidad W/m · °C de la conductividad térmica es equivalente a W/m · K.

Fuente: Datos generados de la EES, software desarrollado por S. A. Klein y F. L. Alvarado. Fuentes originales: Tillner-Roth, Harms-Watzenberg and Baehr, "Eine neue Fundamentalgleichung fur Ammoniak, "DKV-Tagungsbericht 20: 167-181, 1993; Liley and Desai, "Thermophysical properties of refrigerants", *ASHRAE*,1993, ISBN 1-1883413-10-9.

TABLA A-12

Propiedades del propano saturado

Temperatura T, °C	Presión de saturación P, kPa	Densidad ρ, kg/m³ Líquido	Densidad ρ, kg/m³ Vapor	Entalpía de vaporización h_{fg}, kJ/kg	Calor específico c_p, J/kg·K Líquido	Calor específico c_p, J/kg·K Vapor	Conductividad térmica k, W/m·K Líquido	Conductividad térmica k, W/m·K Vapor	Viscosidad dinámica μ, kg/m·s Líquido	Viscosidad dinámica μ, kg/m·s Vapor	Número de Prandtl Pr Líquido	Número de Prandtl Pr Vapor	Coeficiente de expansión de volumen β, 1/K Líquido	Tensión superficial N/m
−120	0.4053	664.7	0.01408	498.3	2 003	1 115	0.1802	0.00589	6.136×10^{-4}	4.372×10^{-6}	6.820	0.827	0.00153	0.02630
−110	1.157	654.5	0.03776	489.3	2 021	1 148	0.1738	0.00645	5.054×10^{-4}	4.625×10^{-6}	5.878	0.822	0.00157	0.02486
−100	2.881	644.2	0.08872	480.4	2 044	1 183	0.1672	0.00705	4.252×10^{-4}	4.881×10^{-6}	5.195	0.819	0.00161	0.02344
−90	6.406	633.8	0.1870	471.5	2 070	1 221	0.1606	0.00769	3.635×10^{-4}	5.143×10^{-6}	4.686	0.817	0.00166	0.02202
−80	12.97	623.2	0.3602	462.4	2 100	1 263	0.1539	0.00836	3.149×10^{-4}	5.409×10^{-6}	4.297	0.817	0.00171	0.02062
−70	24.26	612.5	0.6439	453.1	2 134	1 308	0.1472	0.00908	2.755×10^{-4}	5.680×10^{-6}	3.994	0.818	0.00177	0.01923
−60	42.46	601.5	1.081	443.5	2 173	1 358	0.1407	0.00985	2.430×10^{-4}	5.956×10^{-6}	3.755	0.821	0.00184	0.01785
−50	70.24	590.3	1.724	433.6	2 217	1 412	0.1343	0.01067	2.158×10^{-4}	6.239×10^{-6}	3.563	0.825	0.00192	0.01649
−40	110.7	578.8	2.629	423.1	2 258	1 471	0.1281	0.01155	1.926×10^{-4}	6.529×10^{-6}	3.395	0.831	0.00201	0.01515
−30	167.3	567.0	3.864	412.1	2 310	1 535	0.1221	0.01250	1.726×10^{-4}	6.827×10^{-6}	3.266	0.839	0.00213	0.01382
−20	243.8	554.7	5.503	400.3	2 368	1 605	0.1163	0.01351	1.551×10^{-4}	7.136×10^{-6}	3.158	0.848	0.00226	0.01251
−10	344.4	542.0	7.635	387.8	2 433	1 682	0.1107	0.01459	1.397×10^{-4}	7.457×10^{-6}	3.069	0.860	0.00242	0.01122
0	473.3	528.7	10.36	374.2	2 507	1 768	0.1054	0.01576	1.259×10^{-4}	7.794×10^{-6}	2.996	0.875	0.00262	0.00996
5	549.8	521.8	11.99	367.0	2 547	1 814	0.1028	0.01637	1.195×10^{-4}	7.970×10^{-6}	2.964	0.883	0.00273	0.00934
10	635.1	514.7	13.81	359.5	2 590	1 864	0.1002	0.01701	1.135×10^{-4}	8.151×10^{-6}	2.935	0.893	0.00286	0.00872
15	729.8	507.5	15.85	351.7	2 637	1 917	0.0977	0.01767	1.077×10^{-4}	8.339×10^{-6}	2.909	0.905	0.00301	0.00811
20	834.4	500.0	18.13	343.4	2 688	1 974	0.0952	0.01836	1.022×10^{-4}	8.534×10^{-6}	2.886	0.918	0.00318	0.00751
25	949.7	492.2	20.68	334.8	2 742	2 036	0.0928	0.01908	9.702×10^{-5}	8.738×10^{-6}	2.866	0.933	0.00337	0.00691
30	1 076	484.2	23.53	325.8	2 802	2 104	0.0904	0.01982	9.197×10^{-5}	8.952×10^{-6}	2.850	0.950	0.00358	0.00633
35	1 215	475.8	26.72	316.2	2 869	2 179	0.0881	0.02061	8.710×10^{-5}	9.178×10^{-6}	2.837	0.971	0.00384	0.00575
40	1 366	467.1	30.29	306.1	2 943	2 264	0.0857	0.02142	8.240×10^{-5}	9.417×10^{-6}	2.828	0.995	0.00413	0.00518
45	1 530	458.0	34.29	295.3	3 026	2 361	0.0834	0.02228	7.785×10^{-5}	9.674×10^{-6}	2.824	1.025	0.00448	0.00463
50	1 708	448.5	38.79	283.9	3 122	2 473	0.0811	0.02319	7.343×10^{-5}	9.950×10^{-5}	2.826	1.061	0.00491	0.00408
60	2 110	427.5	49.66	258.4	3 283	2 769	0.0765	0.02517	6.487×10^{-5}	1.058×10^{-5}	2.784	1.164	0.00609	0.00303
70	2 580	403.2	64.02	228.0	3 595	3 241	0.0717	0.02746	5.649×10^{-5}	1.138×10^{-5}	2.834	1.343	0.00811	0.00204
80	3 127	373.0	84.28	189.7	4 501	4 173	0.0663	0.03029	4.790×10^{-5}	1.249×10^{-5}	3.251	1.722	0.01248	0.00114
90	3 769	329.1	118.6	133.2	6 977	7 239	0.0595	0.03441	3.807×10^{-5}	1.448×10^{-5}	4.465	3.047	0.02847	0.00037

Nota 1: La viscosidad cinemática ν y la difusividad térmica α pueden calcularse a partir de sus definiciones, $\nu = \mu/\rho$ y $\alpha = k/\mu c_p = \nu/\text{Pr}$. Las propiedades listadas aquí (excepto la densidad del vapor) se pueden utilizar para cualquier presión con un error despreciable, excepto a temperaturas cercanas al valor del punto crítico.

Nota 2: La unidad kJ/kg·°C del calor específico es equivalente a kJ/kg·K y la unidad W/m·°C de la conductividad térmica es equivalente a W/m·K.

Fuente: Datos generados de la EES, software desarrollado por S. A. Klein y F. L. Alvarado. Fuentes originales: Reiner Tillner-Roth, "Fundamental Equation of State", Shaker, Verlag, Aachan, 1998; B. A. Younglove and J. F. Ely, "Thermophysical Properties of Fluids. II Methane, Ethane, Propane, Isobutane and Normal Butane", *J. Phys. Chem. Ref. Data,* Vol. 16, No. 4, 1987; G. R. Somayajulu, "A Generalized Equation for Surface Tension from the Triple-Point to the Critical-Point", *International Journal of Thermophysics*, Vol. 9, No. 4, 1988.

TABLA A-13

Propiedades de los líquidos

Temperatura T, °C	Densidad ρ, kg/m^3	Calor específico c_p, J/kg·K	Conductividad térmica k, W/m·K	Difusividad térmica α, m^2/s	Viscosidad dinámica μ, kg/m·s	Viscosidad cinemática ν, m^2/s	Número de Prandtl Pr	Coeficiente de expansión de volumen β, 1/K Líquido
			Metano $[CH_4]$					
−160	420.2	3 492	0.1863	1.270×10^{-7}	1.133×10^{-4}	2.699×10^{-7}	2.126	0.00352
−150	405.0	3 580	0.1703	1.174×10^{-7}	9.169×10^{-5}	2.264×10^{-7}	1.927	0.00391
−140	388.8	3 700	0.1550	1.077×10^{-7}	7.551×10^{-5}	1.942×10^{-7}	1.803	0.00444
−130	371.1	3 875	0.1402	9.749×10^{-8}	6.288×10^{-5}	1.694×10^{-7}	1.738	0.00520
−120	351.4	4 146	0.1258	8.634×10^{-8}	5.257×10^{-5}	1.496×10^{-7}	1.732	0.00637
−110	328.8	4 611	0.1115	7.356×10^{-8}	4.377×10^{-5}	1.331×10^{-7}	1.810	0.00841
−100	301.0	5 578	0.0967	5.761×10^{-8}	3.577×10^{-5}	1.188×10^{-7}	2.063	0.01282
−90	261.7	8 902	0.0797	3.423×10^{-8}	2.761×10^{-5}	1.055×10^{-7}	3.082	0.02922
			Metanol $[CH_3(OH)]$					
20	788.4	2 515	0.1987	1.002×10^{-7}	5.857×10^{-4}	7.429×10^{-7}	7.414	0.00118
30	779.1	2 577	0.1980	9.862×10^{-8}	5.088×10^{-4}	6.531×10^{-7}	6.622	0.00120
40	769.6	2 644	0.1972	9.690×10^{-8}	4.460×10^{-4}	5.795×10^{-7}	5.980	0.00123
50	760.1	2 718	0.1965	9.509×10^{-8}	3.942×10^{-4}	5.185×10^{-7}	5.453	0.00127
60	750.4	2 798	0.1957	9.320×10^{-8}	3.510×10^{-4}	4.677×10^{-7}	5.018	0.00132
70	740.4	2 885	0.1950	9.128×10^{-8}	3.146×10^{-4}	4.250×10^{-7}	4.655	0.00137
			Isobutano (R600a)					
−100	683.8	1 881	0.1383	1.075×10^{-7}	9.305×10^{-4}	1.360×10^{-6}	12.65	0.00142
−75	659.3	1 970	0.1357	1.044×10^{-7}	5.624×10^{-4}	8.531×10^{-7}	8.167	0.00150
−50	634.3	2 069	0.1283	9.773×10^{-8}	3.769×10^{-4}	5.942×10^{-7}	6.079	0.00161
−25	608.2	2 180	0.1181	8.906×10^{-8}	2.688×10^{-4}	4.420×10^{-7}	4.963	0.00177
0	580.6	2 306	0.1068	7.974×10^{-8}	1.993×10^{-4}	3.432×10^{-7}	4.304	0.00199
25	550.7	2 455	0.0956	7.069×10^{-8}	1.510×10^{-4}	2.743×10^{-7}	3.880	0.00232
50	517.3	2 640	0.0851	6.233×10^{-8}	1.155×10^{-4}	2.233×10^{-7}	3.582	0.00286
75	478.5	2 896	0.0757	5.460×10^{-8}	8.785×10^{-5}	1.836×10^{-7}	3.363	0.00385
100	429.6	3 361	0.0669	4.634×10^{-8}	6.483×10^{-5}	1.509×10^{-7}	3.256	0.00628
			Glicerina					
0	1 276	2 262	0.2820	9.773×10^{-8}	10.49	8.219×10^{-3}	84 101	
5	1 273	2 288	0.2835	9.732×10^{-8}	6.730	5.287×10^{-3}	54 327	
10	1 270	2 320	0.2846	9.662×10^{-8}	4.241	3.339×10^{-3}	34 561	
15	1 267	2 354	0.2856	9.576×10^{-8}	2.496	1.970×10^{-3}	20 570	
20	1 264	2 386	0.2860	9.484×10^{-8}	1.519	1.201×10^{-3}	12 671	
25	1 261	2 416	0.2860	9.388×10^{-8}	0.9934	7.878×10^{-4}	8 392	
30	1 258	2 447	0.2860	9.291×10^{-8}	0.6582	5.232×10^{-4}	5 631	
35	1 255	2 478	0.2860	9.195×10^{-8}	0.4347	3.464×10^{-4}	3 767	
40	1 252	2 513	0.2863	9.101×10^{-8}	0.3073	2.455×10^{-4}	2 697	
			Aceite para motor (no usado)					
0	899.0	1 797	0.1469	9.097×10^{-8}	3.814	4.242×10^{-3}	46 636	0.00070
20	888.1	1 881	0.1450	8.680×10^{-8}	0.8374	9.429×10^{-4}	10 863	0.00070
40	876.0	1 964	0.1444	8.391×10^{-8}	0.2177	2.485×10^{-4}	2 962	0.00070
60	863.9	2 048	0.1404	7.934×10^{-8}	0.07399	8.565×10^{-5}	1 080	0.00070
80	852.0	2 132	0.1380	7.599×10^{-8}	0.03232	3.794×10^{-5}	499.3	0.00070
100	840.0	2 220	0.1367	7.330×10^{-8}	0.01718	2.046×10^{-5}	279.1	0.00070
120	828.9	2 308	0.1347	7.042×10^{-8}	0.01029	1.241×10^{-5}	176.3	0.00070
140	816.8	2 395	0.1330	6.798×10^{-8}	0.006558	8.029×10^{-6}	118.1	0.00070
150	810.3	2 441	0.1327	6.708×10^{-8}	0.005344	6.595×10^{-6}	98.31	0.00070

Fuente: Datos generados del EES, software desarrollado por S. A. Klein y F. L. Alvarado. Originalmente se basa en varias fuentes.

TABLA A-14

Propiedades de metales líquidos

Temperatura T, °C	Densidad ρ, kg/m^3	Calor específico c_p, J/kg·K	Conductividad térmica k, W/m·K	Difusividad térmica α, m^2/s	Viscosidad dinámica μ, kg/m·s	Viscosidad cinemática ν, m^2/s	Número de Prandtl Pr	Coeficiente de expansión de volumen β, 1/K Líquido
Punto de fusión del mercurio (Hg): −39 °C								
0	13 595	140.4	8.18200	4.287×10^{-6}	1.687×10^{-3}	1.241×10^{-7}	0.0289	1.810×10^{-4}
25	13 534	139.4	8.51533	4.514×10^{-6}	1.534×10^{-3}	1.133×10^{-7}	0.0251	1.810×10^{-4}
50	13 473	138.6	8.83632	4.734×10^{-6}	1.423×10^{-3}	1.056×10^{-7}	0.0223	1.810×10^{-4}
75	13 412	137.8	9.15632	4.956×10^{-6}	1.316×10^{-3}	9.819×10^{-8}	0.0198	1.810×10^{-4}
100	13 351	137.1	9.46706	5.170×10^{-6}	1.245×10^{-3}	9.326×10^{-8}	0.0180	1.810×10^{-4}
150	13 231	136.1	10.07780	5.595×10^{-6}	1.126×10^{-3}	8.514×10^{-8}	0.0152	1.810×10^{-4}
200	13 112	135.5	10.65465	5.996×10^{-6}	1.043×10^{-3}	7.959×10^{-8}	0.0133	1.815×10^{-4}
250	12 993	135.3	11.18150	6.363×10^{-6}	9.820×10^{-4}	7.558×10^{-8}	0.0119	1.829×10^{-4}
300	12 873	135.3	11.68150	6.705×10^{-6}	9.336×10^{-4}	7.252×10^{-8}	0.0108	1.854×10^{-4}
Punto de fusión del bismuto (Bi): 271 °C								
350	9 969	146.0	16.28	1.118×10^{-5}	1.540×10^{-3}	1.545×10^{-7}	0.01381	
400	9 908	148.2	16.10	1.096×10^{-5}	1.422×10^{-3}	1.436×10^{-7}	0.01310	
500	9 785	152.8	15.74	1.052×10^{-5}	1.188×10^{-3}	1.215×10^{-7}	0.01154	
600	9 663	157.3	15.60	1.026×10^{-5}	1.013×10^{-3}	1.048×10^{-7}	0.01022	
700	9 540	161.8	15.60	1.010×10^{-5}	8.736×10^{-4}	9.157×10^{-8}	0.00906	
Punto de fusión del plomo (Pb): 327 °C								
400	10 506	158	15.97	9.623×10^{-6}	2.277×10^{-3}	2.167×10^{-7}	0.02252	
450	10 449	156	15.74	9.649×10^{-6}	2.065×10^{-3}	1.976×10^{-7}	0.02048	
500	10 390	155	15.54	9.651×10^{-6}	1.884×10^{-3}	1.814×10^{-7}	0.01879	
550	10 329	155	15.39	9.610×10^{-6}	1.758×10^{-3}	1.702×10^{-7}	0.01771	
600	10 267	155	15.23	9.568×10^{-6}	1.632×10^{-3}	1.589×10^{-7}	0.01661	
650	10 206	155	15.07	9.526×10^{-6}	1.505×10^{-3}	1.475×10^{-7}	0.01549	
700	10 145	155	14.91	9.483×10^{-6}	1.379×10^{-3}	1.360×10^{-7}	0.01434	
Punto de fusión del sodio (Na): 98 *°C*								
100	927.3	1378	85.84	6.718×10^{-5}	6.892×10^{-4}	7.432×10^{-7}	0.01106	
200	902.5	1349	80.84	6.639×10^{-5}	5.385×10^{-4}	5.967×10^{-7}	0.008987	
300	877.8	1320	75.84	6.544×10^{-5}	3.878×10^{-4}	4.418×10^{-7}	0.006751	
400	853.0	1296	71.20	6.437×10^{-5}	2.720×10^{-4}	3.188×10^{-7}	0.004953	
500	828.5	1284	67.41	6.335×10^{-5}	2.411×10^{-4}	2.909×10^{-7}	0.004593	
600	804.0	1272	63.63	6.220×10^{-5}	2.101×10^{-4}	2.614×10^{-7}	0.004202	
Punto de fusión del potasio (K): 64 °C								
200	795.2	790.8	43.99	6.995×10^{-5}	3.350×10^{-4}	4.213×10^{-7}	0.006023	
300	771.6	772.8	42.01	7.045×10^{-5}	2.667×10^{-4}	3.456×10^{-7}	0.004906	
400	748.0	754.8	40.03	7.090×10^{-5}	1.984×10^{-4}	2.652×10^{-7}	0.00374	
500	723.9	750.0	37.81	6.964×10^{-5}	1.668×10^{-4}	2.304×10^{-7}	0.003309	
600	699.6	750.0	35.50	6.765×10^{-5}	1.487×10^{-4}	2.126×10^{-7}	0.003143	
Punto de fusión del sodio-potasio (%22Na-%78K): −11 °C								
100	847.3	944.4	25.64	3.205×10^{-5}	5.707×10^{-4}	6.736×10^{-7}	0.02102	
200	823.2	922.5	26.27	3.459×10^{-5}	4.587×10^{-4}	5.572×10^{-7}	0.01611	
300	799.1	900.6	26.89	3.736×10^{-5}	3.467×10^{-4}	4.339×10^{-7}	0.01161	
400	775.0	879.0	27.50	4.037×10^{-5}	2.357×10^{-4}	3.041×10^{-7}	0.00753	
500	751.5	880.1	27.89	4.217×10^{-5}	2.108×10^{-4}	2.805×10^{-7}	0.00665	
600	728.0	881.2	28.28	4.408×10^{-5}	1.859×10^{-4}	2.553×10^{-7}	0.00579	

Fuente: Datos generados del EES, software desarrollado por S. A. Klein y F. L. Alvarado. Originalmente se basa en varias fuentes.

TABLA A-15

Propiedades del aire a una presión de 1 atm

Temperatura T, °C	Densidad ρ, kg/m^3	Calor específico c_p, J/kg·K	Conductividad térmica k, W/m·K	Difusividad térmica α, m^2/s	Viscosidad dinámica μ, kg/m·s	Viscosidad cinemática ν, m^2/s	Número de Prandtl Pr
−150	2.866	983	0.01171	4.158×10^{-6}	8.636×10^{-6}	3.013×10^{-6}	0.7246
−100	2.038	966	0.01582	8.036×10^{-6}	1.189×10^{-5}	5.837×10^{-6}	0.7263
−50	1.582	999	0.01979	1.252×10^{-5}	1.474×10^{-5}	9.319×10^{-6}	0.7440
−40	1.514	1 002	0.02057	1.356×10^{-5}	1.527×10^{-5}	1.008×10^{-5}	0.7436
−30	1.451	1 004	0.02134	1.465×10^{-5}	1.579×10^{-5}	1.087×10^{-5}	0.7425
−20	1.394	1 005	0.02211	1.578×10^{-5}	1.630×10^{-5}	1.169×10^{-5}	0.7408
−10	1.341	1 006	0.02288	1.696×10^{-5}	1.680×10^{-5}	1.252×10^{-5}	0.7387
0	1.292	1 006	0.02364	1.818×10^{-5}	1.729×10^{-5}	1.338×10^{-5}	0.7362
5	1.269	1 006	0.02401	1.880×10^{-5}	1.754×10^{-5}	1.382×10^{-5}	0.7350
10	1.246	1 006	0.02439	1.944×10^{-5}	1.778×10^{-5}	1.426×10^{-5}	0.7336
15	1.225	1 007	0.02476	2.009×10^{-5}	1.802×10^{-5}	1.470×10^{-5}	0.7323
20	1.204	1 007	0.02514	2.074×10^{-5}	1.825×10^{-5}	1.516×10^{-5}	0.7309
25	1.184	1 007	0.02551	2.141×10^{-5}	1.849×10^{-5}	1.562×10^{-5}	0.7296
30	1.164	1 007	0.02588	2.208×10^{-5}	1.872×10^{-5}	1.608×10^{-5}	0.7282
35	1.145	1 007	0.02625	2.277×10^{-5}	1.895×10^{-5}	1.655×10^{-5}	0.7268
40	1.127	1 007	0.02662	2.346×10^{-5}	1.918×10^{-5}	1.702×10^{-5}	0.7255
45	1.109	1 007	0.02699	2.416×10^{-5}	1.941×10^{-5}	1.750×10^{-5}	0.7241
50	1.092	1 007	0.02735	2.487×10^{-5}	1.963×10^{-5}	1.798×10^{-5}	0.7228
60	1.059	1 007	0.02808	2.632×10^{-5}	2.008×10^{-5}	1.896×10^{-5}	0.7202
70	1.028	1 007	0.02881	2.780×10^{-5}	2.052×10^{-5}	1.995×10^{-5}	0.7177
80	0.9994	1 008	0.02953	2.931×10^{-5}	2.096×10^{-5}	2.097×10^{-5}	0.7154
90	0.9718	1 008	0.03024	3.086×10^{-5}	2.139×10^{-5}	2.201×10^{-5}	0.7132
100	0.9458	1 009	0.03095	3.243×10^{-5}	2.181×10^{-5}	2.306×10^{-5}	0.7111
120	0.8977	1 011	0.03235	3.565×10^{-5}	2.264×10^{-5}	2.522×10^{-5}	0.7073
140	0.8542	1 013	0.03374	3.898×10^{-5}	2.345×10^{-5}	2.745×10^{-5}	0.7041
160	0.8148	1 016	0.03511	4.241×10^{-5}	2.420×10^{-5}	2.975×10^{-5}	0.7014
180	0.7788	1 019	0.03646	4.593×10^{-5}	2.504×10^{-5}	3.212×10^{-5}	0.6992
200	0.7459	1 023	0.03779	4.954×10^{-5}	2.577×10^{-5}	3.455×10^{-5}	0.6974
250	0.6746	1 033	0.04104	5.890×10^{-5}	2.760×10^{-5}	4.091×10^{-5}	0.6946
300	0.6158	1 044	0.04418	6.871×10^{-5}	2.934×10^{-5}	4.765×10^{-5}	0.6935
350	0.5664	1 056	0.04721	7.892×10^{-5}	3.101×10^{-5}	5.475×10^{-5}	0.6937
400	0.5243	1 069	0.05015	8.951×10^{-5}	3.261×10^{-5}	6.219×10^{-5}	0.6948
450	0.4880	1 081	0.05298	1.004×10^{-4}	3.415×10^{-5}	6.997×10^{-5}	0.6965
500	0.4565	1 093	0.05572	1.117×10^{-4}	3.563×10^{-5}	7.806×10^{-5}	0.6986
600	0.4042	1 115	0.06093	1.352×10^{-4}	3.846×10^{-5}	9.515×10^{-5}	0.7037
700	0.3627	1 135	0.06581	1.598×10^{-4}	4.111×10^{-5}	1.133×10^{-4}	0.7092
800	0.3289	1 153	0.07037	1.855×10^{-4}	4.362×10^{-5}	1.326×10^{-4}	0.7149
900	0.3008	1 169	0.07465	2.122×10^{-4}	4.600×10^{-5}	1.529×10^{-4}	0.7206
1 000	0.2772	1 184	0.07868	2.398×10^{-4}	4.826×10^{-5}	1.741×10^{-4}	0.7260
1 500	0.1990	1 234	0.09599	3.908×10^{-4}	5.817×10^{-5}	2.922×10^{-4}	0.7478
2 000	0.1553	1 264	0.11113	5.664×10^{-4}	6.630×10^{-5}	4.270×10^{-4}	0.7539

Nota: Para los gases ideales, las propiedades c_p, k, μ y Pr son independientes de la presión. Las propiedades ρ, ν y α a una presión P (en atm), excepto a 1 atm, se calculan multiplicando los valores de P a una determinada temperatura por ρ y dividiendo ν y α entre P.

Fuente: Datos generados del EES, software desarrollado por S. A. Klein y F. L. Alvarado. Fuentes originales: Keenan, Chao, Keyes, Gas Tables, Wiley,1984, y Thermophysical Properties of Matter, Vol. 3: Thermal Conductivity, Y. S. Touloukian, P. E. Liley, S. C. Saxena, Vol. 11; Viscosity, Y. S. Touloukian, S.C. Saxena y P. Hestermans, IFI/Plenun, NY, 1970, ISBN 0-306067020-8.

TABLA A-16

Propiedades de los gases a una presión de 1 atm

Temperatura T, °C	Densidad ρ, kg/m^3	Calor específico c_p, J/kg·K	Conductividad térmica k, W/m·K	Difusividad térmica α, m^2/s	Viscosidad dinámica μ, kg/m·s	Viscosidad cinemática ν, m^2/s	Número de Prandtl Pr
			Dióxido de carbono, CO_2				
−50	2.4035	746	0.01051	5.860×10^{-6}	1.129×10^{-5}	4.699×10^{-6}	0.8019
0	1.9635	811	0.01456	9.141×10^{-6}	1.375×10^{-5}	7.003×10^{-6}	0.7661
50	1.6597	866.6	0.01858	1.291×10^{-5}	1.612×10^{-5}	9.714×10^{-6}	0.7520
100	1.4373	914.8	0.02257	1.716×10^{-5}	1.841×10^{-5}	1.281×10^{-5}	0.7464
150	1.2675	957.4	0.02652	2.186×10^{-5}	2.063×10^{-5}	1.627×10^{-5}	0.7445
200	1.1336	995.2	0.03044	2.698×10^{-5}	2.276×10^{-5}	2.008×10^{-5}	0.7442
300	0.9358	1 060	0.03814	3.847×10^{-5}	2.682×10^{-5}	2.866×10^{-5}	0.7450
400	0.7968	1 112	0.04565	5.151×10^{-5}	3.061×10^{-5}	3.842×10^{-5}	0.7458
500	0.6937	1 156	0.05293	6.600×10^{-5}	3.416×10^{-5}	4.924×10^{-5}	0.7460
1 000	0.4213	1 292	0.08491	1.560×10^{-4}	4.898×10^{-5}	1.162×10^{-4}	0.7455
1 500	0.3025	1 356	0.10688	2.606×10^{-4}	6.106×10^{-5}	2.019×10^{-4}	0.7745
2 000	0.2359	1 387	0.11522	3.521×10^{-4}	7.322×10^{-5}	3.103×10^{-4}	0.8815
			Monóxido de carbono, CO				
−50	1.5297	1 081	0.01901	1.149×10^{-5}	1.378×10^{-5}	9.012×10^{-6}	0.7840
0	1.2497	1 048	0.02278	1.739×10^{-5}	1.629×10^{-5}	1.303×10^{-5}	0.7499
50	1.0563	1 039	0.02641	2.407×10^{-5}	1.863×10^{-5}	1.764×10^{-5}	0.7328
100	0.9148	1 041	0.02992	3.142×10^{-5}	2.080×10^{-5}	2.274×10^{-5}	0.7239
150	0.8067	1 049	0.03330	3.936×10^{-5}	2.283×10^{-5}	2.830×10^{-5}	0.7191
200	0.7214	1 060	0.03656	4.782×10^{-5}	2.472×10^{-5}	3.426×10^{-5}	0.7164
300	0.5956	1 085	0.04277	6.619×10^{-5}	2.812×10^{-5}	4.722×10^{-5}	0.7134
400	0.5071	1 111	0.04860	8.628×10^{-5}	3.111×10^{-5}	6.136×10^{-5}	0.7111
500	0.4415	1 135	0.05412	1.079×10^{-4}	3.379×10^{-5}	7.653×10^{-5}	0.7087
1 000	0.2681	1 226	0.07894	2.401×10^{-4}	4.557×10^{-5}	1.700×10^{-4}	0.7080
1 500	0.1925	1 279	0.10458	4.246×10^{-4}	6.321×10^{-5}	3.284×10^{-4}	0.7733
2 000	0.1502	1 309	0.13833	7.034×10^{-4}	9.826×10^{-5}	6.543×10^{-4}	0.9302
			Metano, CH_4				
−50	0.8761	2 243	0.02367	1.204×10^{-5}	8.564×10^{-6}	9.774×10^{-6}	0.8116
0	0.7158	2 217	0.03042	1.917×10^{-5}	1.028×10^{-5}	1.436×10^{-5}	0.7494
50	0.6050	2 302	0.03766	2.704×10^{-5}	1.191×10^{-5}	1.969×10^{-5}	0.7282
100	0.5240	2 443	0.04534	3.543×10^{-5}	1.345×10^{-5}	2.567×10^{-5}	0.7247
150	0.4620	2 611	0.05344	4.431×10^{-5}	1.491×10^{-5}	3.227×10^{-5}	0.7284
200	0.4132	2 791	0.06194	5.370×10^{-5}	1.630×10^{-5}	3.944×10^{-5}	0.7344
300	0.3411	3 158	0.07996	7.422×10^{-5}	1.886×10^{-5}	5.529×10^{-5}	0.7450
400	0.2904	3 510	0.09918	9.727×10^{-5}	2.119×10^{-5}	7.297×10^{-5}	0.7501
500	0.2529	3 836	0.11933	1.230×10^{-4}	2.334×10^{-5}	9.228×10^{-5}	0.7502
1 000	0.1536	5 042	0.22562	2.914×10^{-4}	3.281×10^{-5}	2.136×10^{-4}	0.7331
1 500	0.1103	5 701	0.31857	5.068×10^{-4}	4.434×10^{-5}	4.022×10^{-4}	0.7936
2 000	0.0860	6 001	0.36750	7.120×10^{-4}	6.360×10^{-5}	7.395×10^{-4}	1.0386
			Hidrógeno, H_2				
−50	0.11010	12 635	0.1404	1.009×10^{-4}	7.293×10^{-6}	6.624×10^{-5}	0.6562
0	0.08995	13 920	0.1652	1.319×10^{-4}	8.391×10^{-6}	9.329×10^{-5}	0.7071
50	0.07603	14 349	0.1881	1.724×10^{-4}	9.427×10^{-6}	1.240×10^{-4}	0.7191
100	0.06584	14 473	0.2095	2.199×10^{-4}	1.041×10^{-5}	1.582×10^{-4}	0.7196
150	0.05806	14 492	0.2296	2.729×10^{-4}	1.136×10^{-5}	1.957×10^{-4}	0.7174
200	0.05193	14 482	0.2486	3.306×10^{-4}	1.228×10^{-5}	2.365×10^{-4}	0.7155

TABLA A-16

Propiedades de los gases a una presión de 1 atm (*continuación*)

Temperatura T, °C	Densidad ρ, kg/m^3	Calor específico c_p, J/kg·K	Conductividad térmica k, W/m·K	Difusividad térmica α, m^2/s	Viscosidad dinámica μ, kg/m·s	Viscosidad cinemática ν, m^2/s	Número de Prandt Pr
300	0.04287	14 481	0.2843	4.580×10^{-4}	1.403×10^{-5}	3.274×10^{-4}	0.7149
400	0.03650	14 540	0.3180	5.992×10^{-4}	1.570×10^{-5}	4.302×10^{-4}	0.7179
500	0.03178	14 653	0.3509	7.535×10^{-4}	1.730×10^{-5}	5.443×10^{-4}	0.7224
1 000	0.01930	15 577	0.5206	1.732×10^{-3}	2.455×10^{-5}	1.272×10^{-3}	0.7345
1 500	0.01386	16 553	0.6581	2.869×10^{-3}	3.099×10^{-5}	2.237×10^{-3}	0.7795
2 000	0.01081	17 400	0 5480	2.914×10^{-3}	3.690×10^{-5}	3.414×10^{-3}	1.1717
			Nitrógeno, N_2				
−50	1.5299	957.3	0.02001	1.366×10^{-5}	1.390×10^{-5}	9.091×10^{-6}	0.6655
0	1.2498	1 035	0.02384	1.843×10^{-5}	1.640×10^{-5}	1.312×10^{-5}	0.7121
50	1.0564	1 042	0.02746	2.494×10^{-5}	1.874×10^{-5}	1.774×10^{-5}	0.7114
100	0.9149	1 041	0.03090	3.244×10^{-5}	2.094×10^{-5}	2.289×10^{-5}	0.7056
150	0.8068	1 043	0.03416	4.058×10^{-5}	2.300×10^{-5}	2.851×10^{-5}	0.7025
200	0.7215	1 050	0.03727	4.921×10^{-5}	2.494×10^{-5}	3.457×10^{-5}	0.7025
300	0.5956	1 070	0.04309	6.758×10^{-5}	2.849×10^{-5}	4.783×10^{-5}	0.7078
400	0.5072	1 095	0.04848	8.727×10^{-5}	3.166×10^{-5}	6.242×10^{-5}	0.7153
500	0.4416	1 120	0.05358	1.083×10^{-4}	3.451×10^{-5}	7.816×10^{-5}	0.7215
1 000	0.2681	1 213	0.07938	2.440×10^{-4}	4.594×10^{-5}	1.713×10^{-4}	0.7022
1 500	0.1925	1 266	0.11793	4.839×10^{-4}	5.562×10^{-5}	2.889×10^{-4}	0.5969
2 000	0.1502	1 297	0.18590	9.543×10^{-4}	6.426×10^{-5}	4.278×10^{-4}	0.4483
			Oxígeno, O_2				
−50	1.7475	984.4	0.02067	1.201×10^{-5}	1.616×10^{-5}	9.246×10^{-6}	0.7694
0	1.4277	928.7	0.02472	1.865×10^{-5}	1.916×10^{-5}	1.342×10^{-5}	0.7198
50	1.2068	921.7	0.02867	2.577×10^{-5}	2.194×10^{-5}	1.818×10^{-5}	0.7053
100	1.0451	931.8	0.03254	3.342×10^{-5}	2.451×10^{-5}	2.346×10^{-5}	0.7019
150	0.9216	947.6	0.03637	4.164×10^{-5}	2.694×10^{-5}	2.923×10^{-5}	0.7019
200	0.8242	964.7	0.04014	5.048×10^{-5}	2.923×10^{-5}	3.546×10^{-5}	0.7025
300	0.6804	997.1	0.04751	7.003×10^{-5}	3.350×10^{-5}	4.923×10^{-5}	0.7030
400	0.5793	1 025	0.05463	9.204×10^{-5}	3.744×10^{-5}	6.463×10^{-5}	0.7023
500	0.5044	1 048	0.06148	1.163×10^{-4}	4.114×10^{-5}	8.156×10^{-5}	0.7010
1 000	0.3063	1 121	0.09198	2.678×10^{-4}	5.732×10^{-5}	1.871×10^{-4}	0.6986
1 500	0.2199	1 165	0.11901	4.643×10^{-4}	7.133×10^{-5}	3.243×10^{-4}	0.6985
2 000	0.1716	1 201	0.14705	7.139×10^{-4}	8.417×10^{-5}	4.907×10^{-4}	0.6873
			Vapor de agua, H_2O				
−50	0.9839	1 892	0.01353	7.271×10^{-6}	7.187×10^{-6}	7.305×10^{-6}	1.0047
0	0.8038	1 874	0.01673	1.110×10^{-5}	8.956×10^{-6}	1.114×10^{-5}	1.0033
50	0.6794	1 874	0.02032	1.596×10^{-5}	1.078×10^{-5}	1.587×10^{-5}	0.9944
100	0.5884	1 887	0.02429	2.187×10^{-5}	1.265×10^{-5}	2.150×10^{-5}	0.9830
150	0.5189	1 908	0.02861	2.890×10^{-5}	1.456×10^{-5}	2.806×10^{-5}	0.9712
200	0.4640	1 935	0.03326	3.705×10^{-5}	1.650×10^{-5}	3.556×10^{-5}	0.9599
300	0.3831	1 997	0.04345	5.680×10^{-5}	2.045×10^{-5}	5.340×10^{-5}	0.9401
400	0.3262	2 066	0.05467	8.114×10^{-5}	2.446×10^{-5}	7.498×10^{-5}	0.9240
500	0.2840	2 137	0.06677	1.100×10^{-4}	2.847×10^{-5}	1.002×10^{-4}	0.9108
1 000	0.1725	2 471	0.13623	3.196×10^{-4}	4.762×10^{-5}	2.761×10^{-4}	0.8639
1 500	0.1238	2 736	0.21301	6.288×10^{-4}	6.411×10^{-5}	5.177×10^{-4}	0.8233
2 000	0.0966	2 928	0.29183	1.032×10^{-3}	7.808×10^{-5}	8.084×10^{-4}	0.7833

Nota: En los gases ideales, las propiedades c_p, k, μ y Pr son independientes de la presión. Las propiedades ρ, ν y α a una presión P (en atm) diferente a 1 atm se calculan multiplicando los valores de P a una determinada temperatura por ρ y dividiendo ν y α entre P.

Fuente: Datos generados del EES, software desarrollado por S. A. Klein y F. L. Alvarado. Originalmente se basa en varias fuentes.

TABLA A-17

Propiedades de la atmósfera a elevadas altitudes

Altitud, z, m	Temperatura, T, °C	Presión, P, kPa	Gravedad g, m/s^2	Velocidad del sonido c, m/s	Densidad, ρ, kg/m^3	Viscosidad μ, kg/m · s	Conductividad térmica k, W/m · k
0	15.00	101.33	9.807	340.3	1.225	1.789×10^{-5}	0.0253
200	13.70	98.95	9.806	339.5	1.202	1.783×10^{-5}	0.0252
400	12.40	96.61	9.805	338.8	1.179	1.777×10^{-5}	0.0252
600	11.10	94.32	9.805	338.0	1.156	1.771×10^{-5}	0.0251
800	9.80	92.08	9.804	337.2	1.134	1.764×10^{-5}	0.0250
1 000	8.50	89.88	9.804	336.4	1.112	1.758×10^{-5}	0.0249
1 200	7.20	87.72	9.803	335.7	1.090	1.752×10^{-5}	0.0248
1 400	5.90	85.60	9.802	334.9	1.069	1.745×10^{-5}	0.0247
1 600	4.60	83.53	9.802	334.1	1.048	1.739×10^{-5}	0.0245
1 800	3.30	81.49	9.801	333.3	1.027	1.732×10^{-5}	0.0244
2 000	2.00	79.50	9.800	332.5	1.007	1.726×10^{-5}	0.0243
2 200	0.70	77.55	9.800	331.7	0.987	1.720×10^{-5}	0.0242
2 400	−0.59	75.63	9.799	331.0	0.967	1.713×10^{-5}	0.0241
2 600	−1.89	73.76	9.799	330.2	0.947	1.707×10^{-5}	0.0240
2 800	−3.19	71.92	9.798	329.4	0.928	1.700×10^{-5}	0.0239
3 000	−4.49	70.12	9.797	328.6	0.909	1.694×10^{-5}	0.0238
3 200	−5.79	68.36	9.797	327.8	0.891	1.687×10^{-5}	0.0237
3 400	−7.09	66.63	9.796	327.0	0.872	1.681×10^{-5}	0.0236
3 600	−8.39	64.94	9.796	326.2	0.854	1.674×10^{-5}	0.0235
3 800	−9.69	63.28	9.795	325.4	0.837	1.668×10^{-5}	0.0234
4 000	−10.98	61.66	9.794	324.6	0.819	1.661×10^{-5}	0.0233
4 200	−12.3	60.07	9.794	323.8	0.802	1.655×10^{-5}	0.0232
4 400	−13.6	58.52	9.793	323.0	0.785	1.648×10^{-5}	0.0231
4 600	−14.9	57.00	9.793	322.2	0.769	1.642×10^{-5}	0.0230
4 800	−16.2	55.51	9.792	321.4	0.752	1.635×10^{-5}	0.0229
5 000	−17.5	54.05	9.791	320.5	0.736	1.628×10^{-5}	0.0228
5 200	−18.8	52.62	9.791	319.7	0.721	1.622×10^{-5}	0.0227
5 400	−20.1	51.23	9.790	318.9	0.705	1.615×10^{-5}	0.0226
5 600	−21.4	49.86	9.789	318.1	0.690	1.608×10^{-5}	0.0224
5 800	−22.7	48.52	9.785	317.3	0.675	1.602×10^{-5}	0.0223
6 000	−24.0	47.22	9.788	316.5	0.660	1.595×10^{-5}	0.0222
6 200	−25.3	45.94	9.788	315.6	0.646	1.588×10^{-5}	0.0221
6 400	−26.6	44.69	9.787	314.8	0.631	1.582×10^{-5}	0.0220
6 600	−27.9	43.47	9.786	314.0	0.617	1.575×10^{-5}	0.0219
6 800	−29.2	42.27	9.785	313.1	0.604	1.568×10^{-5}	0.0218
7 000	−30.5	41.11	9.785	312.3	0.590	1.561×10^{-5}	0.0217
8 000	−36.9	35.65	9.782	308.1	0.526	1.527×10^{-5}	0.0212
9 000	−43.4	30.80	9.779	303.8	0.467	1.493×10^{-5}	0.0206
10 000	−49.9	26.50	9.776	299.5	0.414	1.458×10^{-5}	0.0201
12 000	−56.5	19.40	9.770	295.1	0.312	1.422×10^{-5}	0.0195
14 000	−56.5	14.17	9.764	295.1	0.228	1.422×10^{-5}	0.0195
16 000	−56.5	10.53	9.758	295.1	0.166	1.422×10^{-5}	0.0195
18 000	−56.5	7.57	9.751	295.1	0.122	1.422×10^{-5}	0.0195

Fuente: U. S. Standard Atmosphere Supplements, U. S. Government Printing Office, 1966.

TABLA A-18

Emisividades de las superficies
a) Metales

Material	Temperatura, K	Emisividad, ε
Aluminio		
Pulido	300-900	0.04-0.06
Lámina comercial	400	0.09
Altamente oxidado	400-800	0.20-0.33
Anodizado	300	0.8
Bismuto, brillante	350	0.34
Latón		
Altamente pulido	500-650	0.03-0.04
Pulido	350	0.09
Placa opaca	300-600	0.22
Oxidado	450-800	0.6
Cromo, pulido	300-1 400	0.08-0.40
Cobre		
Altamente pulido	300	0.02
Pulido	300-500	0.04-0.05
Lámina comercial	300	0.15
Oxidado	600-1 000	0.5-0.8
Negro oxidado	300	0.78
Oro		
Altamente pulido	300-1 000	0.03-0.06
Papel brillante	300	0.07
Hierro		
Altamente pulido	300-500	0.05-0.07
Hierro fundido	300	0.44
Hierro forjado	300-500	0.28
Oxidado	300	0.61
Oxidado	500-900	0.64-0.78
Plomo		
Pulido	300-500	0.06-0.08
No oxidado, áspero	300	0.43
Oxidado	300	0.63
Magnesio, pulido	300-500	0.07-0.13
Mercurio	300-400	0.09-0.12
Molibdeno		
Pulido	300-2 000	0.05-0.21
Oxidado	600-800	0.80-0.82
Níquel		
Pulido	500-1 200	0.07-0.17
Oxidado	450-1 000	0.37-0.57
Platino, pulido	500-1 500	0.06-0.18
Plata, pulida	300-1 000	0.02-0.07
Acero inoxidable		
Pulido	300-1 000	0.17-0.30
Ligeramente oxidado	600-1 000	0.30-0.40
Altamente oxidado	600-1 000	0.70-0.80
Acero		
Lámina pulida	300-500	0.08-0.14
Lámina comercial	500-1 200	0.20-0.32
Altamente oxidado	300	0.81
Hojalata, pulida	300	0.05
Tungsteno		
Pulido	300-2 500	0.03-0.29
Filamento	3500	0.39
Zinc		
Pulido	300-800	0.02-0.05
Oxidado	300	0.25

TABLA A-18

Emisividades de las superficies
b) No metales (*continuación*)

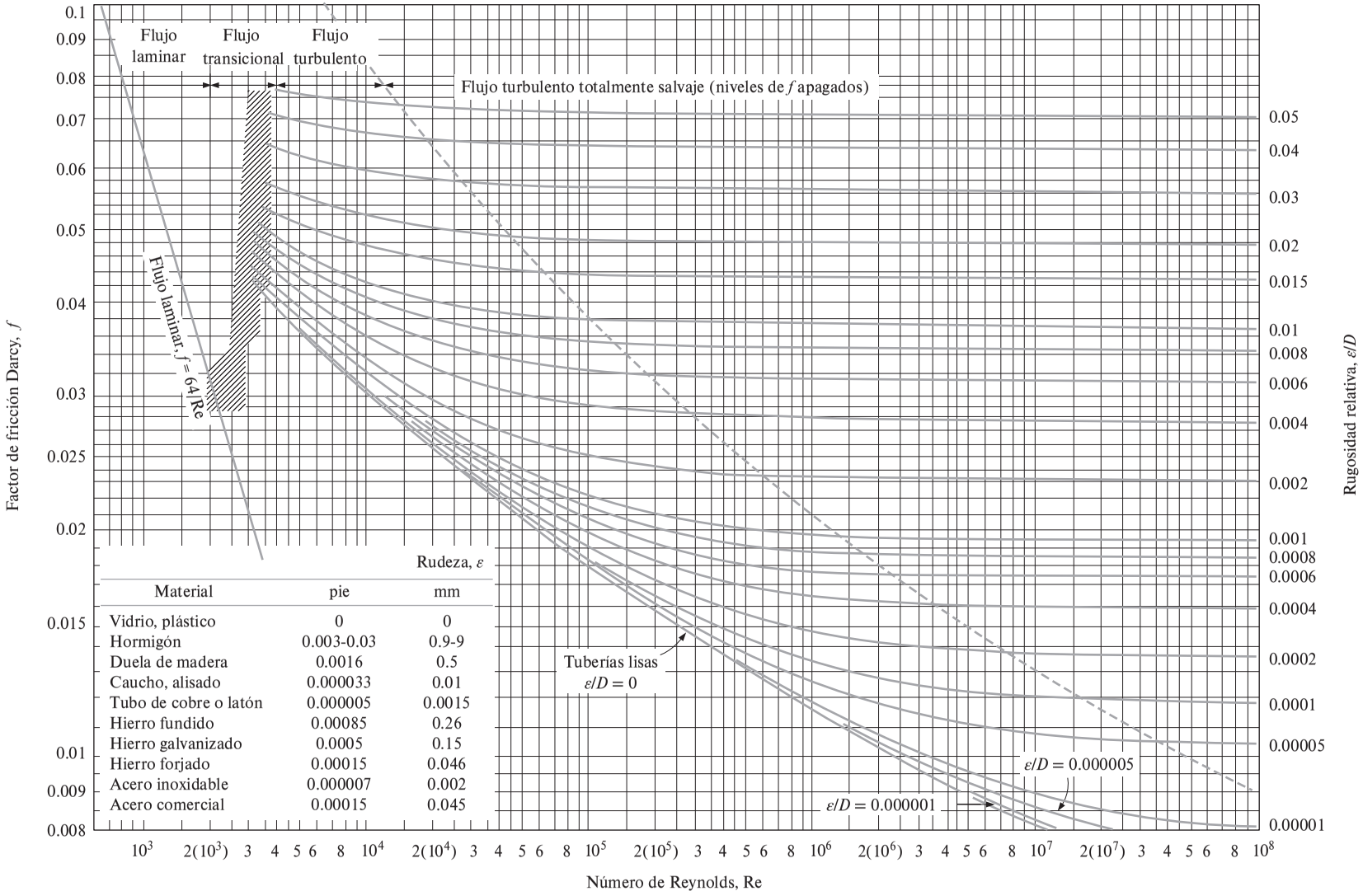
Material	Temperatura, K	Emisividad, ε	Material	Temperatura, K	Emisividad, ε
Alúmina	800-1 400	0.65-0.45	Papel, blanco	300	0.90
Óxido de aluminio	600-1 500	0.69-0.41	Yeso, blanco	300	0.93
Asbestos	300	0.96	Porcelana, esmaltada	300	0.92
Pavimento de asfalto	300	0.85-0.93	Cuarzo, en bruto, fundido	300	0.93
Ladrillo			Hule		
Común	300	0.93-0.96	Duro	300	0.93
Arcilla de fuego	1 200	0.75	Suave	300	0.86
Filamento de carbono	2 000	0.53	Arena	300	0.90
Trapo	300	0.75-0.90	Carburo de silicio	600-1 500	0.87-0.85
Hormigón	300	0.88-0.94	Piel, humana	300	0.95
Vidrio			Nieve	273	0.80-0.90
Ventana	300	0.90-0.95	Suelo, tierra	300	0.93-0.96
Pirex	300-1 200	0.82-0.62	Hollín	300-500	0.95
Piroceram	300-1 500	0.85-0.57	Teflón	300-500	0.85-0.92
Hielo	273	0.95-0.99	Agua, profunda	273-373	0.95-0.96
Óxido de magnesio	400-800	0.69-0.55	Madera		
Mampostería	300	0.80	Madera de haya	300	0.94
Pinturas			Roble	300	0.90
Aluminio	300	0.40-0.50			
Negra, barniz, brillante	300	0.88			
Aceites, todos los colores	300	0.92-0.96			
Imprimación roja	300	0.93			
Acrílico blanco	300	0.90			
Esmalte blanco	300	0.90			

TABLA A-19

Propiedades de radiación solar de varios materiales

Descripción/composición	Absorción solar, α_s	Emisividad, ε, a 300 K	Cociente, α_s/ε	Transmisividad solar, τ_s
Aluminio				
Pulido	0.09	0.03	3.0	
Anodizado	0.14	0.84	0.17	
Recubierto de cuarzo	0.11	0.37	0.30	
Papel	0.15	0.05	3.0	
Ladrillo, rojo (Purdue)	0.63	0.93	0.68	
Hormigón	0.60	0.88	0.68	
Chapa galvanizada				
Limpia, nueva	0.65	0.13	5.0	
Oxidado, resistido	0.80	0.28	2.9	
Vidrio, grosor de 3.2 mm				
Flotador o templado				0.79
Tipo bajo en óxido de hierro				0.88
Mármol, ligeramente blanquecino (no reflectante)	0.40	0.88	0.45	
Metal, chapado				
Sulfuro negro	0.92	0.10	9.2	
Óxido de cobalto negro	0.93	0.30	3.1	
Óxido de níquel negro	0.92	0.08	11	
Cromo negro	0.87	0.09	9.7	
Mylar, grosor 0.13 mm				0.87
Pinturas				
Negra (Parsons)	0.98	0.98	1.0	
Blanco, acrílico	0.26	0.90	0.29	
Blanco, óxido de zinc	0.16	0.93	0.17	
Papel, blanco	0.27	0.83	0.32	
Plexiglás, 3.2 mm de grosor				0.90
Azulejos de porcelana, blanco (superficie acristalada reflectante)	0.26	0.85	0.30	
Tejas, rojo brillante				
Superficie seca	0.65	0.85	0.76	
Superficie mojada	0.88	0.91	0.96	
Arena, seca				
Blanquecina	0.52	0.82	0.63	
Rojo apagado	0.73	0.86	0.82	
Nieve				
Partículas finas, frescas	0.13	0.82	0.16	
Gránulos de nieve	0.33	0.89	0.37	
Acero				
Acabado espejo	0.41	0.05	8.2	
Muy oxidado	0.89	0.92	0.96	
Piedra (rosa claro)	0.65	0.87	0.74	
Tedlar, 0.10 mm de grosor				0.92
Teflón, 0.13 mm de grosor				0.92
Madera	0.59	0.90	0.66	

Fuente: V. C. Sharma y A. Sharma, "Solar Properties of Some Building Elements", *Energy* 14(1989), pp. 805-810, y otras fuentes.



Rudeza, ε

Material	pie	mm
Vidrio, plástico	0	0
Hormigón	0.003-0.03	0.9-9
Duela de madera	0.0016	0.5
Caucho, alisado	0.000033	0.01
Tubo de cobre o latón	0.000005	0.0015
Hierro fundido	0.00085	0.26
Hierro galvanizado	0.0005	0.15
Hierro forjado	0.00015	0.046
Acero inoxidable	0.000007	0.002
Acero comercial	0.00015	0.045

FIGURA A-20

La gráfica de Moody para el factor de fricción del flujo totalmente desarrollado en tuberías circulares para usarse en la relación para pérdida en el cabezal $\Delta P_L = f\dfrac{L}{D}\dfrac{\rho V^2}{2}$.

Los factores de fricción en el flujo turbulento son evaluados con la ayuda de la ecuación de Colebrook $\dfrac{1}{\sqrt{f}} = -2\log_{10}\left(\dfrac{\varepsilon/D}{3.7} + \dfrac{2.51}{\text{Re}\sqrt{f}}\right)$.

APÉNDICE

2

TABLAS DE PROPIEDADES Y GRÁFICAS (UNIDADES INGLESAS)

TABLA A-1I Masa molar, constante de los gases y calores específicos de gases ideales de algunas sustancias 972
TABLA A-2I Propiedades de los puntos de ebullición y de congelación 973
TABLA A-3I Propiedades de los metales sólidos 974
TABLA A-4I Propiedades de los metales no sólidos 976
TABLA A-5I Propiedades de los materiales de construcción 977
TABLA A-6I Propiedades de los materiales aislantes 979
TABLA A-7I Propiedades de alimentos de uso común 980
TABLA A-8I Propiedades de materiales diversos 982
TABLA A-9I Propiedades del agua saturada 983
TABLA A-10I Propiedades del refrigerante-134a saturado 984
TABLA A-11I Propiedades del amoniaco saturado 985
TABLA A-12I Propiedades del propano saturado 986
TABLA A-13I Propiedades de los líquidos 987
TABLA A-14I Propiedades de los metales líquidos 988
TABLA A-15I Propiedades del aire a una presión de 1 atm 989
TABLA A-16I Propiedades de los gases a una presión de 1 atm 990
TABLA A-17I Propiedades de la atmósfera a elevadas altitudes 992

TABLA A-1I

Masa molar, constante de los gases y calores específicos de gases ideales de algunas sustancias

Sustancia	Masa molar, *M*, lbm/lbmol	Constante del gas R* Btu/lbm·R	Constante del gas R* psia·pie^3/lbm·R	Datos sobre el calor específico a 77 °F c_p, Btu/lbm·R	Datos sobre el calor específico a 77 °F c_v, Btu/lbm·R	$k = c_p/c_v$
Aire	28.97	0.06855	0.3704	0.2400	0.1715	1.400
Amoniaco, NH_3	17.03	0.1166	0.6301	0.4999	0.3834	1.304
Argón, Ar	39.95	0.04970	0.2686	0.1243	0.07457	1.667
Bromo, Br_2	159.81	0.01242	0.06714	0.0538	0.04137	1.300
Isobutano, C_4H_{10}	58.12	0.03415	0.1846	0.3972	0.3631	1.094
n-butano, C_4H_{10}	58.12	0.03415	0.1846	0.4046	0.3705	1.092
Dióxido de carbono, CO_2	44.01	0.04512	0.2438	0.2016	0.1564	1.288
Monóxido de carbono, CO	28.01	0.07089	0.3831	0.2482	0.1772	1.400
Cloro, Cl_2	70.905	0.02802	0.1514	0.1142	0.08618	1.325
Clorodifluorometano (R-22), $CHCIF_2$	86.47	0.02297	0.1241	0.1552	0.1322	1.174
Etano, C_2H_6	30.070	0.06604	0.3569	0.4166	0.3506	1.188
Etileno, C_2H_4	28.054	0.07079	0.3826	0.3647	0.2940	1.241
Flúor, F_2	38.00	0.05224	0.2823	0.1967	0.1445	1.362
Helio, He	4.003	0.4961	2.681	1.2403	0.7442	1.667
n-heptano, C_7H_{16}	100.20	0.01982	0.1071	0.3939	0.3740	1.053
n-hexano, C_6H_{14}	86.18	0.02304	0.1245	0.3951	0.3721	1.062
Hidrógeno, H_2	2.016	0.9850	5.323	3.416	2.431	1.405
Kriptón, Kr	83.80	0.02370	0.1281	0.05923	0.03554	1.667
Metano, CH_4	16.04	0.1238	0.6688	0.5317	0.4080	1.303
Neón, Ne	20.183	0.09838	0.5316	0.2460	0.1476	1.667
Nitrógeno, N_2	28.01	0.07089	0.3831	0.2484	0.1774	1.400
Óxido nítrico, NO	30.006	0.06618	0.3577	0.2387	0.1725	1.384
Dióxido de nitrógeno, NO_2	46.006	0.04512	0.2438	0.1925	0.1474	1.306
Oxígeno, O_2	32.00	0.06205	0.3353	0.2193	0.1572	1.395
n-pentano, C_5H_{12}	72.15	0.02752	0.1487	0.3974	0.3700	1.074
Propano, C_3H_8	44.097	0.04502	0.2433	0.3986	0.3535	1.127
Propileno, C_3H_6	42.08	0.04720	0.2550	0.3657	0.3184	1.148
Vapor, H_2O	18.015	0.1102	0.5957	0.4455	0.3351	1.329
Dióxido de azufre, SO_2	64.06	0.03100	0.1675	0.1488	0.1178	1.263
Tetraclorometano, CCI_4	153.82	0.01291	0.06976	0.1293	0.1164	1.111
Tetrafluoroetano (R-134a), $C_2H_2F_4$	102.03	0.01946	0.1052	0.1991	0.1796	1.108
Trifluoretano (R-143a), $C_2H_3F_3$	84.04	0.02363	0.1277	0.2219	0.1983	1.119
Xenón, Xe	131.30	0.01512	0.08173	0.03781	0.02269	1.667

*La constante del gas se calcula a partir de $R = R_u/M$, donde $R_u = 1.9859$ Btu/lbmol·$R = 10.732$ psia·pie^3/lbmol·R es la constante universal de los gases y M es la unidad de masa molar.

Fuente: Los valores de los calores específicos se obtuvieron principalmente de las rutinas de propiedades preparadas por el Instituto Nacional de Estándares y Tecnología (NIST), Gaithersburg, MD.

TABLA A-2I

Propiedades de los puntos de ebullición y de congelación

	Datos de ebullición a 1 atm		Datos de congelamiento		Propiedades de los líquidos		
Sustancia	Punto de ebullición normal, °F	Calor latente de vaporización h_{fg}, Btu/lbm	Punto de congelamiento, °F	Calor latente de fusión h_{if}, Btu/lbm	Temperatura, °F	Densidad ρ, lbm/pie^3	Calor específico c_p, Btu/lbm · R
Amoniaco	−27.9	24.54	−107.9	138.6	−27.9	42.6	1.06
					0	41.3	1.083
					40	39.5	1.103
					80	37.5	1.135
Argón	−302.6	69.5	−308.7	12.0	−302.6	87.0	0.272
Benceno	176.4	169.4	41.9	54.2	68	54.9	0.411
Salmuera (20% de cloruro de sodio en masa)	219.0	—	0.7	—	68	71.8	0.743
n-Butano	31.1	165.6	−217.3	34.5	31.1	37.5	0.552
Dióxido de carbono	−109.2*	99.6 (a 32 °F)	−69.8	—	32	57.8	0.583
Etanol	172.8	360.5	−173.6	46.9	77	48.9	0.588
Alcohol etílico	173.5	368	−248.8	46.4	68	49.3	0.678
Glicol etílico	388.6	344.0	12.6	77.9	68	69.2	0.678
Glicerina	355.8	419	66.0	86.3	68	78.7	0.554
Helio	−452.1	9.80	—	—	−452.1	9.13	5.45
Hidrógeno	−423.0	191.7	−434.5	25.6	−423.0	4.41	2.39
Isobutano	10.9	157.8	−255.5	45.5	10.9	37.1	0.545
Mercurio	674.1	126.7	−38.0	4.90	77	847	0.033
Metano	−258.7	219.6	296.0	25.1	−258.7	26.4	0.834
					−160	20.0	1.074
Metanol	148.1	473	−143.9	42.7	77	49.1	0.609
Nitrógeno	−320.4	85.4	−346.0	10.9	−320.4	50.5	0.492
					−260	38.2	0.643
Octano	256.6	131.7	−71.5	77.9	68	43.9	0.502
Aceite (ligero)	—	—			77	56.8	0.430
Oxígeno	−297.3	91.5	−361.8	5.9	−297.3	71.2	0.408
Petróleo	—	99-165			68	40.0	0.478
Propano	−43.7	184.0	−305.8	34.4	−43.7	36.3	0.538
					32	33.0	0.604
					100	29.4	0.673
Queroseno	399-559	108	−12.8	—	68	51.2	0.478
Refrigerante-134a	−15.0	93.2	−141.9	—	−40	88.5	0.283
					−15	86.0	0.294
					32	80.9	0.318
					90	73.6	0.348
Agua	212	970.5	32	143.5	32	62.4	1.01
					90	62.1	1.00
					150	61.2	1.00
					212	59.8	1.01

*Temperatura de sublimación (a presiones por debajo de la presión del punto triple de 75.1 psia, el dióxido de carbono existe como un sólido o un gas. Asimismo, la temperatura del punto de congelamiento del dióxido de carbono es la temperatura del punto triple de –69.8 °F).

TABLA A-3I

Propiedades de los metales sólidos

Composición	Punto de fusión, R	*Propiedades a 540 R* ρ lbm/pie^3	c_p(Btu/lbm·R)	k(Btu/h·pie·R)	$\alpha \times 10^6$ pie^2/s	*Propiedades a varias temperaturas* (R), k(Btu/h·pie·R)/c_p(Btu/lbm·R) 180	360	720	1 080	1 440	1 800
Aluminio:	1 679	168	0.216	137	1 045	174.5	137	138.6	133.4	126	
Puro						0.115	0.191	0.226	0.246	0.273	
Aleación 2024-T6	1 395	173	0.209	102.3	785.8	37.6	94.2	107.5	107.5		
(4.5% Cu, 1.5% Mg, 0.6% Mn)						0.113	0.188	0.22	0.249		
Aleación 195, fundido (4.5% Cu)		174.2	0.211	97	734		100.5	106.9			
Berilio	2 790	115.5	0.436	115.6	637.2	572	174	93	72.8	61.3	52.5
						0.048	0.266	0.523	0.621	0.624	0.72
Bismuto	981	610.5	0.029	4.6	71	9.5	5.6	4.06			
						0.026	0.028	0.03			
Boro	4 631	156	0.264	15.6	105	109.7	32.06	9.7	6.1	5.5	5.7
						0.03	0.143	0.349	0.451	0.515	0.558
Cadmio	1 069	540	0.055	55.6	521	117.3	57.4	54.7			
						0.047	0.053	0.057			
Cromo	3 812	447	0.107	54.1	313.2	91.9	64.1	52.5	46.6	41.2	37.8
						0.045	0.091	0.115	0.129	0.138	0.147
Cobalto	3 184	553.2	0.101	57.3	286.3	96.5	70.5	49.3	39	33.6	80.1
						0.056	0.09	0.107	0.12	0.131	0.145
Cobre:	2 445	559	0.092	231.7	1259.3	278.5	238.6	227.07	219	212	203.4
Puro						0.06	0.085	0.094	0.01	0.103	0.107
Bronce comercial	2 328	550	0.1	30	150.7	24.3	30	34			
(90% Cu, 10% Al)						0.187	0.109	0.130			
Engranaje de fósforo bronce	1 987	548.1	0.084	31.2	183	23.7	37.6	42.8			
(89% Cu, 11% Sn)						—	—	—			
Cartucho de latón	2 139	532.5	0.09	63.6	364.9	43.3	54.9	79.2	86.0		
(70% Cu, 30% Zn)						0.09	0.09	0.101			
Constantan	2 687	557	0.092	13.3	72.3	9.8	1.1				
(55% Cu, 45% Ni)						0.06	0.09				
Germanio	2 180	334.6	0.08	34.6	373.5	134	56	25	15.7	11.4	10.05
						0.045	0.069	0.08	0.083	0.085	0.089
Oro	2 405	1 205	0.03	183.2	1 367	189	186.6	179.7	172.2	164.09	156
						0.026	0.029	0.031	0.032	0.033	0.034
Iridio	4 896	1404.6	0.031	85	541.4	99.4	88.4	83.2	79.7	76.3	72.8
						0.021	0.029	0.031	0.032	0.034	0.036
Hierro:	3 258	491.3	0.106	46.4	248.6	77.4	54.3	40.2	31.6	25.01	19
Puro						0.051	0.091	0.117	0.137	0.162	0.232
Armco		491.3	0.106	42	222.8	55.2	46.6	38	30.7	24.4	18.7
(99.75%) puro						0.051	0.091	0.117	0.137	0.162	0.233
Aceros de carbono:		490.3	0.103	35	190.6			32.8	27.7	22.7	17.4
Carbono liso (Mn $\leq$ 1%, Si $\leq$ 0.1%)								0.116	0.113	0.163	0.279
AISI 1010		489	0.103	37	202.4			33.9	28.2	22.7	18
								0.116	0.133	0.163	0.278
Carbono-silicio (Mn $\leq$ 1%, 0.1% < Si $\leq$ 0.6%)		488	0.106	30	160.4			28.8	25.4	21.6	17
								0.119	0.139	0.166	0.231
Carbono-manganeso-silicio (1% < Mn $\leq$ 1.65%, 0.1% < Si $\leq$ 0.6%)		508	0.104	23.7	125			24.4	23	20.2	16
								0.116	0.133	0.163	0.260
Aceros de cromo (bajo):		488.3	0.106	21.8	117.4			22	21.2	19.3	15.6
$\frac{1}{2}$ Cr–$\frac{1}{4}$ Mo–Si (0.18% C, 0.65% Cr, 0.23% Mo, 0.6% Si)								0.117	0.137	0.164	0.23
1 Cr –$\frac{1}{2}$ Mo (0.16% C, 1% Cr, 0.54% Mo, 0.39% Si)		490.6	0.106	24.5	131.3			24.3	22.6	20	15.8
								0.117	0.137	0.164	0.231
1 Cr–V		489.2	0.106	28.3	151.8			27.0	24.3	21	16.3
(0.2% C, 1.02% Cr, 0.15% V)								0.117	0.137	0.164	0.231

TABLA A-3I

Propiedades de los metales sólidos (*continuación*)

Composición	Punto de fusión, R	*Propiedades a 540 R* ρ lbm/pie^3	c_p(Btu/lbm · R)	k(Btu/h · pie · R)	$\alpha \times 10^6$ pie^2/s	*Propiedades a varias temperaturas* (R), k(Btu/h · pie · R)/c_p(Btu/lbm · R) 180	360	720	1 080	1 440	1 800
Aceros inoxidables:		503	0.114	8.7	42			10	11.6	13.2	14.7
AISI 302								0.122	0.133	0.140	0.144
AISI 304	3 006	493.2	0.114	8.6	42.5	5.31	7.3	9.6	11.5	13	14.7
						0.064	0.096	0.123	0.133	0.139	0.145
AISI 316		514.3	0.111	7.8	37.5			8.8	10.6	12.3	14
						0.12	0.131	0.137	0.143		
AISI 347		498	0.114	8.2	40			9.1	1.1	12.7	14.3
								0.122	0.133	0.14	0.144
Plomo	1 082	708	0.03	20.4	259.4	23	21.2	19.7	18.1		
						0.028	0.029	0.031	0.034		
Magnesio	1 661	109	0.245	90.2	943	87.9	91.9	88.4	86.0	84.4	
						0.155	0.223	0.256	0.279	0.302	
Molibdeno	5 209	639.3	0.06	79.7	578	1 034	82.6	77.4	72.8	68.2	64.7
						0.038	0.053	0.062	0.065	0.068	0.070
Níquel:	3 110	555.6	0.106	52.4	247.6	94.8	61.8	46.3	37.9	39	41.4
Puro						0.055	0.091	0.115	0.141	0.126	0.134
Nicromo (80% Ni, 20% Cr)	3 010	524.4	0.1	6.9	36.6			8.0	9.3	12.2	
							0.114	0.125	0.130		
Inconel X-750 (73% Ni, 15% Cr, 6.7% Fe)	2 997	531.3	0.104	6.8	33.4	5	5.9	7.8	9.8	11.8	13.9
						—	0.088	0.112	0.121	0.13	0.149
Niobio	4 934	535	0.063	31	254	31.9	30.4	32	33.6	35.4	32.2
						0.044	0.059	0.065	0.067	0.069	0.071
Paladio	3 289	750.4	0.058	41.5	263.7	44.2	41.4	42.5	46	50	54.4
						0.04	0.054	0.059	0.062	0.064	0.067
Patino:	3 681	1 339	0.031	41.4	270	44.7	42	41.5	42.3	43.7	45.5
Puro						0.024	0.03	0.032	0.034	0.035	0.036
Aleación 60Pt-40Rh (60% Pt, 40% Rh)	3 240	1 038.2	0.038	27.2	187.3			30	34	37.5	40
								—	—	—	
Renio	6 215	1 317.2	0.032	27.7	180	34	30	26.6	25.5	25.4	25.8
						0.023	0.03	0.033	0.034	0.036	0.037
Rodio	4 025	777.2	0.058	86.7	534	107.5	89	84.3	78.5	73.4	70
						0.035	0.052	0.06	0.065	0.069	0.074
Silicio	3 033	145.5	0.17	85.5	960.2	510.8	152.5	57.2	35.8	24.4	18.0
						0.061	0.132	0.189	0.207	0.218	0.226
Plata	2 223	656	0.056	248	1 873	257	248.4	245.5	238	228.8	219
						0.044	0.053	0.057	0.059	0.062	0.066
Tántalo	5 884	1 036.3	0.033	33.2	266	34.2	33.2	33.4	34	34.3	34.8
						0.026	0.031	0.034	0.035	0.036	0.036
Torio	3 641	730.4	0.028	31.2	420.9	34.6	31.5	31.4	32.2	32.9	32.9
						0.024	0.027	0.029	0.032	0.035	0.037
Hojalata	909	456.3	0.054	38.5	431.6	49.2	42.4	35.9			
						0.044	0.051	0.058			
Titanio	3 515	281	0.013	12.7	100.3	17.6	14.2	11.8	11.2	11.4	12
						0.071	0.111	0.131	0.141	0.151	0.161
Tungsteno	6 588	1 204.9	0.031	100.5	735.2	120.2	107.5	92	79.2	72.2	68.2
						0.020	0.029	0.032	0.033	0.034	0.035
Uranio	2 531	1 190.5	0.027	16	134.5	12.5	14.5	17.1	19.6	22.4	25.4
						0.022	0.026	0.029	0.035	0.042	0.043
Vanadio	3 946	381	0.117	17.7	110.9	20.7	18	18	19.3	20.6	22.0
						0.061	0.102	0.123	0.128	0.134	0.142
Zinc	1 247	445.7	0.093	67	450	67.6	68.2	64.1	59.5		
						0.07	0.087	0.096	0.104		
Circonio	3 825	410.2	0.067	13.1	133.5	19.2	14.6	12.5	12	12.5	13.7
						0.049	0.063	0.072	0.77	0.082	0.087

Fuente: Las tablas A-3I y A-4I se obtuvieron de las respectivas tablas en unidades SI del apéndice 1 usando los factores de conversión apropiados.

TABLA A-4I

Propiedades de los metales no sólidos

Composición	Punto de fusión, R	*Propiedades a 540 R* ρ lbm/pie^3	c_p(Btu/lbm · R)	k(Btu/h · pie · R)	$\alpha \times 10^6$ pie^2/s	*Propiedades a varias temperaturas* (R), k(Btu/h · pie · R)/c_p(Btu/lbm · R) 180	360	720	1 080	1 440	1 800
Óxido de aluminio,	4 181	247.8	0.182	26.6	162.5	260	47.4	18.7	11	7.5	6
						—	—	0.224	0.265	0.281	0.293
zafiro	4 181	247.8	0.182	20.8	128	76.8	31.7	15.3	9.3	6	4.5
Óxido de aluminio,								0.244	0.265	0.281	0.293
policristalino	4 905	187.3	0.246	157.2	947.3			113.2	64.2	40.4	27.2
Óxido de berilio								0.322	0.40	0.44	0.459
	4 631	156	0.264	16	107.5	109.8	30.3	10.8	6.5	4.6	3.6
Boro											
								0.355	0.445	0.509	0.561
Composición epóxica	1 062	130									
de fibra de boro (30% vol.)											
k, ∥ a las capas				1.3		1.2	1.3	1.31			
k, ⊥ a las capas				0.34		0.21	0.28	0.34			
c_p			0.268			0.086	0.18	0.34			
Carbono	2 700	121.7	—	0.92	—	0.38	0.68	1.09	1.26	1.36	1.46
Diamante amorfo	—	219	0.121	1 329	—	5 778	2 311.2	889.8			
tipo IIa							0.005	0.046	0.203		
aislante	4 091	138									
Grafito, pirolítico				1 126.7		2 871.6	1 866.3	803.2	515.4	385.4	308.5
k, ∥ a las capas				3.3		9.7	5.3	2.4	1.5	1.16	0.92
k, ⊥ a las capas			0.169			0.32	0.098	0.236	0.335	0.394	0.428
c_p											
Composición epóxica	810	87.4									
de fibra de grafito (25% vol.)				6.4		3.3	5.0	7.5			
k, flujo de calor ∥ a las fibras				0.5	5	0.4	0.63				
k, flujo de calor ⊥ a las fibras			0.223			0.08	0.153	0.29			
c_p	2 921	162.3	0.193	2.3	20.3	3.0	2.3	2.1	1.9	1.7	1.7
Policerámica, Corning 9606	5 580	197.3	0.161	283.1		2 475.7		—	—	—	50.3
Carburo de silicio											
								0.210	0.25	0.27	0.285
Dióxido de silicio,											
cristalino (cuarzo)	3 389	165.4									
k , ∥ al eje c				6		22.5	9.5	4.4	2.9	2.4	
k , ⊥ al eje c				3.6		12.0	5.9	2.7	2	1.8	
c_p			0.177					0.211	0.256	0.298	
Dióxido de silicio,	3 389	138.6	0.177	0.79	9	0.4	0.65	0.87	1.01	1.25	1.65
policristalino (silicio fundido)					—	—	—	0.216	0.248	0.264	0.276
Nitrido de silicona	3 911	150	0.165	9.2	104	—	—	8.0	6.5	5.7	5.0
						—	0.138	0.185	0.223	0.253	0.275
Sulfuro	706	130	0.169	0.1	1.51	0.095	0.1				
						0.962	0.144				
Dióxido de torio	6 431	568.7	0.561	7.5	65.7			5.9	3.8	2.7	2.12
								0.609	0.654	0.680	0.704
Dióxido de titanio,	3 840	259.5	0.170	4.9	30.1			4.0	2.9	2.3	2
policristalino								0.192	0.210	0.217	0.222

Fuente: Las tablas A-3I y A-4I se obtuvieron de sus respectivas tablas en unidades SI del apéndice 1 usando los factores de conversión apropiados.

TABLA A-5I

Propiedades de los materiales de construcción
(a una temperatura media de 75 °F)

Material	Grosor L pulg	Densidad, ρ lbm/pie^3	Conductividad térmica k Btu·pulg/h·pie^2·°F	Calor específico c_p Btu/lbm·R	Valor R (para el grosor especificado en esta tabla, L/k) °F·h·pie^2/Btu
Tableros de construcción					
Asbestos-tablero de cemento	¼ pulg	120	—	0.24	0.06
Yeso de escayola	⅜ pulg	50	—	0.26	0.32
	½ pulg	50	—	—	0.45
Triplay (abeto Douglas)	—	34	0.80	0.29	—
	¼ pulg	34	—	0.29	0.31
	⅜ pulg	34	—	0.29	0.47
	½ pulg	34	—	0.29	0.62
	¾ pulg	34	—	0.29	0.93
Tablero aislado y revestimiento	½ pulg	18	—	0.31	1.32
(densidad regular)	25/32 pulg	18	—	0.31	2.06
Tablero duro (alta densidad, templado estándar)	—	63	1.00	0.32	—
Tablero de partículas:					
Media densidad	—	50	0.94	0.31	—
Contrapiso	⅝ pulg	40	—	0.29	0.82
Subsuelo de madera	¾ pulg	—	—	0.33	0.94
Membrana de construcción					
Fieltro permeable al valor	—	—	—	—	0.06
Sello de vapor (2 capas de fieltro trapeado de 17.3 lbm/pie^2)	—	—	—	—	0.12
Materiales para pisos					
Alfombra y almohadilla fibrosa	—	—	—	0.34	2.08
Alfombra y almohadilla de goma	—	—	—	0.33	1.23
Azulejo (asfalto, linóleo, vinil)	—	—	—	0.30	0.05
Materiales de albañilería					
Unidades de albañilería					
Ladrillo, común		120	5.0	—	—
Ladrillo, cara		130	9.0	—	—
Ladrillo, arcilla refractaria		150	9.3	—	—
		120	6.2	0.19	—
		70	2.8	—	—
Bloques de hormigón (3 núcleos ovales, agregado de arena y grava)	4 pulg	—	5.34	—	0.71
	8 pulg	—	6.94	—	1.11
	12 pulg	—	9.02	—	1.28
Hormigones:					
Agregados livianos (que incluyen lutita, arcilla o pizarra expandida, escorias expandidas, cenizas, piedra pómez y escoria)		120	5.2	—	—
		100	3.6	0.2	—
		80	2.5	0.2	—
		60	1.7	—	—
		40	1.15	—	—
Cemento/cal, mortero y estuco		120	9.7	—	—
		80	4.5		
Estuco		116	5.0		

TABLA A-5I

Propiedades de los materiales de construcción (a una temperatura media de 75 °F) (*continuación*)

Material	Grosor, L pulg	Densidad, ρ lbm/pie^3	Conductividad térmica, k Btu · pulg/h · pie^2 · °F	Calor específico, c_p Btu/lbm · R	Valor R (para el grosor especificado en esta tabla, L/k) °F · h · pie^2/Btu
Techumbre					
Tejas de asbesto y cemento		120	—	0.24	0.21
Techo de asfalto en rollo		70	—	0.36	0.15
Tejas de asfalto		70	—	0.30	0.44
Techos empotrados	3/8 pulg	70	—	0.35	0.33
Pizarra	1/2 pulg	—	—	0.30	0.05
Tejas de madera (lisas y plásticas/con película)		—	—	0.31	0.94
Materiales de enlucido					
Yeso de cemento, agregado de arena	3/4 pulg	1.16	5.0	0.20	0.15
Yeso:					
Agregado ligero	1/2 pulg	45	—	—	0.32
Agregado de arena	1/2 pulg	105	5.6	0.20	0.09
Agregado de perlita	—	45	1.5	0.32	—
Material de revestimiento (en superficies planas)					
Tejas de asbesto y cemento	—	120	—	—	0.21
Revestimiento de tableros duros	7/16 pulg	—	—	0.28	0.67
Revestimiento de madera (caída)	1 pulg	—	—	0.31	0.79
Revestimiento de madera (triplay) lapeado	3/8 pulg	—	—	0.29	0.59
Revestimiento de aluminio o acero (sobre láminas)					
Hueco respaldado	3/8 pulg	—	—	0.29	0.61
Tablero aislante respaldado	3/8 pulg	—	—	0.32	1.82
Vidrio arquitectónico	—	158	6.9	0.21	0.10
Maderas					
Maderas duras (arce, roble, etc.)	—	45	1.10	0.30	—
Maderas suaves (abeto, pino, etc.)	—	32	0.80	0.33	—
Metales					
Aluminio (1 100)	—	171	1 536	0.214	—
Acero, suave	—	489	314	0.120	—
Acero, inoxidable	—	494	108	0.109	—

Fuente: Las tablas A-5I y A-6I están adaptadas del *ASHRAE, Handbook of Fundamentals* (Atlanta, GA: American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers, 1993), Capítulo 22, tabla 4. Usado con permiso.

TABLA A-6I

Propiedades de los materiales aislantes
(a una temperatura media de 75 °F).

Material	Grosor L pulg	Densidad, ρ lbm/pie^3	Conductividad térmica, k Btu · pulg/h · pie^2 · °F	Calor específico c_p Btu/lbm · R	Valor R (para el grosor especificado en esta tabla, L/k) °F · h · pie^2/Btu
Manta y guata					
Fibra mineral (forma fibrosa	~ 2 a 2¾ pulg	0.3–2.0	—	0.17–0.23	7
procesada a partir de roca,	~ 3 a 3½ pulg	0.3–2.0	—	0.17–0.23	11
escoria o vidrio)	~ 5¼ a 6½ pulg	0.3–2.0	—	0.17–0.23	19
Junta y losa					
Vidrio celular		8.5	0.38	0.24	—
Fibra de vidrio (aglomerado orgánico)		4–9	0.25	0.23	—
Poliestireno expandido (cuentas moldeadas)		1.0	0.28	0.29	—
Poliuretano expandido (*R*-11 expandido)		1.5	0.16	0.38	—
Perlita expandida (ligada orgánica)		1.0	0.36	0.30	—
Caucho expandido (rígido)		4.5	0.22	0.40	—
Fibra mineral con aglutinante de resina		15	0.29	0.17	—
Corcho		7.5	0.27	0.43	—
Rociado o formado en su lugar					
Espuma de poliuretano		1.5–2.5	0.16–0.18	—	—
Fibra de vidrio		3.5–4.5	0.26–0.27	—	—
Uretano, mezcla de dos partes (espuma rígida)		4.4	0.18	0.25	—
Gránulos de lana mineral con asbestos/aglutinantes inorgánicos (pulverizados)		12	0.32	—	—
Relleno suelto					
Fibra mineral (roca, escoria	~ 3.75 a 5 pulg	0.6–0.20	—	0.17	11
o vidrio)	~ 6.5 a 8.75 pulg	0.6–0.20	—	0.17	19
	~ 7.5 a 10 pulg	—	—	0.17	22
	~ 7.25 pulg	—	—	0.17	30
Aerogel de sílice		7.6	0.17	—	—
Vermiculita (expandida)		7–8	0.47	—	—
Perlita, expandida		2–4.1	0.27–0.31	—	—
Aserrín o virutas		8–15	0.45	—	—
Aislamiento celulósico (papel molido o pulpa de madera)		0.3–3.2	0.27–0.32	—	—
Corcho, granulado		10	0.31	—	—
Aislamiento del techo					
Vidrio celular	—	9	0.4	0.24	—
Preformado, para usar sobre cubierta	½ pulg	—	—	0.24	1.39
	1 pulg	—	—	0.50	2.78
	2 pulg	—	—	0.94	5.56
Aislamiento reflectante					
Polvo de sílice (evacuado)		10	0.0118	—	—
Papel de aluminio que separa esteras esponjosas; 10-12 capas (evacuadas); para aplicaciones criogénicas (270 R)		2.5	0.0011	—	—
Papel de aluminio y laminado de papel de vidrio; 75-150 capas (evacuadas); para aplicaciones criogénicas (270 R)		7.5	0.00012	—	—

TABLA A-7I

Propiedades de alimentos de uso común

a) Propiedades de los calores específicos y de los puntos de congelación

Alimentos	Contenido de agua,[a] % (masa)	Punto de congelación[a] °F	*Calor específico*,[b] Btu/lbm · °F: Por arriba del punto de congelación	Por debajo del punto de congelación	Calor latente de fusión,[c] Btu/lbm
Vegetales					
Alcachofas	84	30	0.873	0.453	121
Espárragos	93	31	0.945	0.481	134
Frijoles	89	31	0.913	0.468	128
Brócoli	90	31	0.921	0.471	129
Calabaza	92	30	0.937	0.478	132
Zanahoria	88	29	0.905	0.465	126
Coliflor	92	31	0.937	0.478	132
Apio	94	31	0.953	0.484	135
Maíz dulce	74	31	0.793	0.423	106
Pepinos	96	31	0.969	0.490	138
Berenjena	93	31	0.945	0.481	134
Rábano picante	75	29	0.801	0.426	108
Puerros	85	31	0.881	0.456	122
Lechuga	95	32	0.961	0.487	136
Hongos	91	30	0.929	0.474	131
Quingombó	90	29	0.921	0.471	129
Cebollas verdes	89	30	0.913	0.468	128
Cebollas secas	88	31	0.905	0.465	126
Perejil	85	30	0.881	0.456	122
Chícharos verdes	74	31	0.793	0.423	106
Pimienta, dulce	92	31	0.937	0.478	132
Papas	78	31	0.825	0.435	112
Calabazas	91	31	0.929	0.474	131
Espinaca	93	31	0.945	0.481	134
Jitomates maduros	94	31	0.953	0.484	135
Nabos	92	30	0.937	0.478	132
Frutas					
Manzanas	84	30	0.873	0.453	121
Albaricoques	85	30	0.881	0.456	122
Aguacates	65	31	0.721	0.396	93
Plátanos	75	31	0.801	0.426	108
Arándanos	82	29	0.857	0.447	118
Melones	92	30	0.937	0.478	132
Cerezas agrias	84	29	0.873	0.453	121
Cerezas dulces	80	29	0.841	0.441	115
Higos secos	23	–	–	0.270	33
Higos frescos	78	28	0.825	0.435	112
Toronja	89	30	0.913	0.468	128
Uvas	82	29	0.857	0.447	118
Limones	89	29	0.913	0.468	128
Aceitunas	75	29	0.801	0.426	108
Naranjas	87	31	0.897	0.462	125
Duraznos	89	30	0.913	0.468	128
Peras	83	29	0.865	0.450	119
Piñas	85	30	0.881	0.456	122
Ciruelas	86	31	0.889	0.459	124
Membrillos	85	28	0.881	0.456	122
Pasas	18	—	—	0.255	26
Fresas	90	31	0.921	0.471	129
Mandarinas	87	30	0.897	0.462	125
Sandías	93	31	0.945	0.481	134
Pescado/comida del mar					
Bacalao entero	78	28	0.825	0.435	112
Fletán entero	75	28	0.801	0.426	108
Langosta	79	28	0.833	0.438	113
Jurel	57	28	0.657	0.372	82
Salmón entero	64	28	0.713	0.393	92
Camarones	83	28	0.865	0.450	119
Carnes					
Canal de carne	49	29	0.593	0.348	70
Hígado	70	29	0.761	0.411	101
Carne redonda	67	—	0.737	0.402	96
Solomillo de ternera	56	—	0.649	0.369	80
Pollo	74	27	0.793	0.423	106
Pierna de cordero	65	—	0.721	0.396	93
Canal de puerto	37	—	0.497	0.312	53
Jamón	56	29	0.649	0.369	80
Salchicha de puerco	38	—	0.505	0.315	55
Pavo	64	—	0.713	0.393	92
Otros					
Almendras	5	—	—	0.216	7
Mantequilla	16	—	—	0.249	23
Queso cheddar	37	9	0.497	0.312	53
Queso suizo	39	14	0.513	0.318	56
Leche con chocolate	1	—	—	0.204	1
Huevos enteros	74	31	0.793	0.423	106
Miel	17	—	—	0.252	24
Helado	63	22	0.705	0.390	90
Leche entera	88	31	0.905	0.465	126
Cacahuates	6	—	—	0.219	9
Cacahuates tostados	2	—	—	0.207	3
Nueces pecanas	3	—	—	0.210	4
Nueces	4	—	—	0.213	6

Fuentes: [a]Water content and freezing-point data are from *ASHRAE, Handbook of Fundamentals*, Version SI (Atlanta, GA: American Society Of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers, Inc., 1993), Capítulo 30, tabla 1. Usado con permiso.

[b]Los datos sobre calores específicos están basados en los valores de calor específico del agua y del hielo a 32 °F, y se calculan de las fórmulas de Siebel: $c_{p,\ congelado} = 0.800 \times (\text{contenido de agua}) + 0.200$, por encima de la congelación y $c_{p,\ congelado} = 0.300\ (\text{contenido de agua}) + 0.200$ por debajo de la congelación.

[c]El calor latente de fusión se calcula multiplicando el calor de fusión del agua (143 Btu/lbm) por el contenido de agua del alimento.

TABLA A-7I

Propiedades de alimentos de uso común (*continuación*)
b) Otras propiedades

Alimento	Contenido de agua, % (masa)	Temperatura, T °F	Densidad, ρ lbm/pie^3	Conductividad térmica, k Btu/h · pie · °F	Difusividad térmica, α pie^2/s	Calor específico, c_p Btu/lbm · R
Frutas/verduras						
Jugo de manzana	87	68	62.4	0.323	1.51×10^{-6}	0.922
Manzanas	85	32–86	52.4	0.242	1.47×10^{-6}	0.910
Manzanas, secas	41.6	73	53.4	0.127	1.03×10^{-6}	0.650
Albaricoques secos	43.6	73	82.4	0.217	1.22×10^{-6}	0.662
Plátanos frescos	76	41	61.2	0.278	1.51×10^{-6}	0.856
Brócoli	—	21	35.0	0.223	—	—
Cerezas frescas	92	32–86	65.5	0.315	1.42×10^{-6}	0.952
Higos	40.4	73	77.5	0.179	1.03×10^{-6}	0.642
Jugo de uva	89	68	62.4	0.328	1.51×10^{-6}	0.934
Duraznos	36–90	2–32	59.9	0.304	1.51×10^{-6}	0.934
Ciruelas	—	3	38.1	0.143	–	—
Papas	32–158	0–70	65.7	0.288	1.40×10^{-6}	0.868
Pasas	32	73	86.2	0.217	1.18×10^{-6}	0.592
Carnes						
Carne de res molida	67	43	59.3	0.235	1.40×10^{-6}	0.802
Carne de res magra	74	37	68.0	0.272	1.40×10^{-6}	0.844
Carne de res con grasa	0	95	50.5	0.110	—	—
Hígado de res	72	95	—	0.259	—	0.832
Comida de gato	39.7	73	71.2	0.188	1.18×10^{-6}	0.638
Pechuga de pollo	75	32	65.5	0.275	1.40×10^{-6}	0.850
Comida de perro	30.6	73	77.4	0.184	1.18×10^{-6}	0.584
Bacalao de pescado	81	37	73.7	0.309	1.29×10^{-6}	0.886
Salmón de pescado	67	37	—	0.307	—	0.802
Jamón	71.8	72	64.3	0.277	1.51×10^{-6}	0.831
Cordero	72	72	64.3	0.263	1.40×10^{-6}	0.832
Magro de cerdo	72	39	64.3	0.263	1.40×10^{-6}	0.832
Pechuga de pavo	74	37	65.5	0.287	1.40×10^{-6}	0.844
Ternera	75	72	66.2	0.272	1.40×10^{-6}	0.850
Otros						
Mantequilla	16	39	—	0.114	—	0.496
Pastel de chocolate	31.9	73	21.2	0.061	1.29×10^{-6}	0.591
Margarina	16	40	62.4	0.135	1.18×10^{-6}	0.496
Leche desnatada	91	72	—	0.327	—	0.946
Leche entera	88	82	—	0.335	—	0.928
Aceite de oliva	0	90	56.8	0.097	—	—
Aceite de cacahuate	0	39	57.4	0.097	—	—
Agua	100	0	62.4	0.329	1.51×10^{-6}	1.000
	100	30	59.6	0.357	1.61×10^{-6}	1.000
Pastel blanco	32.3	73	28.1	0.047	1.08×10^{-6}	0.594

Fuente: Los datos se obtuvieron principalmente de *ASHRAE*, *Handbook of Fundamentals*, Versión SI (Atlanta, GA: American Society Of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers, Inc., 1993), Capítulo 30, tablas 7 y 9. Usadas con permiso.

La mayoría de los valores de calores específicos se calcularon de $c_p = 0.4 + 0.6 \times$ (contenido de agua), el cual es una buena aproximación en el rango de temperatura de 40 a 90 °F. La mayoría de las difusividades térmicas se calculan a partir de $\alpha = k/\rho c_p$. Los valores sobre las propiedades que se muestran en esta tabla son válidos para el valor de contenido de agua específico.

TABLA A-8I

Propiedades de materiales diversos
(los valores están especificados a 540 R a menos que se indique otra cosa)

Material	Densidad, ρ lbm/pie^3	Conductividad térmica, k Btu/h·pie·R	Calor específico, c_p Btu/lbm·R
Asfalto	132.0	0.036	0.220
Baquelita	81.2	0.81	0.350
Ladrillo, refractario			
Ladrillo cromado			
851 R	187.9	1.33	0.199
1 481 R	—	1.44	—
2 111 R	—	1.16	—
Arcilla de fuego, quemada 2 880 R			
1 391 R	128.0	0.58	0.229
1 931 R	—	0.64	—
2 471 R	—	0.64	—
Arcilla de fuego, quemada 3 105 R			
1 391 R	145.1	0.75	0.229
1 931 R	—	0.81	—
2 471 R	—	0.81	—
Ladrillo de arcilla de fuego			
860 R	165.1	0.58	0.229
1 660 R	—	0.87	—
2 660 R	—	1.04	—
Magnesia			
860 R	—	2.20	0.270
1 660 R	—	1.62	—
2 660 R	—	1.10	—
Carne de pollo, blanca (74.4% contenido de agua)			
356 R	—	0.92	—
419 R	—	0.86	—
455 R	—	0.78	—
492 R	—	0.28	—
527 R	—	0.28	—
Arcilla, seca	96.8	0.54	—
Arcilla, húmeda	93.3	0.97	—
Carbón, antracita	84.3	0.15	0.301
Hormigón (mezcla de piedra)	143.6	0.81	0.210
Corcho	5.37	0.028	0.485
Algodón	5.0	0.035	0.311
Grasa	—	0.10	—
Vidrio			
Ventana	174.8	0.40	0.179
Pyrex	138.9	0.6–0.8	0.199
Corona	156.1	0.61	—
Plomo	212.2	0.49	—
Hielo			
492 R	57.4	1.09	0.487
455 R	57.6	1.17	0.465
311 R	57.9	2.02	0.349
Suela de cuero	62.3	0.092	—
Linóleo	33.4	0.047	—
	73.7	0.11	—
Mica	181.0	0.30	—
Papel	58.1	0.10	0.320
Plásticos			
Plexiglás	74.3	0.11	0.350
Teflón			
540 R	137.3	0.20	0.251
720 R	—	0.26	—
Lexan	74.9	0.11	0.301
Nailon	71.5	0.17	—
Polipropileno	56.8	0.069	0.388
Poliéster	87.1	0.087	0.279
Vinil, PVC	91.8	0.058	0.201
Porcelana	143.6	0.87	—
Hule, natural	71.8	0.16	—
Hule, vulcanizado			
Suave	68.7	0.075	0.480
Duro	74.3	0.092	—
Arena	94.6	0.1–0.6	0.191
Nieve, fresca	6.24	0.35	—
Nieve 492 R	31.2	1.27	—
Suelo, seco	93.6	0.58	0.454
Suelo, húmedo	118.6	1.16	0.525
Azúcar	99.9	0.34	—
Tejido, humano			
Piel	—	0.21	—
Capa de grasa	—	0.12	—
Músculo	—	0.24	—
Vaselina	—	0.098	—
Madera, grano cruzado			
Balsa	8.74	0.032	—
Abeto	25.9	0.064	0.650
Roble	34.0	0.098	0.570
Pino blanco	27.2	0.064	—
Pino amarillo	40.0	0.087	0.670
Madera, radial			
Roble	34.0	0.11	0.570
Abeto	26.2	0.081	0.650
Lana, oveja	9.05	0.029	—

TABLA A-9I

Propiedades del agua saturada

Temperatura.	Presión de saturación	Densidad ρ, lbm/pie^3		Entalpía de vaporización	Calor específico c_p, Btu/lbm · R		Conductividad térmica k, Btu/h · pie · R		Viscosidad dinámica μ, lbm/pie · s		Número Prandtl Pr		Coeficiente de expansión de volumen β, 1/R
T, F°	P_{sat}, psia	Líquido	Vapor	h_{fg}, Btu/lbm	Líquido	Vapor	Líquido	Vapor	Líquido	Vapor	Líquido	Vapor	Líquido
32.02	0.0887	62.41	0.00030	1 075	1.010	0.446	0.324	0.0099	1.204×10^{-3}	6.194×10^{-6}	13.5	1.00	-0.038×10^{-3}
40	0.1217	62.42	0.00034	1 071	1.004	0.447	0.329	0.0100	1.308×10^{-3}	6.278×10^{-6}	11.4	1.01	A0.003 $\times 10^{-3}$
50	0.1780	62.41	0.00059	1 065	1.000	0.448	0.335	0.0102	8.781×10^{-4}	6.361×10^{-6}	9.44	1.01	0.047×10^{-3}
60	0.2563	62.36	0.00083	1 060	0.999	0.449	0.341	0.0104	7.536×10^{-4}	6.444×10^{-6}	7.95	1.00	0.080×10^{-3}
70	0.3632	62.30	0.00115	1 054	0.999	0.450	0.347	0.0106	6.556×10^{-4}	6.556×10^{-6}	6.79	1.00	0.115×10^{-3}
80	0.5073	62.22	0.00158	1 048	0.999	0.451	0.352	0.0108	5.764×10^{-4}	6.667×10^{-6}	5.89	1.00	0.145×10^{-3}
90	0.6988	62.12	0.00214	1 043	0.999	0.453	0.358	0.0110	5.117×10^{-4}	6.778×10^{-6}	5.14	1.00	0.174×10^{-3}
100	0.9503	62.00	0.00286	1 037	0.999	0.454	0.363	0.0112	4.578×10^{-4}	6.889×10^{-6}	4.54	1.01	0.200×10^{-3}
110	1.2763	61.86	0.00377	1 031	0.999	0.456	0.367	0.0115	4.128×10^{-4}	7.000×10^{-6}	4.05	1.00	0.224×10^{-3}
120	1.6945	61.71	0.00493	1 026	0.999	0.458	0.371	0.0117	3.744×10^{-4}	7.111×10^{-6}	3.63	1.00	0246×10^{-3}
130	2.225	61.55	0.00636	1 020	0.999	0.460	0.375	0.0120	3.417×10^{-4}	7.222×10^{-6}	3.28	1.00	0.267×10^{-3}
140	2.892	61.38	0.00814	1 014	0.999	0.463	0.378	0.0122	3.136×10^{-4}	7.333×10^{-6}	2.98	1.00	0.287×10^{-3}
150	3.722	61.19	0.0103	1 008	1.000	0.465	0.381	0.0125	2.889×10^{-4}	7.472×10^{-6}	2.73	1.00	0.306×10^{-3}
160	4.745	60.99	0.0129	1 002	1.000	0.468	0.384	0.0128	2.675×10^{-4}	7.583×10^{-6}	2.51	1.00	0.325×10^{-3}
170	5.996	60.79	0.0161	996	1.001	0.472	0.386	0.0131	2.483×10^{-4}	7.722×10^{-6}	2.90	1.00	0.346×10^{-3}
180	7.515	60.57	0.0199	990	1.002	0.475	0.388	0.0134	2.317×10^{-4}	7.833×10^{-6}	2.15	1.00	0.367×10^{-3}
190	9.343	60.35	0.0244	984	1.004	0.479	0.390	0.0137	2.169×10^{-4}	7.972×10^{-6}	2.01	1.00	0.382×10^{-3}
200	11.53	60.12	0.0297	978	1.005	0.483	0.391	0.0141	2.036×10^{-4}	8.083×10^{-6}	1.88	1.00	0.395×10^{-3}
210	14.125	59.87	0.0359	972	1.007	0.487	0.392	0.0144	1.917×10^{-4}	8.222×10^{-6}	1.77	1.00	0.412×10^{-3}
212	14.698	59.82	0.0373	970	1.007	0.488	0.392	0.0145	1.894×10^{-4}	8.250×10^{-6}	1.75	1.00	0.417×10^{-3}
220	17.19	59.62	0.0432	965	1.009	0.492	0.393	0.0148	1808×10^{-4}	8.333×10^{-6}	1.67	1.00	0.429×10^{-3}
230	20.78	59.36	0.0516	959	1.011	0.497	0.394	0.0152	1.711×10^{-4}	8.472×10^{-6}	1.58	1.00	0.443×10^{-3}
240	24.97	59.09	0.0612	952	1.013	0.503	0.394	0.0156	1.625×10^{-4}	8.611×10^{-6}	1.50	1.00	0.462×10^{-3}
250	29.82	58.82	0.0723	946	1.015	0.509	0.395	0.0160	1.544×10^{-4}	8.611×10^{-6}	1.43	1.00	0.480×10^{-3}
260	35.42	58.53	0.0850	939	1.018	0.516	0.395	0.0164	1.472×10^{-4}	8.861×10^{-6}	1.37	1.00	0.497×10^{-3}
270	41.85	58.24	0.0993	932	1.020	0.523	0.395	0.0168	1.406×10^{-4}	9.000×10^{-6}	1.31	1.01	0.514×10^{-3}
280	49.18	57.94	0.1156	926	1.023	0.530	0.395	0.0172	1.344×10^{-4}	9.111×10^{-6}	1.25	1.01	0.532×10^{-3}
290	57-53	57.63	0.3390	918	1.026	0.538	0.395	0.0177	1.289×10^{-4}	9.250×10^{-6}	1.21	1.01	0.549×10^{-3}
300	66.98	57.31	0.1545	910	1.029	0.547	0.394	0.0182	1.236×10^{-4}	9.389×10^{-6}	1.16	1.02	0.566×10^{-3}
320	89.60	56.65	0.2033	895	1.036	0.567	0.393	0.0191	1.144×10^{-4}	9.639×10^{-6}	1.09	1.03	0.636×10^{-3}
340	117.93	55.95	0.2637	880	1.044	0.590	0.391	0.0202	1.063×10^{-4}	9.889×10^{-6}	1.02	1.04	0.656×10^{-3}
360	152.92	56.22	0.3377	863	1.054	0.617	0.389	0.0213	9.972×10^{-5}	1.013×10^{-5}	0.973	1.06	0.681×10^{-3}
380	195.60	54.46	0.4275	845	1.065	0.647	0.385	0.0224	9.361×10^{-5}	1.041×10^{-5}	0.932	1.08	0.720×10^{-3}
400	241.1	53.65	0.5359	827	1.078	0.683	0.382	0.0237	8.833×10^{-5}	1.066×10^{-5}	0.893	1.11	0.771×10^{-3}
450	422.1	51.46	0.9082	775	1.121	0.799	0.370	0.0271	7.722×10^{-5}	1.130×10^{-5}	0.842	1.20	0.912×10^{-3}
500	680.0	48.95	1.479	715	1.188	0.972	0.352	0.0312	6.833×10^{-5}	1.200×10^{-5}	0.830	1.35	1.111×10^{-3}
550	1 046.7	45.96	4.268	641	1.298	1.247	0.329	0.0368	6.083×10^{-5}	1.280×10^{-5}	0.864	1.56	1.445×10^{-3}
600	1 541	42.32	3.736	550	1.509	1.759	0.299	0.0461	5.389×10^{-5}	1.380×10^{-5}	0.979	1.90	1.883×10^{-3}
650	2 210	37.31	6.152	422	2.086	3.103	0.267	0.0677	4.639×10^{-5}	1.542×10^{-5}	1.30	2.54	
700	3 090	27.28	13.44	168	13.80	25.90	0.254	0.1964	3.417×10^{-5}	2.044×10^{-5}	6.68	9.71	
705.44	3 204	19.79	19.79	0	∞	∞	∞	∞	2.897×10^{-5}	2.897×10^{-5}			

Nota 1: La viscosidad dinámica ν y la difusividad térmica α pueden calcularse a partir de sus definiciones, $\nu = \mu/\rho$ y $\alpha = k/\rho c_\rho = \nu/\text{Pr}$. Las temperaturas de 32.02, 212 y 705.44 °F son las temperaturas del punto crítico, del punto de ebullición y del punto crítico del agua, respectivamente. Las propiedades listadas en esta tabla (excepto la de densidad de vapor) se pueden utilizar a cualquier presión obteniendo un valor despreciable, excepto a las temperaturas cercanas al valor del punto crítico.

Nota 2: La unidad Btu/lbm · °F del calor específico es equivalente a Btu/lbm · R y la unidad Btu/h · pie · °F de la conductividad térmica es equivalente a Btu/h · pie · R.

Fuente: Los datos de viscosidad y conductividad térmica se obtuvieron de J. V. Sengers y J. T. R. Watson, *Journal of Physical and Chemical Reference Data* 15(1986), pp. 1291-1322. Los demás datos se obtuvieron de diferentes fuentes o fueron calculados.

TABLA A-10I

Propiedades del refrigerante-134a saturado

Temperatura	Presión de saturación	Densidad ρ, lbm/pie^3		Entalpía de vaporización	Calor específico c_p, Btu/lbm · R		Conductividad térmica k, Btu/h · pie · R		Viscosidad dinámica μ, lbm/pie · s		Número de Prandtl Pr		Coeficiente de expansión de volumen β, 1/R	Tensión superficial
T, °F	P_{sat}, psia	Líquido	Vapor	h_{fg}, Btu/lbm	Líquido	Vapor	Líquido	Vapor	Líquido	Vapor	Líquido	Vapor	Líquido	lbf/pie
− 40	7.4	88.51	0.1731	97.1	0.2996	0.1788	0.0636	0.00466	3.278×10^{-4}	1.714×10^{-6}	5.558	0.237	0.00114	0.001206
− 30	9.9	87.5	0.2258	95.6	0.3021	0.1829	0.0626	0.00497	3.004×10^{-4}	2.053×10^{-6}	5.226	0.272	0.00117	0.001146
− 20	12.9	86.48	0.2905	94.1	0.3046	0.1872	0.0613	0.00529	2.762×10^{-4}	2.433×10^{-6}	4.937	0.310	0.00120	0.001087
− 10	16.6	85.44	0.3691	92.5	0.3074	0.1918	0.0602	0.00559	2.546×10^{-4}	2.856×10^{-6}	4.684	0.352	0.00124	0.001029
0	21.2	84.38	0.4635	90.9	0.3103	0.1966	0.0589	0.00589	2.345×10^{-4}	3.314×10^{-6}	4.463	0.398	0.00128	0.000972
10	26.6	83.31	0.5761	89.3	0.3134	0.2017	0.0576	0.00619	2.181×10^{-4}	3.811×10^{-4}	4.269	0.447	0.00132	0.000915
20	33.1	82.2	0.7094	87.5	0.3167	0.2070	0.0563	0.00648	2.024×10^{-4}	4.342×10^{-6}	4.098	0.500	0.00132	0.000859
30	40.8	81.08	0.866	85.8	0.3203	0.2127	0.0550	0.00676	1.883×10^{-4}	4.906×10^{-6}	3.947	0.555	0.00142	0.000803
40	49.8	79.92	1.049	83.9	0.3240	0.2188	0.0536	0.00704	1.752×10^{-4}	5.494×10^{-6}	3.814	0.614	0.00149	0.000749
50	60.2	78.73	1.262	82.0	0.3281	0.2253	0.0522	0.00732	1.633×10^{-4}	6.103×10^{-6}	3.697	0.677	0.00156	0.000695
60	72.2	77.51	1.509	80.0	0.3325	0.2323	0.0507	0.00758	1.522×10^{-4}	6.725×10^{-6}	3.594	0.742	0.00163	0.000642
70	85.9	76.25	1.794	78.0	0.3372	0.2398	0.0492	0.00785	1.420×10^{-4}	7.356×10^{-6}	3.504	0.810	0.00173	0.000590
80	101.4	74.94	2.122	75.8	0.3424	0.2481	0.0476	0.00810	1.324×10^{-4}	7.986×10^{-6}	3.425	0.880	0.00183	0.000538
90	119.1	73.59	2.5	73.5	0.3481	0.2572	0.0460	0.00835	1.234×10^{-4}	8.611×10^{-6}	3.357	0.955	0.00195	0.000488
100	138.9	72.17	2.935	71.1	0.3548	0.2674	0.0444	0.00860	1.149×10^{-4}	9.222×10^{-6}	3.303	1.032	0.00210	0.000439
110	161.2	70.69	3.435	68.5	0.3627	0.2790	0.0427	0.00884	1.068×10^{-4}	9.814×10^{-6}	3.262	1.115	0.00227	0.000391
120	186.0	69.13	4.012	65.8	0.3719	0.2925	0.0410	0.00908	9.911×10^{-5}	1.038×10^{-5}	3.235	1.204	0.00248	0.000344
130	213.5	67.48	4.679	62.9	0.3829	0.3083	0.0392	0.00931	9.175×10^{-5}	1.092×10^{-5}	3.223	1.303	0.00275	0.000299
140	244.1	65.72	5.455	59.8	0.3963	0.3276	0.0374	0.00954	8.464×10^{-5}	1.144×10^{-5}	3.229	1.416	0.00308	0.000255
150	277.8	63.83	6.367	56.4	0.4131	0.3520	0.0355	0.00976	7.778×10^{-5}	1.195×10^{-5}	3.259	1.551	0.00351	0.000212
160	314.9	61.76	7.45	52.7	0.4352	0.3839	0.0335	0.00998	7.108×10^{-5}	1.245×10^{-5}	3.324	1.725	0.00411	0.000171
170	355.8	59.47	8.762	48.5	0.4659	0.4286	0.0314	0.01020	6.450×10^{-5}	1.298×10^{-5}	3.443	1.963	0.00498	0.000132
180	400.7	56.85	10.4	43.7	0.5123	0.4960	0.0292	0.01041	5.792×10^{-5}	1.366×10^{-5}	3.661	2.327	0.00637	0.000095
190	449.9	53.75	12.53	38.0	0.5929	0.6112	0.0267	0.01063	5.119×10^{-5}	1.431×10^{-5}	4.090	2.964	0.00891	0.000061
200	504.0	49.75	15.57	30.7	0.7717	0.8544	0.0239	0.01085	4.397×10^{-5}	1.544×10^{-5}	5.119	4.376	0.01490	0.000031
210	563.8	43.19	21.18	18.9	1.4786	1.6683	0.0199	0.01110	3.483×10^{-5}	1.787×10^{-5}	9.311	9.669	0.04021	0.000006

Nota 1: La viscosidad cinemática ν y la difusividad térmica α pueden calcularse a partir de sus definiciones, $\nu = \mu/\rho$ y $\alpha = k/\rho c_p = \nu/\text{Pr}$. Las propiedades listadas aquí (excepto la densidad del vapor) se pueden utilizar para cualquier presión con un error despreciable, excepto a temperaturas cercanas al valor del punto crítico.

Nota 2: La unidad Btu/lbm · °F del calor específico es equivalente a Btu/lbm · R y la unidad Btu/h · pie · °F de la conductividad térmica es equivalente a Btu/h · pie · R.

Fuente: Datos generados de la EES, software desarrollado por S. A. Klein y F. L. Alvarado. Fuentes originales: R. Tillner-Roth y H. D. Baehr, "An International Standard Formulation for the Thermodynamic Properties of 1, 1, 1, 2-Tetrafluoroethane (HFC-134a) for Temperatures from 170 K to 455 K and Pressures up to 70 Mpa, "*J. Phys. Chem, Ref. Data,* Vol. 23, No. 23, No. 5, 1994; M. J. Assael, N. K. Dalaouti, A. A. Griva, y J. H. Dymond, "Viscosity and Thermal Conductivity of Halogenated Methane and Ethane Refrigerants", *IJR*, Vol. 22, pp. 525-535, 1999; NIST REFPROP 6 program (M. O. McLinden, S. A. Klein, E. W. Lemmon, and A. P. Peskin, Physical and Chemical Properties Division, National Institute of Standards and Technology, Boulder, CO 80303, 1995).

TABLA A-11I

Propiedades del amoniaco saturado

Temperatura T, °F	Presión de saturación P_{sat}, psia	Densidad ρ, lbm/pie^3		Entalpía de vaporización h_{fg}, Btu/lbm	Calor específico c_p, Btu/lbm · R		Conductividad térmica k, Btu/h · pie · R		Viscosidad dinámica μ, lbm/pie · s		Número de Prandtl Pr		Coeficiente de expansión de volumen β, 1/R	Tensión superficial lbf/pie
		Líquido	Vapor		Líquido	Vapor	Líquido	Vapor	Líquido	Vapor	Líquido	Vapor	Líquido	
−40	10.4	43.08	0.0402	597.0	1.0542	0.5354	–	0.01026	1.966×10^{-4}	5.342×10^{-6}	–	1.003	0.00098	0.002443
−30	13.9	42.66	0.0527	590.2	1.0610	0.5457	–	0.01057	1.853×10^{-4}	5.472×10^{-6}	–	1.017	0.00101	0.002357
−20	18.3	42.33	0.0681	583.2	1.0677	0.5571	0.3501	0.01089	1.746×10^{-4}	5.600×10^{-6}	1.917	1.031	0.00103	0.002272
−10	23.7	41.79	0.0869	575.9	1.0742	0.5698	0.3426	0.01121	1.645×10^{-4}	5.731×10^{-6}	1.856	1.048	0.00106	0.002187
0	30–4	41.34	0.1097	568.4	1.0807	0.5838	0.3352	0.01154	1.549×10^{-4}	5.861×10^{-6}	1.797	1.068	0.00109	0.002103
10	38.5	40.89	0.1370	560.7	1.0873	0.5992	0.3278	0.01187	1.458×10^{-4}	5.994×10^{-6}	1.740	1.089	0.00112	0.002018
20	48.2	40.43	0.1694	552.6	1.0941	0.6160	0.3203	0.01220	1.371×10^{-4}	6.125×10^{-6}	1.686	1.113	0.00116	0.001934
30	59.8	39.96	0.2075	544.4	1.1012	0.6344	0.3129	0.01254	1290×10^{-4}	6.256×10^{-6}	1.634	1.140	0.00119	0.001850
40	73.4	39.48	0.2521	535.8	1.1087	0.6544	0.3055	0.01288	1.213×10^{-4}	6.389×10^{-6}	1.585	1.168	0.00123	0.001767
50	89.2	38.99	0.3040	526.9	1.1168	0.6762	0.2980	0.01323	1.140×10^{-4}	6.522×10^{-6}	1.539	1.200	0.00128	0.001684
60	107.7	38.50	0.3641	517.7	1.1256	0.6999	0.2906	0.01358	1.072×10^{-4}	6.656×10^{-6}	1.495	1.234	0.00132	0.001601
70	128.9	37.99	0.4332	508.1	1.1353	0.7257	0.2832	0.01394	1.008×10^{-4}	6.786×10^{-6}	1.456	1.272	0.00137	0.001518
80	153.2	37.47	0.5124	498.2	1.1461	0.7539	0.2757	0.01431	9.486×10^{-5}	6.922×10^{-6}	1.419	1.313	0.00143	0.001436
90	180.8	36.94	0.6029	487.8	1.1582	0.7846	0.2683	0.01468	8.922×10^{-5}	7.056×10^{-6}	1.387	1.358	0.00149	0.001354
100	212.0	36.40	0.7060	477.0	1.1719	0.8183	0.2609	0.01505	8.397×10^{-5}	7.189×10^{-6}	1.358	1.407	0.00156	0.001273
110	247.2	35.83	0.8233	465.8	1.1875	0.8554	0.2535	0.01543	7.903×10^{-5}	7.325×10^{-6}	1.333	1.461	0.00164	0.001192
120	286.5	35.26	0.9564	454.1	1.2054	0.8965	0.2460	0.01582	7.444×10^{-5}	7.458×10^{-6}	1.313	1.522	0.00174	0.001111
130	330.4	34.66	1.1074	441.7	1.2261	0.9425	0.2386	0.01621	7.017×10^{-5}	7.594×10^{-6}	1.298	1.589	0.00184	0.001031
140	379.4	34.04	1.2786	428.8	1.2502	0.9943	0.2312	0.01661	6.617×10^{-5}	7.731×10^{-6}	1.288	1.666	0.00196	0.000951
150	433.2	33.39	1.4730	415.2	1.2785	1.0533	0.2237	0.01702	6.244×10^{-5}	7.867×10^{-4}	1.285	1.753	0.00211	0.000872
160	492.7	32.72	1.6940	400.8	1.3120	1.1214	0.2163	0.01744	5.900×10^{-5}	8.006×10^{-6}	1.288	1.853	0.00228	0.000794
170	558.2	32.01	1.9460	385.4	1.3523	1.2012	0.2089	0.01786	5.578×10^{-5}	8.142×10^{-6}	1.300	1.971	0.00249	0.000716
180	630.1	31.26	2.2346	369.1	1.4015	1.2965	0.2014	0.01829	5.278×10^{-5}	8.281×10^{-6}	1.322	2.113	0.00274	0.000638
190	708.5	30.47	2.5670	351.6	1.4624	1.4128	0.1940	0.01874	5.000×10^{-5}	8.419×10^{-6}	1.357	2.286	0.00306	0.000562
200	794.4	29.62	2.9527	332.7	1.5397	1.5586	0.1866	0.01919	4.742×10^{-5}	8.561×10^{-6}	1.409	2.503	0.00348	0.000486
210	887.9	28.70	3.4053	312.0	1.6411	1.7473	0.1791	0.01966	4.500×10^{-5}	8.703×10^{-6}	1.484	2.784	0.00403	0.000411
220	989.5	27.69	3.9440	289.2	1.7798	2.0022	0.1717	0.02015	4.275×10^{-5}	8.844×10^{-6}	1.595	3.164	0.00480	0.000338
230	1 099.0	25.57	4.5987	263.5	1.9824	2.3659	0.1643	0.02065	4.064×10^{-5}	8.989×10^{-6}	1.765	3.707	0.00594	0.000265
240	1 219.4	25.28	5.4197	234.0	2.3100	2.9264	0.1568	0.02119	3.864×10^{-5}	9.136×10^{-6}	2.049	4.542	0.00784	0.000194

Nota 1: La viscosidad cinemática ν y la difusividad térmica α pueden calcularse a partir de sus definiciones, $\nu = \mu/\rho$ y $\alpha = k/\rho c_p = \nu/\text{Pr}$. Las propiedades listadas aquí (excepto la densidad del vapor) se pueden utilizar para cualquier presión con un error despreciable, excepto a temperaturas cercanas al valor del punto crítico.

Nota 2: La unidad Btu/lbm · °F del calor específico es equivalente a Btu/lbm · R y la unidad Btu/h · pie · °F de la conductividad térmica es equivalente a Btu/h · pie · R.

Fuente: Datos generados de la EES, software desarrollado por S. A. Klein y F. L. Alvarado. Fuentes originales: Tillner-Roth, Harms-Watzenberg and Baehr, "Eine neue Fundamentalgleichung fur Ammoniak, "DKV-Tagungsbericht 20: 167-181, 1993; Liley and Desai, "Thermophysical properties of refrigerants", *ASHRAE*, 1993, ISBN 1-1883413-10-9.

TABLA A-12I

Propiedades del propano saturado

Temperatura	Presión de saturación	Densidad ρ, lbm/pie^3		Entalpía de vaporización	Calor específico c_p, Btu/lbm · R		Conductividad térmica k, Btu/h · pie · R		Viscosidad dinámica μ, lbm/pie · s		Número de Prandtl Pr		Coeficiente de expansión de volumen β, 1/R	Tensión superficial
T, °F	P_{sat}, psia	Líquido	Vapor	h_{fg}, Btu/lbm	Líquido	Vapor	Líquido	Vapor	Líquido	Vapor	Líquido	Vapor	Líquido	lbf/pie
−200	0.0201	42.06	0.0003	217.7	0.4750	0.2595	0.1073	0.00313	5.012×10^{-4}	2.789×10^{-6}	7.991	0.833	0.00083	0.001890
−180	0.0752	41.36	0.0011	213.4	0.4793	0.2680	0.1033	0.00347	3.941×10^{-4}	2.975×10^{-6}	6.582	0.826	0.00086	0.001780
−160	0.2307	40.65	0.0032	209.1	0.4845	0.2769	0.0992	0.00384	3.199×10^{-4}	3.164×10^{-6}	5.626	0.821	0.00088	0.001671
−140	0.6037	39.93	0.0078	204.8	0.4907	0.2866	0.0949	0.00423	2.660×10^{-4}	3.358×10^{-6}	4.951	0.818	0.00091	0.001563
−120	1.389	39.20	0.0170	200.5	0.4982	0.2971	0.0906	0.00465	2.252×10^{-4}	3.556×10^{-6}	4.457	0.817	0.00094	0.001455
−100	2.878	38.46	0.0334	196.1	0.5069	0.3087	0.0863	0.00511	1.934×10^{-4}	3.756×10^{-6}	4.087	0.817	0.00097	0.001349
−90	4.006	38.08	0.0453	193.9	0.5117	0.3150	0.0842	0.00534	1.799×10^{-4}	3.858×10^{-6}	3.936	0.819	0.00099	0.001297
−80	5.467	37.70	0.0605	191.6	0.5169	0.3215	0.0821	0.00559	1.678×10^{-4}	3.961×10^{-6}	3.803	0.820	0.00101	0.001244
−70	7.327	37.32	0.0793	189.3	0.5224	0.3284	0.0800	0.00585	1.569×10^{-4}	4.067×10^{-6}	3.686	0.822	0.00104	0.001192
−60	9.657	36.93	0.1024	186.9	0.5283	0.3357	0.0780	0.00611	1.469×10^{-4}	4.172×10^{-6}	3.582	0.825	0.00106	0.001140
−50	12.54	36.54	0.1305	184.4	0.5345	0.3433	0.0760	0.00639	1.378×10^{-4}	4.278×10^{-6}	3.490	0.828	0.00109	0.001089
−40	16.05	36.13	0.1641	181.9	0.5392	0.3513	0.0740	0.00568	1.294×10^{-4}	4.386×10^{-6}	3.395	0.831	0.00112	0.001038
−30	20.29	35.73	0.2041	179.3	0.5460	0.3596	0.0721	0.00697	1.217×10^{-4}	4.497×10^{-6}	3.320	0.835	0.00115	0.000987
−20	25.34	35.31	0.2512	176.6	0.5531	0.3684	0.0702	0.00728	1.146×10^{-4}	4.611×10^{-6}	3.253	0.840	0.00119	0.000937
−10	31.3	34.89	0.3063	173.8	0.5607	0.3776	0.0683	0.00761	1.079×10^{-4}	4.725×10^{-6}	3.192	0.845	0.00123	0.000887
0	38.28	34.46	0.3703	170.9	0.5689	0.3874	0.0665	0.00794	1.018×10^{-4}	4.842×10^{-6}	3.137	0.850	0.00127	0.000838
10	46.38	34.02	0.4441	167.9	0.5775	0.3976	0.0647	0.00829	9.606×10^{-5}	4.961×10^{-6}	3.088	0.857	0.00132	0.000789
20	55.7	33.56	0.5289	164.8	0.5867	0.4084	0.0629	0.00865	9.067×10^{-5}	5.086×10^{-6}	3.043	0.864	0.00138	0.000740
30	66.35	33.10	0.6259	161.6	0.5966	0.4199	0.0512	0.00903	8.561×10^{-5}	5.211×10^{-6}	3.003	0.873	0.00144	0.000692
40	78.45	32.62	0.7365	158.1	0.6072	0.4321	0.0595	0.00942	8.081×10^{-5}	5.342×10^{-6}	2.967	0.882	0.00151	0.000644
50	92.12	32.13	0.8621	154.6	0.6187	0.4452	0.0579	0.00983	7.631×10^{-5}	5.478×10^{-6}	2.935	0.893	0.00159	0.000597
60	107.5	31.63	1.0046	150.8	0.6311	0.4593	0.0563	0.01025	7.200×10^{-5}	5.617×10^{-6}	2.906	0.906	0.00168	0.000551
70	124.6	31.11	1.1659	146.8	0.6447	0.4746	0.0547	0.01070	6.794×10^{-5}	5.764×10^{-6}	2.881	0.921	0.00179	0.000505
80	143.7	30.56	1.3484	142.7	0.6596	0.4915	0.0532	0.01116	6.406×10^{-5}	5.919×10^{-6}	2.860	0.938	0.00191	0.000460
90	164.8	30.00	1.5549	138.2	0.6762	0.5103	0.0517	0.01165	6.033×10^{-5}	6.081×10^{-6}	2.843	0.959	0.00205	0.000416
100	188.1	29.41	1.7887	133.6	0.6947	0.5315	0.0501	0.01217	5.675×10^{-5}	6.256×10^{-6}	2.831	0.984	0.00222	0.000372
120	241.8	28.13	2.3562	123.2	0.7403	0.5844	0.0472	0.01328	5.000×10^{-6}	6.644×10^{-6}	2.825	1.052	0.00267	0.000288
140	306.1	26.69	3.1003	111.1	0.7841	0.6613	0.0442	0.01454	4.358×10^{-5}	7.111×10^{-6}	2.784	1.164	0.00338	0.000208
160	382.4	24.98	4.1145	96.4	0.8696	0.7911	0.0411	0.01603	3.733×10^{-5}	7.719×10^{-6}	2.845	1.371	0.00459	0.000133
180	472.9	22.79	5.6265	77.1	1.1436	1.0813	0.0376	0.01793	3.083×10^{-5}	8.617×10^{-6}	3.380	1.870	0.00791	0.000065

Nota 1: La viscosidad cinemática ν y la difusividad térmica α pueden calcularse a partir de sus definiciones, $\nu = \mu/\rho$ y $\alpha = k/\rho c_p = \nu/\text{Pr}$. Las propiedades listadas aquí (excepto la densidad del vapor) se pueden utilizar para cualquier presión con un error despreciable, excepto a temperaturas cercanas al valor del punto crítico.

Nota 2: La unidad Btu/lbm · °F del calor específico es equivalente a Btu/lbm · R y la unidad Btu/h · pie · °F de la conductividad térmica es equivalente a Btu/h · pie · R.

Fuente: Datos generados de la EES, software desarrollado por S. A. Klein y F. L. Alvarado. Fuentes originales: Reiner Tillner-Roth, "Fundamental Equation of State", Shaker, Verlag, Aachan, 1998; B. A. Younglove y J. F. Ely, "Thermophysical Properties of Fluids. II Methane, Ethane, Propane, Isobutane and Normal Butane", *J. Phys. Chem. Ref. Data,* Vol. 16, No. 4, 1987; G. R. Somayajulu, "A Generalized Equation for Surface Tension from the Triple-Point to the Critical-Point", *International Journal of Thermophysics*, Vol. 9, No. 4, 1988.

TABLA A-13I

Propiedades de los líquidos

Temperatura T, °F	Densidad ρ, lbm/pie^3	Calor específico c_p, Btu/lbm · R	Conductividad térmica k, Btu/h · pie · R	Difusividad térmica α, pie^2/s	Viscosidad dinámica μ, lbm/pie · s	Viscosidad cinemática ν, pie^2/s	Número de Prandtl Pr	Coeficiente de expansión de volumen β, 1/R
				Metano (CH_4)				
−280	27.41	0.8152	0.1205	1.497×10^{-6}	1.057×10^{-4}	3.857×10^{-6}	2.575	0.00175
−260	26.43	0.8301	0.1097	1.389×10^{-6}	8.014×10^{-5}	3.032×10^{-6}	2.183	0.00192
−240	25.39	0.8523	0.0994	1.276×10^{-6}	6.303×10^{-5}	2.482×10^{-6}	1.945	0.00215
−220	24.27	0.8838	0.0896	1.159×10^{-6}	5.075×10^{-5}	2.091×10^{-6}	1.803	0.00247
−200	23.04	0.9314	0.0801	1.036×10^{-6}	4.142×10^{-5}	1.798×10^{-6}	1.734	0.00295
−180	21.64	1.010	0.0709	9.008×10^{-7}	3.394×10^{-5}	1.568×10^{-6}	1.741	0.00374
−160	19.99	1.158	0.0616	7.397×10^{-7}	2.758×10^{-5}	1.379×10^{-6}	1.865	0.00526
−140	17.84	1.542	0.0518	5.234×10^{-7}	2.168×10^{-5}	1.215×10^{-6}	2.322	0.00943
				Metanol [$CH_3(OH)$]				
70	49.15	0.6024	0.1148	1.076×10^{-6}	3.872×10^{-4}	7.879×10^{-3}	7.317	0.000656
90	48.50	0.6189	0.1143	1.057×10^{-6}	3.317×10^{-4}	6.840×10^{-6}	6.468	0.000671
110	47.85	0.6373	0.1138	1.036×10^{-6}	2.872×10^{-4}	6.005×10^{-6}	5.793	0.000691
130	47.18	0.6576	0.1133	1.014×10^{-6}	2.513×10^{-4}	5.326×10^{-6}	5.250	0.000716
150	46.50	0.6796	0.1128	9.918×10^{-7}	2.218×10^{-4}	4.769×10^{-6}	4.808	0.000749
170	45.80	0.7035	0.1124	9.687×10^{-7}	1.973×10^{-4}	4.308×10^{-6}	4.447	0.000789
				Isobutano (R600a)				
−150	42.75	0.4483	0.0799	1.157×10^{-6}	6.417×10^{-4}	1.500×10^{-5}	12.96	0.000785
−100	41.06	0.4721	0.0782	1.120×10^{-3}	3.669×10^{-4}	8.939×10^{-6}	7.977	0.000836
−50	39.31	0.4986	0.0731	1.036×10^{-6}	2.376×10^{-4}	6.043×10^{-6}	5.830	0.000908
0	37.48	0.5289	0.0664	9.299×10^{-7}	1.651×10^{-4}	4.406×10^{-6}	4.738	0.001012
50	35.52	0.5643	0.0591	8.187×10^{-7}	1.196×10^{-4}	3.368×10^{-6}	4.114	0.001169
100	33.35	0.6075	0.0521	7.139×10^{-7}	8.847×10^{-5}	2.653×10^{-3}	3.716	0.001421
150	30.84	0.6656	0.0457	6.188×10^{-7}	6.558×10^{-5}	2.127×10^{-6}	3.437	0.001883
200	27.73	0.7635	0.0400	5.249×10^{-7}	4.750×10^{-5}	1.713×10^{-6}	3.264	0.002970
				Glicerina				
32	79.65	0.5402	0.163	1.052×10^{-6}	7.047	0.08847	84101	
40	79.49	0.5458	0.1637	1.048×10^{-3}	4.803	0.06042	57655	
50	79.28	0.5541	0.1645	1.040×10^{-6}	2.850	0.03594	34561	
60	79.07	0.5632	0.1651	1.029×10^{-6}	1.547	0.01956	18995	
70	78.86	0.5715	0.1652	1.018×10^{-6}	0.9422	0.01195	11730	
80	78.66	0.5794	0.1652	1.007×10^{-6}	0.5497	0.00699	6941	
90	78.45	0.5878	0.1652	9.955×10^{-7}	0.3756	0.004787	4809	
100	78.24	0.5964	0.1653	9.841×10^{-7}	0.2277	0.00291	2957	
				Aceite para motor (no usado)				
32	56.12	0.4291	0.0849	9.792×10^{-7}	2.563	4.566×10^{-2}	46636	0.000389
50	55.79	0.4395	0.08338	9.448×10^{-7}	1.210	2.169×10^{-2}	22963	0.000389
75	55.3	0.4531	0.08378	9.288×10^{-7}	0.4286	7.751×10^{-3}	8345	0.000389
100	54.77	0.4669	0.08367	9.089×10^{-7}	0.1630	2.977×10^{-3}	3275	0.000389
125	54.24	0.4809	0.08207	8.740×10^{-7}	7.617×10^{-2}	1.404×10^{-3}	1607	0.000389
150	53.73	0.4946	0.08046	8.411×10^{-7}	3.833×10^{-2}	7.135×10^{-4}	848.3	0.000389
200	52.68	0.5231	0.07936	7.999×10^{-7}	1.405×10^{-2}	2.668×10^{-4}	333.6	0.000389
250	51.71	0.5523	0.07776	7.563×10^{-7}	6.744×10^{-3}	1.304×10^{-4}	172.5	0.000389
300	50.63	0.5818	0.07673	7.236×10^{-7}	3.661×10^{-3}	7.232×10^{-5}	99.94	0.000389

Fuente: Datos generados del EES, software desarrollado por S. A. Klein y F. L. Alvarado. Originalmente se basa en varias fuentes.

TABLA A-14I

Propiedades de los metales líquidos

Temperatura T, °F	Densidad ρ, lbm/pie^3	Calor específico c_p, Btu/lbm · R	Conductividad térmica k, Btu/h · pie · R	Difusividad térmica α, pie^2/s	Viscosidad dinámica μ, lbm/pie · s	Viscosidad cinemática ν, pie^2/s	Número de Prandtl Pr	Coeficiente de expansión de volumen β, 1/R
Punto de fusión del mercurio (Hg): −38 °F								
32	848.7	0.03353	4.727	4.614×10^{-5}	1.133×10^{-3}	1.335×10^{-6}	0.02895	1.005×10^{-4}
50	847.2	0.03344	4.805	4.712×10^{-5}	1.092×10^{-3}	1.289×10^{-6}	0.02737	1.005×10^{-4}
100	842.9	0.03319	5.015	4.980×10^{-5}	9.919×10^{-4}	1.176×10^{-6}	0.02363	1.005×10^{-4}
150	838.7	0.03298	5.221	5.244×10^{-5}	9.122×10^{-4}	1.087×10^{-6}	0.02074	1.005×10^{-4}
200	834.5	0.03279	5.422	5.504×10^{-5}	8.492×10^{-4}	1.017×10^{-6}	0.01849	1.005×10^{-4}
300	826.2	0.03252	5.815	6.013×10^{-5}	7.583×10^{-4}	9.180×10^{-7}	0.01527	1.005×10^{-4}
400	817.9	0.03236	6.184	6.491×10^{-5}	6.972×10^{-4}	8.524×10^{-7}	0.01313	1.008×10^{-4}
500	809.6	0.03230	6.518	6.924×10^{-5}	6.525×10^{-4}	8.061×10^{-7}	0.01164	1.018×10^{-4}
600	801.3	0.03235	6.839	7.329×10^{-5}	6.186×10^{-4}	7.719×10^{-7}	0.01053	1.035×10^{-4}
Punto de fusión del bismuto (Bi): 520 °F								
700	620.7	0.03509	9.361	1.193×10^{-4}	1.001×10^{-3}	1.614×10^{-6}	0.01352	
800	616.5	0.03569	9.245	1.167×10^{-4}	9.142×10^{-4}	1.482×10^{-6}	0.01271	
900	612.2	0.0363	9.129	1.141×10^{-4}	8.267×10^{-4}	1.350×10^{-6}	0.01183	
1 000	608.0	0.0369	9.014	1.116×10^{-4}	7.392×10^{-4}	1.215×10^{-6}	0.0109	
1 100	603.7	0.0375	9.014	1.105×10^{-4}	6.872×10^{-4}	1.138×10^{-6}	0.01029	
Punto de fusión del plomo (Pb): 621 °F								
700	658	0.03797	9.302	1.034×10^{-4}	1.612×10^{-3}	2.450×10^{-6}	0.02369	
800	654	0.03750	9.157	1.037×10^{-4}	1.453×10^{-3}	2.223×10^{-6}	0.02143	
900	650	0.03702	9.013	1.040×10^{-4}	1.296×10^{-3}	1.994×10^{-6}	0.01917	
1 000	645.7	0.03702	8.912	1.035×10^{-4}	1.202×10^{-3}	1.862×10^{-6}	0.01798	
1 100	641.5	0.03702	8.810	1.030×10^{-4}	1.108×10^{-3}	1.727×10^{-6}	0.01676	
1 200	637.2	0.03702	8.709	1.025×10^{-4}	1.013×10^{-3}	1.590×10^{-6}	0.01551	
Punto de fusión del sodio (Na): 280 °F								
300	57.13	0.3258	48.19	7.192×10^{-4}	4.136×10^{-4}	7.239×10^{-6}	0.01007	
400	56.28	0.3219	46.58	7.142×10^{-4}	3.572×10^{-4}	6.350×10^{-6}	0.008891	
500	55.42	0.3181	44.98	7.087×10^{-4}	3.011×10^{-4}	5.433×10^{-6}	0.007667	
600	54.56	0.3143	43.37	7.026×10^{-4}	2.448×10^{-4}	4.488×10^{-6}	0.006387	
800	52.85	0.3089	40.55	6.901×10^{-4}	1.772×10^{-4}	3.354×10^{-6}	0.004860	
1 000	51.14	0.3057	38.12	6.773×10^{-4}	1.541×10^{-4}	3.014×10^{-6}	0.004449	
Punto de fusión del potasio (K): 147 °F								
300	50.40	0.1911	26.00	7.500×10^{-4}	2.486×10^{-4}	4.933×10^{-6}	0.006577	
400	49.58	0.1887	25.37	7.532×10^{-4}	2.231×10^{-4}	4.500×10^{-6}	0.005975	
500	48.76	0.1863	24.73	7.562×10^{-4}	1.976×10^{-4}	4.052×10^{-6}	0.005359	
600	47.94	0.1839	24.09	7.591×10^{-4}	1.721×10^{-4}	3.589×10^{-6}	0.004728	
800	46.31	0.1791	22.82	7.643×10^{-4}	1.210×10^{-4}	2.614×10^{-6}	0.003420	
1 000	44.62	0.1791	21.34	7.417×10^{-4}	1.075×10^{-4}	2.409×10^{-6}	0.003248	
Punto de fusión del sodio-potasio (%22Na-%78K): 12 °F								
200	52.99	0.2259	14.79	3.432×10^{-4}	3.886×10^{-4}	7.331×10^{-6}	0.02136	
300	52.16	0.2230	14.99	3.580×10^{-4}	3.467×10^{-4}	6.647×10^{-6}	0.01857	
400	51.32	0.2201	15.19	3.735×10^{-4}	3.050×10^{-4}	5.940×10^{-6}	0.0159	
600	49.65	0.2143	15.59	4.070×10^{-4}	2.213×10^{-4}	4.456×10^{-6}	0.01095	
800	47.99	0.2100	15.95	4.396×10^{-4}	1.539×10^{-4}	3.207×10^{-6}	0.007296	
1 000	46.36	0.2103	16.20	4.615×10^{-4}	1.353×10^{-4}	2.919×10^{-6}	0.006324	

Fuente: Datos generados del EES, software desarrollado por S. A. Klein y F. L. Alvarado. Originalmente se basa en varias fuentes.

TABLA A-15I

Propiedades del aire a una presión de 1 atm

Temperatura T, °F	Densidad ρ, lbm/pie^3	Calor específico c_p, Btu/lbm·R	Conductividad térmica k, Btu/h·pie·R	Difusividad térmica α, pie^2/s	Viscosidad dinámica μ, lbm/pie·s	Viscosidad cinemática ν, pie^2/s	Número de Prandtl Pr
−300	0.24844	0.5072	0.00508	1.119×10^{-5}	4.039×10^{-6}	1.625×10^{-5}	1.4501
−200	0.15276	0.2247	0.00778	6.294×10^{-5}	6.772×10^{-6}	4.433×10^{-5}	0.7042
−100	0.11029	0.2360	0.01037	1.106×10^{-4}	9.042×10^{-6}	8.197×10^{-5}	0.7404
−50	0.09683	0.2389	0.01164	1.397×10^{-4}	1.006×10^{-5}	1.039×10^{-4}	0.7439
0	0.08630	0.2401	0.01288	1.726×10^{-4}	1.102×10^{-5}	1.278×10^{-4}	0.7403
10	0.08446	0.2402	0.01312	1.797×10^{-4}	1.121×10^{-5}	1.328×10^{-4}	0.7391
20	0.08270	0.2403	0.01336	1.868×10^{-4}	1.140×10^{-5}	1.379×10^{-4}	0.7378
30	0.08101	0.2403	0.01361	1.942×10^{-4}	1.158×10^{-5}	1.430×10^{-4}	0.7365
40	0.07939	0.2404	0.01385	2.016×10^{-4}	1.176×10^{-5}	1.482×10^{-4}	0.7350
50	0.07783	0.2404	0.01409	2.092×10^{-4}	1.194×10^{-5}	1.535×10^{-4}	0.7336
60	0.07633	0.2404	0.01433	2.169×10^{-4}	1.212×10^{-5}	1.588×10^{-4}	0.7321
70	0.07489	0.2404	0.01457	2.248×10^{-4}	1.230×10^{-5}	1.643×10^{-4}	0.7306
80	0.07350	0.2404	0.01481	2.328×10^{-4}	1.247×10^{-5}	1.697×10^{-4}	0.7290
90	0.07217	0.2404	0.01505	2.409×10^{-4}	1.265×10^{-5}	1.753×10^{-4}	0.7275
100	0.07088	0.2405	0.01529	2.491×10^{-4}	1.281×10^{-5}	1.809×10^{-4}	0.7260
110	0.06963	0.2405	0.01552	2.575×10^{-4}	1.299×10^{-5}	1.866×10^{-4}	0.7245
120	0.06843	0.2405	0.01576	2.660×10^{-4}	1.316×10^{-5}	1.923×10^{-4}	0.7230
130	0.06727	0.2405	0.01599	2.746×10^{-4}	1.332×10^{-5}	1.981×10^{-4}	0.7216
140	0.06615	0.2406	0.01623	2.833×10^{-4}	1.349×10^{-5}	2.040×10^{-4}	0.7202
150	0.06507	0.2406	0.01646	2.921×10^{-4}	1.365×10^{-5}	2.099×10^{-4}	0.7188
160	0.06402	0.2406	0.01669	3.010×10^{-4}	1.382×10^{-5}	2.159×10^{-4}	0.7174
170	0.06300	0.2407	0.01692	3.100×10^{-4}	1.398×10^{-5}	2.220×10^{-4}	0.7161
180	0.06201	0.2408	0.01715	3.191×10^{-4}	1.414×10^{-5}	2.281×10^{-4}	0.7148
190	0.06106	0.2408	0.01738	3.284×10^{-4}	1.430×10^{-5}	2.343×10^{-4}	0.7136
200	0.06013	0.2409	0.01761	3.377×10^{-4}	1.446×10^{-5}	2.406×10^{-4}	0.7124
250	0.05590	0.2415	0.01874	3.857×10^{-4}	1.524×10^{-5}	2.727×10^{-4}	0.7071
300	0.05222	0.2423	0.01985	4.358×10^{-4}	1.599×10^{-5}	3.063×10^{-4}	0.7028
350	0.04899	0.2433	0.02094	4.879×10^{-4}	1.672×10^{-5}	3.413×10^{-4}	0.6995
400	0.04614	0.2445	0.02200	5.419×10^{-4}	1.743×10^{-5}	3.777×10^{-4}	0.6971
450	0.04361	0.2458	0.02305	5.974×10^{-4}	1.812×10^{-5}	4.154×10^{-4}	0.6953
500	0.04134	0.2472	0.02408	6.546×10^{-4}	1.878×10^{-5}	4.544×10^{-4}	0.6942
600	0.03743	0.2503	0.02608	7.732×10^{-4}	2.007×10^{-5}	5.361×10^{-4}	0.6934
700	0.03421	0.2535	0.02800	8.970×10^{-4}	2.129×10^{-5}	6.225×10^{-4}	0.6940
800	0.03149	0.2568	0.02986	1.025×10^{-3}	2.247×10^{-5}	7.134×10^{-4}	0.6956
900	0.02917	0.2599	0.03164	1.158×10^{-3}	2.359×10^{-5}	8.087×10^{-4}	0.6978
1 000	0.02718	0.2630	0.03336	1.296×10^{-3}	2.467×10^{-5}	9.080×10^{-4}	0.7004
1 500	0.02024	0.2761	0.04106	2.041×10^{-3}	2.957×10^{-5}	1.460×10^{-3}	0.7158
2 000	0.01613	0.2855	0.04752	2.867×10^{-3}	3.379×10^{-5}	2.095×10^{-3}	0.7308
2 500	0.01340	0.2922	0.05309	3.765×10^{-3}	3.750×10^{-5}	2.798×10^{-3}	0.7432
3 000	0.01147	0.2972	0.05811	4.737×10^{-3}	4.082×10^{-5}	3.560×10^{-3}	0.7516
3 500	0.01002	0.3010	0.06293	5.797×10^{-3}	4.381×10^{-5}	4.373×10^{-3}	0.7543
4 000	0.00889	0.3040	0.06789	6.975×10^{-3}	4.651×10^{-5}	5.229×10^{-3}	0.7497

Nota: Para los gases ideales, las propiedades c_p, k, μ y Pr son independientes de la presión. Las propiedades ρ, ν y α a una presión P (en atm), excepto a 1 atm, se calculan multiplicando los valores de ρ a una determinada temperatura por P y dividiendo ν y α entre P.

Fuente: Datos generados del EES, software desarrollado por S. A. Klein y F. L. Alvarado. Fuentes originales: Keenan, Chao, Keyes, Gas Tables, Wiley, 1984, y *Thermophysical Properties of Matter,* Vol. 3: *Thermal Conductivity*, Y. S. Touloukian, P. E. Liley, S. C. Saxena, Vol. 11; *Viscosity*, Y. S. Touloukian, S. C. Saxena y P. Hestermans, IFI/Plenun, NY, 1970, ISBN 0-306067020-8.

TABLA A-16I

Propiedades de los gases a una presión de 1 atm

Temperatura T, °F	Densidad ρ, lbm/pie^3	Calor específico c_p, Btu/lbm·R	Conductividad térmica k, Btu/h·pie·R	Difusividad térmica α, pie^2/s	Viscosidad dinámica μ, lbm/pie·s	Viscosidad cinemática ν, pie^2/s	Número de Prandtl Pr
			Dióxido de carbono, CO_2				
−50	0.14712	0.1797	0.00628	6.600×10^{-5}	7.739×10^{-6}	5.261×10^{-5}	0.7970
0	0.13111	0.1885	0.00758	8.522×10^{-5}	8.661×10^{-6}	6.606×10^{-5}	0.7751
50	0.11825	0.1965	0.00888	1.061×10^{-4}	9.564×10^{-6}	8.086×10^{-5}	0.7621
100	0.10769	0.2039	0.01017	1.286×10^{-4}	1.045×10^{-5}	9.703×10^{-5}	0.7543
200	0.09136	0.2171	0.01273	1.784×10^{-4}	1.217×10^{-5}	1.332×10^{-4}	0.7469
300	0.07934	0.2284	0.01528	2.341×10^{-4}	1.382×10^{-5}	1.743×10^{-4}	0.7445
500	0.06280	0.2473	0.02027	3.626×10^{-4}	1.696×10^{-5}	2.700×10^{-4}	0.7446
1 000	0.04129	0.2796	0.03213	7.733×10^{-4}	2.381×10^{-5}	5.767×10^{-4}	0.7458
1 500	0.03075	0.2995	0.04281	1.290×10^{-3}	2.956×10^{-5}	9.610×10^{-4}	0.7445
2 000	0.02450	0.3124	0.05193	1.885×10^{-3}	3.451×10^{-5}	1.408×10^{-3}	0.7474
			Monóxido de carbono, CO				
−50	0.09363	0.2571	0.01118	1.290×10^{-4}	9.419×10^{-6}	1.005×10^{-4}	0.7798
0	0.08345	0.2523	0.01240	1.636×10^{-4}	1.036×10^{-5}	1.242×10^{-4}	0.7593
50	0.07526	0.2496	0.01359	2.009×10^{-4}	1.127×10^{-5}	1.498×10^{-4}	0.7454
100	0.06854	0.2484	0.01476	2.408×10^{-4}	1.214×10^{-5}	1.772×10^{-4}	0.7359
200	0.05815	0.2485	0.01702	3.273×10^{-4}	1.379×10^{-5}	2.372×10^{-4}	0.7247
300	0.05049	0.2505	0.01920	4.217×10^{-4}	1.531×10^{-5}	3.032×10^{-4}	0.7191
500	0.03997	0.2567	0.02331	6.311×10^{-4}	1.802×10^{-5}	4.508×10^{-4}	0.7143
1 000	0.02628	0.2732	0.03243	1.254×10^{-3}	2.334×10^{-5}	8.881×10^{-4}	0.7078
1 500	0.01957	0.2862	0.04049	2.008×10^{-3}	2.766×10^{-5}	1.413×10^{-3}	0.7038
2 000	0.01559	0.2958	0.04822	2.903×10^{-3}	3.231×10^{-5}	2.072×10^{-3}	0.7136
			Metano, CH_4				
−50	0.05363	0.5335	0.01401	1.360×10^{-4}	5.861×10^{-6}	1.092×10^{-4}	0.8033
0	0.04779	0.5277	0.01616	1.780×10^{-4}	6.506×10^{-6}	1.361×10^{-4}	0.7649
50	0.04311	0.5320	0.01839	2.228×10^{-4}	7.133×10^{-6}	1.655×10^{-4}	0.7428
100	0.03925	0.5433	0.02071	2.698×10^{-4}	7.742×10^{-6}	1.972×10^{-4}	0.7311
200	0.03330	0.5784	0.02559	3.690×10^{-4}	8.906×10^{-6}	2.674×10^{-4}	0.7245
300	0.02892	0.6226	0.03077	4.748×10^{-4}	1.000×10^{-5}	3.457×10^{-4}	0.7283
500	0.02289	0.7194	0.04195	7.075×10^{-4}	1.200×10^{-5}	5.244×10^{-4}	0.7412
1 000	0.01505	0.9438	0.07346	1.436×10^{-3}	1.620×10^{-5}	1.076×10^{-3}	0.7491
1 500	0.01121	1.1162	0.10766	2.390×10^{-3}	1.974×10^{-5}	1.760×10^{-3}	0.7366
2 000	0.00893	1.2419	0.14151	3.544×10^{-3}	2.327×10^{-5}	2.605×10^{-3}	0.7353
			Hidrógeno, H_2				
−50	0.00674	3.0603	0.08246	1.110×10^{-3}	4.969×10^{-6}	7.373×10^{-4}	0.6638
0	0.00601	3.2508	0.09049	1.287×10^{-3}	5.381×10^{-6}	8.960×10^{-4}	0.6960
50	0.00542	3.3553	0.09818	1.500×10^{-3}	5.781×10^{-6}	1.067×10^{-3}	0.7112
100	0.00493	3.4118	0.10555	1.742×10^{-3}	6.167×10^{-6}	1.250×10^{-3}	0.7177
200	0.00419	3.4549	0.11946	2.295×10^{-3}	6.911×10^{-6}	1.652×10^{-3}	0.7197
300	0.00363	3.4613	0.13241	2.924×10^{-3}	7.622×10^{-6}	2.098×10^{-3}	0.7174
500	0.00288	3.4572	0.15620	4.363×10^{-3}	8.967×10^{-6}	3.117×10^{-3}	0.7146
1 000	0.00189	3.5127	0.20989	8.776×10^{-3}	1.201×10^{-5}	6.354×10^{-3}	0.7241
1 500	0.00141	3.6317	0.26381	1.432×10^{-2}	1.477×10^{-5}	1.048×10^{-2}	0.7323
2 000	0.00112	3.7656	0.31923	2.098×10^{-2}	1.734×10^{-5}	1.544×10^{-2}	0.7362
			Nitrógeno, N_2				
−50	0.09364	0.2320	0.01176	1.504×10^{-4}	9.500×10^{-6}	1.014×10^{-4}	0.6746
0	0.08346	0.2441	0.01300	1.773×10^{-4}	1.043×10^{-5}	1.251×10^{-4}	0.7056
50	0.07527	0.2480	0.01420	2.113×10^{-4}	1.134×10^{-5}	1.507×10^{-4}	0.7133

TABLA A-16I

Propiedades de los gases a una presión de 1 atm (*continuación*)

Temperatura T, °F	Densidad ρ, lbm/pie^3	Calor específico c_p, Btu/lbm · R	Conductividad térmica k, Btu/h · pie · R	Difusividad térmica α, pie^2/s	Viscosidad dinámica μ, lbm/pie · s	Viscosidad cinemática ν, pie^2/s	Número de Prandtl Pr
100	0.06854	0.2489	0.01537	2.502×10^{-4}	1.221×10^{-5}	1.783×10^{-4}	0.7126
200	0.05815	0.2487	0.01760	3.379×10^{-4}	1.388×10^{-5}	2.387×10^{-4}	0.7062
300	0.05050	0.2492	0.01970	4.349×10^{-4}	1.543×10^{-5}	3.055×10^{-4}	0.7025
500	0.03997	0.2535	0.02359	6.466×10^{-4}	1.823×10^{-5}	4.559×10^{-4}	0.7051
1 000	0.02628	0.2697	0.03204	1.255×10^{-3}	2.387×10^{-5}	9.083×10^{-4}	0.7232
1 500	0.01958	0.2831	0.04002	2.006×10^{-3}	2.829×10^{-5}	1.445×10^{-3}	0.7202
2 000	0.01560	0.2927	0.04918	2.992×10^{-3}	3.212×10^{-5}	2.059×10^{-3}	0.6882
			Oxígeno, O_2				
−50	0.10697	0.2331	0.01216	1.355×10^{-4}	1.104×10^{-5}	1.032×10^{-4}	0.7622
0	0.09533	0.2245	0.01346	1.747×10^{-4}	1.218×10^{-5}	1.277×10^{-4}	0.7312
50	0.08598	0.2209	0.01475	2.157×10^{-4}	1.326×10^{-5}	1.543×10^{-4}	0.7152
100	0.07830	0.2200	0.01601	2.582×10^{-4}	1.429×10^{-5}	1.826×10^{-4}	0.7072
200	0.06643	0.2221	0.01851	3.484×10^{-4}	1.625×10^{-5}	2.446×10^{-4}	0.7020
300	0.05768	0.2262	0.02096	4.463×10^{-4}	1.806×10^{-5}	3.132×10^{-4}	0.7018
500	0.04566	0.2352	0.02577	6.665×10^{-4}	2.139×10^{-5}	4.685×10^{-4}	0.7029
1 000	0.03002	0.2520	0.03698	1.357×10^{-3}	2.855×10^{-5}	9.509×10^{-4}	0.7005
1 500	0.02236	0.2626	0.04701	2.224×10^{-3}	3.474×10^{-5}	1.553×10^{-3}	0.6985
2 000	0.01782	0.2701	0.05614	3.241×10^{-3}	4.035×10^{-5}	2.265×10^{-3}	0.6988
			Vapor de agua, H_2O				
−50	0.06022	0.4512	0.00797	8.153×10^{-5}	4.933×10^{-6}	8.192×10^{-5}	1.0050
0	0.05367	0.4484	0.00898	1.036×10^{-4}	5.592×10^{-6}	1.041×10^{-4}	1.0049
50	0.04841	0.4472	0.01006	1.291×10^{-4}	6.261×10^{-6}	1.293×10^{-4}	1.0018
100	0.04408	0.4473	0.01121	1.579×10^{-4}	6.942×10^{-6}	1.574×10^{-4}	0.9969
200	0.03740	0.4503	0.01372	2.263×10^{-4}	8.333×10^{-6}	2.228×10^{-4}	0.9845
300	0.03248	0.4557	0.01648	3.093×10^{-4}	9.756×10^{-6}	3.004×10^{-4}	0.9713
500	0.02571	0.4707	0.02267	5.204×10^{-4}	1.267×10^{-5}	4.931×10^{-4}	0.9475
1 000	0.01690	0.5167	0.04134	1.314×10^{-3}	2.014×10^{-5}	1.191×10^{-3}	0.9063
1 500	0.01259	0.5625	0.06315	2.477×10^{-3}	2.742×10^{-5}	2.178×10^{-3}	0.8793
2 000	0.01003	0.6034	0.08681	3.984×10^{-3}	3.422×10^{-5}	3.411×10^{-3}	0.8563

Nota: En los gases ideales, las propiedades c_p, k, μ y Pr son independientes de la presión. Las propiedades ρ, υ y α una presión P (en atm) diferente a 1 atm se calculan multiplicando los valores de ρ a una determinada temperatura por P y dividiendo ν y α entre P.

Fuente: Datos generados del EES, software desarrollado por S. A. Klein y F. L. Alvarado. Originalmente se basa en varias fuentes.

TABLA A-17I

Propiedades de la atmósfera a elevadas altitudes

Altitud, z, pie	Temperatura T, °F	Presión, ρ, psia	Gravedad g, pie/s^2	Velocidad del sonido c, pie/s	Densidad ρ, lbm/pie^3	Viscosidad μ, lbm/pie·s	Conductividad térmica k, Btu/h·pie·R
0	59.00	14.7	32.174	1 116	0.07647	1.202×10^{-5}	0.0146
500	57.22	14.4	32.173	1 115	0.07536	1.199×10^{-5}	0.0146
1 000	55.43	14.2	32.171	1 113	0.07426	1.196×10^{-5}	0.0146
1 500	53.65	13.9	32.169	1 111	0.07317	1.193×10^{-5}	0.0145
2 000	51.87	13.7	32.168	1 109	0.07210	1.190×10^{-5}	0.0145
2 500	50.09	13.4	32.166	1 107	0.07104	1.186×10^{-5}	0.0144
3 000	48.30	13.2	32.165	1 105	0.06998	1.183×10^{-5}	0.0144
3 500	46.52	12.9	32.163	1 103	0.06985	1.180×10^{-5}	0.0143
4 000	44.74	12.7	32.162	1 101	0.06792	1.177×10^{-5}	0.0143
4 500	42.96	12.5	32.160	1 099	0.06690	1.173×10^{-5}	0.0142
5 000	41.17	12.2	32.159	1 097	0.06590	1.170×10^{-5}	0.0142
5 500	39.39	12.0	32.157	1 095	0.06491	1.167×10^{-5}	0.0141
6 000	37.61	11.8	32.156	1 093	0.06393	1.164×10^{-5}	0.0141
6 500	35.83	11.6	32.154	1 091	0.06296	1.160×10^{-5}	0.0141
7 000	34.05	11.3	32.152	1 089	0.06200	1.157×10^{-5}	0.0140
7 500	32.26	11.1	32.151	1 087	0.06105	1.154×10^{-5}	0.0140
8 000	30.48	10.9	32.149	1 085	0.06012	1.150×10^{-5}	0.0139
8 500	28.70	10.7	32.148	1 083	0.05919	1.147×10^{-5}	0.0139
9 000	26.92	10.5	32.146	1 081	0.05828	1.144×10^{-5}	0.0138
9 500	25.14	10.3	32.145	1 079	0.05738	1.140×10^{-5}	0.0138
10 000	23.36	10.1	32.145	1 077	0.05648	1.137×10^{-5}	0.0137
11 000	19.79	9.72	32.140	1 073	0.05473	1.130×10^{-5}	0.0136
12 000	16.23	9.34	32.137	1 069	0.05302	1.124×10^{-5}	0.0136
13 000	12.67	8.99	32.134	1 065	0.05135	1.117×10^{-5}	0.0135
14 000	9.12	8.63	32.131	1 061	0.04973	1.110×10^{-5}	0.0134
15 000	5.55	8.29	32.128	1 057	0.04814	1.104×10^{-5}	0.0133
16 000	+1.99	7.97	32.125	1 053	0.04659	1.097×10^{-5}	0.0132
17 000	−1.58	7.65	32.122	1 049	0.04508	1.090×10^{-5}	0.0132
18 000	−5.14	7.34	32.119	1 045	0.04361	1.083×10^{-5}	0.0130
19 000	−8.70	7.05	32.115	1 041	0.04217	1.076×10^{-5}	0.0129
20 000	−12.2	6.76	32.112	1 037	0.04077	1.070×10^{-5}	0.0128
22 000	−19.4	6.21	32.106	1 029	0.03808	1.056×10^{-5}	0.0126
24 000	−26.5	5.70	32.100	1 020	0.03553	1.042×10^{-5}	0.0124
26 000	−33.6	5.22	32.094	1 012	0.03311	1.028×10^{-5}	0.0122
28 000	−40.7	4.78	32.088	1 003	0.03082	1.014×10^{-5}	0.0121
30 000	−47.8	4.37	32.082	995	0.02866	1.000×10^{-5}	0.0119
32 000	−54.9	3.99	32.08	987	0.02661	0.986×10^{-5}	0.0117
34 000	−62.0	3.63	32.07	978	0.02468	0.971×10^{-5}	0.0115
36 000	−69.2	3.30	32.06	969	0.02285	0.956×10^{-5}	0.0113
38 000	−69.7	3.05	32.06	968	0.02079	0.955×10^{-5}	0.0113
40 000	−69.7	2.73	32.05	968	0.01890	0.955×10^{-5}	0.0113
45 000	−69.7	2.148	32.04	968	0.01487	0.955×10^{-5}	0.0113
50 000	−69.7	1.691	32.02	968	0.01171	0.955×10^{-5}	0.0113
55 000	−69.7	1.332	32.00	968	0.00922	0.955×10^{-5}	0.0113
60 000	−69.7	1.048	31.99	968	0.00726	0.955×10^{-5}	0.0113

Fuente: U. S. Standard Atmosphere Supplements, U. S. Government Printing Office, 1966.

Índice analítico

Los números de página seguidos de "n" indican que el material se encuentra en las notas al pie de página.

A

Absorción, 764
  direccional espectral, 765
  espectral, 833
  hemisférica espectral, 765
Absortividad, 27
Aceleración del flujo, 525
Acondicionamiento del aire, 48
Acumulación de escala, 513
Adhesividad interna del fluido, 392
Adición de calor, 9
Aerogel(es), 19, 34
  monolítico, 35
Agitación mecánica, 628
Agotamiento, 623
  de la ebullición, 624
  por calor, 51
Aire
  como aislante, 570
  exfiltrante, 889
  infiltrado, 889
  saturado, 888
Aleaciones metálicas, 21
Aleta(s), 176
  de espiga, 186
  de placa delgada, 186
  suficientemente larga, 179
Alimentos perecederos, 281
Análisis
  de sistemas concentrados, 247, 248, 249
  de transferencia de calor, 248
  de un intercambiador de calor, 696
  termodinámico, 2
  transitorio, 891
Analogía
  de Chilton-Colburn, 418, 510, 911
  de convección calor-masa, 912
  de Reynolds, 418, 654, 910
    modificada, 418
  eléctrica, 164
Anderson, Ann M., 34n
Anemómetro, 901
Ángulo
  azimut, 754
  sólido, 754
  zenit, 754
Aproximación(es)
  de Boussinesq, 555
  de flujo unidimensional, 12
  de la capa límite, 405
  de longitud corregida, 182
  de un término, 260
Área
  frontal, 437
  superficial, 176
    del cuerpo, 48
Argumento, 121
Arrastre, 436
  de forma, 437
  de fricción cero, 437
  por fricción con números de Reynolds bajos, 451
  por fricción superficial, 437
  por presión, 437
    con números de Reynolds altos, 451
  superficial, 389
Aspereza relativa, 512

B

Bacterias, 281
Bajo coeficiente de transferencia de calor por convección, 186
Balance(s)
  de calor, 11
  de la cantidad de movimiento, 405
  de los volúmenes de control, 313
Balance de energía, 11, 85, 313, 321
  para una superficie, 13
  superficial, 92
Banda(s) de longitudes de onda, 752, 761
Barrera(s)
  de vapor, 886
  radiante, 208
Blanco candente, 750
Blasius, H., 410
Blindajes de radiación, 826
Bloques de construcción de los organismos vivientes, 48
Boltzmann, Ludwig, 747
Burbujas de vapor, 618

C

Caída de presión, 462, 501, 529
  friccional bifásica, 654
Calefacción central, 47
Calentadores, 685
Calentamiento
  global, 770
  por fricción, 488

por resistencia en alambres, 110
solar, 48
Calibre de la tubería, 513
Calor, 2, 8
conducido, 111
de vaporización, 633
generado, 111
metabólico, 193
sensible, 6, 840
Calor(es) específico(s), 7, 388
a presión constante, 7
a volumen constante, 7
de las sustancias incompresibles, 8
Calor latente, 7, 840
de vaporización, 617, 634, 635
o evaporativo, 843
Caloría, 6
Calórico, 4
Cámaras de mezcla, 673
Cambio(s)
de comportamiento, 52
de fase, 7
de líquido a vapor, 618
en el contenido de energía, 262, 339
en la energía de un sistema, 11
fisiológicos, 52
Canal de
placas paralelas, 511
tubo redondo, 511
Cantidad(es)
de calor, 1
de transferencia de calor, 2
espectrales, 758
vectorial, 74
Capa
de frontera de concentración, 871, 906
de frontera térmica, 906
de ozono, 746
de la atmósfera, 771
intermedia, 399
superpuesta, 399
turbulenta, 399
Capa límite, 389
de velocidad, 396, 442, 491
térmica, 397, 442, 491
Capacidad calorífica, 22
integral media, 582
Características de absorción y reflexión de la superficie, 750
Carga de infiltración del congelador, 287
Células de Bénard, 570
Chaqueta de barrera de vapor, 886
Ciencia de la transferencia de calor, 1
Cifras significativas, 45
Clasificación
de la ebullición, 619
de los problemas de transferencia de calor, 76
Cociente de capacidad, 699
Código(s)
de ética para ingenieros, 36, 39
de ingeniería, 39
para pruebas de rendimiento, 39
Coeficiente(s)
adimensional de transferencia de calor por convección, 390
combinado(s) de transferencia de calor, 28
por convección y radiación, 205
constantes, 123
de absorción espectral del medio, 833
de arrastre, 437
por fricción, 437
de convección local, 439
de difusión, 869
binaria, 875
de expansión volumétrica, 553
de ganancia de calor solar (SHGC), 776
de sombreado, 778
de temperatura de conductividad térmica, 118
de transferencia de masa, 908
global de transferencia de calor, 586, 673, 678, 686
primarios, 342
total de transferencia de calor, 149
variables, 123
Coeficiente de difusión, 870
binaria, 874
del medio, 868
Coeficiente de fricción, 437, 489, 502
adimensional, 397
Cf, 523
de la piel, 397, 911
local, 439
promedio, 440
Coeficiente de transferencia de calor
bifásico sin ebullición, 654
combinado, 152
por convección, 26, 389, 390, 579, 677
por radiación, 152
promedio, 496
Colebrook, Cyril F., 512
Colisiones de las moléculas, 17
Comodidad térmica, 47
completa, 48
Componente
fluctuante, 401
laminar, 401
turbulento, 401
Concentración, 868
de especies específicas, 877
de masa, 871
molar, 872, 896

Concepto de
calefacción central, 47
conducción, 1
convección, 1
ebullición, 618
error, 356
estacionario, 12
evaporación, 618
fonón, 421
imagen espejo, 324
la analogía de Reynolds, 654
radiación, 1
resistencia térmica, 151, 164
Condensación, 617
en película, 633
por gotas, 633, 648
sobre superficies sólidas, 633
Condensadores, 685
Condición(es)
de la superficie de calentamiento, 624
de no deslizamiento, 389
de no desplazamiento, 634
de temperatura superficial constante, 495
inicial, 89
límite adecuada para la punta de la aleta, 181
metaestable, 621
no lineal, 94
térmicas de las superficies del medio, 88
térmicas en las fronteras de las superficies, 88
unidimensionales estacionarias, 882
Condición(es) de flujo
de calor cero, 91
de calor superficial constante, 495
estacionario, 394
Condición(es) de frontera, 88, 319, 877
aislada, 91
de concentración específica, 878
de convección, 89, 92, 343
y radiación, 322
de no corrimiento, 907
de radiación, 89, 93, 324
de temperatura específica, 89, 179
de una superficie perfectamente aislada, 90
en una interfase, 94
más encontradas, 322
más utilizadas, 89
por flujo de calor específico, 89
Conducción, 1, 17
en fase sólida del aerogel, 35
estacionaria de calor, 150
tipos de la difusión, 875
unidimensional de calor en estado estacionario, 149
Conducción de calor, 871
bidimensional, 73
estacionaria, 319
estacionaria, 73
estacionario en una dimensión, 97
multidimensional, 85
no estacionaria, 73
transitoria, 73
unidimensional, 73, 315, 330
Conductancia(s)
de la transferencia de masa, 908
térmica por contacto, 160
de superficie, 205
Conductividad eléctrica, 151
Conductividad térmica, 1, 17, 19, 77, 186, 388, 874, 887
constante, 97, 118, 178
de remolino, 402
del material, 678
efectiva del recinto, 571
infinita, 182
promedio, 151
turbulenta, 402
variable, 118
Configuración de entrada reentrante, 528
Confort térmico, 195, 585
Congeladores de túnel de chorro de aire, 289
Congelamiento, 284
de alimentos, 284
rápido de productos avícolas, 289
superficial, 285
Conservación de momento, 556
Constante, 121
arbitraria, 124
de Boltzmann, 748, 758
de Henry, 878
de integración, 122
de Planck, 745, 758
de Stefan-Boltzmann, 27, 94, 323, 574, 590, 627, 747
de tiempo, 249
experimental, 624
solar, 771, 775
universal de los gases, 898
Constante de proporcionalidad, 868
de la ley de Fick, 874
de la ley de Fourier, 874
Contaminación
bacteriana, 288
en los productos alimenticios, 281
Contenido de energía del cuerpo, 262
Contradifusión equimolar, 900
Convección, 1, 25, 92, 895
de calor, 871
de masa, 905
desde la punta de la aleta, 181
forzada, 25, 387, 581, 632
mixta, 25, 551, 558

natural, 25, 186, 387, 551, 581
por masa, 871
simultánea, 573
Coordenadas
cilíndricas, 74
esféricas, 74
rectangulares, 74
Corrección por radiación, 828
Correlación de
Gnielinski, 511
Sieder y Tate, 530
Corriente
de aire, 49
de convección natural, 552
eléctrica, 151
libre, 489
Corrosión, 680
Crecimiento
de microorganismos, 283
exponencial, 281
Criterio de estabilidad, 342
Críticas, 582
Cuantos, 745
Cuello de botella en el flujo de la transferencia de calor, 679
Cuerpo(s)
está rechazando calor, 262
negro, 27, 747
pequeños con alta conductividad térmica, 251
Curva de ebullición, 620

D

Darcy, Frenchman Henry, 502
Defensa del cuerpo contra la pérdida excesiva de calor, 51
Definición de
calor específico, 7
conductividad térmica, 19
cuerpo negro, 747
eficiencia de aleta, 183
número de Biot, 250
Densidad, 388, 871
de área, 674
de mezcla constante, 898
media masiva, 906
molar, 872
promedio del fluido, 553
Derivada de una función, 121
Derivadas parciales, 121
Desempeño térmico de los sistemas de aislamiento de tuberías, 887
Desventaja del método implícito, 343
Desviación de la diferencia de temperatura media, 673
Determinación de la distribución de temperatura, 74
Diagrama de
Moody, 513
Rouse, 513
Diámetro
hidráulico, 490, 634
nominal, 513
Diferencia(s)
de concentración, 867, 870
de densidad, 554
de presión, 867
de temperatura, 2, 74, 870
a presión constante, 554
finitas, 318
hacia adelante, 340
hacia atrás, 340
Diferencia de temperatura media, 686
aritmética, 496
logarítmica, 498, 673, 687
Difusión, 870
convencional, 875
de las moléculas, 17
de masa, 871, 905
transitoria, 891
de presión, 875
de superficie, 876
de un vapor, 898
forzada, 876
Knudsen, 876
molecular, 400, 871, 894, 895
térmica, 875
Difusividad(es)
de masa, 874
de momento, 874
de remolino, 402
por el calor, 402
del gas en el sólido, 880
masiva, 870
moleculares, 402, 910
para la cantidad de movimiento, 400
térmica, 22, 80, 341, 400, 874
del remolino, 402
viscosa, 400
Dirección de la transferencia de calor, 321
Discretización
en el espacio, 339
en el tiempo, 339
Diseños seguros, 36
Disipación viscosa, 408
Disipador(es)
con aletas compactas, 566
con aletas espaciadas, 566
de calor, 188, 566
con aletas, 565
Dispersión de Rayleigh, 832

Dispositivos cíclicos, 394
de alta potencia de salida, 581
de baja potencia de salida, 581
de flujo estacionario, 394, 684
de sombreado externo, 778
de sombreado interno, 779
Distribución
de temperatura, 74
transitoria unidimensional, 255
de la radiación emitida, 754
DuBois, D., 48

E

Ebullición, 617, 618
de fluidos en reposo, 620
en estanque, 619
en masa, 619, 620
en película, 620, 622
estacionaria, 623
en transición, 620, 626
local, 619
masiva, 619
nucleada, 620, 623
por convección forzada, 619
por convección natural, 620, 623
por transición, 622
saturada, 619, 620
subenfriada, 619, 620
Ebullición de flujo, 619, 632
externo, 632
interno, 632
Ecuación
característica, 258
de balance de masa, 403
de cantidad de movimiento en dirección-x, 405
de Colburn, 510
de Colebrook, 512, 655
de conservación de masa en forma diferencial, 403
de continuidad, 403
de diferencias, 321
de difusión (conducción) de calor, 877
de difusión de masa, 877
de Dittus-Boelter, 510
de energía, 413
de Fourier-Biot, 86
de Gnielinski, 511
de Rohsenow, 624
de Sieder y Tate, 510, 530
de transferencia de biocalor, 52
de Pennes, 194
diferencial ordinaria, 122
diferencial parcial, 122
modificada de Bessel, 125
no lineal, 123
Ecuación lineal, 123
homogénea, 123
no homogénea, 123
Ecuaciones de transferencia de biocalor y aleta, 124
Efectividad
de la aleta, 185
de las aletas individuales, 187
de un intercambiador de calor, 698
general, 187
de la aleta, 187
Efecto
chimenea, 553
de enfriamiento del movimiento del aire, 49
de flotabilidad, 394
de flotación, 553, 650
de las propiedades variables, 443
de radiación, 29, 828
del cuerpo separado, 404
doloroso, 875
invernadero, 770
termosifón, 394
Eficiencia de aleta, 183
Eigenfunción, 258
Eigenvalores, 258
Ejemplo(s)
de evaporación, 618
de la ebullición en masa, 619
de problemas de transferencia simultánea de calor y masa, 916
de procesos de difusión de sólido a sólido, 869
Elemento frontera, 313
Elevación, 436
Emisividad, 27
de una superficie, 760
direccional espectral, 760
direccional total, 761
efectiva, 206
espectral, 833
hemisférica espectral, 761
hemisférica total, 761
promedio, 761
superficial, 206
Emisor difusor, 747
Energía, 2
de enlace, 7
de flujo del fluido, 7
interna de un sistema, 6
latente, 7
microscópica, 6
nuclear, 7
química, 7
renovable, 774
sensible, 6

solar, 770
térmica, 9
sensible en el medio, 870
total, 6
Enfoque de
balance de energía, 313, 319
imagen espejo, 324
Enfriado
de aire lento, 288
por inmersión rápida, 288
rápido de productos avícolas, 288
Enfriadores de hielo de granizado de inmersión de flujo continuo, 288
Enfriamiento, 284
adicional, 284
de la electrónica, 78
por evaporación, 51
rápido, 286
Ensuciamiento por incrustación, 680
Entalpía, 7
de vaporización, 624, 626
Entrada
de boca de campana, 523, 528
de orilla cuadrada, 523, 528
reentrante, 523, 528
Equilibrio
dinámico entre flotación y fricción, 554
térmico, 2, 255
termodinámico, 878
Equipamiento para transferencia de calor, 4
Error(es)
acumulado, 318, 357
aleatorios irrepetibles, 45
constante, 46
de exactitud, 45
de formulación, 356
de precisión, 45
de redondeo, 356, 357
de sesgo, 46
de truncamiento, 356
sistemático, 46
Error de discretización, 356
acumulado, 356
global, 356, 357
local, 356, 357
Esferas isotérmicas concéntricas, 573
Esfuerzo(s)
de Reynolds, 402
normal, 405
turbulentos, 402
viscoso, 405
Esfuerzo cortante, 396, 405
superficial, 396
turbulento, 401
Espaciamiento molecular, 869
Espacios de aire atrapados, 206
Esparcimiento molecular, 772
Espectro
electromagnético, 745
visible, 746
Estacionario, 394
Estándares de ingeniería, 39
Estela, 438
Estratificación de la temperatura, 50
Estudios paramétricos, 315
Etapas del congelamiento de alimentos, 284
Evaluación del diámetro hidráulico, 634
Evaporación, 618
de un líquido puro, 880
Expansión en serie Taylor, 356

F

Factor(es)
ambientales, 282
para la comodidad del cuerpo humano, 49
angular, 798
de apertura, 779
de configuración, 798
de congelación, 49
de correlación de fricción turbulenta de Blasius, 530
de forma, 798
de conducción, 199
de incrustación, 680
j de Colburn, 419, 530
para seleccionar un intercambiador de calor, 710
U, 154, 586
de un producto de fenestración, 590
Factor de corrección, 460, 673, 689
de emisividad, 836
de presión, 835
Factor de fricción, 490, 529
aparente, 525
Darcy-Weisbach, 502
de Darcy, 513, 523
de Fanning, 502, 523
local, 492
Factor de visión, 798
diferencial, 799
difusa, 798
especular, 798
Falla térmica en los sistemas, 36
Fanning, John, 502
Fase de retraso, 281
Fenómeno
de agotamiento en la ebullición, 623
de superficie, 870
superficial, 747
volumétrico, 78, 746, 870
Flotación, 554, 568

Fluctuaciones en el flujo, 490
Fluido(s)
  alineado, 400
  con viscosidad cero, 437
  de condensación, 686
  de ebullición, 686
  estático, 30
  forzado, 393
  homogéneos, 909
  idealizado, 437
  incompresible, 393
  natural, 394
  newtonianos, 396
  no homogéneos, 909
  no newtonianos, 396
  que fluye, 30
Flujo(s)
  anular, 650
    turbulento, 515
  asistido, 580, 583
  bidimensional, 394
  completamente desarrollado, 492
  compresible, 393
  convectivo inducido, 900
  Couette, 408
  crítico de calor, 627
  de bala, 650
  de canal abierto, 393
  de corriente eléctrica, 151
  de especies específico, 877
  de masa, 874
    lento, 912
  de Stefan, 900
  de transición, 393
  del canal, 565
  estacionario, 394
  externo, 392, 435, 487, 489, 906
  Hagen-Poiseuille, 502
  hidrodinámicamente desarrollado, 491
  incompresible, 393
    estacionario, 459
  interno, 392, 487, 906
  laminar, 393, 399, 490
    ondulatorio, 639
  libre, 435
    de electrones, 20
  máximo crítico, 624
  máximo de calor, 624, 626
  mínimo de calor, 626
  mixto, 583
  molar, 874
  molecular libre, 876
  opuesto, 581, 583
  paralelo sobre placas planas, 435
  sobre conjuntos de tubos, 453
  térmicamente de desarrollo, 492
  totalmente desarrollado, 395
  totalmente turbulento, 399
  transicional, 490
  transversal, 581
  tridimensional, 394
  unidimensional, 12, 394, 894
  viscosos, 392
Flujo(s) bifásico(s), 632
  gas-líquido, 651
  sin ebullición, 650
Flujo cruzado, 675
  mezclado, 675
  no mezclado, 675
  sobre bancos de tubos, 435
  sobre cilindros y esferas, 435
Flujo de calor, 9, 90, 390
  crítico, 622
  de vaporización, 623
  en la ebullición nucleada, 627
  en la ebullición por flujo, 633
  especificado, 322
  específico, 877
    de superficie, 871
  por convección forzada, 633
  superficial constante, 495, 503
  uniforme, 443, 444
Flujo de calor por ebullición, 618
  en masa, 633
  nucleada, 624
Flujo de fluidos, 389, 867
  con alta viscosidad, 393
  de baja viscosidad, 393
Flujo de radiación, 756
  incidente, 757
    sobre una superficie, 764
Flujo turbulento, 393, 399, 490, 493
  de condensado en placas verticales, 639
  estacionario, 401
  sobre placas planas, 435
Fonones, 421
Forma(s)
  de diferencias finitas, 318
  de energía, 6
  espectral de la ley de Kirchhoff, 767
  más comunes de retardadores de vapor, 886
Fórmula de Einstein, 869
Formulación
  explícita de diferencias finitas, 341
  implícita de diferencias finitas, 341
Fotones, 1, 27, 745
Fourier, Jean Baptiste Joseph, 17, 256
Fracción
  de masa, 872
  de presión, 873

de radiación, 800
molar, 872
nula, 650
Frecuencia de una onda electromagnética, 744
Fricción, 554, 568
superficial, 437
Frontera
aislada, 323
de concentración, 871
Fuente(s)
de calor de perfusión, 194
de calor en las plantas de energía nuclear, 78
luminosa, 746
metabólica de calor, 716
Fuerza(s)
de arrastre, 436, 437
de flotación, 552
de fricción, 554, 568
del cuerpo, 404
inerciales del fluido, 400
intermoleculares, 6
motriz, 868
superficiales, 404
viscosas del fluido, 400
viva, 4
Fuerza impulsora
para la transferencia de calor, 2, 74, 870
para la transferencia de masa, 870
principal para el flujo de fluidos, 867
Función(es), 121
de Bessel, 125, 316
modificadas, 183
de disipación viscosa, 407
de error, 269
complementaria, 269
de Legendre, 316
de radiación de cuerpo negro, 752
exponenciales, 178
hiperbólicas, 178
principal de un dispositivo para sombreado de interiores, 779
Funcionamiento estacionario sin generación de calor, 177

G

Ganancia de calor solar, 776
Ganar energía por radiación, 28
Gas ideal, 7
Gases
comunes, 7
con moléculas asimétricas, 832
con moléculas simétricas, 832
densos, 7
Generación
de energía térmica, 78
de especies, 870
interna de calor, 109, 870
Generación de calor, 11, 78, 870
metabólico, 51, 193
uniforme, 78
Generalización del caso de la aleta infinitamente larga, 180
Geometrías de flujo comunes, 511
Golpe
de ariete hidráulico, 393
de calor, 52
Gradiente
de concentración, 868, 871, 875
de temperatura, 2, 17, 73, 77, 90, 150, 251, 389
Gráficas
de Heisler, 261
de temperaturas transitorias, 261
de transferencia de calor transitoria, 261
Grasa térmica, 161
Gröber, H., 261

H

Haaland, S. E, 513
Hagen, G., 502
Hardware de transferencia de calor, 674
Heisler, M. P., 261
Hertz, Heinrich, 744
Hidrodinámica del flujo bifásico, 650
Hipótesis de intensidad constante, 800
Hottel, H. C., 810
Humedad relativa, 49, 888
del ambiente, 282
Humo congelado, 34

I

Imagen especular, 331
Incrustaciones químicas, 680
Índice metabólico basal, 48
Inexactitud, 45
Ingeniería biomédica, 193
Integración, 122
simple, 97
Integral indefinida, 122
Intensidad
de la radiación, 754, 756
incidente, 757
espectral, 758
Interacción de energía, 8
Interacciones de trabajo, 8
Intercambiador(es) de calor, 673, 674
compacto, 674
de circuito impreso, 675
de contraflujo, 674, 688

de coraza y tubos, 459
de doble tubo, 514, 674
de flujo paralelo, 686
de dos pasos por la coraza y cuatro pasos por los tubos, 676
de flujo paralelo, 674, 699
de placa y marco, 676
de tubo y coraza, 676
de un paso por la coraza y de dos pasos por los tubos, 676
especificado, 684
regenerativo dinámico, 677
regenerativo estático, 676
Intercambio
de calor entre dos fluidos, 673
de radiación solo entre superficies negras, 812
Interfase sólido-líquido, 618
Interferómetro Mach-Zehnder, 554
Irradiación, 757, 764
espectral, 758
solar total, 771
Irradiancia solar total, 775
Isoflujo, 565
Iteración de Gauss-Seidel, 329

J

Joule (J), 6
Joule, James P., 4

K

Kirchhoff, Gustav, 767

L

Langston, L. S., 277
Lavoisier, Antoine, 4
Lesión por quemadura térmica, 37
Levaduras, 281
Ley de
Beer, 833
conservación de la masa, 459
desplazamiento de Wien, 749
difusión de Fick, 870, 871, 873
Fourier, 167, 168, 314, 320
de conducción de calor, 17, 77, 178, 111, 150, 503, 868, 870
Henry, 878
Kirchhoff, 767
de la radiación, 28
las presiones aditivas de Dalton, 873
Ohm, 815
de la conducción eléctrica, 868
Planck, 748, 750
Poiseuille, 502
Raoult, 880
Stefan, 900
Stefan-Boltzmann, 27, 747, 748, 750
Ley de Newton, 350
de la viscosidad, 868
del enfriamiento, 25, 110, 151, 176, 249, 389, 496, 618, 871, 907
Límite
de resistencia térmica cero, 182
inferior para el flujo de calor, 626
Limpiar el aire, 53
Líneas de temperatura constante, 554
Líquido
combustible, 37
inflamable, 37
ligeramente sobrecalentado, 621
saturado, 4
Longitud
característica, 249
de aleta corregida, 182
de onda, 744
promedio del haz, 837
Longitud de entrada
de concentración, 906
hidrodinámica, 491, 493
térmica, 492
Luz, 745

M

Magnetrones, 746
Magnitud del gradiente de temperatura, 2
Malla
cuadrada, 331
de Fourier, 349
Manejo de alimentos perecederos, 281
Masa molar, 872
Materiales
anisotrópicos, 77
isotrópicos, 22, 77
opacos a la radiación térmica, 760
semitransparentes a la radiación, 760
Máxima cantidad de calor que un cuerpo puede ganar, 262
Maxwell, James Clerk, 744
Mecánica de fluidos, 392
Mecanismo(s) de transferencia de calor, 29, 388, 871
Medida del calor conducido, 263
Medio(s)
ambiente frío, 50
calientes, 51
en movimiento, 894
estacionario, 893, 895
ópticamente grueso, 834
semitransparente, 110

Mejor aislante, 570
Metabolismo(s), 48
  de los endotermos, 52
  ectotérmico, 52
Metales líquidos, 442, 511
Método(s)
  de balance de energía, 317, 319
  de diferencia de temperatura media logarítmica, 684, 695
  de diferencias finitas, 313, 317
  de efectividad NTU, 684, 696
  de elemento finito, 313
  de eliminación, 328
  de iteración de Gauss-Seidel, 338
  de la red, 817
  de Laplace, 257
  de las cuerdas cruzadas, 810
  de separación de variables, 257, 258
  de superposición, 276
  directo(s), 328, 817
  explícito, 340
  implícito, 340
  iterativos, 329
  LMTD, 695
  matricial, 817
  numéricos, 313
  para resolver problemas sobre radiación, 817
Mezcla homogénea estacionaria, 894
Mezclas binarias, 906
Microondas, 745
Microorganismos, 281
Modelo
  de conducción macroscópico convencional de Fourier, 421
  de transferencia de biocalor de Pennes, 194
  del medio continuo, 420
Modos
  colectivos de ondas sonoras, 421
  de transferencia de calor, 16, 744
Mohos, 281
Moody, Lewis F., 513
Morse, E. L., 347
Motor de fluido, 582
Movimiento
  a nivel molecular, 4
  aleatorio de moléculas, 402
  browniano, 876
  de remolinos, 401
    aleatorios, 402
  del fluido, 177, 617
  excesivo del aire, 49
  masivo del fluido, 388, 867, 871, 899, 905
Muelle de embarque refrigerado, 287
Múltiplo constante, 178

N

Nanofluido, 21
Nanopartículas, 21
Naturaleza de la nucleación, 623
Newton, Sir Isaac, 396
No estacionario, 394
No linealidad en una ecuación diferencial, 315
Nodo(s), 318, 320
  en la frontera, 331
  frontera más restrictivo, 343
  interiores, 343
Normas de ingeniería, 39
Notación de doble subíndice, 330
NTU. *Véase* Número de unidades de transferencia
Nucleación, 623
  activa en la superficie, 627
Número de
  cifras significativas, 45
  Fourier, 256, 263
  Graetz, 506
  Grashof, 523, 532, 557, 920
  Lewis, 907
  Mach, 393
  malla de Fourier, 345, 349
  Prandtl, 398, 413, 493, 906
  Rayleigh, 558
  Schmidt, 907
  Sherwood, 908
  Stanton, 418, 528, 908
  unidades de transferencia (NTU), 497, 699
Número(s) adimensional(es), 390
  de Biot (Bi), 250
  de Knudsen, 420
  de malla de Fourier, 341, 351
  de Peclet, 442
Número de Nusselt, 390, 413, 438, 490, 494, 506
  adimensional, 908
  promedio, 558
Número de Reynolds, 400, 489, 490, 557, 634
  adimensional, 557
  crítico, 400
Nusselt, Wilhelm, 390

O

Ondas
  de radio, 745, 746
  electromagnéticas, 1, 27, 744
  reticulares de vibración, 20
Oppenheim, A. K., 818
Ortogonalidad, 316
Oscilaciones divergentes en temperaturas nodales, 342

P

Parámetros de similitud, 414
Paredes
  compuestas, 155
  de Trombe, 347
Partículas
  de cenizas sólidas, 680
  fluctuantes del fluido, 401
Paso(s)
  diagonal, 459
  longitudinal, 459
  para la resolución de problemas, 41
  transversal, 459
Patrones de flujo, 650
PCB (*printed circuit board*), 565
Pennes, Harry, 193
Perder energía por radiación, 28
Pérdida
  de cabezal, 502
  de calor latente, 841, 843
  de calor sensible, 841
  de presión, 501
Perfil
  de diferencia de concentración adimensionalizado, 906
  de temperatura, 493
Perfusión, 193
Periódico, 394
Permeabilidad, 880, 884
Permeanza, 888
Perturbaciones
  de otros cuerpos en el flujo, 453
  del flujo, 490
Peso molecular, 872
Placas
  de circuito impreso, 565
  isotérmicas, 565
Planck, Max, 745
Poiseuille, J., 502
Potencia, 8
  de emisividad espectral, 761
  emisiva, 815
    del gas, 838
Potencia de emisión, 754, 756
  de cuerpo negro, 747, 750
  espectral de cuerpo negro, 748
Prandtl, Ludwig, 398, 410
Precipitación de depósitos sólidos, 680
Precisión
  doble, 357
  simple, 357
Presión
  de saturación, 888
    del agua, 888
  de vapor, 888
  friccional bifásica, 654
  parcial, 873
Prevención
  a través del diseño (PtD), 36, 103, 446
  de quemaduras térmicas, 36
  del riesgo de incendio, 37
Prevenir
  fallas y daños a dispositivos, 36
  los peligros en el diseño de equipos, 36
Primera
  ecuación explícita de Petukhov, 510
  ley de la termodinámica, 10, 684
Principio
  de Arquímedes, 553
  de flotabilidad, 909
  de la ebullición nucleada, 621
  de superposición, 895
Principio de conservación de la
  energía, 10, 489
    a la superficie, 13
  masa, 403, 489
    de la especie, 882
Principios que rigen el uso correcto de los números, 45
Problema(s)
  de capacidad nominal, 4
  de conducción de calor transitorio bidimensional, 276
  de dimensionamiento, 4
  estacionarios de transferencia de calor, 338
  transitorios de transferencia de calor, 338
Problema(s) de transferencia de calor, 4
  bidimensional, 76
  tridimensional, 76
  unidimensional, 76
Proceso
  de cambio de fase, 7
  de difusión, 868
  de ebullición, 618
  de flujo estacionario, 406
  iterativo, 315
  sol-gel, 34
Producto de las soluciones para geometrías unidimensionales, 276
Profundidad de penetración, 892
Propiedad(es)
  de calor específico, 18
  de corriente libre, 910
  de la emisividad, 27
  de radiación promediadas en todas direcciones, 761
  de transporte, 874
  del fluido, 388
  hemisféricas, 761
    totales, 765
  medias masivas, 910

promedio del elemento, 320
radiactivas, 760
Proteger la capa de ozono, 772
Punta de aleta adiabática, 180
Puntas adiabáticas, 179
Punto(s)
de agotamiento, 623
de contacto sólido, 160
de inflamación, 37
de Leidenfrost, 622, 626
de rocío del aire, 287
de vaporización, 623
nodales, 318

Q

Quemadura(s) térmica(s), 37
causada por la transferencia de calor por convección a la piel, 37
por radiación, 37
por transferencia de calor por conducción, 37
por transferencia de calor por convección del gas caliente, 37
Quemaduras por congelamiento, 290
Químico promotor, 648

R

Radiación, 1, 27, 744
a través de las brechas, 160
atmosférica, 770
del cuerpo negro, 27
difusa, 776
directa, 776
electromagnética, 744, 745
emitida, 754, 756
incidente, 757
infrarroja (IR), 745
reflejada, 776
térmica, 27, 745
asimétrica, 49
ultravioleta (UV), 745
visible, 745
Radiación solar, 746
difusa, 772
directa, 772
Radiador espacial, 677
Radio crítico de aislamiento, 174
Radiosidad, 757, 798, 814
de un cuerpo negro, 815
espectral, 758
Ráfagas de fluctuación, 399
Rayos
gamma, 745
ultravioleta, 746
X, 745
Razón
de cambio de la pendiente, 121
de flujo de masa, 12
de flujo volumétrico, 12
de generación de calor en un medio, 78
de la conducción de calor, 17
de transferencia de calor, 1, 2, 9, 150, 151
total de generación de calor en un medio, 78
Reacciones
endotérmicas, 78
heterogéneas, 871
homogéneas, 870
nucleares en varillas de combustible nuclear, 110
químicas exotérmicas, 78
en un sólido, 110
Rechazo de calor, 9
Recíproco de la permeanza, 888
Red de resistencia térmica, 164
Redondeo continuo, 356
Reflectividad, 764
direccional espectral, 765
hemisférica espectral, 765
Reflexión
difusa, 766
especular, 766
Régimen de flujo
anular, 633
en burbujas, 632
en niebla, 633
tapón, 633
Régimen de transición, 633
Régimen(es) de ebullición, 620
en película inestable, 622
en transición, 622, 626
nucleada, 623
por convección natural, 623
Región
completamente desarrollada hidrodinámicamente, 491
de la capa límite, 396, 491
de separación, 438
desarrollada térmicamente, 492
totalmente desarrollada, 906
Región de entrada
de concentración, 906
hidrodinámica, 491
térmica, 492, 506
Región de flujo
irrotacional, 491
no viscoso, 392, 396
viscoso, 392
Regiones de fluidos casi críticas, 582
Regla de
l'Hôpital, 688
la cadena, 268, 413

la simetría, 808
la sumatoria, 805
la superposición, 807
reciprocidad, 805
Relación(es)
de aspecto, 571
de Lewis, 911
de reciprocidad, 800, 805
de Rohsenow, 630
fundamentales entre factores de visión, 802
Remolinos, 400
Resistencia
a la deformación, 397
de conducción, 250, 677
de la capa cilíndrica, 168
de contacto térmico, 160
de convección, 152, 677
de crisis, 452
de difusión, 883
molar, 883
de radiación, 152
de vapor, 888
eléctrica, 151
espacial de radiación, 816
superficial a la radiación, 815
Resistencia térmica, 149, 151, 677
introducida por la incrustación, 680
por contacto, 149, 160
unitaria de la ropa, 842
de la ventana, 586
Retardadores de vapor, 886
Reynolds, Osborne, 399
Riesgo de incendio, 36
Rojo
apagado, 749
brillante, 749
vivo, 749
Rouse, Hunter, 513
Rugosidad de la superficie, 452, 456
en flujo laminar, 438
en flujo turbulento, 438
Ruta de flujo de calor paralelo, 206

S

Sección(es)
de flujo de secciones circulares, 488
de flujo de secciones no circulares, 488
transversal constante, 178
Segunda
ecuación de Petukhov, 511
ley de Newton del movimiento, 404
Sensor de velocidad, 895
Separación del flujo, 454
Series
de Fourier, 257
infinitas, 316
Significado físico del número de Fourier, 263
Simetría térmica, 91
Sistema(s)
a microescala, 420
a nanoescala, 420
cerrado, 11
concentrados, 247, 249
de calefacción y acondicionamiento del aire, 53
de ecuaciones no lineales, 338
de parámetros concentrados, 75
de resistencia interna despreciable, 75
de ventilación mecánica, 53
Sobrevivencia de microorganismos, 283
Sólido(s)
cristalinos, 21
opacos, 29
semiinfinito, 267
semitransparentes, 29
Solubilidad, 878, 880, 884
Solución
analítica del problema, 314
completa, 124
de Blasius, 412
específica, 124
general, 124
producto, 276
Sonda anemométrica de hilo caliente, 401
Stefan, Joseph, 747
Steradian (sr), 754
Suavización de la carne de aves, 288
Subcapa viscosa, 399
Sublimación de un sólido puro, 880
Suma de un valor promedio, 401
Superconductores, 21
Superficie(s)
con aletas, 176
verticales, 566
de emisión difusa, 756
de piso frías o calientes, 50
difusa, 756, 762
extendidas, 176
gris, 762
impermeable, 878
isotérmicas, 443
negra convencional, 747
no isotérmicas, 443
reirradiante, 816
Sustancias incompresibles, 8, 393
Sustentación, 436

T

Tang, Clement C., 36n, 39n
Tasa
  de capacidad calorífica, 685
  de flujo del fluido, 554
  de generación de calor, 320
  de transferencia de calor, 314, 673, 685
  estacionaria de transferencia de calor, 179
Técnica de la transformada de Laplace, 269
Técnicas para optimizar la transferencia de calor por ebullición, 628
Temperatura(s)
  de autoignición (AIT), 37
  de película, 439, 455, 626
  de radiación media, 841
  efectiva, 842
    del cielo, 772
  en exceso, 618
  especificada, 322
  operativa, 842
  promedio, 489
    en la película de vapor, 626
  termodinámica(s), 323, 554
Temperatura media, 489
  del fluido abundante, 490, 496
  logarítmica, 461
Temperatura superficial, 154
  constante, 495, 504
  efectiva, 771
Tensión
  de corte de pared local, 492
  superficial, 617
Teoría
  cinética, 4, 869
    de los gases, 19
  cuántica, 745
  de capas límite, 398
  de flujo de fluidos, 488
  de la estabilidad, 626
  de la lubricación, 400
  de Nusselt, 626
  del calórico, 4
    de corta duración, 869
  del flujo turbulento, 400
Término
  espectral, 748
  no homogéneo, 123
Termodinámica de la entalpía de vaporización, 624
Termopar, 75
Termorregulación, 52, 195
Thompson, Benjamin, 4
Tipo(s)
  comunes de condiciones de frontera, 877
  de flujo del fluido, 388
  de intercambiadores de calor, 674
  especiales de intercambiadores de calor, 685
Torbellinos de fluido, 400
Trabajo, 8
  de flujo, 7
  realizado por presión, 407
Trampa de calor, 770
Transferencia
  de biocalor, 52, 193
  neta de calor por radiación, 28
  simultánea de calor y masa, 916
Transferencia de calor, 1, 2, 8, 9, 438
  a microescala, 420
  bicomponente, 650
  de un cuerpo humano, 196
  en espacios cerrados, 570
  en sólidos, 29
  estacionaria, 75, 156
    y unidimensional, 150
  hacia afuera de un sistema, 9
  hacia un sistema, 9
  multidimensional, 165
  por conducción, 73
  por convección, 25, 186, 388, 617
    natural, 552
  por ebullición, 618
  por nucleación, 627
  por radiación, 627, 744, 798
  sensible, 285
  transitoria, 75
  unidimensional constante, 152
Transferencia de calor a través
  de un fluido, 30
  de un líquido o un gas, 388
  de un sólido, 388
  del vacío, 30
Transferencia de energía, 2
  como calor, 16
  por radiación, 744
  térmica, 9
Transferencia de masa, 867
  convectiva, 871, 905
  de un líquido hacia un gas, 869
  de un sólido hacia un gas, 869
  de un sólido hacia un líquido, 869
Transformada(s)
  de Fourier, 316
  de Laplace, 269, 316
Transición del flujo laminar a flujo turbulento, 439
Transitorio, 394
Transmisividad, 764
  de los materiales semitransparentes, 765
  espectral, 833
  hemisférica espectral, 765

Transporte de
energía térmica, 193
masa en un medio estacionario, 895
Trayectoria libre media, 420
Trombe, Félix, 347
Truncado de los dígitos, 356
Tuberías, 488
Tubo espiral de microaletas, 529
Turbulencia de flujo libre, 453, 456

U

Unidad
de difusividad térmica, 400
de energía en el sistema inglés, 6
de la difusividad de masa, 874
de potencia, 8
internacional de energía, 6
térmica británica (Btu), 6
Unidades clo, 842
Uniforme, 394

V

Valor(es)
característicos, 258
del calentamiento solar, 48
promedio de las propiedades, 401
propios, 316
Vapor
saturado, 4, 633, 635
sobrecalentado, 635
Variable, 121
de similitud, 268, 411
dependiente, 121
independiente, 121
Variación
de la conductividad térmica, 117
de temperatura, 74
en el momento del flujo, 525
Velocidad
corriente arriba, 436
de aproximación, 436
de conducción de calor, 870
de convección másica, 871
de corriente libre, 489
de crecimiento de microorganismos en un alimento, 281
de difusión, 895
de flujo libre, 436
de flujo masiva, 895
de la luz en el vacío, 744
de transferencia de calor, 249
del flujo de aire, 287
del sonido, 393
del vapor, 641
molar promedio, 897
promedio, 488, 489
de masa, 895
Ventana de doble panel, 570, 586
Ventilación, 52
con respiraderos con compuertas, 53
con ventiladores de extracción, 53
por infiltración, 52
Ventiladores
de desestratificación, 50
de extracción, 53
Vibración superficial, 628
Vibraciones de la tubería, 490
Virus, 281
Viscosidad, 389, 392
cinemática, 396, 400, 874
del remolino, 402
de remolino, 402
dinámica, 388
del fluido, 396
turbulenta, 402
Volumen(es)
de control, 12, 313, 320
del fluido, 401

W

Weisbach, German Julius, 502
Wien, Willy, 749

Z

Zona
convectiva, 771
de comodidad térmica, 49

NOMENCLATURA

A_s	Superficie, área, m^2
A_c	Área de la sección transversal, m^2
Bi	Número de Biot
C	Tasa de concentración molar, $kmol/m^3$
c	Calor específico, $kJ/kg \cdot K$
C_c, C_h	Tasa de capacidad calorífica, W/K
C_D	Coeficiente de arrastre
C_f	Coeficiente de fricción
c_p	Calor específico a presión constante, $kJ/kg \cdot K$
c_υ	Calor específico a volumen constante, $kJ/kg \cdot K$
COP	Coeficiente de desempeño
d, D	Diámetro, m
D_{AB}	Coeficiente de difusión
D_h	Diámetro hidráulico, m
e	Energía total específica, kJ/kg
$\dot{e}_{gen}$	Tasa de generación de calor, W/m^3
erfc	Función de error complementaria
E	Energía total, kJ
$\dot{E}_{gen}$	Tasa de generación de calor total, W
E_b	Flujo emisor de cuerpo oscuro
$E_{b\lambda}$	Flujo emisor de cuerpo oscuro espectral
f	Factor de fricción
f_λ	Función de radiación de cuerpo oscuro
F	Fuerza, N
F_D	Fuerza de arrastre, N
F_{ij}, $F_{i\to j}$	Factor de visión
Fo	Número de Fourier
g	Aceleración de la gravedad, m/s^2
G	Radiación incidente, W/m^2
Gr	Número de Grashof
h	Coeficiente de transferencia de calor por convección, $W/m^2 \cdot K$
h	Entalpía específica, $u + Pv$, kJ/kg
h_c	Conductancia de contacto térmico, $W/m^2 \cdot K$
h_{fg}	Calor latente de vaporización, kJ/kg
I	Corriente eléctrica, A
I	Función de Bessel modificada del primer tipo
I	Intensidad de radiación, $W/m^2 \cdot sr$
j	Flujo de masa difusivo, $kg/s \cdot m^2$
J	Radiosidad; función de Bessel, W/m^2
k	Conductividad térmica, $W/m \cdot K$
k_{eff}	Conductividad térmica efectiva, $W/m \cdot K$
K	Función de Bessel modificada del segundo tipo
L	Longitud; mitad del grosor de una pared plana
L_c	Longitud característica o corregida
L_h	Longitud de entrada hidrodinámica
L_t	Longitud de entrada térmica
m	Masa, kg
$\dot{m}$	Tasa de flujo de masa, kg/s
M	Masa molar, kg/kmol
N	Número de moles, kmol
NTU	Número de unidades de transferencia
Nu	Número de Nusselt
p	Perímetro, m
P	Presión, kPa
P_v	Presión de vapor, kPa
Pr	Número de Prandtl
$\dot{q}$	Flujo de calor, W/m^2
Q	Transferencia de calor total, kJ
$\dot{Q}$	Tasa de transferencia de calor, kW
r_{cr}	Radio crítico de aislamiento
R	Constante de los gases, $kJ/kg \cdot K$
R, r_o	Radio, m
R	Resistencia térmica, K/W
R_c	Resistencia de contacto térmico, $m^2 \cdot K/W$
R_f	Factor de fallas
R_u	Constante universal de los gases, $kJ/kmol \cdot K$
R-valor	Valor de aislamiento R
Ra	Número de Rayleigh
Re	Número de Reynolds
S	Factor de forma de conducción
Sc	Número de Schmidt
Sh	Número de Sherwood
St	Número de Stanton
SC	Coeficiente de sombreado
SG	Gravedad específica
SHGC	Coeficiente de ganancia de calor solar
t	Tiempo, s
t	Grosor, m
T	Temperatura, °C o K
T_b	Temperatura de fluido masivo, °C o K
T_f	Temperatura pelicular, °C o K
T_{sat}	Temperatura de saturación, °C o K
T_s	Temperatura superficial, °C o K
u	Energía interna específica, kJ/kg
u, v	Componentes x y y de la velocidad, m/s
U	Coeficiente de transferencia de calor total, $W/m^2 \cdot K$
υ	Volumen específico, m^3/kg
V	Voltaje
$\mathcal{V}$	Volumen total, m^3
$\dot{\mathcal{V}}$	Tasa de flujo volumétrico, m^3/s
V	Velocidad, m/s
V_{prom}	Velocidad promedio, m/s
w	Fracción de masa
$\dot{W}$	Potencia, kW
y	Fracción molar

Letras griegas

α	Absorción
α	Difusividad térmica, m^2/s
α_s	Absorción solar
β	Expansividad de volumen, 1/K
δ	Grosor de la capa de frontera de velocidad, m
δ_t	Grosor de la capa de frontera térmica, m
ΔP	Caída de presión, Pa
ΔT_{lm}	Diferencia de temperatura media logarítmica
ε	Emisividad; intercambiador de calor o efectividad de la aleta
ε	Tamaño de la aspereza, m
η_{aleta}	Eficiencia de la aleta
η_{term}	Eficiencia térmica
θ	Energía total de un fluido circulando, kJ/kg
μ	Viscosidad dinámica, $kg/m \cdot s$ o $N \cdot s/m^2$
ν	Viscosidad cinemática, $= \mu/\rho$, m^2/s
ν	Frecuencia, l/s
ρ	Densidad, kg/m^3
σ	Constante de Stefan-Boltzmann
σ_n	Tensión normal, N/m^2
σ_s	Tensión superficial, N/m
τ	Fuerza cortante, N/m^2
τ	Transmisividad; número de Fourier
τ_s	Fuerza cortante de pared, N/m^2
ϕ	Humedad relativa
θ	Temperatura adimensional
ω	Humedad específica o absoluta, aire seco, kg H_2O/kg

Subíndices

atm	Atmosférica
prom	Promedio
b	Frontera, fluido masivo
cond	Conducción
conv	Convección
cil	Cilindro
e	Condiciones de salida
f	Líquido saturado; película
i	Condiciones de entrada, iniciales o interiores
i	Componente *n*-ésimo
l	Líquido
m	Mezcla
o	Condiciones de salida o a la intemperie
rad	Radiación
s	Superficie
alred	Superficies circundantes
sat	Saturado
semiinf	Medio semiinfinito
esf	Esfera
sis	Sistema
v	Vapor de agua
1	Estado inicial o de entrada
2	Estado final o de salida
∞	Alejado con respecto a una superficie; condiciones de flujo libre

Superíndices

$\cdot$ (punto en la parte superior)	Cantidad por unidad de tiempo
$\bar{a}$ (barra en la parte superior)	Cantidad por unidad molar

Factores de conversión

DIMENSIÓN	MÉTRICO	MÉTRICO/INGLÉS
Aceleración	$1\ m/s^2 = 100\ cm/s^2$	$1\ m/s^2 = 3.2808\ pie/s^2$ $1\ pie/s^2 = 0.3048^*\ m/s^2$
Área	$1\ m^2 = 10^4\ cm^2 = 10^6\ mm^2$ $= 10^{-6}\ km^2$	$1\ m^2 = 1\ 550\ pulgadas^2 = 10.764\ pies^2$ $1\ pie^2 = 144\ pulgadas^2 = 0.09290304^*\ m^2$
Densidad	$1\ g/cm^3 = 1\ kg/L = 1\ 000\ kg/m^3$	$1\ g/cm^3 = 62.428\ lbm/pie^3 = 0.036127\ lbm/pulg^3$ $1\ lbm/pulg^3 = 1\ 728\ lbm/pie^3$ $1\ kg/m^3 = 0.062428\ lbm/pie^3$
Energía, calor, trabajo, energía interna, entalpía	$1\ kJ = 1\ 000\ J = 1\ 000\ Nm = 1\ kPa \cdot m^3$ $1\ kJ/kg = 1\ 000\ m^2/s^2$ $1\ kWh = 3\ 600\ kJ$ $1\ cal^\dagger = 4.184\ J$ $1\ IT\ cal^\dagger = 4.1868\ J$ $1\ cal^\dagger = 4.1868\ J$	$1\ kJ = 0.94782\ Btu$ $1\ Btu = 1.055056\ kj$ $= 5.403956\ psia \cdot pie^3 = 778.169\ lbf \cdot pie$ $1\ Btu/lbm = 25\ 037\ pie^2/s^2 = 2.326^*\ kJ/kg$ $1\ kJ/kg = 0.430\ Btu/lbm$ $1\ kWh = 3412.14\ Btu$ $1\ therm = 10^5\ Btu = 1.055 \times 10^5\ kJ$ (gas natural)
Fuerza	$1\ N = 1\ kg \cdot m/s^2 = 10^5$ dina $1\ kgf = 9.80665\ N$	$1\ N = 0.22481\ lbf$ $1\ lbf = 32.174\ lbm \cdot pie/s^2 = 4.44822\ N$
Flujo de calor	$1\ W/cm^2 = 10^4\ W/m^2$	$1\ W/m^2 = 0.3171\ Btu/h \cdot pie^2$
Tasa de generación de calor	$1\ W/cm^3 = 10^6\ W/m^3$	$1\ W/m^3 = 0.09665\ Btu/h \cdot pie^3$
Coeficiente de transferencia de calor	$1\ W/m^2 \cdot °C = 1\ W/m^2 \cdot K$	$1\ W/m^2 \cdot °C = 0.17612\ Btu/h \cdot pie^2 \cdot °F$
Longitud	$1\ m = 100\ cm = 1\ 000\ mm$ $1\ km = 1\ 000\ cm$	$1\ m = 39.370\ pulgadas = 3.2808\ pies = 1.0926\ yarda$ $1\ pie = 12\ pulgadas = 0.3048^*\ m$ $1\ milla = 5\ 280\ pies = 1.6093\ km$ $1\ pulgada = 2.54^*\ cm$
Masa	$1\ kg = 1\ 000\ g$ 1 tonelada métrica $= 1\ 000\ kg$	$1\ kg = 2.2046226\ lbm$ $1\ lbm = 0.45359237^*\ kg$ 1 onza $= 28.3495\ g$ $1\ slug = 32.174\ lbm = 14.5939\ kg$ 1 tonelada corta $= 2\ 000\ lbm = 907.1847\ kg$
Potencia, tasa de transferencia de calor	$1\ W = 1\ J/s$ $1\ kW = 1\ 000\ W = 1.341\ hp$ $1\ hp^\dagger = 745.7\ W$	$1\ kW = 3\ 412.14\ Btu/h$ $= 737.56\ lbf \cdot pie/s$ $1\ hp = 550\ lbf \cdot pie/s = 0\ .7068\ Btu/s$ $= 42.41\ Btu/min = 2\ 544.5\ Btu/h$ $= 0.74570\ kW$ 1 boiler hp $= 33\ 475\ Btu/h$ $1\ Btu/h = 1.055056\ kJ/h$ 1 tonelada de refrigeración $= 200\ Btu/min$
Presión	$1\ Pa = 1\ N/m^2$ $1\ kPa = 10^3\ Pa = 10^{-3}\ MPa$ $1\ atm = 101.325\ kpa = 1.01325\ bars$ $= 760\ mm\ Hg\ a\ 0\ °C$ $= 1.03323\ kgf/cm^2$ $1\ mm\ Hg = 0.1333\ kPa$	$1\ Pa = 1.4504 \times 10^{-4}\ psia$ $= 0.020886\ lbf/pie^2$ $1\ psia = 144\ lbf/pie^2 = 6\ .894757\ kPa$ $1\ atm = 14.696\ psia = 29.92$ pulgadas Hg a 30 °F 1 pulgada $Hg = 3.387\ kPa$
Calor específico	$1\ kJ/kg \cdot °C = 1kJ/kg \cdot K = 1J/g \cdot °C$	$1\ Btu/lbm \cdot °F = 4.1868\ kJ/kg \cdot °C$ $1\ Btu/lbmol \cdot R = 4.1868\ kJ/kmol \cdot K$ $1\ kJ/kg \cdot °C = 0.23885\ Btu/lbm \cdot °F$ $= 0.23885\ Btu/lbm \cdot R$

*Factor de conversión exacto entre unidades métricas e inglesas.

†La caloría originalmente se define como la cantidad de calor necesaria para elevar la temperatura de 1 gramo de vapor 1 °C, sin embargo, varía con la temperatura. La caloría de la tabla de vapor internacional (IT) (generalmente preferida por los ingenieros) es exactamente 4.1868 J por definición y corresponde al calor específico del agua a 15 °C. La caloría termoquímica (generalmente preferida por los físicos) es exactamente 4.184 J por definición y corresponde al calor específico del agua a temperatura ambiente. La diferencia entre las dos es de alrededor del 0.06 por ciento, lo cual es despreciable. La caloría capitalizada por los nutriólogos es en realidad una kilocaloría (1 000 calorías IT).

DIMENSIÓN	MÉTRICO	MÉTRICO/INGLÉS
Volumen específico	1 m^3/kg = 1 000 L/kg = 1 000 cm^3/g	1 m^3/kg = 16.02 pie^3/lbm 1 ft^3/lbm = 0.062428 m^3/kg
Temperatura	T(K) = T(°C) + 273.15 ΔT(K) = ΔT(°C)	T(R) = T(°F) + 459.67 = 1.8 T(K) T(°F) = 1.8 T(°C) + 32 ΔT(°F) = ΔT(R) = 1.8ΔT(K)
Conductividad térmica	1 W/m · °C = 1W/m · K	1 W/m · °C = 0.57782 Btu/h · pie · °F
Resistencia térmica	1 °C/W = 1K/W	1 K/W = 0.52750 °F · h/Btu
Velocidad	1 m/s = 3.60 km/h	1 m/s = 3.2808 pie/s = 2.237 mi/h 1 mi/h = 1.46667 pie/s 1 mi/h = 1.609 km/h
Viscosidad, dinámica	1 kg/m · s = 1 N · s/m^2 = 1 Pa · s = 10 poise	1 kg/m · s = 2 419.1 lbm/pie · h = 0.020886 lbf · s/pie^2 = 0.67197 lbm/pie · s
Viscosidad, cinemática	1 m^2/s = 10^4 cm^2/s 1 stoke = 1 cm^2/s = 10^{-4} m^2/s	1 m^2/s = 10.764 pie^2/s = 3.875 × 10^4 pie^2/h 1 m^2/s = 10.764 pie^2/s
Volumen	1 m^3 = 1 000 L = 10^6 cm^3 (cc)	1 m^3 = 6.1024 × 10^4 pulgadas^3 = 35.315 $pies^3$ = 264.17 gal (EEUU) 1 (EEUU) galón = 231 pulgadas^3 = 3.7854 L 1 fl onza = 29.5735 cm^3 = 0.0295735 L 1 (EEUU) galón = 128 fl onzas
Tasa de flujo volumétrico	1 m^3/s = 60 000 L/min = 10^6 cm^3/s	1 m^3/s = 15 850 gal/min (gpm) = 35.315 $pies^3$/s = 2 118.9 pie^3/min (cfm)

†Caballo de fuerza mecánico. El caballo de fuerza eléctrico es exactamente igual a 746 Watts.

Algunas constantes físicas	
Constante universal de los gases	R_u = 8.31447 kJ/kmol · K = 8.31447 kPa · m^3/kmol · K = 0.0831447 bar · m^3/kmol · K = 82.05 L · atm/kmol · K = 1.9858 Btu/lbmol · R = 1 545.35 pie · lbf/lbmol · R = 10.73 psia · pie^3/lbmol · R
Aceleración de la gravedad estándar	g = 9.80665 m/s^2 = 32.174 pie/s^2
Presión atmosférica estándar	1 atm = 101.325 kPa = 1.01325 bar = 14.696 psia = 760 mm Hg (0 °C) = 29.9213 pulgadas Hg (32 °F) = 10.3323 m H_2O (4 °C)

Algunas constantes físicas	
Constante de Stefan-Boltzmann	σ = 5.670 × 10^{-8} W/m^2 · K^4 = 0.1714 × 10^{-8} Btu/h · pie^2 · R^4
Constante de Boltzmann	k = 1.380650 × 10^{-23} J/K
Velocidad de la luz en el vacío	c = 2.9979 × 10^8 m/s = 9.836 × 10^8 pie/s
Velocidad del sonido en aire seco a 0 °C y 1 atm	c = 331.36 m/s = 1 089 pie/s
Calor de fusión del agua a 1 atm	h_{if} = 333.7 kj/kg = 143.5 Btu/lbm
Entalpía de vaporización del agua a 1 atm	h_{fg} = 2 256.5 kj/kg = 970.12 Btu/lbm